Н.Н. Лариков

ТЕПЛОТЕХНИКА



Н. Н. ЛАРИКОВ

ТЕПЛОТЕХНИКА

ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

Допущено
Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебника для студентов вузов,
обучающихся по специальности
«Производство строительных изделий и конструкций»

МОСКВА
СТРОЙИЗДАТ
1985

ББК 31.3
Л 25
УДК [536.7+621.1.01](075.8)

Рецензент: кафедра теплотехники Киевского инженерно-строительного института (зав. кафедрой — канд. техн. наук, доц. *Л. Ф. Глущенко*).

Лариков Н. Н.

Л 25 Теплотехника: Учеб. для вузов. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Стройиздат, 1985. — 432 с., ил.

Изложены основы технической термодинамики и теории тепломассообмена, рассмотрены рабочие процессы теплосиловых установок и процессы горения топлива, котлоагрегаты и их элементы, тепловлажностные процессы в установках, используемых в производстве строительных материалов и изделий. 3-е изд. дополнено изложением приложений законов термодинамики к химическим реакциям, описанием организации теплоснабжения и использования вторичных энергоресурсов на заводах строительной индустрии. Изд. 2-е вышло в 1975 г. под загл. Общая теплотехника.

Для студентов строительных вузов, обучающихся по строительно-технологической специальности.

Л $\frac{3202000000-520}{047(01)-85}$ 83—84

ББК 31.3
6П2.2

© Стройиздат, 1975
© Стройиздат, 1985, с изменениями

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3
Введение 4

Раздел I. Основы технической термодинамики 6
Глава 1. Общие понятия и определения 6
§ 1.1. Предмет термодинамики. Термодинамическая система . . 6
§ 1.2. Основные параметры состояния газов 6
§ 1.3. Смеси идеальных газов 12
§ 1.4. Теплоемкость идеальных газов 16
Глава 2. Первый закон термодинамики 21
§ 2.1. Понятие о внутренней энергии газа 21
§ 2.2. Определение работы газа при его расширении 22
§ 2.3. Аналитическое выражение первого закона термодинамики . . 25
§ 2.4. Энтропия идеального газа 30
Глава 3. Процессы изменения состояния идеальных газов 32
§ 3.1. Частные процессы изменения состояния газов 32
§ 3.2. Политропный процесс изменения состояния газов 39
Глава 4. Второй закон термодинамики. Круговые процессы изменения состояния газов 49
§ 4.1. Второй закон термодинамики 49
§ 4.2. Цикл Карно 53
§ 4.3. Регенеративный цикл 57
§ 4.4. Интеграл Клаузиуса. Аналитическое выражение второго закона термодинамики 58
Глава 5. Дифференциальные уравнения термодинамики 62
§ 5.1. Общие положения 62
§ 5.2. Дифференциальные уравнения внутренней энергии, энтропии, энтальпии и теплоты при различных комбинациях независимых переменных p, v, T 64
§ 5.3. Дифференциальные уравнения теплоемкостей 69
Глава 6. Водяной пар 71
§ 6.1. Общие положения 71
§ 6.2. Процесс парообразования в *pv*-диаграмме. 76
§ 6.3. Определение параметров состояния водяного пара 78
§ 6.4. Исследования процесса парообразования с помощью *Ts*- и *is*-диаграмм 83
§ 6.5. Процессы изменения состояния водяного пара 87
Глава 7. Влажный воздух 90
§ 7.1. Основные характеристики влажного воздуха 90
§ 7.2. *Jd*-диаграмма для влажного воздуха и ее построение . . . 96
Глава 8. Процессы истечения и дросселирования паров и газов 102
§ 8.1. Определение работы, скорости и расхода газа в процессе истечения 102
§ 8.2. Истечение пара или газа через комбинированное сопло (сопло Лаваля) 113
§ 8.3. Действительный процесс истечения паров и газов 115
§ 8.4. Дросселирование паров и газов 116
Глава 9. Компрессоры 121
§ 9.1. Общие положения 121
§ 9.2. Объемный компрессор 122
§ 9.3. Лопаточный компрессор 132
Глава 10. Циклы холодильных установок 136
§ 10.1. Циклы паровых компрессорных холодильных установок . . 136
§ 10.2. Принцип работ абсорбционных и пароэжекторных холодильных установок 142
§ 10.3. Принцип работы теплового насоса 145

Глава 11. Циклы и рабочий процесс тепловых двигателей 146
§ 11.1. Общие положения 146
§ 11.2. Поршневые двигатели внутреннего сгорания 147
§ 11.3. Газотурбинные установки 160
§ 11.4. Циклы паросиловых установок 163
§ 11.5. Паровая турбина 170
§ 11. 6. Эксергетический метод исследования экономичности теплосиловых установок 179
Глава 12. Приложение законов термодинамики к химическим реакциям 183
§ 12.1. Общие понятия и определения 183
§ 12.2. Первый закон термодинамики в применении к химическим реакциям 184
§ 12.3. Второй закон термодинамики в применении к химическим реакциям 190
§ 12.4. Равновесие химических систем 193
§ 12.5. Тепловая теорема Нернста 203
§ 12. 6. Влияние температуры на скорость химических реакций 206

Раздел II. Основы теории теплообмена 209

Глава 13. Теплопроводность 210
§ 13.1. Основные понятия и определения 210
§ 13.2. Расчетные формулы при стационарной теплопроводности 213
Глава 14. Конвективный теплообмен 223
§ 14.1. *Факторы, влияющие на процесс теплоотдачи* 223
§ 14.2. Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена 229
§ 14.3. Основы теории подобия 234
§ 14.4. Теплоотдача при свободной и вынужденной конвекции . . 243
§ 14.5. Теплоотдача при изменении агрегатного состояния жидкости 252
§ 14.6 Массоперенос 259
Глава 15. Лучистый теплообмен 262
§ 15.1. Основные понятия и определения 262
§ 15.2. Теплообмен излучением между телами 267
Глава 16. Теплопередача 274
§ 16.1. Общие положения 274
§ 16.2. Теплопередача через плоскую стенку 274
§ 16.3. Теплопередача через цилиндрическую стенку 277
§ 16.4. Теплопередача через сферическую и ребристую стенки . . 282
§ 16.5. Методика расчета теплообменных аппаратов 285
Глава 17. Теплопроводность при нестационарном режиме 294
§ 17. 1. Общие положения 294
§ 17.2. Нагревание и охлаждение плоской стенки 297

Раздел III. Энерготехнологические установки 315

Глава 18. Топливо 315
§ 18.1. Общие сведения о котельных установках 315
§ 18.2. Общие сведения о топливе 318
§ 18.3. Технические характеристики топлива 320
§ 18.4. Физические представления о горении топлива 330
§ 18.5. Определение расхода воздуха на горение и количества продуктов сгорания топлива 337
Глава 19. Топочные устройства. Котлы 345
§ 19.1. Топочные устройства и сжигание топлива 345
§ 19.2. Теплотехнические показатели работы топок 359
§ 19.3. Тепловой баланс котельного агрегата 360
§ 19.4. Температура горения и температура газов на выходе из топки 366
§ 19.5. Котельный агрегат и его элементы 370
§ 19.6. Вспомогательное оборудование котельной установки . . 383

§ 19.7. Современные тенденции в организации и регулировании топочных процессов 397

Глава 20. Организация теплоснабжения предприятий промышленности строительных материалов 400

§ 20.1. Общие сведения об установках для тепловлажностной обработки строительных изделий 400
§ 20.2. Тепловой расчет пропарочных камер и автоклавов . . 405
§ 20.3. Гидравлический расчет тепловых сетей 407
§ 20.4. Определение тепловой мощности котельной 409
§ 20.5. Выбор типа и мощности котлоагрегатов 411
§ 20.6. Использование вторичных энергоресурсов и вопросы охраны окружающей среды 417

Приложения 420
Список литературы 425
Предметный указатель 426

ПРЕДИСЛОВИЕ

В соответствии с решениями XXVI съезда КПСС предусматривается довести выработку электроэнергии в 1985 г. до 1550—1600 млрд. кВт·ч, в том числе на атомных электростанциях (АЭС) до 220 — 225 млрд. кВт·ч, что составит 14% общего объема производства электроэнергии в СССР и будет равно суммарной выработке ее на всех отечественных гидроэлектростанциях. Это позволит ежегодно высвобождать из топливно-энергетического баланса нашей страны более 70 млн. т условного органического топлива. Всего в одиннадцатой пятилетке намечено ввести в действие новые энергетические мощности в размере 70 млн. кВт, из которых на долю АЭС придется 24—25 млн. кВт, т. е. более 35%.

Необходимость дальнейшего планомерного развития топливно-энергетического комплекса подчеркнута также в решениях последующих Пленумов ЦК КПСС.

Ближайшие 5—10 лет будут также годами опытно-промышленного освоения первых магнитогидродинамических генераторов, а также установок геотермальной и солнечной энергии. В 1985 г. намечено ввести в эксплуатацию опытную солнечную электростанцию мощностью 5 МВт, принято решение о строительстве крупной геотермальной электростанции на Камчатке.

Уровень электрификации по стране в целом отражается таким важным показателем, как потребление электроэнергии на душу населения, которое возросло с 4081 (в 1975 г.) до 4870 кВт·ч в 1980 г. и в соответствии с решениями XXVI съезда КПСС должно увеличиться к 1985 г. до 5600 кВт·ч.

Естественно, что такой прогресс советской теплоэнергетики, являющейся базой развития всех отраслей народного хозяйства, в том числе и промышленности строительных материалов и изделий, возможен только на основе широкого развития ее научной базы, теплотехники, теоретическим фундаментом которой служат техническая термодинамика и теория теплообмена.

При подготовке третьего издания книги в гл. 7 рассмотрены вопросы смешения потоков влажного воздуха и кондиционирования, обновлен материал по котельным установкам, написаны две новые главы: «Приложение законов термодинамики к химическим реакциям» (гл. 12) и «Организация теплоснабжения предприятий промышленности строительных материалов» (гл. 20).

Первый раздел учебника «Основы технической термодинамики» полностью соответствует также новой программе курса «Техническая термодинамика» (индекс УМУ-Т-12/581) для специальности № 1208 «Теплогазоснабжение и вентиляция».

Автор приносит благодарность Л.Ф. Глущенко за замечания, сделанные при рецензировании рукописи.

ВВЕДЕНИЕ

Наука, которая изучает методы получения, преобразования, передачи и использования теплоты, а также принципы действия и конструктивные особенности тепло- и парогенераторов, тепловых машин, аппаратов и устройств, называется **теплотехникой.** В развитии теплотехники и ее теоретических основ большая заслуга принадлежит русскнм ученым, инженерам и изобретателям. Научные представления в области теории теплоты были впервые обоснованы в середине XVIII в. М. В. Ломоносовым, который своими теоретическими исследованиями и экспериментальными работами создал основы молекулярно-кинетической теории вещества и установил взаимосвязь между тепловой и механической энергией как одну из форм проявления открытого им всеобщего закона сохранения и превращения энергии.

Д. И. Менделеев провел фундаментальные работы по общей теории теплоемкостей, впервые научно обосновал проблему подземной газификации топлива и установил существование для каждого вещества критической температуры, выше которой газ не может быть превращен в жидкость, какое бы высокое давление к нему ни было приложено. К. Э. Циолковский, К. В. Кирш, А. А. Радциг, В. И. Гриневецкий и другие русские ученые своими научными трудами и инженерными разработками в конце XIX и начале XX столетия создали основы научного проектирования ряда тепловых агрегатов (котлы, тепловые двигатели, ракеты и др.). Однако энергетика дореволюционной России, находившаяся, как и ряд других отраслей промышленности, в кабальной зависимости от иностранного капитала, отставала по уровню своего развития, и многие предложения и изобретения русских ученых не были реализованы.

Великая Октябрьская социалистическая революция коренным образом изменила условия развития энергетики в нашей стране. Уже в первые годы Советской власти по указанию В. И. Ленина был разработан Государственный план электрификации России (план ГОЭЛРО), по которому предусматривалось за 10—15 лет построить 30 новых районных электростанций и довести выработку электроэнергии в стране до 8,8 млрд. кВт·ч в год. К 1935 г. план ГОЭЛРО был значительно перевыполнен, в 1961 г. выработка электроэнергии в СССР составила 327 млрд. кВт·ч, в 1974 г. — 975, в 1980 г. — 1294 млрд. кВт·ч. В настоящее время по энерговооруженности СССР занимает первое место в Европе и второе в мире.

Для установления наиболее рациональных способов использования теплоты, анализа экономичности рабочих процессов тепловых установок, умелого комбинирования этих процессов и создания новых, наиболее совершенных типов тепловых агрегатов необходима глубокая разработка теоретических основ теплотехники. Без этого невозможно было бы создавать мощные паро- и газотурбинные установки с высокими начальными параметрами пара и газа, реактивные двигатели, межконтинентальные баллистические ракеты и другие виды сложнейших тепловых установок. Следует различать два принципиально различных направления использования теплоты — энергетическое и технологическое. При энергетическом использовании теплота преобразуется в механическую работу. При технологическом (непосредственном) использовании теплота служит для направленного изменения свойств различных тел: например, изменяя тепловое состояние тел, можно добиться их расплавления, затвердевания, изменения структуры, механических, химических, физических свойств и т. д.

Современная энергетика основана главным образом на трансформации теплоты в механическую работу, с помощью которой в генераторах создается электрическая энергия, удобная для передачи на расстояние. Необходимую для этих целей теплоту получают путем сжигания топлива в топках паровых котлов или непосредственно в двигателях внутреннего сгорания.

В строительной индустрии при производстве различных строительных материалов и изделий теплота в основном используется для технических целей. При этом работа пропарочных, сушильных, обжиговых и других тепловых установок также полностью определяется законами теплотехники.

Теоретическими разделами теплотехники, в которых исследуются законы превращения и свойства тепловой энергии и процессы распространения теплоты, являются техническая термодинамика и теория теплообмена.

ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

T — абсолютная температура, К;
t — температура, отсчитываемая от точки таяния льда, °С;
Δt — температурный напор, или разность температур, °С;
ρ — плотность, кг/м^3;
v — удельный объем, м^3/кг;
V — объем, м^3, или объемный расход газа, жидкости, м^3/ч;
M — масса, кг, или массовый расход газа, жидкости, кг/ч;
p — давление, Па (Н/м^2), кПа, МПа;
Δp — перепад давления, Па (Н/м^2), кПа, МПа;
R — газовая постоянная, Дж/(кг·К);
μ — относительная молекулярная масса;
c — удельная массовая теплоемкость, кДж/(кг·К);
c' — удельная объемная теплоемкость, кДж/(м^3·К);
μc — мольная теплоемкость, кДж/(кмоль·К);
q — удельное количество теплоты, кДж/кг, или удельная мощность теплового потока, кВт/м^2;
Q — количество теплоты, кДж, или мощность теплового потока, кВт;
A — работа, кДж/кг;
U — внутренняя энергия, кДж/кг;
ΔU — изменение внутренней энергии, кДж/кг;
i — удельная энтальпия, кДж/кг;
Δi — изменение энтальпии, кДж/кг;
s — энтропия, кДж/(кг·К);
Δs — изменение энтропии, кДж/(кг·К);
S — площадь, м^2;
l — длина, м;
r — теплота парообразования, кДж/кг;
d — влагосодержание, г на 1 кг сухого воздуха;
w — скорость, м/с;
φ — относительная влажность, %;
δ, Δ — толщина, м;
B — расход топлива, кг/с, кг/ч;
b — удельный расход топлива, кг/(кВт·ч);
D — паропроизводительность, кг/с; т/ч;
$Q_н$, $Q_в$ — низшая и высшая теплота сгорания топлива, кДж/кг;
ε — степень сжатия, холодильный коэффициент;
η_t — термический КПД;
$\eta_{эксе}$ — эксергетический КПД;
η_i — внутренний (индикаторный) КПД;
η_{oi} — относительный внутренний КПД;
η_e — эффективный (действительный) КПД;
$\eta_м$ — механический КПД;
β — температурный коэффициент объемного расширения, К$^{-1}$;
a — температуропроводность (коэффициент температуропроводности), м^2/с;
ν — кинематическая вязкость, м^2/с;
λ — теплопроводность (коэффициент теплопроводности), Вт/(м·К);
α — коэффициент теплообмена (теплоотдачи), Вт/(м^2·К);
k — коэффициент теплопередачи, Вт/(м^2·К);
g — ускорение свободного падения, м/с^2;
N — мощность, кВт.

РАЗДЕЛ I. ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

ГЛАВА 1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

§ 1.1. Предмет термодинамики. Термодинамическая система

Термодинамика — наука об энергии и ее свойствах — представляет собой важнейшую отрасль естествознания. Основой термодинамики служат два экспериментально установленных закона, называемых иначе первым и вторым началом термодинамики. Термодинамика как самостоятельная наука получила развитие, когда были открыты эти два закона. Первый из них рассматривается как приложение к тепловым явлениям всеобщего закона сохранения и превращения энергии, а второй характеризует направление протекающих в окружающей нас природе процессов.

В зависимости от круга рассматриваемых вопросов и целей исследования термодинамику подразделяют на физическую, или общую, химическую и техническую. В физической термодинамике даются представления об общих теоретических основах термодинамики и закономерностях превращения энергии в разнообразных физических явлениях (электрических, магнитных, поверхностных, капиллярных и др.). В химической термодинамике изучаются тепловой эффект различных химических реакций, расчет химического равновесия, исследуются свойства растворов и т. п.

Техническая термодинамика изучает применение законов термодинамики к процессам взаимного превращения теплоты и работы. Имея данные о действительном механизме процесса, всегда можно схематизировать каждый из реальных процессов так, чтобы можно было осуществить полный его термодинамический анализ. Сущность этой схематизации состоит в том, что из совокупности всех участвующих в процессе тел выделяется рабочее тело, с помощью которого осуществляется данный процесс, а остальные тела рассматриваются как источники (и поглотители) теплоты. Такая совокупность тел, находящихся во взаимодействии, называется **термодинамической системой.** Для определения полезной работы процесса и количества переданной теплоты, что составляет главное содержание прикладной части термодинамики, необязательно знать все особенности кинетики реального процесса. Вполне достаточно, чтобы наряду с внешними условиями, в которых протекает процесс, были известны лишь начальные и конечные состояния всех участвующих в процессе тел. При этом для лучшего понимания физического смысла изучаемых процессов термодинамический метод анализа обычно сочетается с молекулярными и статическими исследованиями.

§ 1.2. Основные параметры состояния газов

Процесс преобразования теплоты в работу осуществляется в тепловых двигателях с помощью рабочего тела. Обычно в качестве рабочего тела используются газы и пары, так как они обладают бо́льшим

коэффициентом теплового расширения и могут при нагревании совершать гораздо бо́льшую работу, чем жидкости и твердые тела.

При теоретическом изучении газообразных тел (газов) обычно принято иметь дело с так называемым идеальным газом, между молекулами которого отсутствуют силы взаимодействия, а сами молекулы принимаются за материальные точки, не имеющие объема. В природе нет идеальных газов, но часто встречаются такие состояния реально существующих газов, у которых силы взаимодействия между молекулами и объемы самих молекул чрезвычайно малы. Поэтому под термином «идеальный газ» понимают газ, при изучении свойств которого можно пренебречь силами взаимодействия между молекулами и объемом самих молекул.

В теплотехнических расчетах вполне допустимо считать идеальными все газы, с какими приходится иметь дело (N_2, O_2, H_2 и т. д.). Исключение составляет водяной пар, который может встречаться в различных состояниях, а именно:

1) водяной пар является частью газовых смесей, которые получаются в результате сгорания топлива в различных агрегатах. В этом случае парциальное давление пара мало, а температура пара высокая и он далек от состояния жидкости. Такой водяной пар можно считать идеальным газом. По этим же соображениям идеальным газом обычно считают и водяной пар, который входит как составная часть в атмосферный воздух;

2) водяной пар является рабочим телом в паровых двигателях или теплоносителем в различных теплообменных аппаратах. В этом случае пренебрегать силами сцепления между молекулами и объемом самих молекул нельзя, так как его состояние близко к состоянию жидкости. В отличие от предыдущего водяной пар называется реальным газом, и он уже не подчиняется законам идеальных газов.

Состояние газа отражают средние величины, характеризующие результат действия молекул, образующих газ. Этим величинам присуще определенное значение для каждого отдельного состояния газа, и они носят название параметров состояния газа. В первую очередь рассмотрим основные параметры состояния газов: температуру, удельный объем и давление.

Под температурой газа понимают меру средней кинетической энергии движения молекул газа. В СССР применяют две температурные шкалы: термодинамическую и международную практическую. Температура по каждой из этих шкал может быть выражена двояким способом: в градусах абсолютной шкалы (К) и в градусах Цельсия (°С) в зависимости от начала отсчета (положения нуля) по шкале. Термодинамическая температурная шкала, принятая X Генеральной конференцией по мерам и весам в 1954 г., имеет одну воспроизводимую опытным путем постоянную точку — тройную точку воды*, которая имеет значение 273,16 К (точно), или 0,01 °С; второй постоянной точ-

* Тройной точкой называется такое состояние вещества, при котором твердая, жидкая и газообразная фаза находятся в равновесии.

кой служит абсолютный нуль температур. Термодинамическая абсолютная температура обозначается T, а термодинамическая температура в градусах Цельсия — t. Соотношение между T и t определяется по значениям температуры тройной точки воды:

$$T - t = 273,16 - 0,01 = 273,15,$$

откуда

$$T = t + 273,15.$$

Международная практическая температурная шкала, принятая по решению IX Генеральной конференции по мерам и весам в 1948 г., основана на шести постоянных и экспериментально воспроизводимых температурах фазового равновесия. Эта шкала является наиболее точным воспроизведением термодинамической шкалы температур, и разницу между ними практически можно не учитывать, поскольку она будет находиться заведомо за пределами точности экспериментальных данных. Вследствие близости обеих шкал обозначения температур по ним принимаем одинаковыми.

Второй параметр состояния газа — удельный объем v — представляет собой выраженный в кубических метрах объем 1 кг массы газа. Величина, обратная удельному объему, называется плотностью ρ. Она представляет собой выраженную в килограммах массу 1 м^3 газа. Очевидно, что $v\rho = 1$.

Третий параметр состояния газа — давление. Под давлением газа на стенки сосуда, в котором заключен газ, понимают средний результат ударов о стенки громадного числа молекул, из которых состоит газ. Давление измеряют силой, действующей равномерно на единицу поверхности, и обозначают буквой p. В Международной системе единиц измерения СИ давление измеряется единицей Н/м^2, которая называется «паскаль» (Па). Поскольку в технике приходится встречаться с большими величинами давлений, то для их измерения пользуются единицами кПа (10^3 Па), МПа (10^6 Па)*.

Давление газа можно измерить также высотой столба жидкости, соприкасающейся с этим газом. Действительно, если в каком-либо сосуде находится газ и этот сосуд с помощью U-образной трубки соединить с окружающей атмосферой, тогда жидкость, залитая в колено трубки, при абсолютном давлении газа, превышающем окружающее атмосферное (барометрическое) давление $p_{бар}$ (B), займет такое положение, что уровень ее в правом колене трубки будет выше, чем в левом, на высоту h (рис. 1.1, *а*).

Разность $p_{абс} - p_{бар} = p_{изб} = p_м$ называется избыточным, или манометрическим давлением, так как оно измеряется с помощью манометров.

Если S — площадь поперечного сечения трубки, а ρ — плотность жидкости, находящейся в трубке, тогда сила P, с которой газ давит на жидкость, будет равна $p_{абс} S$. С другой стороны, эта сила уравнове-

* Соотношения между единицами для измерения давлений в системе СИ и внесистемными единицами, используемыми в технике, приведены в прил. 3.

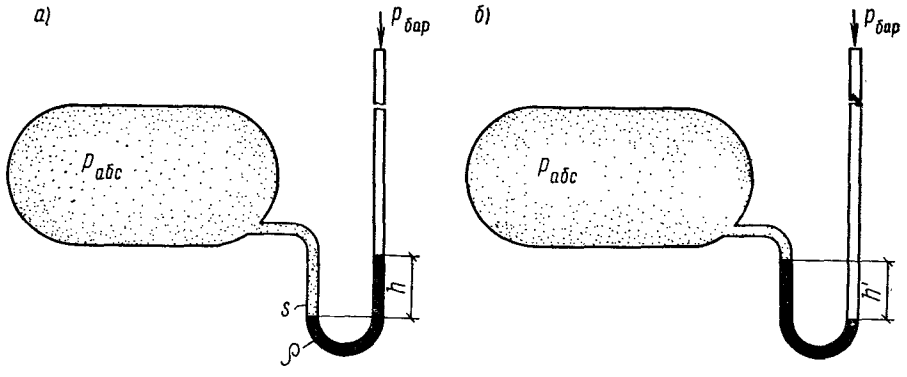


Рис. 1.1. Измерение давления газа в сосуде, когда оно выше атмосферного (*а*) и ниже атмосферного (*б*)

шивается силами от барометрического давления и веса столба жидкости высотой h, т. е. $P = p_{абс} S = p_{бар} S + hS\rho g$ или

$$p_м = p_{абс} - p_{бар} = h\rho g, \qquad (1.1)$$

где g — ускорение свободного падения в месте измерения.

Пользуясь полученным равенством, можно легко установить соотношение, например, между 0,1 МПа (давлением, близким к атмосферному) и высотой h столба какой-либо жидкости. Так, для ртути при $t = 0$ °С и нормальном ускорении свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2 $\rho = 13595$ кг/м^3 и $h = 100\,000/(13595 \cdot 9{,}81) = 0{,}75$ м, т. е. для указанных условий 0,1 МПа = 750 мм рт. ст.; для воды $h = 100\,000/(1000 \cdot 9{,}81) = 10{,}2$ м, откуда следует, что для тех же условий 0,1 МПа = 10 200 мм вод. ст. Давление, равное 0,1 МПа, или 10^5 Па, называется **бар**.

В связи с тем, что жидкость при повышении температуры расширяется, высота столба жидкости, соответствующая определенному давлению, также несколько увеличивается. Это положение следует иметь в виду, например, при переводе в Па показаний ртутных барометров. Обычно показания барометров приводят к 0 °С по формуле

$$B_{0\,°C} = B_{t\,°C}(1 - \beta t), \qquad (1.1')$$

где $B_{0\,°C}$ — высота ртутного столба при 0 °С; $B_{t\,°C}$ — высота ртутного столба при t °С; β — температурный коэффициент объемного расширения жидкости (для ртути $\beta = 0{,}000172$).

Если давление газа в сосуде меньше барометрического, уровень в левом колене будет выше, чем в правом, на величину h' (рис. 1.1, *б*), которая показывает, насколько давление газа в сосуде ниже атмосферного, и называется р а з р е ж е н и е м (или вакуумом).

В физике за единицу измерения давления иногда принимают так называемую физическую атмосферу. Это давление, которое оказывает на основание ртутный столб высотой 760 мм при 0 °С и нормальном ускорении свободного падения 9,81 м/с^2 (точнее 9,80665 м/с^2). В тех-

нике эту единицу измерения давления не применяют, но она входит в определение так называемых нормальных физических условий (НФУ), к которым приводят состояния различных газов при необходимости сравнения их между собой по объему. Нормальными физическими или просто нормальными условиями называются такие, при которых $p = 1$ физ. ат. и $t = 0$ °С. Очевидно, 1 физ. ат. = 760/750 = 0,1013 МПа.

В молекулярно-кинетической теории газов доказывается, что давление газа численно равно $^2/_3$ средней кинетической энергии поступательного движения молекул газа, заключенных в единице объема, т. е.

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m\bar{w}^2}{2}, \tag{1.2}$$

где n — число молекул, заключенных в единице объема; m — масса молекулы; $\bar{w}$ — средняя квадратичная скорость молекул.

Умножая обе части уравнения (1.2) на заданный объем газа V, м^3, получим $pV = \frac{2}{3} N \frac{m\bar{w}^2}{2}$ (где $N = nV$ — число молекул в заданном объеме газа V).

Поскольку температура газа $m\bar{w}^2/2 = aT$ (где a — коэффициент пропорциональности), тогда

$$pV = \frac{2}{3} NaT. \tag{1.3}$$

Полученное уравнение дает возможность легко установить ряд основных законов для идеальных газов. Если газ имеет постоянную температуру T, то, поскольку $a = \text{const}$ и N — число молекул в рассматриваемом объеме газа, V также постоянно:

$$pV = \text{const}. \tag{1.4}$$

Если газ находится при постоянном давлении, то

$$\frac{V}{T} = \frac{2}{3} N \frac{a}{p} = \text{const}. \tag{1.5}$$

или для 1 кг газа

$$\frac{v}{T} = \frac{1}{\rho T} = \text{const} \text{ и } \rho T = \text{const}. \tag{1.6}$$

Если газ имеет постоянный объем, то

$$\frac{p}{T} = \frac{2}{3} N \frac{1}{V} = \text{const}. \tag{1.7}$$

Уравнения (1.4) (1.7) представляют собой математические написания известных законов Бойля—Мариотта, Гей-Люссака и Шарля.

Из уравнения (1.3) следует также, что для всех газов при одинаковых p, V и T число молекул N одинаково. Это положение составляет содержание закона Авогадро, согласно которому все газы при одина-

ковых давлениях и температурах содержат в одинаковых объемах одинаковое число молекул. Из этого закона следует, что плотности газов при одинаковых давлениях и температурах пропорциональны их молекулярным массам μ, т. е. $\mu_1/\rho_1 = \mu_2/\rho_2$ или $\mu_1 v_1 = \mu_2 v_2$ и $\mu v =$ = idem.

Произведение μv есть объем 1 моля газа*. Поэтому закон Авогадро можно сформулировать и таким образом: объем 1 моля различных газов при одинаковых физических условиях одинаков. Например, при НФУ для кислорода $\mu v = \mu/\rho = 32/1{,}43 = 22{,}4$ м^3. Тогда при НФУ объем 1 кмоля всех газов будет равен 22,4 м^3. Отсюда следует, что

$$\rho = \mu/22{,}4. \qquad (1.8)$$

По равенству (1.8) определяют плотности различных газов при НФУ.

Уравнения состояния газов. Уравнение (1.3) для 1 кг газа имеет вид $pv = \frac{2}{3} NaT$. Умножая левую и правую части этого равенства на молекулярную массу газа μ, получим

$$p\mu v = \frac{2}{3} Na\mu T. \qquad (1.9)$$

Так как μv = idem, то при одинаковых физических условиях в объеме 1 моля различных газов содержится одинаковое число молекул $N\mu$, которое носит название **числа Авогадро**.

Обозначим $\frac{2}{3} Na = R$. Как видим, R от состояния газа не зависит и поэтому называется газовой постоянной. Поскольку N — число молекул в 1 кг, то R относится именно к этому количеству газа. Подставляя R в уравнение (1.9), получим $p\mu v = R\mu T$, откуда $R\mu = p\mu v/T$. Здесь $R\mu$ относится к 1 кмолю газа и называется киломольной газовой постоянной. Поскольку R не зависит от состояния газа, вычислим $R\mu$ по известным параметрам НФУ:

$$R\mu = 0{,}1013 \cdot 10^6 \cdot 22{,}4/273{,}15 = 8314 \text{ Дж/(кмоль·К)}.$$

Как видим, киломольная газовая постоянная имеет одно и то же значение для всех газов, равное 8314 Дж/(кмоль·К), поэтому она носит название универсальной газовой постоянной. Подставляя значение $R\mu$ в равенство, из которого оно было определено, получим

$$p\mu v = 8314T. \qquad (1.10)$$

Это уравнение было получено в 1874 г. Д. И. Менделеевым и носит название уравнения состояния для 1 кмоля газа, или уравнения Менделеева—Клапейрона. Если уравнение (1.10) разделить на μ газа, получим

$$\frac{p\mu v}{\mu} = \frac{8314}{\mu} T \text{ или}$$

$$pv = RT. \qquad (1.11)$$

* Молем газа называется число граммов газа, равное его молекулярной массе: измеряется единицей г/моль, а киломоль — кг/кмоль.

В уравнении (1.11) величина $R = \frac{8314}{\mu}$ Дж/(кг·К), как было указано, газовая постоянная; очевидно, R для каждого газа будет иметь свое вполне определенное значение.

Уравнение (1.11) носит название уравнения состояния для 1 кг газа, или иначе оно называется также уравнением Клапейрона, который в 1834 г. вывел это уравнение как следствие из законов Бойля—Мариотта и Гей-Люссака. Если рассматривается процесс изменения состояния не 1 кг газа, а заданной массы M, кг, газа, то, умножая обе части уравнения (1.11) на M, получим

$$p v M = MRT, \text{ или } pV = MRT. \tag{1.12}$$

Это уравнение носит название уравнения состояния для M, кг, газа.

Уравнения (1.10)—(1.12) иначе называются также характеристическими (термическими) уравнениями состояния газа. Наиболее общим из этих трех уравнений является уравнение (1.10), так как оно содержит универсальную газовую постоянную $R\mu$, одинаковую для всех газов. С помощью характеристических уравнений для любого состояния газа по двум известным его параметрам можно найти третий. Это доказывает, что у идеального газа произвольно можно изменять только два параметра его состояния, а третий параметр получится из уравнений состояния в соответствии с заданными двумя основными параметрами. Поэтому принято считать, что идеальный газ обладает двумя степенями свободы изменения параметров своего состояния.

Характеристические уравнения являются уравнениями равновесного состояния газа, т. е. такого, при котором давление, температура и плотность в каждый момент времени будут одинаковы во всей массе рассматриваемого газа. Если газ переходит из состояния, характеризуемого параметрами p_1, V_1 и T_1, в другое с параметрами p_2, V_2 и T_2 и это происходит таким образом, что в каждый отдельный момент газ находится в равновесном состоянии, то такой процесс называется равновесным.

§ 1.3. Смеси идеальных газов

В § 1.2 рассмотрены случаи, когда приходится иметь дело с каким-то вполне определенным газом, который по своим свойствам соответствует идеальному газу. В теплотехнике обычно приходится встречаться не с отдельными газами, а с их смесями. Такие смеси часто образуются при горении топлива (см. § 12.3).

При рассмотрении смесей газов исходят из того, что смесь идеальных газов, не вступающих в химическое взаимодействие друг с другом, также является идеальным газом и подчиняется таким же законам. При этом каждый газ, входящий в состав газовой смеси, ведет себя так, как будто он один при данной температуре занимает весь объем смеси. Давление, которое при этом оказывает каждый компонент смеси на стенки сосуда, называется парциальным, а давление газовой

смеси складывается из парциальных давлений газов, образующих газовую смесь. Это положение составляет содержание закона Дальтона, установленного им для смесей газов опытным путем в 1807 г.

Математически этот закон записывается следующим образом:

$$p_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} p_i, \qquad (1.13)$$

где $p_{см}$ — давление смеси газов; p_i — парциальное давление i-го компонента, входящего в состав смеси; n — число компонентов, образующих смесь.

При расчете газовой смеси обычно определяют относительную молекулярную массу, газовую постоянную, плотность и парциальные давления компонентов, образующих смесь.

Состав газовой смеси может быть задан в массовых, объемных или мольных долях.

В первом случае, если обозначить массу смеси $M_{см}$, а массу какого-то i-го компонента — M_i, то отношение M_i к $M_{см}$ и определит массовую долю этого i-го компонента, обозначаемую через m_i, т. е. $m_i = M_i/M_{см}$; очевидно, что

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{M_i}{M_{см}} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} M_i}{M_{см}} = \frac{M_{см}}{M_{см}} = 1.$$

Во втором случае объем смеси и объем каждого компонента, входящего в смесь, одинаковы и по отдельности равны объему того сосуда, в котором находится смесь газов. При этом температура смеси и температура каждого компонента также одинаковы, а давления разные, ибо каждый из компонентов находится под своим парциальным давлением, а вся смесь под давлением, равным сумме этих парциальных давлений. Чтобы сравнить количество газов, входящих в смесь, по объему, нужно объемы компонентов привести к одинаковому давлению, в качестве которого выбирают обычно давление смеси. Объемы компонентов, приведенные к давлению смеси, называются парциальными. Если объем смеси обозначить $V_{см}$, а парциальный объем i-го компонента — V_i, то объемную долю i-го компонента r_i можно найти как отношение его парциального объема к объему смеси, т. е. $V_i/V_{см} = r_i$.

Чтобы найти

$$\sum_{i=1}^{i=n} r_i = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{V_i}{V_{см}} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} V_i}{V_{см}},$$

нужно определить, чему равна сумма парциальных объемов $\sum_{i=1}^{i=n} V_i$. Поскольку температура смеси и всех компонентов одинакова, напишем уравнение закона Бойля—Мариотта для i-го компонента при двух состояниях: когда он занимает объем смеси и находится под парциаль-

ным давлением и когда он занимает парциальный объем и находится под давлением смеси, т. е.

$$p_i V_{см} = p_{см} V_i. \tag{1.14}$$

Если уравнение (1.14) написать для каждого компонента, входящего в состав газовой смеси, и просуммировать эти уравнения, будем иметь

$$\sum_{i=1}^{i=n} p_i V_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} p_{см} V_i.$$

Но по уравнению (1.13) $p_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} p_i$, тогда

$$\sum_{i=1}^{i=n} V_i = V_{см} \quad \text{и} \quad \sum_{i=1}^{i=n} r_i = 1.$$

В третьем случае отношение числа молей i-го компонента k_i к числу молей смеси $k_{см}$ называется молярной долей i-го компонента, обозначаемой χ_i, т. е. $k_i/k_{см} = \chi_i$.

Следует иметь в виду, что молярные доли равны объемным долям, так как

$$r_i = \frac{V_i}{V_{см}} = \frac{k_i (\mu v)_i}{k_{см} (\mu v)_{см}} = \chi_i$$

вследствие равенства объема молей по закону Авогадро.

Для упрощения расчетов газовую смесь условно заменяют смесью, состоящей из однородных средних молекул, которые по своему числу и суммарной массе могли бы заменить реальную смесь газов. Это упрощение дает возможность подойти к рассмотрению газовой смеси как к однородному газу.

Определим молекулярную массу смеси газов $\mu_{см}$ через массовые и объемные доли компонентов. Обозначим $k_{см}$ — число молей газовой смеси, k_i — число молей i-го компонента, входящего в состав смеси. Число молей смеси $k_{см}$ определим как сумму чисел молей компонентов смеси, т. е. $k_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} k_i$, тогда

$$\mu_{см} = \frac{M_{см}}{k_{см}} = \frac{M_{см}}{\sum_{i=1}^{i=n} k_i} = \frac{M_{см}}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{M_i}{\mu_i}}$$

или

$$\mu_{см} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i}{\mu_i}}. \tag{1.15}$$

Для вычисления $\mu_{см}$ через объемные доли поступим так: пусть для упрощения $V_{см} = 1$ м^3, тогда

$$r_i = V_i / V_{см} = V_i;$$

$$M_{см} = \rho_{см}, \text{ но } M_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} M_i,$$

а $M_i = \rho_i V_i = \rho_i r_i$, следовательно,

$$\rho_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} \rho_i r_i. \tag{1.16}$$

Эта формула, полученная как промежуточная в наших рассуждениях, может быть использована для определения плотности смеси через объемные доли компонентов. Так как $\rho_{см} = \frac{\mu_{см}}{(\mu v)_{см}} = \sum_{i=1}^{i=n} r_i \frac{\mu_i}{(\mu v)_i}$, а по закону Авогадро $(\mu v)_i = (\mu v)_{см} = \text{idem}$, то

$$\frac{\mu_{см}}{(\mu v)_{см}} = \frac{1}{(\mu v)_i} \sum_{i=1}^{i=n} r_i \mu_i$$

и окончательно

$$\mu_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} r_i \mu_i. \tag{1.17}$$

Газовая постоянная смеси газов $R_{см}$ определяется из соотношения

$$R_{см} = 8314 / \mu_{см}, \tag{1.18}$$

или

$$R_{см} = \frac{8314}{\dfrac{1}{\sum_{i=1}^{i=n} \dfrac{m_i}{\mu_i}}} = 8314 \sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i}{\mu_i} = 8314 \sum_{i=1}^{i=n} \frac{m_i}{\dfrac{8314}{R_i}},$$

откуда

$$R_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i R_i. \tag{1.18'}$$

Плотность через массовые доли может быть определена по равенствам:

$$\rho_{см} = \frac{M_{см}}{V_{см}} = \frac{M_{см}}{\sum_{i=1}^{i=n} V_i} = \frac{M_{см}}{\sum_{i=1}^{i=n} \dfrac{M_i}{\rho_i}} = \frac{M_{см}}{M_{см} \sum_{i=1}^{i=n} \dfrac{m_i}{\rho_i}}$$

и

$$\rho_{см} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=n} \dfrac{m_i}{\rho_i}}. \tag{1.19}$$

Удельный объем смеси $v_{см}$ определяют как величину, обратную $\rho_{см}$.

Парциальные давления компонентов p_i легко определить через объемные доли из уравнения (1.14):

$$p_i = p_{см} \frac{V_i}{V_{см}},$$

или

$$p_i = r_i \, p_{см}. \tag{1.20}$$

Через массовые доли p_i выражают следующим образом. Напишем уравнение состояния газа для смеси и для i-го компонента:

$$p_{см} V_{см} = M_{см} R_{см} T;$$

$$p_i V_{см} = M_i R_i T.$$

Разделив второе равенство на первое, получим:

$$p_i = p_{см} m_i \frac{R_i}{R_{см}}, \text{ или } p_i = m_i p_{см} \frac{\mu_{см}}{\mu_i}. \tag{1.21}$$

При расчете газовых смесей часто необходимо определять состав смеси по объемным долям, если известен массовый состав, и наоборот. Установим соответствующие формулы перехода

$$m_i = M_i / M_{см} = k_i \, \mu_i / k_{см} \, \mu_{см},$$

но

$$\frac{k_i}{k_{см}} = \frac{\dfrac{V_i}{(\mu v)_i}}{\dfrac{V_{см}}{(\mu v)_{см}}} = \frac{V_i}{V_{см}} = r_i,$$

тогда:

$$m_i = \frac{r_i \, \mu_i}{\mu_{см}} = \frac{r_i \, \mu_i}{\sum_{i=1}^{i=n} r_i \, \mu_i}; \tag{1.22}$$

$$r_i = \frac{V_i}{V_{см}} = \frac{k_i}{k_{см}} = \frac{\dfrac{M_i}{\mu_i}}{\dfrac{M_{см}}{\mu_{см}}} = \frac{\dfrac{m_i}{\mu_i}}{\sum_{i=1}^{i=n} \dfrac{m_i}{\mu_i}}. \tag{1.23}$$

§ 1.4. Теплоемкость идеальных газов

Под удельной теплоемкостью вещества понимают количество теплоты, которое нужно сообщить или отнять от единицы вещества (1 кг, 1 м^3, 1 моль), чтобы изменить его температуру на 1 градус.

Теоретическими разработками и экспериментальными исследованиями установлено, что теплоемкость идеальных газов не зависит от их

давления, а зависит лишь от его температуры (§ 5.3).

Если теплоемкость относят к 1 кг газа, то ее принято называть массовой теплоемкостью и обозначать буквой c, Дж/(кг·К).

Если теплоемкость относят к 1 м³ (взятому при нормальных условиях) или к 1 молю газа, то ее называют соответственно объемной или молярной и обозначают c' и μc.

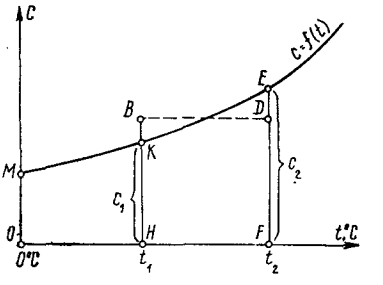


Рис. 1.2. Зависимость истинной теплоемкости газа от температуры

Соотношения между c, c' и μc устанавливаются следующими равенствами:

$$c=\mu c/\mu; \tag{1.24}$$

$$c'=\mu c/22{,}4 \tag{1.25}$$

и

$$c'=c\rho. \tag{1.26}$$

График зависимости теплоемкости от температуры показан на рис. 1.2. Как видим, с повышением температуры газа его теплоемкость растет и каждому значению температуры газа соответствует определенная теплоемкость, называемая истинной теплоемкостью газа, т. е. $c = f(t)$. Эту зависимость в явной форме принято выражать равенством

$$c=a+bt+dt^2+kt^3+\ldots,$$

где a, b, d, k ... — постоянные для каждого газа величины, определяемые на основании экспериментальных или теоретических данных.

Если при температуре t сообщить 1 кг газа бесконечно малое количество теплоты dq, температура газа изменяется также на бесконечно малую величину dt, тогда отношение dq к dt и будет являться истинной теплоемкостью газа при температуре t, т. е. $c = dq/dt$, откуда

$$dq=cdt. \tag{1.27}$$

Очевидно, что количество теплоты q, которое сообщают 1 кг газа при нагревании его от начальной температуры t_1 до конечной температуры t_2, определяют как $\int_{t_1}^{t_2} cdt$, т. е.

$$q=\int_{t_1}^{t_2} cdt. \tag{1.28}$$

Для вычисления этого интеграла необходимо знать вид функции $c = f(t)$. Известно, что интеграл, выраженный уравнением (1.28), графически измеряется площадью под кривой функции $c = f(t)$.

Тогда можно написать

$$q = \int_{t_1}^{t_2} c dt = \text{пл. } KEFH.$$

Если площадь фигуры $KEFH$ заменить площадью равновеликого ей прямоугольника $BDFH$, построенного на том же основании $\overline{HF}$, то высота этого равновеликого прямоугольника $\overline{BH}$ будет соответствовать средней теплоемкости в интервале температур от t_1 до t_2, т. е.

$$q = \int_{t_1}^{t_2} c dt = \text{пл. } BDFH = \overline{HF} \cdot \overline{BH} = (t_2 - t_1) \overset{t_2}{\underset{t_1}{c_m}},$$

где $\overset{t_2}{\underset{t_1}{c_m}}$ — средняя теплоемкость. В дальнейшем будем обозначать ее буквой c_m^*.

Таким образом,

$$q = c_m (t_2 - t_1). \qquad (1.29)$$

Как следует из рис. 1.2, величина c зависит от крайних значений температур t_1 и t_2. Поэтому давать значения c в виде таблиц для различных газов в любом произвольном интервале изменения их температур было бы слишком громоздко и неудобно. Во избежание этого поступают следующим образом.

Площадь фигуры $KEFH$, которая графически соответствует количеству теплоты q при нагревании газа от t_1 до t_2, представляют как разность площадей $OMEF$ и $OMKH$, т. е.

$$q = \text{пл. } KEFH = \text{пл. } OMEF - \text{пл. } OMKH.$$

Площадь $OMEF$ соответствует количеству теплоты, нужной для нагревания газа от температуры 0°С до температуры t_2, а площадь $OMKH$ — количеству теплоты, требуемой для нагревания этого же количества газа от температуры 0°С до температуры t_1. Каждая из этих площадей может быть в свою очередь представлена в виде равновеликих прямоугольников, высоты которых будут соответствовать средним значениям теплоемкостей в интервале изменения температур: для площадей $OMKH$ — от 0°С до t_1 и для площадей $OMEF$ — от 0 °С до t_2, т. е.

$$q = \overset{t_2}{\underset{0\,^\circ\text{C}}{c_m}} t_2 - \overset{t_1}{\underset{0\,^\circ\text{C}}{c_m}} t_1. \qquad (1.30)$$

Последнее равенство дает возможность определить величину q, если будут известны средние теплоемкости c_m от 0°С до любой заданной температуры t, °С. Построенные по значениям средних теплоемкостей (см. прил. 1) кривые отражают нелинейный характер протекания функции $c = f(t)$.

* При расчетах, как правило, используют среднюю теплоемкость, поэтому индекс m обычно не пишут.

В некоторых случаях требуется, пользуясь таблицей теплоемкостей $\overset{t_1}{c_m}$, найти значение теплоемкости $\overset{t_2}{c_m}$. Нетрудно видеть, что для этого можно использовать формулу

$$\overset{t_2}{\underset{t_1}{c_m}} = \frac{\overset{t_2}{c_m}\, t_2 - \overset{t_1}{c_m}\, t_1}{t_2 - t_1} \qquad (1.31)$$

Необходимо отметить, что теплоемкость газов в бо́льшой степени зависит от тех условий, при которых происходят процессы их нагревания или охлаждения. В технике наиболее важное значение имеют процессы, протекающие при постоянном объеме газа (изохорный процесс) и при постоянном давлении газа (изобарный процесс). Эти процессы подробно рассмотрены в гл. 3; здесь же нужно отметить, что в зависимости от этих процессов различают теплоемкость при постоянном объеме (c_v — массовая изохорная теплоемкость, c'_v — объемная изохорная теплоемкость и μc_v — молярная изохорная теплоемкость) и теплоемкость при постоянном давлении (c_p — массовая изобарная теплоемкость, c'_p — объемная изобарная теплоемкость и μc_p — молярная изобарная теплоемкость).

Для изменения температуры одного и того же количества газа на 1° требуется различное количество теплоты в зависимости от того, будет ли находиться газ при постоянном давлении или постоянном объеме. Изобарная теплоемкость всегда больше изохорной, так как для нагрева 1 кг газа на 1° при $p = \text{const}$ часть энергии расходуется на совершение работы, обусловленной расширением газа. Количественное соотношение между c_p и c_v устанавливают с помощью уравнения Р. Майера, вывод которого дан в § 3.1:

$$c_p - c_v = R. \qquad (1.32)$$

Если обе части уравнения (1.32) умножить на молекулярную массу газа μ, получим

$$\mu c_p - \mu c_v = R\mu = 8314 \text{ Дж/(кмоль·К)},$$

откуда

$$\mu c_p = \mu c_v + 8314 \text{ Дж/(кмоль·К)}.$$

Таким образом, разность между молярными изобарной и изохорной теплоемкостями для всех газов — величина постоянная, равная 8314 Дж/(кмоль·К), или 2 ккал/(кмоль·К).

Молекулярно-кинетическая теория теплоемкостей, основанная на предположении о наличии жесткой связи между атомами в молекуле, доказывает, что для газов одинаковой атомности изохорные молярные теплоемкости сохраняют постоянное значение, равное числу степеней свободы перемещения молекул газа (если теплоемкость измеряется в ккал), т. е.:

для одноатомных газов:

$$\mu c_v = 3 \text{ ккал/(кмоль·К)} = 12{,}48 \text{ кДж/(кмоль·К)};$$

$$\mu c_p = 3 + 2 = 5 \text{ ккал/(кмоль·К)} = 20{,}8 \text{ кДж/(кмоль·К)};$$

для двухатомных газов:

$$\mu c_v = 5 \text{ ккал/(кмоль·К)} = 20{,}8 \text{ кДж/(кмоль·К)};$$
$$\mu c_p = 5 + 2 = 7 \text{ ккал/(кмоль·К)} = 29{,}12 \text{ кДж/(кмоль·К)}.$$

Эти значения достаточно хорошо совпадают с экспериментальными данными при температуре 15—20 °С.

Для многоатомных газов такого соотношения не неблюдается, поскольку исходное положение указанной теории о наличии жесткой связи между атомами в молекуле современной наукой не подтверждается. Молекулярно-кинетическая теория теплоемкостей не дает также ответа на вопрос, почему с увеличением температуры теплоемкость газа возрастает. Например, по опытным данным Всесоюзного теплотехнического института (ВТИ), зависимость средней изобарной массовой теплоемкости для воздуха в пределах от 0 до 1500 °С выражается равенством

$$c_p = 0{,}9964 + 0{,}9306 \cdot 10^{-4} t \text{ кДж/(кг·К)}.$$

Правда, если изменения температуры газа невелики, допустимо теплоемкость в пределах процесса изменения состояния газа считать постоянной и принимать ее для одно- и двухатомных газов равной тем значениям, которые дает молекулярно-кинетическая теория газов. Это, естественно, упрощает выводы и расчеты. Так же поступают иногда и с трехатомными газами, принимая для них $\mu c_v = 7$ и $\mu c_p = 9$ ккал/(кмоль·К), что лучше согласуется с опытными данными, вместо $\mu c_v = 6$ и $\mu c_p = 8$ ккал/(кмоль·К), которые дает молекулярно-кинетическая теория теплоемкостей. Молекулярная физика доказывает, что вследствие движения атомов внутри молекулы число степеней свободы перемещения молекулы увеличивается на число возможных связей между атомами в молекуле, т. е. трехатомный газ будет иметь число степеней свободы не 6, а 9, а четырехатомный — 12 и т. д.

Это положение учитывается в квантовой теории, согласно которой теплоемкость является функцией температуры, однако усиление колебательного движения атомов в молекуле оказывается непропорциональным повышению температуры. На основе выводов квантовой теории для определения мольной изохорной теплоемкости идеального газа применяют формулу Эйнштейна

$$\mu c_v = n_1 \frac{R\mu}{2} + \sum_1^{n_2} R\,\mu \frac{\left(\frac{\theta}{T}\right)^2 e^{\theta/T}}{\left(e^{\theta/T} - 1\right)^2}, \qquad (1.33)$$

где n_1 — число степеней свободы поступательного и вращательного движения молекулы; n_2 — число степеней свободы внутримолекулярных колебаний; $\theta = f(\nu)$, здесь ν — число колебаний в 1 с; e — основание натуральных логарифмов; T — температура газа.

В этой формуле количество теплоты, расходуемой на увеличение поступательного и вращательного движения, учитывается первым членом и определяется числом степеней свободы n_1. Количество теплоты, расходуемой на увеличение внутримолекулярных колебаний, учиты-

вается вторым слагаемым и определяется числом степеней свободы n_2. Для получения результатов на основе применения в расчетах молекулярно-кинетической теории теплоемкостей в формуле (1.33) надо отбросить второе слагаемое. Теплоемкость смесей газов будет, очевидно, определяться тем количеством теплоты, которое потребуется для того, чтобы нагреть 1 кг или 1 м^3 газовой смеси на 1°, а это в свою очередь будет определяться тем, что каждый компонент смеси во взятом количестве должен быть нагрет также на 1°, т. е. массовая теплоемкость смеси газов $c_{см}$ определится уравнением

$$c_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} c_i \, m_i, \tag{1.34}$$

где c_i — массовая теплоемкость i-го компонента.

Объемная теплоемкость газовой смеси

$$c'_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} c'_i \, r_i, \tag{1.35}$$

где c'_i — объемная теплоемкость i-го компонента.

ГЛАВА 2. ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

§ 2.1. Понятие о внутренней энергии газа

Внутренней энергией называется совокупность всех видов энергии, которыми обладает любое тело или система тел в данном состоянии, не связанных с движением системы как целого или с наличием внешнего силового поля (гравитационного, электрического, магнитного). Поскольку в технической термодинамике изучаются лишь физические процессы, происходящие в тепловых и холодильных установках, будем рассматривать только те виды внутренней энергии, которые возникают при различных термодинамических процессах изменения состояния газов в зависимости от их основных параметров p, v, T. Внутренняя энергия обозначается буквой U и является функцией этих параметров. Так как основные параметры состояния газа связаны между собой характеристическим уравнением, то внутреннюю энергию можно представить как функцию только двух основных параметров состояния газа, т. е. $U = f_1(p, T)$, или $U = f_2(v, T)$, или $U = f_3(p, v)$.

Вследствие того что температура газа определяет кинетическую энергию поступательного и вращательного движения молекул и энергию внутримолекулярных колебаний, а от давления или объема зависит потенциальная энергия, то внутренней энергией газа и называют сумму перечисленных четырех видов энергии молекул газа. При этом под потенциальной энергией газа понимают энергию, обусловленную силами сцепления между его молекулами. Для данной температуры газа силы сцепления между молекулами зависят от расстояний между ними, определяемых давлением, под которым газ находится, или объемом, который он занимает.

Поскольку в общем случае внутренняя энергия газа является функцией двух основных параметров, а каждому состоянию соответствует вполне определенное их значение, то, следовательно, для каждого состояния газа будет характерна своя однозначная, вполне определенная величина внутренней энергии U, т. е., иначе говоря, U — это также функция состояния газа, и разность внутренних энергий для двух каких-либо состояний рабочего тела или системы тел не будет зависеть от того, каким путем это рабочее тело или система тел будет переходить из первого состояния во второе. Математически разность внутренних энергий для двух состояний рабочего тела записывается так: $U_2 - U_1 = \Delta U$, где ΔU обычно называют изменением внутренней энергии, единица измерения которой, отнесенная к 1 кг газа, будет Дж/кг.

В идеальном газе силы сцепления между молекулами отсутствуют, следовательно, нет и потенциальной энергии, которая обусловлена наличием сил сцепления. Поэтому для идеального газа внутренняя энергия представляет собой функцию только температуры газа и только ею и определяется. Формулы для определения внутренней энергии даны в § 3.1.

§ 2.2. Определение работы газа при его расширении

Рассмотрим процесс изменения состояния 1 кг газа в цилиндре с подвижным поршнем. Предполагается, что газ извне от какого-либо источника может получать теплоту. Если давление газа p, а площадь поршня S, то при действии на шток поршня внешнего усилия $F = pS$ поршень, очевидно, будет находиться в неподвижном состоянии (рис. 2.1). При некотором уменьшении внешнего усилия F поршень за счет разности сил $pS - F$ будет перемещаться вправо. Газ, находящийся под поршнем, начнет расширяться и совершать работу по преодолению внешних сил сопротивления. Задача состоит в том, чтобы дать аналитическое и графическое выражения работы газа при его расширении.

Чтобы иметь возможность при решении поставленной задачи пользоваться зависимостями между параметрами состояния газов и характеристическими уравнениями, справедливыми лишь для равновесных процессов, будем рассматривать такой процесс расширения газа, при котором:

1) поршень перемещается в цилиндре с бесконечно малой скоростью. Это позволяет утверждать, что в каждый данный момент времени по всей массе газа давление будет одинаковым;

2) разность температур между рабочим телом (газом) и источником тепла бесконечно мала. Это позволяет утверждать, что в каждый данный момент времени по всей массе газа температура также будет одинаковой.

При таком процессе расширения газ в каждый рассматриваемый момент времени будет находиться в равновесном состоянии, т. е. давление, плотность и температура газа будут одинаковыми по всей его массе.

Подобные равновесные процессы изменения состояния газа, изучаемые в термодинамике, являются также о б р а т и м ы м и, т. е. такими, при которых рабочее тело проходит через одни и те же промежуточные равновесные состояния как в прямом, так и в обратном направлении, и никаких изменений в рассматриваемой изолированной системе, состоящей из источника теплоты, рабочего тела и приемника механической энергии, после окончания процесса не происходит. Следовательно, в процессе сжатия газа затрачивается столько же работы, сколько ее получается при расширении, и от газа отводится столько же теплоты, сколько было ему сообщено. «Изолированной системы», так же как и «идеального газа», не существует, и это понятие вводят лишь для упрощения изучения ряда процессов изменения состояния газов. Итак, для обратимых процессов необходимы следующие условия:

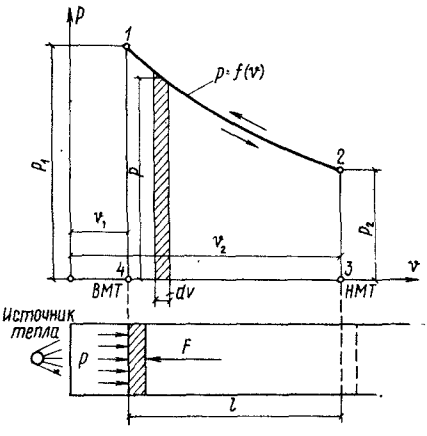


Рис. 2.1. К определению работы расширения газа

1) бесконечно медленное изменение состояния рабочего тела;

2) наличие бесконечно большого числа равновесных состояний рабочего тела;

3) отсутствие внешнего и внутреннего трения между частицами рабочего тела и необратимого теплообмена с окружающей средой;

4) отсутствие химических изменений в рабочем теле.

Все действительные процессы изменения состояния газов являются н е о б р а т и м ы м и, так как все процессы в тепловых установках протекают с конечными скоростями, и поэтому параметры состояния газа не могут быть в каждый момент времени одинаковыми по всей его массе. Например, в процессе сжатия газа в цилиндре наибольшее давление будет в слоях газа, расположенных ближе к днищу поршня, а наименьшее давление — в слоях газа, наиболее удаленных от поршня. Кроме того, при изменении состояния газов, например, в цилиндрах поршневых двигателей внутреннего сгорания изменяется химический состав рабочего тела и, следовательно, газовая постоянная R; происходят потери теплоты с лучеиспусканием и при трении. Типичным примером необратимого процесса является трение. Работа, затрачиваемая на преодоление трения, необратимо превращается в теплоту, выделяющуюся при трении.

Таким образом, необратимые процессы могут протекать только в одном направлении: в этом случае возвращение системы в исходное состояние невозможно. После совершения необратимого процесса рассматриваемая система может быть возвращена в первоначальное положение только при затрате энергии извне. Чем больше отклоняется необратимый процесс от обратимого, тем меньшая часть работы газа пе-

редается к приемнику механической энергии и больше тратится на необратимые потери (трение, теплообмен и т. п.).

Строго говоря, необратимые процессы нельзя изобразить графически, так как уравнение состояния $pV = RT$ нельзя применять для неравновесных состояний. Однако опыт показывает, что при расчетах тепловых установок можно пренебречь неравновесностью состояний без грубых погрешностей и, принимая в качестве давления и температуры газа некоторые средние величины по объему, рассчитывать по ним термодинамические процессы. Результаты исследований обратимых процессов дают возможность выявить условия наивыгоднейшего проведения реальных процессов. Поэтому действительные необратимые процессы изучают, заменяя их такими обратимыми процессами, которые приводят к одинаковым с необратимыми конечным состояниям рабочего тела.

Вернемся теперь к решению поставленной выше задачи по определению работы газа при его расширении. В соответствии с предположением о бесконечно малой скорости перемещения поршня в цилиндре разобьем весь процесс расширения на бесконечно малые элементы с отрезком пути dl поршня в каждом (см. рис. 2.1). Тогда для каждого элементарного отрезка пути перемещения поршня dl элементарная работа dA может быть определена как произведение силы на путь, т. е. $dA = pSdl$, но так как $Sdl = dv$, то

$$dA = pdv. \tag{2.1}$$

Работа, совершаемая 1 кг газа при его расширении, может быть найдена как сумма элементарных работ dA при перемещении поршня на всем пути l, т. е.

$$A = \int_{v_1}^{v_2} pdv. \tag{2.2}$$

Работу, совершаемую при расширении газа, называют также технической.

Для графического определения работы удобно пользоваться диаграммой, на которой по оси абсцисс откладывают значения удельного объема газа v, соответствующие отдельным положениям поршня в цилиндре, а по оси ординат — устанавливающееся при этом давление p (см. рис. 2.1). Если получившиеся на этой диаграмме отдельные точки, каждая из которых характеризует состояние газа в цилиндре при определенном положении поршня, соединить между собой плавной кривой то получится линия *1—2*, характеризующая направление процесса изменения состояния газа в цилиндре при перемещении поршня. Тогда элементарная работа dA графически будет выражена заштрихованной площадкой элементарного прямоугольника с основанием dv и высотой p, а полная работа расширения газа A — площадью под кривой *1—2*, равной сумме элементарных площадок, каждая из которых соответствует dA. Указанное положение непосредственно следует также из уравнения (2.2), в котором подынтегральное выражение представляет собой функцию $p = f(v)$, графически изображаемую кривой

1—2. Следовательно, площадь под этой кривой является графическим выражением интеграла $\int_{v_1}^{v_2} p dv$, т. е. работы A.

Система осей координат, представленная на рис. 2.1, называется *pv*-диаграммой, широко используемой в термодинамике для анализа различных процессов изменения состояния газов. Поэтому работу расширения газа графически изображают в *pv*-диаграмме площадью, ограниченной кривой процесса *1—2**, отрезком оси абсцисс *3—4* и двумя крайними ординатами процесса *2—3* и *4—1*.

Если при изменении состояния газа объем его уменьшается, т. е. совершается сжатие (процесс идет от точки *2* к точке *1*, см. рис. 2.1), то работу A определяют по тому же уравнению (2.2), но при подсчете она получается отрицательной, так как начальный объем в этом случае v_2 будет больше конечного v_1. Физический смысл отрицательной работы состоит в том, что не газ совершает работу, а внешние силы, приложенные к газу, т. е. поршень в цилиндре будет перемещаться за счет внешнего усилия, которое на него действует. Естественно, что для аналитического вычисления работы газа по уравнению (2.2) нужно знать вид функции $p = f(v)$ или, иначе говоря, путь процесса изменения состояния газа.

§ 2.3. Аналитическое выражение первого закона термодинамики

Первый закон термодинамики является основой термодинамической теории и имеет огромное прикладное значение при исследовании термодинамических процессов, так как позволяет установить их энергетические балансы. Первый закон термодинамики фактически является законом сохранения и превращения энергии, отражающим особенности вечно движущейся и вечно изменяющейся материи. Впервые закон сохранения и превращения энергии в четкой форме был установлен М. В. Ломоносовым. Сущность этого закона, как известно, состоит в том, что энергия не создается и не уничтожается, различные формы энергии могут превращаться одна в другую в строго эквивалентных соотношениях. Это позволило Ф. Энгельсу сформулировать закон сохранения и превращения энергии, а следовательно, и первый закон термодинамики, следующим образом: «... любая форма движения способна и вынуждена при определенных для каждого случая условиях превращаться прямо или косвенно в любую другую форму движения»** Это означает, что если 1 кг газа в рассматриваемой системе, которая находится в равновесии с окружающей средой, сообщается q единиц теплоты и при этом изменение внутренней энергии 1 кг газа составляет ΔU, то как бы «исчезнувшее» количество теплоты представится разностью $q - \Delta U$, и если этот килограмм газа совершает количество ра-

* В дальнейшем слова «кривая», «отрезок», соответствующие ходу процесса, будем опускать и писать сокращенно: процесс *1—2*, *2—3* и т. д.

** **Ф. Энгельс.** Диалектика природы. — М.: Госполитиздат, 1969, с. 193.

боты, равное A, то, согласно первому закону термодинамики, должно существовать равенство

$$q - \Delta U = A, \text{ или } q = \Delta U + A. \tag{2.3}$$

Уравнение (2.3) является математической формулировкой первого закона термодинамики для любых процессов, по которому теплота, сообщаемая газу, расходуется на изменение внутренней энергии газа и на совершение газом работы расширения.

В дифференциальной форме, когда 1 кг газа сообщается бесконечно малое количество теплоты dq, уравнение первого закона термодинамики принимает вид

$$dq = dU + dA, \tag{2.4}$$

или

$$dq = dU + pdv. \tag{2.4'}$$

Каждый из трех членов написанных уравнений может быть положительной или отрицательной величиной, а в некоторых случаях равной нулю. Так, в термодинамике принято, что если теплота сообщается рабочему телу, то $dq > 0$; если же теплота отнимается от рабочего тела, то $dq < 0$. При расширении газа, т. е. когда он совершает работу по преодолению сил внешнего сопротивления, $dA > 0$; при сжатии газа конечный объем его меньше начального, а на это затрачивается работа извне и $dA < 0$. Очевидно, при $v = \text{const}$ $dV = 0$ и $A = \int_{v_1}^{v_2} pdv = 0$ и вся теплота, сообщаемая газу, расходуется только на увеличение его внутренней энергии, а отвод теплоты возможен только вследствие уменьшения внутренней энергии, т. е. $q = \Delta U$. Но по уравнению (1.29) $q = c_v (T_2 - T_1)$, тогда:

$$\Delta U = c_v (T_2 - T_1) \tag{2.5}$$

и

$$dU = c_v \, dT. \tag{2.5'}$$

Поскольку изменение внутренней энергии не зависит от характера процесса и для идеального газа внутренняя энергия является функцией только температуры, то формула (2.5) будет общей для определения изменения внутренней энергии идеального газа во всех термодинамических процессах, в которых температура газа изменяется от T_1 до T_2. Очевидно, что при $\Delta U > 0$ $T_2 > T_1$ и при $\Delta U < 0$ $T_2 < T_1$.

Интерес представляет изменение внутренней энергии, а не ее абсолютное значение. Поэтому начало отсчета внутренней энергии не имеет значения. Обычно его принимают или при 0 К, или при 0 °С.

Изменение внутренней энергии реального газа при условии, когда нельзя пренебречь изменением потенциальной энергии молекул, можно определить по таблицам или специальным диаграммам, составленным для этой цели [4].

Величины q и A не являются параметрами состояния газа, как, например, p, v, T, U, так как характеризуют не состояние рабочего тела, а процесс его изменения и зависят от того, каким образом он со-

вершается, т. е. от того, как газ переходит из начального состояния, характеризуемого точкой *1*, в конечное состояние, характеризуемое точкой *2*. Действительно, $A = \int_{v_1}^{v_2} p dv$, т. е. работа определяется видом функции $p = f(v)$ и, как указано в § 2.2, в pv-диаграмме работа измеряется площадью, ограниченной сверху кривой этой функции. Таким образом, работа, совершаемая газом в любом процессе, будет определяться его направлением.

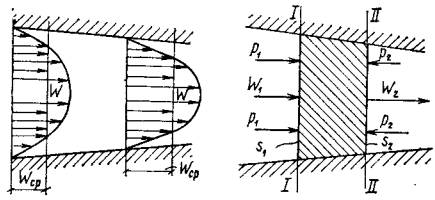


Рис. 2.2. К выводу уравнения первого закона термодинамики для газового потока

Что же касается количества теплоты q, подводимой к газу в процессе изменения его состояния, то из уравнения первого закона термодинамики $q = \Delta U + A$ следует, что правая его часть, куда входит A, зависит от направления процесса. Следовательно, и левая часть этого уравнения, т. е. q, также зависит от направления процесса изменения состояния рабочего тела. Следовательно, теплота q^* и работа A являются функциями процесса изменения состояния рабочего тела.

Уравнение первого закона термодинамики для газового потока и понятие об энтальпии газа. Основные уравнения первого закона термодинамики (2.3) и (2.4) были выведены для процессов, в которых работа расширения газа затрачивалась на преодоление внешних сил и была равна их работе. Изменение кинетической энергии газа при расширении не учитывалось ввиду его незначительности. Такое расширение происходит, например, в поршневых двигателях внутреннего сгорания. В турбинах, реактивных двигателях и других установках, в которых газ перемещается с большой скоростью, пренебрегать изменением кинетической энергии движущихся масс газа нельзя, так как оно является основным слагаемым в энергетическом балансе рабочего тела, и поэтому уравнения первого закона термодинамики (2.3) и (2.4) в этом случае принимают иной вид. Предположим, что по каналу переменного сечения под действием давления движется поток газа (рис. 2.2). При этом будем считать, что:

1) движение газа по каналу установившееся и неразрывное. Это означает, что расход массы газа M в единицу времени будет постоянным для любого сечения канала и для любого момента времени:

$$M = Sw/v = S_1 w_1/v_1 = S_2 w_2/v_2 = \ldots \text{const},$$

где S, S_1, S_2, ..., S_n — площади отдельных поперечных сечений канала; w, w_1, w_2, ..., w_n—скорости газа в рассматриваемых поперечных сечениях; $v, v_1, v_2, \ldots$ ..., v_n — соответствующие удельные объемы газа;

2) скорости по сечению, перпендикулярному оси канала, постоянны. Это допущение равносильно тому, что в каждом сечении берется средняя по расходу скорость;

* В § 5.2 строго математически доказывается, что q не является функцией состояния рабочего тела.

3) трением частичек газа одна о другую и о стенки канала пренебрегаем;

4) поток газа при своем перемещении технической работы не совершает;

5) изменение параметров от сечения I к сечению II мало по сравнению с абсолютными их значениями.

Очевидно, что количество подводимой теплоты q к 1 кг газа на участке между двумя произвольно выбранными сечениями $I—I$ и $II—II$ будет расходоваться на изменение внутренней энергии ΔU, на совершение газом работы (называемой здесь работой проталкивания) против внешних сил A' и на приращение кинетической энергии газа $(w_2^2 - w_1^2)/2 = A_0$, т. е.

$$q = \Delta U + A' + \frac{1}{2}(w_2^2 - w_1^2) = \Delta U + A' - A_0, \tag{2.6}$$

а в дифференциальной форме

$$dq = dU + dA' + \frac{1}{2} dw^2. \tag{2.6'}$$

Уравнения (2.6) и (2.6′) являются математическим выражением первого закона термодинамики для газового потока.

Для определения работы проталкивания рассмотрим газ, находящийся между сечениями $I—I$ и $II—II$. На выделенный объем газа действуют массы газов, находящихся слева и справа от сечений I и II. Воздействие этих масс заменяем соответствующими силами, приложенными в указанных сечениях. В сечении $I—I$ будет действовать сила p_1S_1, а работа, совершаемая в единицу времени этой силой, составит $p_1S_1w_1$. Поскольку работа производится внешними по отношению к выделенному объему газа силами, то, согласно принятым обозначениям, ее нужно считать отрицательной. В свою очередь выделенный объем газа сам совершит положительную работу по проталкиванию лежащих впереди слоев в сечении $II—II$, равную $p_2S_2w_2$. Тогда, принимая во внимание знаки работ, работу проталкивания при перемещении 1 кг газа можно определить по уравнению $A' = p_2S_2l_2 - p_1S_1l_1$, где l_2 и l_1 — пути, пройденные сечениями II и I в 1 с; S_2l_2 и S_1l_1 — секундные объемы 1 кг газа v_2 и v_1.

Тогда

$$A' = p_2 v_2 - p_1 v_1, \tag{2.7}$$

или

$$A' = R(T_2 - T_1). \tag{2.7'}$$

Из уравнений (2.7) и (2.7′) следует, что работа проталкивания 1 кг газа представляет собой функцию только состояния газа, так как она не зависит от направления процесса и зависит лишь от начального и конечного состояний газа.

Подставляя выражение для A' из уравнения (2.7) в уравнение (2.6), получим

$$q = U_2 - U_1 + (p_2 v_2 - p_1 v_1) + \frac{1}{2}(w_2^2 - w_1^2),$$

или

$$q=(U_2+p_2\,v_2)-(U_1+p_1\,v_1)+\frac{1}{2}(w_2^2-w_1^2). \qquad (2.8)$$

Выражение $U+pv$, входящее в это уравнение, является параметром состояния газа, поскольку U и pv для каждого состояния газа имеют вполне определенные значения. Сумму $U+pv$ называют э н т а л ь п и е й г а з а и обозначают буквой i. Энтальпия i, так же как и U, измеряется в Дж/кг. Следовательно,

$$U_1+p_1\,v_1=i_1 \text{ и } U_2+p_2\,v_2=i_2.$$

Тогда уравнение (2.8) примет вид

$$q=i_2-i_1+(w_2^2-w_1^2)/2=i_2-i_1+A_0, \qquad (2.8)$$

а в дифференциальной форме

$$dq=di+wdw. \qquad (2.9)$$

Уравнения (2.8) и (2.9) наряду с уравнениями (2.6) и (2.6′) также являются аналитическими выражениями первого закона термодинамики в применении к газовому потоку и показывают, что теплота, сообщаемая движущемуся газу, расходуется на увеличение его энтальпии и внешней кинетической энергии.

В общем случае поток газа при своем перемещении может совершать и другие виды работ (например, вращать колесо турбины), которые называются техническими и обозначаются $A_{\text{техн}}$. Техническая работа может не только отбираться от потока, но и подводиться к потоку (например, поток может нагнетаться центробежным вентилятором). Составной частью работы потока является также работа по преодолению сил трения на стенках канала $A_{\text{тр}}$. С учетом этого уравнение (2.9) примет вид

$$dq=di+wdw+dA_{\text{техн}}+dA_{\text{тр}}. \qquad (2.10)$$

По своему существу уравнения (2.4) и (2.10) идентичны — они выражают первый закон термодинамики. Приравнивая правые части этих уравнений, получим

$$dU+pdv=di+wdw+dA_{\text{техн}}+dA_{\text{тр}}=d(U+pv)+wdw+dA_{\text{техн}}+dA_{\text{тр}},$$

или

$$dU+pdv=dU+d(pv)+wdw+dA_{\text{техн}}+dA_{\text{тр}},$$

т. е.

$$dA=pdv=d(pv)+wdw+dA_{\text{техн}}+dA_{\text{тр}}.$$

Таким образом, за счет работы расширения газа, движущегося в потоке pdv, осуществляются работы, расходуемые на проталкивание потока $d(pv)$, изменение кинетической энергии потока wdw, техническая работа $dA_{\text{техн}}$ и работа по преодолению сил трения $dA_{\text{тр}}$.

Если поток газа не совершает технической работы ($A_{\text{техн}}=0$), то $wdw=-vdp-dA_{\text{тр}}$.

Для течения потока газа без трения $wdw=-vdp$ это важное соотношение используется при рассмотрении процессов истечения газа (см. § 8.1).

Следует отметить, что введение понятия «энтальпия газа» в значительной мере упрощает расчеты многих термодинамических процессов, вид и структуру некоторых формул и позволяет использовать графический метод исследования процессов, что исключительно широко применяется, особенно при расчете процессов изменения состояния водяного пара. Как параметр состояния газа энтальпия является функцией любых независимых переменных (p, v, T), определяющих его состояние, т. е.:

$$i=\varphi_1(p, v);\ i=\varphi_2(v, T);\ i=\varphi_3(p, T).$$

§ 2.4. Энтропия идеального газа

В теплотехнических расчетах и исследованиях широко используется функция состояния, называемая э н т р о п и е й (от греческого слова tropos — превращение или преобразование). Такое название свидетельствует о том, что эта функция используется для исследования процессов преобразования энергии.

Для ознакомления с сущностью понятия энтропия рассмотрим в pv-диаграмме произвольный обратимый процесс *1—2* изменения состояния газа (рис. 2.3). Разобьем весь процесс от точки *1* до точки *2* на бесконечно большое число бесконечно малых отрезков и будем считать, что температура рабочего тела на каждом элементарном участке процесса ввиду его малости остается неизменной. Для каждого такого участка отношение бесконечно малого количества теплоты dq, подводимой к рабочему телу на этом участке, к температуре T, при которой эта теплота была подведена, dq/T также представляет собой бесконечно малую величину, обозначаемую ds, т. е.

$$dq/T=ds. \tag{2.11}$$

Очевидно, что

$$\int\frac{dq}{T}=\int ds=s+\text{const},$$

где s — энтропия газа, а T^{-1} можно рассматривать как интегрирующий множитель.

Для процесса *1—2* интегральная сумма будет иметь вид

$$\int_1^2 ds=\int_1^2\frac{dq}{T}=s_2-s_1=\Delta s, \tag{2.12}$$

где Δs — изменение энтропии газа.

Подставляя в уравнение (2.12) значение dq из уравнения (2.4), получим изменение энтропии идеального газа для процесса *1—2*, т. е.

$$\Delta s=\int_1^2\frac{dq}{T}=\int_1^2\frac{dU+pdv}{T}=\int_1^2\frac{dU}{T}+\int_1^2\frac{pdv}{T}=\int_1^2\frac{c_v\,dT}{T}+\int_1^2 R\,\frac{dv}{v}.$$

Считая $c_v=\text{const}$, будем иметь

$$\Delta s=c_v\ln\frac{T_2}{T_1}+R\ln\frac{v_2}{v_1}. \tag{2.13}$$

Если в этом равенстве с помощью уравнения (1.11) заменить отношения

$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{T_2}{T_1}\,\frac{p_1}{p_2} \text{ и } \frac{T_2}{T_1}=\frac{p_2}{p_1}\,\frac{v_2}{v_1},$$

получим еще два выражения для Δs как функции параметров T и p или p и v:

$$\Delta s=c_p \ln\frac{T_2}{T_1}-R\ln\frac{p_2}{p_1}; \quad (2.14)$$

$$\Delta s=c_v \ln\frac{p_2}{p_1}+c_p \ln\frac{v_2}{v_1}. \quad (2.15)$$

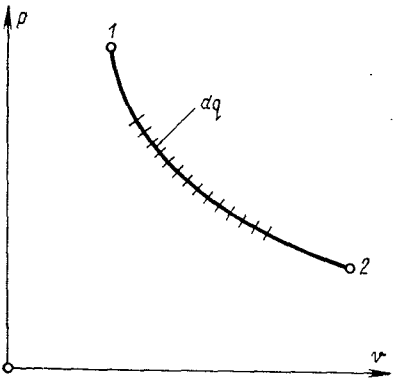


Рис. 2.3. К определению энтропии газа в процессе изменения его состояния

Если отсчитывать значение энтропии от нормального состояния газа, т. е. для состояния *1* считать $v_1 = v_н$, $T_1 = 273$ К, $p_1 = p_н$ и $s_1 = 0$, то для любого состояния идеального газа с параметрами v, T и p значение энтропии $s_2 = s$ по формулам (2.13)—(2.15) будет равно:

$$s=c_v \ln\frac{T}{273}+R\ln\frac{v}{v_н}; \quad (2.13')$$

$$s=c_p \ln\frac{T}{273}-R\ln\frac{p}{p_н}; \quad (2.14')$$

$$s=c_v \ln\frac{p}{p_н}+c_p \ln\frac{v}{v_н} \quad (2.15')$$

Из уравнений (2.13)—(2.15) и (2.13′)—(2.15′) следует, что изменение энтропии газа в процессе Δs и сама энтропия s не зависят от характера процесса изменения состояния газа, а определяются только начальным и конечным состояниями рабочего тела, т. е. энтропия s действительно является функцией состояния и в соответствии с указанными уравнениями может быть выражена как функция любой пары из трех основных параметров состояния газа:

$$s=\varphi_1(T, v); \; s=\varphi_2(T, p); \; s=\varphi_3(p, v).$$

Непосредственно измерить энтропию невозможно. Ее изменение можно определить только расчетным путем: для идеального газа — по уравнениям (2.13)—(2.15), а для любого газа — с помощью дифференциальных уравнений термодинамики (5.14), (5.21) и (5.24). Следует отметить, что при рассмотрении подавляющего числа термодинамических процессов приходится иметь дело не с абсолютной величиной энтропии, а со значением, полученным в результате ее изменения. Из приведенных формул видно, что для измерения энтропии служит единица Дж/(кг·К). Особого названия эта единица не имеет.

Рассмотрим вопрос о практическом использовании энтропии для исследования процессов изменения состояния газов.

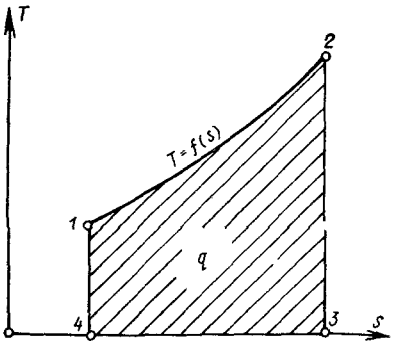


Рис. 2.4. *Ts*-диаграмма

Пусть в прямоугольной системе координат (рис. 2.4) по оси ординат отложена температура T, а по оси абсцисс — энтропия и для какого-либо процесса *1—2* будет известна зависимость $T = f(s)$. Тогда, очевидно, площадь под кривой $T = f(s)$ будет измеряться интегралом $\int_1^2 f(s)\,ds$, т. е. пл. *1—2—3—4* $= \int_1^2 f(s)\,ds = \int_1^2 Tds = q_{1-2}$, так как по уравнению (2.11) $Tds = dq$.

Следовательно, в *Ts*-диаграмме площадь, ограниченная кривой процесса *1—2*, отрезком оси абсцисс *3—4* и двумя крайними ординатами *1—4* и *2—3*, соответствует количеству теплоты в этом процессе.

Из уравнения (2.11) следует также, что если $ds > 0$, то $dq > 0$, поскольку температура T — это величина существенно положительная. Соответственно если $ds < 0$, то и $dq < 0$. Таким образом, если в процессе изменения состояния газа энтропия уменьшается ($\Delta s < 0$), следовательно, теплота отводится от газа и, наоборот, если энтропия возрастает ($\Delta s > 0$), то это значит, что теплота сообщается газу. При этом количество подводимой или отводимой теплоты графически определяется площадью под кривой процесса в *Ts*-диаграмме. В этом состоит важнейшее практическое значение энтропии s, что позволяет упростить и в то же время сделать более наглядным исследование процесса изменения состояния газа.

ГЛАВА 3. ПРОЦЕССЫ ИЗМЕНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

§ 3.1. Частные процессы изменения состояния газов

Исследования термодинамических процессов, происходящих под влиянием тех или иных причин, проводятся по двум направлениям:

1) устанавливают закономерность изменения состояния газа;

2) выявляют особенности превращения энергии.

При изучении изменения состояния газа выводят уравнение процесса и устанавливают соотношения между параметрами состояния газа. Кроме того, определяют количество теплоты, подводимой к газу, изменение его внутренней энергии и внешнюю работу, совершаемую газом.

Часто встречаются такие процессы изменения состояния газов, которые протекают в условиях, ограничивающих характер изменения их состояния, например процессы, происходящие:

1) при постоянном объеме рабочего тела (изохорный);
2) при постоянном давлении рабочего тела (изобарный);
3) при постоянной температуре рабочего тела (изотермический);
4) при отсутствии теплообмена между рабочим телом и внешней средой (адиабатный).

Изохорный процесс. Примером изохорного процесса может служить нагревание или охлаждение газа в закрытом сосуде. Уравнение процесса будет иметь вид $v = \text{const}$. Если точка *1* характеризует начальное состояние газа, то при нагревании конечное состояние газа, в соответствии с законом Шарля, будет характеризоваться точкой *2*, расположенной выше точки *1*, а при охлаждении — точкой *2'*, расположенной ниже точки *1* (рис. 3.1). Соотношения между параметрами газа в процессе будут определяться уравнением (1.7), в соответствии с которым $p_1/T_1 = p_2/T_2$. Если $v = \text{const}$, то $dv = 0$, и тогда $A_v = \int_{v_1}^{v_2} pdv = 0$. Это значит, что в изохорных процессах теплота, сообщаемая газу, идет только на увеличение его внутренней энергии, а отвод теплоты возможен только за счет уменьшения внутренней энергии, т. е.

$$q_v = \Delta U = c_v (T_2 - T_1).$$

При наличии M, кг, или V, м^3, газа

$$Q_v = Mc_v (T_2 - T_1) = V_{\text{норм}} c'_v (T_2 - T_1). \qquad (3.1)$$

Изменение энтропии в изохорном процессе в соответствии с уравнениями (2.13) и (2.15) определяют по равенству

$$\Delta s_v = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} = c_v \ln \frac{p_2}{p_1}. \qquad (3.2)$$

В Ts-диаграмме это уравнение изображается логарифмической кривой, направленной выпуклостью к оси абсцисс (рис. 3.1). В процессе *1—2* энтропия возрастает, следовательно, теплота сообщается газу и он нагревается, а в процессе *1—2'* картина противоположная. Площадь под кривой процесса графически изображает количество теплоты q_v.

Изобарный процесс. Уравнение изобарного процесса в pv-координатах $p = \text{const}$, а его график в pv-диаграмме представляет собой горизонтальную прямую (рис. 3.2).

Если точка *1* характеризует начальное состояние газа, процесс изобарного расширения будет представлен линией *1—2*, а изобарного сжатия — линией *1—2'*.

В соответствии с законом Гей-Люссака для процесса *1—2* можно написать

$$v_1/T_1 = v_2/T_2.$$

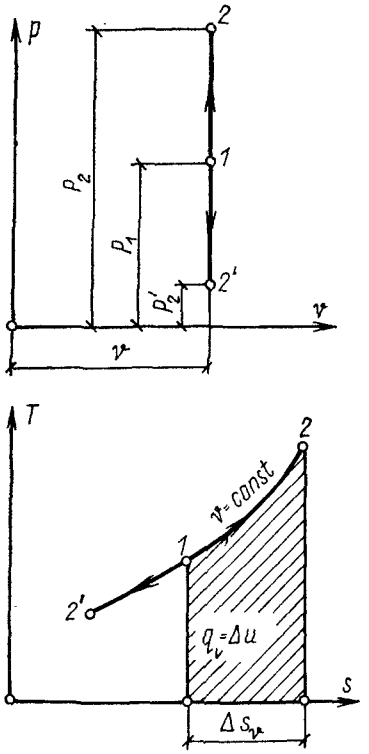


Рис. 3.1. Изохорный процесс изменения состояния газа в pv- и Ts-диаграммах

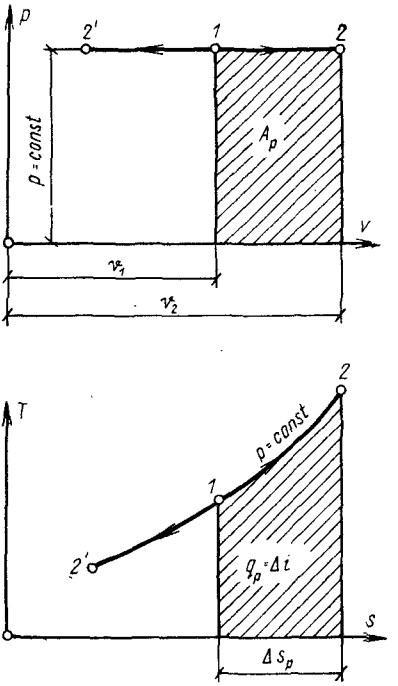


Рис. 3.2. Изобарный процесс изменения состояния газа в pv- и Ts-диаграммах

Изменение внутренней энергии идеального газа в изобарных процессах определяют по формуле (2.5), а внешнюю работу газа — по общей формуле для работы расширения газа

$$A_p = \int_{v_1}^{v_2} p dv = p \int_{v_1}^{v_2} dv = p (v_2 - v_1),$$

или

$$A_p = R (T_2 - T_1) = R\Delta T.$$

Если допустить, что в изобарном процессе 1 кг газа нагревается на 1°, то $A_p = R$. Отсюда видно, что газовая постоянная R представляет собой работу, производимую в изобарном процессе 1 кг газа при его нагревании на 1°.

Теплота, сообщаемая газу в изобарном процессе, может быть выражена через теплоемкость c_p уравнением

$$q_p = c_p (T_2 - T_1) \text{ или } dq = c_p dT. \quad (3.3)$$

При наличии M, кг, или V, м³, газа

$$Q_p = Mc_p (T_2 - T_1) = V_{\text{норм}} c'_p (T_2 - T_1). \quad (3.4)$$

Изменение энтропии для процесса $p = \text{const}$ определяется из уравнений (2.14) и (2.15) по равенству

$$\Delta s_p = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} = c_p \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (3.5)$$

В Ts-диаграмме это уравнение изображается логарифмической кривой, направленной выпуклостью к оси абсцисс (рис. 3.2). В процессе $1-2$ энтропия возрастает, т. е. теплота сообщается газу. Количество подведенной теплоты графически изображается площадью под кривой процесса.

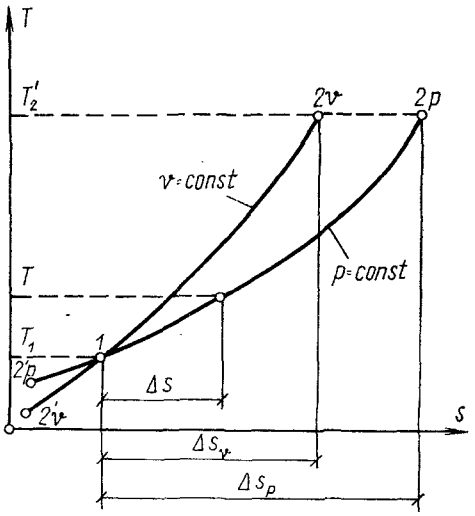


Рис. 3.3. Изохорный и изобарный процессы в Ts-диаграмме

Из сопоставления уравнений (3.2) и (3.5) следует, что для одинакового интервала изменения температур (от T_1 до T_2) $\Delta s_p > \Delta s_v$, так как $c_p > c_v$. Это означает, что в Ts-диаграмме изохора всегда круче изобары (рис. 3.3).

В соответствии с уравнением первого закона термодинамики имеем

$$dq_p = c_v\, dT + pdv = c_v\, dT + RdT = c_p\, dT.$$

Сокращая на dT обе части равенства, получим уравнение Майера $c_p - c_v = R$, которое было уже использовано в § 1.3.

Если уравнение первого закона термодинамики для процесса $p = \text{const}$ написать в виде

$$q_p = \Delta U + p\,(v_2 - v_1) = (U_2 + pv_2) - (U_1 + pv_1),$$

то получим

$$q_p = c_p\,(T_2 - T_1) = i_2 - i_1 \quad (3.6)$$

$$\text{и } i = c_p\, T. \quad (3.6')$$

Формула (3.6) показывает, что теплота, сообщаемая идеальному газу в изобарном процессе, увеличивает его энтальпию. В дифференциальной форме уравнение для идеального газа принимает вид

$$dq_p = di = c_p\, dT. \quad (3.6'')$$

Это уравнение можно получить также исходя из математического определения энтальпии i.

Действительно, поскольку $i = U + pv$ или $di = dU + d\,(pv)$, то, заменяя $pv = RT$, получим

$$di = dU + d\,(RT) = dU + RdT = c_v\, dT + RdT.$$

или

$$di = (c_v + R)\, dT = c_p\, dT = dq_p.$$

Уравнение (3.6″) показывает, что di представляет собой элементарное количество теплоты, сообщаемой телу при нагревании в изобарном процессе, поэтому величину i назвали энтальпией (от греческого слова enthálpo — нагревание). В теплотехнических расчетах всегда необходимо знать изменение энтальпии, поэтому начало ее отсчета не имеет значения. Вообще же его принимают при 0 К или 0 °С.

Пользуясь понятием энтальпии газа, можно дать еще одно математическое написание уравнения первого закона термодинамики. Действительно, $i = U + pv$ и $di = dU + d(pv)$, или $di = dU + pdv + vdp$, но $dU + pdv = dq$, тогда

$$di = dq + vdp,$$

или

$$dq = di - vdp \tag{3.7}$$

и

$$q = \Delta i - \int_{p_1}^{p_2} vdp. \tag{3.7'}$$

Изотермический процесс. Уравнение этого процесса для идеального газа выражает закон Бойля—Мариотта ($pv = const$). График изотермического процесса в pv-диаграмме, как показывает его уравнение, будет изображаться равнобокой гиперболой, называемой изотермой. В Ts-диаграмме изотерма является прямой, параллельной оси абсцисс (рис. 3.4).

Процесс расширения *1—2* в Ts-диаграмме изображается прямой, идущей вправо, поскольку расширение газа при постоянной его температуре возможно лишь при подводе теплоты к газу.

Работа процесса $A_т$ может быть определена из общего выражения для работы газа при его расширении $A = \int_{v_1}^{v_2} pdv$. Заменяя по уравнению состояния газа $p = RT/v$, находим

$$A_т = RT \ln \frac{v_2}{v_1} \tag{3.8}$$

Количество теплоты $q_т$ в Ts-диаграмме изображается площадью прямоугольника с высотой T и основанием $\Delta s_т$, т. е. $q_т = T\Delta s_т$, где изменение энтропии $\Delta s_т$ может быть найдено из уравнений (3.9) и (3.10) путем подстановки $T_1 = T_2$, что дает:

$$\Delta s_т = R \ln \frac{v_2}{v_1}; \tag{3.9}$$

$$\Delta s_т = R \ln \frac{p_1}{p_2}. \tag{3.10}$$

Тогда

$$q_т = T\Delta s_т = RT \ln \frac{v_2}{v_1} = RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \tag{3.11}$$

Так как изменение внутренней энергии ΔU в изотермическом процессе идеального газа равно нулю, то $A_т = q_т$; это также следует из сравнения формул (3.8) и (3.11).

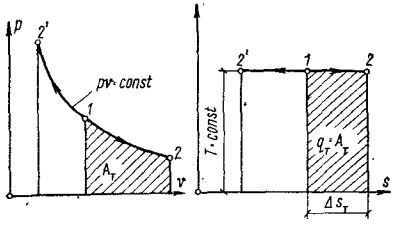


Рис. 3.4. Изотермический процесс изменения состояния газа в *pv*- и *Ts*-диаграммах

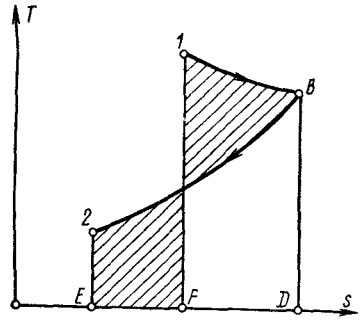


Рис. 3.5. К доказательству недостаточности условия $q=0$ для адиабатного процесса

Адиабатный процесс. Адиабатными, как уже отмечалось, называются процессы изменения состояния, происходящие без подвода и отвода теплоты от газа, т. е. когда $dq = 0$. При этом разумеется, что и $q = 0$. Однако не всякий процесс, для которого $q = 0$, будет адиабатичен. Возможны процессы, на одной стадии которых теплота подводится, а на другой в том же количестве отводится. Например, для процесса *1—B—2* (рис. 3.5) $q = 0$, так как подводимое количество теплоты, измеряемое площадью *1—B—D—F*, равно отводимому количеству теплоты, измеряемому площадью *B—D—E—2*. Процесс *1—B—2* не является адиабатным, ибо он происходит при непрерывном теплообмене с внешней средой: энтропия газа в процессе все время изменяется — в начале процесса возрастает, а потом уменьшается. В результате s уменьшается на величину, измеряемую отрезком *EF*.

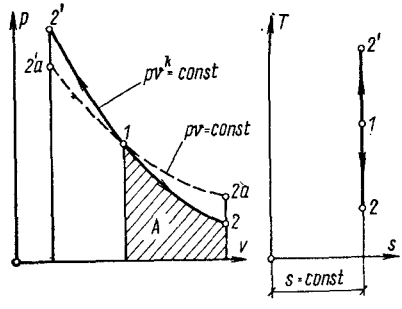


Рис. 3.6. Адиабатный процесс изменения состояния газа в *pv*- и *Ts*-диаграммах

Таким образом, необходимым и достаточным условием адиабатного процесса является аналитическое выражение $dq = 0$, означающее, что в процессе совершенно отсутствует теплообмен. При $dq = 0$ для обратимых процессов из уравнения (2.11) следует, что $Tds = 0$, т. е. $ds = 0$, а это значит, что для обратимых адиабатных процессов $s = \text{const}$. Иными словами, обратимый адиабатный процесс является в то же время изоэнтропным и в *Ts*-диаграмме обратимая адиабата будет графически изображаться прямой линией, параллельной оси *T*. Площадь под кривой процесса будет отсутствовать, т. е. $q = 0$ (рис. 3.6).

Чтобы графически можно было изобразить адиабату в *pv*-диаграмме, нужно установить соотношение между давлением и объемом при

адиабатном процессе, т. е. нужно знать уравнение адиабаты. Его можно вывести несколькими способами: например, из уравнения (2.15), приравняв Δs нулю, или из уравнения первого закона термодинамики. Действительно, по уравнению (2.4) имеем $dq = dU + dA = 0$ или $c_v dT + pdv = 0$; для идеального газа $pv = RT$ и $dT = \frac{1}{R}(pdv + vdp)$.

Тогда

$$\frac{c_v}{R}(pdv + vdp) + pdv = 0;\ pdv + vdp + \frac{R}{c_v} pdv = 0$$

или

$$\left(1 + \frac{R}{c_v}\right) pdv + vdp = \frac{R + c_v}{c_v} pdv + vdp = \frac{c_p}{c_v} pdv + vpd = 0.$$

Обозначив отношение $c_p/c_v = k$, получим $kpdv + vdp = 0$. Разделив это равенство на pv, будем иметь $k\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0$ или после интегрирования $k \ln v + \ln p = \text{const}$ и окончательно, потенцируя это выражение, будем иметь уравнение адиабаты

$$pv^k = \text{const}, \tag{3.12}$$

где k — показатель адиабаты (изоэнтропы); если считать теплоемкости c_p и c_v постоянными, k равен:

для одноатомных газов $k = \mu c_p/\mu c_v = 20{,}8/12{,}48 = 1{,}67$;
для двухатомных газов $k = \mu c_p/\mu c_v = 29{,}12/20{,}8 = 1{,}4$;
для трех- и многоатомных газов $k = \mu c_p/\mu c_v = 37{,}6/29{,}3 = 1{,}29$.

Соотношения между параметрами T и v и параметрами p и T для адиабатного процесса можно получить из уравнений (2.13) и (2.14), принимая в них $\Delta s = 0$, или из уравнения адиабаты $pv^k = \text{const}$, заменив соответственно p на T и v на T по уравнению (1.11). Например,

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k \text{ или } \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k, \text{ но } \frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2}\frac{T_2}{T_1}.$$

Тогда

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} \text{ или } Tv^{k-1} = \text{const}. \tag{3.13}$$

Аналогично получается зависимость

$$T^k p^{1-k} = \text{const}. \tag{3.14}$$

Работа в адиабатном процессе может быть определена из уравнения первого закона термодинамики

$$q = \Delta U + A = 0.$$

При

$$c_v = \text{const} \quad A = -\Delta U = c_v (T_1 - T_2)$$

или

$$A = \frac{c_v}{R}(p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

Заменяя

$$c_v/R = c_v/(c_p - c_v) = 1/(k-1),$$

получим

$$A = \frac{1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2). \tag{3.15}$$

Заменяя в этом уравнении p_1v_1 на RT_1 и p_2v_2 на RT_2, получим

$$A = \frac{R}{k-1}(T_1 - T_2). \tag{3.16}$$

Вынося в уравнении (3.15) p_1v_1 за скобки, будем иметь

$$A = \frac{p_1 v_1}{k-1}\left(1 - \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1}\right),$$

но

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{1}{k}}$$

тогда

$$A = \frac{p_1 v_1}{k-1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]. \tag{3.17}$$

§ 3.2. Политропный процесс изменения состояния газов

Политропными называют процессы, в которых теплоемкость имеет любое, но постоянное на протяжении всего процесса значение. Следовательно, в любом политропном процессе распределение теплоты между значениями, характеризующими изменение внутренней энергии и работу газа, остается неизменным, т. е. отношение $dU/dq = c_v dT/cdT = c_v/c = \text{const}$, где c — постоянная для данного процесса теплоемкость газа. Уравнение для политропного процесса изменения состояния газа можно получить исходя из уравнения первого закона термодинамики:

$$dq = c_v\, dT + pdv.$$

Тогда

$$cdT = c_v\, dT + pdv \text{ или } (c - c_v)\, dT - pdv = 0.$$

Подставляя dT из уравнения состояния для идеального газа $dT = \frac{1}{R}(pdv + vdp)$, получим:

$$(c - c_v)\frac{1}{R}(pdv + vdp) - pdv = 0$$

или

$$cpdv + cvdp - c_v pdv - c_v\, vdp - Rpdv = 0.$$

Сгруппировав слагаемые, содержащие произведения vdp и pdv, после кратких алгебраических преобразований будем иметь

$$(c-c_p)\,pdv+(c-c_v)\,vdp=0.$$

Разделив это равенство на $(c-c_v)$ и обозначив $(c-c_p)/(c-c_v)=n$, найдем $npdv+vdp=0$. Разделив это равенство на pv, после интегрирования и последующего потенцирования получим

$$pv^n=\text{const}. \tag{3.18}$$

Уравнение (3.18) называется уравнением политропного или обобщающего процесса изменения состояния газа. Величина $n=(c-c_p)/(c-c_v)$ называется показателем политропы. В том, что политропный процесс действительно является обобщающим, нетрудно убедиться, представив все рассмотренные ранее процессы как частные случаи процесса $pv^n=\text{const}$. Например, для изобарного процесса уравнение политропы преобразуется в уравнение $p=\text{const}$ при $n=0$; для изотермы идеального газа $n=1$ ($pv=\text{const}$ при $T=\text{const}$); для адиабатного процесса $n=k$ ($pv^k=\text{const}$) и, наконец, для изохорного процесса $n=\pm\infty$. В последнем нетрудно убедиться, если уравнение (3.18) возвести в степень $1/n$, т. е. $(pv^n)^{1/n}=\text{const}$, или $p^{1/n}v=\text{const}$, тогда при $n\to\pm\infty$ $\frac{1}{n}\to 0$ и $v=\text{const}$.

Помимо названных четырех процессов можно представить бесконечное множество процессов изменения состояния газов, описываемых уравнением $pv^n=\text{const}$, в каждом из которых показатель n принимает постоянное для данного процесса значение в пределах от $+\infty$ до $-\infty$.

Соотношения между параметрами T и v и параметрами p и T для политропного процесса устанавливаются так же, как в адиабатном процессе, и имеют вид:

$$Tv^{n-1}=\text{const}; \tag{3.19}$$

$$T^n\,p^{1-n}=\text{const}. \tag{3.20}$$

Зависимость теплоемкости газа от показателя политропы может быть получена в явном виде из равенства

$$n=(c-c_p)/(c-c_v),$$

откуда

$$nc-nc_v=c-c_p \text{ или } c\,(n-1)=c_v\left(n-\frac{c_p}{c_v}\right)$$

и окончательно

$$c=c_v\frac{n-k}{n-1} \tag{3.21}$$

Если в формулу (3.21) подставить значение n для частных процессов изменения состояния газа, получим:

для изохорного процесса $n=\infty$, $c=c_v\dfrac{1-(k/n)}{1-(1/n)}=c_v$;

для изобарного процесса $n = 0$, $c = kc_v = c_p$;
для изотермического процесса $n = 1$; $c = \infty$;
для адиабатного процесса $n = k$; $c = 0$.

Представляет интерес теплоемкость газа в тех политропных процессах, для которых $1 < n < k$. В этом случае знаки числителя и знаменателя в уравнении (3.21) будут разными и теплоемкость c получится отрицательной, но так как $c = dq/dT$, то это значит, что dq и dT имеют разные знаки. Здесь возможны два случая:

1) $dq > 0$, т. е. газу сообщается теплота, а $dT > 0$ — значит температура газа снижается;

2) $dq < 0$, т. е. теплота от газа отводится, а $dT > 0$ означает, что температура газа повышается.

На первый взгляд оба этих случая несколько необычны, но они просто объясняются с помощью уравнения первого закона термодинамики $q = \Delta U + A$: теплоемкость будет отрицательной для тех процессов, в которых $A > q$ (по абсолютной величине). В первом случае $dq > 0$, следовательно, к газу подводится теплота q, а внешняя работа A, совершаемая газом, оказывается больше q, тогда, очевидно, часть работы $(A - q)$ будет осуществляться за счет ΔU, т. е. внутренняя энергия будет уменьшаться, а следовательно, температура газа понизится.

Во втором случае $dq < 0$, т. е. при сжатии газа работа A переходит в эквивалентную ей теплоту, а так как от газа отводится количество теплоты $q < A$, то излишек работы $(A - q)$ расходуется на увеличение его внутренней энергии ΔU, а значит, и температуры, т. е. $dT > 0$.

Оба эти случая наблюдаются во многих тепловых двигателях, ибо происходящие в них процессы являются политропными с показателем $1 < n < k$, и в процессах сжатия рабочего тела отвод теплоты от него сопровождается повышением температуры рабочего тела, а в процессах расширения, несмотря на подвод теплоты, — ее понижением.

Работа в политропном процессе может быть определена из общего выражения (2.2):

$$A = \int_{v_1}^{v_2} p dv.$$

Заменяя $p = p_1 v_1^n / v^n$ по уравнению политропы, получим:

$$A = \int_{v_1}^{v_2} p_1 v_1^n \frac{dv}{v^n} = p_1 v_1^n \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v^n} = \left| v^{1-n} \right|_{v_1}^{v_2} \frac{p_1 v_1^n}{1-n},$$

или

$$A \quad \frac{p_1 v_1^n}{n-1} \left[\frac{1}{v_1^{n-1}} - \frac{1}{v_2^{n-1}} \right] = \frac{1}{n-1} \left[\frac{p_1 v_1^n}{v_1^{n-1}} - \frac{p_2 v_2^n}{v_2^{n-1}} \right],$$

откуда

$$A = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2). \qquad (3.22)$$

По аналогии с выводом формул (3.16) и (3.17) можно получить

$$A=\frac{R}{n-1}(T_1-T_2) \qquad (3.22')$$

и

$$A=\frac{p_1 v_1}{n-1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]. \qquad (3.22'')$$

Количество теплоты q в политропном процессе изменения состояния газа может быть определено из соотношения

$$q=c\,(T_2-T_1) \text{ или } q=c_v\frac{n-k}{n-1}(T_2-T_1). \qquad (3.23)$$

Изменение энтропии Δs для политропных процессов можно определить по общим формулам для Δs (2.13)—(2.15) или по более простому уравнению:

$$ds=\frac{dq}{T}=\frac{cdT}{T}=c_v\frac{n-k}{n-1}\frac{dT}{T};$$

$$\Delta s=s_2-s_1=\int_1^2 ds=c_v\frac{n-k}{n-1}\int_1^2\frac{dT}{T};$$

$$\Delta s=c_v\frac{n-k}{n-1}\ln\frac{T_2}{T_1}. \qquad (3.24)$$

Уравнения для определения Δs показывают, что политропа в Ts-диаграмме является логарифмической кривой, вид и положение которой зависят от показателя n. В отдельных случаях, например для изотермы ($n=1$) и адиабаты ($n=k$), политропа изображается прямой линией. Расположение типичных групп политроп в pv- и Ts-диаграммах дано ниже.

Для установления количественных соотношений между отдельными составляющими энергетического баланса в различных процессах изменения состояния газов удобно ввести коэффициенты a и b, равные соответственно $\Delta U/q$ и A/q и показывающие долю теплоты, расходуемой в рассматриваемом процессе на изменение внутренней энергии газа, и долю теплоты, расходуемой на совершение внешней работы.

Естественно, что $a+b=1$, а общие выражения для этих коэффициентов в политропном процессе получаются следующими:

$$\left.\begin{aligned} a&=\frac{\Delta U}{q}=\frac{c_v(T_2-T_1)}{c\,(T_2-T_1)}=\frac{n-1}{n-k};\quad a=\frac{n-1}{n-k},\\ b&=\frac{A}{q}=1-a=1-\frac{n-1}{n-k}=\frac{1-k}{n-k};\quad b=\frac{1-k}{n-k}\end{aligned}\right\} \qquad (3.25)$$

Тогда для частных процессов изменения состояния газов эти коэффициенты будут равны:

для изохорного процесса ($n = \infty$)

$$a = 1; \quad b = 0;$$

для изобарного процесса ($n = 0$)

$$a = 1/k; \quad b = (k-1)/k;$$

для изотермического процесса ($n = 1$)

$$a = 0; \quad b = 1.$$

При рассмотрении адиабатного процесса коэффициенты a и b не используют, так как $q = 0$. Введение коэффициентов a и b позволяет определить политропный процесс как такой, в котором доля теплоты, расходуемой на изменение внутренней энергии, остается постоянной.

Выводы, сделанные при рассмотрении различных процессов изменения состояния газов, можно представить в виде таблицы (табл. 3.1).

ТАБЛИЦА 3.1. **ЗНАЧЕНИЯ** n, c, a, b **ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ПРОЦЕССОВ**

Процесс	n	c	a	b
Изохорный	$\pm\infty$	c_v	1	0
Изобарный	0	c_p	$\frac{1}{k}$	$\frac{k-1}{k}$
Изотермический	1	∞	0	1
Адиабатный	k	0	—	—
Политропный	n	$c_v \frac{n-k}{n-1}$	$\frac{n-1}{n-k}$	$\frac{1-k}{n-k}$

Для определения закона, по которому в pv- и Ts-диаграммах располагаются политропы, выходящие из одной точки, рассмотрим графики частных процессов изменения состояния газов в указанных диаграммах. Из этих графиков (рис. 3.7) следует, что в pv-диаграмме политропы при расширении газа располагаются тем круче, чем больше их показатель n. При сжатии газа наблюдается обратная закономерность: политропы, выходящие из одной точки, располагаются тем более полого, чем меньше их показатель n. При $0 < n < \infty$ политропы имеют в pv-диаграмме гиперболический характер. При $-\infty < n < 0$ политропы в pv-диаграмме представляют собой кривые (обозначены пунктиром на рис. 3.7), проходящие через начало координат, причем при $n > -1$ кривая направлена выпуклостью вверх, а при $n < -1$ — вниз; при $n = -1$ политропа представляет собой прямую линию.

Из приведенных графиков следует, что положительная работа будет совершаться во всех тех политропных процессах, для которых точка

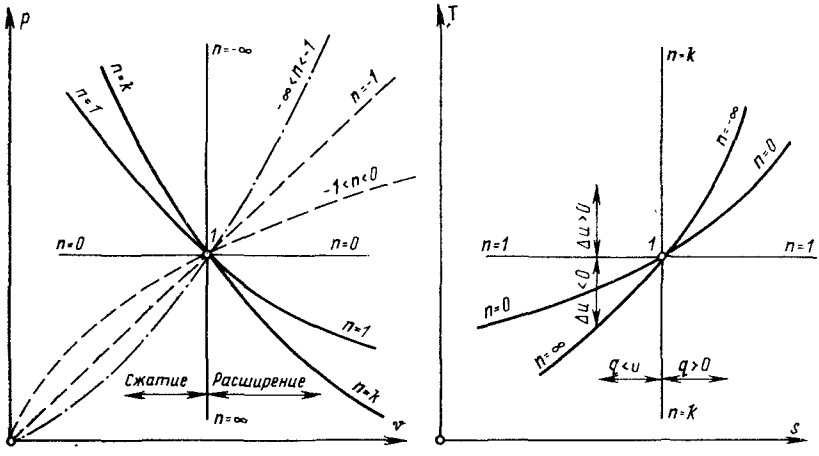


Рис. 3.7. Совмещенные графики процессов изменения состояиия газов в *pv*- и *Ts*-диаграммах

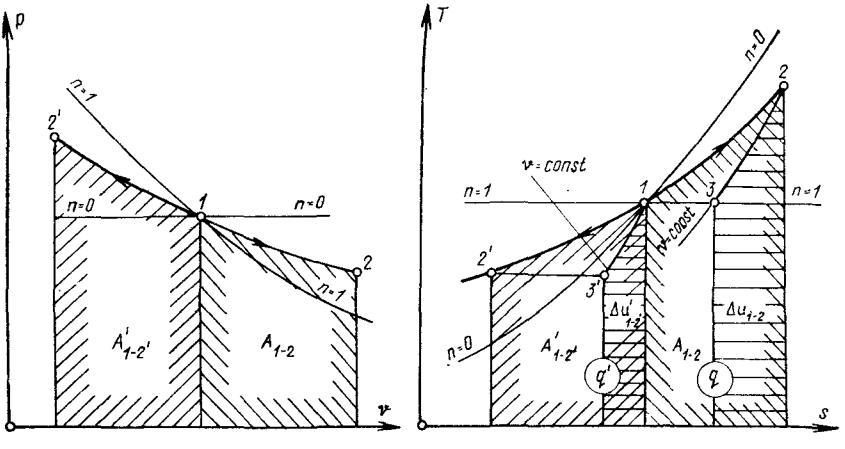


Рис. 3.8. Политропиый процесс изменения состояния газа при $0 \leqslant n \leqslant 1$ в *pv*- и *Ts*-диаграммах

2 будет располагаться правее точки *1* в *pv*-диаграмме; количество теплоты будет положительным, т. е. оно будет сообщаться газу во всех политропных процессах, для которых точка *2* будет располагаться правее точки *1* в *Ts*-диаграмме ($\Delta s > 0$), и, наконец, внутренняя энергия будет возрастать ($\Delta U > 0$) для всех политропных процессов, у которых точка *2* будет располагаться выше точки *1* в *Ts*-диаграмме.

Для всех процессов, происходящих в различных установках, показатель политропы n изменяется в пределах от 0 до ∞, и в зависимости от знаков q, A, ΔU и от показателя n все политропные процессы

можно разделить на три группы, для каждой из которых характерны определенные закономерности.

Первая группа ($0 \leqslant n \leqslant 1$). Построим в *pv*- и *Ts*-диаграммах политропные процессы с предельными значениями показателя n данной группы. Тогда в *pv*-диаграмме политропа расширения *1—2* и политропа сжатия *1—2'* пройдут соответственно между изобарой и изотермой расширения и между изобарой и изотермой сжатия (рис. 3.8). Поскольку процессы расширения при $p = \text{const}$ и $T = \text{const}$ могут осуществляться лишь с подводом теплоты, то естественно, что и политропа *1—2*, расположенная между ними, в *Ts*-диаграмме пойдет вправо, т. е. $s_2 > s_1$. Температура рабочего тела в изобарном процессе расширения растет и во всех процессах расширения, лежащих ниже изобары в *pv*-диаграмме, но выше изотермы расширения температура также будет возрастать, так как подводимая теплота будет расходоваться кроме работы и на увеличение внутренней энергии. Следовательно, в *Ts*-диаграмме $T_2 > T_1$, т. е. точка *2* лежит выше точки *1*.

Проводя из точки *2* изохору до пересечения с изотермой из точки *1*, получим в *Ts*-диаграмме графическое изображение ΔU для процесса *1—2**. Таким образом, в политропном процессе *1—2* величины A, q и ΔU *будут положительны, и по уравнению первого закона термодинамики* получим $q = \Delta U + A$. Графически работа выразится как разность площадей под кривой процесса *1—2* и изохорой *2—3* в *Ts*-диаграмме, и распределение теплообмена для процесса *1—2* можно условно представить так:

$$q \nearrow A \quad q \searrow \Delta U.$$

Для политропного процесса сжатия *1—2'* работа A', теплота q' и изменение внутренней энергии $\Delta U'$ будут отрицательны, следовательно, $-q' = -\Delta U' - A'$ или $\Delta U' + A' = q'$, т. е.

$$\Delta U' \searrow \quad A' \nearrow q'$$

Вторая группа ($1 < n \leqslant k$). Границами рассматриваемого случая политропных процессов в *pv*- и *Ts*-диаграммах будут изотерма ($n = 1$) и адиабата ($n = k$). В *pv*-диаграмме политропа расширения *1—2* и политропа сжатия *1—2'* пройдут соответственно между изотермой и адиабатой расширения и между изотермой и адиабатой сжатия (рис. 3.9). Изотермический процесс расширения может происходить только с подводом теплоты, и все процессы, расположенные ниже изотермы расширения, но выше адиабаты расширения, также требуют подвода теплоты, и только на нижней границе (адиабате) процесс расширения будет происходить без подвода теплоты. Следовательно, политропа *1—2* в *Ts*-диаграмме пойдет вправо, т. е. $s_2 > s_1$.

* $T_1 = T_3$ по построению, поэтому $\Delta U_{1-2} = \Delta U_{2-3} = q_{2-3}$, которое в *Ts*-диаграмме графически изображается площадью под изохорой *2—3*.

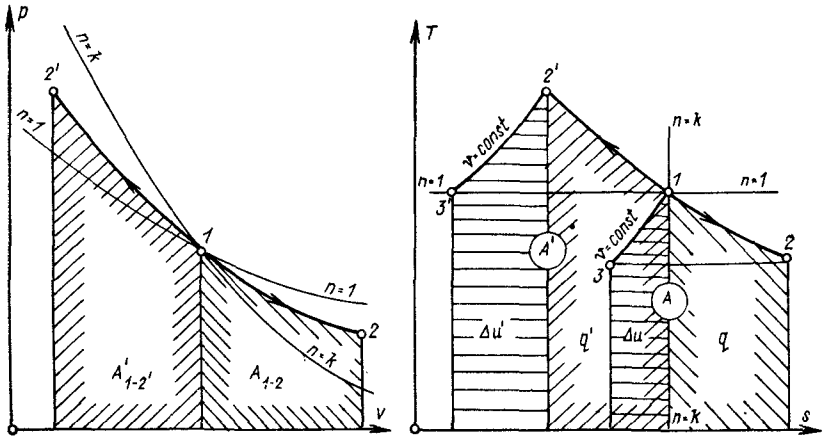


Рис. 3.9. Политропный процесс изменения состояния газа при $1<n\leqslant k$ в *pv*- и *Ts*-диаграммах

Температура рабочего тела при изотермическом расширении остается постоянной, а во всех процессах, расположенных ниже изотермы, в том числе и при адиабатном процессе, температура понижается, ибо внутренняя энергия в этих процессах уменьшается. При адиабатном же процессе работа расширения совершается только за счет уменьшения внутренней энергии газа. Тогда в *Ts*-диаграмме $T_2 < T_1$, т. е. точка *2* будет лежать ниже точки *1*.

Проведя из точки *1* изохору *1—3* до пересечения с изотермой из точки *2*, получим в *Ts*-диаграмме графическое изображение ΔU для процесса *1—2*. Следовательно, в процессе *1—2* работа A и теплота q будут положительны, а ΔU — отрицательно, и по уравнению первого закона термодинамики будем иметь $|q| = -|\Delta U| + |A|$ или $|q| + |\Delta U| = |A|$, т. е. графически работа для процесса *1—2* выразится как сумма площадей под кривой процесса *1—2* (q) и изохорой *1—3* (ΔU), и распределение теплообмена для процесса *1—2* можно условно представить так:

$$\begin{matrix} & \nearrow A, \\ q & \\ \Delta U & \searrow \end{matrix}$$

т. е. работа расширения A осуществляется как за счет подводимой теплоты q, так и за счет уменьшения внутренней энергии ΔU.

Для политропного процесса сжатия *1—2'* работа A' и теплота q' отрицательны, а $\Delta U'$ — положительно (см. рис. 3.9), т. е.

$$|-q'| = |\Delta U'| - |A'| \quad \text{или} \quad |A'| = |q'| + |\Delta U'|,$$

и распределение теплообмена будет иметь вид

$$A' \begin{matrix} \nearrow q' \\ \searrow \Delta U' \end{matrix}$$

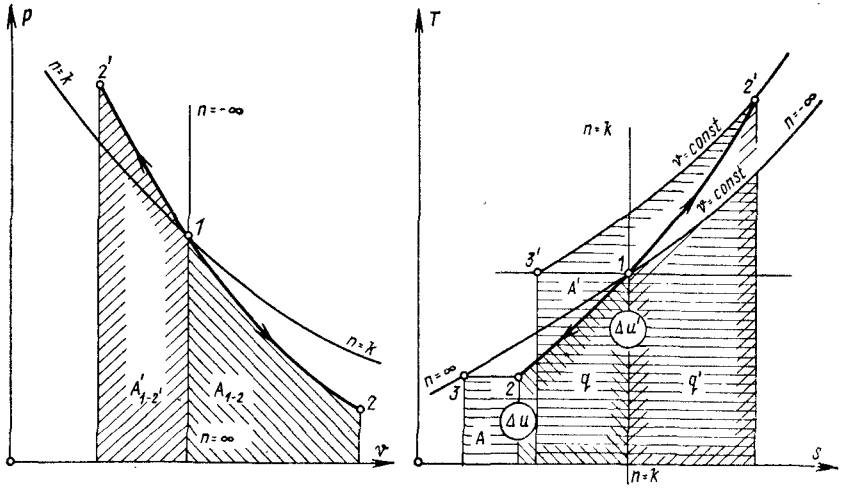


Рис. 3.10. Политропный процесс изменения состояния газа при $k<n\leqslant\infty$ в *pv*- и *Ts*-диаграммах

Третья группа ($k < n \leqslant \infty$). Границами рассматриваемого случая политропных процессов в *pv*- и *Ts*-диаграммах будут адиабата ($n = k$) и изохора ($n = \infty$). В *pv*-диаграмме политропа расширения *1—2* и политропа сжатия *1—2'* пройдут соответственно между адиабатой расширения и изохорой охлаждения газа и между адиабатой сжатия и изохорой нагревания газа (рис. 3.10). Все процессы расширения, которые в *pv*-диаграмме проходили выше адиабаты, требовали подвода теплоты к газу (первая и вторая группы политропных процессов), сам адиабатный процесс расширения осуществляется при $q = 0$, т. е. без подвода теплоты. При изохорном процессе охлаждения газа от него отводится теплота, следовательно, и все процессы расширения газа, расположенные между адиабатой и изохорой, будут проходить с отводом теплоты от рабочего тела, т. е. политропа *1—2* в *Ts*-диаграмме пойдет влево, так как $s_2 < s_1$. Поскольку температура как при адиабатном процессе расширения, так и при изохорном охлаждении газа понижается, то в любом процессе, происходящем между ними, конечная температура будет меньше начальной, т. е. внутренняя энергия газа в этих процессах будет уменьшаться и в *Ts*-диаграмме точка *2* будет ниже точки *1*. Продолжив изохору, проходящую через точку *1*, до пересечения с изотермой из точки *2*, получим в *Ts*-диаграмме графическое изображение ΔU для процесса *1—2* (как площадь под изохорой *1—3*). Таким образом, в процессе *1—2* работа A положительна, а теплота q и изменение внутренней энергии ΔU отрицательны, и по уравнению первого закона термодинамики получим

$$-|q| = -|\Delta U| + |A| \quad \text{или} \quad |A| + |q| = |\Delta U|,$$

т. е. графически работа A выразится для процесса *1—2* разностью площадей под изохорой *1—3* (ΔU) и под кривой процесса *1—2* (q), и распре-

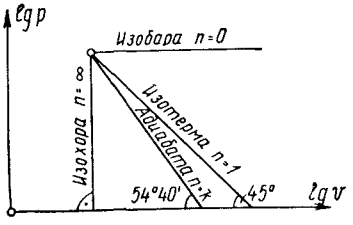


Рис. 3.11. Графический способ определения n в логарифмических координатах

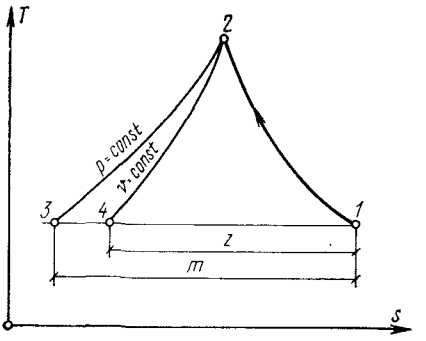


Рис. 3.12. Графический способ определения n с помощью Ts-диаграммы

деление теплообмена для процесса *1—2* условно можно представить так:

$$\Delta U \nearrow A \quad \searrow q$$

Следовательно, работа A и отвод теплоты q в процессе расширения осуществляются только вследствие уменьшения внутренней энергии газа.

Подобные процессы наблюдаются в холодильных установках (см. гл. 10).

Для политропного процесса сжатия *1—2'* работа A' отрицательна, а теплота q' и изменение внутренней энергии ΔU — положительны (см. рис. 3.10), т. е. $|q'| = |\Delta U'| - |A'|$ или $|q'| + |A'| = |\Delta U'|$, и распределение теплообмена будет иметь вид

$$q' \searrow \Delta U'$$
$$A' \nearrow$$

Результаты исследования трех групп политропных процессов удобно представить в форме таблицы (табл. 3.2).

ТАБЛИЦА 3.2. **ЗНАКИ q, ΔU И c В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПОКАЗАТЕЛЯ n**

Группа	n	Расширение газов		Сжатие газов		c
		ΔU	q	$\Delta U'$	q'	
Первая	$0<n<1$	$\Delta U>0$	$q>0$	$\Delta U'<0$	$q'<0$	$c>0$
Вторая	$1<n<k$	$\Delta U<0$	$q>0$	$\Delta U'>0$	$q'<0$	$c<0$
Третья	$k<n<\infty$	$\Delta U<0$	$q<0$	$\Delta U'>0$	$q'>0$	$c>0$

Показатель политропы n вычисляют аналитическим путем по равенствам (3.18)—(3.20) или определяют графическим способом с помощью pv- и Ts-диаграмм и логарифмических координат. Сущность по-

следнего способа заключается в том, что в координатах $\lg p - \lg v$ все политропы представляют собой прямые линии ($\lg p + n \lg v = \text{const}$), тангенс угла наклона которых к оси абсцисс численно равен показателю n (рис. 3.11).

В Ts-диаграмме (рис. 3.12) величина n графически может быть определена следующим образом. Из одной граничной точки процесса (например, *1*) проводится изотерма, а из другой (*2*) — изобара и изохора до пересечения с проведенной изотермой в точках *3* и *4*. Тогда отношение отрезков 13/14 $= m/z = n$. Действительно, отрезки m и z можно рассматривать как изменение энтропии в изотермических процессах *1—3* и *1—4*. Тогда в соответствии с формулами (3.9) и (3.10) можно написать, что

$$m/z = \frac{R \ln p_1/p_3}{R \ln v_4/v_1} = \frac{\lg p_1/p_2}{\lg v_2/v_1},$$

но это отношение, как следует из уравнения политропы (3.18), равно ее показателю, т. е. $m/z = n$.

ГЛАВА 4. ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ. КРУГОВЫЕ ПРОЦЕССЫ ИЗМЕНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ГАЗОВ

§ 4.1. Второй закон термодинамики

Первый закон термодинамики, устанавливая эквивалентность различных форм энергии, соотношение между изменением внутренней энергии системы, количеством подведенной теплоты и совершенной работы, не позволяет в то же время решить вопрос о возможности осуществления того или иного процесса, о направлении его развития и о глубине его протекания.

Например, превращение работы в теплоту происходит всегда полностью и безусловно; обратный же процесс превращения теплоты в работу при непрерывном ее переходе возможен лишь при некоторых определенных условиях и притом всегда не полностью. Переход теплоты от нагретого тела к холодному осуществляется при всех условиях сам собой, тогда как обратный процесс — переход теплоты от холодного тела к горячему — сам собой не происходит.

Таким образом, для более полного анализа явлений и процессов необходимо к первому закону термодинамики добавить еще одну общую закономерность, позволяющую определить их качественные особенности. Этой цели служит второй закон термодинамики, который устанавливает, возможен или невозможен тот или иной процесс, в каком преимущественном направлении будет он протекать, когда система достигнет термодинамического равновесия, и при каких условиях от системы можно получить максимальную работу.

Применительно к тепловым явлениям второй закон термодинамики устанавливает весьма важную специфическую особенность превращения теплоты в работу в тепловых двигателях. Чтобы выяснить эту

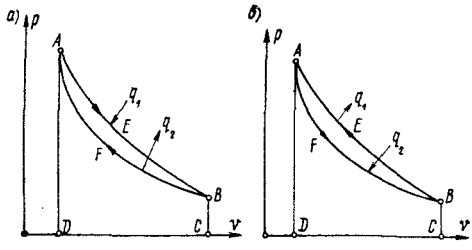


Рис. 4.1. Произвольный прямой (*а*) и обратный (*б*) циклы в *pv*-диаграмме

особенность, а также условия, при которых осуществляется процесс преобразования теплоты в работу, и понять сущность второго закона термодинамики, рассмотрим, как должно изменяться состояние рабочего тела в такой непрерывно действующей машине, как поршневой тепловой двигатель.

Если рабочее тело из начального состояния (точка A на рис. 4.1) переходит через точку E в конечное состояние—точку B, то при этом, как известно, полученная работа будет измеряться площадью $ABCD$. Если рабочее тело из конечного состояния (точка B) вернется в исходное (точка A) по тому же самому пути, по которому оно перемещалось в точку B, то затраченная на это работа также будет измеряться площадью $ABCD$ и в результате такого кругового процесса, или цикла, работа будет равна нулю. Следовательно, нужно рабочее тело возвращать из конечного состояния (точка B) не по пути BEA, а по пути BFA, т. е. линия процесса сжатия должна располагаться ниже линии процесса расширения, тогда работа расширения (площадь $AEBCD$) будет больше работы сжатия (площадь $BCDAF$). В результате такого процесса будет получена работа, равная разности работ расширения и сжатия, т. е. площадь $AEBCD$ минус площадь $BCDAF$ = площади $AEBF$.

Полученная работа (ее мы будем обозначать $A_ц$) может быть использована для вращения машин и механизмов и называется полезной. Наиболее характерным в описанной работе непрерывно действующего поршневого теплового двигателя является возвращение поршня в первоначальное положение, а рабочего тела — в исходное состояние. В другого рода непрерывно действующих двигателях возвращение поршня в первоначальное положение может быть заменено каким-либо другим условием, но возвращение рабочего тела в исходное состояние обязательно. Это обстоятельство обусловливает то, что все тепловые двигатели работают по круговым процессам, или циклам. Итак, полезная работа цикла в *pv*-диаграмме изображается площадью, заключенной внутри кругового процесса. При этом цикл называется обратимым, если он состоит лишь из обратимых процессов, в противном случае цикл называется необратимым. Цикл называется прямым, если линии процессов расширения в *pv*-диаграмме расположены выше линий процессов сжатия (рис. 4.1, *а*), т. е. в этих циклах производится работа, отдаваемая внешнему потребителю.

По прямым циклам работают все тепловые двигатели. Цикл называется обратным, если в *pv*-диаграмме линии процессов сжатия расположены выше линий процессов расширения (рис. 4.1, *б*). В этом

случае работа, ограниченная контуром цикла, осуществляется от постороннего источника энергии.

Если рабочее тело в прямом цикле в процессе расширения AEB получило от горячего (высшего) источника теплоту q_1, а в процессе сжатия BFA отдало холодному (низшему) источнику количество теплоты q_2, то разность $q_1 - q_2 = q_ц$ как теплота исчезает в течение цикла в результате преобразования ее в механическую энергию, т. е. в соответствии с первым законом термодинамики $q_ц = A_ц$. Поэтому $q_ц$ называется полезной теплотой. Поскольку в круговом процессе рабочее тело возвращается в первоначальное состояние, то $\Delta U_ц = 0$.

В обратном цикле направление величин q_1 и q_2 изменяется на обратное, т. е. теплота q_2 передается рабочему телу от холодного источника, а теплота q_1 отдается горячему источнику. Следовательно, в обратном цикле теплота переходит от холодного тела к горячему, но это, как уже было сказано, должно обязательно сопровождаться затратой работы. Обратные циклы осуществляются в холодильных установках (см. гл. 10).

Итак, непрерывно действующая тепловая машина должна работать по определенному циклу и иметь по крайней мере два источника теплоты: один — горячий с температурой T_1, а другой — холодный с температурой T_2 ($T_1 > T_2$), и поэтому в ней невозможно целиком перевести в работу всю теплоту q_1, подведенную к рабочему телу. Часть этой теплоты в виде q_2 неминуемо должна быть отдана холодному источнику, и только разность между этими количествами теплоты превращается в механическую энергию.

Это утверждение, высказанное впервые в 1824 г. французским инженером и ученым Сади Карно, и составляет сущность второго закона термодинамики. «Повсюду, — писал Карно, — где имеется разность температуры, может происходить возникновение движущей силы. Движущая сила тепла не зависит от агентов, взятых для ее развития: ее количество исключительно определяется температурой тел, между которыми в конечном счете производится перенос тепла. Температура газа должна быть первоначально как можно выше, чтобы получить значительное развитие движущей силы. По той же причине охлаждение должно быть как можно больше. Нельзя надеяться хотя бы когда-либо практически использовать всю движущую силу топлива»*.

Эти положения Карно служат фактически формулировками второго закона термодинамики, они устанавливают условия, при которых (в тепловых двигателях) возможно превращение теплоты в работу, показывают, от чего собственно зависит эффективность этого превращения.

Из изложенного следует, что в тепловых двигателях процессу преобразования теплоты в работу (основной процесс) должен обязательно сопутствовать процесс передачи теплоты холодному источнику (дополнительный процесс).

---

* **Карно Сади.** Размышление о движущей силе огня и о машинах, способных развить эту силу. — М.—Пт.: Госиздат, 1923.

При превращении механической энергии в тепловую (например, при трении) основной процесс может протекать без дополнительного сопровождающего. Такие процессы, которые протекают самостоятельно или, как говорят, «сами по себе», называют самопроизвольными.

В природе существует большое количество таких процессов, которые в одном направлении протекают легко — «сами по себе», не требуя никаких дополнительных процессов (например, переход теплоты от горячего тела к холодному), а в обратном направлении не могут осуществляться самостоятельно (например, переход теплоты от холодного тела к горячему в холодильных установках возможен только при дополнительном процессе совершения механической работы). Поэтому немецкий физик Р. Клаузиус в 1850 г. сформулировал второй закон термодинамики так: «Теплота не может переходить сама по себе от одного тела к другому, имеющему температуру более высокую, чем первое тело».

Широкое изучение самопроизвольных процессов — диффузии, перехода теплоты от тела, более нагретого, к телу, менее нагретому, при конечной разности температур, процессов растворения и т. п. — показывает, что все они являются необратимыми. Это позволило в наиболее общем виде второй закон термодинамики сформулировать так: любой реальный самопроизвольный процесс является необратимым.

Все рабочие формулировки второго закона являются частными случаями этой наиболее общей формулировки. Например:

а) невозможно с помощью неодушевленного материального агента получить от какой-либо массы вещества механическую работу путем охлаждения ее ниже температуры самого холодного из окружающих предметов (В. Томсон);

б) невозможно построить периодически действующую машину, все действие которой сводилось бы к поднятию некоторого груза и охлаждению теплового источника (М. Планк);

в) невозможно осуществить перпетуум мобиле* (вечный двигатель) второго рода (В. Оствальд).

Аналитическое выражение второго закона термодинамики дано ниже, после рассмотрения цикла Карно.

Для оценки работы непрерывно действующей машины важно знать долю теплоты от q_1, превращенную в полезную энергию. В идеальных тепловых машинах, в которых отсутствуют потери на трение, излучение, утечки рабочего тела через неплотности и другие потери, степень совершенства цикла принято оценивать термическим коэффициентом полезного действия (КПД), обозначаемым η_t и равным отношению $(q_1 - q_2)/q_1$, т. е. $\eta_t = (q_1 - q_2)/q_1 = q_ц/q_1 = A_ц/q_1$.

---

* Под perpetuum mobile второго рода понимают двигатель, который мог бы работать при наличии только одного источника теплоты. Под perpetuum mobile первого рода понимают машину, которая без каких-либо затрат энергии извне сама была бы вечным источником энергии.

Чем больше η_t, тем более совершенной будет тепловая установка, ибо в ней из всей сообщенной рабочему телу теплоты от горячего источника превращается в механическую энергию максимально возможная доля теплоты от q_1. Этого можно достичь лишь путем наиболее целесообразного подбора тех процессов, из которых образуется цикл.

Из определения термического КПД следует, что понятие об этой величине тесно увязывается с сущностью второго закона термодинамики. Вопрос о максимальной доле теплоты, которая может быть при заданных условиях превращена в механическую энергию, был решен Сади Карно, который предложил цикл, получивший название цикла Карно.

§ 4.2. Цикл Карно

На рис. 4.2 в *pv*- и *Ts*-диаграммах представлен цикл Карно.

Рабочее тело (1 кг газа) находится в цилиндре под поршнем. Стенки полностью теплоизолируют цилиндр, что обеспечивает возможность осуществления адиабатного процесса изменения состояния газа. Однако в случае необходимости газ может приходить в соприкосновение с двумя источниками теплоты, имеющими температуру T_1 и T_2. Начальное состояние газа в *pv*- и *Ts*-диаграммах характеризуется точкой *1*, соответствующей крайнему верхнему положению поршня в цилиндре (ВМТ). От этой точки Карно предложил осуществлять изотермический процесс расширения *1—2*, но так как этот процесс может протекать лишь при подводе теплоты к газу, то на участке *1—2* рабочее тело приходит в соприкосновение с горячим источником, имеющим температуру T_1, и получает от него количество теплоты q_1. Естественно, что для обратимого процесса и температура газа в этом процессе будет также T_1.

В *Ts*-диаграмме этот процесс изобразится прямой, параллельной оси абсцисс, причем точка *2* будет правее точки *1* и площадь *1—2—5—6* графически будет измерять количество подведенной теплоты q_1. От точки *2* Карно предложил продолжать процесс расширения до нижней мертвой точки (НМТ) по адиабате *2—3*; полная работа расширения в *pv*-диаграмме измеряется площадью под линией *1—2—3*. В *Ts*-диаграмме адиабата расширения от точки *2* пойдет вниз, так как температура рабочего тела снижается из-за уменьшения внутренней энергии, затрачиваемой на работу расширения газа.

Точка *3* характеризует конечное состояние рабочего тела, и для возврата его в начальное состояние (точка *1*) Карно предложил осуществлять процесс сжатия по изотерме *3—4*. Но так как этот процесс может протекать лишь при отводе теплоты от газа, то на участке *3—4* рабочее тело приходит в соприкосновение с холодным источником, имеющим температуру T_2, и отдает ему количество теплоты q_2. Температура газа в этом обратимом процессе будет также T_2. В *Ts*-диаграмме этот процесс изобразится изотермой T_2, пересечение которой с адиабатой, выходящей из точки *2*, и даст точку *3*.

Конец изотермического процесса сжатия (точка *4*) выбирают так, чтобы газ, продолжая сжиматься, вернулся в свое исходное состояние

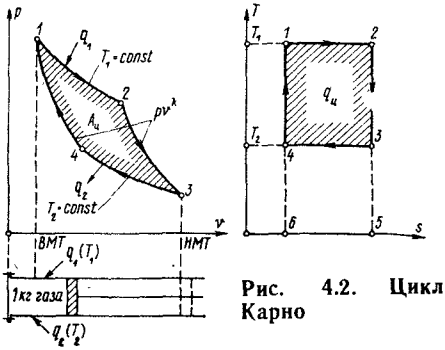


Рис. 4.2. Цикл Карно

(точка *1*), но уже по адиабате. Таким образом, процесс *4 — 1* представляет собой адиабату сжатия. Суммарная работа, затрачиваемая на сжатие газа в *pv*-диаграмме, графически изобразится площадью под кривой процесса *3—4—1*. В *Ts*-диаграмме положение точки *4* определится пересечением изотермы T_2 и адиабаты, проходящей через точку *1*. Количество теплоты q_2, отдаваемой холодному источнику, графически будет измеряться площадью прямоугольника *3—4—6—5*. Выбор для цикла Карно двух изотерм и двух адиабат вполне обоснован, ибо процессы подвода и отвода теплоты в цикле могут осуществляться только по изотермам, так как изотермический процесс — это единственный обратимый процесс, который может находиться под воздействием одного источника теплоты.

Поскольку переход с одной изотермы *1—2* на другую *3—4* в цикле должен происходить без теплообмена с внешней средой, то кроме изотерм в цикле должны быть две обратимые адиабаты, одна из которых соответствует процессу расширения *2—3*, а другая — процессу сжатия *4—1*.

Очевидно, работа в цикле Карно $A_ц$ в *pv*-диаграмме измеряется площадью *1—2—3—4*, ограниченной двумя изотермами *1—2* и *3—4* и двумя адиабатами *2—3* и *4—1*, а полезная теплота $q_ц$ в *Ts*-диаграмме измеряется площадью прямоугольника *1—2—3—4*.

Термический КПД для рассмотренного обратимого цикла Карно может быть выражен так:

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{\text{пл. } 1-2-3-4}{\text{пл. } 1-2-5-6} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

или

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \qquad (4.1)$$

Из формулы (4.1) следует:

1) η_t зависит исключительно от температуры источника и от температуры холодильника;

2) термический КПД цикла Карно увеличивается при возрастании температуры источника T_1 и при уменьшении температуры холодильника T_2;

3) термический КПД цикла Карно всегда меньше единицы и не может быть равен ей, так как это могло бы быть лишь при $T_2/T_1 = 0$, т. е. при $T_1 = \infty$ или $T_2 = 0$, но как первое, так и второе условие неосуществимы. В тепловых двигателях температура холодильника — это обычно температура окружающей среды $T_2 = 260$—300 К; температура горячего источника для паросиловых установок составляет

около 2000 К (температура в топке), в поршневых двигателях внутреннего сгорания, где стенки цилиндра охлаждаются и сами продукты сгорания являются рабочим телом, $T_1 \approx 2500$ К.

Таким образом, теплоту, получаемую в цикле газом, невозможно полностью обратить в работу, и превращение теплоты в работу при всех условиях сопровождается переходом некоторого количества теплоты от источника к холодильнику;

4) термический КПД цикла Карно при $T_1 = T_2$ равен нулю, что указывает на невозможность превращения теплоты в работу, если все тела системы имеют одинаковую температуру, т. е. находятся в тепловом равновесии.

Как видно, положения, установленные при рассмотрении цикла Карно, наглядно иллюстрируют сущность второго закона термодинамики.

Необходимо иметь в виду, что полученное выражение для η_t цикла Карно относится к обратимому круговому процессу. Все действительные процессы, как известно, необратимы, и необратимость связана с потерей работы из-за трения, теплообмена и т. д. Поэтому КПД необратимого цикла Карно будет меньше, чем $1 - \frac{T_2}{T_1}$.

Характерная особенность цикла Карно состоит в том, что его КПД не зависит от природы работающего тела, т. е. при данных T_1 и T_2 он будет одинаков не только для идеальных, но и для реальных газов. Это положение, известное под названием теоремы Карно, строго доказывается в курсах термодинамики [4, 5]. Вместе с тем КПД цикла Карно будет больше КПД любого другого цикла в тех же пределах температур. Это положение просто доказывается на основании понятий среднеинтегральных температур подвода и отвода теплоты в цикле.

Пусть в Ts-диаграмме изображен произвольный обратимый цикл $a—b—c—d$ (рис. 4.3). Теплота, подводимая к рабочему телу в этом цикле q_1, измеряется площадью $m—a—b—c—n$; величина q_1 определяется соотношением $q_1 = \int_{abc} Tds$. Отводимая теплота q_2 измеряется площадью $m—a—d—c—n$; величина q_2 определяется соотношением $q_2 = S_{adc} Tds$. Если указанные площади разделить на изменение энтропии $s^{II}—s^{I}$, то среднюю температуру подвода теплоты в цикле можно будет найти из равенства: $T_1^{ср} = \frac{\int_{abc} Tds}{s^{II} - s^{I}}$, а среднюю температуру отвода теплоты в цикле — из равенства $T_2^{ср} = \frac{\int_{adc} Tds}{s^{II} - s^{I}}$.

Из этих равенств следует, что средняя температура подвода (отвода) теплоты — это температура такого изотермического процесса, для которого подвод (отвод) теплоты q_1 (q_2) приводит к такому же изменению энтропии, что и в реальном процессе, т. е. $q_1 = T_1^{ср} (s^{II} - s^{I})$, а $q_2 = T_2^{ср} (s^{II} - s^{I})$. Подставляя эти значения q_1 и q_2 в выражение КПД цикла $a—b—c—d$, получим

$$\eta_{t\,a-b-c-d} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{T_1^{ср} - T_2^{ср}}{T_1^{ср}} = 1 - \frac{T_2^{ср}}{T_1^{ср}}.$$

Таким образом, термический КПД произвольного обратимого цикла $a—b—c—d$, осуществляемого в интервале температур от T_2 до T_1, равен термическому КПД обратимого цикла Карно, осуществляемого в более узком интервале температур от $T_2^{ср}$ до $T_1^{ср}$. Но так как $T_2^{ср} > T_2$, а $T_1^{ср} < T_1$, то $1 - \frac{T_2^{ср}}{T_1^{ср}} < 1 - \frac{T_2}{T_1}$, т. е. $\eta_{t\,a-b-c-d}$ будет всегда меньше термического КПД цикла Карно, протекающего в интервале изменения температур от T_2 до T_1. Поэтому прямой цикл Карно является идеальным для тепловых двигателей, но по ряду практических соображений (см. гл. 11) по такому циклу они не работают.

Из приведенных рассуждений очевидно также, что для получения более высокого КПД при осуществлении любого прямого цикла следует стремиться к тому, чтобы средняя температура подвода теплоты в цикле была по возможности высокой, а средняя температура отвода теплоты в цикле — по возможности низкой.

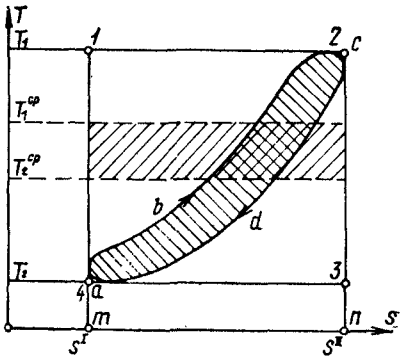


Рис. 4.3. Сравнение цикла Карно с произвольным обратимым циклом

Если осуществить обратный цикл Карно (рис. 4.4), т. е. вести процессы расширения по адиабате *1—4* и затем по изотерме *4—3* с отбором теплоты от холодного источника, а процессы сжатия — по адиабате *3—2* и изотерме *2 — 1* с отдачей теплоты горячему источнику, то на это потребуется затрата работы извне. Такой обратный цикл Карно является идеальным циклом для холодильных установок (см. гл. 10).

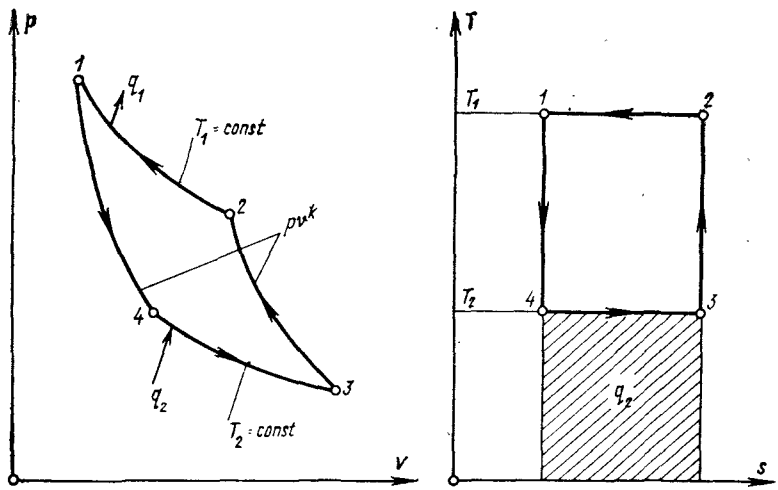


Рис. 4.4. Обратный цикл Карно

§ 4.3. Регенеративный цикл

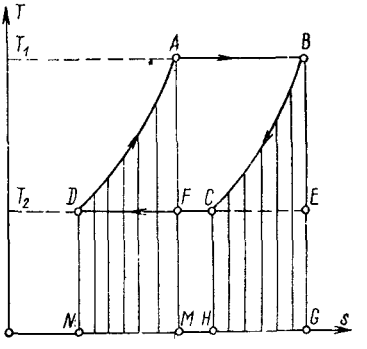


Рис. 4.5. Регенеративный цикл

Выше было доказано, что КПД цикла Карно больше КПД любого другого цикла в тех же пределах изменения температур. Оказывается, что тот же самый КПД может быть получен в так называемом регенеративном цикле, описываемом двумя изотермами AB и CD с температурами T_1 и T_2 и двумя эквидистантными политропами BC и DA, если установку дополнить устройством, называемым регенератором (восстановителем). Назначение регенератора — поглощать при бесконечно малой разности температур теплоту, отдаваемую телом во время политропного расширения, характеризуемого отрезком BC, а также возвращать обратно рабочему телу эту теплоту в политропном процессе сжатия DA (рис. 4.5). Поскольку кривые BC и AD эквидистантны, то заштрихованные площади $BGHC$ и $AMND$ равны между собой, т. е. количество теплоты, отдаваемой в процессе BC, равно количеству теплоты, сообщаемой в процессе DA.

Установка работает следующим образом: на пути AB рабочее тело получает от источника теплоту q_1, равную площади $ABGM$; на пути BC тело отдает регенератору теплоту q_{BC} = пл.. $BCHG$, затем на пути CD отдает теплоту q_2 = пл. $CHND$ и в заключение цикла получает от регенератора теплоту q_{DA} = пл. $AMND$. Таким образом, теплота, отдаваемая регенератору на пути BC, полностью возвращается телу на пути DA, и, следовательно, на весь цикл расходуется то же количество теплоты q_1, что и в цикле Карно $ABEF$, и отдается холодному источнику то же количество q_2, что и в указанном цикле Карно $ABEF$ (ибо площадь $CHND$ равна площади $EGMF$). При равенстве теплоты q_1 и q_2 для обоих циклов ($ABCD$ и $ABEF$) их работы и КПД тоже будут одинаковыми, но так как $\eta_{t\,ABEF} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, то и $\eta_{t\,ABCD} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$.

Принцип регенерации широко применяется в паротурбинных установках для подогрева питательной воды, а также в газотурбинных установках для предварительного подогрева воздуха, поступающего из компрессора в камеры сгорания. Принцип регенерации успешно применяется в так называемых регенеративных теплообменниках, используемых в металлургической промышленности и в промышленности строительных материалов (стекловаренные печи). В последнем случае отходящие от печи горячие газы (продукты горения топлива) проходят через регенеративную камеру и нагревают уложенный в ней клетками кирпич (насадку), потом ток газов переключают на вторую

такую же камеру, а через первую пропускают холодный воздух или генераторный газ, подаваемый в печь и повышающий при проходе через камеру свою температуру за счет теплоты, отданной перед этим насадке печными газами.

Нужно иметь в виду, что идеальный регенеративный цикл создать практически невозможно, так как для этого потребовалось бы бесконечно большое число промежуточных тел — регенераторов, каждый из которых должен воспринимать и отдавать теплоту при определенной температуре. Поэтому рассмотренный цикл представляет собой чисто теоретический интерес, а принцип регенерации, осуществляемый на практике, в той или иной мере лишь приближается к идеальному регенеративному циклу.

Отметим также, что обратимый регенеративный цикл, состоящий из двух изотерм и двух эквидистантных политроп, называется иначе обобщенным циклом Карно.

§ 4.4. Интеграл Клаузиуса. Аналитическое выражение второго закона термодинамики

Для обратимого цикла Карно

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \text{ т. е. } q_2/q_1 = T_2/T_1,$$

или

$$q_1 T_1 = q_2 T_2.$$

Если под q_2 понимать не абсолютное количество теплоты, отданной рабочим телом холодильнику с температурой T_2, а его алгебраическое значение, которое по смыслу отрицательно, то перед q_2 должен быть знак «минус», т. е. $q_1/T_1 = -q_2/T_2$, или $q_1/T_1 + q_2/T_2 = 0$. Последнее равенство в общем виде запишется так: $\sum \frac{q}{T} = 0$, а для элементарного цикла Карно $\sum \frac{dq}{T} = 0$.

Отношение количества теплоты к абсолютной температуре, при которой эта теплота подводится или отводится, т. е. q/T, или dq/T, иногда называют приведенной теплотой. Следовательно, для обратимого цикла Карно алгебраическая сумма приведенных теплот равна нулю. Выражение $\sum \frac{q}{T} = 0$ называется тепловой характеристикой обратимого цикла Карно.

Можно доказать, что полученный вывод будет справедлив не только для цикла Карно, но и для любого обратимого цикла. Предположим, что в pv-диаграмме мы имеем обратимый круговой процесс самого общего характера a—b—c—d (рис. 4.6). Проведя ряд бесконечно близких адиабат, мы разобьем цикл a—b—c—d на бесконечно большое число элементарных циклов $efgh$, $hgnm$, $mntk$ и т. д., состоящих каждый из двух адиабат и двух элементарных отрезков контура рассматриваемого цикла. Так как длина этих отрезков бесконечно мала, то изменение температуры рабочего тела в интервале этих отрезков также

бесконечно мало. В пределе можно считать отрезки *eh*, *fg*, *hm*, *gn*, *mk*, и т. д. изотермами, и тогда каждый из элементарных циклов можно будет считать элементарным циклом Карно, причем совокупное действие этих элементарных циклов будет одинаковым с круговым процессом *a*—*b*—*c*—*d*, ибо все адиабаты (*ef*, *hg*, *mn* и т. д.) рабочее тело проходит дважды в противоположных направлениях. Например, работа расширения по адиабате *hg* в цикле *efgh* равна работе сжатия по адиабате *gh* в следующем элементарном цикле *ghmn*, поэтому адиабатные процессы *ef*, *hg*, *mn*, ... и т. д. на величину работы цикла *a*—*b*—*c*—*d* в конечном счете не влияют. Теплота же, как известно, в этих процессах не подводится и не отводится, и тогда суммарное действие элементарных циклов будет сводиться к совокупному действию элементарных отрезков *eh*, *hm*, *mk*, ..., т. е. будет одинаково с круговым процессом, протекающим по контуру *abcd*.

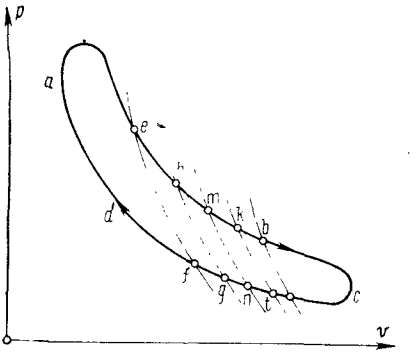


Рис. 4.6. К вопросу об общих свойствах обратимых циклов

Но для каждого элементарного цикла Карно $\sum \frac{dq}{T} = 0$, и, следовательно, для совокупности бесконечно большого числа этих элементарных циклов, т. е. для цикла *a*—*b*—*c*—*d*,

$$\oint \frac{dq}{T} = 0, \qquad (4.2)$$

где $\oint$ — интеграл, взятый по всему замкнутому контуру.

Таким образом, интегральная сумма приведенных теплот для любого обратимого цикла равна нулю. Формула (4.2) в 1854 г. была выведена Р. Клаузиусом и называется уравнением или интегралом Клаузиуса.

Из курса высшей математики известно, что если интеграл, взятый по любому замкнутому контуру, равен нулю, то под знаком интеграла находится полный дифференциал некоторой функции.

Так как для обратимых процессов отношение dq/T было обозначено через ds (см. § 2.4), то, следовательно, $dq/T = ds$ представляет собой полный дифференциал некоторой функции s, названный энтропией, т. е. мы получаем подтверждение уже установленного выше положения, что энтропия есть функция состояния любого тела. Известно, что если функция имеет полный дифференциал, то для каждой точки кривой этой функции существует вполне определенное ее значение, независимое от того, какими путями мы подошли к этой точке, т. е. в каждой точке кривой процесса изменения состояния газ имеет всегда вполне определенное значение энтропии и изменение этой величины не будет зависеть от пути процесса. Это в свою очередь подтвер-

ждается и циклом, показанным на рис. 4.6, так как если для него $\oint \frac{dq}{T} = 0$, то это значит, что

$$\int\limits_{abc} \frac{dq}{T} + \int\limits_{cda} \frac{dq}{T} = 0,$$

или

$$\int\limits_{abc} \frac{dq}{T} - \int\limits_{adc} \frac{dq}{T} = 0, \quad \text{т. е.} \quad \int\limits_{abc} \frac{dq}{T} = \int\limits_{adc} \frac{dq}{T}.$$

Последнее показывает, что интеграл $\int\limits_a^c \frac{dq}{T}$ не зависит от характера процесса, а определяется лишь начальным и конечным состоянием рабочего тела и для цикла $\Delta s = 0$.

Для необратимого цикла Карно, как было показано,

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \text{или} \quad \frac{q_2}{q_1} > \frac{T_2}{T_1} \quad \text{и} \quad \frac{q_2}{T_2} > \frac{q_1}{T_1}.$$

Если считать, что q_2—это алгебраическое значение отводимой теплоты, то по смыслу q_2 отрицательно и

$$-\frac{q_2}{T_2} < \frac{q_1}{T_1} \quad \text{или} \quad \frac{q_2}{T_2} + \frac{q_1}{T_1} < 0.$$

В общем виде $\sum \frac{q}{T} < 0$ — тепловая характеристика необратимого цикла Карно, а для элементарного необратимого цикла Карно $\sum \frac{dq}{T} < 0$. Если взять любой необратимый цикл, то аналогично анализу обратимого цикла получим

$$\oint \frac{dq}{T} < 0. \tag{4.3}$$

Обобщая приведенные рассуждения для обратимых и необратимых круговых процессов, можно написать

$$\oint \frac{dq}{T} \leqslant 0, \tag{4.4}$$

где знак равенства относится к обратимым циклам, а знак неравенства — к необратимым циклам.

Если тело из исходного состояния *1* переходит в конечное состояние *2* необратимым путем, а из состояния *2* в состояние *1* — обратимым, то получим необратимый цикл, для которого на основании формулы (4.4) имеем $\oint \frac{dq}{T} < 0$. Разбив цикл на обратимую и необратимую части, последнее неравенство можно записать так:

$$\int\limits_{1_{\text{необр}}}^{2} \frac{dq}{T} + \int\limits_{2_{\text{обр}}}^{1} \frac{dq}{T} < 0. \tag{а}$$

Так как по уравнению (2.12) для обратимого процесса

$$\int_2^1 \frac{dq}{T} \quad s_1 - s_2,$$

то, подставляя значение обратимой части в равенство (а), получим

$$\int_{1\text{необр}}^{2} \frac{dq}{T} + (s_1 - s_2) < 0 \quad \text{или} \quad s_2 - s_1 > \int_{1\text{необр}}^{2} \frac{dq}{T}.$$

Объединив последнее равенство с формулой (2.12), получим

$$s_2 - s_1 \geqslant \int_1^2 \frac{dq}{T} \tag{4.5}$$

или в дифференциальной форме

$$ds \geqslant \frac{dq}{T} \quad \text{и} \quad dq \leqslant Tds. \tag{4.6}$$

Это соотношение, справедливое и для обратимых (знак равенства), и для необратимых (знак неравенства) процессов в любой системе, и представляет собой аналитическое выражение второго закона термодинамики.

Уравнение (4.6) показывает, что приращение энтропии изменяется обратно пропорционально температуре, но хорошо известно (см. § 4.2), что чем выше температура рабочего тела, тем большее количество теплоты в тепловых двигателях может быть превращено в работу, т. е. возрастает как бы энергетическая ценность этой теплоты. Следовательно, энтропия косвенно, через температуру, характеризует количество теплоты, которое может быть преобразовано в работу, т. е. ее понятие тесно переплетается с сущностью второго закона термодинамики, устанавливающего условия, при которых в тепловых двигателях возможен переход теплоты в работу. Это и послужило основанием считать уравнение (4.6) аналитическим выражением второго закона термодинамики.

В подробных курсах термодинамики [4,5] устанавливается еще одно важное свойство энтропии. Если рассматривать изолированную систему, в которой происходят необратимые процессы, то оказывается, что энтропия такой системы всегда возрастает. Это свойство роста энтропии Клаузиус незакономерно распространил на Вселенную и пришел к мистическому выводу о ее неизбежной «тепловой смерти», ибо энтропия Вселенной, по Клаузиусу, должна прийти к максимуму тогда, когда температуры в ней в результате тепловых процессов сравняются и при этом прекратится течение всех процессов. Идеалистическая философия использовала этот пессимистический вывод для того, чтобы «научно» обосновать религиозное представление о «конце» и «начале» мира, так как состоянию «тепловой смерти» противопоставлялось «сотворение» мира — начало всех процессов.

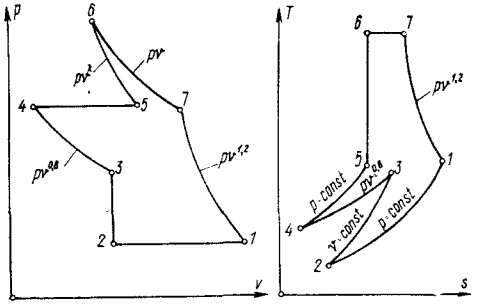


Рис. 4.7. Пример перестроения цикла из *pv*-диаграммы в *Ts*-диаграмму или наоборот

Тезис Клаузиуса не был принят материалистической наукой, потому что нельзя распространять выводы об изолированной системе на Вселенную, которая бесконечна. Кроме того, исследования тепловых процессов с точки зрения строения вещества показывают (работы Больцмана, Смолуховского и других ученых), что рост энтропии системы не является обязательным, а только наиболее вероятным результатом и относится к телам, состоящим из громадного числа молекул. Те же процессы в необъятных пространствах Вселенной могут протекать и иначе, чем в земных условиях, и сопровождаться не ростом, а уменьшением энтропии системы.

Работы советских ученых последних лет (В. А. Амбурцумян, Ф. Г. Фесенков, Д. А. Рожковский) показывают, что в далеких пространствах Вселенной процессы образования звезд продолжаются и в нашу эпоху, т. е. имеют место явления, при которых происходят возрождение энергии и ее концентрация. Это опровергает идеалистические утверждения ряда зарубежных ученых, проповедующих теорию об одновременном возникновении в определенную эпоху всех звезд.

Пример. Перестроить цикл, заданный в *pv*-диаграмме (рис. 4.7), в *Ts*-диаграмму.

Примечание. Перестройка циклов из *pv*-диаграммы в *Ts* диаграмму или наоборот без указаний значений параметров в характерных точках цикла представляет чисто теоретический интерес, способствующий пониманию физической стороны рассматриваемых явлений. При этом нужно дать правильное графическое изображение и показать расположение каждого процесса в соответствующей диаграмме так, чтобы было ясно, подводится или отводится теплота от газа в процессе, уменьшается или увеличивается внутренняя энергия, совершается работа расширения или сжатия. При этом необходимо руководствоваться законами для газов, уравнением состояния газа и законами термодинамики. Перестроение можно начать с любой характерной точки, обходить цикл удобнее по часовой стрелке. Ответ на поставленную задачу дан на рис. 4.7.

ГЛАВА 5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ

§ 5.1. Общие положения

Дифференциальные уравнения термодинамики имеют большое значение при теоретических и экспериментальных исследованиях свойств реальных газов. Теоретические положения, изложенные в предыдущих главах, относились к идеальному газу, подчиняющемуся уравнению состояния $pv = RT$, и поэтому вытекающие отсюда следст-

вия, выводы и рекомендации носят в известной мере частный характер. В отличие от этого теория дифференциальных уравнений термодинамики, развивающаяся лишь на основе двух законов термодинамики и некоторых математических зависимостей, дает возможность получить общие закономерности. Из обобщенных уравнений и формул этой теории в зависимости от выбранных условий могут быть получены любые частные решения.

Теория дифференциальных уравнений позволяет вывести уравнение состояния реального газа на основании данных экспериментальных исследований его физических свойств. Этот метод в настоящее время широко применяется при составлении уравнения состояния перегретого пара. С помощью теории дифференциальных уравнений термодинамики возможно решение и обратной задачи: составление по уравнению состояния расчетных уравнений для вычисления отдельных физических величин реального газа, например U, i, s. Этот метод также используется при составлении таблиц параметров водяного пара.

Большое значение дифференциальные уравнения термодинамики приобретают для развития общей теории теплоемкости реальных газов. С их помощью выводят формулы, устанавливающие зависимость теплоемкости реального газа от давления и объема. Эти формулы позволяют вычислить поправки к теплоемкостям при высоких давлениях. Теория дифференциальных уравнений позволяет также установить общую зависимость между теплоемкостями c_p и c_v реального газа.

Поскольку из основных параметров p, v и T только два являются независимыми, то любая пара из них (v и T, p и T, p и v) определяет все остальные параметры состояния газов, т. е.:

$$p = f_1(v, T);\quad U = f_2(v, T);\quad i = f_3(v, T);\quad s = f_4(v, T);$$

$$v = \varphi_1(p, T);\quad U = \varphi_2(p, T);\quad i = \varphi_3(p, T);\quad s = \varphi_4(p, T);$$

$$T = \psi_1(p, v);\quad U = \psi_2(p, v);\quad i = \psi_3(p, v);\quad s = \psi_4(p, v).$$

Задача сводится к тому, чтобы с помощью аналитических зависимостей между параметрами рабочего тела, устанавливаемых в дифференциальной форме уравнениями I и II законов термодинамики, раскрыть неявный вид указанных функций, с тем чтобы при последующем интегрировании составленных дифференциальных уравнений можно было определить сами параметры.

Из I закона термодинамики имеем:

$$dq = dU + pdv; \tag{5.1}$$

$$dq = di - vdp \tag{5.2}$$

или по II закону термодинамики:

$$dq = Tds; \tag{5.3}$$

$$Tds = dU + pdv; \tag{5.4}$$

$$Tds = di - vdp. \tag{5.4}$$

Поскольку q не является функцией состояния, то целесообразно выразить ее через теплоемкость по известному соотношению $dq = cdT$ (1.27). Тогда уравнение (5.1) примет вид

$$cdT = dU + pdv.$$

При v const pdv 0; $dq_v = dU_v$ и $c_v dT_v = dU_v$, или

$$c_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v. \tag{5.5}$$

По уравнению (5.3)

$$Tds_v = c_v dT_v$$

или

$$c_v \quad T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v \tag{5.6}$$

При p const dq_p $c_p dT_p$ и уравнение (5.2) принимает вид $c_p dT_p$ di_p,
откуда

$$c_p = \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p. \tag{5.7}$$

Из уравнения (5.3) получим

$$c_p dT_p \quad Tds_p, \quad \text{или} \quad c_p = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p. \tag{5.8}$$

§ 5.2. Дифференциальные уравнения внутренней энергии, энтропии, энтальпии и теплоты при различных комбинациях независимых переменных p, v, T

а) **Независимые переменные v и T.** Из уравнения (5.4) имеем

$$ds = \frac{dU}{T} + \frac{pdv}{T}; \tag{а*}$$

так как U_2 $f_2(v, T)$, то полный дифференциал этой функции будет иметь вид

$$dU = \left(\frac{dU}{dv}\right)_T dv + \left(\frac{dU}{\partial T}\right)_v dT.$$

Подставляя это значение dU в уравнение (а), получим

$$ds = \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T dv + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v dT\right] + \frac{1}{T} pdv,$$

или

$$ds \quad \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T + p\right] dv + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v dT. \tag{б}$$

* В дальнейшем буквенная нумерация при выводе формул дается для промежуточных равенств, на которые есть ссылка в тексте.

Поскольку $s = f_4(v, T)$, то полный дифференциал этой функции примет вид

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T dv + \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v dT. \qquad (в)$$

Из сравнения выражений (б) и (в) имеем:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T + p\right] \qquad (5.9)$$

и

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v. \qquad (5.10)$$

Дифференцируя уравнение (5.9) по T при $v = \text{const}$, получим

$$\frac{\partial^2 s}{\partial v \partial T} = \frac{1}{T}\left[\frac{\partial^2 U}{\partial v \partial T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v\right] - \frac{1}{T^2}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T + p\right]. \qquad (г)$$

Дифференцируя уравнение (5.10) по v при $T = \text{const}$, получим

$$\frac{\partial^2 s}{\partial v \partial T} = \frac{1}{T}\frac{\partial^2 U}{\partial v \partial T}. \qquad (д)$$

Приравнивая правые части выражений (г) и (д), будем иметь

$$\frac{1}{T}\left[\frac{\partial^2 U}{\partial v \partial T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v\right] - \frac{1}{T^2}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T + p\right] = \frac{1}{T}\frac{\partial^2 U}{\partial v \partial T},$$

или

$$\frac{1}{T}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - \frac{1}{T^2}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T + p\right] \text{ и } \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T + \frac{p}{T},$$

откуда

$$\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p. \qquad (5.11)$$

Подставляя $\left(\frac{dU}{dv}\right)_T$ в уравнение (5.9), получим

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v. \qquad (5.12)$$

Уравнения (5.11) и (5.12) характеризуют изменение внутренней энергии и энтропии как функции переменных при изотермическом процессе. Однако с помощью этих уравнений можно получить и полные дифференциалы dU и ds, т. е. изменение U и s в зависимости от p, v, T в любом процессе. Действительно, подставляя в выражение полного дифференциала dU значение $\left(\frac{dU}{dv}\right)_T$ из уравнения (5.11) и значение $\left(\frac{dU}{dT}\right)_v = c_v$ из уравнения (5.5), получим

$$dU = \left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p\right] dv + c_v dT. \qquad (5.13)$$

Подставляя в выражение (в) значение $\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T$ по уравнению (5.12) и значение $\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v = \frac{c_v}{T}$ из уравнения (5.6), получим

$$ds = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv + \frac{c_v}{T} dT, \tag{5.14}$$

и так как $dq = Tds$, то, подставляя ds из уравнения (5.14), будем иметь

$$dq = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv + c_v dT. \tag{5.15}$$

Таким образом, имея уравнение состояния рабочего тела, связывающее между собой p, v, T, можно с помощью формул (5.13)—(5.15) определить изменение внутренней энергии, энтропии, а также количество подводимой или отводимой теплоты для любого процесса, если известна величина c_v.

В частности, для идеальных газов при подстановке $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v}$ эти уравнения принимают вид, который был для них установлен равенствами (2.4′), (2.5′) и (2.13).

Если для идеального газа подставить $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v}$ в уравнение (5.11), получим

$$\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T = T\frac{R}{v} - p = \frac{pv}{v} - p = 0,$$

т. е. при изотермическом изменении объема идеального газа его внутренняя энергия не изменяется, но поскольку $U = f_2(v, T)$, то изменение внутренней энергии идеального газа является функцией только температуры газа, а так как $dU = c_v dT$, то, следовательно, и c_v для идеального газа может быть функцией только температуры газа.

б) Независимые переменные p и T. Из уравнения (5.4′).

$$ds = \frac{di}{T} - \frac{vdp}{T} \tag{е}$$

Так как $i = \varphi_3(p, T)$, то полный дифференциал этой функции будет иметь вйд $di = \left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p dT$. Подставляя полный дифференциал di в равенство (е), получим

$$ds = \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T - v\right] dp + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p dT. \tag{ж}$$

Поскольку $s = \varphi_1(p, T)$, то полный дифференциал этой функции примет вид

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p dT. \tag{з}$$

Из сравнения выражений (ж) и (з) имеем:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p; \tag{5.16}$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T - v\right]. \tag{5.17}$$

Дифференцируя уравнение (5.16) по p при $T = \text{const}$, получим

$$\frac{\partial^2 s}{\partial p \partial T} = \frac{1}{T}\frac{\partial^2 i}{\partial p \partial T}. \tag{и}$$

Дифференцируя уравнение (5.17) по T при $p = \text{const}$, получим

$$\frac{\partial^2 s}{\partial p \partial T} = \frac{1}{T}\left[\frac{\partial^2 i}{\partial p \partial T} - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p\right] - \frac{1}{T^2}\left[\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T - v\right]. \tag{к}$$

Приравнивая правые части выражений (и) и (к), получим

$$\frac{1}{T}\frac{\partial^2 i}{\partial p \partial T} = \frac{1}{T}\frac{\partial^2 i}{\partial p \partial T} - \frac{1}{T}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - \frac{1}{T^2}\left[\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T - v\right]$$

или

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\frac{1}{T}\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T - \frac{v}{T},$$

откуда

$$\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p + v. \tag{5.18}$$

Подставляя выражение $\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T$ в уравнение (5.17), получим

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{eT}\right)_p \tag{5.19}$$

Уравнения (5.18) и (5.19) показывают изменение энтальпии и энтропии при изотермическом процессе. Однако с помощью этих уравнений можно получить и полные дифференциалы di и ds, т. е. изменение i и s в зависимости от p, v, T в любом процессе. Подставляя в выражение полного дифференциала di значение $\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T$ по уравнению (5.18) и значение $\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p = c_p$ из уравнения (5.7), получим

$$di = c_p\,dT - \left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v\right]dp. \tag{5.20}$$

Подставляя в выражение (з) значение $\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T$ из уравнения (5.19) и значение $\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = \frac{c_p}{T}$ из уравнения (5.8), будем иметь

$$ds = c_p\frac{dT}{T} - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dp; \tag{5.21}$$

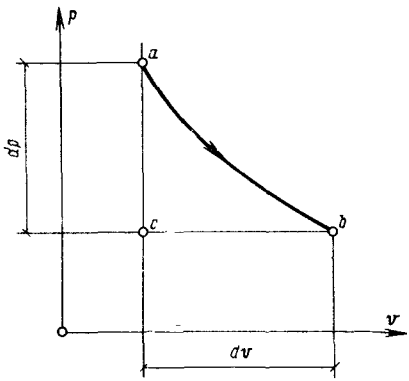


Рис. 5.1. К доказательству, что $dq = dq_p + dq_v$

так как $dq = Tds$, то

$$dq = c_p\,dT - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dp. \qquad (5.22)$$

Имея уравнение состояния рабочего тела, связывающее между собой p, v, T, можно с помощью уравнений (5.20)—(5.22) определить изменение энтальпии, энтропии, а также количество подводимой или отводимой теплоты для любого процесса, если известно c_p.

Для идеальных газов при подстановке $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{p}$ полученные уравнения di, ds, dq принимают вид, который был для них установлен равенствами (3.6″), (2.14) и (3.7).

Если для идеального газа подставить значение $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{q}$ в уравнение (5.18), получим

$$\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T = -T\frac{R}{p} + v = 0,$$

т. е. при изотермическом изменении давления энтальпия идеального газа не изменяется, но поскольку $i = \varphi_3(p, T)$, то энтальпия идеального газа является функцией только температуры, а так как $di = c_p dT$, то, следовательно, и c_p для идеального газа может быть функцией только температуры.

в) Независимые переменные p **и** v. Рассмотрим в pv-диаграмме произвольный элементарный процесс ab (рис. 5.1) и докажем, что теплота dq, сообщаемая газу, может быть представлена суммой теплот dq_p и dq_v. Для бесконечно малого процесса ab изменения состояния газа $dq_{ab} = dU_{ab} + dA_{ab}$, а для бесконечно малых процессов ac и cb

$$dq_v + dq_p = dU_{ac} + dU_{cb} + dA_{cb}.$$

Так как $dU_{ab} = dU_{ac} + dU_{cb}$, а $dA_{ab} = dA_{cb}$ + пл. abc, где элементарная площадка abc при $ac = dp$ и $cb = dv$ является бесконечно малой величиной второго порядка, то

$$dq = dq_p + dq_v, \quad \text{или} \quad dq = c_p\,dT_p + c_v\,dT_v. \qquad (л)$$

Последнее равенство справедливо только для бесконечно малого процесса, и оно не дает права для перехода к равенству

$$q_{12} = \int_{T_1}^{T_2} c_p\,dT + \int_{T_1}^{T_2} c_v\,dT.$$

Значения dT_p и dT_v определим из общего выражения для dT.

Поскольку $T = \psi_1(p, v)$, то

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p dv + \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v dp,$$

откуда при $p = \text{const}$ $dT_p = \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p dv$ и при $v = \text{const}$ $dT_v = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v dp$.

Подставляя значения dT_p и dT_v в равенство (л), получим

$$dq = c_p \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p dv + c_v \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v dp; \tag{5.23}$$

так как $ds = \frac{dq}{T}$, то

$$ds = \frac{c_p}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p dv + \frac{c_v}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v dp. \tag{5.24}$$

Поскольку $dU = dq - pdv$, то, подставляя значение dq по уравнению (5.23), получим

$$dU = c_v \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v dp + \left[c_p \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p - p\right] dv. \tag{5.25}$$

Из выведенных уравнений нетрудно установить, что теплота не представляет собой функцию состояния. Это обусловливается тем, что dq не является полным дифференциалом. Действительно, $dq = dU + pdv$, но $U = \psi_2(p, v)$, т. е.

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_p dv + \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_v dp$$

или

$$dq = \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_v dp + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_p + p\right] dv.$$

Если бы dq был полным дифференциалом, то на основании свойства коэффициентов полного дифференциала можно было бы написать

$$\frac{\partial}{\partial v}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_v\right]_p = \frac{\partial}{\partial p}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_p + p\right]_v,$$

но этого равенства нет, так как $p \neq 0$. Поэтому dq не полный дифференциал и q не параметр состояния, а лишь функция протекания процесса изменения состояния рабочего тела.

§ 5.3. Дифференциальные уравнения теплоемкостей

Теплоемкость является одной из основных тепловых характеристик тел. Для определения соотношения между теплоемкостями c_p и c_v можно использовать уравнение (5.15).

При $p = \text{const}$ уравнение (5.15) примет вид

$$dq_p = c_p\, dT_p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv_p + c_v\, dT_p,$$

или

$$c_p\, dT_p - c_v\, dT_p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv_p,$$

$$(c_p - c_v)\, dT_p = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv_p, \text{ или}$$

$$c_p - c_v = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p. \qquad (5.26)$$

Уравнение (5.26) устанавливает общую зависимость между теплоемкостями c_p и c_v реального газа.

Для идеального газа $pv = RT$; $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v}$; $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{p}$, т. е. $c_p - c_v = T\,\frac{R}{v}\,\frac{R}{p}$, или $c_p - c_v = R$, т. е. получаем известное уравнение Майера.

Установим зависимости c_p от p и c_v от v. В соответствии с уравнением (5.8) $\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = \frac{c_p}{T}$ и уравнением (5.19) $\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$.

Дифференцируя уравнение (5.8) по p при $T = \text{const}$ и уравнение (5.19) по T при $p = \text{const}$, получим

$$\frac{\partial^2 s}{\partial p \partial T} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_T; \quad \frac{\partial^2 s}{\partial p \partial T} = -\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_p.$$

Приравнивая правые части полученных равенств, будем иметь:

$$\frac{1}{T}\left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_p \text{ или}$$

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_p. \qquad (5.27)$$

Это уравнение в самом общем виде дает зависимость c_p от p. Если опытным путем определена зависимость c_p от p и T, то двухкратным интегрированием уравнения (5.27) можно получить связь между параметрами p, v, T, т. е. уравнение состояния вида $F(p, v, T) = 0$ для реального газа.

Аналогично устанавливается и зависимость c_v от v.

В соответствии с уравнением (5.6) $\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right) = \frac{c_v}{T}$ и уравнением (5.12) $\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$. Дифференцируя уравнение (5.6) по v при $T = \text{const}$ и уравнение (5.12) по T при $v = \text{const}$, получим

$$\frac{\partial^2 s}{\partial v \partial T} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T \text{ и } \frac{\partial^2 s}{\partial v \partial T} = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v.$$

Приравнивая правые части полученных равенств, будем иметь

$$\frac{1}{T}\left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T=\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v \quad \text{или} \quad \left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T=T\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v. \tag{5.28}$$

Полученное уравнение в самом общем виде даст зависимость c_v от v.

Нетрудно видеть, что для идеального газа

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)=\frac{R}{v} \quad \text{и} \quad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T}\right)_v=0; \quad \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p=\frac{R}{p} \quad \text{и} \quad \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_p=0,$$

и в соответствии с уравнениями (5.27) и (5.28) будем иметь $\left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_T=0$ и $\left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T=0$, т. е. теплоемкости c_p и c_v для идеального газа не зависят от давления и объема и могут быть лишь функциями температуры, что и было показано выше. Если частные производные $\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_p$ и $\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v$ не равны нулю, то в соответствии с уравнениями (5.27) и (5.28) исследуемые теплоемкости c_p и c_v зависят от объема и давления и газ не является идеальным.

Пример 5.1. Показать, что абсолютная температура газа — это мера изменения энтальпии с изменением энтропии при постоянном давлении газа.

Решение. Требуется доказать, что $T=\left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_p$. Подставляя в общее уравнение $ds=dq/T$ значение $dq=di-vdp$, получим $ds=\frac{di}{T}-\frac{vdp}{T}$. При $p=\text{const}$ $dp=0$ и $ds_p=\frac{di_p}{T}$, откуда

$$T=\frac{di_p}{ds_p}, \quad \text{или} \quad T=\left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_p. \tag{5.29}$$

Пример 5.2. Доказать равенство $v=\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_s$.

Пример 5.3. Доказать равенство $p=-\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_s$.

Пример 5.4. Вывести с помощью дифференциального уравнения (5.25) уравнение изотермы для идеального газа.

Пример 5.5. Вывести с помощью дифференциального уравнения (5.23) уравнение адиабаты для идеального газа.

ГЛАВА 6. ВОДЯНОЙ ПАР

§ 6.1. Общие положения.

Водяной пар чрезвычайно широко применяется в различных отраслях промышленности главным образом в качестве теплоносителя в теплообменных аппаратах и как рабочее тело в паросиловых установках. Это объясняется повсеместным распространением воды, ее дешевизной и безвредностью для здоровья человека.

В промышленности строительных материалов водяной пар широко применяют для тепловлажностной обработки силикатного кирпича, теплоизоляционных деталей, бетонных, железобетонных и других изделий в различных пропарочных камерах и автоклавах. Водяной пар используют также для распыления мазута с помощью форсунок при его сжигании, в паровых сушилках для различных теплоизоляционных материалов (торфяные плиты и др.), в установках для получения древесно-волокнистой массы (пушка Мэсона [9]) и др.

Имея высокое давление и относительно низкую температуру, пар, используемый в названных тепловых агрегатах, близок к состоянию жидкости, поэтому пренебрегать силами сцепления между его молекулами и их объемом, как в идеальных газах, нельзя. Следовательно, не представляется возможным использовать для определения параметров состояния водяного пара уравнения состояния идеальных газов, т. е. для пара $pv \neq RT$, ибо водяной пар есть реальный газ.

Попытки ряда ученых (Ван-дер-Ваальса, Бертло, Клаузиуса и др.) уточнить уравнения состояния реальных газов путем введения поправок в уравнения состояния для идеальных газов не увенчались успехом, так как эти поправки относились только к объему и силам сцепления между молекулами реального газа и не учитывали ряд других физических явлений, происходящих в этих газах.

Особую роль играет уравнение, предложенное Ван-дер-Ваальсом в 1873 г., $\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$. Являясь приближенным при количественных расчетах, уравнение Ван-дер-Ваальса качественно хорошо отображает физические особенности газов, так как позволяет описать общую картину изменения состояния вещества с переходом его в отдельные фазовые состояния. В этом уравнении a и b для данного газа являются постоянными величинами, учитывающими: первая — силы взаимодействия, а вторая — размер молекул. Отношение a/v^2 характеризует добавочное давление, под которым находится реальный газ вследствие сил сцепления между молекулами. Величина b учитывает уменьшение объема, в котором движутся молекулы реального газа, вследствие того что они сами обладают объемом. Отношение a/v^2, называемое внутренним давлением, для жидких тел имеет большие значения (например, для воды оно при 20 °С составляет 1050 МПа); для газов из-за малых сил сцепления оно очень мало. Поэтому внешнее давление, под которым находится жидкость, оказывает ничтожное влияние на ее объем, и жидкость считают практически несжимаемой.

В газах ввиду малости a/v^2 внешнее давление легко изменяет их объем. Стремление получить более точное уравнение состояния реальных газов привело к необходимости учета помимо влияния сил сцепления и объема самих молекул таких физических явлений, как ассоциация и диссоциация молекул реальных газов. Ассоциация, т. е. механическое соединение двух или большего числа молекул в одну сложную частицу, происходит при низких температурах газа, а обратное явление — диссоциация молекул — при высоких температурах газа. Ассоциация молекул уменьшает число свободных молекул и приводит к уменьшению давления газа.

В наиболее общем виде уравнение состояния реального газа может быть представлено в форме так называемого вириального ряда:

$$pv = B_0 + B_1 \frac{1}{v} + B_2 \frac{1}{v^2} + B_3 \frac{1}{v^3} + \ldots,$$

где коэффициенты B_0, B_1, B_2, B_3 и т. д. называются вириальными. Уравнение подобного вида было разработано в 1937—1946 гг. американским физиком Дж. Майером и независимо от него советским математиком Н. Н. Боголюбовым. Это уравнение имеет вид

$$pv = RT\left[1 - \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{k}{k+1} \frac{B_k}{v^k}\right]. \qquad (6.1)$$

Вириальные коэффициенты B_k выражаются через температуру и потенциальную энергию взаимодействия двух молекул газа.

Для газов с нулевой плотностью (идеальный газ) $v \to \infty$ и уравнение (6.1) превращается в уравнение Клапейрона $pv = RT$.

Для реальных газов с малой плотностью отбрасываются все члены вириального ряда, кроме первых двух, и уравнение принимает вид

$$pv = RT\left(1 - \frac{1}{2} \frac{B_1}{v}\right).$$

Используя зависимость $B_1 = f(T, U_{\text{потенц}})$, полученное уравнение можно превратить в уравнение Ван-дер-Ваальса [4].

Для реальных газов с повышенной плотностью приемлемая точность уравнения (6.1) получается при учете большего числа членов вириального ряда.

Советскими учеными М. П. Вукаловичем и И. И. Новиковым в 1939 г. было получено уравнение для реальных газов с учетом ассоциации и диссоциации их молекул. В общем виде это уравнение записывается в следующей форме:

$$pv = RT\left(1 - A\frac{1}{v} - B\frac{1}{v^2}\right). \qquad (6.2)$$

Коэффициенты A и B определяют из равенств:

$$A = \frac{a}{RT} - b + \frac{cR}{T^{\frac{3+2m_1}{2}}} \qquad (6.2')$$

$$B = \frac{bcR}{T^{\frac{3+2m_1}{2}}} - 4\left(1 - \frac{k}{T^{\frac{3m_2-4m_1}{2}}}\right)\left(1 + \frac{8b}{v} - \frac{n}{v^3}\right) \times \left(\frac{cR}{T^{\frac{3+2m_1}{2}}}\right)^2 \qquad (6.2'')$$

где R — газовая постояниая; a, b — константы в уравнениях состояиия реальных газов; m_1, m_2, c, k, n — коэффициенты, характеризующие степеиь ассоциации.

Приведенное уравнение можно применять к любому реальному газу, и в частности к перегретому водяному пару. Но в связи с тем, что практически это сложное уравнение использовать трудно, с его помощью были вычислены основные физические величины перегретого водяного пара при различных p и T, составлены таблицы и построена диаграмма в is-координатах, на основании которых и проводятся расчеты процессов изменения состояния водяного пара.

Пары бывают н а с ы щ е н н ы е и п е р е г р е т ы е . Насыщенные пары разделяются на с у х и е насыщенные (или просто сухие) и в л а ж н ы е насыщенные (или просто влажные).

Для выяснения свойств пара и особенностей каждого из его состояний рассмотрим процесс превращения жидкости в пар, называемый иначе процессом парообразования. Известно, что жидкость может превращаться в пар при и с п а р е н и и и к и п е н и и.

И с п а р е н и е м называется парообразование, происходящее только с поверхности жидкости и при любой температуре. Интенсивность испарения зависит от природы жидкости и ее температуры. Испарение жидкости может быть полным, если над жидкостью находится неограниченное пространство. В природе процесс испарения жидкости осуществляется в гигантских масштабах в любое время года; примером этого является испарение воды в реках, морях и океанах.

Явление испарения заключается в том, что отдельные молекулы жидкости, находящиеся у ее поверхности и обладающие высокими скоростями, а следовательно, и большей по сравнению с другими молекулами кинетической энергией, преодолевая силовое действие соседних молекул, создающее поверхностное натяжение, вылетают из жидкости в окружающее пространство. С увеличением температуры интенсивность испарения возрастает, так как увеличиваются скорость и энергия молекул и уменьшаются силы их взаимодействия. При испарении температура жидкости снижается, так как из нее вылетают молекулы, обладающие сравнительно большими скоростями, вследствие чего уменьшается средняя скорость оставшихся в ней молекул.

При сообщении жидкости теплоты повышаются ее температура и интенсивность испарения. При некоторой вполне определенной температуре, зависящей от природы жидкости и давления, под которым она находится, начинается парообразование во всей ее массе. При этом у стенок сосуда и внутри жидкости образуются пузырьки пара. Это явление называется к и п е н и е м жидкости. Давление получающегося при этом пара такое же, как и среды, в которой происходит кипение.

Процесс, обратный парообразованию, называется к о н д е н с а ц и е й. Этот процесс превращения пара в жидкость также происходит при постоянной температуре, если давление остается постоянным. Жидкость, образующаяся при конденсации пара, называется конденсатом.

При испарении жидкости в ограниченное пространство (а это бывает в паровых котлах) одновременно происходит и обратное явление — конденсация пара, обусловленная тем, что некоторые из молекул пара, движущиеся в паровом пространстве по всем направлениям, ударяясь о поверхность жидкости, попадают в сферу влияния ее молекул и остаются в ней. Если скорость конденсации станет равной скорости испарения, то в системе наступает динамическое равновесие. Пар в этом состоянии имеет максимальную плотность и называется н а с ы щ е н н ы м. Следовательно, под насыщенным понимают пар, находящийся в равновесном состоянии с жидкостью, из которой он образуется. Основное свойство этого пара состоит в том, что он имеет температуру, являющуюся функцией его давления, одинакового с давлением той среды, в которой происходит кипение. Поэтому температура кипения иначе называется т е м п е р а т у р о й н а с ы щ е н и я и обозначается $t_н$ ($T_н$). Давление, соответствующее $t_н$, называется д а в л е н и е м н а с ы щ е н и я (обозначается $p_н$ или просто p).

Если объем насыщенного пара возрастает при $t_н = \text{const}$, то некоторое количество жидкости переходит в пар (испарение больше конденсации). Если объем пара уменьшается, то часть пара переходит в жидкость (конденсация больше испарения). Но в обоих случаях давление пара $p_н$ остается постоянным. Пар образуется до тех пор, пока не испарится последняя капля жидкости. Этому моменту будет соответствовать состояние с у х о г о насыщенного пара. Пар, получаемый при неполном испарении жидкости, называется в л а ж н ы м насыщенным паром. Он является смесью сухого пара с капельками жидкости, распространенными равномерно во всей его массе и находящимися в нем во взвешенном состоянии.

Массовая доля сухого пара во влажном паре называется с т е п е н ь ю с у х о с т и или массовым паросодержанием и обозначается через x. Массовая доля жидкости во влажном паре называется с т е п е н ь ю в л а ж н о с т и и обозначается через y. Очевидно, что $y = 1 - x$. Степень сухости и степень влажности выражают или в долях единицы, или в %: например, если $x = 0{,}95$ и $y = 1 - x = 0{,}05$, то это означает, что в смеси находится 95% сухого пара и 5% кипящей жидкости.

Если температура пара выше температуры насыщенного пара того же давления, то такой пар называется п е р е г р е т ы м. Разность между температурой перегретого пара и температурой насыщенного пара того же давления называется степенью перегрева.

Поскольку удельный объем перегретого пара больше удельного объема насыщенного пара (так как $p = \text{const}$, $t_{пер} > t_н$), то плотность перегретого пара меньше плотности насыщенного пара. Поэтому перегретый пар является н е н а с ы щ е н н ы м. По своим физическим свойствам перегретый пар приближается к газам и тем больше, чем выше степень его перегрева.

В паровых котлах пар из воды образуется при постоянном давлении, поэтому и термодинамическую сторону процесса парообразования также будем рассматривать при $p = \text{const}$.

§ 6.2. Процесс парообразования в *pv*-диаграмме

Пусть в цилиндре находится 1 кг воды при температуре 0 °С, на поверхность которой с помощью поршня оказывается постоянное давление p. Объем воды, находящейся под поршнем, равный удельному объему при 0 °С, обозначим v_0' ($v_0' = 0{,}001$ м³/кг). Будем считать для упрощения, что вода является практически несжимаемой жидкостью и имеет наибольшую плотность при 0 °С, а не при 4 °С (точнее 3,98 °С). При нагревании цилиндра и передаче теплоты воде температура ее будет повышаться, объем возрастать, и при достижении $t = t_н$, соответствующей $p = p_1$, вода закипит и начнется парообразование.

Все изменения состояния жидкости и пара будем отмечать в *pv*-координатах (рис. 6.1).

Процесс образования перегретого пара при $p = \text{const}$ состоит из трех последовательно осуществляемых физических процессов:

1) подогрев жидкости до температуры насыщения $t_н$;

2) парообразование при $t_н = \text{const}$;

3) перегрев пара, сопровождающийся повышением температуры.

При $p = p_1$ этим процессам в *pv*-диаграмме соответствуют отрезки aa', $a'a''$ и $a''d$. В интервале между точками a' и a'' температура будет постоянной и равной $t_{н1}$ и пар будет влажный, причем ближе к точке a' степень сухости его будет меньше ($x_{a'} = 0$), а в точке a'', соответствующей состоянию сухого пара, $x = 1$. Если процесс парообразования будет идти при более высоком давлении ($p_2 > p_1$), то объем воды v_0' практически останется прежним. Объем v', соответствующий кипящей воде, несколько увеличится ($v_b' > v_a'$), так как $t_{н2} > t_{н1}$, а объем $v_b'' < v_a''$, поскольку процесс парообразования при более высоком давлении и высокой температуре протекает более интенсивно. Следовательно, при возрастании давления разность объемов $v' - v_0'$ (отрезок $b'b$) увеличивается, а разность объемов $v'' - v'$ (отрезок $b''b'$) уменьшается. Аналогичная картина будет и тогда, когда процесс парообразования идет при большем давлении ($p_3 > p_2$; $v_c' > v_b'$; $v_c'' < v_b''$, так как $t_{н3} > t_{н2}$)*.

Наличие однозначной зависимости между p и $t_н$ определяет состояние сухого пара и кипящей воды. Для влажного пара нужно знать еще степень сухости x.

Если на рис. 6.1 соединить точки с одним и двумя штрихами, лежащие на изобарах различных давлений, получим линии a—b—c; a'—b'—c'; a''—b''—c'', каждая из которых имеет вполне определенное значение. Например, линия a—b—c выражает зависимость удельного объема воды при 0 °С от давления. Она почти параллельна оси ординат, так как вода — практически несжимаемая жидкость. Линия a'—b'—c' дает зависимость удельного объема кипящей воды от давления. Эта линия называется нижней пограничной кривой. В *pv*-диаграмме эта кривая отделяет область воды от области насыщенных паров. Линия a''—b''—c'' показывает зависимость удельного объе-

* Значения температуры $t_н$ в зависимости от давлений даны в прил. 2.

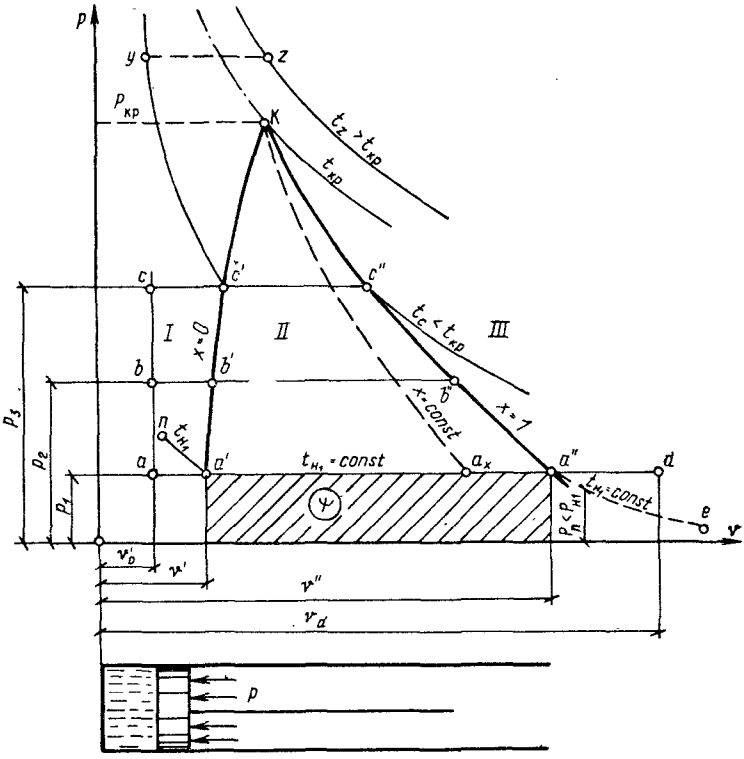


Рис. 6.1. Процесс парообразования в *pv*-диаграмме

ма сухого пара от давления и называется верхней пограничной кривой. Она отделяет область насыщенного пара от области перегретого (ненасыщенного) пара.

Точка встречи пограничных кривых называется критической точкой и обозначается буквой k. Эта точка соответствует некоторому предельному критическому состоянию вещества, когда отсутствует различие между жидкостью и паром. В этой точке отсутствует участок процесса парообразования. Параметры вещества при этом состоянии называются критическими. Например, для воды $p_к = 22{,}1145$ МПа, $T_к = 647{,}266$ К и $v_к = 0{,}003147$ м^3/кг; для ртути $p_к = 100$ МПа и $T_к = 1673$ К; для аммиака $p_к = 10{,}99$ МПа и $T_к = 406$ К; для CO_2 $p_и = 7{,}32$ МПа и $T_к = 304{,}5$ К и т. д.

Критическая температура является максимальной температурой насыщенного пара. При температуре выше критической могут находиться лишь перегретые пары и газы. Впервые понятие о критической температуре было дано в 1860 г. Д. И. Менделеевым. Он определил ее как такую температуру, выше которой газ не может быть переведен в жидкость, какое бы высокое давление к нему ни было приложено. Чем выше температура газа при данном давлении и чем ниже его кри-

тическая температура, тем ближе по своим свойствам он будет к идеальному газу. В этом смысле весьма совершенными газами являются водород, азот, окись углерода, кислород, гелий, для которых критическая температура значительно ниже 273 К.

Не всегда, однако, процесс парообразования совершается так, как это показано на рис. 6.1. Если вода очищена от механических примесей и растворенных в ней газов, парообразование может начаться при температуре выше $T_н$ (иногда на 15—20 К) из-за отсутствия центров парообразования. Такая вода носит название *перегретой*. С другой стороны, при быстром изобарном охлаждении перегретого пара конденсация его может начаться не при $T_н$, а при несколько более низкой температуре. Такой пар называется *переохлажденным* или *пересыщенным*. При решении вопроса, в каком агрегатном состоянии могут быть вещества (пар или вода) при заданных p и T, p и v или T и v, нужно всегда иметь в виду следующее. При $p = \text{const}$ для перегретого пара $v_d > v''$ и $T_d > T_н$ (см. рис. 6.1); для воды, наоборот, $v < v'$ и $T < T_н$; при $T = \text{const}$ для перегретого пара $v_e > v''$ и $p_e < p_н$; для воды $v_n < v'$ и $p_n > p_н$. Зная эти соотношения и пользуясь таблицами для насыщенного пара, можно всегда определить, в какой из трех областей *I*, *II* или *III* (см. рис. 6.1) находится рабочее тело с заданными параметрами, т. е. является ли оно жидкостью (*I* область), насыщенным (*II* область) или перегретым (*III* область) паром.

Для сверхкритической области за вероятную границу «вода—пар» условно принимают критическую изотерму (штрихпунктирная кривая на рис. 6.1). При этом слева и справа от этой изотермы вещество находится в однофазном гомогенном состоянии, обладая, например, в точке y свойствами жидкости, а в точке z — свойствами пара. Однако в отличие от процесса, протекающего при $p < p_{кр}$, когда свойства испаряющейся жидкости изменяются скачкообразно, процесс испарения y — z происходит с непрерывным накапливанием качественных различий между жидкостью и паром. Подобные процессы осуществляются в современных прямоточных паровых котлах, работающих при сверхкритических параметрах пара.

§ 6.3. Определение параметров состояния водяного пара

Жидкость. Как указывалось выше, удельный объем воды при 0 °С и различных давлениях одинаков и равен 0,001 м³/кг (v_0'). При температурах насыщения и различных давлениях удельный объем воды (v') изменяется в узком диапазоне — от 0,001 ($t_н = 0$ °С) и $p_н = 0{,}61$ кПа) до 0,003147 м³/кг ($t_н = t_к = 374{,}116$ °С и $p_н = p_к = 22{,}1145$ МПа). Количество теплоты q', расходуемой при $p = \text{const}$ на нагревание 1 кг воды от 0 °С до температуры $t_н$, характеризует *теплоту жидкости*. Очевидно, $q' = \int_0^{t_н} c_p dt = c_p t_н$ (где c_p — теплоемкость воды, зависящая от давления и температуры, определя-

ется по эмпирическим формулам). Опыт показывает, что теплоемкость воды при $p = \text{const}$ при повышении температуры от 0 °С сначала уменьшается, а затем вновь начинает увеличиваться. При постоянной температуре с увеличением давления теплоемкость воды несколько уменьшается. В практических расчетах при невысоких давлениях обычно считают, что $c_p = 4{,}19$ кДж/(кг·К).

В соответствии с первым законом термодинамики $q = \Delta U + A$ имеем

$$q' = U' - U'_0 + p\,(v' - v'_0)^*. \qquad \text{(а)}$$

Внешняя работа $p\,(v' - v'_0)$ до давления $p = 4$ МПа незначительна, и ею можно пренебречь, так как $v' \approx v'_0$. При более высоких давлениях она имеет существенное значение, например при 4 МПа $p\,(v' - v'_0) = 0{,}98$, при $p = 10$ МПа $p\,(v' - v'_0) = 6$, а при $p = 20$ МПа $p\,(v' - v'_0) = 20{,}6$ кДж/кг. Для давления до $p = 4$ МПа можно полагать, что $q' = U' - U'_0$. Считая, что при 0 °С внутренняя энергия жидкости $U'_0 = 0$, получим**

$$q' \approx U'. \qquad \text{(б)}$$

С другой стороны, в соответствии с определением энтальпии имеем $i' = U' + pv'$. Подставляя значение внутренней энергии кипящей жидкости U' из выражения (а), получим

$$i' = q' + U'_0 - p\,(v' - v'_0) + pv' = q' + U'_0 + pv'_0 = q' + pv'_0.$$

Пренебрегая величиной pv'_0, получим $i' \approx q'$, тогда в соответствии с равенством (б) будем иметь

$$c_p t_н = q' \approx U' \approx i'. \qquad (6.3)$$

На самом деле, как это было доказано, существует неравенство $i' > q' > U'$. При составлении таблиц для водяного пара энтальпию воды при 0 °С i'_0 считают обычно равной нулю, хотя это и не совсем точно (при 0 °С $i'_0 = -0{,}0461$ кДж/кг).

Энтропия жидкости s' определяется как приращение по отношению к ее состоянию s'_0, которое при $t_н = 0$ °С и соответствующем давлении насыщения (для воды $p_н = 0{,}6107$ кПа) условно принимается равным нулю; тогда для воды

$$\Delta s = s' - s'_0 = s' = \int_{273}^{T_н} \frac{dq}{T} = \int_{273}^{T_н} c_p \frac{dT}{T}$$

Считая, что $c_p = 4{,}19$ кДж/(кг·К) $= \text{const}$, получим

$$s' = 4{,}19 \ln \frac{T_н}{273} \qquad (6.4)$$

---

* В дальнейшем в таблицах для водяных паров все величины, относящиеся к жидкости при температуре насыщения, даются с одним штрихом, а величины, относящиеся к сухому насыщенному пару, — с двумя штрихами.

** В соответствии с решением VI Международной конференции по свойствам водяного пара (1963 г.) за нуль принимается значение внутренней энергии воды в тройной точке ($t = 0{,}01$ °С, $p = 0{,}6108$ кПа).

В соответствии с уравнением (6.4) график подогрева жидкости в Ts-диаграмме будет изображаться логарифмической линией.

Сухой насыщенный пар. Состояние сухого насыщенного пара, который получается в результате подогрева воды до $t_н$, а затем полного ее испарения, определяется одним параметром — p или $t_н$ (см. рис. 6.1). Поэтому все остальные параметры сухого пара (v'', s'', i'' и т. д.) находят по таблицам насыщенных паров в зависимости от давления или температуры.

Количество теплоты, необходимой для перевода 1 кг кипящей воды в сухой насыщенный пар при постоянных давлении и температуре, называется теплотой парообразования и обозначается буквой r. Иногда величину r называют скрытой теплотой парообразования, скрытой в том смысле, что при подводе этого количества теплоты температура кипящей воды не повышается (процессы $a'a''$, $b'b''$ и т. д. на рис. 6.1). Уравнение первого закона термодинамики для процесса парообразования имеет следующий вид:

$$r = U'' - U' + p(v'' - v').$$

Итак, теплота парообразования используется следующим образом: часть ее ($U'' - U'$) идет на изменение внутренней энергии, на так называемую работу дисгрегации по преодолению сил сцепления между молекулами жидкости, т. е. на перевод жидкости в пар, а другая часть $p(v'' - v')$ расходуется на работу расширения от v' до v''. Изменение внутренней кинетической энергии в процессе парообразования отсутствует, так как температура $t_н = \text{const}$.

Обозначая $U'' - U' = \rho$ и $p(v'' - v') = \psi$, получим

$$r = \rho + \psi,$$

где ρ и ψ — внутренняя и внешняя теплота парообразования.

Если для идеальных газов работа дисгрегации равна нулю, то в насыщенных парах бо́льшая часть теплоты парообразования расходуется именно на перевод жидкости в пар, а меньшая часть — на работу расширения. Например, для водяных паров при $p = 0{,}1$ МПа $\rho/\psi = 12{,}4$; при $p = 1$ МПа $\rho/\psi = 9{,}4$; при $p = 4{,}9$ МПа $\rho/\psi = 7{,}6$ и т. д. Как видно из приведенных данных, ψ составляет 8—15% от ρ.

Внутреннюю энергию сухого пара определяют из соотношения $U'' = U' + \rho$, но так как в соответствии с равенством (6.3) $U' \approx q'$, то $U'' = q' + \rho$.

Энтальпию сухого пара i'' находят как сумму $i' + r$ или из общего выражения $i'' = U'' + pv''$.

Приращение энтропии $\Delta s = s'' - s'$ в процессе парообразования находят из соотношения

$$\Delta s = s'' - s' = \int_{a'}^{a''} \frac{dq}{T_н} = \frac{1}{T_н} \int_{a'}^{a''} dq = \frac{r}{T_н},$$

откуда

$$s'' = s' + \frac{r}{T_н} = 4{,}19 \ln \frac{T_н}{273} + \frac{r}{T_н}. \qquad (6.5)$$

Параметры сухого насыщенного пара и все его физические величины v'', i'', s'', U'', r определяют при расчетах в зависимости от давления или от температуры по таблицам водяных паров.

Теплота парообразования r, приращение удельного объема в процессе парообразования $(v'' - v')$, давление p и температура насыщения $T_н$ связаны между собой зависимостью, называемой уравнением Клапейрона—Клаузиуса. Это уравнение достаточно просто может быть получено из рассмотрения элементарного цикла Карно в области насыщенного пара (рис. 6.2). Имеем цикл $abcd$ с бесконечно малым падением температуры dT и, следовательно, давления dp. Начальная точка изотермического процесса расширения (точка a) расположена на нижней пограничной кривой, конечная точка этого процесса (точка b) находится на верхней пограничной кривой. Из рассмотрения выражения для КПД этого цикла имеем:

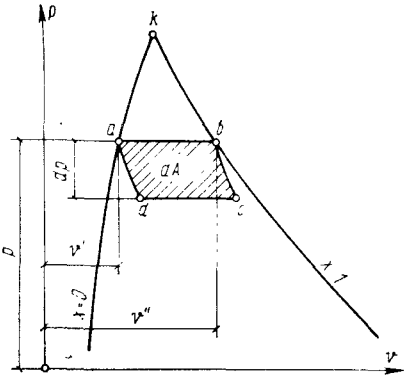


Рис. 6.2. К выводу уравнения Клапейроиа — Клаузиуса

$$dA/q_1 = dT/T_н; \quad dA = dp\,(v'' - v'); \quad q_1 = r;$$

$$\frac{dp\,(v'' - v')}{r} = \frac{dT}{T_н} \quad \text{или} \quad \frac{dp}{dT} = \frac{r}{T_н\,(v'' - v')} \tag{6.6}$$

Это уравнение позволяет точно определить удельный объем сухого насыщенного пара расчетным путем, так как опытным путем v'' определить трудно ввиду практической невозможности поддержания пара в неустойчивом состоянии сухого насыщения.

Уравнение (6.6) может быть также получено как частный случай из уравнения (12.37).

Влажный насыщенный пар. Состояние влажного пара в отличие от сухого характеризуется двумя параметрами: $p_н$ (или $T_н$) и степенью сухости x. Все параметры влажного пара снабжаются индексом x: например v_x, U_x, i_x и т. д.

Удельный объем влажного пара v_x как объем смеси, состоящей из $(1 - x)$ кг кипящей воды и x кг сухого пара, находят из равенства $v_x = (1 - x)\,v' + xv''$.

Поскольку в обычных технических расчетах значение x бывает достаточно высоким (для паросиловых установок $x \geqslant 0{,}9$), а удельный объем кипящей воды v' мал, то с достаточной степенью точности величиной $(1 - x)\,v'$ можно пренебречь, и тогда

$$v_x \approx xv'', \tag{6.7}$$

откуда $x = v_x/v''$.

Если на перевод 1 кг кипящей воды в сухой пар требуется количество теплоты r, то на перевод 1 кг кипящей воды во влажный пар со степенью сухости x потребуется теплоты rx. Для вычисления U_x используют соотношение

$$U_x = i_x - pv_x. \tag{6.8}$$

Так как в процессе $a'a_x$ 1 кг рабочего тела (см. рис. 6.1) сообщается количество теплоты rx при $p = p_1 = \text{const}$, то приращение энтальпии в этом процессе выразится так:

$$i_{a_x} - i_{a'} = i_x - i' = rx,$$

откуда

$$i_x = i' + rx. \tag{6.9}$$

Приращение энтропии $\Delta s_x = s_x - s'$ в процессе $a'a_x$ (см. рис. 6.1) находят из равенства

$$\Delta s_x = s_x - s' = \int_{a'}^{a_x} \frac{dq_x}{T_н} = \frac{1}{T_н} \int_{a'}^{a_x} dq_x = \frac{rx}{T_н},$$

откуда

$$s_x = s' + \frac{rx}{T_н} = 4,19 \ln \frac{T_н}{273} + \frac{rx}{T_н}. \tag{6.10}$$

Параметры влажного пара могут быть определены также графически с помощью is-диаграммы (см. § 6.4).

Перегретый пар. Свойства перегретого пара резко отличаются от свойств насыщенного пара и приближаются к свойствам газов и тем больше, чем больше его перегрев.

Количество теплоты, необходимой для перевода 1 кг сухого насыщенного пара при постоянном давлении в перегретый с температурой t, называют теплотой перегрева $q_{пер}$ и определяют по известному выражению

$$q_{пер} = \int_{t_н}^{t} c_{p_m} dt.$$

Теплоемкость перегретого пара при постоянном давлении зависит от температуры и давления. По данным исследований теплоемкости водяных перегретых паров было установлено:

1) с повышением температуры начиная от $t_н$ при $p = \text{const}$ теплоемкость c_p сначала интенсивно уменьшается, доходит до некоторого минимума и затем медленно возрастает;

2) при постоянной температуре теплоемкость c_{pm} тем больше, чем выше давление, причем эта зависимость от давления уменьшается с повышением температуры.

Подобные особенности изменения теплоемкости у перегретых паров, не наблюдаемые в газах, объясняются наличием диссоциации молекул в начальной стадии перегрева пара.

Внутреннюю энергию перегретого пара U находят из равенства

$$U = U'' + q_{\text{пер}} - p(v - v''). \qquad (6.11)$$

Энтальпию перегретого пара i определяют по известному соотношению $i = U + pv$ или

$$i = U'' + q_{\text{пер}} - pv + pv'' + pv = i'' + q_{\text{пер}}. \qquad (6.12)$$

Приращение энтропии во время процесса перегрева (см. рис. 6.1) от $T_{\text{н}}$ до T вычисляют по равенству

$$\Delta s = s - s'' = \int_{T_{\text{н}}}^{T} \frac{dq_{\text{пер}}}{T} = \int_{T_{\text{н}}}^{T} \frac{c_{p_m}\, dT}{T} = c_{p_m} \ln \frac{T}{T_{\text{н}}},$$

откуда

$$s = 4{,}19 \ln \frac{T_{\text{н}}}{273} + \frac{r}{T_{\text{н}}} + c_{p_m} \ln \frac{T}{T_{\text{н}}}. \qquad (6.13)$$

Для облегчения расчетов физических величин состояний водяного пара составлены таблицы этих параметров для сухого пара, кипящей воды и перегретого пара в зависимости от давления или температуры [13]. В прил. 2 приведены таблицы параметров для насыщенного водяного пара по интервалам температур.

При наличии указанных таблиц и заданной степени сухости определение параметров влажного пара по формулам (6.8)–(6.10) не представляет затруднений. Еще более упрощает расчеты использование is-диаграммы, рассматриваемой в следующем параграфе.

§ 6.4. Исследования процесса парообразования с помощью Ts- и is-диаграмм

В § 2.4 была отмечена важность Ts-диаграммы для исследования термодинамических процессов изменения состояния газов. Не меньшее значение имеет эта диаграмма и для изучения процессов и проведения расчетов, связанных с водяным паром. Ценность этой диаграммы, как известно, обусловлена тем, что в ней площадь под кривой обратимого процесса соответствует количеству теплоты, подводимой к рабочему телу или отводимой от него.

В pv- и Ts-диаграммах каждая точка изображает определенное состояние тела, поэтому каждой точке одной диаграммы соответствует определенная точка другой. Перенесем по точкам процесс парообразования из pv-диаграммы (см. рис. 6.1) при $p_1 = \text{const}$ в Ts-диаграмму (рис. 6.3). Поскольку энтропия жидкости при 0 °С принимается условно равной нулю, то точка a в Ts-диаграммах будет располагаться на оси ординат на 273,15 К выше абсолютного нуля.

Нагревание воды от 0 °С до температуры насыщения $t_{\text{н}1}$ (процесс aa') происходит по закону логарифмической кривой [уравнение (6.4)]. Процесс парообразования при $t_{\text{н}1} = \text{const}$ изображается горизонталью $a'a''$, причем протяженность отрезка $a'a'' = s'' - s' = r/T_{\text{н}}$. Перегрев пара при $p_1 = \text{const}$ характеризуется логарифмической линией $a''d$,

построенной по зависимости $s - s'' = c_{p_m} \ln \frac{T}{T_н}$ [уравнение (6.13)]. При этом изобара для перегретого пара ($a''d$) получается более крутой, чем изобара нагреваемой жидкости (aa'), так как ее угловой коэффициент $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p = \frac{T}{c_p}$ больше, поскольку температура перегретого пара выше и теплоемкость ниже, чем у жидкости.

Из уравнений (6.4) и (6.13) следует также, что изобары aa' и $a''d$ своей выпуклостью в Ts-диаграмме будут обращены к оси абсцисс.

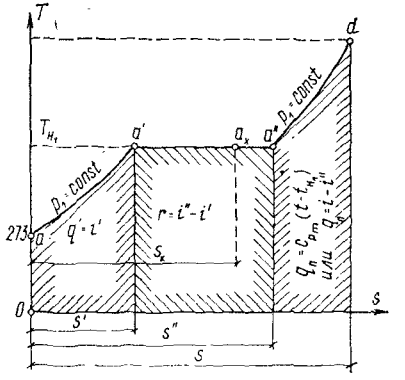


Рис. 6.3. Процесс парообразования в Ts-диаграмме

В Ts-диаграмме площади, расположенные под изобарами aa', $a'a''$, $a''d$, будут измерять соответственно теплоту: жидкости q', парообразования r и перегрева $q_{пер}$.

Из сопоставления равенств $r = a'a''T_н$ и $rx = a'a_xT_н$ следует, что степень сухости пара x при некотором произвольном состоянии a_x может быть определена по Ts-диаграмме как отношение отрезков $a'a_x$ и $a'a''$, т. е. $x = a'a_x/a'a''$.

При более высоких давлениях ($p_2 > p_1$ и $p_3 > p_2$) изобары парообразования и пароперегрева расположатся соответственно выше изо-

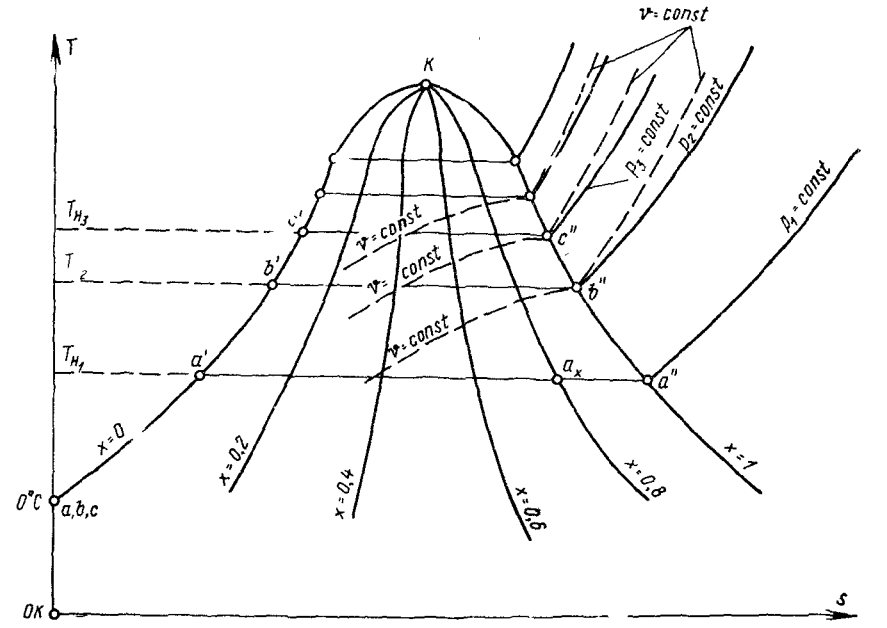


Рис. 6.4. Ts-диаграмма для водяного пара

бары $a'a''d$. Точки b и c будут совпадать с точкой a как соответствующие $t = 0$ °С, а изобары жидкости будут накладываться одна на другую, поскольку они выражаются одним уравнением (6.4), с той лишь разницей, что точка b' будет выше точки a', потому что $T_{н2} > T_{н1}$ и точка c' будет выше точки b', поскольку $T_{н2} > T_{н1}$. Отрезки $b'b''$ и $c'c''$ будут соответственно меньше отрезка $a'a''$, так как $\Delta s = s'' - s' = r/T_н$ с повышением давления уменьшается как за счет снижения r (см. прил. 2), так и за счет повышения $T_н$. Соединив точки a', b', c' и т. д. и точки a'', b'', c'', ..., получим соответственно нижнюю и верхнюю пограничные кривые (рис. 6.4). Пересечение этих кривых дает критическую точку k. Между пограничными кривыми располагается область влажного пара. Область правее и выше верхней пограничной кривой ($x = 1$) относится к перегретому пару, а область левее нижней пограничной кривой — это область жидкости.

В области влажного пара строят кривые постоянной степени сухости $x = 0{,}8$, $0{,}6$, $0{,}4$ и т. д. Эти кривые получаются делением горизонтальных отрезков между пограничными кривыми на равное число частей и последующим соединением точек одинаковых делений.

Необходимо отметить, что изобары в области перегретого пара не являются, строго говоря, эквидистантными кривыми, так как c_{pm} перегретого пара зависит от давления, о чем было сказано выше.

Изохоры в области влажного пара представляют собой кривые, направленные выпуклостью вверх (см. рис. 6.4), а в области перегретого пара изохоры имеют характер, аналогичный изобарам, но они круче последних.

***is*-диаграмма.** Для исследования процессов и циклов водяного пара очень широко применяется *is*-диаграмма. Основное преимущество этой диаграммы в отличие от *Ts*-диаграммы, особенно проявляющееся при различных расчетах, состоит в том, что в *is*-координатах величины q', r, $q_{пер}$, а также i', i'' и энтальпия перегретого пара изображаются линейными отрезками, а не площадями, как в системе координат *Ts*, например при $p = \text{const}$ $q = \Delta i$, т. е. измеряется разностью отрезков.

В прил. 4 приведена *is*-диаграмма для водяного пара, построенная в диапазоне давлений от 0,001 до 30 МПа и в интервале температур от 20 до 700 °С.

При составлении *is*-диаграммы в ней по данным таблиц для водяного пара наносят прежде всего обе пограничные кривые (рис. 6.5). Координатами точек для нижней пограничной кривой ($x = 0$) являются величины i' и s', для верхней ($x = 1$) — i'' и s''. Для точек с одинаковым давлением, лежащих на пограничных кривых, расстояние по вертикали равно $i'' - i' = r$, а расстояние по горизонтали $s'' - s' = r/T_н$. Если эти точки, например B и C, соединить прямой, то получим изобару и одновременно изотерму насыщенного пара. Это легко доказать, рассматривая следующие выражения: $i_x = i' + rx$ и $s_x = s' + \frac{rx}{T_н}$. Подставляя $rx = i_x - i'$ в последнее равенство, получим $s_x = s' + \frac{i_x - i'}{T_н}$. Так как при $p = \text{const}$ величины $T_н$, s' и i' также постоянные, то, следовательно, уравнение для s_x как уравнение

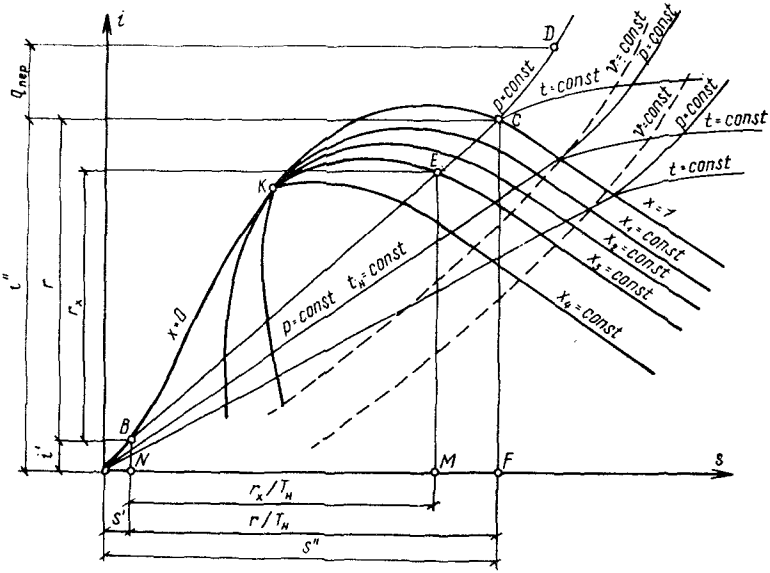


Рис. 6.5. *is*-диаграмма для водяного пара

первой степени с переменными s_x и i_x представляет собой уравнение прямой в системе координат *is*.

Из рис. 6.5 следует, что $\frac{BE}{BC} = \frac{NM}{NF} = \frac{(rx/T_н)}{(r/T_н)} = x$, т. е. аналогично диаграммам *pv* и *Ts* степень сухости влажного пара в *is*-диаграмме определяется отношением отрезка изобары от данной точки *E* до нижней пограничной кривой к отрезку изобары между пограничными кривыми. Поэтому кривые постоянной степени сухости строят так же, как и в *Ts*-диаграмме, путем деления отрезков изобар между пограничными кривыми на равное число частей и соединением одноименных точек деления (x_1, x_2, x_3 и т. д.). Отрезки изобар в области влажного пара являются слаборасходящимися прямыми наклонными линиями. В области перегретого пара изобары поднимаются слева направо, будучи несколько круче прямолинейной изобары насыщенного пара, и обращены выпуклостью вниз. Подобный характер их протекания подтверждается формулой (5.29): $T = \left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_p$.

Эта формула позволяет определить тангенс угла касательной к изобаре с осью абсцисс и показывает, что этот угол зависит от температуры пара (увеличивается при ее возрастании), а значит, и изобары будут кривыми, поднимающимися слева направо, и с выпуклостью, обращенной вниз. В области же влажного пара изобара — прямая линия, так как $T_н = \text{const}$, и наклон ее к оси абсцисс определяется температурой пара (чем больше температура, тем круче изобара). Приведенная формула показывает также, что изобары парообразования плавно переходят в изобары пароперегрева, причем если продол-

жить первую изобару, то она будет касательной ко второй. Поскольку угол наклона касательных по мере увеличения температуры возрастает, изобары перегретого пара различных давлений представляют собой расходящиеся кривые линии.

Изотермы перегретого пара также поднимаются слева направо (см. рис. 6.5), но намного положе, чем изобары. Подъем изотерм уменьшается по мере их удаления от верхней пограничной кривой, и они асимптотически приближаются к горизонталям, будучи обращены выпуклостью вверх. Такой характер изображения изотерм объясняется тем, что по мере удаления от области насыщения перегретый пар приближается по своим свойствам к газу, а для идеального газа, как следует из формулы (3.6′), при $T = \text{const}$ и $i = \text{const}$.

Изохоры в *is*-диаграмме также строят по точкам с помощью таблиц водяного пара, и они представляют собой кривые, аналогичные изобарам, но имеющие более крутой изгиб. Обратимая адиабата в координатах *is* (так же как и в *Ts*-диаграмме) изображается прямой вертикальной линией ($s = \text{const}$), что весьма удобно, и используется при расчетах паросиловых установок.

Очевидно также, что количество теплоты, подводимой к пару в изобарном процессе, будет измеряться разностью ординат конечной и начальной точек процесса ($q_p = i_2 - i_1$). Эти особенности *is*-диаграммы, а также ряд других, которые будут рассмотрены ниже, и обусловили чрезвычайно широкое ее применение при практических расчетах. Обычно для практических целей *is*-диаграмму выполняют не для всей области насыщения, а только для части ее, вблизи верхней пограничной кривой. Это позволяет применить для нее более крупный масштаб, а также нанести подробную сеть изобар, изохор, изотерм и кривых постоянной степени сухости. Таким образом, в *is*-диаграмме по положению точки, соответствующей некоторому состоянию пара, можно легко определить значения всех параметров этого пара (p, v, T, i, s). Внутреннюю энергию пара во всех случаях вычисляют по уравнению

$$U = i - pv.$$

§ 6.5. Процессы изменения состояния водяного пара

При рассмотрении различных процессов изменения состояния водяного пара могут встретиться три случая, когда процесс протекает:

1) полностью в области насыщенного пара;

2) полностью в области перегретого пара;

3) частично в области насыщенного и частично в области перегретого пара.

В практике чаще всего встречается последний случай. Расчеты процессов изменения состояния водяного пара, т. е. определение всех параметров состояния в начале и конце процесса, определение количества теплоты, работы и изменения внутренней энергии, можно проводить как аналитическим, так и графическим методом с применением *is*-диаграммы. Аналитический метод сложен из-за громоздкости уравнений состояния водяного пара.

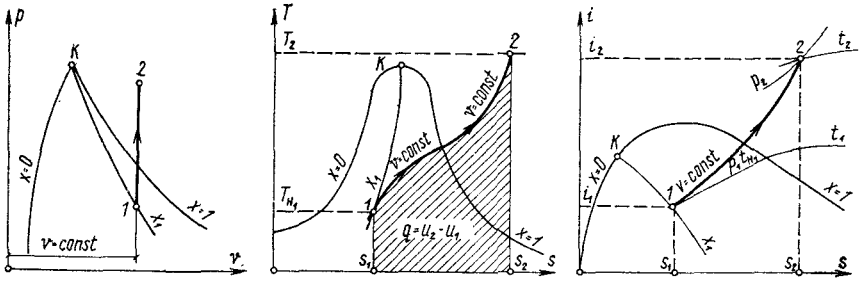


Рис. 6.6. Изохорный процесс в *pv*-, *Ts*- и *is*-диаграммах

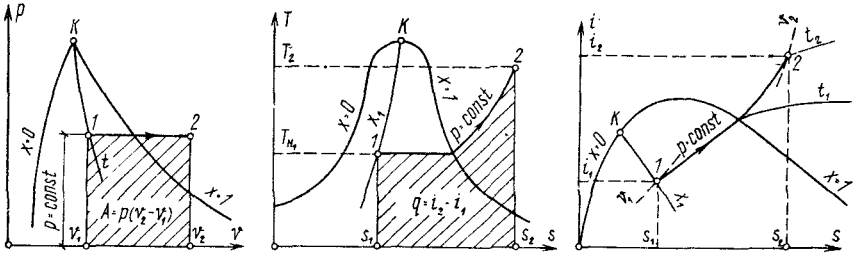


Рис. 6.7. Изобарный процесс в *pv*-, *Ts*- и *is*-диаграммах

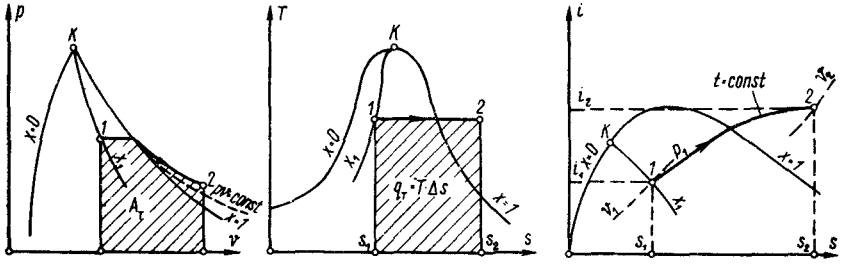


Рис. 6.8. Изотермический процесс в *pv*-, *Ts*- и *is*-диаграммах

Графический метод расчета предельно простой и универсальный, ибо методика его остается одной и той же во всех трех случаях. Простота этого метода состоит в том, что он фактически сводится к нахождению по *is*-диаграмме значений параметров пара в его начальном и конечном состояниях и к решению несложных уравнений. На рис. 6.6—6.8 в диаграммах *pv*, *Ts* и *is* показаны изохорный, изобарный и изотермический, на рис. 6.9 в *Ts* и *is*-диаграммах — адиабатный процессы изменения состояния водяного пара, соответствующие третьему, т. е. наиболее общему, случаю. На рис. 6.10 изображен процесс изменения состояния водяного пара при постоянной степени сухости x. Естественно, что этот процесс может протекать только в области насыщенного пара.

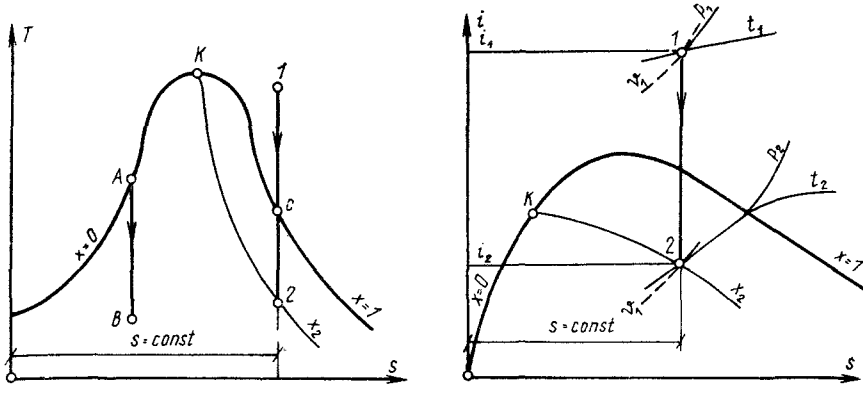


Рис. 6.9. Адиабатный процесс в *Ts*- и *is*-диаграммах

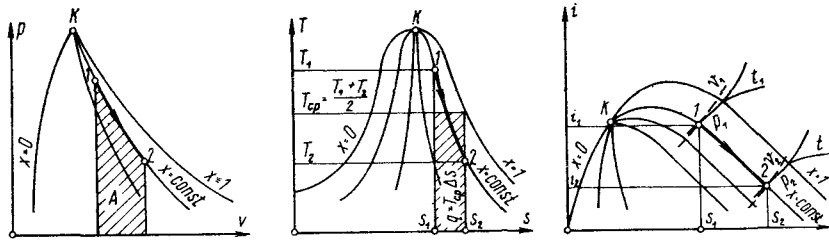


Рис. 6.10. Процесс при постоянной степени сухости в *pv*-, *Ts*- и *is*-диаграммах

Параметры пара в начальном и конечном состояниях всех процессов определяются в *is*-диаграмме по расположению точек *1* и *2*. Изменение внутренней энергии во всех процессах изменения состояния водяного пара определяют как разность $U_2 - U_1$ (где $U_1 = i_1 - p_1v_1$ и $U_2 = i_2 - p_2v_2$). Количество теплоты для изохорного процесса численно равно ΔU, так как $A_v = 0$. В изобарном процессе $q_p = i_2 - i_1$, а работа $A_p = p(v_2 - v_1)$. В изотермическом процессе $q_T = T(s_2 - s_1)$ (см. рис. 6.8) и $A_T = q_T - \Delta U_T$. Изменение внутренней энергии $\Delta U_T \neq 0$, так как оно связано с работой диссоциации молекул.

В *pv*-диаграмме в области перегретого пара изотерма является гиперболической кривой, но более пологой, чем изотерма для идеального газа $pv = \text{const}$.

Для адиабатного процесса работа расширения пара численно равна уменьшению внутренней энергии, т. е. $A = U_1 - U_2 = -\Delta U$. В *pv*-диаграмме адиабата графически может быть выражена гиперболической кривой с уравнением $pv^k = \text{const}$, где k — опытный показатель, для перегретого водяного пара равный 1,3, для сухого пара $\sim 1{,}135$ и для влажного пара $1{,}035 + 0{,}1x$ (при $x \geqslant 0{,}7$). Опытные исследования показывают, что для перегретого пара показатель k уменьшается при увеличении давления и увеличивается при возрастании тем-

пературы пара. Например, при расширении перегретого пара с $t = 400$ °С до сухого пара при $p = 2$ МПа $k = 1{,}308$; при $p = 9$ МПа $k = 1{,}28$; при $p = 20$ МПа $k = 1{,}269$. Для влажного пара k зависит не только от x, но и от начального давления и глубины расширения. Поэтому при проведении расчетов, связанных с адиабатным процессом, для большей точности следует k определять из уравнения $pv^k = \text{const}$ по известному соотношению

$$k = \frac{\lg \frac{p_1}{p_2}}{\lg \frac{v_2}{v_1}}.$$

В процессе $x = \text{const}$ (см. рис. 6.10) количество теплоты q_x приближенно может быть подсчитано по равенству $q_x = \frac{T_1 + T_2}{2}(s_2 - s_1)$, так как линии $x = \text{const}$ в Ts-диаграмме близки к прямым. Работа A_x определяется из уравнения первого закона термодинамики $A_x = q_x - \Delta U_x$.

ГЛАВА 7. ВЛАЖНЫЙ ВОЗДУХ

§ 7.1. Основные характеристики влажного воздуха

Атмосферный воздух, состоящий из кислорода, азота, углекислого газа и небольшого количества инертных газов (аргон, неон, гелий, ксенон и криптон), всегда содержит некоторое количество водяного пара.

Механическая смесь сухого воздуха с водяным паром называется влажным воздухом, или воздушно-паровой смесью. К влажному воздуху с достаточной для технических расчетов точностью может быть отнесено все, касающееся смесей идеальных газов (см. § 1.2), так как водяной пар находится в воздухе большей частью в перегретом состоянии при незначительных парциальных давлениях и поэтому близок по свойствам к идеальным газам. В то же время следует подчеркнуть, что влажный воздух нужно рассматривать особо как разновидность газовой смеси. Это объясняется тем, что при атмосферном давлении в интервале температур, ограниченном снизу температурой обычно не ниже — 50°С, сухой воздух может быть только в газообразном состоянии, тогда как вода встречается в виде пара, жидкости или твердой фазы в зависимости от температуры смеси и может выпадать из смеси. Поэтому количество водяного пара в смеси с сухим воздухом не может превышать определенной величины — в этом и состоит принципиальное отличие влажного воздуха от обычных газовых смесей.

С влажным воздухом приходится иметь дело при расчетах вентиляции, процессов горения топлива, систем для кондиционирования

воздуха и особенно при расчете процессов, протекающих в сушильных установках.

Особенно широкое распространение процесс сушки как вид тепловой обработки получил в промышленности строительных материалов. Например, при формовании изделий сушка таких материалов, как глина и песок, нужна для получения компонентов с определенной начальной влажностью. Сушка керамических изделий перед обжигом в два раза и более повышает их прочность, облегчает укладку на вагонетки и транспортирование в печи. Сушка глины, гипсового камня, угля перед их размолом снижает расход электроэнергии на помол и предотвращает замазывание транспортирующих устройств. Сушка топлива перед сжиганием повышает теплоту его сгорания и температуру горения. При обжиге вяжущих материалов сушка является начальной стадией общего процесса, а в производстве гипсовых, минераловатных и других изделий сушка — это конечный процесс.

Скорость процесса сушки, или интенсивность удаления влаги, не может быть произвольно большой, но и не должна быть слишком малой. В первом случае быстрое испарение влаги из изделий приводит к их разрушению при сушке и массовому браку; во втором случае необоснованное затягивание процесса сушки вызывает снижение производительности предприятия и резкое увеличение стоимости продукции. Поэтому технологические процессы сушки должны основываться на строго научных положениях, вытекающих из теории сушки. Наибольшее распространение в практике получили сушилки, у которых в качестве тепловлагоносителя (или сушильного агента) используется нагретый воздух или смесь его с дымовыми газами, которые в условиях непосредственного соприкосновения с высушиваемым материалом поглощают удаляемую из него влагу.

В соответствии с законом Дальтона для газовых смесей общее давление влажного атмосферного воздуха составляет

$$B = p_{\text{в}} + p_{\text{п}},$$

где B — барометрическое давление; $p_{\text{в}}$ и $p_{\text{п}}$ — соответственно парциальные давления сухого воздуха и водяного пара.

Максимальное значение $p_{\text{п}}$ при данной температуре влажного воздуха t представляет собой давление насыщенного водяного пара $p_{\text{н}}$ (см. рис. 6.1). Если этот пар является сухим, то и влажный воздух, содержащий его, называется *насыщенным** влажным воздухом. При охлаждении этого воздуха будет происходить конденсация водяного пара. Наибольший интерес в смысле технического использования представляет влажный воздух, в котором при данной температуре содержится водяной пар в перегретом состоянии. Такой влажный воздух называется *ненасыщенным*, и поскольку в нем находится не максимально возможное для данной температуры количество водяного пара, то он способен к дальнейшему увлажнению. Поэтому не-

* В этом случае во влажном воздухе находится максимально возможное для данной температуры количество водяного пара.

насыщенный влажный воздух используют в качестве сушильного агента в различного рода сушильных установках.

Для определения состояния пара, содержащегося в воздухе, нужно знать температуру и парциальное давление этого пара. Температура пара в воздухе совпадает с температурой влажного воздуха и определяется термометром. Для нахождения парциального давления пара иногда пользуются приборами — гигрометрами. С помощью этих приборов определяют так называемую точку росы, т. е. температуру, до которой нужно охладить при постоянном давлении воздух, чтобы он стал насыщенным. Это будет тогда, когда пар, находящийся в этом воздухе, также станет насыщенным. Зная точку росы $t_р$, можно определить по таблицам водяного пара парциальное давление пара в воздухе как давление насыщения, соответствующее $t_р$.

Существует много конструкций гигрометров. Наиболее распространен гигрометр Аллюарда и Грове, в котором воздух охлаждается за счет испарения эфира, находящегося в сосуде с полированной поверхностью. Появление росы на этой поверхности и свидетельствует о достижении температуры $t_р$. Указанный способ определения $p_п$ является приближенным, так как трудно точно отметить момент появления росы.

Относительная влажность воздуха наряду с абсолютной является одной из основных характеристик влажного воздуха. Абсолютной влажностью называется количество водяных паров, находящихся в 1 м^3 влажного воздуха. Абсолютная влажность равна плотности пара при его парциальном давлении и температуре воздуха. Обозначим ее $\rho_п$. Отношение абсолютной влажности ненасыщенного воздуха при данной температуре к абсолютной влажности насыщенного воздуха при той же температуре называется относительной влажностью и обозначается φ, т. е.

$$\varphi = \rho_п / \rho_н. \qquad (7.1)$$

Для насыщенного воздуха $\varphi = 1$, или 100 %, а для ненасыщенного влажного воздуха $\varphi < 1$.

Парциальные давления пара в насыщенном воздухе в зависимости от температуры составляют:

температура воздуха, °С . .	−20	0	20	40
$p_н$, кПа	0,128	0,613	2,333	7,333

Поскольку при атмосферном давлении парциальное давление пара в насыщенном воздухе мало, то, считая такой водяной пар идеальным газом, по закону Бойля—Мариотта отношение $\rho_п/\rho_н$ можно заменить отношением давлений $p_п/p_н$ ($\rho_п$ и $\rho_н$ относятся к пару одной и той же температуры), т. е.

$$\varphi = p_п / p_н. \qquad (7.2)$$

При этом допущенная ошибка в расчетах не превышает 2 %. Для точных расчетов следует использовать формулу (7.1).

Если температура воздуха выше 100 °С, то для сушильных установок, работающих обычно при атмосферном давлении, $p_н = B$ (ба-

рометрическому давлению). При полном насыщении во влажном воздухе отсутствует сухой воздух и весь рассматриваемый объем заполнен паром. В этом случае по формуле (7.1) вместо $\rho_н$ нужно принимать плотность перегретого пара при барометрическом давлении B и заданной температуре.

Относительная влажность воздуха φ, а следовательно, и парциальное давление пара $p_п = \varphi p_н$ достаточно точно могут быть найдены с помощью психрометрической диаграммы (рис. 7.1), составленной на основании показаний прибора, называемого психрометром. Принцип действия этого прибора основан на открытии, сделанном еще в середине XVIII в. русским академиком Рихманом, и заключается в том, что если ртутный резервуар термометра обвернуть влажной тканью (мокрый термометр), то, находясь в ненасыщенном воздухе, этот термометр покажет более низкую температуру, чем обычный (сухой) термометр. Это объясняется тем, что при соприкосновении ненасыщенного воздуха с поверхностью тонкой пленки воды происходит перенос теплоты влаги к этой пленке.

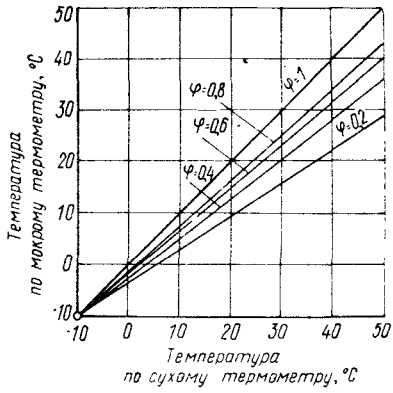


Рис. 7.1. Психрометрическая диаграмма

Если температура ненасыщенного воздуха будет выше температуры воды, а температура воды — выше температуры точки росы, то перенос теплоты будет происходить от воздуха к поверхности воды, а перенос влаги — от поверхности воды в воздух, поскольку парциальное давление водяных паров на поверхности воды будет больше, чем в окружающем воздухе. Вследствие происходящего теплообмена температура воздуха будет понижаться до температуры насыщения, а испарившаяся влага за счет теплоты воздуха будет увлажнять этот воздух, повышая парциальное давление его водяных паров до $p_н$. Характерно, что при этом энтальпия воздуха почти не изменяется, так как отданная воде теплота возвращается обратно в воздух в скрытом виде вместе с испаренной влагой. Такие процессы испарения условно принято называть адиабатическими.

На основании изложенного можно сделать вывод, что температура мокрого термометра — это такая температура, которую принимает насыщенный влажный воздух в процессе испарения воды при условии сохранения постоянства энтальпии воздуха.

Зная показания сухого и мокрого термометров, по психрометрическим таблицам или диаграммам (см. рис. 7.1), а также по Id-диаграмме (см. прил. 5) определяют относительную влажность воздуха φ.

Помимо температуры, давления, абсолютной и относительной влажности к характеристикам влажного воздуха относятся плотность, молекулярная масса, газовая постоянная, удельный объем, влагосодержание, теплоемкость и энтальпия.

Плотность влажного воздуха слагается из масс, содержащихся в 1 м³ сухого воздуха и водяных паров, т. е.

$$\rho = \rho_в + \rho_п = \frac{p_в}{R_в T} + \frac{\varphi}{v''}. \qquad (7.3)$$

Молекулярную массу влажного воздуха определяют на основании формулы (1.17), в которой объемную долю r_i находят по выражению (1.20). Если в формулу (1.17) подставить значения $\mu_в$ и $\mu_п$, а значения $r_в$ и $r_п$ выразить через φ и $p_н$, получим расчетную формулу

$$\mu = 28.95 - 10.934\varphi \frac{p_н}{B}. \qquad (7.4)$$

Значения $p_н$ и v'' при температуре воздуха t берутся по таблицам для водяного пара, φ — по данным психрометра, а B — по барометру.

Полученная формула показывает, что относительная молекулярная масса влажного воздуха меньше, чем сухого воздуха, т. е. влажный воздух легче сухого.

Влагосодержание. Поскольку в процессе сушки влажность воздуха непрерывно увеличивается, а количество сухого воздуха в паровоздушной смеси остается постоянным, то о процессе сушки судят по тому, как изменяется количество водяного пара на 1 кг сухого воздуха, и все показатели паровоздушной смеси (теплоемкость, влагосодержание, энтальпия и др.) относят к 1 кг сухого воздуха, находящегося во влажном воздухе. Например, если на 1 кг сухого воздуха приходится x кг водяных паров, то общая масса смеси на 1 кг сухого воздуха, находящегося во влажном воздухе, составляет $(1 + x)$ кг.

Влагосодержание влажного воздуха представляет собой отношение массы пара к массе сухого воздуха, содержащегося в паровоздушной смеси, т. е.

$$d = M_п / M_в \qquad (7.5)$$

или

$$d = m_п / m_в. \qquad (7.5')$$

где $M_п$, $M_в$ — соответственно масса пара и масса сухого воздуха во влажном воздухе; $m_п$, $m_в$ — массовые доли пара и сухого воздуха во влажном воздухе.

Влагосодержание можно определить, пользуясь уравнением (1.22):

$$m_i = r_i \mu_i / \mu, \text{ т. е. } m_п = r_п \mu_п / \mu \text{ и } r_в \mu_в = \mu.$$

Тогда по равенству (7.5'):

$$d = \frac{m_п}{m_в} = \frac{\mu_п r_п}{\mu_в r_в} = \frac{18.016}{28.95} \frac{p_п}{p_в},$$

или

$$d = 0{,}622 \frac{p_п}{p_в} = 0{,}622 \frac{p_п}{B - p_п}$$

и окончательно

$$d = 0{,}622 \frac{\varphi p_н}{B - \varphi p_н}. \qquad (7.6)$$

Таким образом, влагосодержание d при постоянном барометрическом давлении B полностью определяется парциальным давлением пара $p_п = \varphi p_н$ и не зависит от температуры воздуха. Максимально возможное содержание влаги в воздухе будет при $\varphi = 1$, т. е.

$$d_{макс} = d_н = 0{,}622 \frac{p_н}{B - p_н} \qquad (7.6')$$

Так как давление насыщения $p_н$ растет с повышением температуры, то максимальное количество влаги, которое может содержаться в воздухе, зависит от его температуры тем больше, чем она выше. Отношение

$$\frac{d}{d_н} = \varphi \frac{B - p_н}{B - \varphi p_н} = \psi$$

называется степенью насыщения влажного воздуха; при φ, близком к 1, значения ψ и φ примерно одинаковы.

Если уравнения (7.6) и (7.6′) решить относительно $p_п$ и $p_н$, получим:

$$p_п = Bd/(0{,}622 + d); \qquad (7.7)$$

$$p_н = Bd_н/(0{,}622 + d_н). \qquad (7.7')$$

Тогда

$$\varphi = \frac{p_п}{p_н} = \frac{d(0{,}622 + d_н)}{d_н(0{,}622 + d)} = \psi \frac{0{,}622 + d_н}{0{,}622 + d} \qquad (7.8)$$

Газовую постоянную R влажного воздуха можно определить из соотношения

$$R = \frac{8314}{\mu} = \frac{8314}{28{,}95 - 10{,}934\varphi \dfrac{p_н}{B}} \qquad (7.9)$$

Объем влажного воздуха, приходящегося на 1 кг сухого, находят из равенства

$$V_{вл.в} = RT/B. \qquad (7.10)$$

Удельный объем влажного воздуха, м³/кг, можно определить, разделив объем влажного воздуха, приходящийся на кг сухого воздуха, на его массу, т. е. $(1 + d)$ кг:

$$v = V_{вл.в}/(1 + d). \qquad (7.11)$$

Удельную массовую теплоемкость паровоздушной смеси, отнесенную к 1 кг сухого воздуха, подсчитывают по равенству (1.34):

$$c_{см} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i c_i, \text{ или } c_{см} = c_в + dc_п. \qquad (7.12)$$

Теплоемкость сухого воздуха при постоянном давлении и небольших интервалах температур (до 100 °С) для приближенных расчетов можно считать постоянной, равной 1,0048 кДж/(кг·К). Для перегретого пара средняя изобарная теплоемкость при атмосферном давлении и невысоких степенях перегрева может быть принята также постоянной и равной 1,96 кДж/(кг·К).

Энтальпия I влажного воздуха является одним из основных его параметров и широко используется при расчетах сушильных установок главным образом для определения теплоты, расходуемой на испарение влаги из подсушиваемых материалов. Энтальпию влажного воздуха относят к 1 кг сухого воздуха в паровоздушной смеси и определяют как сумму энтальпий сухого воздуха и водяного пара, т. е.

$$I = i_{\text{в}} + di_{\text{п}}. \qquad (7.13)$$

При расчете энтальпии смесей начальная точка отсчета энтальпий каждого из компонентов должна быть одной и той же. Для расчетов влажного воздуха можно принять, что энтальпия воды равна нулю при 0 °С (см. § 6.3), тогда и энтальпию сухого воздуха также отсчитываем от 0 °С, т. е. $i_{\text{в}} = c_{\text{в}}t = 1{,}0048t$.

Энтальпия водяного пара, содержащегося во влажном воздухе в перегретом состоянии, выражается равенством

$$i_{\text{п}} = c_{p_{\text{воды}}} t_{\text{н}} + r + c_{p_{\text{п}}}(t - t_{\text{н}}).$$

где $c_{p_{\text{воды}}} = 4{,}19$ кДж/(кг·К); $c_{p_{\text{п}}} = 1{,}96$ кДж/(кг·К); r — удельная теплота парообразования; для $t_{\text{н}}$ от 0 до 100 °С с достаточной степенью точности можно принять $r = 2500 - 2{,}23t_{\text{н}}$ (см. прил. 2), тогда

$$i_{\text{п}} = 4{,}19t_{\text{н}} + 2500 - 2{,}23t_{\text{н}} + 1{,}96t - 1{,}96\,t_{\text{н}},$$

$$\text{или } i_{\text{п}} = 2500 + 1{,}96t.$$

Подставив выражения для $i_{\text{в}}$ и $i_{\text{п}}$ в формулу (7.13), получим

$$I = 1{,}0048t + (2500 + 1{,}96t)\,d. \qquad (7.14)$$

§ 7.2. *Id*-диаграмма для влажного воздуха и ее построение

Определять параметры влажного воздуха, а также решать ряд практических вопросов, связанных с сушкой различных материалов, весьма удобно графическим путем с помощью *Id*-диаграммы, впервые предложенной советским ученым Л. К. Рамзиным в 1918 г.

Диаграмма строится для барометрического давления 98 кПа. Выбранное давление соответствует примерно среднегодовому барометрическому давлению в центральных районах СССР. Практически диаграммой можно пользоваться во всех случаях расчета сушилок, так как при обычных колебаниях атмосферного давления значения I и d изменяются мало.

Принцип построения *Id*-диаграммы при использовании приведенных выше формул показан на рис. 7.2. На оси абсцисс диаграммы откладывают влагосодержание воздуха d, а на оси ординат — энтальпию I. В области ненасыщенного воздуха в соответствии с уравнением (7.13) (при $i_{\text{п}} = 2500 + 1{,}96\,t$ кДж/кг) изотермы являются прямыми линиями, угловой коэффициент которых выражается уравнением

$$\left(\frac{\partial I}{\partial d}\right) = 2500 + 1{,}96t \qquad (7.15)$$

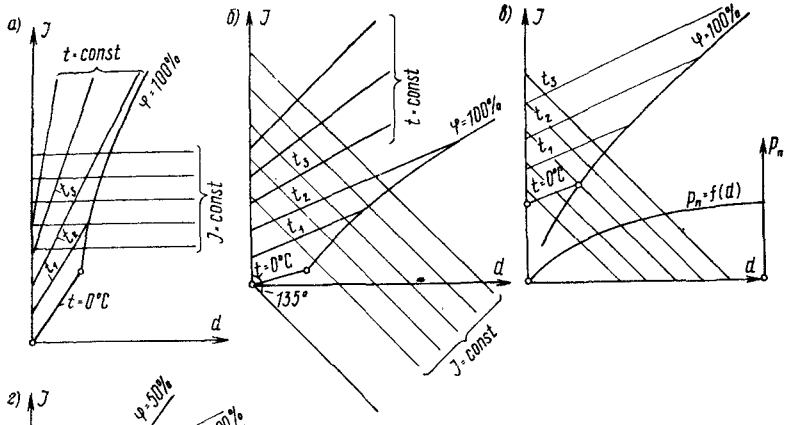


Рис. 7.2. Построение *Id*-диаграммы для влажиого воздуха

и представляет собой для каждой изотермы постоянную величину. С ростом температуры наклон изотерм, как следует из уравнения (7.15), увеличивается. Задавшись для каждой температуры двумя значениями влагосодержания $d_1 = 0$ и $d_2 = d$, вычислив для них по уравнению (7.14) значения энтальпии, получим две точки. Если соединить их прямой, то они дадут изотерму $t = \text{const}$. Если же определить энтальпию при $d = d_н$ и соединить эти точки для всех изотерм, получим кривую насыщения $\varphi = 100$ % для данного давления B. При этом оказывается, что наиболее важная область ненасыщенного состояния на диаграмме (рис. 7.2, *а*) получается очень узкой и вытянутой, что неудобно для практического пользования.

Для удобства пользования диаграммой прямоугольную систему осей координат заменяют косоугольной с углом между осями абсцисс и ординат 135°. При этом изотерма 0 °С в ненасыщенной области располагается почти горизонтально. Линии $I = \text{const}$ будут уже не горизонтальными прямыми, а наклонными, идущими параллельно оси абсцисс (рис. 7.2, *б*). Что же касается масштаба для отсчета влагосодержания d, то для удобства его сносят на горизонтальную прямую, проходящую через начало координат.

На следующем этапе построения диаграммы наносят кривую парциального давления водяного пара. С этой целью используют уравнение (7.7) $p_п = Bd/(0{,}622 + d)$, решая которое для переменных значений d получаем, что, например, при $d = 0$ $p_п = 0$, при $d = d_1$ $p_п = p_{п_1}$, при $d = d_2$ $p_п = p_{п_2}$ и т. д. Задаваясь определенным масштабом для парциальных давлений, в нижней части диаграммы в прямоугольной системе осей координат по указанным точкам строят кривую $p_п = f(d)$ (рис. 7.2, *в*). После этого на *Id*-диаграмме наносят линии

$\varphi = \text{const}$ (< 100 %). Например, кривую $\varphi = 50$ % строят так. Из таблиц для водяного пара находим давления насыщенного водяного пара для некоторых температур ($p_{н_1}$ при t_1; $p_{н_2}$ при t_2 и т. п.). Затем на кривой $p_п = f(d)$ отыскивают точки, соответствующие $0{,}5p_{н_1}$, $0{,}5p_{н_2}$, $0{,}5p_{н_3}$ и т. д. Из этих точек (рис. 7.2, *г*) проводят прямые, параллельные оси ординат, до пересечения с соответствующими изотермами t_1, t_2, t_3 и т. д. Точки пересечения соединяют и получают линию $\varphi = 50$ %. Для нанесения других значений линии $\varphi = \text{const}$ нужно найти соответствующие им значения $p_п = \varphi p_н$ и повторить построение.

Кривая насыщения $\varphi = 100$ % разделяет *Id*-диаграмму на верхнюю область влажного ненасыщенного воздуха и нижнюю область пересыщенного воздуха, в котором влага может находиться в капельном состоянии (область тумана). Одновременно с этим линия $\varphi = 100$% показывает максимально возможное насыщение воздуха влагой при данной температуре. Использование приведенных выше упрощенных формул, поскольку водяной пар во влажном воздухе считался идеальным газом, дает небольшие расхождения (на 2—3 %) с результатами, полученными с помощью *Id*-диаграммы ВТИ, построенной по точным формулам. Эта диаграмма дана в прил. 5. На ней при температурах выше 100 ° С* линии $\varphi = \text{const}$ идут вертикально вверх по $d = \text{const}$, как это и следует из формул (7.2) и (7.7). Действительно, $p_п = Bd/(0{,}622 + d)$, а $\varphi = \frac{p_п}{p_н}$, или $\varphi = \frac{Bd}{(0{,}622+d)p_н}$, но так как при $t = 99{,}4$ °С парциальное давление насыщенного пара равно атмосферному, т. е. $p_н = B$, то $\varphi = d/(0{,}622 + d)$.

Следовательно, при $d = \text{const}$ и $\varphi = \text{const}$. В действительности при температурах, превышающих 100 °С, линии $\varphi = \text{const}$ идут не строго вертикально, а имеют небольшой наклон, так как плотность пара зависит не только от давления, но и от температуры.

На рассматриваемой диаграмме нанесены также линии $t_м = \text{const}$, характеризующие процессы испарения влаги с учетом дополнительного количества теплоты, вносимой водой, имеющей температуру более 0 °С. Уже указывалось, что в процессе испарения влаги энтальпия воздуха остается постоянной, так как теплота, отбираемая от воздуха для подсушивания материалов, возвращается обратно к нему вместе с испаренной влагой, т. е. в уравнении (7.13) уменьшение первого слагаемого будет компенсироваться увеличением второго слагаемого.

На *Id*-диаграмме этот процесс проходит по линии $I = \text{const}$ и носит условное название процесса адиабатного испарения. Пределом охлаждения воздуха является адиабатная температура мокрого термометра $t_м^{ад}$, которую находят на диаграмме как температуру точки на пересечении линии $I = \text{const}$ с кривой насыщения $\varphi = 100$ %.

Поскольку в процесс тепло- и массообмена вступает вода, температура которой больше 0 °С, то она будет вносить некоторое дополнительное количество теплоты и адиабатность процесса испарения нарушится. В этом случае $t_м > t_м^{ад}$ и линии процессов $t_м = \text{const}$, как видно из *Id*-диаграммы, проходят более полого, чем линии $I = \text{const}$,

* Точнее $t = 99{,}4$ °С. Это температура насыщения при давлении $B = 98$ кПа.

и действительную температуру мокрого термометра находят как температуру точки на пересечении линии $t_м$ = const с кривой насыщения $\varphi = 100$ %.

Изотермы мокрого термометра строят на основе аналитических зависимостей между $t_м$, I и d. Соотношение между I и d определяется уравнением (7.14). Связь между $t_м$ и d устанавливается следующим образом.

Количество теплоты dQ, необходимой для испарения бесконечно малого количества влаги и подогрева ее до температуры воздуха t, выражается равенством

$$dQ = [r_м + c_п (t - t_м)]\, d\,(d),$$

где $r_м$ — теплота парообразования при температуре мокрого термометра; $c_п$ — теплоемкость водяного пара.

С другой стороны, это количество теплоты dQ, отбираемой от $(1 + d)$, кг, влажного воздуха, изменяет его температуру на dt, т. е. $dQ = cdt = (c_в + c_п d)\, dt$ или $[r_м + c_п (t - t_м)]\, d\,(d) = (c_в + c_п d)\, dt$.

Интегрирование полученного равенства в пределах от d до $d_м$ и от t до $t_м$ дает

$$r_м (d_м - d) + c_п (t - t_м)(d_м - d) = (c_в + c_п d)(t_м - t),$$

или

$$r_м (d_м - d) + (t - t_м)[c_п d_м - c_п d + c_в + c_п d] = 0,$$

откуда

$$t_м = t - \frac{r_м (d_м - d)}{c_п d_м + c_в} \qquad (7.16)$$

Полученное равенство и является уравнением, по которому строят линии $t_м$ = const. В этом уравнении $d_м$ представляет собой влагосодержание насыщенного воздуха при температуре мокрого термометра.

Для определения параметров влажного воздуха по Id-диаграмме должны быть заданы два из них, тогда по ним легко найти все остальные.

Пример 7.1 Заданы температура 49 °С и относительная влажность $\varphi = 50\%$. Определить остальные параметры воздуха, если барометрическое давление $B = 98$ кПа.

Решение. На Id-диаграмме (см. прил. 5) по заданным параметрам находим точку E, опускаем из нее перпендикуляр на линию масштаба влагосодержания, получаем точку F и определяем соответствующее влагосодержание $d = 39{,}3$ г на 1 кг сухого воздуха. Точка H пересечения перпендикуляра с линией $\varphi = 100\%$ определяет температуру точки росы, равную 36,5 °С. Если из точки E провести линию, параллельную линиям I = const, то по оси ординат можно определить энтальпию влажного воздуха. Для рассматриваемого примера она равна 152,8 кДж на 1 кг сухого воздуха.

Точка M пересечения линии $t_м$ = const, проходящей через заданную точку E, с кривой $\varphi = 100\%$ соответствует температуре мокрого термометра, равной 38 °С.

Отрезок FK определяет парциальное давление водяных паров $p_п = 5{,}8$ кПа. Максимально возможное значение парциального давления пара для заданной температуры воздуха 49 °С можно найти из соотношения $p_н = p_п/\varphi = 5{,}8/0{,}5 = 11{,}6$ кПа.

Парциальное давление сухого воздуха, согласно закону Дальтона,

$$p_в = B - p_п = 98 - 5{,}8 = 92{,}2 \text{ кПа}.$$

Плотность ρ, молекулярную массу μ, газовую постоянную R и удельный объем v определяют по таблицам или по формулам (7.3), (7.4), (7.9), (7.11).

При использовании *Id*-диаграммы для решения задач, связанных с сушкой материалов, следует иметь в виду, что сушка разделяется на два отдельных процесса. Вначале влажный атмосферный воздух с помощью вентиляторов проходит через калорифер, где паром или горячей водой подогревается до температуры 80—90 °С. Относительная влажность воздуха при этом уменьшается, а влагосодержание в соответствии с формулой (7.6) остается неизменным. В *Id*-диаграмме (см. прил. 5) этот процесс изображается вертикальной прямой AB.

Разность ординат $I_B - I_A$ дает расход теплоты в калорифере на подогрев 1 кг сухого воздуха. После калорифера горячий влажный воздух направляется в сушильную камеру, где за счет теплоты, отдаваемой воздухом, происходит испарение влаги из высушиваемого материала и воздух увлажняется, т. е. его относительная влажность возрастает. Этот второй процесс осуществляется при постоянной энтальпии воздуха (если считать энтальпию влаги равной нулю) и в *Id*-диаграмме изображается отрезком прямой BC. Точка C выражает конечное состояние воздуха после сушки. Разность влагосодержаний $d_C - d_A$, равная отрезку CD на диаграмме, дает количество влаги, испаренной в сушилке каждым килограммом воздуха.

Пример 7.2. Для сушильной установки используют атмосферный воздух при $t = 20$ °С и $\varphi = 0{,}6$. В калорифере воздух подогревается до $t = 95$ °С и направляется в сушильную камеру, откуда он выходит с температурой 35 °С. Требуется определить конечное влагосодержание воздуха, расход воздуха и теплоты для испарения 1 кг влаги.

Решение. На *Id*-диаграмме (см. прил. 5) находим точку, соответствующую $t = 20$ °С и $\varphi = 0{,}6$. Обозначим ее A. Определяем $d_A = 9$ г на 1 кг сухого воздуха и $I_A = 41{,}9$ кДж на 1 кг сухого воздуха. Далее на диаграмме из точки A проводим вертикальную прямую до изотермы $t = 95$ °С. Получаем точку B. Определяем $I_B = 119{,}2$ кДж на 1 кг сухого воздуха. Из точки B проводим линию $I = \text{const}$ до пересечения с изотермой $t = 35$ °С в точке C и находим конечное влагосодержание воздуха $d_C = 33$ г на 1 кг сухого воздуха. Расход воздуха составит

$$M = 1000/(d_C - d_A) = 1000/(33 - 9) = 42 \text{ кг воздуха на 1 кг влаги.}$$

Расход тепла $Q = M(I_B - I_A) = 42\,(119{,}2 - 41{,}9) = 3246{,}6$ кДж на 1 кг влаги.

Пример 7.3. Относительная влажность воздуха при 60 °С составляет 30%. Определить парциальное давление водяных паров во влажном воздухе, если при этой же температуре его относительная влажность повысится до 90%.

Ответ: 18 кПа.

Пример 7.4. Определить количество водяных паров, содержащихся в помещении, объем которого 300 м³. Температура воздуха в помещении 20 °С, барометрическое давление 98 кПа и относительная влажность 60%.

Ответ: 3,124 кг.

Часто сушильным агентом является смесь продуктов сгорания топлива (дымовые газы) и влажного воздуха. В этом случае влагосодержанием называется отношение суммы количества водяных паров, внесенных поступающим на горение топлива воздухом, паров, образовавшихся в результате сгорания водородсодержащих компонентов топлива, и испаренной из топлива влаги к массе сухих топочных газов. *Id*-диаграмма, строго говоря, несколько видоизменяется, главным образом из-за более высокого расположения линий $t = \text{const}$, обуслов-

ленного бо́льшими значениями теплоемкостей дымовых газов по сравнению с воздухом. При практических расчетах этим обстоятельством часто пренебрегают из-за малой разницы (доли процента) указанных теплоемкостей.

С помощью Id-диаграммы удобно анализировать процессы, происходящие при смешивании потоков влажного воздуха. Пусть в смесительную камеру поступают два потока влажного воздуха с массами M_1 и M_2, соответствующим влагосодержанием d_1 и d_2, температурами t_1 и t_2 и энтальпиями I_1 и I_2. Из смесительной камеры выходит поток воздуха с параметрами M_3, d_3, t_3 и I_3, которые требуется определить. Предполагается, что смешивание происходит при $p = \text{const}$ и без теплообмена с внешней средой.

Из уравнения материального баланса имеем:

$$M_1 + M_2 = M_3; \quad M_1 d_1 + M_2 d_2 = M_3 d_3,$$

откуда

$$d_3 = (M_1 d_1 + M_2 d_2)/M_3 = (M_1 d_1 + M_2 d_2)/(M_1 + M_2).$$

Если обозначить $M_2/M_1 = x$, то $d_3 = (d_1 + xd_2)/(1 + x)$, откуда

$$x = (d_3 - d_1)/(d_2 - d_3). \qquad \text{(а)}$$

Из уравнения энергетического баланса следует

$$M_1 I_1 + M_2 I_2 = M_3 I_3,$$

откуда

$$I_3 = (M_1 I_1 + MI_2)/M_3 = (M_1 I_1 + M_2 I_2)/(M_1 + M_2),$$

или

$$I_3 = (I_1 + xI_2)/(1 + x),$$

т. е.

$$x = \frac{I_3 - I_1}{I_2 - I_3}. \qquad \text{(б)}$$

Из сравнения равенств (а) и (б) имеем:

$$(d_3 - d_1)/(d_2 - d_3) = (I_3 - I_1)/(I_2 - I_3)$$

или

$$(I_2 - I_3)/(d_2 - d_3) = (I_3 - I_1)/(d_3 - d_1), \qquad \text{(в)}$$

т. е. точка *3*, характеризующая состояние влажного воздуха после смешивания, должна находиться на прямой, соединяющей точки *1* и *2* (рис. 7.3, *а*), и положение ее может быть определено при известных массовых долях смешиваемых потоков воздуха m_1 и m_2.

Действительно,

$$m_1 = M_1/(M_1 + M_2); \quad m_2 = M_2/(M_1 + M_2); \quad m_1 + m_2 = 1,$$

так как

$$M_2/M_1 = x, \text{ то } m_1 = \frac{1}{1+x} = \frac{1}{1 + \dfrac{d_3 - d_1}{d_2 - d_3}} = \frac{d_2 - d_3}{d_2 - d_1}, \qquad \text{(г)}$$

$$m_2 = 1 - m_1 = 1 - \frac{d_2 - d_3}{d_2 - d_1} = \frac{d_3 - d_1}{d_2 - d_1}. \qquad \text{(д)}$$

Из равенств (г) и (д) следует, что $m_1/m_2 = (d_2 - d_3)/(d_3 - d_1)$, т. е. точка *3* делит прямую линию смешивания *1 — 2* в отноше-

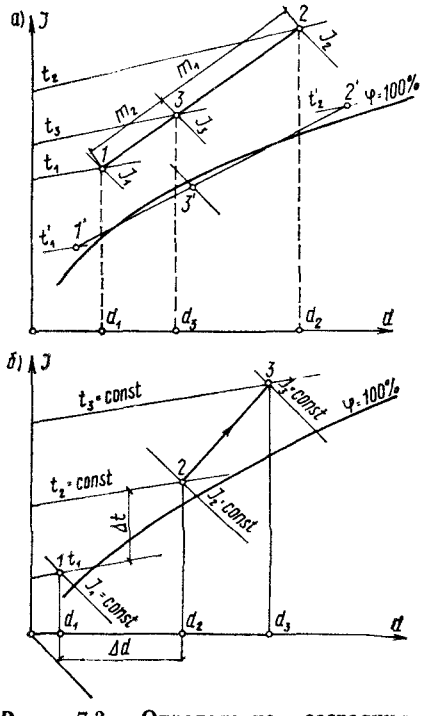


Рис. 7.3. Определение состояния влажного воздуха по *Id*-диаграмме после смешивания потоков (*а*) и при кондиционировании (*б*)

нии m_1/m_2. Из рис. 7.3, *а* видно также, что при смешивании двух потоков ненасыщенного влажного воздуха (точки *1'* и *2'*) может образоваться туман (точка *3'*).

Id-диаграмма широко применяется также для расчетов параметров кондиционирования воздуха, под которым понимают совокупность средств и способов воздействия на температуру и влажность воздуха. Например, пусть при зимнем режиме точка *1* на *Id*-диаграмме (рис. 7.3, *б*) отражает состояние наружного воздуха с температурой t_1 и влагосодержанием d_1; точка *2* — состояние приточного воздуха с параметрами t_2 и d_2, подаваемого в помещение, в котором конечные параметры воздуха должны быть t_3 и d_3 (точка *3*). Приточный воздух подается в помещение из кондиционера, где воздух подогревается в калориферах на $\Delta t = t_2 - t_1$ и увлажняется в оросительных камерах на $\Delta d = d_2 - d_1$, с таким расчетом, чтобы конечные параметры воздуха в помещении стали t_3 и d_3. Одновременно из помещения с помощью вытяжной системы вентиляции удаляется отработавший воздух в количестве, равном массе приточного воздуха.

При летнем режиме приточный воздух в кондиционере охлаждается на Δt и осушается на Δd.

Таким образом, линия *2 - 3* на *Id*-диаграмме (см. рис. 7.3, *б*) изображает процесс изменения состояния воздуха в помещении.

ГЛАВА 8. ПРОЦЕССЫ ИСТЕЧЕНИЯ И ДРОССЕЛИРОВАНИЯ ПАРОВ И ГАЗОВ

§ 8.1. Определение работы, скорости и расхода газа в процессе истечения

Изучение закономерностей движения газов и паров по каналам имеет чрезвычайно большое значение для рассмотрения рабочих процессов ряда машин, аппаратов и приборов.

В промышленности строительных материалов теория газового потока нашла широкое применение при проектировании установок для раздува силикатных расплавов в минеральное волокно, эжекторных

установок для перекачки горючих газов, а также при решении вопросов, связанных с созданием инжекционных газовых горелок, форсунок для сжигания жидкого и твердого пылевидного топлива и других агрегатов, устройство которых основано на преобразовании энергии давления в кинетическую энергию движения рабочего тела.

Термодинамическая теория газового потока позволяет определить скорость истечения газа, его секундный расход и основные закономерности профилирования сопел и диффузоров.

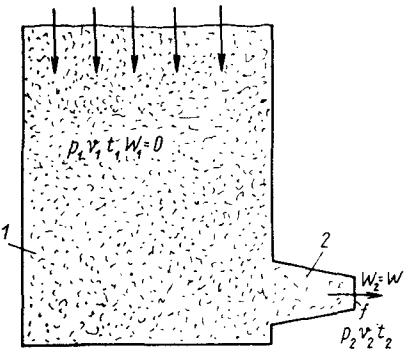


Рис. 8.1. Схема процесса истечения из сосуда неограниченного объема
1 — сосуд; *2* — сопло

Для исследований процесса истечения задача может быть сформулирована так.

Имеется сосуд *1* неограниченной вместимости, где находится рабочее тело — газ или пар с параметрами состояния p_1, t_1, v_1 (рис. 8.1). Рабочее тело вытекает в среду с давлением $p_2 < p_1$ за счет разности давлений $p_1 - p_2$ через отверстие в стенке сосуда. Удельный объем и температуру газа в среде с давлением p_2 обозначим соответственно через v_2 и t_2. Чтобы придать нужное направление струе рабочего тела, вытекающей из сосуда, к отверстию с наружной поверхности стенки сосуда приставляют насадки *2*, называемые соплами, имеющие цилиндрическую или чаще форму суживающегося усеченного конуса (коноидальное сопло)*. Выходное сечение сопла называется устьем.

Обозначим площадь поперечного сечения устья сопла f и скорость струи газа или пара, выходящей из устья сопла, w_2, скорость газа, втекающего в сосуд, — w_1. Обычно эта скорость очень мала по сравнению с w_2, и поэтому при практических расчетах ею можно пренебречь, т. е. считают $w_1 = 0$, и тогда w_2 обозначают просто w.

В соответствии с уравнением (2.6) имеем $dq = du + dA' + (dw^2/2)$. С другой стороны, по уравнению (2.4) $dq = du + dA$ (где $dA = pdv$ — элементарная работа расширения, совершаемая газом). Тогда $dA = dA' + (dw^2/2)$
или

$$dA - dA' = \frac{dw^2}{2} = dA_0 \qquad (8.1)$$

и

$$A_0 = \int_{v_1}^{v_2} pdv + p_1 v_1 - p_2 v_2 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}. \qquad (8.2)$$

* Такое сопло иначе называется конфузором. Канал, в котором происходит обратный процесс, т. е. увеличивается давление газа и уменьшается скорость его течения, называется диффузором.

Величина A_0 называется работой, которой мы располагаем в процессе истечения, и численно равна алгебраической сумме внешней работы газа и работы проталкивания, или приращению кинетической энергии при истечении газа. Эта работа может быть использована в машинах непосредственно или превращена в другие виды энергии. Например, в паровых турбинах пар, пропускаемый через криволинейные каналы рабочего колеса со значительной скоростью, полученной в результате расширения, снижает скорость и вследствие уменьшения внешней кинетической энергии создает вращающий момент на валу турбины, т. е. совершает работу.

Так как по уравнению (2.8′)

$$q = i_2 - i_1 + (w_2^2 - w_1^2)/2,$$

то

$$A_0 = (w_2^2 - w_1^2)/2 = q - (i_2 - i_1) = q + i_1 - i_2.$$

Теоретически процесс истечения является изоэнтропным, т. е. совершается без теплообмена газа с внешней средой ($q = 0$). Тогда последнее равенство примет вид

$$\frac{1}{2}(w_2^2 - w_1^2) = A_0 = i_1 - i_2. \tag{8.3}$$

Из формулы (8.3) следует, что при адиабатном процессе истечения газа A_0 определяется уменьшением его энтальпии. Подставляя в уравнение (8.2) значение работы для адиабатного процесса расширения идеального газа, по уравнению (3.15) получим:

$$A_0 = \frac{1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2) + p_1 v_1 - p_2 v_2 = \frac{k}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2),$$

или

$$A_0 = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]. \tag{8.4}$$

Таким образом, при адиабатном процессе истечения идеального газа A_0 в k раз больше работы расширения газа.

Уравнение (8.1) можно переписать так (см. § 2.3):

$$dA_0 = dA - dA' = pdv - d(pv) = -vdp,$$

тогда

$$A_0 = -\int_{p_1}^{p_2} vdp \tag{8.5}$$

и

$$dA_0 = \frac{dw^2}{2} = wdw = -vdp. \tag{8.6}$$

Для бесконечно малого перепада давления dp элементарную работу dA_0 подсчитывают как площадь прямоугольника с основанием v и высотой dp (рис. 8.2).

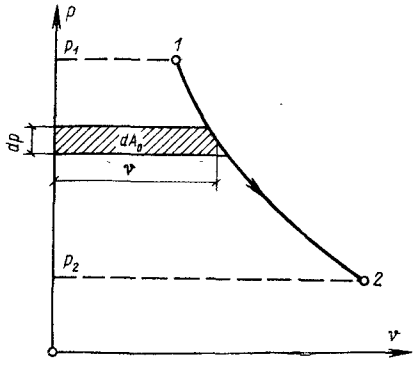


Рис. 8.2. К определению работы в процессе истечения

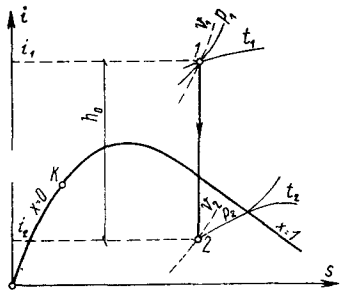


Рис. 8.3. Теоретический процесс истечения в *is*-диаграмме

Равенство (8.6) отражает основные особенности течения газов. Оно показывает, что при движении газа знаки dw и dp всегда противоположны. Иначе говоря, если газ (или пар) при движении по каналу расширяется (давление при $dq = 0$ падает), его скорость и кинетическая энергия будут увеличиваться, и наоборот, если при движении газа по каналу давление будет возрастать (газ при $dq = 0$ сжимается), то его скорость и кинетическая энергия будут уменьшаться.

Для адиабатного течения газа работа A_0 в соответствии с формулой (8.3) может быть определена через энтальпию, т. е. $A_0 = i_1 - i_2$, и графически A_0 в *is*-диаграмме (рис. 8.3) будет изображаться отрезком h_0, который соответствует перепаду энтальпий $i_1 - i_2$.

При $w_1 = 0$ скорость истечения $w_2 = w$ может быть определена из уравнения (8.3):

$$w = \sqrt{2(i_1 - i_2)}, \tag{8.7}$$

где i выражено в Дж/кг, w — в м/с.

В частном случае, если i измерено в кДж/кг, формула (8.7) принимает вид

$$w = \sqrt{2 \cdot 10^3 (i_1 - i_2)} = 44{,}72 \sqrt{i_1 - i_2}, \tag{8.7'}$$

а если, как это часто бывает, i измерено в ккал/кг, то

$$w = 91{,}53 \sqrt{i_1 - i_2}. \tag{8.7''}$$

Полученную формулу особенно удобно использовать для определения скорости истечения водяного пара с помощью *is*-диаграммы.

Для идеального газа по уравнению (8.4) скорость истечения w может быть выражена также через начальные параметры газа p_1 и v_1 и давление среды p_2, куда происходит истечение:

$$A_0 = \frac{w^2}{2} = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right],$$

откуда

$$w=\sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1v_1\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}, \qquad (8.8)$$

где p (Н/м²), v (м³/кг), w (м/с).

Если принять $p_1v_1 = RT_1$, то

$$w=\sqrt{2\frac{k}{k-1}RT_1\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}, \qquad (8.8')$$

откуда следует, что скорость истечения w растет с увеличением начальной температуры газа T_1 и при прочих равных условиях будет иметь бóльшую величину для более легких газов с бóльшим значением газовой постоянной R. По формуле (8.8) можно определять и скорость истечения водяного пара, если считать, что $k = 1{,}3$ — для перегретого пара и $k = 1{,}135$ — для сухого насыщенного пара.

Количество рабочего тела (пара или газа), вытекающего из сопла в 1 с (см. рис. 8.1), определяют из соотношения

$$M = V_2/v_2,$$

где V_2 — секундный объем вытекающего газа; v_2 — удельный объем газа при давлении p_2.

Поскольку

$$V_2 = fw,$$

то

$$M = fw/v_2. \qquad (8.9)$$

Подставляя в полученное равенство значение скорости по уравнению (8.8) и значение v_2 из уравнения адиабаты, равное $v_2 = v_1\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}}$, получим:

$$M=f\sqrt{2\frac{k}{k-1}\frac{p_1v_1}{v_1^2\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{2}{k}}}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]},$$

или

$$M=f\sqrt{2\frac{k}{k-1}\frac{p_1}{v_1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}}-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]} \qquad (8.10)$$

Для определения секундного расхода пара следует пользоваться непосредственно формулой (8.9), находя w по формуле (8.7), а v_2 — по *is*-диаграмме (см. рис. 8.3).

Из формул (8.8) и (8.10) следует, что w и M зависят от отношения p_2/p_1. Очевидно, при $p_2/p_1 = 1$ $w = 0$ и $M = 0$, т. е. при равенстве

давлений p_1 и p_2 истечения не будет. При уменьшении давления p_2, а следовательно, и отношения p_2/p_1 при постоянном давлении p_1 скорость w и расход газа M увеличиваются. Если предположить, что $p_2 = 0$, т. е. что истечение происходит в среду, где полный вакуум, то следовало бы ожидать, что расход должен быть максимальным. Однако по формуле (8.10) расход получается равным нулю. Этот результат представляется неправдоподобным. Для объяснения его проанализируем формулу (8.10). С этой целью построим графики зависимости $M = \varphi(p_2/p_1)$ и $w = \varphi_1(p_2/p_1)$, причем для краткости написания отношение p_2/p_1 будем обозначать буквой β. По оси абсцисс отложим β от 0 до 1 (рис. 8.4), а по оси ординат — соответствующее значение M.

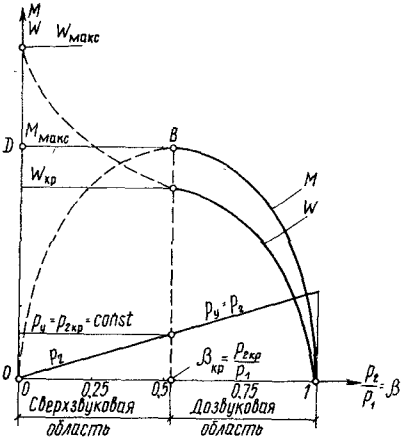


Рис. 8.4. График изменения функций $M = \varphi\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ и $w = \varphi_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$

Исследование формул (8.8) и (8.10) показывает, что с уменьшением давления p_2 увеличиваются значения v_2 и w. Но в начале адиабатного расширения скорость w увеличивается быстрее, чем объем v_2, и расход M растет. Достигнув некоторого максимума при $\beta = p_2/p_1 \approx 0{,}5$, расход M начинает уменьшаться. Это происходит потому, что при дальнейшем уменьшении отношения p_2/p_1 скорость w растет медленнее, чем объем v_2. При $p_2 = 0$ $w \to w_{макс}$, а $v_2 \to \infty$, следовательно, $M \to 0$ и кривая $M = \varphi(\beta)$ принимает форму параболы (см. рис. 8.4).

Опыт, однако, показывает, что изменение расхода M после достижения максимума $M_{макс}$ при дальнейшем уменьшении p_2 и вместе с ним β следует не по пунктирной линии BO, а по горизонтали BD. Такое расхождение с формулой (8.10) объясняется тем, что, понижая постепенно давление p_2, будем получать давление в устье сопла, равное p_2, только до значения $p_{2кр}/p_1 \approx 0{,}5$. При дальнейшем уменьшении этого отношения, т. е. при снижении давления p_2 в среде, куда втекает газ, давление в устье сопла p_y не понижается, а остается постоянным, происходит как бы «запирание» сопла. Это остающееся постоянным в устье сопла давление, которое нельзя понизить, уменьшив давление в среде, куда происходит истечение, называется к р и т и ч е с к и м и обозначается $p_{2кр}$, а отношение $p_{2кр}/p_1$ обозначается $\beta_{кр}$.

Формула (8.10) дает соответствующее действительности значение расхода, если в ней и при $p_2/p_1 < \beta_{кр}$ рассматривать p_2 как давление в устье сопла, а не как давление среды, в которую втекает газ. Вместе с этим в устье сопла остаются постоянными и удельный объем $v_{2кр}$, и скорость истечения $w_{кр}$, несмотря на уменьшение давления среды p_2.

Секундный расход M, достигающий при $\beta_{кр}$ максимального значения $M_{макс}$, также остается постоянным и не зависит от дальнейшего понижения p_2. Поэтому, начиная от $\beta_{кр}$, действительные кривые рас-

хода и скорости (см. рис. 8.4) изобразятся прямыми, параллельными оси абсцисс.

Рассмотренное явление объясняется тем, что устанавливающаяся при $\beta = \beta_{кр}$ критическая скорость истечения является максимальной и превысить ее для суживающихся сопел не представляется возможным [см. уравнение (8.17)]. Следовательно:

$$\text{если } p_2/p_1 \geqslant \beta_{кр}, \text{ то } p_у = p_2,\ w \leqslant w_{кр} \text{ и } M \leqslant M_{макс};$$

$$\text{если } p_2/p_1 < \beta_{кр}, \text{ то } p_у = p_{2_{кр}} = \text{const},$$

$$w = w_{кр} = \text{const} \text{ и } M = M_{макс} = \text{const}.$$

Обобщая все сказанное, устанавливаем в соответствии с уравнением (8.10), что расход M газа данных параметров зависит от сечения f и давления в устье сопла $p_у$.

Для определения $\beta_{кр}$ нужно найти отношение p_2/p_1, при котором функция $M = \varphi(p_2/p_1)$ достигает максимального значения. Для этого нужно взять первую производную от этой функции, приравнять ее к нулю и найти то значение аргумента p_2/p_1, при котором функция M будет иметь экстремум. В формуле (8.10) переменной является разность $\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}}$. Поэтому в целях сокращения математических преобразований первую производную берем от этого выражения и приравниваем ее к нулю, в результате чего получаем:

$$\frac{d}{d\beta}\left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}}\right) = \frac{2}{k}\beta^{\frac{2}{k}-1} - \frac{k+1}{k}\beta^{\frac{k+1}{k}-1} =$$

$$= \frac{2}{k}\beta^{\frac{2-k}{k}} - \frac{k+1}{k}\beta^{\frac{1}{k}} = 0$$

$$\text{или } \beta^{\frac{1}{k}}\left[2\beta^{\frac{1-k}{k}} - (k+1)\right] = 0.$$

Но $\beta^{\frac{1}{k}} \neq 0$, ибо для этого или $p_2 = 0$, или $p_1 = \infty$, чего практически не бывает. Тогда может быть равен нулю лишь второй множитель, т. е.

$$2\beta^{\frac{1-k}{k}} = k+1; \quad \beta^{\frac{1-k}{k}} = \frac{k+1}{2}, \text{ или } \beta^{\frac{k-1}{k}} = \frac{2}{k+1},$$

и окончательно

$$\beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}. \tag{8.11}$$

Нетрудно убедиться, что при этом значении аргумента $\frac{d^2M}{d\beta^2} < 0$ и функция $M = \varphi(\beta)$ при $\beta = \beta_{кр}$ имеет максимум.

Формула (8.11) показывает, что $\beta_{кр} = p_{2кр}/p_1$ зависит только от природы газа или пара, вытекающего через сопло, так как для каждого рабочего тела имеется свое значение k: для двухатомных газов $k = 1{,}4$, $\beta_{кр} = 0{,}528$, $p_{2кр} = 0{,}528p_1$; для перегретого пара $k = 1{,}3$, $\beta_{кр} = 0{,}546$, $p_{2кр} = 0{,}546p_1$.

Подставляя в формулу (8.8) значение $\beta_{кр}$ из уравнения (8.11), получим выражение для определения $w_{кр}$:

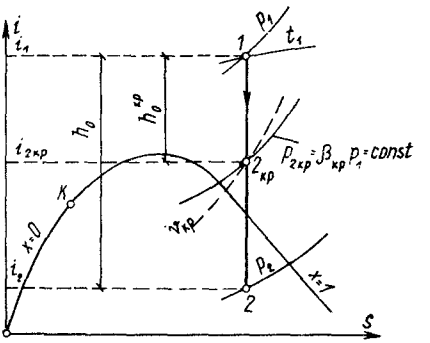


Рис. 8.5. К определению критической скорости истечения по *is*-диаграмме

$$w_{кр} = \sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1 v_1\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{кр}^{\frac{k-1}{k}}\right]} =$$

$$= \sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1 v_1\left[1-\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}\frac{k-1}{k}}\right]}.$$

Тогда

$$w_{кр} = \sqrt{2\frac{k}{k+1}p_1 v_1}. \qquad (8.12)$$

Из формулы следует, что критическая скорость вполне определяется начальным состоянием газа и показателем адиабаты k. В частности, для двухатомных газов $w_{кр} = 1{,}08\sqrt{p_1 v_1}$, или $w_{кр} = 1{,}08\sqrt{RT_1}$, т. е. скорость $w_{кр}$ возрастает с увеличением начальной температуры и для разных газов различна. Например, для воздуха при $t = 200$ °С $w_{кр} = 1{,}08\sqrt{\frac{8314}{28{,}95}}473 = 398$ м/с, а при $t = 1000$ °С $w_{кр} = 650$ м/с. Для перегретого пара $w_{кр} = 1{,}06\sqrt{p_1 v_1}$. Во всех формулах p в Н/м^2, w в м/с, v в м^3/кг.

Для водяного пара $w_{кр}$ может быть определена также по *is*-диаграмме, если в формуле (8.7) вместо i_2 подставить значение $i_{2кр}$, определяемое по *is*-диаграмме как точка пересечения адиабаты с критической изобарой $p_{2кр}$ (рис. 8.5), т. е.

$$w_{кр} = \sqrt{2(i_1 - i_{2_{кр}})}. \qquad (8.12')$$

Очевидно, что на создание кинетической энергии вытекающей струи рабочего тела в этом случае расходуется не все теплопадение h_0, а лишь часть его $h_0^{кр} = i_1 - i_{2кр}$. Оставшаяся часть $h_0 - h_0^{кр} = i_{2кр} - i_2$ представляет собой потери на вихревые движения по выходе струи из устья сопла.

Если подставить значение $\beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$ в формулу (8.10), получим уравнение для определения максимального секундного расхода $M_{макс}$:

$$M_{макс} = f\sqrt{2\frac{k}{k-1}\frac{p_1}{v_1}\left[\beta_{кр}^{\frac{2}{k}} - \beta_{кр}^{\frac{k+1}{k}}\right]} =$$

$$= f\sqrt{2\frac{k}{k-1}\frac{p_1}{v_1}\left[\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}\frac{2}{k}} - \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}\frac{k+1}{k}}\right]}$$

и окончательно

$$M_{макс} = f\sqrt{2\frac{k}{k+1}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}}\frac{p_1}{v_1}}, \qquad (8.13)$$

или

$$M_{макс} = f\psi\sqrt{\frac{p_1}{v_1}}, \qquad (8.13')$$

где $\psi = \sqrt{2\frac{k}{k+1}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}}}$

определяется только природой газа, т. е. величиной k. В частности, для двухатомных газов при $k = 1{,}4$ $\psi = 0{,}68$; для перегретого пара при $k = 1{,}3$ $\psi = 0{,}665$.

Рассмотрим связь скорости движения с геометрической формой сопла. Из условия неразрывности движения в соответствии с уравнением (8.9) имеем $Mv = fw$. Дифференцируя это равенство, находим $fdw + wdf = Mdv$ и, разделив на fw, получим

$$\frac{dw}{w} + \frac{df}{f} = \frac{M}{fw}dv, \text{ но } \frac{M}{fw} = \frac{1}{v},$$

тогда

$$\frac{df}{f} = \frac{dv}{v} - \frac{dw}{w}. \qquad (а)$$

Уравнение (а) представляет собой условие неразрывности потока в дифференциальной форме. Величину dv/v найдем из уравнения адиабаты $pv^k = \text{const}$. Дифференцируя это уравнение, получим $kpv^{k-1}dv + v^k dp = 0$ и, разделив на v^k, найдем

$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{k}\frac{dp}{p}. \qquad (б)$$

Из уравнения (8.6) $wdw = -vdp$ найдем отношение dw/w, входящее в уравнение (а). Разделив уравнение (8.6) на w^2, получим

$$\frac{wdw}{w^2} = -\frac{vdp}{w^2},$$

откуда

$$\frac{dw}{w} = -\frac{v}{w^2}dp. \qquad (в)$$

Подставляя вместо dv/v и dw/w их значения по равенствам (б) и (в) в уравнение (а), будем иметь:

$$\frac{df}{f} = -\frac{1}{k}\frac{dp}{p} + \frac{v}{w^2}dp; \quad \frac{df}{f} = \left(\frac{v}{w^2} - \frac{1}{kp}\right)dp,$$

или

$$\frac{df}{f} = \frac{kpv - w^2}{w^2 kp}dp. \qquad (8.14)$$

Из курса физики известно, что

$$\sqrt{kpv} = w_{зв}, \qquad (8.15)$$

где $w_{зв}$ — скорость звука в среде с параметрами p и v.

Для установления характерных особенностей течения газов скорость звука, представляющая собой скорость распространения упругих деформаций, имеет большое значение. Из формулы (8.15) видно, что $w_{зв}$ зависит от параметров состояния p и v и природы газа k. Для идеальных газов $pv = RT$, тогда

$$w_{зв} = \sqrt{kRT}. \qquad (8.15')$$

В частности, для воздуха $k = 1{,}4$, $R = 290$ Дж/(кг·К),

$$w = \sqrt{402T}, \text{ или } w_{зв} \approx 20\sqrt{T}. \qquad (8.15'')$$

Эти формулы показывают, что скорость звука является функцией температуры газа T, и так как она через коэффициент объемного расширения $1/T$ характеризует сжимаемость газа, то, следовательно, и скорость звука является некоторой характеристикой сжимаемости газа. Она показывает, как велико изменение плотности газа при изменении давления. Подставляя $kpv = w_{зв}^2$ в формулу (8.14), получим

$$\frac{df}{f} = \frac{w_{зв}^2 - w^2}{w^2 kp}dp. \qquad (8.16)$$

Прежде чем перейти к анализу этого уравнения для случаев соплового и диффузорного движения газов, покажем, что критическая скорость $w_{кр}$ представляет собой скорость распространения звука в данной среде при давлении $p_у = P_{2кр}$ и $v_у = v_{2кр}$, так называемую местную скорость звука.

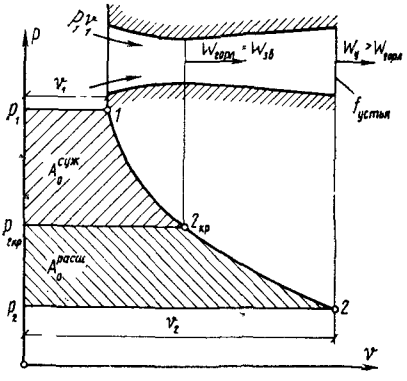


Рис. 8.7. К определению располагаемой работы при истечении через комбинированное сопло

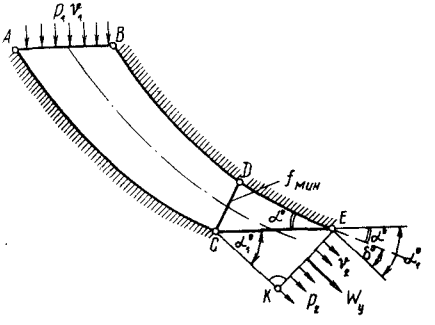


Рис. 8.8. Схема сопла с косым срезом

α — угол между направлением образующей и плоскостью среза сопла; δ — угол поворота струи; KE — плоскость косого среза

Скорость звука по длине сопла от его горловины до устья продолжает понижаться в результате уменьшения температуры рабочего тела и снижения внутренней энергии, обусловленных уменьшением энтальпии вследствие преобразования ее в кинетическую энергию вытекающей струи пара или газа. Графики изменения p, v и w по длине сопла Лаваля показаны на рис. 8.6. График работы A_0 для этого же сопла изображен на рис. 8.7. Как видно из этого графика,

$$A_0 = A_0^{суж} + A_0^{расш},$$

где $A_0^{суж}$, $A_0^{расш}$ — приращение кинетической энергии в суживающейся и расширяющейся частях сопла.

Если $p_2/p_1 > \beta_{кр}$, то в горловине сопла $w < w_{зв}$ и при этом расширяющаяся часть сопла будет работать как диффузор.

Угол раствора расширяющейся части сопла выбирают в пределах 8—12°, исходя из условий безотрывного течения пара или газа от поверхности стенок сопла.

Большое распространение имеют сопла с косым срезом, в которых плоскость выходного сечения не перпендикулярна оси сопла (рис. 8.8).

Сопла подобной конструкции обеспечивают нужное направление струи газа или пара при входе ее в каналы лопаток рабочего колеса турбины в том случае, когда ось сопла располагается под некоторым углом к направлению движения лопаток.

Особенность течения газа или пара через сопло с косым срезом заключается в том, что при малых противодавлениях $p_2/p_1 < \beta_{кр}$ струя газа по выходе из сопла смещается на угол δ, величина которого определяется условием равенства давлений в плоскости косого среза EC (см. рис. 8.8) и наружного давления p_2 (расчетный режим истечения). В этом случае сопло с косым срезом действует аналогично соплу

Лаваля, т. е. часть сопла $ABDC$ является как бы суживающейся частью комбинированного сопла (в сечении $CD = f_{мин}$, $w = w_{кр}$), а часть сопла CDE — его расширяющейся частью ($w_у > w_{зв}$).

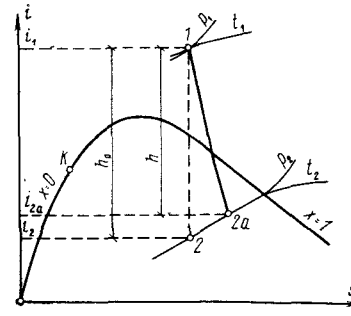


Рис. 8.9. Действительный процесс истечения в *is*-диаграмме

§ 8.3. Действительный процесс истечения паров и газов

В реальных условиях течение газа или жидкости в каналах всегда сопровождается потерями энергии на преодоление трения, обусловленными вязкостью газа, шероховатостью стенок канала и т. п., однако теплообмен с внешней средой по-прежнему отсутствует, поэтому процесс течения продолжает оставаться адиабатным, но уже становится необратимым, так как в результате выделения теплоты трения $q_{тр}$ энтропия потока увеличивается ($ds = dq_{тр}/T$). Вследствие этого точка *2a*, характеризующая конец действительного процесса истечения в *is*-диаграмме (рис. 8.9), будет располагаться правее и выше точки *2*, соответствующей концу теоретического (изоэнтропного) процесса истечения при том же перепаде давления ($p_1 - p_2$). Кривая *1—2a* является условным* графиком необратимого процесса расширения. Эта кривая показывает лишь, что конечная точка *2a* сдвинута по отношению к точке *2* вправо по изобаре заданного конечного давления.

При течении с трением, как и для течения без трения, справедливо уравнение (8.3):

без трения

$$i_2 + w_2^2/2 = i_1 + w_1^2/2;$$

с трением

$$i_{2a} + w_{2a}^2/2 \quad i_1 + w_1^2/2.$$

Отсюда следует, что $w_{2a} < w_2$, ибо $i_{2a} > i_2$, а правые части написанных равенств одинаковы. Очевидно также, что и работа A_0,равная: $i_1 - i_{2a} = h < i_1 - i_2 = h_0$ (см. рис. 8.9), т. е. $h_0 - h = q_{тр}$, всегда положительна. Отношение действительной скорости w_{2a} к теоретической w_2 называется скоростным коэффициентом сопла φ. Этот коэффициент различен для разных сопел, значения его определяют опытным путем. Для сопел современных турбин $\varphi = 0{,}93—0{,}98$.

Потеря кинетической энергии при течении с трением численно равна:

$$\frac{\Delta w^2}{2} = \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_{2a}^2}{2} = \frac{w_2^2}{2}(1 - \varphi^2) = \xi \frac{w_2^2}{2}.$$

* Условным в том смысле, что в диаграммах состояния в принципе могут изображаться только кривые обратимых процессов.

Величина $1 - \varphi^3 = \xi$, характеризующая потерю работы при течении из-за действия сил трения, называется коэффициентом энергии.

Таким образом, действительная скорость истечения

$$w_{2a} = \varphi w_2 = \varphi \sqrt{2h_0}, \tag{8.18}$$

или

$$w_{2a} = \sqrt{2\varphi^2 h_0} = \sqrt{2h},$$

откуда следует, что

$$\frac{h}{h_0} = \varphi^2 = \eta_c, \tag{8.19}$$

где η_c — отношение действительного теплопадения h к теоретическому h_0, называемое коэффициентом полезного действия сопла.

Уравнение (8.19) показывает также, что КПД сопла численно равен квадрату скоростного коэффициента.

§ 8.4. Дросселирование паров и газов

Если в трубопроводе на пути движения газа или пара встречается местное сужение проходного сечения, то вследствие сопротивлений, возникающих при таком сужении, давление p_2 за местом сужения всегда меньше давления p_1 перед ним (рис. 8.10). Это явление, при котором пар или газ переходит с высокого давления на низкое без совершения внешней работы и без подвода или отвода теплоты, называется адиабатным дросселированием, или мятием (также редуцированием, или торможением).

Любой кран, вентиль, задвижка, клапан и прочие местные сопротивления, уменьшающие проходное сечение трубопровода, вызывают дросселирование газа или пара и, следовательно, падение давления. Иногда дросселирование специально вводится в цикл работы той или иной машины: например, путем дросселирования пара перед входом в паровые турбины регулируют их мощность. Аналогичный процесс осуществляется и в карбюраторных двигателях внутреннего сгорания, где мощность регулируется изменением положения дроссельной заслонки карбюратора.

Дросселирование газов и паров используют для понижения их давления в специальных редукционных клапанах, широко применяемых в системах тепло- и парогазоснабжения различных предприятий, а также и в холодильной технике для получения низких температур и сжижения газов путем их многократного дросселирования (см. § 10.1).

Физическое представление о падении давления за местным сопротивлением обусловлено диссипацией (рассеянием) энергии потока, расходуемой на преодоление этого местного сопротивления.

При дросселировании потеря давления $p_1 - p_2$ тем больше, чем меньше относительная площадь сужения. При отсутствии теплообмена в соответствии с уравнением (8.3) будем иметь

$$i_1 - i_2 = \frac{1}{2}(w_2^2 - w_1^2),$$

где i_1, i_2 — энтальпия газа в сечениях $I-I$ и $II-II$ (см. рис. 8.10).

Если изменением скорости движения газа пренебречь, т. е. считать $w_1 \approx w_2$, то $i_1 = i_2$. Таким образом, в результате мятия энтальпия газа до суженного сечения и после него имеет одно и то же значение.

Исследование процесса дросселирования показывает также, что при проходе через сужение скорость потока в этом месте возрастает, а давление падает до p' в самом узком месте потока, находящемся на небольшом расстоянии за сужением канала. Конечно, полученное приращение кинетической энергии струи можно было бы при наличии диффузора перевести обратно в потенциальную энергию и этим поднять давление до первоначального p_1. Однако отсутствие диффузора исключает такой обратный процесс, а бо́льшая часть приращения кинетической энергии из-за наличия вихревых движений за суженным сечением переходит в теплоту, которая воспринимается газом (или паром). Последнее же, как известно, связано с увеличением энтропии, и рабочее тело не возвращается в первоначальное состояние, несмотря на равенство скоростей и энтальпий. Все это приводит к тому, что процесс дросселирования, будучи по существу адиабатным, является типичным необратимым процессом.

Из равенства $i_1 = i_2$ следует, что для идеальных газов при условии постоянства теплоемкостей в процессе дросселирования температура остается неизменной. Но если $t_1 = t_2$, то $p_2 v_2 = p_1 v_1$, а так как $p_2 < p_1$, то, следовательно, $v_2 > v_1$ (рис. 8.11).

В Ts-диаграмме явление мятия идеального газа может быть представлено точками *1* и *2*, которые лежат на одной горизонтали, так как $T_1 = T_2$. Считать, что отрезок изотермы *1—2* соответствует процессу дросселирования газа, нельзя, ибо только крайние точки *1* и *2* характеризуют состояние газа как равновесное, а все промежуточные точки не соответствуют действительному процессу, совершающемуся с газом. Поэтому линия *1—2* проведена на рис. 8.11 пунктиром. Действительно, при адиабатном процессе в месте сужения проходного сечения скорость потока возрастает в соответствии с уравнением (8.3) за счет энтальпии, а, значит, температура уменьшается. После этого по мере перехода внешней кинетической энергии в теплоту температура газа повышается, и на некотором удалении от места сужения, где течение потока становится стационарным, температура достигает своего первоначального значения. Таким образом, действительный процесс между точками *1* и *2* протекает при переменных значениях i и t, и поэтому неправильно определять процесс дросселирования как процесс при $i = \text{const}$ и называть его изоэнтальпийным.

Для водяного пара процесс дросселирования удобно исследовать в is-диаграмме (рис. 8.12). Перегретый пар в зависимости от начальных параметров в результате дросселирования может остаться перегретым (процесс *1—2*) или сделаться сухим, потом влажным, снова сухим и перегретым (процесс *3—4*). Это определяется степенью дросселирования. Влажный пар в зависимости от начального и конечного давления и начальной степени сухости может в результате остаться влажным или сделаться сухим и даже перегретым (процесс *5—6* на рис. 8.12).

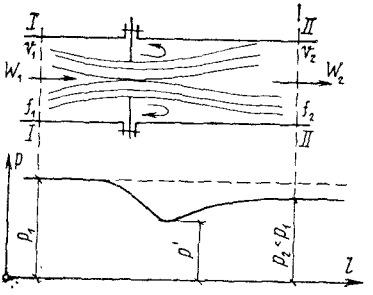


Рис. 8.10. К вопросу о дросселировании газов

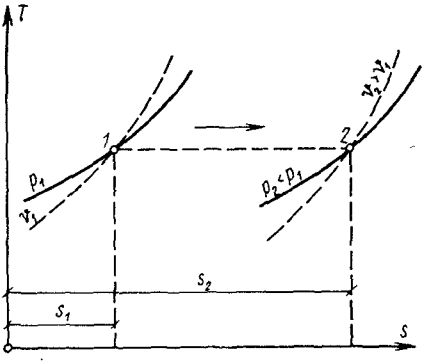


Рис. 8.11. Процесс дросселирования газов в Ts-диаграмме

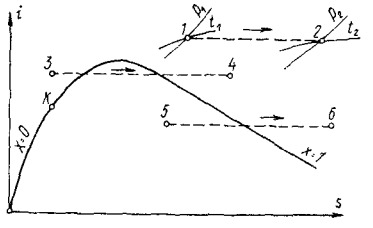


Рис. 8.12. Процесс дросселирования водяного пара в is-диаграмме

Изменение температуры жидкостей и реальных газов при адиабатном дросселировании впервые было установлено опытами ученых Джоуля и Томсона в 1852 г. и называется эффектом Джоуля—Томсона. При этом различают интегральный температурный эффект при дросселировании, когда давление газа изменяется значительно, и дифференциальный эффект, когда уменьшение давления, а следовательно, и изменение температуры бесконечно малы. Дифференциальный температурный эффект обозначается α и определяется отношением изменения температуры dt к изменению давления dp при $i = \text{const}$, т. е.

$$\alpha = \frac{dt_i}{dp_i} = \left(\frac{\partial t}{\partial p}\right)_i. \tag{8.20}$$

Величина α может быть определена из уравнения (5.20):

$$di = c_p\,dT - \left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v\right]dp.$$

Для рассматриваемого процесса $di = 0$, тогда

$$dT = \frac{T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v}{c_p}\,dp \tag{8.21}$$

и

$$\alpha = \frac{T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v}{c_p}. \tag{8.22}$$

Для идеального газа $dt = 0$, и по равенству (8.20) $\alpha = 0$. Это следует также и из уравнения (8.22), если подставить в него значение $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right) = \frac{R}{p}$.

Интегральный температурный эффект при дросселировании ΔT может быть определен путем интегрирования выражения (8.21), т. е.

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \int_{p_1}^{p_2} \frac{T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v}{c_p} dp. \qquad (8.23)$$

Для реальных газов $\Delta T \neq 0$ и может иметь как положительный, так и отрицательный знак.

Состояние газа, при котором температурный эффект дросселирования меняет свой знак, называется точкой инверсии газа, а температура, соответствующая этой точке, называется температурой инверсии $T_{инв}$.

Поскольку при дросселировании $dp < 0$, то знак ΔT, как следует из равенства (8.23), будет противоположен знаку разности

$$T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v,$$

т. е.

$$\text{при } T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v > 0 \quad T_2 - T_1 < 0;$$

$$\text{при } T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v < 0 \quad T_2 - T_1 > 0;$$

$$\text{при } T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v = 0 \quad T_2 - T_1 = 0, \text{ откуда}$$

$$T_{инв} = v\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p. \qquad (8.24)$$

Очевидно, что температура после дросселирования будет ниже температуры газа до дросселирования ($T_2 < T_1$ или $\Delta T < 0$), если $T_1 < T_{инв}$, и температура после дросселирования будет выше температуры газа до дросселирования, если $T_1 > T_{инв}$. При этом, как следует из уравнения (8.24), каждому давлению газа соответствует определенная температура инверсии, возрастающая с увеличением давления. Большинство газов имеет довольно высокую температуру инверсии (около 600 °С и выше при $p = 0{,}1$ МПа); исключение составляют водород и гелий, для которых $t_{инв}$ соответственно равна —80 ° и — 236 °С.

Изменение температуры газа в процессе дросселирования с точки зрения молекулярно-кинетической теории газов может быть объяснено следующим образом. Поскольку при дросселировании $i_1 = i_2$, а $i = U + pv$, то $p_2v_2 - p_1v_1 = U_1 - U_2$.

Разность $p_2v_2 - p_1v_1$ по уравнению (2.7) представляет собой работу по проталкиванию 1 кг газа, а разность $U_1 - U_2$ — уменьшение

внутренней энергии 1 кг газа, состоящей у реальных газов из суммы кинетической и потенциальной энергии (см. § 2.1). Для идеальных газов $p_2v_2 = p_1v_1$ (так как $T_1 = T_2$) и $U_1 — U_2 = 0$. У реальных газов разность $p_2v_2 — p_1v_1$ может иметь как положительное, так и отрицательное значение и быть равной нулю. Поскольку при дросселировании $p_2 < p_1$, а $v_2 > v_1$, то у реальных газов потенциальная энергия при возрастании объема из-за увеличения расстояния между молекулами всегда растет.

Если предположить, что:

а) работа проталкивания $p_2v_2 — p_1v_1 = 0$, то $U_1 = U_2$, т. е. общая внутренняя энергия остается неизменной, но кинетическая ее часть вследствие роста потенциальной части уменьшается и соответственно понижается температура газа, т. е. газ в результате дросселирования охлаждается;

б) работа проталкивания $p_2v_2 — p_1v_1 > 0$, тогда $U_1 — U_2 > 0$ и $U_2 < U_1$. В этом случае понижение температуры T_2 будет еще более интенсивным, так как оно будет обусловлено не только ростом потенциальной части внутренней энергии, но и уменьшением ее кинетической части вследствие снижения общей внутренней энергии, вызываемого положительной работой по проталкиванию газа;

в) работа проталкивания $p_2v_2 — p_1v_1 < 0$, тогда $U_1 — U_2 < 0$ и $U_2 > U_1$. В этом случае дросселирование сопровождается затратой внешней работы на подачу газа к дросселю и расходованием ее на увеличение внутренней энергии газа. Последнее может компенсировать уменьшение кинетической ее части из-за расширения газа и привести к нагреванию газа в результате его дросселирования. В частности, в инверсионных точках разность $p_2v_2 — p_1v_1$ имеет такое отрицательное значение, которое в точности равно увеличению потенциальной части внутренней энергии газа из-за его расширения, и в результате температура газа до и после дросселирования остается одинаковой.

Сравнение температурных эффектов α процессов дросселирования (необратимый адиабатный процесс расширения) с процессом обратимого адиабатного расширения показывает, что при том же значении dp величина dT во втором случае будет больше. Это следует из сравнения dT, определенных из уравнений (5.22)

$$dq = c_p\,dT - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dp$$

и (8.21) $dT = \dfrac{T\left(\dfrac{\partial T}{\partial T}\right)_p - v}{c_p}\,dp$, тогда

$$\alpha_{ад} = \frac{\partial T}{\partial p} = \frac{T\left(\dfrac{\partial v}{\partial T}\right)_p}{c_p} \qquad (8.25)$$

$$\alpha_{ад} — \alpha_{дрос} = \frac{T\left(\dfrac{\partial v}{\partial T}\right)_p}{c_p} — \frac{T\left(\dfrac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v}{c_p} = \frac{v}{c_p},$$

т. е. $\alpha_{ад} > \alpha_{дрос}$. Поэтому получение низких температур и, в частности, сжижение газов целесообразнее осуществлять методом адиабатического расширения газов, а не дросселированием, при котором уменьшение температуры газов, как было показано выше, возможно лишь при условии, если начальная температура газов будет ниже температуры инверсии. Однако в холодильных установках применяют дроссельный вентиль, а не детандер (расширительный цилиндр), так как потери эффективности использования установки от этого не так уж значительны, но зато, регулируя степень открытия вентиля, легко получать требуемое падение давления, а значит, и нужную температуру в охлаждаемом объеме (см. гл. 10).

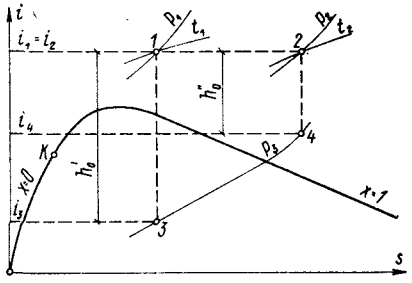


Рис. 8.13. К вопросу о влиянии процесса дросселирования на работоспособность пара

Необходимо также иметь в виду, что дросселирование — процесс необратимый и, следовательно, работа газа или пара A_0 снижается. Последнее наглядно иллюстрируется рис. 8.13.

До дросселирования теоретическая работа 1 кг пара при условии его расширения от p_1 до p_3 измеряется разностью $i_1 - i_3 = h_0'$. После дросселирования при условии дальнейшего расширения пара до того же конечного давления p_3 теоретическая работа пара составит уже $i_2 - i_4 = h_0''$, что меньше h_0'. Потеря работоспособности 1 кг пара в результате дросселирования составит

$$\frac{h_0' - h_0''}{h_0'} 100\ \%.$$

ГЛАВА 9. КОМПРЕССОРЫ

§ 9.1. Общие положения

Сжатый газ, чаще всего воздух, получаемый с помощью компрессоров, широко применяется в различных отраслях народного хозяйства, например в металлургической промышленности (доменные печи), в нефтяной промышленности (нефтеперегонные заводы), в газотурбинных установках и реактивных двигателях. Сжатый воздух используют также в различных пневматических инструментах, в поршневых двигателях внутреннего сгорания для распыления топлива, запуска, продувки и т. д. В промышленности строительных материалов сжатый воздух используют в эжекторных установках для перекачки горячих газов, для распыления мазута в форсунках, устанавливаемых на обжиговых и других печах.

Компрессоры низкого давления (до 0,11 МПа), называемые вентиляторами, широко применяют для перемещения и подачи воздуха в калориферы сушильных установок, воздухоподогреватели, топки, а также для преодоления сопротивления движению газов, чтобы обеспечить тягодутьевой режим в различных установках. По принципу устройства и работы компрессоры делятся на две группы — объемные и лопаточные. Объемные компрессоры подразделяются на поршневые и ротационные, а лопаточные — на центробежные и осевые (или аксиальные). Несмотря на конструктивные различия компрессоров указанных типов, термодинамические принципы их работы аналогичны.

§ 9.2. Объемный компрессор

Объемный компрессор — это компрессор статического сжатия, которое происходит в нем вследствие уменьшения объема, где заключен газ. На рис. 9.1, *а* показана принципиальная схема одноступенчатого поршневого компрессора. Коленчатый вал компрессора приводится во вращение от электродвигателя или от поршневого двигателя внутреннего сгорания. При движении поршня от ВМТ к НМТ в цилиндр с охлаждаемой рубашкой через автоматически открывающийся клапан *А* из окружающей среды всасывается газ. Нагнетательный клапан *В* закрыт под действием давления газов в резервуаре, которое больше атмосферного. При обратном движении поршня от НМТ к ВМТ газ начинает сжиматься, давление его увеличивается, и всасывающий клапан закрывается. Процесс сжатия продолжается до тех пор, пока давление в цилиндре не станет равным (практически несколько больше) давлению в резервуаре. Тогда клапан *В* открывается, и начинается процесс нагнетания сжатого газа в резервуар до тех пор, пока поршень не придет в ВМТ.

Рассмотрим рабочий процесс в *pv*-координатах для идеального одноступенчатого компрессора (идеального в том смысле, что в нем не учитываются потери на трение, а утечки газа и объем вредного пространства* принимаются равными нулю, т. е. на рис. 9.1, *б* положение ВМТ будет совпадать с осью ординат). Обозначим: V_h — рабочий (полезный) объем цилиндра; p_1 — давление окружающей среды; p_2 — давление газа в резервуаре. Процессы: *D* — 1 — всасывание; *1—2* — сжатие; *2—C* — нагнетание.

С началом нового хода поршня снова открывается всасывающий клапан, давление в цилиндре падает от p_2 до p_1 теоретически мгновенно, т. е. по вертикали *C—D*, и рабочий процесс повторяется, завершаясь, таким образом, за два последовательных хода поршня. Следовательно, компрессор представляет собой двухтактную машину. Площадь теоретической индикаторной диаграммы** *D—1—2—C*, которая графически изображает круговой процесс, измеряет работу, расходуе-

* Объемом вредного пространства (V_0) называется объем между крышкой цилиндра и днищем поршня при положении его в ВМТ.

** Диаграмма называется индикаторной, так как она записывается специальным прибором — индикатором, присоединенным к цилиндру компрессора.

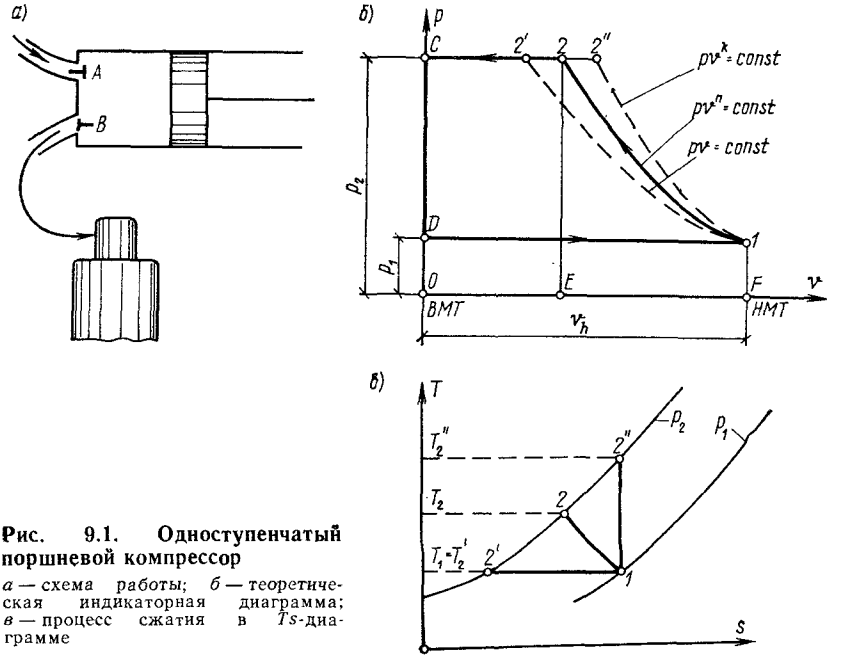


Рис. 9.1. Одноступенчатый поршневой компрессор

а — схема работы; *б* — теоретическая индикаторная диаграмма; *в* — процесс сжатия в *Ts*-диаграмме

мую компрессором за один оборот его вала. Нужно иметь в виду условность названия кругового процесса (цикла) компрессора, так как всасывание и нагнетание не являются термодинамическими процессами, поскольку они происходят при переменном количестве газа. В этом состоит отличие индикаторной диаграммы от *pv*-диаграммы, которая строится для постоянного количества рабочего тела. В индикаторной диаграмме *D—1—2—C* сжатие газа *1—2* — термодинамический процесс, ибо в нем участвует постоянное количество газа. Очевидно, что при одном и том же конечном давлении p_2 конечный объем v_2 будет различен в зависимости от характера кривой процесса сжатия *1—2*, а значит, будет различна и работа, затрачиваемая на привод компрессора.

Как следует из рис. 9.1, *б*, наиболее выгодным процессом сжатия по затрате работ извне для привода компрессора является изотермический процесс *1—2'*. В этом случае соблюдаются также идеальные условия для сохранения качества смазочных масел (вязкость, температура вспышки и др.). Однако изотермическое сжатие газа в компрессоре практически неосуществимо, и кривая сжатия обычно располагается между изотермой и адиабатой и может быть принята за политропу с показателем $n = 1{,}2—1{,}25$. Чем интенсивнее будет охлаждение газа при сжатии (чаще всего водой, проходящей через рубашку компрессора), тем больше будет политропа сжатия *1—2* отклоняться от адиабаты *1—2''* в сторону изотермы *1—2'*. С уменьшением теплообмена показатель *n* увеличивается. Очевидно также, что с увеличением *n*

при одном и том же отношении p_2/p_1 конечная температура сжатого газа T_2 будет возрастать по закону

$$T_1^n p_1^{1-n} = T_2^n p_2^{1-n}$$

$$\text{или } T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}. \qquad (9.1)$$

Например, при $p_1 = 0{,}1$ МПа, $t_1 = 16$ °С и конечной температуре $t_2 = 160$ °С при адиабатном сжатии давление воздуха можно увеличить в 4 раза, а при политропном ($n = 1{,}2$) — в 10 раз. Зависимость конечной температуры сжатия T_2 от характера процесса сжатия наглядно иллюстрируется Ts-диаграммой для одноступенчатого компрессора на рис. 9.1, *в*. Из диаграммы следует, что самым невыгодным процессом сжатия с точки зрения высоких значений T_2 является адиабатный процесс *1—2″*. Абсолютное значение работы, затрачиваемой на сжатие 1 кг газа в одноступенчатом идеальном компрессоре (A_0), графически изображается площадью *D—1—2—C* (см. рис. 9.1, *б*) и может быть подсчитано так:

$$A_0 = \text{пл. } 1—2—E—F + \text{пл. } 2—E—O—C — \text{пл. } D—1—F—O,$$

или

$$A_0 = A_{\text{сж}} + A_{\text{нагн}} - A_{\text{всас}} = \int_{v_1}^{v_2} p dv + p_2 v_2 - p_1 v_1.$$

По смыслу работы A_0, $A_{\text{сж}}$, $A_{\text{нагн}}$ являются отрицательными, а работа процесса всасывания $A_{\text{всас}}$ — положительной, так как на ее совершение энергия не затрачивается (трение отсутствует), и сопротивление воздуха, находящегося справа под поршнем при ходе всасывания, не учитывается, ибо не принимается также во внимание положительная работа этого воздуха при сжатии и нагнетании.

В зависимости от характера процесса сжатия $\int_{v_1}^{v_2} p dv$ в соответствии с формулами (3.8), (3.15), (3.22) имеет значения:

для изотермического процесса

$$A^{\text{т}} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2};$$

для адиабатного процесса

$$A^{\text{ад}} = \frac{1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2);$$

для политропного процесса

$$A^{\text{пол}} = \frac{1}{n-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

Чтобы не иметь дело с отрицательными величинами при подсчете работы сжатия, их умножают на —1. Это дает

$$A^{\text{т}} = p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1}; \quad A^{\text{ад}} = \frac{1}{k-1}(p_2 v_2 - p_1 v_1);$$

$$A^{\text{пол}} = \frac{1}{n-1}(p_2 v_2 - p_1 v_1).$$

Тогда теоретическая работа компрессора A_0, затрачиваемая на сжатие 1 кг газа, при изотермическом процессе сжатия выразится равенством

$$A_0^{\text{т}} = p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1} + p_2 v_2 - p_1 v_1.$$

Но так как для изотермы $p_1 v_1 = p_2 v_2$, то

$$A_0^{\text{т}} = p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1}. \tag{9.2}$$

При политропном процессе сжатия газа будем иметь

$$A_0^{\text{пол}} = \frac{1}{n-1}(p_2 v_2 - p_1 v_1) + p_2 v_2 - p_1 v_1 = \frac{n}{n-1}(p_2 v_2 - p_1 v_1),$$

или

$$A_0^{\text{пол}} = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left(\frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} - 1\right).$$

Заменяя $\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{1}{n}}$, получим

$$A_0^{\text{пол}} = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]. \tag{9.3}$$

Из сравнения с равенством (3.22) следует, что теоретическая работа (при политропном сжатии), затрачиваемая на сжатие 1 кг газа, в n раз больше работы сжатия в политропном процессе (при $1 < n \leqslant k$).

Для адиабатного процесса сжатия будем иметь аналогичную формулу для теоретической работы компрессора на сжатие 1 кг газа:

$$A_0^{\text{ад}} = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]. \tag{9.4}$$

Работа $A_0^{\text{ад}}$ может быть определена также через энтальпию газа по формуле

$$A_0^{\text{ад}} = A^{\text{ад}} + p_2 v_2 - p_1 v_1 = U_2 - U_1 + p_2 v_2 - p_1 v_1 = (U_2 + p_2 v_2) - (U_1 + p_1 v_1),$$

или

$$A_0^{\text{ад}} = i_2 - i_1. \tag{9.5}$$

Наличие вредного пространства вводит в диаграмму добавочный

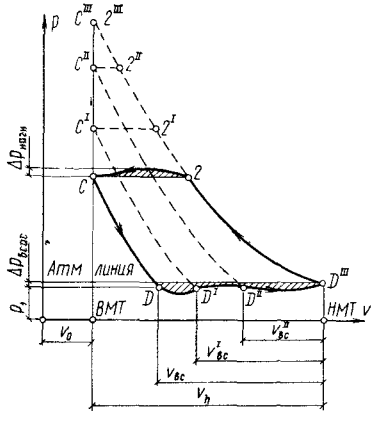


Рис. 9.2. Индикаторная диаграмма одноступенчатого поршневого компрессора при наличии объема вредного пространства

процесс $C-D$ — процесс расширения сжатого газа, заполняющего в конце нагнетания объем вредного пространства V_0 (рис. 9.2). Всасывание газа в компрессор начинается в точке D, когда давление сжатого газа, заполнившего объем вредного пространства, уменьшится при расширении до давления окружающей среды p_1. В действительности процесс всасывания будет происходить при давлении ниже p_1 на величину $\Delta p_{вс}$, обусловленную разрежением в цилиндре из-за насосного действия хода поршня. При нагнетании давление газа увеличивается на $\Delta p_н$ за счет гидравлических сопротивлений нагнетательного клапана и трубопроводов. На рис. 9.2 заштрихованные площадки отражают разницу между действительной индикаторной диаграммой и теоретической.

Из этого же рисунка видно, что наличие вредного пространства уменьшает количество газа, засасываемого в цилиндры компрессора, и, следовательно, уменьшает его производительность. Отношение объема, соответствующего процессу всасывания, $V_{вс}$ к рабочему объему цилиндра V_h называется объемным КПД компрессора $\eta_{об}$. Очевидно, что для идеального компрессора объемный КПД равен 100%, так как $V_{вс}=V_h$. Поскольку объемный КПД не учитывает температурных изменений газа в процессе всасывания (нагрев от стенок) и утечек через неплотности, то для характеристики действительной производительности компрессора пользуются коэффициентом подачи или наполнения η_v, равным отношению действительного засасываемого объема газа к рабочему объему цилиндра.

Значения η_v колеблются в пределах 0,65—0,85, а $\eta_{об}$ = 0,75—0,9.

С увеличением давления сжатого газа от p_2 до p_2^{I}, p_2^{II}, p_2^{III} (см. рис. 9.2) производительность компрессора снижается, так как уменьшается объем, соответствующий процессу всасывания ($V_{вс}^{II} < V_{вс}^{I} < V_{вс}$), и в пределе, когда линия сжатия пересечет линию, проходящую через ВМТ ($p_2 = p_2^{III}$), всасывание газа в цилиндр компрессора прекращается (точка D^{III} совпадает с точкой *1*). В этом случае считают, что компрессор начинает работать сам на себя (линия сжатия *1—2* совпадает с линией расширения $C-D$, и участок процесса нагнетания *2—C* обращается в точку). Предельное значение отношения p_2/p_1, при котором из-за наличия вредного пространства прекращается всасывание воздуха, определяют из равенства

$$\frac{p_2}{p_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n=\left(\frac{V_0+V_h}{V_0}\right)^n=\left(1+\frac{V_h}{V_0}\right)^n.$$

Обозначая $V_0/V_h = a$, называемой относительной величиной объема вредного пространства, получим

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(1 + \frac{1}{a}\right)^n = \left(\frac{1+a}{a}\right)^n. \qquad (9.6)$$

Задаваясь различными n и a, получим предельные значения отношений p_2/p_1 (табл. 9.1).

ТАБЛИЦА 9.1. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ОТНОШЕНИЯ p_2/p_1

Процесс сжатия	Значения p_2/p_1 при a, равном			
	0,02	0,04	0,06	0,08
Изотермический	51	26	18	13,5
Политропный ($n=1,2$)	112	50	32	22,4
Адиабатный ($k=1,4$)	245	95,6	55,7	38

Из таблицы видно, что увеличение объема вредного пространства значительно влияет на работу компрессора. На практике величина a достигает 10 %.

При уменьшении производительности компрессора с увеличением давления сжатого воздуха и ухудшении при этом условий смазки из-за повышения температуры T_2 одноступенчатый компрессор становится непригодным для получения сжатого газа высокого давления. Обычно одноступенчатые компрессоры применяют для получения сжатого газа давлением не выше 0,8—1 МПа. При необходимости иметь сжатый газ более высокого давления используют многоступенчатые компрессоры.

Многоступенчатый поршневой компрессор. В многоступенчатых компрессорах сжатие газов осуществляется последовательно в нескольких цилиндрах (до семи) с промежуточным охлаждением после каждого цилиндра в специальных холодильниках. При таком принципе работы сжатие газа в каждом цилиндре возможно при допустимом температурном режиме, обеспечивающем благоприятные условия смазки. В промежуточных холодильниках после каждого цилиндра газ охлаждают при постоянном давлении, равном давлению конечного сжатия в соответствующей ступени.

Рассмотрим в качестве примера работу трехступенчатого поршневого компрессора, схема которого приведена на рис. 9.3, а рабочий процесс в pv- и Ts-координатах (для идеального компрессора) — на рис. 9.4.

Газ всасывается в цилиндр низкого давления (процесс D—1 на рис. 9.4), сжимается по политропе 1—2 до давления p_2 и нагнетается в промежуточный холодильник x_1, где при постоянном давлении p_2 охлаждается вследствие отдачи теплоты воде, омывающей змеевик. Из промежуточного холодильника сжатый газ при том же давлении p_2 всасывается во вторую ступень. Конечный объем всасывания $V_3 < V_2$, так как $p_2 = \text{const}$, а $T_3 < T_2$. Во второй ступени газ сжимается по политропе до давления p_4 (процесс 3—4), нагнетается при этом давлении во второй промежуточный холодильник x_2 и оттуда поступа-

ет в третью ступень, где и сжимается до конечного заданного давления p_6 (процесс *5—6*) и нагнетается в резервуар.

Работу многоступенчатого компрессора стремятся организовать так, чтобы обеспечивались:

1) полное охлаждение газа во всех холодильниках, т. е. температуру газа доводят до начальной температуры T_1, которую он имел при входе в первую ступень ($T_1 = T_3 = T_5$);

2) одинаковая конечная температура сжатия газа во всех ступенях, обеспечивающая во всех цилиндрах надежные условия смазки ($T_2 = T_4 = T_6$);

3) одинаковые показатели политроп сжатия во всех цилиндрах, т. е. $n^{I} = n^{II} = n^{III} = n$.

При выполнении этих условий перепады давлений (отношение конечного давления к начальному) во всех ступенях будут одинаковы, т. е. $p_2/p_1 = p_4/p_3 = p_6/p_5$.

Из равенства $p^{1-n}T^n = \text{const}$ имеем:

$$\text{для I ступени } p_2/p_1 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}};$$

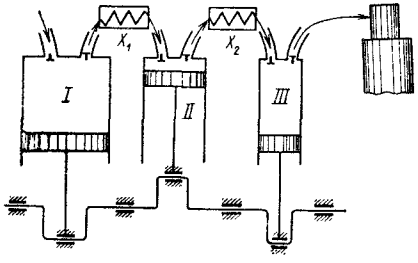


Рис. 9.3. Принципиальная схема трехступенчатого поршневого компрессора

I, II, III — ступени компрессора; x_1, x_2 — промежуточные холодильники

$$\text{для II ступени } p_4/p_3 = \left(\frac{T_4}{T_3}\right)^{\frac{n}{n-1}};$$

$$\text{для III ступени } \frac{p_6}{p_5} = \left(\frac{T_6}{T_5}\right)^{\frac{n}{n-1}}$$

Правые части указанных равенств одинаковы. Следовательно, должны быть одинаковы и левые части этих равенств, т. е. действительно $p_2/p_1 = p_4/p_3 = p_6/p_5$. Обозначая это отношение буквой z, можно

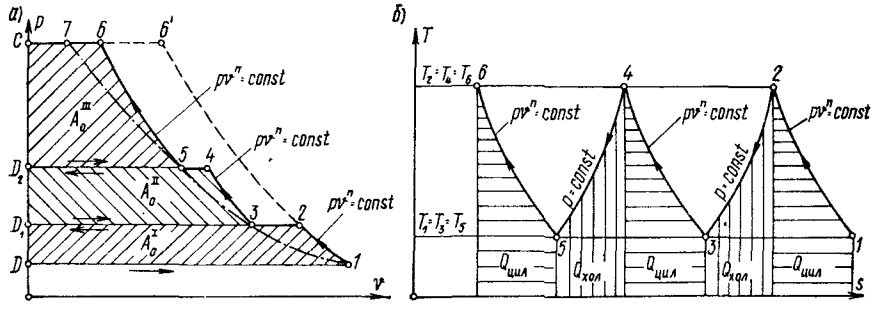


Рис. 9.4. Теоретическая индикаторная диаграмма трехступенчатого компрессора (*а*) и процесс сжатия в *Ts*-диаграмме (*б*)

написать $\frac{p_2}{p_1}\frac{p_4}{p_3}\frac{p_6}{p_5} = z^3$, а так как $p_2 = p_3$ и $p_4 = p_5$, то $z^3 = p_6/p_1 = p_{кон}/p_{нач}$, откуда

$$z = \sqrt[3]{\frac{p_{кон}}{p_{нач}}}$$

При числе ступеней компрессора m получим

$$z = \sqrt[m]{\frac{p_{кон}}{p_{нач}}} \qquad (9.7)$$

Например, при $m = 3$, $p_{нач} = 0{,}1$ МПа и $p_{кон} = 12{,}5$ МПа имеем $z = \sqrt[3]{125} = 5$, т. е. $p_2 = 0{,}5$, а $p_4 = 2{,}5$ МПа, или $p_2 = p_1 z$; $p_4 = p_3 z = p_2 z = p_1 z^2$; $p_6 = p_5 z = p_4 z = p_1 z^3$ и т. д., т. е. давление сжатого газа по ступеням увеличивается по закону геометрической прогрессии со знаменателем z.

Для нахождения объемов V_3 и V_5, определяющих размеры цилиндров отдельных ступеней, рассуждаем так: если точки *1*, *3*, *5* расположены на одной изотерме, поскольку $T_1 = T_3 = T_5$, то $p_1V_1 = p_3V_3 = p_5V_5$, но тогда:

$$V_3 = V_1\frac{p_1}{p_3} = V_1\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_1}{z}\ ;\quad V_5 = V_3\frac{p_3}{p_5} = V_3\frac{p_3}{p_4} = \frac{V_3}{z} = \frac{V_1}{z^2}$$

и т. д., т. е. объемы V_1, V_3, V_5 образуют уменьшающуюся геометрическую прогрессию со знаменателем $1/z$.

Объемы V_2, V_4, V_6 определяют из соотношений:

$$p_1V_1^n = p_2V_2^n;\quad V_2 = V_1\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}} = V_1\frac{1}{z^{\frac{1}{n}}}$$

а так как

$$p_2V_2 = p_4V_4 = p_6V_6,$$

то

$$V_4 = V_2\frac{p_2}{p_4} = V_2\frac{p_3}{p_4} = \frac{V_2}{z} = V_1\frac{1}{z^{\frac{n+1}{n}}},$$

а

$$V_6 = V_4\frac{p_4}{p_6} = V_4\frac{p_5}{p_6} = \frac{V_4}{z} = V_1\frac{1}{z^{\frac{2n+1}{n}}}.$$

Для определения общей работы, затрачиваемой на привод многоступенчатого компрессора, необходимо просуммировать работы, затрачиваемые на сжатие газа по отдельным ступеням. Нетрудно показать,

что при выполнении трех указанных выше условий A_0^{I}, A_0^{II}, A_0^{III} будут одинаковы. В соответствии с формулой (9.3) имеем:

$$A_0^{\text{I}} = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} RT_1 \left(z^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right);$$

$$A_0^{\text{II}} = \frac{n}{n-1} v_3 \left[\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} RT_3 \left(z^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right);$$

$$A_0^{\text{III}} = \frac{n}{n-1} p_5 v_5 \left[\left(\frac{p_6}{p_5} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{n}{n-1} RT_5 \left(z^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right).$$

Вследствие равенства правых частей уравнений будут равны и левые их части, т. е. $A_0^{\text{I}} = A_0^{\text{II}} = A_0^{\text{III}}$. Тогда теоретическая работа m ступенчатого компрессора, затрачиваемая на сжатие 1 кг газа, определится произведением mA_0, которое, например, для случая адиабатного сжатия в соответствии с формулой (9.5) равно разности энтальпий, т. е.

$$mA_0 = m(i_2 - i_1).$$

Это выражение удобно использовать для графического определения теоретической работы A_0 в диаграмме, построенной в is-координатах. В этой диаграмме для нахождения A_0 достаточно взять разность отрезков $i_2 - i_1$.

Количество теплоты, отнимаемой от газа при сжатии в цилиндрах $Q_{\text{цил}}$ и при его охлаждении в промежуточных холодильниках $Q_{\text{хол}}$, можно найти по известным формулам для политропного и изобарного процессов (см. § 3.1 и 3.2):

$$Q_{\text{цил}} = Mc(T_2 - T_1) = Mc_v \frac{n-k}{n-1}(T_2 - T_1);$$

$$Q_{\text{хол}} = Mc_p(T_2 - T_1), \quad \text{где } T_2 = T_1 z^{\frac{n-1}{n}}$$

Графически величины $Q_{\text{цил}}$ и $Q_{\text{хол}}$ могут быть измерены площадями в Ts-диаграмме соответственно под политропой и изобарой (см. рис. 9.4, *б*).

Обобщая результаты изучения особенностей работы многоступенчатого компрессора, надо отметить, что при многоступенчатом сжатии газа работа уменьшается по сравнению с одноступенчатым сжатием (при одном и том же конечном давлении). Из рис. 9.4, *а* видно, что при одноступенчатом сжатии от $p_{\text{нач}} = p_1$ до $p_{\text{кон}} = p_6$ потребовалось бы затратить работу, бóльшую на площадь *2—3—4—5—6—6′* по сравнению с трехступенчатым сжатием. Одновременно можно видеть, что увеличение числа ступеней, приближая ломаную линию сжатия *1—2—3—4—5—6* к изотерме *1—3—5—7*, понижает температуру газа, сжимаемого в компрессоре, что, как указывалось, обеспечивает благоприятные условия смазки.

Теоретическая мощность N_0, Вт, затрачиваемая на привод компрессора, может быть определена по равенству

$$N_0 = MA_0\, m, \tag{9.8}$$

где M — производительность компрессора, кг/с; A_0 — теоретическая работа, затрачиваемая на сжатие 1 кг газа в одной ступени, Дж/кг; m — число ступеней компрессора.

Для определения действительной (эффективной) мощности N_e, необходимой для привода компрессора, нужно знать потери работы на преодоление сопротивлений клапанов и трубопроводов и на трение в соприкасающихся частях компрессора, которые учитываются механическим КПД:

$$N_e = N_0/\eta_м = MA_0\, m/\eta_м. \tag{9.9}$$

Для поршневого компрессора $\eta_м = 0{,}8—0{,}9$.

Расчетная мощность электродвигателя с учетом КПД передачи (0,95—0,98) и запаса мощности на пусковой момент принимается на 15—20% выше эффективной мощности, подсчитанной по формуле (9.9). При известной объемной производительности компрессора, относимой обычно к условиям нагнетания газа в резервуар, массовую производительность M вычисляют по равенству (1.12): $M = pV/RT$. Объемную производительность компрессора чаще всего выражают в кубометрах, приведенных к нормальным условиям.

Совершенство работы охлаждаемых компрессоров, у которых $1 < n < k$, принято характеризовать внутренним изотермическим КПД, представляющим собой отношение энергии, потребляемой идеальным компрессором при изотермическом сжатии ($n = 1$), к энергии, потребляемой компрессором в действительности, т. е. $\eta^{из} = A_0^т/A_0^{пол}$

Совершенство работы неохлаждаемых компрессоров ($n > k$) характеризуется соответственно внутренним адиабатным КПД, который представляет собой отношение энергии, потребляемой идеальным компрессором при адиабатном сжатии (когда она минимальна), к энергии, потребляемой компрессором в действительности, т. е. $\eta^{ад} = A_0^{ад}/A_0^{пол}$.

Произведение $\eta^{из}$ или $\eta^{ад}$ на механический КПД называется КПД компрессора и обозначается соответственно $\eta_к^{из}$ или $\eta_к^{ад}$. Достоинство поршневых компрессоров — возможность получения высоких конечных давлений сжатого газа.

К недостаткам поршневых компрессоров помимо габаритов и пониженного механического КПД относится также наличие пульсации потоков газа в нагнетательном трубопроводе. Пульсация почти отсутствует в ротационном объемном компрессоре (рис. 9.5).

На рис. 9.5, *а* показана схема пластинчатого ротационного компрессора. В радиальные пазы ротора *3* свободно вставлены тонкие пластины *1*, которые под действием центробежной силы всегда прижаты к стенке корпуса *2*, куда всасывается газ по входному патрубку *5*. Порция газа, находящаяся между двумя соседними пластинками, сжимается из-за уменьшения его объема за счет эксцентричного расположения ротора относительно корпуса, и сжатый газ выбрасывается в нагнетательный патрубок *4*. При частоте вращения ротора 500—1500 об/мин избыточное давление достигает 0,15—0,3 МПа, а производи-

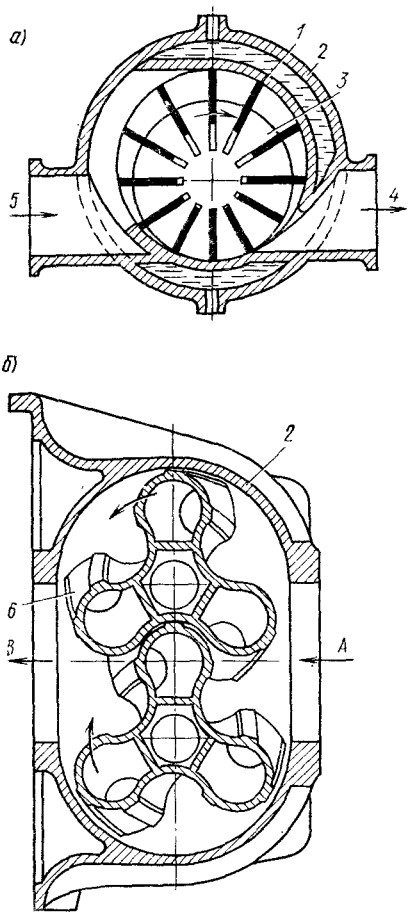


Рис. 9.5. Принципиальные схемы пластинчатого ротационного (*а*) и роторно-лопастного ротационного компрессора (*б*)

1 — пластины; *2* — корпус; *3* — ротор; *4* — нагнетательный патрубок; *5* — всасывающий патрубок; *6* — трехлопастной ротор; *А* — всасывающая полость; *В* — нагнетательная полость

тельность — до 2000 м³/ч (приведенная к нормальным условиям).

У роторно-лопастного компрессора (рис. 9,5, *б*) при вращении в корпусе *1* двух трехлопастных роторов *2* газ из всасывающей полости *А* входит в отсеки между лопастями и корпусом и переносится в нагнетательную полость *В*. При входе лопасти одного ротора во впадину другого сжатый газ вытесняется через нагнетательный патрубок. Образующие лопастей роторов имеют обычно винтовую форму, и подача газа получается непрерывной. Избыточное давление в этих компрессорах доходит до 0,1 МПа при частоте вращения роторов до 10 000 об/мин, производительность достигает 40 000 м³/ч (приведенная к нормальным условиям). Достоинства ротационных компрессоров по сравнению с поршневыми — компактность, непрерывность подачи сжатого газа; недостатки ротационных компрессоров — низкие конечные давления сжатого газа и низкий КПД.

§ 9.3. Лопаточный компрессор

В отличие от объемного лопаточный — это компрессор динамического сжатия. Они бывают двух видов: центробежные и осевые (аксиальные).

Центробежный многоступенчатый компрессор (нагнетатель) рассчитан на подачу газов давлением до 0,8 — 1 МПа. Принцип его работы (рис. 9.6) следующий. Рабочее колесо *1* с радиально направленными каналами укреплено на валу *2* и вращается с помощью двигателя в корпусе *3*. Воздух или газ, поступающий в каналы рабочего колеса, отбрасывается центробежной силой к периферии и попадает в лопаточный аппарат *4*, лопатки которого образуют расширяющиеся каналы. В этих каналах вследствие уменьшения скорости воздуха (газа) повышается его давление. Далее сжатый воздух через напорный патрубок *5* поступает в нагнетательный трубопровод. По описанному принципу работают и

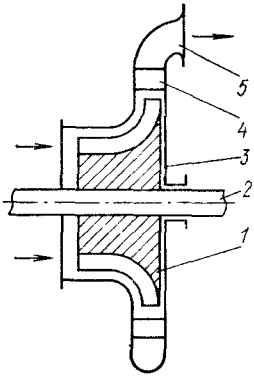


Рис. 9.6. Принципиальная схема центробежного компрессора

1 — рабочее колесо; *2* — вал; *3* — корпус; *4* — лопаточный аппарат; *5* патрубок

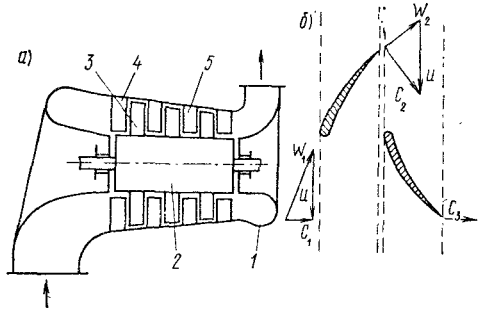


Рис. 9.7. Схема осевого компрессора (*а*) и профиль рабочих и спрямляющих лопаток (*б*)

1 — корпус; *2* — ротор; *3* — рабочие лопатки; *4* — входной направляющий венец лопаток; *5* — спрямляющие лопатки; u — окружная скорость; w_1, w_2 — относительные скорости на входе в межлопаточные каналы рабочих лопаток и спрямляющего аппарата; c_1, c_2, c_3 — абсолютные скорости на входе в межлопаточные каналы рабочих лопаток, спрямляющего аппарата и на выходе из спрямляющего аппарата

центробежные вентиляторы, приводимые электродвигателями и создающие избыточное давление до 12 кПа.

Обычно в центробежных нагнетателях выходное сечение подбирается так, чтобы скорости газа на входе w_1 и на выходе w_2 были одинаковы. В этом случае теоретическая работа, затрачиваемая на сжатие 1 кг газа в идеальном центробежном компрессоре, т.е. в таком, где отсутствует теплообмен с окружающей средой (потери теплоты через стенки равны нулю), может быть определена по уравнениям (9.4) или (9.5).

На практике необходимо затрачивать бóльшую работу, чем при адиабатном сжатии. Температура газов на выходе из нагнетателя будет всегда больше, чем в адиабатном процессе, за счет перехода работы трения в теплоту, повышающую конечную температуру воздуха.

Показатель политропы сжатия $n = 1{,}5$—$1{,}55$ в этом случае больше показателя адиабаты. Для центробежных нагнетателей $\eta_к^{ад} = 0{,}7$—$0{,}8$.

Осевой компрессор (рис. 9.7, *а*) рассчитан на подачу сжатого газа давлением до 0,4—0,5 МПа. КПД его выше, чем у центробежного нагнетателя, и может достигать 85—90%. В то же время осевые компрéссоры обладают большой производительностью, малыми радиальными размерами и массой. Эти преимущества осевых компрессоров обусловили их широкое применение в газотурбинных установках, и, в частности, в воздушно-реактивных двигателях (см. § 11.2).

Осевой компрессор состоит из корпуса *1*, внутри которого вращается ротор *2*. На нем укреплено несколько рядов рабочих лопаток *3*. Перед первым рядом рабочих лопаток на корпусе укреплены неподвижные лопатки направляющего аппарата *4*, а после каждого ряда рабочих лопаток — неподвижные лопатки спрямляющего аппарата *5*.

Каждый ряд рабочих лопаток в совокупности со следующим за ним спрямляющим аппаратом составляет одну ступень повышения давления. Число ступеней может доходить до 15—20. Профиль рабочих и спрямляющих лопаток выбирают так, что при прохождении через межлопаточные каналы рабочих лопаток воздух получает от ротора механическую энергию и скорость его возрастает, а при прохождении через спрямляющий аппарат скорость воздуха уменьшается, вследствие чего возрастает его давление. Это иллюстрируется треугольниками скоростей на рис. 9.7, *б*.

Поскольку воздух (газ) в таких компрессорах проходит вдоль их оси, то они и получили название осевых или аксиальных компрессоров.

Недостатком осевых компрессоров является сложность их конструкций, обусловленная необходимостью тщательного выполнения профилей лопаток рабочих колес и направляющих аппаратов.

Несмотря на кажущиеся большие отличия принципа действия объемных и лопаточных компрессоров, процессы в компрессорах динамического сжатия характеризуются теми же термодинамическими соотношениями, что и процессы в компрессорах статического сжатия. Если использовать уравнение первого закона термодинамики для газового потока (2.10) $dq = di + wdw + dA_{\text{техн}} + dA_{\text{тр}}$ для процесса течения газа без трения в центробежном компрессоре и предположить, что скорости газа на входе w_1 и на выходе w_2 одинаковы, то $dq = di + dA_{\text{техн}}$. Для адиабатного же процесса сжатия $A_{\text{техн}} = A_0^{\text{ад}} = i_2 - i_1$ получим формулу, совпадающую с уравнением (9.5) для поршневого компрессора.

При использовании центробежных и осевых вентиляторов для обеспечения тягодутьевого режима в различных установках необходимо иметь в виду, что производительность вентиляторов зависит не только от их типа, номера и частоты вращения, но и от тех сопротивлений сети, в которую вентилятор нагнетает или из которой отсасывает газ.

Закономерность изменения сопротивления, которое возникает в системе (сети), в зависимости от количества перемещающегося в ней газа является аэродинамической характеристикой сети. Математически она выражается равенством

$$h = \xi V^2,$$

где h — сопротивление сети; V — количество газа, проходящего по системе; ξ — общий коэффициент аэродинамического сопротивления системы.

Зависимость производительности вентилятора от преодолеваемых им сопротивлений при постоянной частоте вращения называется аэродинамической характеристикой вентилятора. В результате производительность и напор, создаваемый вентилятором, будут зависеть от обеих указанных характеристик. Точка пересечения этих характеристик в координатной сетке hV называется рабочей точкой системы (точки A и $Б$ на рис. 9.8, *а*). Если вентилятор работает в сложной (разветвленной) сети (рис. 9.8, *б*), то для нахождения рабочей точки системы по характеристикам отдельных участков сети путем суммирования для каждого напора соответствующих подач строится суммарная характеристика

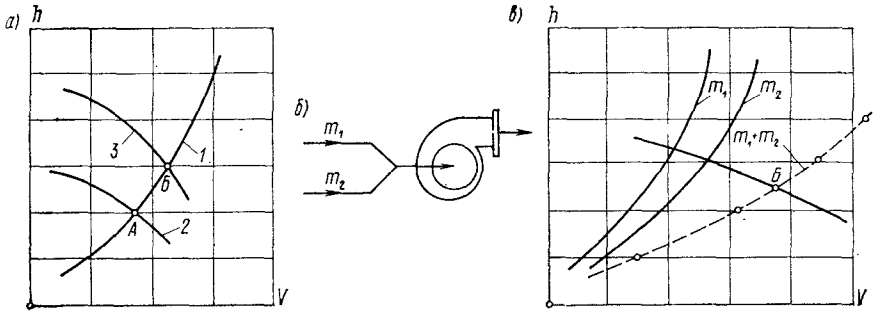


Рис. 9.8. Диаграмма работы вентилятора

а — влияние характеристики сети на производительность вентилятора: *1* — кривая аэродинамической характеристики сети; *2, 3* — кривые аэродинамической характеристики вентилятора при частотах вращения n_1 и n_2; *б* — схема подключения вентилятора в разветвленную сеть; *в* — диаграмма работы вентилятора в разветвленной сети; *А, Б* — рабочие точки системы

сети. Точка ее пересечения с характеристикой вентилятора дает рабочую точку системы (точка *Б* на рис. 9.8, *в*).

При совместной работе нескольких вентиляторов они могут быть включены в сеть как по параллельной (рис. 9.9, *а*), так и по последовательной схеме (рис. 9.9, *б*). Как правило, параллельное включение вентиляторов применяют тогда, когда необходимо существенно повысить производительность вентиляционной установки, не предусматривая специальной цели увеличить создаваемый ею напор. При этом суммарную характеристику вентиляторов получают путем сложения их подач при одинаковых напорах. Вентиляторы включают последовательно при необходимости повысить создаваемое установкой суммарное давление без увеличения ее производительности. Суммарную характеристику последовательно работающих вентиляторов строят путем сложения их напоров при одинаковых подачах.

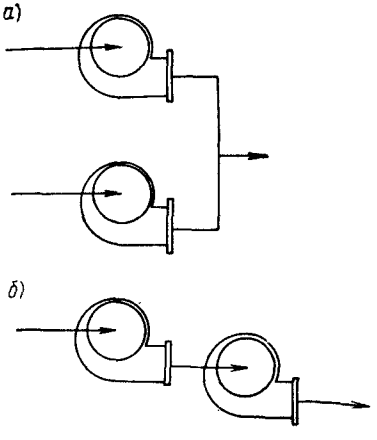


Рис. 9.9. Схемы параллельной (*а*) и последовательной (*б*) совместной работы вентиляторов

Для совместной работы обычно устанавливают вентиляторы одной серии и номера* с одинаковой частотой вращения их рабочих колес. Следует иметь также в виду, что при последовательной работе двух вентиляторов их суммарная производительность и общий напор во всех случаях будут меньше суммарного напора и подачи двух изолированно работающих вентиляторов. Если спаренные вентиляторы

* Номер вентилятора означает диаметр его рабочего колеса в дециметрах.

значительно различаются по частоте вращения, номеру и серии, то возможны случаи снижения суммарной подачи и потери напора по сравнению с изолированно работающим вентилятором. Поэтому, прежде чем ставить дополнительный вентилятор, нужно графически проанализировать эффективность совместной работы вентиляторов.

Как правило, каждая серия вентиляторов ориентирована на использование в определенной отрасли промышленности. В частности, вентиляторы Всесоюзного научно-исследовательского института санитарно-технического оборудования (ВНИИСТО) серий ВРН, ВРС, ВР, ВВД, а также вентиляторы серии Ц используются в промышленности строительных материалов.

В зависимости от развиваемого полного давления выпускают вентиляторы низкого (до 1 кПа), среднего (до 3 кПа) и высокого (до 12 кПа) давления. Для сушилок и печей используют преимущественно вентиляторы низкого и среднего давления. Вентиляторы высокого давления применяют в сушильно-помольных системах, агломерационных установках, для подачи воздуха к форсункам. Обычные вентиляторы предназначаются для перемещения воздуха или дымовых газов с температурой до 180° С; при более высоких температурах необходимо применять специальные вентиляторы с охлаждением (эксгаустеры).

ГЛАВА 10. ЦИКЛЫ ХОЛОДИЛЬНЫХ УСТАНОВОК

§ 10.1. Циклы паровых компрессорных холодильных установок

Роль искусственного холода в промышленности и народном хозяйстве весьма значительна. Холодильные установки широко используют при кондиционировании воздуха промышленных предприятий, при строительстве различного рода подземных сооружений (замораживание грунта), а также в пищевых и торговых предприятиях, в быту.

Процесс искусственного получения холода осуществляется с помощью паровых компрессорных холодильных машин с затратой механической энергии или абсорбционных и пароэжекторных установок, требующих затраты теплоты.

Простейший способ получения температуры рабочего тела ниже температуры окружающей среды заключается в том, что это рабочее тело, называемое иначе холодильным агентом (хладоагентом), сжимают в компрессоре, затем охлаждают до температуры окружающей среды и после этого заставляют адиабатически расширяться. При этом рабочее тело совершает работу за счет своей внутренней энергии и температура его уменьшается по сравнению с температурой окружающей среды, т. е. такое рабочее тело становится источником получения холода.

В качестве холодильных агентов в принципе можно применять любой пар или газ. В первых холодильных машинах с механическим приводом в качестве холодильного агента применяли воздух, но уже с конца XIX в. он был вытеснен аммиаком и углекислотой, поскольку воз-

душная холодильная машина менее экономична и более громоздка, чем паровая, из-за больших расходов воздуха, обусловленных его малой теплоемкостью.

Рабочими телами в современных холодильных установках являются пары жидкостей, которые при давлениях, близких к атмосферному, кипят при низких температурах. Примерами таких хладоагентов могут служить аммиак NH_3, сернистый ангидрид SO_2, углекислый газ CO_2, хлорметил CH_3Cl и фреоны — фторохлоропроизводные углеводороды типа $C_mH_xF_yCl_z$. Например, температура кипения аммиака при атмосферном давлении составляет —33,5°С, фреона-12—30 °С, сернистого ангидрида —10 °С, хлористого метила — около —25 °С, а фреона-22—42°С. При температуре конденсации 20—40°С рабочие давления этих холодильных агентов не превышают 1 МПа(NH_3), фреона-22 — около 1,6 МПа, а CO_2—около 6 МПа (табл. 10.1).

ТАБЛИЦА 10.1. ДАВЛЕНИЕ НАСЫЩЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ХОЛОДИЛЬНЫХ АГЕНТОВ

Температура, °С	Давление, МПа·10⁻¹					
	Сернистый ангидрид	Аммиак	Углекислый газ	Фреон-12	Фреон-22	Хлористый метил
—40	0,216	0,716	10,05	0,642	1,06	0,48
—30	0,38	1,191	14,85	1	1,64	0,771
—20	0,636	1,9	19,6	1,51	2,46	0,17
—10	1,01	2,9	26,4	2,2	3,55	1,74
0	1,55	4,3	34,6	3,09	4,98	2,51
20	3,3	8,56	57,4	5,66	9,16	4,88
30	4,6	11,65	71,6	7,44	12	6,6
40	6,3	15,5	—	9,6	15,45	8,7

В холодильных установках применяют пары легкокипящих жидкостей высокой степени влажности, поэтому для них неприменимы законы для идеальных газов. Аналитические зависимости между параметрами для этих паров так же сложны, как и для водяного пара, когда он рассматривается как реальный газ. Поэтому при расчетах используют таблицы и диаграммы.

Идеальным циклом для работы паровой компрессорной холодильной установки является обратный цикл Карно, рассмотренный в § 4.2. В случае применения легкокипящих жидкостей с целью получения низких температур практически более удобным для регулировки режима работы установки оказывается не адиабатное расширение в цилиндре, а дросселирование насыщенного пара или кипящей жидкости путем пропуска ее через дроссельный вентиль.

На рис. 10.1 показаны принципиальная схема парокомпрессорной холодильной установки и ее идеальный цикл в *Ts*-диаграмме. В компрессоре вследствие затраты механической энергии сжимается влажный пар хладоагента. В результате этого (процесс *1—2*) получается сухой насыщенный или перегретый пар. Обычно степень перегрева не превышает 130—140° С, чтобы не усложнять эксплуатацию компрессора из-за

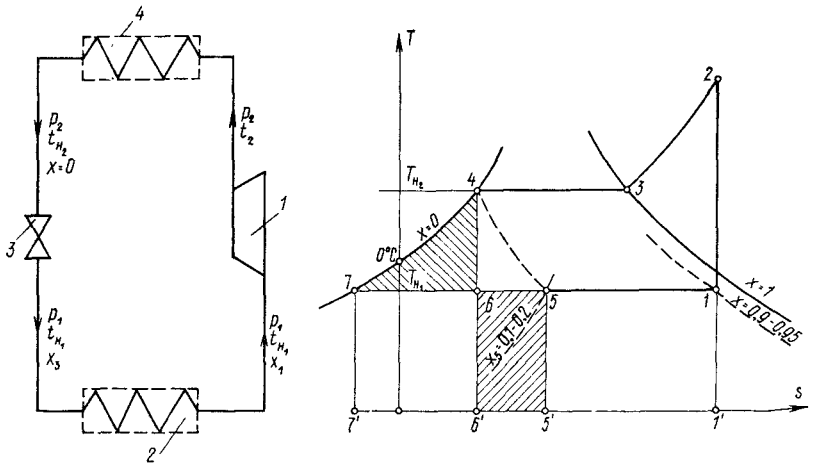


Рис. 10.1. Принципиальная схема парокомпрессорной холодильной установки и ее теоретический цикл в *Ts*-диаграмме

1 — компрессор; *2* — охлаждаемое помещение; *3* — дроссельный вентиль; *4* — конденсатор

повышенных механических напряжений и не применять специальные сорта смазочных масел. Из компрессора перегретый пар с параметрами p_2 и t_2 поступает в охладитель (конденсатор). В конденсаторе при постоянном давлении перегретый пар отдает охлаждающей воде теплоту перегрева (процесс *2—3*), температура его становится равной температуре насыщения $t_{н_2}$. Отдавая в дальнейшем теплоту парообразования (процесс *3—4*), насыщенный пар превращается в кипящую жидкость (точка *4*). Эта жидкость поступает к дроссельному вентилю, пройдя через который она превращается в насыщенный пар небольшой степени сухости ($x_5 = 0{,}1—0{,}2$).

Известно, что энтальпия рабочего тела до и после дросселирования одинакова, а давление и температура понижаются (см. § 8.4). В *Ts*-диаграмме на рис. 10.1 пунктирной линией представлено постоянное значение энтальпии в процессе *4—5*; точка *5* характеризует состояние пара после дросселирования. Затем влажный пар поступает в охлаждаемое помещение, называемое рефрижератором, где при неизменных давлении и температуре он расширяется (процесс *5—1*), отнимая определенное количество теплоты от помещения. Степень сухости пара при этом увеличивается ($x_1 = 0{,}9—0{,}95$). Пар с параметрами состояния, характеризуемыми точкой *1*, засасывается в компрессор, и работа установки повторяется.

В практических условиях работы пар после дроссельного вентиля поступает не в охлаждаемое помещение, а в испаритель, где отнимает теплоту рассола, который в свою очередь отнимает теплоту от охлаждаемого помещения. Это объясняется тем, что в большинстве случаев холодильная установка обслуживает ряд потребителей холода, и тогда незамерзающий рассол служит промежуточным хладоносителем, непрерывно циркулируя с помощью насосов между испарителем, где он

охлаждается, и специальными воздухоохладителями, которые устанавливают в охлаждаемых помещениях. В качестве рассолов применяют водные растворы хлористого натрия и хлористого кальция, имеющие достаточно низкие температуры замерзания. Растворы пригодны для использования лишь при температурах, превышающих те, при которых они замерзают как однородная смесь, образуя соленый лед (так называемая криогидратная точка). Криогидратной точке для раствора NaCl с концентрацией 22,4% соответствует температура — 21,2°С, а для раствора $CaCl_2$ с концентрацией 29,9% температура — 55° С.

Если на *Ts*-диаграмме (см. рис. 10.1) условно принять за начало отсчета энтальпии точку *7*, то, исходя из равенства $i_4 = i_5$, можно определить местоположение точки *5* (пл. *4—7—7′—6′* = пл. *7—5—5′—7′*). Количество теплоты q_2, получаемой 1 кг рабочего тела от охлаждаемого помещения, называется удельной холодопроизводительностью, или холодильным эффектом установки. Очевидно, q_2 = пл. *5—1—1′—5′* = $i_1 - i_5 = i_1 - i_4$. Количество теплоты q_1, отдаваемой 1 кг рабочего тела в конденсаторе (по абсолютной величине), измеряется площадью под кривой процесса *2—3—4*, т. е. q_1 = пл. *2—3—4—6′—1′* = $i_2 - i_4$. Внешняя работа, затрачиваемая в цикле холодильной установки на 1 кг рабочего тела,

$$A = q_1 - q_2 = i_2 - i_4 - i_1 + i_4 = i_2 - i_1.$$

Разность $i_2 - i_1$, согласно уравнению (9.5), представляет собой внешнюю работу, которую необходимо затратить для получения 1 кг сжатого рабочего тела в идеальном компрессоре. Из рис. 10.1 видно, что затрачиваемая в цикле работа A_0 не равна площади цикла *1—2—3—4—5*, а больше ее на величину площади *4—5—5′—6′*. Это объясняется необратимостью рассматриваемого цикла, графическое изображение которого имеет условный характер (см. § 11.4). Если вместо процесса дросселирования *4—5* рассматривать адиабатный процесс расширения *4—6* и считать, что сжатие в компрессоре осуществляется только до сухого пара, то цикл *1—2—3—4—6* будет являться обратным циклом Карно, представляющим собой, как уже указывалось, идеальный цикл холодильной установки. В этом случае работа, затрачиваемая на цикл, равнялась бы площади цикла и была бы меньше внешней работы, затрачиваемой в установке с дроссельным вентилем, на величину площади *4—6—7*, равной площади *5—5′—6′—6* (i_4 = пл. *4—7—7′—6′*, а i_5 = *5—7—7′—5′*, но $i_4 = i_5$, тогда пл. *5—5′—6′—6* = = пл. *4—6—7*), которая измеряет увеличение холодопроизводительности обратного цикла Карно по сравнению с рассматриваемым циклом. Однако в холодильных установках применяют дроссельный вентиль, а не детандер (расширительный цилиндр), так как потеря эффективности установки от этого не так уж значительна, но зато, регулируя степень открытия вентиля, легко получать требуемое падение давления, а значит, и необходимую температуру в охлаждаемом помещении. Например, для получения температуры —10° С при $t_{в_2}$ = 20°С различные хладоагенты нужно дросселировать до определенных давлений (табл. 10.2).

ТАБЛИЦА 10.2. ДАВЛЕНИЯ ДРОССЕЛИРОВАНИЯ ХЛАДОАГЕНТОВ (ДЛЯ $t_{н_1} = -10$ °С)

Хладоагент	Давление, МПа·10⁻¹	
	p_2	p_1
NH_3	8,56	2,9
CO_2	57,4	26,4
SO_2	3,3	1,01
Фреон-12 (CCl_2F_2)	5,66	2,2

ТАБЛИЦА 10.3. ЗНАЧЕНИЯ q_2 И ε

Хладоагент	q_2, кДж/кг	ε
NH_3	1060	7,6
CO_2	154	5,7
SO_2	320	8,7

Показателем энергетической эффективности холодильных установок служит холодильный коэффициент ε, представляющий собой отношение удельной холодопроизводительности к внешней работе A цикла, т. е.

$$\varepsilon = \frac{q_2}{A} = \frac{i_1 - i_4}{i_2 - i_1} \qquad (10.1)$$

Для холодильной установки, работающей по обратному циклу Карно (см. рис. 4.4),

$$\varepsilon = \frac{q_2}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \qquad (10.1')$$

Очевидно, чем больше холодильный коэффициент, тем экономичнее будет установка, ибо это означает, что при той же затрате работы холодопроизводительность q_2 будет больше или при том же значении q_2 потребуется меньше затратить энергии для работы компрессора. Например, при $t_{н2} = 20°$ С, $t_{н1} = -10$°С и $x_1 = 0{,}95$ для хладоагентов NH_3, CO_2 и SO_2 получаются следующие значения q_2 и ε (табл. 10.3).

Таким образом, теоретически наиболее экономично будет работать установка с сернистым ангидридом, несмотря на то что большую холодопроизводительность q_2 имеет аммиачная установка.

Действительный цикл парокомпрессорной холодильной установки отличается от теоретического тем, что из-за наличия внутренних потерь на трение в компрессоре сжатие происходит не по адиабате, а по политропе. В результате увеличивается затрата работы в компрессоре и снижается холодильный коэффициент.

Для получения весьма низких температур (от —40 до —70°С), требуемых в некоторых технологических процессах (при быстром замораживании водоносных слоев грунта и т.п.), одноступенчатые парокомпрессорные установки оказываются или неэкономичными, или совершенно непригодными из-за снижения КПД компрессора, обусловленного высокими температурами рабочего тела в конце процесса сжатия. В таких случаях применяют или специальные холодильные циклы, или в большинстве случаев двухступенчатое либо многоступенчатое сжатие. Например, двухступенчатым сжатием аммиачных паров получают температуры до —50° С, а трехступенчатым до —70° С.

К рабочим телам, применяемым в холодильных установках, предъявляется ряд особых требований, вследствие чего значительно сокращается число возможных хладоагентов:

1) давление насыщенных паров хладоагента, соответствующее требуемым температурам, должно быть выше атмосферного или близким к нему, так как легче бороться с утечкой хладоагента, чем с подсосом воздуха при вакууме. Менее других хладоагентов этому требованию удовлетворяет сернистый ангидрид, который при температуре —10° С имеет давление 0,101 МПа. Подсос воздуха нежелателен по следующим причинам:

а) ухудшает теплопередачу между хладоагентом и охлаждающей средой в конденсаторе и между хладоагентом и охлаждаемой средой в испарителе;

б) содержит водяные пары, которые могут замерзать в трубках испарителя или растворяться в смазывающих компрессор маслах и повышать температуру замерзания масла;

в) повышает рабочее давление и вызывает перерасход электроэнергии, необходимой для привода компрессора;

2) нежелательно высокое давление пара при температуре конденсации, так как требуется большая плотность соединений во избежание утечки хладоагента. Этому требованию плохо удовлетворяет CO_2, у которого при $t_{и_1} = -10°$ С $p_1 = 2{,}64$ МПа;

3) *холодильные агенты должны иметь большую теплоту парообразования*, ибо она определяет холодопроизводительность в парокомпрессорных установках. Менее других этому требованию удовлетворяют углекислый газ и фреоны;

4) рабочее давление хладоагентов при обычно применяемой на практике температуре от — 30 до +30° С должно быть значительно ниже критического. Критическая температура должна быть высокой. Этому требованию недостаточно удовлетворяет углекислый газ, у которого $t_{кр} = 31{,}35°$ С. Значит, если в конденсаторе будет охлаждающая вода с температурой выше 31,35° С, то CO_2 никогда не сконденсируется. По этой причине холодильные установки, в которых используется CO_2, работают по особым, более сложным циклам, чем обычные;

5) хладоагенты не должны обладать корродирующими свойствами и образовывать со смазкой химические соединения, нарушающие нормальную работу машины;

6) хладоагенты не должны оказывать вредного воздействия на обслуживающий персонал при неизбежных на практике небольших утечках их паров.

Широкое применение в качестве хладоагентов получили фреоны — галоидные производные насыщенных углеводородов (C_mH_n), полученные путем замены атомов водорода атомами хлора и фтора. В технике из-за большого разнообразия фреонов и относительно сложного их наименования установлена условная числовая система обозначения, согласно которой каждое такое соединение в зависимости от химической формулы имеет свое число. Вначале пишут цифры, условно обозначающие углеводород, производным которого является данный фреон. Для метана это 1, для этана 11, для пропана 21. Затем, если в соединении имеются незамещенные атомы водорода, число их прибавляют к этим цифрам. Далее к полученной сумме или к первоначальному числу (если все атомы водорода в соединении замещены) дописывают

(а не прибавляют) в виде следующего знака цифру, выражающую число атомов фтора. Так получают обозначения:

фреон-11 вместо монофтортрихлорметана $CFCl_3$;
фреон-12 вместо дифтордихлорметана CF_2Cl_2;
фреон-22 вместо дифтормонохлорметана CHF_2Cl;
фреон-114 вместо тетрафтордихлорэтана $C_2F_4Cl_2$;
фреон-142 вместо дифтормонохлорэтана $C_2H_3F_2Cl$ и т. д.

В холодильных установках в качестве холодильного агента используют обычно фреон-12. Поэтому число 12 в названии этого хладоагента иногда не пишется, а под словом «фреон» имеется в виду фреон-12. В перспективе в качестве хладоагентов будут широко применяться фреон-22 и фреон-142.

Преимущества фреонов — относительная безвредность, химическая инертность, негорючесть и взрывобезопасность, а недостатки — низкая вязкость, способствующая утечкам, а также свойство фреона и масла растворяться друг в друге.

§ 10.2. Принцип работы абсорбционных и пароэжекторных холодильных установок

Основным преимуществом абсорбционных холодильных установок по сравнению с компрессорными является использование для выработки холода не электрической, а тепловой энергии низкого и среднего потенциалов, которую можно получить от водяного пара, отбираемого, например, из турбины на теплоэлектроцентралях.

Абсорбция — поглощение пара жидким веществом — абсорбентом. Температура пара при этом может быть ниже температуры абсорбента, поглощающего пар. Для процесса абсорбции необходимо, чтобы концентрация абсорбируемого пара была равна или больше равновесной концентрации этого пара над абсорбентом.

Естественно, что в абсорбционных холодильных установках жидкие абсорбенты должны с достаточной скоростью поглощать хладоагент и при одинаковых давлениях температура их кипения должна быть значительно выше температуры кипения хладоагента.

Наибольшее распространение в настоящее время получили водноаммиачные абсорбционные установки, в которых аммиак служит хладоагентом, а вода—поглотителем (абсорбентом). Аммиак хорошо растворим в воде; например, при 0° С в одном объеме воды растворяется до 1148 объемов парообразного аммиака и при этом выделяется теплота растворения — около 1220 кДж/кг.

Холод в абсорбционной установке вырабатывается по схеме, изображенной на рис. 10.2. На этой схеме для большей наглядности нанесены примерные параметры рабочего тела в установке без учета потерь давления в трубопроводах и потерь температурного напора в конденсаторе.

В генераторе *1* происходит выпаривание насыщенного аммиачного раствора при подогреве его водяным паром. В результате этого отгоняется легкокипящий компонент — аммиачный пар с незначительной примесью паров воды. Если поддерживать температуру раствора око-

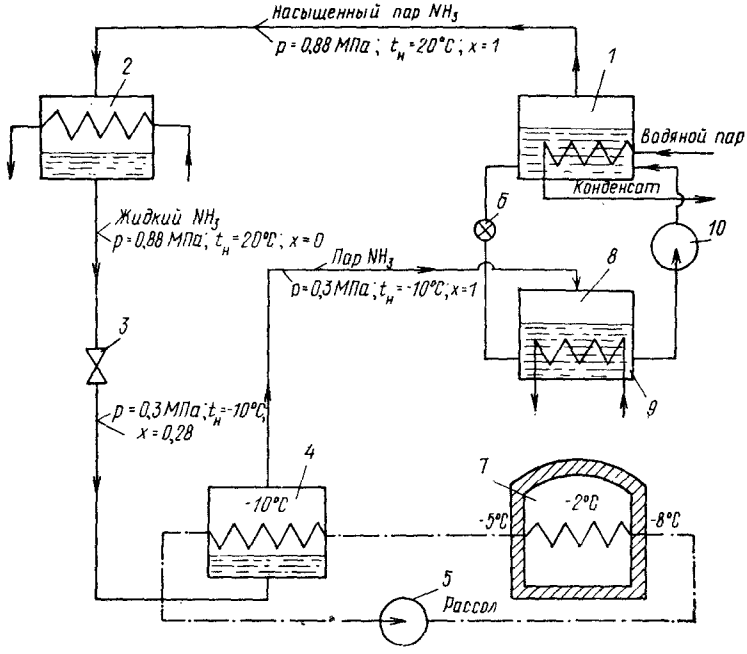


Рис. 10.2. Схема абсорбционной холодильной установки

1 — генератор; *2* — конденсатор; *3* — дроссельный вентиль; *4* — испаритель; *5* — насос; *6* — перепускной вентиль; *7* — охлаждаемое помещение; *8* — абсорбер; *9* — змеевик с охлаждающей водой; *10* — насос

ло 20° С, то давление насыщения паров аммиака составит примерно 0,88 МПа. Чтобы содержание NH_3 в растворе генератора не уменьшалось, из абсорбера с помощью перекачивающего насоса *10* генератор непрерывно пополняется крепким концентрированным аммиачным раствором.

Насыщенный аммиачный пар ($x \approx 1$), полученный в генераторе, направляется в конденсатор *2*, где аммиак превращается в жидкость ($x = 0$). После дросселя *3* аммиак поступает в испаритель *4*, при этом давление его снижается до 0,3 МПа ($t_н = -10°$ С) и степень сухости становится равной примерно 0,2—0,3. В испарителе аммиачный раствор выпаривается за счет теплоты, подводимой рассолом из охлаждаемого помещения *7*. При этом температура рассола понижается от —5 до —8° С. С помощью насоса *5* он обратно перегоняется в помещение *7*, где вновь нагревается до — 5° С, отбирая теплоту от помещения и поддерживая в нем постоянную температуру примерно — 2° С. Выпаренный в испарителе аммиак со степенью сухости $x \approx 1$ поступает в абсорбер *8*, где поглощается слабым раствором, подаваемым через перепускной вентиль *6* из генератора. Поскольку абсорбция — это экзотермическая реакция, то для непрерывного протекания процесса теплоту абсорбции отводят охлаждающей водой. Полученный в абсорбере крепкий аммиачный раствор насос *10* перекачивает в генератор.

Таким образом, в рассмотренной установке есть два аппарата (генератор и испаритель), где теплота подводится к рабочему телу извне, и два аппарата (конденсатор и абсорбер), в которых теплота отводится от рабочего тела. Сравнивая принципиальные схемы парокомпрессорной и абсорбционной установок, можно отметить, что генератор в абсорбционной установке заменяет нагнетательную, а абсорбер—всасывающую части поршневого компрессора. Сжатие хладоагента происходит без затраты механической энергии, если не считать небольших расходов ее на перекачку крепкого раствора из абсорбера в генератор.

В практических расчетах в качестве энергетического показателя абсорбционной установки также принимается холодильный коэффициент ε, представляющий собой отношение количества теплоты, воспринимаемой рабочим телом в испарителе q_2, к количеству теплоты, затрачиваемой в генераторе q_1:

$$\varepsilon = q_2/q_1. \qquad (10.2)$$

Холодильный коэффициент, подсчитанный по формуле (10.2), всегда меньше холодильного коэффициента парокомпрессорной установки, подсчитанного по формуле (10.1). Однако сравнительная оценка энергетической эффективности рассматриваемых способов получения холода путем непосредственного сопоставления только холодильных коэффициентов абсорбционной и парокомпрессорной установок неправильна, так как она определяется не только количеством, но и видом затраченной энергии.

Два метода получения холода следует сравнивать по приведенным холодильным коэффициентам, представляющим собой отношение холодопроизводительности q_2 к расходу теплоты топлива $q_т$, т. е. $\varepsilon_{пр} = q_2/q_т$. Оказывается, что при температурах испарения от — 15 до — 20° С (используемых основной массой потребителей) $\varepsilon_{пр}$ абсорбционных установок выше, чем парокомпрессорных, вследствие чего в ряде случаев абсорбционные установки оказываются выгоднее не только при снабжении их паром при отборе из турбин, но и при снабжении их теплотой пара непосредственно из паровых котлов.

В агрегатах для кондиционирования воздуха в настоящее время применяются пароэжекторные холодильные установки, где в качестве рабочего тела используется вода. Вода как хладоагент имеет ряд ценных качеств. Она обладает высокой теплотой парообразования (почти в 2 раза больше, чем у NH_3, и в 10 раз больше, чем у CO_2), безвредна, безопасна и дешева. Наряду с этим нельзя воду использовать как хладоагент в парокомпрессорных установках из-за необходимости создавать очень малые давления для получения низких температур испарения, что практически невозможно в поршневой машине из-за больших удельных объемов пара (например, при $t_н = 0°$ С, $p_н \approx 0{,}6$ кПа и $v'' = 206$ м^3/кг). Следует также отметить, что вода как хладоагент может быть использована только выше температуры тройной точки (0,01° С), так как ниже этой температуры двухфазная смесь состоит не из пара и воды, а из пара и льда.

Принципиальная схема пароэжекторной установки показана на рис. 10.3. Хладоагент (вода) проходит с помощью насоса по трубам

теплообменников *8*, расположенных в охлаждаемом помещении *7*, и отнимает теплоту. В связи с этим температура воды повышается, но, попадая в испаритель *2*, где с помощью эжектора *6* поддерживается глубокий вакуум, вода испаряется и температура ее вновь понижается. Она снова с помощью насоса направляется в трубы теплообменников охлаждаемого помещения, и процесс повторяется. Образовавшийся в испарителе *2* пар эжектором *6* отсасывается, сжимается и выбрасывается в конденсатор *4*, откуда насосом *5* конденсат подается в паровой котел, вырабатывающий пар давлением 0,4—0,6 МПа, необходимый для работы эжектора. Для пополнения испарителя водой часть конденсата перепускается в него через дроссельный вентиль *3*.

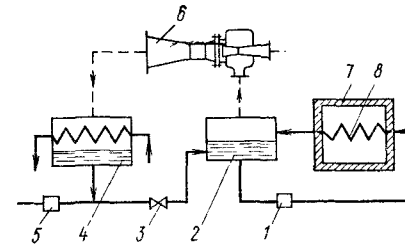


Рис. 10.3. Принципиальная схема пароэжекторной холодильной установки

1 — насос; *2* — испаритель; *3* — дроссельный вентиль; *4* — конденсатор; *5* — насос; *6* — эжектор; *7* — охлаждаемое помещение; *8* — трубы теплообменников, ——— жидкость; — — — — — пар

В установках для кондиционирования воздуха, используемых в производственных и жилых зданиях, воздух охлаждают обычно до 12° С, и в этом случае давление в испарителе составляет 1,4 кПа.

Холодильным коэффициентом пароэжекторной установки называют отношение количества теплоты q_2, отнимаемой 1 кг воды у охлаждаемого помещения, к количеству теплоты q_1, затрачиваемой на получение 1 кг свежего пара в котле, т. е. $\varepsilon = q_2/q_1$. Опытные значения ε находятся в пределах 0,7—0,8.

Достоинство пароэжекторных установок — их взрывобезопасность, отсутствие вредных выделений и простота конструкции, а недостаток — большой расход охлаждающей воды в конденсаторе, обусловленный тем, что кроме пара, служащего хладоагентом, необходимо конденсировать рабочий пар, подводимый к эжектору.

Следует отметить, что не только вода может быть рабочим телом для пароэжекторных холодильных установок; изучается возможность использования и других хладоагентов, например фреона-113 ($C_2F_3Cl_3$). Это позволит расширить оптимальную область применения пароэжекторных установок и до более низких температур.

§ 10.3. Принцип работы теплового насоса

Тепловым насосом, или трансформатором теплоты, называется холодильная установка, с помощью которой можно передавать энергию от тела с низкой температурой к телу с более высокой температурой, т. е. тепловой насос как бы «перекачивает» энергию от более низкого потенциала к более высокому потенциалу, направляя эту энергию потребителю для отопительных и технологических нужд. Например, в схеме на рис. 10.1 теплота отбирается из охлаждаемого помещения *2* (процесс *5—1*) и передается в конденсаторе *4* воде (процесс *2—3—4*), которая нагревается и используется потребителем.

По существу тепловым насосом является всякая холодильная установка, но этот термин применяется к тем установкам, которые предназначены в основном для нагрева теплоприемника.

Эффективность работы теплового насоса оценивается коэффициентом преобразования ψ, называемым также отопительным коэффициентом, который представляет собой отношение количества теплоты q_1, сообщенной нагреваемому объему, к работе A, подведенной в цикле и затрачиваемой на привод компрессора или другого аппарата, осуществляющего сжатие хладоагента, т. е. $\psi = q_1/A$. В циклах абсорбционной и пароэжекторной установок подводится не работа, а теплота.

Очевидно, зависимость коэффициента преобразования ψ от холодильного коэффициента ε той же установки будет иметь вид:

$$\varepsilon = q_2/A; \quad \psi = q_1/A; \quad q_1 = q_2 + A, \text{ тогда}$$

$$\psi = (q_2 + A)/A = q_2/A + 1$$

и окончательно $\psi = \varepsilon + 1$, т. е. чем выше холодильный коэффициент ε, тем выше и коэффициент трансформации цикла ψ. Для реальных тепловых насосов $\psi = 3—4$.

Как видим, холодильная установка и тепловой насос отличаются только назначением; схемы установок и теоретические циклы их принципиально одинаковы. Поэтому в тех случаях, когда попеременно требуется охлаждение (летом) и нагрев (зимой), целесообразно совмещать холодильную установку и тепловой насос. Такая совмещенная установка в отличие от раздельной вместо двух компрессоров и двух дроссельных вентилей будет иметь только один компрессор и один дроссельный вентиль.

Процесс трансформации теплоты может осуществляться не только механическим, но и химическим способом, рассматриваемым в специальной литературе [4, 5].

ГЛАВА 11. ЦИКЛЫ И РАБОЧИЙ ПРОЦЕСС ТЕПЛОВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

§ 11.1. Общие положения

В зависимости от способа подвода теплоты к рабочему телу все существующие тепловые двигатели можно разделить на две группы двигатели внешнего и внутреннего сгорания.

К первой группе относятся такие тепловые двигатели, у которых подвод теплоты к рабочему телу, т. е. процесс сгорания, осуществляется вне самого двигателя. Это, например, паровые двигатели — паровые машины и турбины. Для этих двигателей рабочим телом служит водяной пар, получаемый в котельных установках и подаваемый к соплам рабочих колес турбины или в парораспределительное устройство паровых машин.

Ко второй группе относятся такие тепловые двигатели, в которых подвод теплоты к рабочему телу осуществляется при непосредственном

сжигании топлива в смеси с необходимым количеством воздуха внутри самого двигателя. В результате химического соединения горючих частей топлива (C, H, S) и кислорода воздуха образуются продукты сгорания топлива — газовая смесь, которая и является рабочим телом в двигателях внутреннего сгорания. Этот тип двигателя в широком понимании является газовым двигателем, так как топливом для него принципиально может служить любое горючее: твердое, жидкое, газообразное.

Двигатели внутреннего сгорания (д. в. с.), работающие на газообразном топливе, называют газовыми в узком смысле. В них горючий газ (генераторный, сжиженный и др.) смешивается в определенной пропорции с воздухом и в виде такой горючей смеси поступает в двигатель, где и воспламеняется электрической искрой. В результате сгорания выделяется теплота, продукты горения расширяются и производят работу.

Жидкое топливо — бензин, спирт, керосин, дизельное топливо (смесь газойля и солярового масла), нефть — вводится в двигатель в распыленном состоянии с определенным количеством воздуха, в результате чего образуется горючая смесь.

Непосредственное использование в д. в. с. твердого топлива, вводимого в рабочее пространство в виде пыли, пока не дало удовлетворительных результатов, так как не удается добиться хорошего перемешивания горючего с воздухом и удаления из двигателя золы.

§ 11.2. Поршневые двигатели внутреннего сгорания

Поршневые двигатели внутреннего сгорания широко применяются во многих отраслях народного хозяйства. Все современные автомобильные, тракторные, бóльшая часть судовых двигателей малой и средней мощности, а также ряд двигателей стационарных установок являются поршневыми д. в. с. Это объясняется рядом их преимуществ:

1) отсутствие громоздкой котельной установки, а следовательно, меньшие размеры помещений для размещения силовой установки;

2) постоянная готовность к пуску и немедленному приему нагрузки, а также отсутствие расхода горючего в нерабочий период двигателя;

3) малая потребность в воде.

К недостаткам д.в.с. следует отнести:

а) ограниченность запасов жидкого и газообразного топлива по сравнению с твердым топливом, которое применяется преимущественно в паросиловых установках;

б) трудность использования теплоты отработавших газов;

в) невозможность получения высокой мощности в одном агрегате из-за больших инерционных усилий, возникающих от возвратно-поступательно движущихся деталей при повышении частоты вращения коленчатого вала (предельная мощность современных д. в. с., как правило, не более 3500—4000 кВт).

Принцип работы поршневого д. в. с. заключается в том (рис. 11.1), что под воздействием давления газов движение поршня в цилиндре

через шатун передается на коленчатый вал. Рабочий цилиндр и головка его, где размещаются клапаны и свеча зажигания, имеют рубашки при жидкостном охлаждении или ребра при воздушном охлаждении во избежание перегрева и разрушения стенок под воздействием высоких температур и давления рабочего тела. Для обеспечения равномерности вращения коленчатого вала и уменьшения инерционных усилий, а также для возможности осуществления холостых ходов поршня в цилиндре и вывода его из крайних положений на хвостовике коленчатого вала размещается маховик, а двигатель имеет несколько цилиндров (2, 4, 6, 8, 12, 16 цилиндров и более). В последнем случае порядок работы цилиндров выбирается так, чтобы по возможности в двух соседних цилиндрах не происходило одинаковых тактов; тогда получаются нагрузки на коленчатый вал более равномерными и возможно осуществление холостых ходов поршней в одних цилиндрах за счет рабочих ходов поршней в других цилиндрах. Органы впуска и выпуска рабочего тела в поршневых д. в. с. чаще всего выполняют в виде тарельчатых клапанов, которые открываются в нужные моменты с помощью рычагов, штанг и толкателей, приводимых в движение от кулачков. Кулачки находятся на распределительном валу, имеющем привод от коленчатого вала двигателя.

Из описания принципа работы поршневых д. в. с. видно, что в них по существу не происходит круговых процессов, так как газообразные продукты горения после расширения и отдачи с помощью поршня энергии на коленчатый вал удаляются из цилиндра двигателя, а на их место поступает свежая порция горючей смеси, химический состав которой в результате последующего процесса сгорания меняется. Однако условно можно говорить о круговом процессе работы двигателя внутреннего сгорания, если не принимать в расчет химических изменений и определять его КПД по формуле $\eta_t = A_ц/q_1$, подставляя работу $A_ц$ и расход теплоты q_1, равные их теоретическим значениям для двигателя. Допускаемая при этом неточность мала, так как, несмотря на коренное изменение химического состава рабочего тела при сгорании, газовые постоянные горючей смеси и продуктов горения незначительно отличаются одна от другой.

С теоретической точки зрения желательно, чтобы в д. в. с., как во всяком тепловом двигателе, осуществлялся цикл Карно. Но в действительности он оказывается неэффективным, так как из-за малой разницы в наклоне изотерм и адиабат для газов при большой разности температур T_1 и T_2 ($T_2 = 250—300$ К; $T_1 = 2000—2500$ К) внутренняя площадь цикла в pv-диаграмме получается весьма узкой и сильно вытянутой в вертикальном и горизонтальном направлениях, вследствие чего увеличиваются объемы и давления в мертвых точках. Например, если принять $t_a = t_2 = 15°$ С и $t_c = t_1 = 1800°$ С (рис. 11.2), то при $k = 1{,}33$ и $p_a = 0{,}1$ МПа получим: $p_c = p_a\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{2073}{288}\right)^{4{,}05} \cdot 0{,}1 = 282$ МПа и степень расширения $V_a/V_c \approx 400$, что совершенно нереально, если принять во внимание, что в действительных д. в. с. максимальное давление при сгорании не превышает 10 МПа и общая сте-

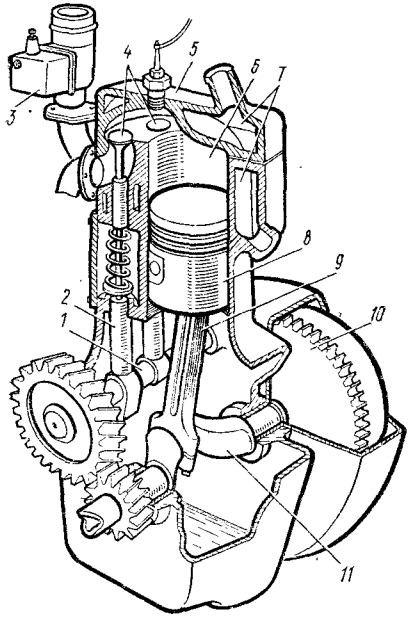


Рис. 11.1. Схема устройства поршневого двигателя внутреннего сгорания

1 — кулачковый вал; *2* — толкатель; *3* — карбюратор; *4* — клапан; *5* — головка цилиндра; *6* — цилиндр; *7* — рубашка цилиндра; *8* — поршень; *9* — шатун; *10* — маховик; *11* — коленчатый вал

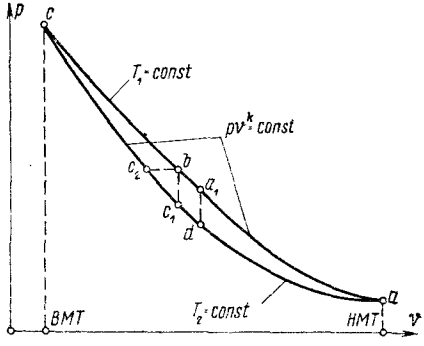


Рис. 11.2. К доказательству невозможности использования цикла Карно для поршневых двигателей внутреннего сгорания

пень расширения не превышает 20.

При степени расширения больше 20 получаются громоздкие цилиндры, уменьшающие вследствие больших потерь на трение фактическое использование теплоты. Поэтому для снижения максимальных давлений и получения меньшей степени расширения изотермические процессы bc и ad заменяют изохорными процессами c_1b и a_1d или изобарным процессом c_2b и изохорным a_1d. Различие между циклами c_1ba_1d и c_2ba_1d состоит в том, что в первом процессе сгорание осуществляется при постоянном объеме, а во втором — при постоянном давлении. В соответствии с этим циклы поршневых д. в. с. по характеру подвода теплоты к рабочему телу можно разделить на следующие три группы:

1) циклы с подводом теплоты по изохоре;

2) циклы с подводом теплоты по изобаре;

3) смешанные циклы, в которых подвод теплоты осуществляется частично по изохоре и частично по изобаре *.

Отдача теплоты холодному источнику q_2 во всех этих циклах осуществляется только в изохорном процессе.

Эти три вида циклов состоят из термодинамических обратимых процессов. При исследовании этих циклов стремятся определить условия для получения максимального КПД.

* В литературе, особенно в старых изданиях, можно встретить другие наименования этих же циклов: 1) цикл Отто; 2) цикл Дизеля; 3) цикл Сабатэ (цикл Тринклера). Однако приоритет в создании того или иного цикла установить невозможно, поскольку рабочие процессы, осуществляемые в д. в. с., а также их конструкции являются реализацией идей и конструктивных разработок многих ученых и инженеров.

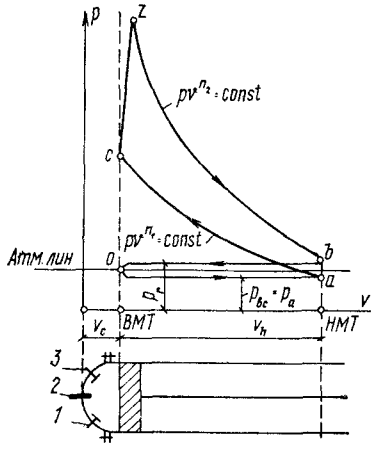


Рис. 11.3. Индикаторная диаграмма карбюраторного двигателя внутреннего сгорания

1 — впускной клапан; 2 — свеча; 3 — выпускной клапан

Цикл с подводом теплоты по изохоре. К этому циклу больше всего подходят действительные рабочие процессы, происходящие в так называемых карбюраторных двигателях. Принцип их работы состоит в следующем. При движении поршня от *ВМТ* к *НМТ* (рис.11.3) в результате насосного действия поршня в цилиндре создается разрежение, и тогда при открытом впускном клапане внутрь цилиндра вследствие перепада давлений из смесителя, называемого карбюратором, поступает горючая смесь, состоящая из паров бензина и воздуха. Нормальный состав смеси 1:15, т. е. на одну часть по массе бензина приходится 15 частей воздуха, что обеспечивает теоретически полное сгорание топлива. Этот процесс всасывания *oa* называется первым тактом работы д. в. с. - тактом всасывания*.

При обратном движении поршня от *НМТ* к *ВМТ* впускной клапан закрыт и горючая смесь вместе с газами, оставшимися в цилиндре от предыдущего цикла, подвергается сжатию. Этот процесс называется вторым тактом работы двигателя — сжатием. Процесс сжатия осуществляется по политропе, среднее значение показателя которой $n_1 = 1{,}25 - 1{,}35$. Следует иметь в виду, что фактически каждый участок политропы сжатия будет иметь свое значение показателя n_1, однако при расчетах величина n_1 усредняется.

В конце такта сжатия с помощью свечи в цилиндр подается электрическая искра, от которой воспламеняется сжатая рабочая смесь, когда поршень будет находиться в *ВМТ*. В первую очередь, естественно, воспламеняются те слои рабочей смеси, которые находятся около электродов свечи. После этого фронт пламени со скоростью 40—50 м/с распространяется по направлению к днищу поршня. Однако, несмотря на такую высокую скорость распространения процесса сгорания, поршень успевает все же несколько отойти обратно по направлению к *НМТ*, вследствие чего процесс сгорания в *pv*-координатах (*cz*) будет изображаться не вертикальной прямой, а наклонной, близкой к изохоре.

В точке *z* заканчивается процесс так называемого видимого сгорания, в течение которого успевает сгореть примерно 80—85% всего топлива, находящегося в рабочей смеси, и поэтому для этой точки характерно максимальное давление продуктов сгорания и оставшейся рабо-

* Тактом работы поршневого д. в. с. называется любой процесс или совокупность процессов, осуществляемых в цилиндре за один ход поршня, т. е. при его перемещении от одной мертвой точки к другой.

чей смеси. Около точки z (точнее, в области 8—12° от нее справа по углу поворота коленчатого вала) получается и максимальная температура при сгорании, обозначаемая условно T_z. Оставшаяся рабочая смесь догорает в начале процесса расширения, начинающегося от точки z и продолжающегося до момента, пока не начнет открываться выпускной клапан*. В pv-координатах условно процесс расширения показан до точки b, расположенной на вертикали, проходящей через HMT. Совокупность процессов cz и zb образует третий такт работы двигателя, который носит название рабочего хода.

Расширение zb — это политропный процесс со средним значением показателя политропы $n_2 = 1{,}2 — 1{,}3$. При движении поршня обратно от HMT к BMT через открытый выпускной клапан цилиндр очищается от продуктов сгорания. Этот процесс ba является четвертым тактом работы двигателя, называемым тактом выпуска. Затем цикл повторяется.

Двигатели внутреннего сгорания, у которых рабочий процесс состоит из четырех тактов, называются четырехтактными. Поскольку каждый такт работы осуществляется за пол-оборота коленчатого вала, то весь описанный рабочий процесс четырехтактного двигателя совершается за два оборота коленчатого вала.

Как уже указывалось, д. в. с., работающие по указанному принципу, называются карбюраторными или двигателями с внешним смесеобразованием.

Кривая зависимости давления в цилиндре от объема газа, находящегося под поршнем, или от хода поршня, показанная на рис. 11.3, называется индикаторной диаграммой.

Введем следующие обозначения:

V_c — объем камеры сгорания или объем камеры сжатия (объем рабочего тела при положении поршня в BMT);

V_h— рабочий объем цилиндра, т. е. объем, проходимый поршнем при перемещении от одной мертвой точки к другой; $V_h + V_c = V_a$ — полный объем цилиндра;

z — число цилиндров двигателя; zV_h — литраж двигателя (сумма рабочих объемов всех цилиндров двигателя); $\frac{V_a}{V_c} = \frac{V_h + V_c}{V_c} = 1 + \frac{V_h}{V_c} = \varepsilon$ — степень сжатия д. в. с.— отвлеченное число, показывающее, во сколько раз полный объем цилиндра больше объема камеры сгорания;

$\rho = V_z/V_c$ — степень предварительного расширения;

p_a, p_c — давление в конце и в начале процесса сжатия;

p_z — максимальное давление газов в цилиндре;

p_r — давление газа в цилиндре в конце такта выпуска;

T_z — максимальная температура газов в цилиндре;

* Для лучшей очистки цилиндра от продуктов сгорания топлива угол опережения открытия выпускного клапана составляет 30—50° по углу поворота коленчатого вала.

T_a, T_c — температура рабочей смеси в начале и конце процесса сжатия;

T_r — температура газов в конце такта выпуска;

p_0, T_0 — давление и температура окружающей среды.

Температура T_a выше T_0 вследствие подогрева всасываемой горючей смеси от горячих стенок цилиндра на ΔT в результате смешения с остаточными газами. Количество этих газов выражается обычно в процентах или долях единицы от количества свежего заряда, поступившего в цилиндр. Это отношение носит название коэффициента остаточных газов и обозначается обычно буквой γ. Для карбюраторных четырехтактных двигателей γ не превышает 3—5%, ΔT = 30—50 К, T_a = = 320—350 К.

Степень сжатия ε — важный параметр работы двигателя. Чем больше ε, тем выше экономичность д. в. с., как это будет показано дальше. Для карбюраторных двигателей ε = 6—9. Максимальное значение ε для карбюраторных д. в. с. ограничивается пределом, обусловленным детонацией (взрывное горение). Внешне она проявляется стуком внутри цилиндра (удары взрывных волн о стенки цилиндра) и перегревом двигателя из-за резкого нарастания температуры во фронте сгорания. В этом случае из-за неполноты сгорания топлива в выхлопных газах появляются частицы сажи. Причинами детонации являются:

а) физико-химические свойства бензинов, определяемые величиной их октанового числа;

б) повышенное давление в конце сжатия;

в) высокая температура головок цилиндров, днищ поршней, свечей, тарелочек клапанов, нагара;

г) большой угол опережения зажигания, т. е. слишком ранняя подача искры в цилиндр.

Известно, что склонность бензинов к детонации оценивается октановым числом *. Чем выше октановое число, тем меньше склонность бензинов к детонации и тем больше может быть степень сжатия. Для автомобильных сортов бензинов октановое число колеблется от 66 до 95 единиц.

Давления в карбюраторных д.в.с. при всасывании горючей смеси из карбюратора, соединенного через воздухофильтр с окружающей атмосферой, составляют p_a = 0,085—0,09 МПа, $p_c = p_a \cdot \varepsilon^{n_1}$ = 0,6— — 1,2 МПа; p_z = 2,5—4,5 МПа, т. е. отношение p_z к p_c, называемое степенью повышения давления и обозначаемое буквой λ, будет примерно 2,5—5. Давление газов в конце процесса выпуска p_r = = 0,11—0,12 МПа.

Если двигатель работает с наддувом, т. е. воздух перед поступлением в карбюратор предварительно сжимается нагнетателем до 0,15—0,2 МПа, указанные давления будут выше. С наддувом работают все авиационные карбюраторные двигатели.

* Октановым числом называется процентное содержание изооктана в такой смеси с гептаном, которая оказывается равноценной данному бензину по детонационной стойкости при испытаниях в стандартных условиях.

Анализ индикаторной диаграммы карбюраторного д. в. с., изображенной на рис. 11.3, показывает, что действительный цикл является незамкнутым и необратимым и характер его протекания зависит от большого числа факторов (ε, λ, ρ и др.), исследование которых продолжается и в настоящее время. Для того чтобы выявить теоретические основы расчета д. в. с., необходимо отвлечься от сложных действительных схем и перейти к рассмотрению идеального теоретического цикла, целиком состоящего из обратимых процессов. Такой цикл представлен на рис. 11.4 в *pv*- и *Ts*-диаграммах. Поскольку в этом цикле участвует неизменное количество рабочего тела, то линии впуска и выпуска отсутствуют. Линии *ac* и *zb* являются соответственно адиабатами сжатия и расширения. Линии *cz* изображают процесс подвода внешней теплоты при $v = \text{const}$, а линия *ba* — процесс отвода теплоты при $v = \text{const}$.

Чтобы иметь возможность рассматривать процессы *cz* и *ba* как обратимые, нужно представить себе, что теплота подводится извне от бесконечно большого числа источников теплоты, причем температура первого из них равна (точнее отличается на бесконечно малую величину) температуре в точке *c*, а температура последнего соответствует температуре в точке *z*. Аналогично и теплота q_2 отводится к бесконечно большому числу холодильников, причем температура первого из них равна температуре в точке *b*, а температура последнего — температуре в точке *a*. В *Ts*-диаграмме q_1 и q_2 будут соответственно измеряться площадями под изохорами *cz* и *ba*.

Цикл с подводом теплоты по изобаре. К циклу с подводом теплоты по изобаре больше всего подходят действительные рабочие процессы в двигателях с внутренним процессом смесеобразования или дизелях. Индикаторная диаграмма дизеля представлена на рис. 11.5. Двигатель этого типа, так же как и карбюраторный д. в. с., работает по четырехтактному циклу. Принципиальное отличие дизеля от карбюраторного д. в. с. состоит в том, что на первом такте в цилиндр через впускной клапан поступает не горючая смесь, а воздух. На втором такте воздух сжимается вместе с остаточными газами, и температура повышается до 1000—1100 К. Когда поршень подходит к *ВМТ* (за 25—15°, считая по углу поворота коленчатого вала), то через форсунку, размещенную в головке цилиндра, внутрь него впрыскивается жидкое топливо под давлением примерно 25—30 МПа, а в конструкциях с неразделенной топливной аппаратурой, т. е. когда и топливный насос, и форсунка смонтированы в одном агрегате, который обычно называется насосом-форсункой, — под давлением до 200 МПа и более.

Распыленное жидкое топливо, попадая в камеру сжатия, где находится воздух при высоком давлении ($p_c = 4$—6 МПа) и высокой температуре ($T_c = 1000$—1100 К), самовоспламеняется *. Для введения в цилиндр двигателя необходимого количества топлива требуется некоторое время, в течение которого поршень, естественно, не остается на месте. Достигнув *ВМТ*, он начинает перемещаться обратно к *НМТ*. По-

* Самовоспламеняемость топлив определяется их цетановым числом — процентным содержанием цетана в такой смеси с альфа-метилнафталином, которая равноценна по воспламеняемости испытуемому топливу.

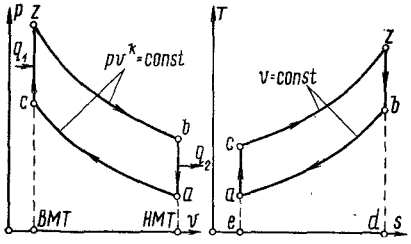


Рис. 11.4. Цикл с подводом теплоты по изохоре в *pv*- и *Ts*-диаграммах

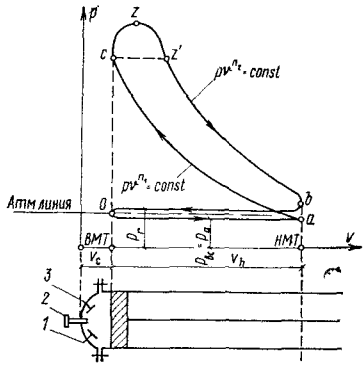


Рис. 11.5. Индикаторная диаграмма дизеля

1 — впускной клапан; *2* — форсунка; *3* — выпускной клапан

этому последующие порции топлива, впрыскиваемые из форсунки и воспламеняющиеся от уже имеющихся очагов горения, будут сгорать в условиях увеличивающегося объема и почти постоянного давления. На рис. 11.5 теоретический процесс сгорания изображен изобарой *cz'*. В действительности из-за очень короткого промежутка времени, отводимого на процессы подачи топлива, смесеобразования и сгорания (примерно 20—35° по углу поворота коленчатого вала, что, например, при 2000 об/мин составит 0,001—0,002 с), сгорание протекает с некоторым повышением давления (линия *cz*). Давление в точке *z* доходит до 7—8 МПа, и значение λ для дизелей составляет 1,4—1,8.

Очевидно, что степень повышения давления будет тем меньше, чем меньше топлива будет подано в цилиндр к моменту его самовоспламенения, т. е. чем меньше будет так называемый период запаздывания воспламенения топлива, обозначаемый буквой τ_i и выражаемый или в градусах поворота коленчатого вала, или в секундах. Величина τ_i характеризует жесткость работы двигателя. Чем меньше τ_i, тем более мягко будет работать двигатель, так как меньше будут λ и скорость нарастания давления по углу поворота коленчатого вала.

В точке *z* заканчивается участок видимого сгорания топлива, и при дальнейшем перемещении поршня к *НМТ* начинается процесс расширения продуктов сгорания, происходящий по политропе $pv^{n_2} = \text{const}$. В начале процесса расширения догорают те порции топлива, которые не успели сгореть на участке *cz*. Обычно количество догорающего топлива на линии расширения не превышает 15—20% общего количества горючего, впрыснутого через форсунку. Среднее значение показателей политроп сжатия и расширения такое же, как и для карбюраторных двигателей. На индикаторной диаграмме (см. рис. 11.5) конец процесса расширения условно показан точкой *b*, расположенной на вертикали, проходящей через *НМТ*. Фактически расширение заканчивается раньше, так как раньше открывается выпускной клапан. Это улучшает очистку цилиндра от продуктов сгорания топлива. Совокупность про-

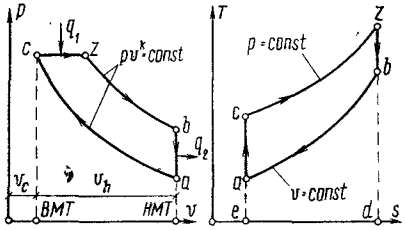


Рис. 11.6. Цикл с подводом теплоты по изобаре в *pv*- и *Ts*-диаграммах

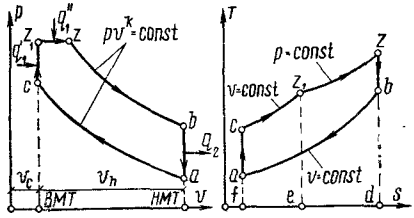


Рис. 11.7. Цикл с подводом теплоты по изохоре и изобаре в *pv*- и *Ts*-диаграммах

цессов *cz* и *zb* образует третий такт работы двигателя — рабочий ход. При движении поршня обратно от *НМТ* к *ВМТ* цилиндр очищается через открытый выпускной клапан от отработавших газов. Это четвертый такт работы двигателя — такт выпуска.

Как следует из описания принципа работы дизелей, степень сжатия должна быть у них больше, чем в карбюраторных двигателях. Минимальное значение ε, при котором обеспечивается самовоспламенение впрыскиваемого топлива не только в горячем двигателе, но и в холодном при его запуске, составляет 12—13. Верхний предел степени сжатия в дизелях составляет 19—20 единиц. Верхнее ограничение ε обусловлено тем, что увеличение степени сжатия выше этого предела вызывает резкое повышение давления в конце сжатия и соответственно максимальное давление сгорания. В результате чрезмерные нагрузки на кривошипно-шатунный механизм приводят к необходимости утяжеления деталей этого механизма и двигателя в целом.

Для проведения теоретических исследований действительную индикаторную диаграмму дизеля заменим идеальным термодинамическим циклом, целиком состоящим из обратимых процессов. Такой цикл в *pv*-и и*Ts*-диаграммах представлен на рис. 11.6. Линия *cz* изображает процесс подвода внешней теплоты при p = const, а линия *ba* — процесс отвода теплоты при v = const. При этом количество источников теплоты и количество холодильников подразумевается бесконечно большим, с тем чтобы процессы *cz* и *ba* можно было рассматривать как обратимые. В *Ts*-диаграмме величины q_1 и q_2 будут соответственно измеряться площадями под изобарой *cz* и изохорой *ba*.

Из рассмотрения индикаторных диаграмм карбюраторного двигателя и дизеля следует, что оба они фактически работают по смешанному циклу и разницей является то, что у карбюраторного двигателя бóльшая часть теплоты сообщается по линии v = const и меньшая по линии p = const, а у дизеля — наоборот. Таким образом, приходим к идее создания третьего вида цикла, называемого смешанным.

Цикл со смешанным подводом теплоты. Идеальный термодинамический цикл со смешанным подводом теплоты представлен в *pv*- и *Ts* -диаграммах на рис. 11.7. Определим термический КПД этого

цикла, выразив его, как это принято, через $\varepsilon = V_a/V_c$, $\lambda = p_z/p_c$, $\rho = V_z/V_c$:

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1' + q_1''} = 1 - \frac{c_v (T_b - T_a)}{c_v (Tz_1 - T_c) + c_p (T_z - Tz_1)}$$

или

$$\eta_t = 1 - \frac{T_b - T_a}{Tz_1 - T_c + k (T_z - Tz_1)} =$$

$$= 1 - \frac{\dfrac{T_b}{T_a} - 1}{\dfrac{Tz_1}{T_c} - 1 + k \left[\dfrac{T_z}{T_c} - \dfrac{Tz_1}{T_c} \right]} \frac{T_a}{T_c}.$$

Но так как

$$\frac{T_b}{T_a} = \frac{p_b}{p_a} = \frac{p_z}{p_c} \frac{V_z^k}{V_c^k} = \lambda \rho^k;$$

$$\frac{Tz_1}{T_c} = \frac{pz_1}{p_c} = \lambda; \quad \frac{T_z}{T_c} = \frac{T_z}{Tz_1} \frac{Tz_1}{T_c} = \frac{pz_1}{p_c} \frac{V_z}{V_c} = \lambda \rho;$$

$$\frac{T_a}{T_c} = \left(\frac{V_c}{V_a} \right)^{k-1} = \frac{1}{\varepsilon^{k-1}},$$

тогда

$$\eta_t = 1 - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\lambda - 1 + k (\lambda \rho - \lambda)} \frac{1}{\varepsilon^{k-1}},$$

или

$$\eta_t = 1 - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\lambda - 1 + k \lambda (\rho - 1)} \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}. \qquad (11.1)$$

Если рассматривать циклы с подводом теплоты по изохоре и изобаре как частные случаи смешанного цикла, то из уравнения (11.1) легко могут быть получены выражения термических КПД для этих циклов. Действительно, если точка c будет совпадать с точкой z_1 (см. рис. 11.7), то смешанный цикл преобразуется в цикл с подводом теплоты по изобаре, и в этом случае $p_z/p_c = \lambda = 1$, что при подстановке в уравнение (11.1) дает формулу

$$\eta_{tp} = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k (\rho - 1)} \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}. \qquad (11.2)$$

Если точка z совпадает с точкой z_1, то смешанный цикл преобразуется в цикл с подводом теплоты по изохоре и тогда

$$V_z/V_z' = \rho = 1.$$

Подставляя $\rho = 1$ в уравнение (11.1), получаем формулу термического КПД цикла с подводом теплоты по изохоре:

$$\eta_{tv} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}. \qquad (11.3)$$

Из уравнения (11.1) следует, что при $\lambda = \text{const}$ и $\rho = \text{const}$ с увеличением ε термический КПД растет. При постоянной степени сжатия возрастание λ и уменьшение ρ повышают термический КПД.

Практический смысл цикла со смешанным подводом теплоты состоит в том, что он может быть осуществлен с той же степенью сжатия, что и цикл с подводом теплоты по изобаре, но при бо́льших значениях максимального давления и температуры, ибо часть теплоты подводится по линии $v = \text{const}$. Поэтому в двигателях с внутренним смесеобразованием эффективный (действительный) КПД всегда получается выше, а удельный расход топлива ниже, чем в карбюраторных д.в.с.

Наряду с четырехтактными д.в.с. применяются двигатели, работающие по двухтактному циклу. Поскольку в этих двигателях рабочий процесс осуществляется не за два, а за один оборот коленчатого вала, то теоретически при всех прочих равных условиях мощность двухтактного двигателя должна быть в два раза больше мощности четырехтактного двигателя. Практически же мощность двухтактных двигателей превышает мощность четырехтактных д. в. с. на 50—60%, так как часть мощности в двухтактном двигателе расходуется на привод насоса для получения сжатого воздуха (0,12—0,16 МПа), необходимого для продувки и наполнения цилиндра, и часть хода поршня (до 25%) теряется на управление органами распределения.

Основной недостаток двухтактных д. в. с. по сравнению с четырехтактными — большая сложность очистки и наполнения цилиндра на высоких частотах вращения коленчатого вала, особенно при переменных скоростном и нагрузочном режимах работы. Если в четырехтактных д.в. с. очистка и наполнение цилиндра (I и IV такты) с учетом фаз газораспределения клапанов осуществляются за 400—430° угла поворота коленчатого вала (больше одного оборота), то в двухтактном двигателе на эти процессы отводится примерно 1/3 оборота коленчатого вала (110—120°). Поэтому, естественно, с увеличением частоты вращения уменьшение времени, отводимого на очистку и наполнение цилиндра в двухтактном д. в. с., более резко отражается на качестве этих процессов, чем в четырехтактном д. в. с., количество остаточных газов возрастает до 60—70% объема цилиндра и более и смены рабочего тела не происходит. Этим, в частности, и объясняется то положение, что все автомобильные двигатели легковых машин работают по четырехтактному циклу, так как частота вращения их коленчатого вала составляет 4000—5000 об/мин и выше, что обеспечивает их высокую мощность при малых габаритах и удовлетворительном качестве процессов смены рабочего тела́.

Трудность создания двухтактного двигателя повышенной мощности объясняется более высокой средней температурой цикла, обусловливаемой рабочим ходом при каждом обороте коленчатого вала. Это ведет к повышению тепловой напряженности поршня, стенок и головки цилиндра, а также отрицательно влияет на работу поршневых колец, особенно первого, считая от камеры сгорания: кольца теряют упругость и пригорают к телу поршня. К недостаткам двухтактных двигателей следует отнести также более тяжелые условия работы шатунных и коренных подшипников коленчатого вала.

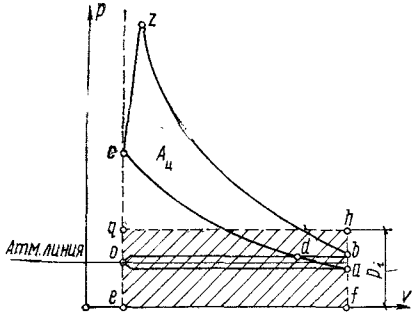


Рис. 11.8. К определению мощности поршневого двигателя внутреннего сгорания

Определение мощности и экономичности поршневых двигателей внутреннего сгорания. Мощность N_i, получаемую внутри цилиндра двигателя, можно определить с помощью индикаторной диаграммы путем суммирования работ циклов за 1 с. Поэтому N_i называется индикаторной, или внутренней, мощностью. Работа газов в течение одного цикла для четырехтактных д. в. с. графически выражается замкнутой площадью между линиями сжатия, сгорания и расширения (пл. d — c — z — b на рис. 11.8). Площадь между линиями впуска и выпуска (пл. o — a — d) соответствует отрицательной работе, затрачиваемой двигателем (за счет инерции маховика и работы других цилиндров). Внутренняя работа цикла будет равна разности площадей d — c — z — b и o — a — d; обычно отрицательной площадью пренебрегают, поскольку она очень мала. Если построить индикаторную диаграмму в масштабе, то линия выпуска, атмосферная линия и линия впуска практически сливаются в одну линию. Иногда площадь, соответствующую отрицательной работе, относят к механическим потерям, учитываемым механическим КПД.

Поскольку давление газов в цилиндре во время рабочего хода — величина переменная, то при подсчетах мощности, а также для характеристики напряженности двигателей различных типов пользуются понятием среднего индикаторного давления, обозначаемого p_i и представляющего собой такое условное постоянное давление, которое, действуя на поршень, совершает работу, равную внутренней работе газа в действительном цикле. Графически p_i в определенном масштабе равно высоте прямоугольника g — e — f — h, по площади равного площади диаграммы и имеющего ту же длину.

На основании определения p_i работа газов за один цикл $A_ц = p_i S l$ (где S — площадь поршня; p_i — среднее индикаторное давление; l — ход поршня).

Так как $lS = V_h$ (рабочий объем цилиндра), то $A_ц = p_i V_h$.

Если частота вращения коленчатого вала двигателя в единицу времени n, то в цилиндре двухтактного двигателя, в котором рабочий цикл завершается за один оборот вала, будет также происходить n циклов и мощность одного цилиндра составит

$$N_i = p_i V_h n.$$

В четырехтактном двигателе число рабочих циклов в два раза меньше числа оборотов и индикаторная мощность одного цилиндра составит:

$$N_i = \frac{1}{2} p_i V_h n.$$

Во всех формулах принято p_i, Н/м^2; S, м^2; l, м; n, об/с; N_i, Вт.

Из условий равномерности работы двигателя необходимо, чтобы мощность распределялась поровну между всеми цилиндрами двигателя. Практически, однако, трудно обеспечить одинаковое p_i во всех цилиндрах. Допустимое отклонение p_i по цилиндрам $\pm 5\%$ среднего значения индикаторного давления.

Если число цилиндров z, то индикаторная мощность может быть выражена формулой

$$N_i = p_i V_h n z / k, \qquad (11.4)$$

где $k = 1$ (для двухтактных двигателей); $k = 2$ (для четырехтактных двигателей).

Потери на трение и затрата части мощности на привод вспомогательных агрегатов приводят к тому, что действительная или эффективная мощность двигателя N_e, т. е. мощность, снимаемая непосредственно с коленчатого вала, будет меньше индикаторной. Отношение $N_e/N_i = \eta_м$ называется механическим КПД, и тогда $N_e = \eta_м N_i$. Для д. в. с. $\eta_м = 0{,}7$—$0{,}8$, причем в зависимости от скоростного и нагрузочного режимов значение $\eta_м$ может также колебаться для одного и того же двигателя примерно в указанных пределах.

Экономичность двигателей внутреннего сгорания оценивают по удельному расходу топлива или КПД двигателей.

Если обозначить расход топлива в единицу времени через B, то $b = B/N$ будет представлять собой удельный расход топлива. В зависимости от того, к какой мощности относят величину B, различают:

$b_i = B/N_i$ — удельный индикаторный расход топлива;
$b_e = B/N_e$ — удельный эффективный расход топлива.

Так как $N_e = \eta_м N_i$, то $b_e = b_i/\eta_м$, т. е. $b_e > b_i$.

Величины B и b в приведенных формулах измеряют соответственно в кг/с и кг/Дж:

$$1 \text{ кг/Дж} = 1 \text{ кг/(Вт·с)} = \frac{1 \text{ кг}}{\frac{1}{1000} \text{ кВт} \frac{1}{3600} \text{ ч}} = 3{,}6 \cdot 10^6 \text{ кг/(кВт·ч)}.$$

Таким образом, расход топлива, подсчитанный по формулам в кг/Дж, надо умножить на переводной коэффициент $3{,}6 \times 10^6$ Дж/(кВт × × ч), и тогда получим расход топлива в кг/(кВт·ч).

Для газовых и газогенераторных двигателей (считая топливом газ) единица измерения B, м^3/с; причем считают газовое топливо при НФУ [здесь 1 м^3/с = 3600 м^3/ч; 1 м^3/Дж $= 3{,}6 \cdot 10^6$ м^3/(кВт·ч)].

Для современных карбюраторных д. в. с. $b_e = 0{,}30$—$0{,}40$ кг/(кВт·ч), а для дизелей $b_e = 0{,}15$—$0{,}25$ кг/(кВт·ч).

В качестве КПД двигателей могут быть приняты индикаторный η_i, если расчеты ведутся по индикаторной мощности, или эффективный КПД — η_e, если расчеты ведутся по эффективной мощности. Отличие индикаторного КПД от термического состоит в том, что первый относится к действительному циклу, а последний — к идеальному, и, таким образом, η_i, называемый индикаторным КПД, представляет собой отношение индикаторной мощности к тепловой, подведенной к

двигателю извне, которую подсчитывают по равенству $N_т = BQ^р_н$ [где $Q^р_н$ — низшая теплота сгорания рабочего топлива в кДж/кг (см. § 18.3)].

$$\eta_i = N_i / N_т = 1 / b_i Q^р_н. \qquad (11.5)$$

Значение $Q^р_н$ для всех видов жидкого топлива примерно одинаково — около 40 000 кДж/кг. Как следует из уравнения (11.5), удельный расход топлива изменяется обратно пропорционально КПД двигателя. Поскольку для дизеля η_t, а следовательно, и η_i выше, чем для карбюраторного двигателя, вследствие более высокой степени сжатия, то и удельный расход топлива у дизеля меньший, чем в карбюраторных д. в. с.

Из уравнения (11.4) следует, что мощность двигателя зависит от общего рабочего объема цилиндров zV_h, среднего индикаторного давления p_i, частоты вращения n и механического КПД $\eta_м$. Повышение мощности путем увеличения числа его цилиндров z или их диаметра неизбежно увеличивает массу и габаритные размеры двигателя. Среднее индикаторное давление характеризует степень совершенства рабочего процесса и может быть увеличено путем повышения ε. Однако возрастание степени сжатия имеет свой предел. Давление p_i может быть увеличено также путем применения наддува, когда рабочий объем цилиндра наполняется принудительно с помощью нагнетателя. Естественно, что его применение усложняет конструкцию двигателя и целесообразно лишь в том случае, когда двигатель с нагнетателем развивает значительно бо́льшую дополнительную мощность по сравнению с мощностью, затрачиваемой на привод самого нагнетателя.

Повышение мощности двигателя может быть достигнуто также увеличением частоты вращения коленчатого вала, если при этом не наблюдается большого снижения механического КПД и удельный эффективный расход топлива не выходит за пределы, допустимые в эксплуатации. Значения n у современных поршневых двигателей внутреннего сгорания обычно не превышают 5000 об/мин.

§ 11.3. Газотурбинные установки

Возможность получения значительной мощности в одном агрегате (до 100 тыс. кВт и выше) вследствие отсутствия инерционных усилий от возвратно-поступательно движущихся масс и более полного расширения продуктов сгорания (до давления наружного воздуха), а также малые габариты и низкие расходы масла и охлаждающей жидкости обусловили широкое применение газотурбинных установок в различных отраслях народного хозяйства. Достижения науки и техники показали, что реализация цикла газотурбинной установки становится экономически выгодной лишь при высоких температурах рабочего тела (1000 К и выше).

Газотурбинные установки могут работать по циклам со сгоранием топлива при постоянных объеме и давлении. Трудами советских ученых и практикой газотурбостроения было доказано, что бо́льшие перспек-

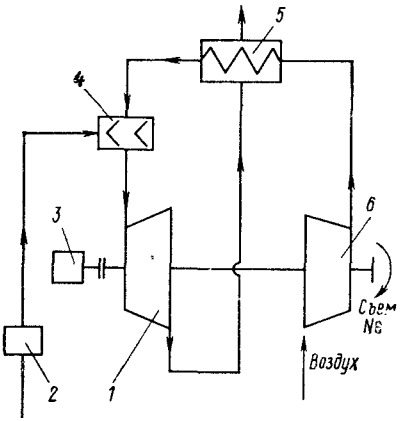


Рис. 11.9. Принципиальная схема простейшей газотурбинной установки

1 — газовая турбина; *2* — топливный насос; *3* — пусковой двигатель; *4* — камера сгорания; *5* — регенератор; *6* — компрессор

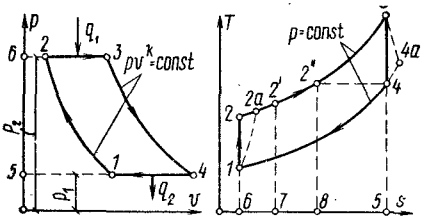


Рис. 11.10. Идеальный цикл газотурбинной установки со сгоранием при $p=\text{const}$ в *pv*- и *Ts*-диаграммах

1—2 — сжатие воздуха в компрессоре; *2—3* — процесс сгорания; *3—4* — процесс расширения продуктов сгорания в турбине; *5—8* — точки на оси абсцисс

тивы развития имеют газотурбинные установки, работающие по циклу, в котором сгорание топлива осуществляется при $p = \text{const}$.

Принципиальная схема газотурбинной установки со сгоранием топлива при $p = \text{const}$ и регенерацией теплоты показана на рис. 11.9. Установка работает следующим образом. Компрессор всасывает воздух из атмосферы, сжимает его и направляет в регенератор (воздухоподогреватель). В регенераторе воздух нагревается за счет теплоты отработавших газов, выходящих из турбины. Подогретый воздух по трубопроводу поступает в камеру сгорания. Сюда же топливный насос непрерывно через форсунки подает жидкое топливо, которое сгорает при $p = \text{const}$ (можно использовать и газообразное топливо).

Продукты сгорания направляются по трубопроводу к соплам газовой турбины, откуда выходят с большой скоростью и попадают на лопатки рабочего колеса, отдавая им бóльшую часть своей кинетической энергии, за счет которой и получается механическая энергия вращения вала турбины. Часть этой энергии тратится на привод компрессора и топливного насоса, а остальная часть снимается с вала в виде эффективной мощности N_e, служащей для привода машины-орудия.

Запуск установки осуществляется от специального пускового двигателя через соединительную муфту.

Известно, что для термодинамического исследования цикла такого газотурбинного агрегата нужно идеализировать процессы, протекающие в нем, считая их обратимыми. Для этого действительный рабочий процесс представляют замкнутым и предполагают, что в нем участвует неизменное количество рабочего тела. Рассмотрим такой идеальный цикл без регенератора, изобразив его в *pv*- и *Ts*-диаграммах (рис. 11.10). В этом цикле рабочее тело подвергается сжатию по адиабате *1—2*, затем от бесконечного ряда внешних источников подводится теплота

по изобаре *2—3*; в дальнейшем происходит расширение по адиабате *3—4* и, наконец, охлаждение рабочего тела по изобаре *4—1* с отдачей теплоты бесконечному ряду внешних источников теплоты.

От цикла поршневого д. в. с. с подводом теплоты по изобаре рассматриваемый цикл отличается только тем, что отвод теплоты q_2 протекает по изобаре, а не по изохоре.

Термический КПД цикла газотурбинной установки со сгоранием при $p = \text{const}$ может быть определен по соотношению

$$\eta_t = A_0/q_1.$$

Графически полезная работа A_0 в *pv*-диаграмме измеряется площадью *1—2—3—4*, равной разности площадей *4—5—6—3* и *1—5—6—2*. Первая из них (пл. *4—5—6—3*) измеряет техническую работу турбины A_T, а вторая (пл. *1—5—6—2*) измеряет работу $A_к$, затрачиваемую на сжатие 1 кг воздуха в компрессоре от p_1 до p_2 (см. § 9.1), т. е. полезная работа газотурбинной установки равна разности технической работы газовой турбины и работы компрессора:

$$A_0 = A_т - A_к,$$

отсюда

$$\eta_т = \frac{A_0}{q_1} = \frac{A_т - A_к}{q_1}. \qquad (11.6)$$

Если температура отработавших газов T_4 выше, чем температура воздуха на выходе из компрессора T_2, то часть теплоты, отдаваемой при охлаждении газов в процессе *4—1*, может быть передана в регенератор для нагревания воздуха, поступающего в камеры сгорания. В *Ts*-диаграмме (см. рис. 11.10) нагрев воздуха в регенераторе изображается процессом *2—2'*, и тогда количество теплоты, получаемой рабочим телом от горячего источника, будет измеряться площадью *2'—3—5—7*, которая меньше площади *6—2—3—5*, измеряющей q_1 без регенератора, а это естественно будет повышать КПД цикла. Действительно:

без регенератора

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{\text{пл. } 1—2—3—4}{\text{пл. } 2—3—5—6};$$

с регенератором

$$\eta_t^{\text{рег}} = \frac{\text{пл. } 1—2—3—4}{q_1^{\text{рег}}} = \frac{\text{пл. } 1—2—3—4}{\text{пл. } 2'—3—5—7},$$

но так как пл. *2'—3—5—7* < пл. *2—3—5—6*, то $\eta_t^{\text{рег}} > \eta_t$.

Очевидно, что теоретически максимальная температура подогрева воздуха в регенераторе $T_2'' = T_4$; в этом случае степень регенерации $\sigma = 1$. Степенью регенерации называется отношение количества теплоты, полученной воздухом при прохождении через регенератор, к максимально возможному количеству теплоты, которое мог бы получить воздух в регенераторе, если бы он нагревался до температуры отработавших газов T_4. В действующих установках степень регенерации составляет обычно 0,6—0,75.

Действительный цикл газотурбинной установки отличается от теоретического наличием потерь на трение и вихреобразование в турбине и компрессоре (цикл *1—2а—3—4а* в *Ts*-диаграмме на рис. 11.10). Эти потери учитываются относительным внутренним КПД турбины $\eta_{oi_т}$ и адиабатным КПД компрессора $\eta_к^{ад}$, тогда внутренний КПД такого действительного цикла составит

$$\eta_t = \frac{A_т \eta_{oi_т} - A_к \dfrac{1}{\eta_к^{ад}}}{q_1^{действ}} = \frac{A_т \eta_{oi_т} - A_к \dfrac{1}{\eta_к^{ад}}}{i_3 - i_{2a}}. \qquad (11.7)$$

Наиболее эффективные методы повышения экономичности газотурбинных установок — регенерация теплоты, ступенчатое сжатие и расширение рабочего тела и пр. Эти методы подробно рассматриваются в специальных курсах тепловых двигателей [4,5].

§ 11.4. Циклы паросиловых установок

Теплосиловые станции в настоящее время дают более 80% энергии, вырабатываемой в нашей стране. В отличие от двигателей внутреннего сгорания в паросиловых установках продукты сгорания топлива непосредственно не участвуют в рабочем цикле, они являются лишь источником теплоты, а рабочим телом служит пар какой-либо жидкости, чаще всего воды.

Принципиальная схема простейшей паросиловой установки показана на рис. 11.11. Из котла насыщенный пар поступает в пароперегреватель, где он перегревается, и по трубопроводу направляется в паровой двигатель, в котором происходит превращение теплоты в работу. В зависимости от типа парового двигателя и способа использования отработавшего пара давление этого пара в конце его расширения может быть различным. При этом возможны следующие случаи:

1) давление пара в конце его расширения выше атмосферного (0,2—0,5 МПа), и отработавший в машине пар используют для удовлетворения нужд потребителя теплоты;

2) расширение пара в машине происходит до давления, значительно более низкого, чем атмосферное (конденсационные установки). В этом случае за машинами устанавливают специальные теплообменники — конденсаторы, в которых отработавший пар превращается в конденсат, перекачиваемый насосом обратно в котел. Конденсаторы бывают двух типов: поверхностные и смешивающие. Количество воды, которое нужно пропустить через конденсатор, чтобы сконденсировать 1 кг пара, принято называть кратностью охлаждения конденсатора. Для одноходовых конденсаторов кратность охлаждения 80—100, для двухходовых — 50—70 и т. д.

В § 4.2 было показано, что в заданных пределах изменения температуры наиболее экономичен при переводе теплоты в работу круговой процесс Карно, причем его КПД не зависит от природы рабочего тела. При осуществлении цикла Карно для газов основным препятствием является поддержание постоянства температур при изотермическом под-

воде и отводе теплоты от газа. Если же рабочим телом является влажный пар, то это препятствие отпадает, так как постоянство температуры в изобарных процессах подвода или отвода теплоты обеспечивается испарением или конденсацией части рабочего тела. Однако практически цикл Карно в паросиловых установках не используется из-за громоздкости насосной установки, сжимающей влажный пар с достаточно большим начальным объемом V_d.

На рис. 11.12, где для насыщенного пара* показан цикл Карно, работа насоса изображается заштрихованной площадью $a - d - n - m$, и нетрудно видеть, что размеры цилиндра насоса V_d и затрата работы на сжатие в нем влажного пара будут увеличиваться при повышении начального давления p_1 и уменьшении давления p_2, т. е. при переходе к более выгодным температурным условиям, обеспечивающим более высокие значения термического КПД цикла. Поэтому в паросиловых установках в качестве теоретического цикла принимается цикл, в котором осуществляется полная конденсация отработавшего пара. В этом случае в насосе происходит сжатие конденсата, а не влажного пара, что приводит к уменьшению объема цилиндра насоса и работы, затрачиваемой на его привод. Установка получается более компактной, менее дорогостоящей, и теплота в ней используется лучше, чем в установке, работающей по циклу Карно.

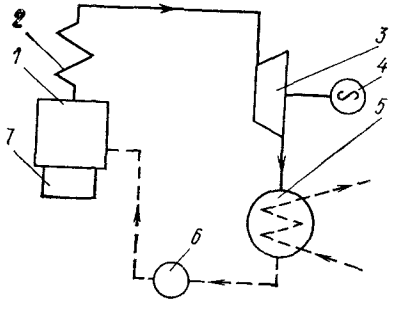
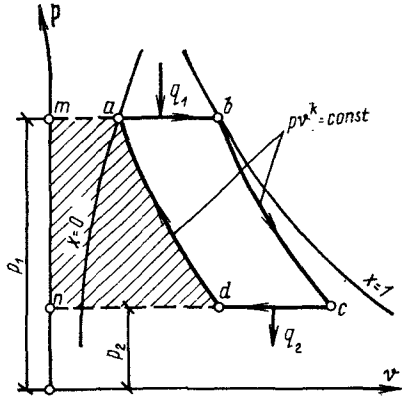


Рис. 11.11. Принципиальная схема простейшей паросиловой установки

1 — паровой котел; *2* — пароперегреватель; *3* — паровая турбина; *4* — генератор; *5* — конденсатор; *6* — насос; *7* — топка; ——— пар; — — — — вода

Теоретический цикл паросиловой установки, называемый иначе

* Далее показывается, что современные паросиловые установки с целью повышения КПД работают только на перегретом паре.



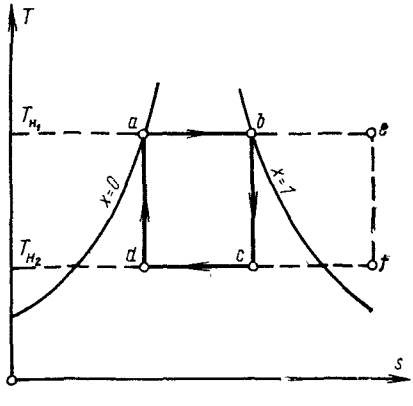


Рис. 11.12. К вопросу о непрактичности цикла Карно для паросиловой установки

циклом Ренкина, представлен в *pv*- и *Ts*-диаграммах на рис. 11.13.

Удельные объемы воды в точках *3*, *4* и *5* пренебрежимо малы по сравнению с удельными объемами пара в точках *6*, *1* и *2*, поэтому без ощутимой погрешности можно считать, что изобары жидкости в *Ts*-диаграмме сливаются с нижней пограничной кривой. Поскольку работа насоса, измеряемая площадью *3—7—8—4*, весьма незначительна по сравнению с работой пара в машине, не будем ее учитывать при выводе формулы для КПД.

Термический КПД цикла Ренкина можно определить, исходя из общей формулы $\eta_t = (q_1 - q_2)/q_1 = A_0 / q_1$. Теплота q_1 в цикле (см. рис. 11.13) подводится при постоянном давлении $p_к = p_1$ на участках *4—5* (подогрев воды до температуры кипения), *5—6* (испарение воды) и *6—1* (перегрев пара). Так как в изобарном процессе количество подведенной теплоты равно разности энтальпий в конечной и начальной точках процесса, то $q_1 = i_1 - i_4 =$ пл. *4—5—6—1—B—9*. Отвод теплоты в цикле осуществляется при давлении $p_2 = \text{const}$ на участке *2—4*. Следовательно, $q_2 = i_2 - i_4 =$ пл. *2—B—9—4*, тогда $q_1 - q_2 = i_1 - i_4 - i_2 + i_4 = i_1 - i_2$ и $\eta_t = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_4}$. Энтальпия в точке *4* представляет собой энтальпию конденсата, и в соответствии с принятыми выше обозначениями (§ 6.3) можно написать равенство $i_4 = i'_2$, тогда

$$\eta_t = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i'_2}. \qquad (11.8)$$

Разность $i_1 - i_2 = h_0 = A_0$ представляет собой полезную теплоту теоретического цикла паросиловой установки, равную адиабатическому теплопадению или разности энтальпий свежего и отработавшего пара.

При подсчетах термического КПД цикла весьма удобно пользоваться *is*-диаграммой водяного пара. Как видно из рис. 11.14, начальная энтальпия пара (точка *1*) получается пересечением изобары p_1 и изотермы t_1, а i_2 определяется по точке *2*, получаемой пересечением адиабаты, проведенной из точки *1*, с изобарой p_2. Значение i'_2 в соответствии с формулой (6.3) принимается равным $4{,}19\ t_{н_2}$ (при $t_{н_2} < 100°C$), где $t_{н_2}$ определяется по точке пересечения изобары p_2 с верхней пограничной кривой $x = 1$.

Наряду с термическим КПД теоретическое использование теплоты в паросиловых установках характеризуют также удельные расходы пара и теплоты. Обе характеристики относятся к единице полезной энергии, которой служит джоуль. Однако, ввиду того что эта единица мала, расход пара в технике вычислят на 1 кВт·ч. Таким образом, под удельным расходом пара d_0 понимают расход пара в кг на 1 кВт·ч, а под удельным расходом теплоты $q_{уд}$ — количество теплоты, необходимой для получения d_0 пара. Очевидно:

$$d_0 = 1/(i_1 - i_2); \qquad (11.9)$$

$$q_{уд} = q_1 d_0 = \frac{i_1 - i'_2}{i_1 - i_2} = \frac{1}{\eta_t}. \qquad (11.10)$$

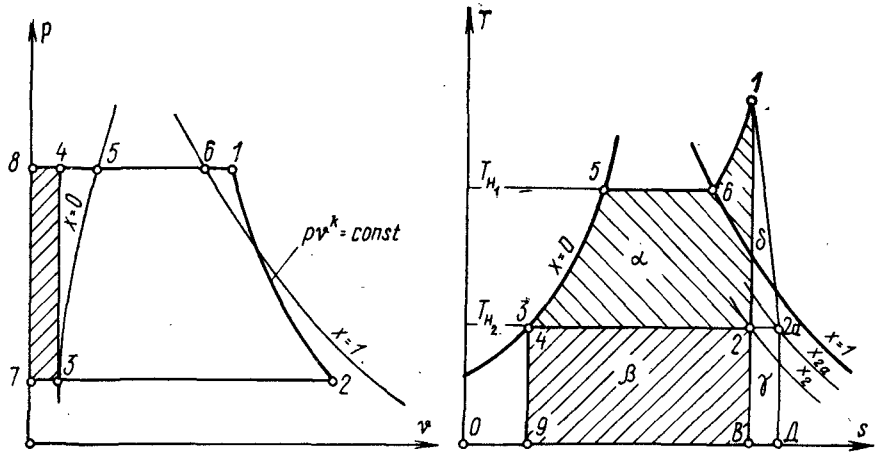


Рис. 11.13. Теоретический цикл паросиловой установки в *pv*- и *Ts*-диаграммах

1—2 — процесс адиабатного расширения пара в машине; *2—3* — процесс конденсации отработавшего пара; *3—4* — процесс повышения давления воды в насосе, протекающий практически без теплообмена с окружающей средой, при постоянной температуре и при постоянном объеме ввиду ничтожной сжимаемости конденсата; *4—5* — процесс подогрева воды в котле до температуры насыщения, соответствующей давлению в котле $p_к = p_1$; *5—6* — процесс парообразования в котле при давлении $p_к = p_1$; *6—1* — процесс подсушки и перегрева пара в пароперегревателе при давлении $p_к = p_1$; *Д, В, 9* — точки на оси абсцисс; *7, 8* — точки на оси ординат

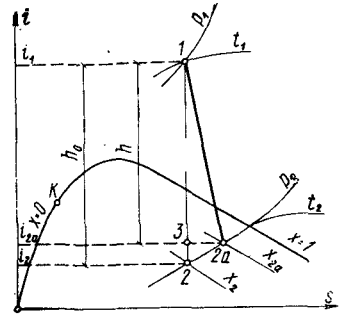


Рис. 11.14. Теоретический и действительный процессы расширения пара в турбине на *is*-диаграмме

Чтобы выразить расход пара на 1 кВт·ч, надо воспользоваться зависимостью 1 кг/Дж $= 3{,}6 \cdot 10^6$ кг/(кВт·ч).

Как видно из формулы (11.10), $q_{уд}$ и η_t — величины взаимно обратные и однозначно определяют друг друга, т. е. удельный расход теплоты вполне характеризует экономичность цикла Ренкина. Что же касается удельного расхода пара, то он сам по себе не может определять экономичность цикла, так как кроме термического КПД d_0 зависит еще от q_1 и может оказаться так, что при одинаковом удельном расходе пара термические КПД будут различны.

Действительный процесс расширения пара в паросиловых установках не является обратимым. Так, в паровой турбине расширение пара происходит при наличии ряда потерь, основной из которых является трение пара о стенки и внутри самого пара. Энергия, расходуемая на трение, превращается в теплоту, которая вновь воспринимается паром при расширении, причем частично эта теплота превращается в кинетическую энергию, а частично отдается паром в конденсаторе. Поэтому

действительный процесс расширения пара — процесс необратимый, и конечное его состояние при том же самом давлении p_2 отличается от конечного состояния при обратимом процессе расширения, так как действительный процесс, как всякий необратимый процесс, будет протекать с увеличением энтропии рабочего тела. Этот процесс в *is*-координатах будет изображаться уже не прямой *1—2* (s = const), а некоторой наклонной линией *1—2a* (см. рис. 11.14), которая является условным графиком необратимого процесса. Таким образом, в действительном процессе расширения пара:

$$s_{2a} > s_2 = s_1; \quad i_{2a} > i_2;$$
$$x_{2a} > x_2 \quad \text{и} \quad h < h_0.$$

Естественно, что и в *Ts*-координатах (см. рис. 11.13) точка *2a* находится правее точки *2* и на той же самой изобаре p_2, причем из-за необратимости процесса *1—2a* площадь цикла уже не измеряет полезную работу. Это легко доказать на основании следующих рассуждений.

Если бы процесс *1—2a* был обратимым процессом расширения, то площадь под ним по *Ts*-диаграмме соответствовала бы количеству теплоты в этом процессе. В данном случае при отсутствии внешней теплоты это будет теплота, получившаяся в результате трения. За счет этой теплоты пар совершил дополнительную работу, измеряемую площадью $1—2—2a = \delta$. Тогда полная работа пара в цикле будет выражена суммой площадей $\alpha + \delta$. Для получения полезной работы пара с учетом трения из полной работы нужно вычесть работу трения, которая полностью превратилась в теплоту, измеряемую суммой площадей $\gamma + \delta$. В результате полезная работа будет выражена разностью площадей $\alpha + \delta - \gamma - \delta = \alpha - \gamma$, не равных площади цикла.

Потери на трение уменьшают полезную действительную работу пара в двигателе, называемую внутренней работой и обозначаемую A_i. Отношение $A_i/A_0 = h/h_0 = \eta_{0i}$ называется относительным внутренним или просто относительным КПД. Он показывает степень совершенства действительного цикла по сравнению с теоретическим.

Действительное использование теплоты q_1^∂, сообщаемой пару в котле при переводе ее в работу, оценивается так же, как и в теоретическом цикле, отношением A_i/q_1^∂, которое называется абсолютным внутренним КПД и обозначается η_i. Этот КПД учитывает как отводимую теплоту q_2 в цикле, так и дополнительные внутренние потери в двигателе, т. е.

$$\eta_i = A_i/q_1^\partial = (q_1^\partial - q_2^\partial)/q_1^\partial,$$

где q_1^∂, q_2^∂ — количество сообщенной и отведенной теплоты в действительном цикле.

Из рис. 11.13 следует, что:

$$q_1^\partial = q_1 = \text{пл. } 4—5—6—1—B—9 = \alpha + \beta;$$
$$q_1^\partial = i_1 - i_4 = i_1 - i_2'; \quad q_2^\partial = \text{пл. } 2a—4—9—Д = \beta + \gamma = i_{2a} - i_2',$$

т. е.

$$A_i = q_1^\partial - q_2^\partial = i_1 - i_2' - i_{2a} + i_2' = i_1 - i_{2a}.$$

Тогда

$$\eta_i = \frac{i_1 - i_{2a}}{i_1 - i_2'} = \frac{h}{i_1 - i_2'} \qquad (11.11)$$

и

$$\eta_{0i} = \frac{A_i}{A_0} = \frac{i_1 - i_{2a}}{i_1 - i_2} = \frac{h}{h_0} \qquad (11.12)$$

Нетрудно показать, что $\eta_i = \eta_t \eta_{0i}$.

Действительно,

$$\eta_t \eta_{0i} = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_2'} \frac{i_1 - i_{2a}}{i_1 - i_2} = \frac{i_1 - i_{2a}}{i_1 - i_2'},$$

а это и есть η_i в соответствии с уравнением (11.11).

Для нахождения точки $2a$ в is-диаграмме по заданной величине η_{0i} воспользуемся уравнением (11.12), из которого следует

$$i_1 - i_{2a} = (i_1 - i_2)\,\eta_{0i} = h_0\,\eta_{0i}$$

или

$$i_{2a} = i_1 - \eta_{0i} h_0, \qquad (11.13)$$

т.е. для того чтобы определить в is-диаграмме точку $2a$, соответствующую действительному состоянию отработавшего пара, нужно от точки 1 по вертикали вниз отложить отрезок $\eta_{0i}h_0$ и через полученную точку 3 (см. рис. 11.14) провести линию $i_{2a} = \text{const}$. Пересечение ее с конечной изобарой p_2 и дает точку $2a$.

Способы повышения экономичности паросиловых установок. Повышение КПД паросиловых установок имеет чрезвычайно большое значение, так как это приводит к огромной экономии топлива. Например, увеличение КПД всего лишь на 1% в паросиловой установке мощностью 50 тыс. кВт уменьшает часовой расход условного топлива* до 250 кг. Обобщение результатов исследований влияния параметров пара на экономичность цикла паросиловой установки показывает, что КПД цикла повышается при увеличении начального давления и температуры пара (p_1 и t_1) и при понижении его конечного давления p_2. Это подтверждают подсчеты η_t по формуле (11.8), приведенные в табл. 11.1

ТАБЛИЦА 11.1. ЗАВИСИМОСТЬ η_t ОТ p_1, t_1, p_2

p_1, МПа	η_t, %	t_1, °С	η_t, %	p_2, МПа	η_t, %
1,5	34	300	37,4	0.004	38,9
2,5	36,9	350	38	0,01	36,3
5	38,9	400	38,9	0,08	29,6
7,5	40,5	450	39,5	0,12	27,8
10	41,5	500	40,2	0,2	25,5
12,5	42	550	40,8	0,3	22,3
$t_1 = 400$° С; $p_2 = 0{,}004$ МПа		$p_1 = 5$ МПа; $p_2 = 0{,}094$ МПа		$p_1 = 5$ МПа; $t_1 = 400$° С	

* Условным топливом называется топливо с теплотой сгорания 29 300 кДж/кг (см. § 18.3).

для различных значений p_1 (при постоянных t_1 и p_2), t_1 (при постоянных p_1 и p_2) и p_2 (при постоянных p_1 и t_1).

Увеличение p_1 и уменьшение p_2, повышая КПД, увеличивают влажность пара в конце его расширения, способствуя этим разрушению (эрозии) лопаток рабочего колеса турбины (допустимая влажность пара не должна превышать 10%). Чтобы этого избежать, при высоких p_1 применяют промежуточный перегрев пара. Сущность этого метода заключается в том, что пар, приблизившийся к состоянию насыщения в результате расширения в турбине, отводят в специальный агрегат, называемый перегревателем, где он подвергается повторному перегреву, а затем пар вновь возвращают в турбину, где продолжается его расширение до давления в конденсаторе.

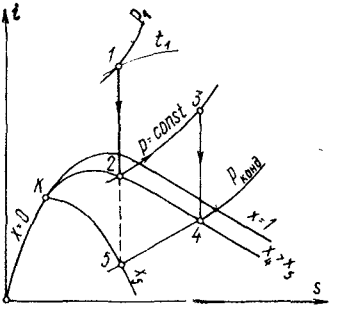


Рис. 11.15. Процесс расширения пара в турбине в *is*-диаграмме при наличии промежуточного перегрева пара

1—2 — процесс расширения пара в области высокого давления турбины; *2—3* — промежуточный перегрев пара; *3—4* — процесс расширения пара в области низкого давления турбины; *2—5* — возможный процесс расширения пара в турбине без его промежуточного перегрева

На рис. 11.15, где схематично представлен процесс расширения пара в *is*-диаграмме, наглядно показано, что наличие промежуточного перегрева повышает конечную степень сухости пара. Вместе с тем при правильном выборе давления вторичного перегрева он приводит и к увеличению экономичности установки.

Для повышения КПД использования теплоты широко применяют паросиловые установки, работающие по теплофикационному циклу. Особенностью таких установок является то, что в них вырабатывают для централизованного снабжения потребителя одновременно два вида продукции — электрическую и тепловую энергию. Такие тепловые электрические станции называются теплоэлектроцентралями (ТЭЦ) в отличие от так называемых конденсационных электрических станций (КЭС), которые вырабатывают один вид продукции — электрическую энергию. В некоторых ТЭЦ отсутствует конденсатор. Давление p_2 у них часто больше атмосферного и выбирается в соответствии с требованиями потребителей теплоты (0,2—0,4 МПа). Такие турбины называются турбинами с противодавлением.

Естественно, что при повышении p_2 уменьшается термический КПД цикла по сравнению с η_t конденсационной паросиловой установки с теми же начальными параметрами пара. Однако общий коэффициент использования теплоты $\eta = (A_0 + q_2')/q_1$ (где q_2' — теплота, использованная для производственных целей) возрастает до 65—70% против $\eta_t^{макс} = 42$—45% в чисто конденсационных установках.

Такой теплофикационный цикл имеет существенный недостаток: он не может обеспечить независимых теплового и электрического графиков работы станций, так как выработка электрической энергии оп-

ределяется тепловым потребителем пара или наоборот. Поэтому на современных ТЭЦ, как правило, паросиловые установки работают по циклу с промежуточным отбором пара, представляющим собой комбинацию конденсационной и теплофикационной турбин. По экономичности этот тип паросиловой установки уступает теплофикационной установке с противодавлением и приближается к ней по мере увеличения количества отбираемого пара. Однако, изменяя количество пара, идущего к потребителю и в конденсатор, можно получить независимые тепловой и электрический графики работы станций.

Помимо указанных методов повышения экономичности паросиловых установок существуют и другие способы, позволяющие увеличить их КПД: например, использование регенеративного цикла, применение бинарных циклов, и в частности парогазовых, подробно рассматриваемых в специальной литературе [4,5].

§ 11.5. Паровая турбина

В настоящее время паровая турбина является фактически единственным двигателем для современных крупных тепловых электростанций.

Паровая машина как тепловой двигатель утратила свое значение для стационарных и транспортных силовых установок ввиду слишком низкого КПД, перевода железнодорожного транспорта на тепловозную и электровозную тягу и строительства судов с дизельными и турбинными силовыми установками.

Первая паровая турбина мощностью 4,4 кВт была построена Парсонсом в 1885 г., а уже в 1913 г. мощность турбины была доведена до 25 МВт, и в дальнейшем техника конструирования мощных паровых турбин развивалась более интенсивно. В 20-х годах появились турбины мощностью около 100 МВт, а в настоящее время имеются турбинные блоки мощностью 1200 МВт.

Рабочий процесс в турбине состоит из двух последовательно протекающих этапов: преобразование тепловой энергии пара в кинетическую и преобразование кинетической энергии пара во вращательную энергию вала турбины. Устройство ступени турбины показано на рис. 11.16.

Превращение тепловой энергии в кинетическую осуществляется в соплах с косым срезом, в которых пар расширяется вследствие понижения давления и приобретает некоторую конечную скорость c_1^* и кинетическую энергию $c_1^2/2$.

Передача кинетической энергии пара вращающемуся валу турбины осуществляется следующим образом. Струя пара, выходящая из сопла со скоростью c_1 под некоторым углом α_1^0 к плоскости диска (рис. 11.17), проходит между лопатками рабочего колеса, изменяя на-

---

* При рассмотрении процессов в турбинах принято буквой c обозначать абсолютную скорость, буквой w — относительную, а индексами 0, 1, 2 — все величины, характеризующие состояние пара или газа соответственно перед соплами, за соплами и за рабочим колесом турбины.

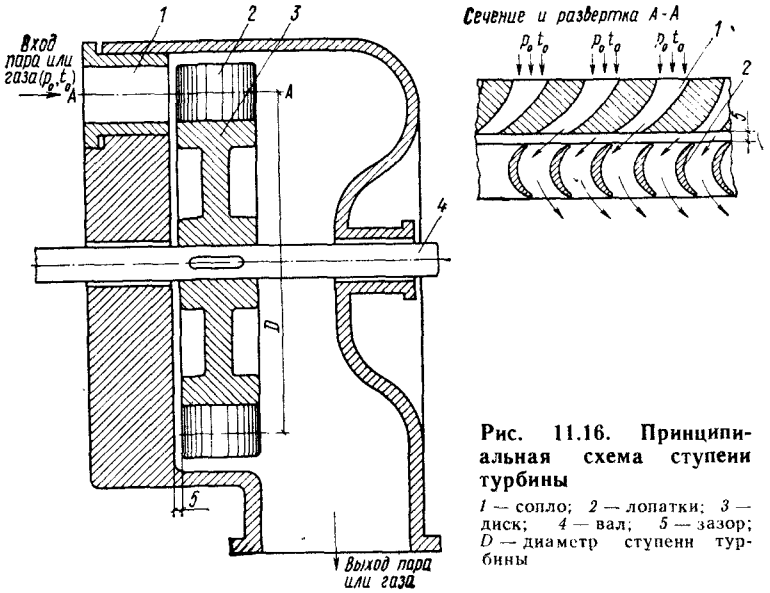


Рис. 11.16. Принципиальная схема ступени турбины

1 — сопло; *2* — лопатки; *3* — диск; *4* — вал; *5* — зазор; *D* — диаметр ступени турбины

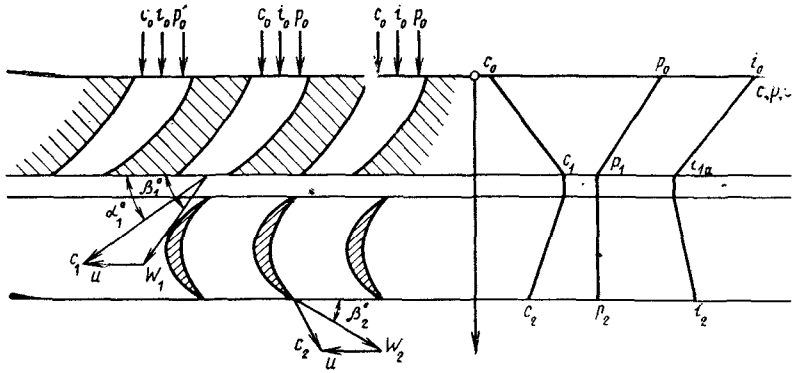


Рис. 11.17. Схема потока пара в активной ступени турбины

правление своего движения, и выходит из лопаточных каналов со скоростью c_2. Возникающая при криволинейном движении пара между лопатками центробежная сила приводит во вращение лопатки, а вместе с ними диск и вал турбины.

Если среднюю окружную скорость лопаток (соответствующую диаметру D на середине высоты лопатки) обозначить $u = \pi Dn$ (где n — частота вращения вала), то вектор относительной скорости входа пара на лопатки w_1 можно определить как геометрическую разность векторов скоростей c_1 и u путем построения треугольника скоростей входа пара на лопатки (см. рис. 11.17). Вектор относительной скорости входа пара на лопатки направлен к плоскости диска рабочего колеса под

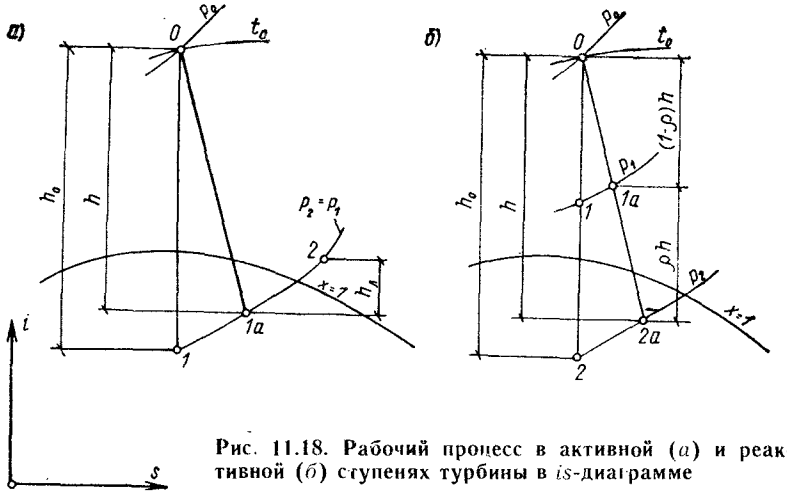


Рис. 11.18. Рабочий процесс в активной (*а*) и реактивной (*б*) ступенях турбины в *is*-диаграмме

углом β_1^0. Очевидно, что именно этот угол входа должна иметь лопатка, для того чтобы пар поступал в лопаточный канал без удара. Пройдя этот канал, пар приобретает относительную скорость w_2, направленную под углом β_2^0 к плоскости диска рабочего колеса. Вследствие потерь при движении пара скорость выхода w_2 меньше скорости входа. Обычно w_2 выражают в долях от w_1, т. е. $w_2 = \psi w_1$ (где ψ— скоростной коэффициент лопатки, равный 0,93—0,97). Абсолютную скорость выхода пара из лопаточных каналов рабочего колеса c_2 находят как геометрическую сумму скоростей w_2 и u (см. рис. 11.17). Очевидно,что при равенстве углов β_1^0 и β_2^0 значение c_2 будет также меньше c_1.

Уменьшение скорости w_2 по отношению к скорости w_1 связано с потерей кинетической энергии потока пара на лопатках, равной:

$$h_л = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = \frac{1}{2} w_1^2 (1 - \psi^2).$$

Эта потеря кинетической энергии повышает энтальпию пара, выходящего из лопаточных каналов рабочего колеса турбины, до $i_{1a} + h_л = i_2$ (рис. 11.18, *а*).

На рис. 11.17 показаны условные* графики изменения абсолютной скорости c, давления p и энтальпии i пара при прохождении его через сопла и лопаточные каналы рабочего колеса турбины, работающей по описанному принципу. Из графиков следует, что абсолютная скорость пара в соплах увеличивается от начальной c_0 перед ними до c_1 за соплами и уменьшается на лопатках рабочего колеса, достигая величины c_2 при выходе из них. Давление пара при расширении в соплах уменьшается от начального p_0 до конечного p_1 и остается без изменения при дальнейшем прохождении пара через лопаточные каналы ра-

* Условные в том смысле, что законы изменения c, i, p показаны в виде прямолинейных зависимостей.

бочего колеса, т. е. $p_2 = p_1$. Энтальпия пара уменьшается в соплах от i_0 до i_{1a}, а на рабочих лопатках увеличивается вследствие потерь на трение до $i_2 = i_{1a} + h_л$.

Рассмотренный принцип работы ступени паровой турбины называют а к т и в н ы м. Турбины, работающие по этому принципу, называются а к т и в н ы м и, или турбинами равного давления. Характерная особенность этих турбин — наличие процесса расширения пара, т. е. уменьшения его давления только в соплах. В лопаточных каналах рабочего колеса давление пара остается постоянным, а скорость пара как относительная, так и абсолютная уменьшается.

Помимо активного принципа работы применяется также р е а к т и в н ы й принцип работы ступени турбины. Сущность его состоит в том, что в соплах происходит неполное расширение пара от p_0 до давления p_1 ($p_2 < p_1 < p_0$) и в кинетическую энергию превращается лишь некоторая часть всего теплопадения в ступени $(1 - \rho)\,h$ (рис. 11.18, *б*). Оставшаяся часть теплопадения ρh преобразуется в кинетическую энергию непосредственно в лопаточных каналах рабочего колеса, где пар продолжает расширяться от давления p_1 до конечного давления p_2. Величина ρ, представляющая собой долю всего теплопадения ступени, приходящуюся на рабочие лопатки, называется с т е п е н ь ю р е а к ц и и. В последних ступенях современных паровых турбин степень реакции близка к 0,5. В первых ступенях ρ выбирают в пределах 0,1—0,2, что упрощает изготовление турбины, так как профиль сопловых и лопаточных каналов получается одинаковым.

В реактивной ступени скорость выхода пара из сопел меньше, чем в активной ступени, и будет определяться выражением

$$c_1 = \varphi \sqrt{2(1-\rho)\,h_0} = \sqrt{2(1-\rho)\,h}. \qquad (11.14)$$

Возможность расширения пара в лопаточном пространстве рабочего колеса реактивной ступени достигается тем, что профиль лопаточных каналов аналогичен профилю сопла, т. е. ширина лопаточного канала по его протяженности не остается постоянной, как в активной ступени, и лопатка рабочего колеса реактивной ступени уже не имеет симметричного профиля (рис. 11.19). Естественно, что падение давления пара от p_1 до p_2 при движении между лопатками обусловливает увеличение его относительной скорости и $w_2 > w_1$. Увеличение скорости, т. е. наличие ускорения в соответствии со вторым законом Ньютона, свидетельствует о том, что на движущуюся струю пара действует сила, направленная в сторону перемещения лопаток, а по третьему закону Ньютона этой силе противодействует равная ей и противоположно направленная сила, приложенная непосредственно к лопаткам. Эта последняя сила и называется реактивной. Таким образом, на лопатки действуют в одну и ту же сторону две силы — реактивная и центробежная, возникающая вследствие изменения направления движения пара. В активной ступени на лопатки рабочего колеса действуют только центробежные силы.

На рис. 11.19 представлены треугольники скоростей реактивной ступени, построенные так же, как и на рис. 11.17. Треугольник скоростей входа пара на рабочие лопатки позволяет определить относитель-

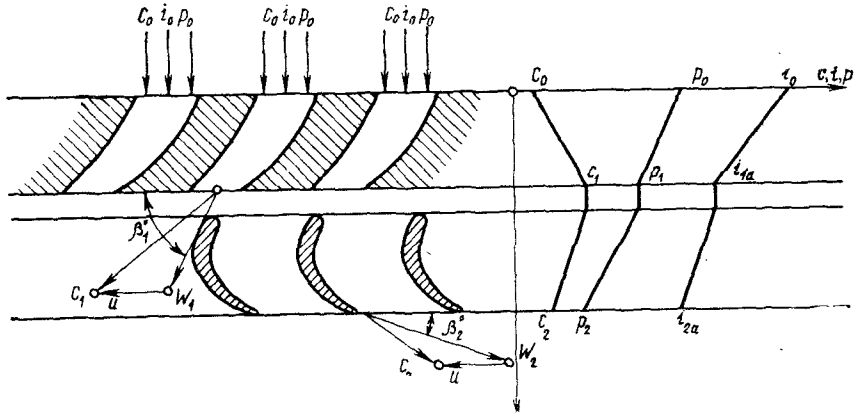


Рис. 11.19. Схема потока пара в реактивной ступени турбины

ную скорость w_1 и угол β_1^0. Поскольку профиль лопаточного канала выполняется аналогично профилю сопла, угол выхода β_2^0 должен быть меньше угла входа β_1^0, и тогда, несмотря на увеличение относительной скорости w_2, абсолютная скорость пара на выходе из колеса c_2 как геометрическая сумма w_2 и u получается меньше c_1.

Необходимо отчетливо представлять, что выходная скорость пара c_2 должна быть всегда меньше скорости входа пара на рабочее колесо c_1, ибо только в этом случае турбина является двигателем, поскольку полезная работа 1 кг пара осуществляется только за счет разности его кинетических энергий на входе и выходе из рабочего колеса: $\frac{1}{2}(c_1^2 - c_2^2)$. Чем меньше будет выходная скорость пара c_2, тем при прочих равных условиях больше будет мощность, развиваемая турбиной. Изменения давлений, скоростей и энтальпий пара при прохождении через реактивную ступень турбины показаны на графиках (см. рис. 11.19), из которых видно, что закон изменения скоростей пара такой же, как и для активной ступени турбины. Что же касается графиков изменения давлений и энтальпии пара, внешне сходных между собой, то вследствие расширения пара в лопаточных каналах и давление, и энтальпия пара на выходе из рабочего колеса меньше, чем на входе. Из-за уменьшения давления пара в рабочем колесе реактивная ступень паровой турбины иначе называется ступенью избыточного давления.

Сравнение активной и реактивной ступени паровой турбины показывает, что основное преимущество реактивной ступени заключается в лучшем заполнении лопаточного пространства рабочего колеса паром в результате его расширения. Как следствие этого и мощность, развиваемая реактивной ступенью турбины, больше, чем активной, при прочих одинаковых условиях.

Существенный недостаток реактивной ступени — наличие больших осевых усилий на вал турбины по сравнению с активной ступенью. Это объясняется тем, что в реактивной ступени помимо осевого давления, создаваемого потоком пара, появляется добавочное осевое усилие на диск и лопатки, обусловленное разностью давлений пара по обе

стороны лопатки из-за несимметричности ее профиля. Добавочное осевое усилие бывает столь большим, что приходится устанавливать специальные разгрузочные приспособления для снятия этого усилия. Естественно, что это усложняет и утяжеляет конструкцию турбины.

Для наиболее выгодного использования кинетической энергии пара, которая получается при его расширении в соплах, рабочие колеса иногда выполняют с двумя и даже тремя ступенями скорости. Это позволяет заметно уменьшить потери энергии при выходе пара из ступени турбины. Схема работы такой двухвенечной ступени (с двумя ступенями скорости) показана на рис. 11.20.

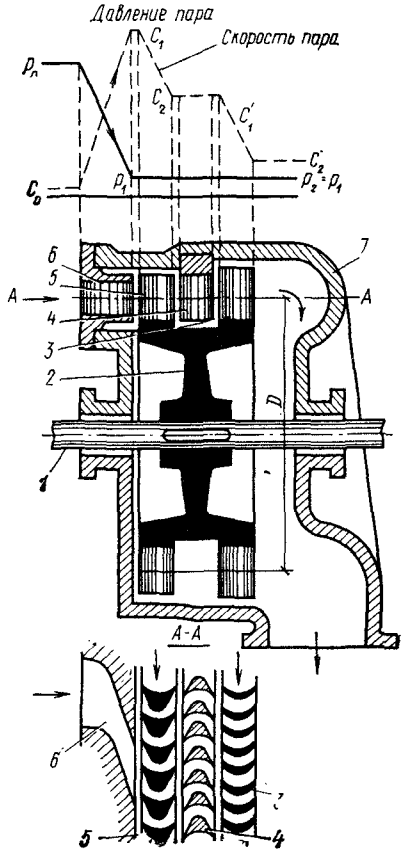


Рис. 11.20. Схема активной турбины с двумя ступенями скорости

1 — вал; *2* — диск рабочего колеса; *3* — лопатки второго венца; *4* — направляющие лопатки; *5* — лопатки первого венца; *6* — сопло; *7* — корпус

Пар после расширения в соплах поступает в первый ряд лопаток, где скорость уменьшается от c_1 до c_2. После этого пар должен поступить во второй ряд лопаток. Однако для этого ему надо дать то же направление движения, которое он имел при поступлении в первый ряд рабочих лопаток. С этой целью устанавливают так называемые направляющие лопатки, жестко связанные с корпусом турбины. При прохождении между этими лопатками восстанавливается направление движения, измененное в первом ряду лопаток. Только после этого пар поступает во второй ряд лопаток, где используется еще некоторая часть остающейся в потоке кинетической энергии, и приобретает выходную скорость $c_2' < c_2$. Давление и энтальпия пара остаются постоянными (в действительности энтальпия несколько возрастает вследствие потерь при обтекании лопаток).

Если увеличивать полное теплопадение в ступени турбины, естественно, будут возрастать скорости c_1 и c_2 и при этом доля потерь с выходной скоростью (c_2/c_1) будет также повышаться. Чтобы этого не происходило, необходимо пропорционально c_1 увеличивать окружную скорость u, иначе говоря, сохранять подобие треугольников скоростей при больших и малых значениях c_1 (см. рис. 11.17). Однако возможность повышения окружной скорости ограничена допустимыми механически-

ми напряжениями в диске и лопатках от центробежных сил, которые увеличиваются пропорционально квадрату окружной скорости. Поэтому для использования всего теплопадения его реализуют не в одной ступени, а последовательно в ряде ступеней, деля весь перепад давлений на отдельные части. Эти ступени называются *ступенями давлений*.

Ранее было отмечено (см. § 11.4), что повышение экономичности циклов паросиловых установок достигается применением пара с высокими начальными параметрами (p_1 и t_1) и низкими конечными давлениями отработавшего пара (p_2). В настоящее время температура порядка 550° С при давлении 13—15 МПа практически освоена. При таких начальных параметрах и конечном давлении 0,003 — 0,005 МПа полное теплопадение достигает 1500 кДж/кг, а для активной ступени при допустимых окружных скоростях необходимое полное теплопадение составляет всего около 60 кДж/кг. В реактивных ступенях турбины из-за применения более низких окружных скоростей теплопадение на ступень составляет около 25 кДж/кг. Практика показывает, что наименьшее число ступеней давления, при котором удается получить наиболее высокие внутренние относительные КПД, составляет 15—18 для активных турбин и 35—40 для реактивных. Под внутренним относительным КПД ступени турбины понимают отношение

$$\eta_{0i}^{\text{ступ}} = (h_0 - \Sigma h_{\text{пот}})/h_0,$$

где $\Sigma h_{\text{пот}}$ — сумма потерь от h_0, обусловленная несовершенством действительного процесса расширения пара по сравнению с обратимым адиабатным процессом расширения; $\Sigma h_{\text{пот}}$ включает потери на трение диска о пар, вентиляционные потери, потери на перетекание пара помимо лопаток, потери от влажности пара и потери от неполноты использования энергии выходной скорости в следующей ступени.

Если для турбины известны η_{0i}, механический КПД $\eta_{\text{м}}$ и секундный расход пара M, то мощность, снимаемую с вала турбины N_e, кВт, можно определить по равенству

$$N_e = Mh_0\eta_{0i}\eta_{\text{м}} = Mh\eta_{\text{м}}, \qquad (11.15)$$

где $h = h_0\eta_{0i}$ — сумма реализованных теплопадений во всех ступенях.

На рис. 11.21 показан разрез активной турбины с тремя ступенями давления. Давление пара в первой ступени падает от p_0 до p_1; получающаяся за счет этого в ступени энергия используется на создание скорости, после чего вновь происходит падение давления в следующей ступени и т. д. Соответственно этому принципу работы с помощью неподвижных перегородок, называемых диафрагмами, турбины делят на столько частей, сколько устроено ступеней давления. В каждой такой части установлено отдельное рабочее колесо с рабочими лопатками. В неподвижные перегородки (диафрагмы) встроены сопла, в которых происходит очередное падение давления пара. При этом пар принимает такое же направление движения, какое он имел при поступлении в первый ряд рабочих лопаток. Проходя все ступени, пар постепенно расширяется в соплах (иногда в лопаточных каналах рабочего колеса, если ступень работает по реактивному принципу) и через выхлопной

патрубок выбрасывается из турбины.

В многоступенчатых реактивных турбинах нет диафрагм, разделяющих ступени, и их сопловые аппараты имеют вид неподвижных лопаток, закрепляемых в корпусе турбины. Рабочие лопатки крепят на общем барабане. Подобная конструкция снижает дополнительные осевые усилия на вал турбины. В противном случае эти усилия, обусловленные разностью давлений пара по обе стороны лопаток, действовали бы на всю поверхность диска рабочего колеса и предохранить вал турбины от осевого перемещения было бы весьма трудно.

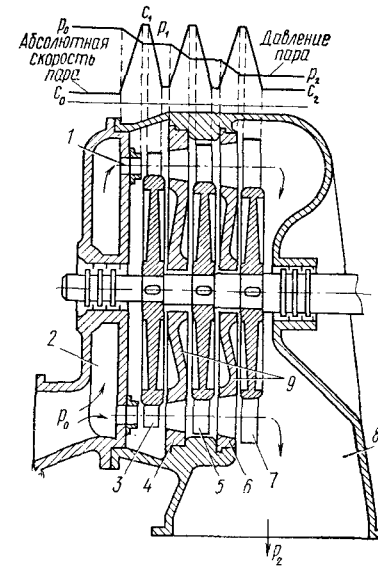


Рис. 11.21. Схема активной турбины с тремя ступенями давления

1, 4, 6 — сопла первой, второй и третьей ступеней; *2* — входной патрубок; *3, 5, 7* — рабочие лопатки соответственно первой, второй и третьей ступеней; *8* — выхлопной патрубок; *9* — диафрагмы

Современные паровые многоступенчатые турбины строятся обычно по активно-реактивному типу, т. е. ступени высоких давлений работают по активному принципу, а ступени низких давлений — по реактивному. Это объясняется тем, что пар, имея высокое давление, достаточно хорошо заполняет лопаточное пространство рабочего колеса и без расширения в нем и в то же время не создает на лопатках дополнительных осевых усилий.

В ступенях же низкого давления пар должен расширяться в лопаточных каналах, чтобы лучше их заполнить, и дополнительные осевые усилия из-за небольших разностей давлений пара по обе стороны лопатки получаются не столь большими.

По мере прохождения пара через ступени турбины объем его возрастает и соответственно должны увеличиваться проходные сечения для пара (диаметр колес и высота лопаток). Это повышает механические напряжения в дисках колес и лопатках. Поэтому мощность турбины, вырабатываемая потоком пара, имеет предел, определяемый прежде всего высотой лопаток последней ступени.

В зависимости от электрической и тепловой нагрузок в турбину должно быть подано в каждый момент определенное количество пара. Это достигается соответствующими системами регулирования и парораспределения. Существуют три способа подачи пара в турбину, и соответственно этим способам регулирование называется дроссельным, обводным (или байпасным) и сопловым. При дроссельном парораспределении весь пар, поступающий в турбину, проходит через дроссельный клапан и подводится ко всему сопловому аппарату первой ступени турбины; при обводном — регулируется количество пара, подводимого к промежуточным ступеням турбины, а при сопловом — к каждой

группе сопел; это наиболее совершенный способ регулирования. Обычно последние способы совмещаются.

Если турбина предназначена для выработки как механической, так и тепловой энергии, то она называется теплофикационной. Освоен серийный выпуск турбин мощностью до 800 МВт, использующих пар с начальными параметрами: p_0=24 МПа и t_0= 570°С при конечном давлении p_2 = 0,0035 МПа. В десятой пятилетке уже вошел в строй уникальный энергоблок мощностью 1200 МВт на Костромской ГРЭС. Ведутся работы по созданию турбин мощностью 1500 МВт.

Имеющиеся большие запасы ядерного горючего, превышающие по количеству энергии в несколько раз запасы угля, нефти, газа, обусловили перспективность развития атомных электростанций. На этих станциях превращение ядерной энергии в электрическую осуществляется с помощью промежуточного рабочего тела — пара. В зависимости от того, получается пар в специальном парогенераторе или непосредственно в реакторе, различают двух - и одноконтурные тепловые схемы атомных электростанций. В последнем случае рабочее тело будет обладать радиоактивностью, что представляет опасность для персонала, обслуживающего установку, поэтому требуется биологическая защита не только реактора, но и парового котла.

КПД эксплуатируемых и строящихся атомных электростанций (АЭС) находится в пределах 17—38%.

Ни одна отрасль техники не развивается так быстро, как атомная энергетика. С 1954 г.— года пуска первой в мире атомной электростанции в СССР — до января 1979 г. (за 16 лет) в разных странах мира было построено 80 АЭС общей мощностью более 15 млн. кВт.

В планах развития народного хозяйства СССР атомная энергетика занимает видное место. За десятую пятилетку мощность АЭС в Советском Союзе возросла с 4,9 до 12,5 млн. кВт. К 1985 г. на АЭС будет введено 24—25 млн. кВт новых мощностей, что составит более 35% новых энергетических мощностей, планируемых ввести в действие в одиннадцатой пятилетке.

В настоящее время проводятся исследования устройств, предназначенных для прямого превращения теплоты в электрическую энергию без применения движущихся механических деталей. Разработаны следующие способы безмашинного преобразования энергии:

1) магнитогидродинамический способ, основанный на взаимодействии движущихся относительно друг друга проводника с током, в качестве которого используется ионизированный газ (плазма), и магнитного поля. В ближайшие 5—10 лет будут освоены первые опытно-промышленные МГД-установки;

2) использование топливных элементов, представляющих собой электрохимические устройства, преобразующие химическую энергию топлива и окислителя в электричество;

3) применение термоэлектрических генераторов, принцип работы которых основан на трех термоэлектрических эффектах: эффекте Зеебека, когда в разомкнутой цепи, состоящей из двух разнородных проводников, концы которых находятся при различных температурах, возникает э. д. с.; эффекте Пельтье, когда при прохождении тока в тер-

мически однородной системе через стык двух различных проводников на стыке выделяется или поглощается теплота; эффекте Томсона, когда в термически неоднородной системе помимо теплоты Джоуля выделяется теплота Томсона, пропорциональная градиенту температуры и силе тока. Термогенераторы фактически работают по принципу термопар, которые выполняются из полупроводниковых материалов;

4) использование термоэлектронных генераторов.

Характерно, что работа перечисленных безмашинных генераторов электричества определяется наличием в них источников теплоты и холода, поэтому для их расчета применяются методы термодинамики, подробно излагаемые в специальной литературе [4,5].

§ 11.6. Эксергетический метод исследования экономичности теплосиловых установок

Термический КПД цикла ($\eta_t = \frac{A_ц}{q_1}$), определяемый как отношение полезной работы ко всей теплоте, подведенной к рабочему телу, не дает представления об истинной экономичности превращения теплоты в работу. Объясняется это тем, что работа может быть полностью превращена в теплоту, а теплота в цикле, по второму закону термодинамики, никогда не может полностью перейти в работу. Поэтому термический КПД представляет собой в действительности отношение качественно различных величин и характеризует лишь количественное их соотношение.

Более правильно оценивать КПД теплосиловых установок отношением работы, полученной от потока рабочего тела, прошедшего через установку, к максимально возможной работе, которую это рабочее тело могло бы совершить. Известно, что работа будет максимальной, когда процессы изменения состояния рабочего тела будут термодинамически обратимыми, и в конце процесса рабочее тело придет в равновесие с окружающей средой, т. е. его параметры примут значения, равные параметрам этой среды p_0 и T_0. Естественно, что после этого рабочее тело должно быть удалено из установки, так как дальнейшее получение энергии будет уже невозможно.

Эта максимальная полезная работа, совершаемая единицей рабочего тела при обратимом переходе из состояния, характеризуемого параметрами p_1, T_1, s_1, i_1, в состояние равновесия с окружающей средой, характеризуемое параметрами p_0, T_0, s_0, i_0 (теплообмен происходит при T_0), называется эксергией, или технической работоспособностью единицы рабочего тела, и обозначается буквой e. Математическое выражение для эксергии может быть написано из уравнений первого закона термодинамики (2.8′) для газового потока $\int_1^0 dq = i_0 - i_1 + A_0$ и уравнения (2.12) для изменения энтропии в обратимом процессе $\int_1^0 \frac{dq}{T} = s_0 - s_1$.

Умножая уравнение (2.12) на T_0 и вычитая результаты из уравнения (2.8′), получим:

$$\int_1^0 dq - \int_1^0 dq \frac{T_0}{T} = i_0 - i_1 + A_0 - T_0 (s_0 - s_1)$$

или

$$\int_1^0 \frac{T - T_0}{T} dq = i_0 - i_1 + A_0 - T_0 (s_0 - s_1). \qquad (11.16)$$

В этом уравнении A_0 представляет собой работу, совершаемую единицей рабочего тела при прохождении его через систему. Как указывалось, эта работа достигает максимального значения e в том случае, если процесс в системе протекает термодинамически обратимо и доходит до равновесного состояния с окружающей средой. Для случая, когда имеется лишь один внешний источник теплоты и им является сама окружающая среда, обратимое протекание процесса может быть следующим. Сначала рабочее тело расширяется обратимо по адиабате и его температура понижается до температуры окружающей среды T_0. После этого процесс обратимого расширения продолжается по изотерме при температуре T_0 с поглощением из окружающей среды теплоты и падением давления до p_0. При таком протекании процесса левая часть уравнения (11.16) должна быть равна нулю, так как на адиабатном участке $dq = 0$, а на изотермическом участке $T = T_0$. Поэтому максимальное значение A_0 может быть представлено равенством

$$A_0^{\text{макс}} = e = (i_1 - i_0) - T_0 (s_1 - s_0). \qquad (11.17)$$

Полученное уравнение показывает, что эксергия (как и энергия) является функцией состояния, но ее значение в отличие от энергии зависит также от параметров окружающей среды. Своеобразие эксергии в том, что ее можно рассматривать как функцию состояния неравновесной системы из среды и источника работы в виде потока. Не следует думать, что понятие эксергии применимо только к потоку. Последнее объясняется тем, что в большинстве теплосиловых и холодильных установок мы имеем дело с непрерывным потоком рабочего тела (продукты сгорания топлива, пар, воздух, холодильные агенты). В принципе можно рассматривать эксергию не только потока, но и замкнутого объема.

Эксергия потока легко определяется с помощью is-диаграммы (рис. 11.22). Из точки 1 с параметрами p_1 и T_1 проводят вертикальную прямую до пересечения в точке B с горизонталью, идущей из точки O, определяющей состояние рабочего тела при параметрах среды p_0 и T_0. Отрезок $1B$ равен разности энтальпий $(i_1 - i_0)$. Далее из точки O под углом α к оси абсцисс проводят прямую AO. Так как по формуле (5.29) $\left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_p = T$, то в is-диаграмме $\operatorname{tg} \alpha = T_0$, $\alpha = \operatorname{arctg} T_0$. Прямая AO носит название «прямой среды» и представляет собой касатель-

ную к изобаре $p_0 = \text{const}$ в точке O, соответствующей состоянию среды. Из рис. 11.22 видно, что $OB = s_1 - s_0$, $AB = (s_1 - s_0)\,\text{tg}\,\alpha$, т. е. $AB = (s_1 - s_0)\,T_0$. Следовательно, длина отрезка $1A$, представляющая собой разность длин отрезков $1B$ и AB, равна $[(i_1 - i_0) - T_0\,(s_1 - s_0)]$, т.е. эксергии e. Таким образом, эксергия потока с параметрами p_1 и T_1 относительно среды с параметрами p_0 и T_0 равна в is-диаграмме расстоянию по вертикали между точкой, изображающей состояние этого потока, и «прямой среды».

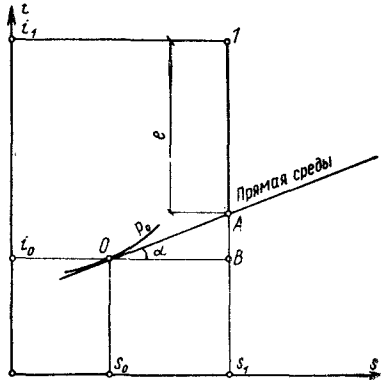


Рис. 11.22. Интерпретация потока эксергии e в is-диаграмме

Наряду с описанным способом определения эксергии используется и специальная es-диаграмма, которая фактически представляет собой косоугольную is-диаграмму, где ось энтальпии расположена под углом $(90° + \alpha)$ к оси энтропии ($\alpha = \text{arstg}\,T_0$). es-диаграмма строится для одного конкретного значения температуры среды T_0 [4].

Понятие эксергии весьма удобно использовать для анализа степени термодинамического совершенства того или иного теплового агрегата. Рассмотрим для примера турбину, в которую входит поток рабочего тела с параметрами p_1 и T_1, а выходит с параметрами p_2 и T_2; внутри турбины этот поток совершил полезную работу $A_{\text{пол}}$. Если процесс внутри агрегата необратим, то в нем теряется работоспособность ΔA потока, которая будет равна:

$$\Delta A = (e_1 - e_2) - A_{\text{пол}}, \qquad (11.18)$$

где e_1, e_2 — эксергия потока на входе в агрегат и на выходе из агрегата; ΔA — потеря работоспособности, обусловленная трением и теплообменом с окружающей средой.

При отсутствии потери работоспособности ($\Delta A = 0$) поток совершил бы максимальную полезную работу, т. е. $A_{\text{пол}}^{\text{макс}} = e_1 - e_2$, которая в соответствии с уравнением (11.17) равна: $e_1 - e_2 = (i_1 - i_2) + T_0\,(s_2 - s_1)$.

Но для обратимого адиабатного течения потока в соответствии с уравнением (8.3) $A_{\text{пол}}^{\text{макс}} = e_1 - e_2 = i_1 - i_2$, тогда потеря работоспособности, обусловленная необратимостью процесса, будет равна:

$$\Delta A = T_0\,(s_2 - s_1). \qquad (11.18')$$

В этом и состоит основная идея эксергетического метода расчета: рабочее тело входит в агрегат с эксергией e_1 и, совершив полезную работу $A_{\text{пол}}$, выходит из агрегата с эксергией e_2; при этом потерю работоспособности из-за необратимости процессов внутри агрегата определяют по уравнению (11.18). Таким образом, этот метод позволяет судить

о степени обратимости процессов внутри агрегата по внешней характеристике — разности эксергий на входе в агрегат и на выходе из него.

По аналогии с эксергией потока рабочего тела вводится понятие об эксергии потока теплоты e_q. Из формулы для термического КПД при обратимом цикле Карно имеем:

$$\frac{T_1 - T_0}{T_1} = \frac{A_{\text{пол}}^{\text{макс}}}{q} \quad \text{или}$$

$$A_{\text{пол}}^{\text{макс}} = e_q = q\left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right), \tag{11.19}$$

где T_1, T_0 — температура тела и окружающей среды.

Уравнение (11.19) показывает, что работоспособность теплоты, называемая эксергией теплоты $[e_q]$, тем больше, чем больше T_1 и меньше T_0.

Для количественной оценки степени термодинамического совершенства агрегата используется эксергетический КПД $\eta_{\text{экс}} = \frac{A_{\text{пол}}}{e_{\text{вх}} - e_{\text{вых}}}$. При обратимых процессах в агрегатах $A_{\text{пол}} = A_{\text{пол}}^{\text{макс}}$ и $\eta_{\text{экс}} = 1$. Для тепловых агрегатов, не производящих полезной работы, $\eta_{\text{экс}} = e_{\text{вых}}/e_{\text{вх}}$ и представляет собой меру необратимости процессов, протекающих внутри агрегата. В выражениях для $\eta_{\text{экс}}$ под $e_{\text{вх}}$ понимают сумму эксергий потока рабочего тела и потока теплоты.

Нетрудно установить, что, например, для турбины $\eta_{\text{экс}} = \eta_{0i}$, а для теплосиловой установки в целом эксергетический КПД такой же, как эффективный относительный КПД установки. Для котельной установки и ее топочного устройства эксергетический КПД значительно ниже теплового КПД (у котлоагрегата 35—40 против 85—90%, а у топки 65—70 против 96—98%), т. е. по эксергетическому балансу котлоагрегаты и топки являются несовершенными устройствами. Примеры эксергетического метода расчета теплосиловых установок приведены в специальной литературе [4,5].

Пример. Определить эксергию 1 кг углекислого газа в потоке при параметрах $p = 1$ МПа и температуре 327 °С. Параметры среды $p_0 = 0{,}1$ МПа и $t_0 = 20°$ С. Углекислый газ считать идеальным газом.

Решение. По уравнению (11.17) $e = (i_1 - i_0) - T_0(s_1 - s_0)$. Используя равенства (3.5) $i_1 - i_0 = c_p(T_1 - T_0)$ и (3.10)

$$s_1 - s_0 = c_p \ln \frac{T_1}{T_0} - R \ln \frac{p_1}{p_0},$$

будем иметь

$$e = c_p(T_1 - T_0) - T_0\left(c_p \ln \frac{T_1}{T_0} - R \ln \frac{p_1}{p_0}\right),$$

или

$$e = \frac{9}{44} 4{,}2\,(600 - 293) - 2{,}3 \cdot 293\left[\frac{9}{44} 4{,}2 \lg \frac{600}{293} - \frac{8{,}314}{44} \lg 10\right] =$$

$$= 352 - 54 = 298 \text{ кДж/кг}.$$

ГЛАВА 12. ПРИЛОЖЕНИЕ ЗАКОНОВ ТЕРМОДИНАМИКИ К ХИМИЧЕСКИМ РЕАКЦИЯМ

§ 12.1. Общие понятия и определения

Приложения законов термодинамики и методов ее исследования к химическим процессам изменения веществ рассматриваются с целью установления:

1) энергетического баланса химических реакций;
2) возможного направления развития химических реакций;
3) условий равновесия химических систем.

Эти вопросы имеют непосредственное отношение к изучению химических реакций горения, фазовых превращений веществ, определению условий, при которых может протекать требуемый химический процесс, и тех пределов, до которых он может быть доведен, т. е. получен его равновесный состав.

Напомним, что химические соединения являются стехиометрическими, которые характеризуются строгим постоянством молекулярного состава независимо от способа их получения и условий существования. Например, серная кислота имеет химическую формулу H_2SO_4, которая показывает, что в этом соединении число атомов водорода, серы и кислорода всегда находится в соотношении 2:1:4; у воды (H_2O) число атомов водорода всегда вдвое больше, чем кислорода, и т. д.

Единица стехиометрического количества вещества называется молем. В этом количестве содержится строго определенное число молекул данного вещества, равное $6{,}02204 \cdot 10^{23}$ (число Авогадро).

Химические реакции, т. е. процессы взаимодействия между отдельными химическими веществами, в результате которых образуются новые вещества, классифицируют по различным физическим и химическим особенностям. В частности, реакции, протекающие с выделением теплоты, называют экзотермическими, с поглощением теплоты — эндотермическими. Реакции, протекающие при постоянном давлении или при постоянном объеме при одинаковой температуре веществ до и после реакции, называются соответственно изобарно-изотермическими и изохорно-изотермическими. В этом смысле химическая изобарно-изотермическая реакция аналогична процессу фазового перехода, например процессу испарения, протекающему при постоянных давлении и температуре.

Следует отметить, что если в технической термодинамике физическое изменение состояния рабочих тел определялось двумя параметрами и один мог оставаться постоянным, то при химических превращениях имеем дело с системами, состояние которых определяется тремя параметрами и более (например, к трем основным параметрам прибавляется концентрация), и в процессах изменения таких систем могут оставаться постоянными уже два параметра. При изучении подобных систем часто исследуют изотермические процессы, в которых остаются постоянными объем или давление. Таким образом, в одном случае получается изохорно-изотермический, а в другом—изобарно-изотермический процесс.

К изохорным относятся все реакции, протекающие между твердыми и жидкими веществами, а также реакции, происходящие с газами в сосудах постоянного объема. Если при реакции из одной молекулы какого-нибудь вещества образуется несколько молекул других веществ, то такие реакции называются мономолекулярными, или реакциями диссоциации. Бимолекулярными, или реакциями второго порядка, называются реакции, при которых две молекулы различных веществ превращаются в одну или несколько молекул других веществ.

Изменение числа молей вещества Δn при химической реакции можно разделить на три группы:

1) $n_2 - n_1 = \Delta n > 0$, т. е. $n_2 > n_1$, например $2C + O_2 = 2CO$;
2) $n_2 - n_1 = \Delta n < 0$, т. е. $n_2 < n_1$, например $2CO + O_2 = 2CO_2$;
3) $n_2 - n_1 = \Delta n = 0$, т. е. $n_2 = n_1$, например $C + O_2 = CO_2$,

где n_1 и n_2 — число молей веществ до и после реакции.

При определении n обычно не принимаются во внимание конденсированные вещества (твердые и жидкие).

§ 12.2. Первый закон термодинамики в применении к химическим реакциям

Раздел химической термодинамики, в котором рассматривается применение первого закона термодинамики к химическим процессам, называется термохимией. Поскольку химические превращения принято рассматривать при условиях постоянства температуры и объема в системе (T, V = const) или при условиях постоянства температуры и давления в системе (T, p = const), то теплота реакции применительно к этим превращениям обозначается $Q_{V,T}$ или $Q_{p,T}$, кДж/кмоль, часто при этом индекс T опускается.

Следует отметить, что иногда в термохимии для теплоты принимают противоположное правило знаков по сравнению с принятым в технической термодинамике: теплота, отведенная от системы, рассматривается как положительная, а подведенная — как отрицательная. Под работой химической реакции A, кДж/кмоль, понимают суммарную величину всех видов работ, совершаемых в реакции: работы расширения, сжатия, работы против магнитных, поверхностных, электрических, световых и других сил. При этом работа, измеряемая $\int_{V_1}^{V_2} pdV$, называется минимальной, или механической, работой. Разность $A - A_{\text{мин}}$ называется немеханической работой. Правило знаков для работы остается прежним, т. е. работу считают положительной, если ее совершает система над внешней средой, и отрицательной, если ее совершает внешняя среда над рассматриваемой системой тел.

Поскольку выделение теплоты в реакции и совершение работы осуществляются за счет уменьшения внутренней энергии системы, то, согласно первому закону термодинамики,

$$Q + A = -\Delta U = U_1 - U_2. \qquad (12.1)$$

Это уравнение является аналитическим выражением первого закона термодинамики для химических реакций. Величина $U_1 - U_2$ называ-

ется тепловым эффектом химической реакции, который, как следует из равенства (12.1), складывается из теплоты реакции и внешней работы. Часто тепловой эффект называют по типу реакции, которой он соответствует: например, тепловой эффект диссоциации, сгорания и т.д.

Если под минимальной работой химической реакции понимать работу, связанную только с изменением объема вещества, то при неизменном тепловом эффекте теплота для этих реакций будет иметь максимальное значение. Обозначив $Q_{макс}$ для изохорно-изотермических реакций через Q_V, а для изобарно-изотермических — через Q_p, получим

$$U_1 - U_2 = Q_{макс} + A_{мин}.$$

Так как

$$A_{мин} = \int_{V_1}^{V_2} p dV, \text{ то при } V = \text{const } A_{мин} = 0,$$

$$\text{при } p = \text{const } A_{мин} = p(V_2 - V_1).$$

Тогда

$$Q_V = U_1 - U_2; \tag{12.2}$$

$$Q_p = U_1 - U_2 - p(V_2 - V_1) = (U_1 + pV_1) - (U_2 + pV_2) = I_1 - I_2. \tag{12.3}$$

Таким образом, теплота изохорных реакций равна уменьшению внутренней энергии системы или тепловому эффекту системы, а теплота изобарных реакций равна уменьшению энтальпии системы.

Соотношение между Q_V и Q_p устанавливается в следующей форме. Для изобарных реакций по уравнению (12.1)

$$U_1 - U_2 = Q_p + p(V_2 - V_1), \text{ но } U_1 - U_2 = Q_V,$$

тогда $Q_V = Q_p + pV_2 - pV_1$.

Для газообразных составляющих реакций $p\mu v = R\mu T$ (уравнение 1.10), но объем моля μv равен частному от деления объема V на число молей n, т. е. $\mu v = V/n$ и $pV/n = R\mu T$, или $pV = R\mu nT$, где $R\mu$ — универсальная газовая постоянная, равная 8314 Дж/(кмоль·К) = = 8,314 кДж/(кмоль·К) = 2 ккал/(кмоль·К). Следовательно:

$$Q_V = Q_p + R\mu(n_2 - n_1)T;$$

$$Q_V = Q_p + R\mu\Delta nT. \tag{12.4}$$

Достоинство полученного уравнения заключается в том, что оно позволяет определять Q_p для многих реакций горения, для которых известна теплота реакции Q_V.

Пример 12.1. Теплота реакции сгорания CO при 20 °C $Q_V = 280\,000$ кДж/кмоль. Определить Q_p при той же температуре.

Решение. Реакция сгорания CO имеет вид $2CO + O_2 = 2CO_2$; $\Delta n = 2 - 3 = -1$. На 1 кмоль CO $\Delta n = -0{,}5$. Тогда по формуле (12.4) будем иметь $Q_p = Q_V - R\mu\Delta nT = 280\,000 + 8{,}314 \cdot 0{,}5 \cdot 293 = 281\,218$ кДж/кмоль.

Формула (12.4) показывает, что соотношение между Q_p и Q_V зависит от температуры реакции и изменения в ней числа молей. В частности, при $\Delta n < 0$ (например, $H_2 + \frac{1}{2}O_2 = H_2O$) $Q_V < Q_p$ (сис-

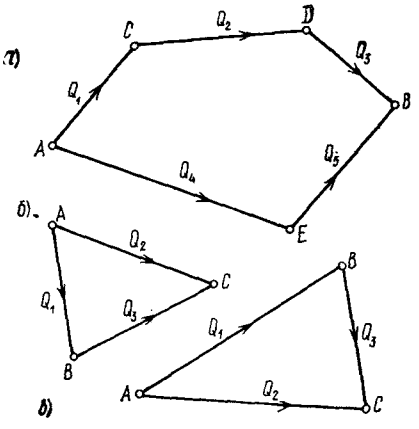


Рис. 12.1. К следствиям, вытекающим из закона Гесса

тема сжимается и воспринимает работу, совершаемую внешней средой); при $\Delta n > 0$ (например, $C + \frac{1}{2} O_2 = CO$) $Q_V > Q_p$ (система расширяется и совершает работу против внешней среды); при $\Delta n = 0$ (например, $C + O_2 = CO_2$) $Q_V = Q_p$ (внешняя работа равна нулю). Величины Q_V и Q_p практически не отличаются друг от друга в конденсированных фазах, так как при таких реакциях объем реагирующей системы изменяется незначительно. Наибольшее практическое значение имеют химические реакции, протекающие в изобарно-изотермических условиях.

Для удобства сравнения теплоту реакции $Q_p = I_1 - I_2$ вычисляют для одинаковых условий, выбранных за стандартные; в качестве таковых приняты $p = 101{,}325$ кПа (760 мм рт. ст.) и $T = 298{,}15$ К (25° С). Для различных химических соединений эти данные приведены в таблицах и используются для определения теплоты реакции [3]. Следует иметь в виду, что в термохимии энтальпии всех элементов при стандартных условиях принято считать равными нулю, а так как теплота образования химического соединения представляет собой разность между энтальпией соединения и энтальпией элементов, из которых оно состоит, то, следовательно, теплоту образования можно полагать равной энтальпии соединения.

Закон Гесса. Этот закон имеет большое значение для определения теплоты реакций, практическое осуществление которых вызывает затруднения. Закон, установленный в 1840 г. русским ученым Г. Г. Гессом, формулируется так: *тепловой эффект реакции, состоящей из нескольких промежуточных стадий, не зависит от этих промежуточных стадий или их последовательности, а полностью определяется начальным и конечным состояниями системы.*

Уравнения (12.2) и (12.3), которые показывают, что теплоты реакций Q_V и Q_p зависят лишь от изменения параметров состояния, являются математическим выражением закона Гесса. Из этого закона вытекает ряд следствий, важнейшие из которых можно сформулировать так:

1) теплота от разложения вещества равна и противоположна по знаку теплоте образования этого вещества;

2) при переводе химической системы из начального состояния A в конечное состояние B различными путями (в одном случае через промежуточные состояния C и D, а в другом — через промежуточное состояние E) (рис. 12.1, *а*), сумма теплот химических реакций в обоих случаях будет одинаковой, т. е. $Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4 + Q_5$. Это позволит вычислить теплоту реакции, практическое осуществление которой за-

труднено. Например, теплоту реакции $C+\frac{1}{2}O_2 = CO + Q_p$ нельзя определить непосредственным измерением, так как одновременно с этой реакцией всегда идет реакция образования CO_2. Для вычисления Q_p используем теплоты двух других реакций: $C + O_2 = CO_2 + Q_{p1}$ и $CO+\frac{1}{2}O_2 = CO_2 + Q_{p2}$, которые можно осуществить экспериментальным путем. Вычитая почленно один из другого два последних термохимических уравнения *, получим:

$$C+O_2-CO-\frac{1}{2}O_2 = CO_2+Q_{p1}-CO_2-Q_{p2}$$

или

$$C+\frac{1}{2}O_2 = CO+Q_{p_1}-Q_{p_2}.$$

Таким образом, искомое значение $Q_p = Q_{p1} - Q_{p2}$. При стандартных условиях ($p = 101{,}325$ кПа и $t = 25°C$) $Q_{p1} = -393\,785$ кДж/кмоль, $Q_{p2} = -283\,187$ кДж/кмоль; тогда искомая теплота реакции $Q_p = -393\,785 + 283\,187 = -110\,598$ кДж/кмоль, т. е. при образовании 1 кмоля окиси углерода выделяется 110 598 кДж теплоты;

3) теплота химической реакции может быть вычислена как разность между суммой теплот образования полученных веществ и суммой теплот образования начальных веществ;

4) если возможны две реакции, в результате которых из различных начальных состояний получается одинаковое конечное состояние, то разность между теплотой этих реакций представляет собой теплоту реакции перехода из одного начального состояния в другое (рис. 12.1, *б*), т. е. $Q_1 + Q_3 = Q_2$ или $Q_1 = Q_2 - Q_3$;

5) если возможны две реакции, в результате которых из одного начального состояния получаются различные конечные состояния, то разность между теплотой этих реакций представляет собой теплоту реакции перехода из одного конечного состояния в другое (рис. 12.1, *в*), т. е. $Q_1 + Q_3 = Q_2$ или $Q_3 = Q_2 - Q_1$.

Зависимость теплоты реакции от температуры. В изохорных реакциях по уравнению (12.2) $U_1 - U_2 = Q_V$. Согласно уравнению (5.5), $\left[\frac{\partial U}{\partial T}\right]_V = C_{V_1}$, тогда

$$\left[\frac{\partial U_1}{\partial T}\right]_V = c_{V_1} \text{ и } \left[\frac{\partial U_2}{\partial T}\right]_V = c_{V_2} \text{ или } \left[\frac{\partial (U_1-U_2)}{\partial T}\right]_V = c_{V_1}-c_{V_2}$$

$$\text{и } \left[\frac{\partial Q_V}{\partial T}\right]_V = c_{V_1}-c_{V_2}, \qquad \text{(а)}$$

где c_{V_1}, c_{V_2} — суммарные теплоемкости при постоянном объеме исходных и полученных веществ.

* Запись химической реакции с указанием теплоты реакции называется термохимическим уравнением.

Аналогично в изобарных реакциях $I_1 - I_2 = Q_p$. Согласно уравнению (5.7), $\left[\frac{\partial I}{\partial T}\right]_p = c_p$, тогда

$$\left[\frac{\partial I_1}{\partial T}\right] = c_{p_1} \text{ и } \left[\frac{\partial I_2}{\partial T}\right]_p = c_{p_2} \text{ или } \left[\frac{\partial (I_1 - I_2)}{\partial T}\right]_p =$$

$$= c = p_1 - c_{p_2} \text{ или } \left[\frac{\partial Q_p}{\partial T}\right]_p = c_{p_1} - c_{p_2}, \qquad (б)$$

где c_{p_1}, c_{p_2} — суммарные теплоемкости при постоянном давлении исходных и полученных веществ.

В обобщенном виде равенства (а) и (б) можно представить так:

$$\frac{dQ_i}{dT} = c_1 - c_2. \qquad (12.5)$$

Это уравнение выражает закон Кирхгофа (1858 г.), согласно которому зависимость теплоты химической реакции от температуры определяется разностью теплоемкостей исходных и полученных продуктов реакции. Уравнение показывает, что с повышением температуры теплота реакции будет увеличиваться при $c_1 - c_2 > 0$; теплота реакции будет уменьшаться при $c_1 - c_2 < 0$ и теплота реакции не будет зависеть от температуры, если $c_1 - c_2 = 0$. Отношение dQ/dT называется температурным коэффициентом теплоты реакции.

Исходя из уравнения (12.5), можно написать расчетное уравнение $Q = f(T)$, с помощью которого можно определить теоретическим путем теплоту реакции при любой заданной температуре:

$$\frac{dQ}{dT} = c_1 - c_2,$$

откуда

$$dQ = (c_1 - c_2)\, dT, \text{ а } Q = \int (c_1 - c_2)\, dT + \text{const}.$$

Для химической реакции, написанной в общем виде,

$$n_A A + n_B B = n_C C + n_D D$$

имеем у смеси, состоящей из n_A молей газа A и n_B молей газа B, суммарную теплоемкость c_1;

у смеси, состоящей из n_c молей газа C и n_D молей газа D, — суммарную теплоемкость c_2.

Пусть истинные мольные теплоемкости газов A, B, C, D определяются уравнениями (см. § 1.3):

$$c_A = a_A + b_A T + d_A T^2; \quad c_C = a_C + b_C T + d_C T^2;$$

$$c_B = a_B + b_B T + d_B T^2; \quad c_D = a_D + b_D T + d_D T^2.$$

Тогда

$$dQ = (c_1 - c_2)\, dT = [(n_A c_A + n_B c_B) - (n_C c_C + n_D c_D)]\, dT.$$

Подставляя значения теплоемкости газов и группируя слагаемые с множителями a, b, d, получим:

$$dQ = [(n_A a_A + n_B a_B - n_C a_C - n_D a_D) + (n_A b_A + n_B b_B - n_C b_C - n_D b_D) T + (n_A d_A + n_B d_B - n_C d_C - n_D d_D) T^2] dT,$$

или

$$dQ = \Sigma (na)\, dT + \Sigma (nb)\, TdT + \Sigma (nd)\, T^2 dT$$

и

$$Q = \Sigma (na)\, T + \frac{1}{2} \Sigma (nb)\, T^2 + \frac{1}{3} \Sigma (nd)\, T^3 + \text{const}.$$

Обозначая

$$\left.\begin{aligned} \Sigma (na) &= \alpha; \\ \frac{1}{2} \Sigma (nb) &= \beta; \\ \frac{1}{3} \Sigma (nd) &= \gamma, \end{aligned}\right\} \qquad (12.6)$$

получим $Q = \alpha T + \beta T^2 + \gamma T^3 + \text{const}$.

Допуская, что $T = 0$ K, получим const $= Q_0$, и уравнение $Q = f(T)$ примет вид

$$Q = Q_0 + \alpha T + \beta T^2 + \gamma T^3, \qquad (12.7)$$

где Q_0 — теплота реакции при $T = 0$ K; она может быть вычислена в том случае, если при температуре T_1 будет известна теплота реакции Q_1, тогда $Q_0 = Q_1 - \alpha T_1 - \beta T_1^2 - \gamma T_1^3$.

При другой заданной температуре, например T_2, теплота реакции Q_2 определится по равенству

$$Q_2 = Q_1 + \alpha (T_2 - T_1) + \beta (T_2^2 - T_1^2) + \gamma (T_2^3 - T_1^3). \qquad (12.8)$$

Эта формула удобна тем, что в нее не входит константа интегрирования Q_0.

Для каждой химической реакции коэффициенты α, β, γ, входящие в формулы (12.7) и (12.8), вычисляют по уравнениям (12.6).

Пример 12.2. Составить уравнение вида $Q_p = f(T)$ для реакции $C + O_2 = CO_2 + Q_p$, если мольные изобарные теплоемкости, кДж/(кмоль·К), определяются равенствами:

для углерода $\mu c_p = 4{,}62 + 0{,}0202T - 5{,}33 \cdot 10^{-6}\ T^2$;
для кислорода $\mu c_p = 27{,}3 + 0{,}0042T$;
для углекислого газа $\mu c_p = 29{,}4 + 0{,}0298T - 7{,}8 \cdot 10^{-6}\ T^2$.

Решение. Находим по уравнениям (12.6) коэффициенты α, β, γ.

$$\alpha = 4{,}62 + 27{,}3 - 29{,}4 = 2{,}52;$$

$$\beta = \frac{1}{2} (0{,}0202 + 0{,}0042 - 0{,}0298) = -0{,}0027;$$

$$\gamma = \frac{1}{3} [-5{,}33 \cdot 10^{-6} - (-7{,}8 \cdot 10^{-6})] = 0{,}823 \cdot 10^{-6}.$$

Искомое уравнение в соответствии с равенством (12.7) примет вид

$$Q_p = Q_0 + 2{,}52T - 0{,}0027T^2 + 0{,}823 \cdot 10^{-6}\ T^3.$$

§ 12.3. Второй закон термодинамики в применении к химическим реакциям

Известно, что второй закон термодинамики устанавливает основные положения учения об обратимых и необратимых процессах и о равновесии термодинамических систем. Это учение имеет большое значение и при исследовании химических процессов, так как позволяет найти условия для химического равновесия и выразить их через величины, определяющие состояние системы, выяснить влияние на них температуры и давления.

В § 4.4 было показано, что аналитическое выражение второго закона термодинамики имеет вид $ds \geqslant dQ/T$, т. е. энтропия системы при протекании в ней самопроизвольных необратимых процессов увеличивается и остается без изменения при протекании в ней обратимых процессов, но ни при каких условиях энтропия системы не может уменьшаться. Таким образом, критерием равновесия любой системы является максимальное значение энтропии. Для химических систем за критерий необратимости процессов и равновесия помимо энтропии могут быть выбраны такие параметры, как изохорный и изобарный термодинамические потенциалы, которые получаются из рассмотрения второго закона термодинамики для изохорно-изотермических и изобарно-изотермических химических систем:

$$ds \geqslant \frac{dQ}{T} = \frac{dU + pdV}{T} \text{ или } dU + pdV - Tds \leqslant 0.$$

Вычитая и прибавляя к левой части полученного выражения sdT, получим:

$$dU + pdV - Tds - sdT + sdT \leqslant 0;$$
$$dU + pdV - d(Ts) + sdT \leqslant 0;$$
$$d(U - Ts) + pdV + sdT \leqslant 0,$$

где

$$U - Ts = \mathrm{F}. \qquad (12.9)$$

Величина F называется изохорным термодинамическим потенциалом, или энергией Гельмгольца. Как следует из уравнения (12.9), F — функция состояния, кДж/кмоль.

Для изохорно-изотермических процессов $dV = 0$, $dT = 0$, и тогда $dF \leqslant 0$, т. е. при протекании в изолированной системе обратимых изохорно-изотермических процессов величина F не изменяется, а при протекании в этой системе необратимых изохорно-изотермических процессов изохорный термодинамический потенциал уменьшается, но ни при каких условиях он не может увеличиваться, и минимальное значение F будет критерием равновесности изохорно-изотермической системы. Подобный характер изменения F обусловил название потенциала, ибо таковыми (по аналогии с механикой) называются все величины, которые при самопроизвольных изменениях системы всегда уменьшаются. Термодинамические потенциалы, как будет показано ниже, имеют большое значение при определении химического родства реагирующих веществ.

В дальнейшем необходимо также знать выражение для частной производной $\left[\frac{\partial F}{\partial T}\right]_V$, которое получается на основании сравнения коэффициентов, у полного дифференциала dF:

При обратимых процессах:

$$dF + pdV + sdT = 0$$

или

$$dF = -pdV - sdT,$$

но

$$F = f(V, T) \text{ и } dF = \left[\frac{\partial F}{\partial T}\right]_V dT + \left[\frac{\partial F}{\partial V}\right]_T dV,$$

откуда

$$\left[\frac{\partial F}{\partial T}\right]_V = -s. \qquad (в)$$

Если к левой части уравнения второго закона термодинамики $dU + pdV - Tds \leqslant 0$ прибавить и отнять выражение $Vdp - sdT$, получим:

$$dU + pdV + Vdp - Tds - sdT - Vdp + sdT \leqslant 0,$$

или

$$dU + d(pV) - d(Ts) - Vdp + sdT \leqslant 0;$$
$$d(U + pV - Ts) - Vdp + sdT \leqslant 0;$$
$$d(I - Ts) - Vdp + sdT \leqslant 0,$$

где

$$I - Ts = Z. \qquad (12.10)$$

Величина Z называется изобарным термодинамическим потенциалом, или энергией Гиббса. Как следует из уравнения (12.10), Z — функция состояния, кДж/кмоль.

Для изобарно-изотермических процессов $dp = 0$, $dT = 0$ и $dZ \leqslant 0$, т. е. при протекании в изолированной системе обратимых изобарно-изотермических процессов Z не изменяется, а при протекании в этой системе необратимых изобарно-изотермических процессов изобарный термодинамический потенциал уменьшается, но ни при каких условиях Z не может увеличиваться, и минимальное его значение будет критерием равновесности изобарно-изотермической химической системы. Подобный характер изменения Z и обусловил название потенциала, так же как F. Выражение для частной производной $\left[\frac{\partial Z}{\partial T}\right]_p$ получается из сравнения коэффициентов полного дифференциала dZ. При обратимых процессах $dZ - Vdp + sdT = 0$
или

$$dZ = Vdp - sdT. \text{ но}$$

$$Z = f(p, T) \text{ и } dZ = \left[\frac{\partial Z}{\partial p}\right]_T dp + \left[\frac{\partial Z}{\partial T}\right]_p dT.$$

откуда

$$\left[\frac{\partial Z}{\partial T}\right]_p = -s. \qquad (г)$$

Максимальная работа химических реакций. Используя уравнения (12.9) и (12.10) для F и Z, нетрудно получить выражения для максимальной работы в изохорно-изотермических и изобарно-изотермических химических реакциях.

Обозначим: A_V — максимальная работа в изохорно-изотермической реакции; A_p — максимальная работа в изобарно-изотермической реакции (сумма работ против действия различных сил молекулярного и внутримолекулярного взаимодействия без учета $A_{min} = \int_{V_1}^{V_2} p dV$).

Из основного уравнения второго закона термодинамики имеем

$$dQ = Tds = dU + dA_V,$$

$$dA_V = Tds - dU.$$

При интегрировании этого уравнения применительно к изохорно-изотермическим реакциям (T, V = const) получим:

$$A_V = T(s_2 - s_1) - (U_2 - U_1) = Ts_2 - Ts_1 - U_2 + U_1,$$

или

$$A_V = (U_1 - Ts_1) - (U_2 - Ts_2) = F_1 - F_2. \qquad (12.11)$$

Уравнение (12.11) показывает, что в обратимых изохорно-изотермических реакциях максимальная работа осуществляется за счет части полной внутренней энергии системы, равной $U - Ts$, которая называется свободной внутренней энергией, поэтому величину F наряду с изохорным термодинамическим потенциалом часто называют также свободной энергией.

Другая же часть внутренней энергии, равная Ts, называется связанной внутренней энергией, так как она не участвует в работе, и обозначается обычно буквой G. Величина G — так же функция состояния, кДж/кмоль. Нетрудно видеть, что в изотермических процессах сообщаемая теплота расходуется на увеличение связанной энергии:

$$G = Ts; \quad dG = Tds + sdT;$$

при

$$T = \text{const} \quad dG = Tds = dQ.$$

Для изобарно-изотермических реакций максимальная работа A_p без учета работы изменения объема определяется аналогично:

$$dQ = Tds = dU + pdV + dA_p,$$

$$\text{откуда } dA_p = Tds - dU - pdV.$$

Если T const и p = const, то при интегрировании получим:

$$A_p = T(s_2 - s_1) - (U_2 - U_1) - p(V_2 - V_1),$$

или

$$A_p = (U_1 + pV_1 - Ts_1) - (U_2 + pV_2 - Ts_2) = (I_1 - Ts_1) - (I_2 - Ts_2),$$

$$A_p = Z_1 - Z_2. \qquad (12.12)$$

Уравнение (12.12) показывает, что в обратимых изобарно-изотермических реакциях максимальная работа без учета работы расширения осуществляется за счет части энтальпии системы $I - Ts$, которая в связи с этим называется свободной энтальпией, и величину Z называют также свободной энтальпией.

Соотношения между максимальной работой и максимальной теплотой для рассматриваемых химических реакций устанавливаются следующим образом:

а) для изохорно-изотермических реакций

$$A_V = F_1 - F_2 = (U_1 - Ts_1) - (U_2 - Ts_2) = (U_1 - U_2) + T(s_2 - s_1),$$

но по равенству (в)

$$s_1 = -\left[\frac{\partial F_1}{\partial T}\right]_V \text{ и } s_2 = -\left[\frac{\partial F_2}{\partial T}\right]_V$$

тогда

$$A_V = (U_1 - U_2) + T\left[\frac{\partial (F_1 - F_2)}{\partial T}\right]_V,$$

или

$$A_V = Q_V + T\left[\frac{\partial A_V}{\partial T}\right]_V; \qquad (12.13)$$

б) для изобарно-изотермической реакции:

$$A_p = Z_1 - Z_2 = [I_1 - Ts_1] - [I_2 - Ts_2] = [I_1 - I_2] + T(s_2 - s_1).$$

Но по равенству (г)

$$s_1 = -\left[\frac{\partial Z_1}{\partial T}\right]_p \text{ и } s_2 = -\left[\frac{\partial Z_2}{\partial T}\right]_p,$$

тогда

$$A_p = [I_1 - I_2] + T\left[\frac{\partial (Z_1 - Z_2)}{\partial T}\right]_p,$$

или

$$A_p = Q_p + T\left(\frac{\partial A_p}{\partial T}\right)_p. \qquad (12.14)$$

Уравнения (12.13) и (12.14) называются уравнениями Гиббса — Гельмгольца соответственно при постоянных T и V и постоянных T и p. Часто эти оба уравнения в обезличенной форме записи представляют в виде

$$A = Q + T\frac{dA}{dT}. \qquad (12.15)$$

Это уравнение широко используется при изучении условий равновесия химических систем.

§ 12.4. Равновесие химических систем

Под равновесием системы понимают такое ее состояние, которое не изменяется с течением времени. Равновесие химических систем не является статическим равновесием. По мере уменьшения концентрации первичных веществ уменьшается скорость прямой реакции, а по мере

увеличения концентрации получаемых в результате реакции веществ возрастает скорость обратной реакции, и в тот момент, когда скорости прямой и обратной реакций совпадут, наступит химическое равновесие системы. Это свидетельствует о том, что равновесие является д и н а м и ч е с к и м, т. е. в системе продолжают непрерывно осуществляться с одинаковыми скоростями противоположные химические процессы.

Под скоростью химической реакции w понимают изменение концентрации веществ в единицу времени. Концентрация вещества, показывающая число молей вещества в единице объема, обозначается обычно буквой C. Для газов, образующих механическую смесь, концентрация компонента пропорциональна его парциальному давлению. Если число молей газа A составляет n_A (см. § 12.2), то

$$p_A V = n_A R\mu T$$

или

$$\frac{n_A}{V} = \frac{p_A}{R\mu T} = C_A .$$

Уравнения химически обратимых реакций записывают обычно так: $A + B \rightleftarrows C + D$.

Эта форма записи показывает, что в системе одновременно происходит не только прямая реакция соединения веществ A и B, но и обратная реакция разложения веществ C и D на первичные вещества A и B. Равновесие одной и той же химической системы не является постоянным. В зависимости от изменения внешних условий (p и T) оно может сдвигаться в сторону начальных или конечных веществ.

Состояние равновесия химической системы обычно определяют с помощью закона действующих масс, установленного русским ученым Н. Н. Бекетовым в 1862 г. и математически оформленного норвежскими учеными Гульдбергом и Ваге в 1864 г. Этот закон устанавливает, что скорость химической реакции пропорциональна произведению концентраций реагирующих веществ:

$$w_1 = k_1 c_A c_B;\ w_2 = k_2 c_C c_D,$$

где c_A, c_B, c_C, c_D — концентрации веществ A, B, C, D; w_1, w_2 — скорость прямой и обратной реакций; k_1, k_2 — коэффициенты пропорциональности, называемые константами скорости прямой и обратной реакций.

Если в реакции участвуют не один, а несколько молей вещества

$$aA + bB \rightleftarrows cC + dD,$$

где a, b, c, d есть n_A, n_B, n_C, n_D — числа молей реагирующих веществ,

то выражения для w_1 и w_2 принимают вид:

$$w_1 = k_1 c_A^a c_B^b \text{ и } w_2 = k_2 c_C^c c_D^d.$$

Условием равновесия химической системы будет равенство

$$w_1 = w_2 \text{ или } k_1 c_A^a c_B^b = k_2 c_C^c c_D^d.$$

откуда

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{c_A^a\, c_B^b}{c_C^c\, c_D^d} = K_C, \qquad (12.16)$$

где K_C носит название константы равновесия химической реакции.

Формула (12.16) показывает, что равновесие в рассматриваемой системе наступает при таких концентрациях реагентов, которые соответствуют при данных условиях (p и T) вполне определенному значению K_C. Поскольку для газов $C = p/R\mu T$, константу равновесия можно выразить через парциальные давления компонентов смеси:

$$K_p = \frac{p_A^a\, p_B^b}{p_C^c\, p_D^d}, \quad \text{а} \quad K_c = \frac{p_A^a\, p_B^b}{p_C^c\, p_D^d}\,(R\,\mu\,T)^{(n_2-n_1)},$$

или

$$K_c = K_p\,(R\mu T)^{\Delta n}. \qquad (12.17)$$

Если $\Delta n > 0$, то $K_c > K_p$; при $\Delta n < 0$ $K_c < K_p$ и при $\Delta n = 0$ $K_c = K_p$.

В литературе можно встретить значения констант равновесия, у которых в числителе произведение концентраций (или парциальных давлений) конечных веществ, а в знаменателе — соответствующее произведение для начальных веществ реакции. Поэтому возможны различные значения констант равновесия для одних и тех же реакций и для одних и тех же внешних условий.

Для гетерогенных реакций, в которых взаимодействуют вещества, находящиеся в различных фазовых состояниях, изменение концентраций или парциальных давлений отмечается только для газов. Пары твердых и жидких тел в результате их испарения или сублимации реагируют с газами в насыщенном состоянии и при T = const сохраняют свою постоянную концентрацию. Убыль паров в газообразной фазе будет пополняться дополнительным испарением жидкости или вследствие дополнительного процесса сублимации твердых тел, в результате чего парциальные давления или концентрации насыщенных паров жидких и твердых тел, несмотря на реакцию, будут оставаться постоянными. Поэтому выражения константы равновесия для гетерогенных реакций получают так же, как и для гомогенных, но только без учета концентраций или парциальных давлений твердых и жидких веществ. Например, для реакции $C + O_2 \rightleftarrows CO_2$

$$K_c = \frac{C_{O_2}}{C_{CO_2}} \quad \text{и} \quad K_p \frac{p_{O_2}}{p_{CO_2}}.$$

Простейшими гетерогенными химическими реакциями являются процессы испарения и сублимации веществ в тех случаях, когда молекулярный состав газовой фазы такой же, что и конденсированной фазы.

Состав смеси газов при химическом равновесии определяется по константе равновесия, значение которой при заданных условиях берется

из таблиц. Методика расчета при этом сводится к следующему. Имея химическую реакцию, например $H_2 + Cl_2 \rightleftarrows 2\,HCl$ (газ), и значение $K_c = 0{,}01$, предполагаем, что к моменту химического равновесия прореагировало x молей одного из начальных веществ, например H_2, то, как вытекает из уравнения реакции, столько же прореагирует и молей Cl_2 и к началу равновесия исходных веществ будет по $(1 - x)$ молей, а полученных (HCl) — по $2x$ молей. Задаваясь общим объемом смеси V, определим концентрации всех веществ при равновесии через x, которое находим из формулы K_c:

$$K_c = \frac{c_{H_2}\, c_{Cl_2}}{c^2_{HCl}} = \frac{x}{V}\,\frac{1-x}{V}\,\frac{V^2}{4x^2} = \frac{(1-x)^2}{4x^2} = 0{,}01;$$

$$\frac{1-x}{2x} = 0{,}1,$$

откуда $x = 0{,}83$, т. е. для рассматриваемой реакции к моменту химического равновесия количество H_2 и Cl_2 будет по 0,17 моля, а количество HCl — по 0,83 моля.

Диссоциация. Изучение явления диссоциации, т. е. частичного или полного распада вещества на составные части, имеет большое практическое значение для сохранения полноты химической реакции и уменьшения тепловых потерь. Последнее, например, может быть при диссоциации отдельных газов продуктов горения. При рассмотрении влияния процесса диссоциации на равновесие пользуются понятием степени диссоциации, обозначаемой α. Под с т е п е н ь ю д и с с о ц и а ц и и понимают долю моля конечного вещества, разложившегося к моменту химического равновесия. Ясно, что чем больше α, тем глубже протекает обратная реакция (диссоциация) и менее полной будет прямая реакция (ассоциация). Причем начальные вещества при химическом равновесии будут иметь бóльшие концентрации и больше будет величина K_c, т.е. константа равновесия и степень диссоциации связаны между собой прямой зависимостью. Явный вид уравнения $K_c = f(\alpha)$ будет зависеть от типа реакций, определяемого знаком изменения числа молей $\Delta n = n_2 - n_1$, т. е. будет ли $\Delta n < 0$, $\Delta n > 0$ или $\Delta n = 0$.

В первом случае ($\Delta n < 0$) реакция имеет вид

$$2A + B \rightleftarrows 2D\,(2H_2 + O_2 \rightleftarrows 2H_2O;\ 2CO + O_2 \rightleftarrows 2CO_2 \text{ и т. д.}).$$

Если степень диссоциации вещества D будет α, то к моменту химического равновесия смесь будет состоять:

из $2(1 - \alpha)$ молей вещества D;

из 2α молей вещества A;

из α молей вещества B.

Всего в объеме смеси V будет содержаться $2 - 2\alpha + 2\alpha + \alpha = 2 + \alpha$ молей.

Величина

$$K_c = \frac{c^2_A\, c_B}{c^2_D} = \frac{4\alpha^2}{V^2}\,\frac{\alpha}{V}\,\frac{V^2}{4(1-\alpha)^2},$$

или

$$K_c = \frac{\alpha^3}{(1-\alpha)^2}\,\frac{1}{V}. \qquad (12.18)$$

Поскольку $K_c = K_p\,(R\mu T)^{\Delta n}$, $\Delta n = 2-3 = -1$,
то

$$K_p = K_c\,(R\mu T) = \frac{\alpha^3}{(1-\alpha)^2}\,\frac{1}{V}\,R\mu T.$$

Из равенства $pV = nR\mu T$ имеем $R\mu T/V = p/n$, где $n = 2+\alpha$, тогда

$$K_p = \frac{\alpha^3}{(1-\alpha)^2}\,\frac{p}{(2+\alpha)}. \qquad (12.19)$$

Формулы (12.18) и (12.19) позволяют вычислить константу равновесия по найденной степени диссоциации или решить обратную задачу.

Анализ этих формул показывает, что при сохранении постоянства значения K (T = const) степень диссоциации α возрастает при увеличении объема и уменьшении давления. Например, при $T = 2500$ К α_{H_2O} при давлениях 10; 1; 0,1 бара соответственно будет 2, 4 и 10%.

Во втором случае ($\Delta n > 0$) примером может быть гетерогенная реакция образования окиси углерода

$$2C + O_2 \rightleftarrows 2CO;\ \Delta n = n_2 - n_1 = 2-1 = 1,\ K_c = c_{O_2}/c^2_{CO}.$$

Если степень диссоциации CO обозначим α, то при равновесии в составе смеси будем иметь $2(1-\alpha)$ молей CO и α молей O_2, а всего в смеси будет $2-2\alpha+\alpha = 2-\alpha$ молей. Тогда

$$K_c = \frac{\alpha}{V}\,\frac{V^2}{4(1-\alpha)^2},\ \text{или}\ K_c = \frac{\alpha}{4(1-\alpha)^2}\,V; \qquad (12.20)$$

$$K_p = \frac{K_c}{R\mu T} = \frac{\alpha}{4(1-\alpha)^2}\,\frac{V}{R\mu T} = \frac{\alpha}{4(1-\alpha)^2}\,\frac{n}{p};\quad K_p = \frac{\alpha}{4(1-\alpha)^2}\,\frac{2-\alpha}{p} \qquad (12.21)$$

Анализ формул (12.20) и (12.21) показывает, что при постоянном значении K (T = const) степень диссоциации α возрастает с уменьшением объема и увеличением давления.

В реакциях, происходящих без изменения числа молей, например $C + O_2 \rightleftarrows CO_2$, будем иметь

$$K_p = K_c = \frac{c_{O_2}}{c_{CO_2}} = \frac{\alpha}{V}\,\frac{V}{1-\alpha}$$

или

$$K_c = K_p = \frac{\alpha}{1-\alpha}, \qquad (12.22)$$

т. е. степень диссоциации α не зависит от давления и объема, и зависит только от температуры, причем весьма значительно. Например, для названной реакции $C + O_2 \rightleftarrows CO_2$ при $T = 3000$ К $K_c = 0{,}00355$. Это свидетельствует о том, что при химическом равновесии доля O_2 (α) является ничтожной, горение углерода осуществляется почти до конца и диссоциация CO_2 на O_2 и C практически отсутствует (см. § 19.4).

Химическое сродство. Под химическим сродством реагирующих веществ понимают силу их стремления к взаимодействию между собой. Чем больше это сродство, тем больше полнота реакций, а следовательно, и максимальная работа этой реакции, которая поэтому и принимается за меру химического сродства. Поскольку полнота реакции определяет константу равновесия, то она в свою очередь также зависит от максимальной работы реакции. Уравнение, которое устанавливает эту зависимость, называется уравнением изотермы реакции.

Это уравнение позволяет решить вопрос о самой возможности и о возможном направлении протекания при заданных условиях рассматриваемой реакции. Для идеальных газов уравнение изотермы химической реакции может быть выведено на основе следующих рассуждений.

Пусть концентрации и парциальные давления газов до начала рассматриваемой реакции $aA + bB \rightleftarrows cC + dD$ будут: C_A; C_B; C_C; C_D; P_A; P_B; P_C; P_D; а при равновесии c_A; c_B; c_C; c_D; p_A; p_B; p_C; p_D.

Определим максимальную работу этой реакции, полагая, что она будет протекать в условиях обратимости и постоянства температуры. В соответствии с формулой (3.8)

$$A = RT \ln \frac{V_2}{V_1} = RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Поскольку в химической термодинамике газовую постоянную относят к молю, то для n молей газа в изотермическом процессе работа будет равна:

$$A = R\mu nT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Из уравнения $pV = nR\mu T$ следует

$$p = \frac{n}{V} R\mu T = cR\mu T, \text{ тогда } A = R\mu nT \ln \frac{c_1}{c_2}.$$

Используя полученное выражение для работы n молей каждого газа, получим:

$$A_A = R\mu aT \ln \frac{C_A}{c_A}; \quad A_B = R\mu bT \ln \frac{C_B}{c_B};$$

$$A_C = R\mu cT \ln \frac{C_C}{c_C}; \quad A_D = R\mu dT \ln \frac{C_D}{c_D}.$$

При этом знаки работ A_C и A_D будут противоположны знакам работ A_A и A_B, поскольку в реакции концентрации газов A и B уменьшаются, а концентрации газов C и D увеличиваются.

Суммируя работы всех газов с учетом их знаков, найдем максимальную работу реакции:

$$A_{\text{макс}} = A_A + A_B - A_C - A_D = R\mu T \left[a \ln \frac{C_A}{c_A} + \right.$$

$$\left. + b \ln \frac{C_B}{c_B} - c \ln \frac{C_C}{c_C} - d \ln \frac{C_D}{c_D} \right].$$

или

$$A_{\text{макс}} = R\mu T \left[\ln \frac{C_A^a \, C_B^b}{C_C^c \, C_D^d} - \ln \frac{c_A^a \, c_B^b}{c_C^c \, c_D^d} \right].$$

но $\dfrac{c_A^a \, c_B^b}{c_C^c \, c_D^d} = K_c$,

тогда

$$A_{\text{макс}} = R\mu T \left[\ln \frac{C_A^a \, C_B^b}{C_C^c \, C_D^d} - \ln K_c \right]. \qquad (12.23)$$

Полученное уравнение носит название уравнения изотермы химической реакции.

Заменяя в уравнении (12.23) $c = p/R\mu T$ и $K_c \quad K_p (R\mu T)^{\Delta n}$, получим

$$A_{\text{макс}} = R\mu T \left[\ln \frac{P_A^a \, P_B^b}{P_C^c \, P_D^d} - \ln K_p \right]. \qquad (12.24)$$

Уравнения (12.23) и (12.24) могут быть использованы для определения работы как изохорно-изотермических, так и изобарно-изотермических реакций; в первом случае $A_{\text{макс}} = A_V$, а во втором $A_{\text{макс}} = A_p$. Для гетерогенных реакций в указанные уравнения концентрации твердых и жидких веществ не вводятся.

Анализ уравнений (12.23) и (12.24) показывает:

1) чем больше химическое сродство начальных веществ A и B, тем больше максимальная работа химической реакции;

2) если максимальная работа будет иметь положительный знак, следовательно, при заданных условиях возможна лишь прямая реакция превращения веществ A и B в вещества C и D, так как в этом случае $C_A > c_A$; $C_B > c_B$; $C_C < c_C$ и $C_D < c_D$,

$$\text{т. е. } \frac{C_A^a \, C_B^b}{C_C^c \, C_D^d} > K_c \text{ и } A > 0;$$

3) если максимальная работа будет иметь отрицательный знак, следовательно, возможна лишь обратная реакция — реакция распада веществ C и D на вещества A и B;

4) если максимальная работа реакции будет равна нулю, это значит, что при заданных условиях система находится в состоянии химического равновесия, т. е. начальные концентрации веществ равны концентрациям этих веществ при равновесии.

Пример 12.3. Определить направление протекания реакции $H_2 + I_2 \rightleftarrows 2HI$ при $t = 444$ °С, если $K_c = 0{,}02$ и начальные концентрации веществ равны: $C_{H_2} = 1{,}5$ кмоль/м³; $C_{I_2} = 0{,}25$ кмоль/м³; $C_{HI} = 5$ кмоль/м³.

Решение. Согласно уравнению (12.23), имеем:

$$A_{\text{макс}} = 2{,}303 \cdot 8{,}314 \cdot 717 \left[\lg \frac{1{,}5 \cdot 0{,}25}{25} - \lg 0{,}02 \right] = -1715 \text{ кДж/кмоль}.$$

Ответ: реакция идет справа налево, т. е. имеет место диссоциация HI.

В целях исключения влияния начальных концентраций веществ (или парциальных давлений) на максимальную работу при одной и той же температуре меру химического сродства различных веществ принято оценивать по максимальной работе, определенной при начальной концентрации всех веществ, равной единице, или когда начальные парциальные давления всех веществ равны единице. В этом случае уравнения (12.23) и (12.24) принимают вид:

$$A_{\text{макс}} = -R\mu T \ln K_c; \tag{12.25}$$

$$A_{\text{макс}} = -R\mu T \ln K_p. \tag{12.26}$$

Значения максимальных работ реакций приводятся в таблицах.

Объединяя последние два уравнения, можно написать в обезличенной форме

$$A_{\text{макс}} = -R\mu T \ln K, \tag{12.27}$$

причем индекс «макс» иногда опускают.

Влияние температуры на равновесие химических систем. Для получения в явном виде зависимости константы равновесия (а значит и выхода конечных продуктов реакции) от температуры используем уравнения (12.15) и (12.23). По уравнению (12.15)

$$A = Q + T\frac{dA}{dT}.$$

Значение dA/dT определим из уравнения (12.23); приняв начальные концентрации реагентов C_A, C_B; C_C, C_D постоянными, получим

$$\frac{dA}{dT} = R\mu\left[\ln\frac{C_A^a\,C_B^b}{C_C^c\,C_D^d} - \ln K_c\right] - R\mu T\frac{d\ln K_c}{dT}.$$

Подставляя в выражение (12.15), получим: $A = Q + R\mu T \times$

$$\times\left[\ln\frac{C_A^a\,C_B^b}{C_C^c\,C_G^d} - \ln K_c\right] - R\mu T^2\frac{d\ln K_c}{dT},$$

или

$$A = Q + A - R\mu T^2\frac{d\ln K_c}{dT},$$

откуда

$$\frac{d\ln K_c}{dT} = \frac{Q}{R\mu T^2}. \tag{12.28}$$

Если определять производную dA/dT из уравнения (12.24), получим

$$\frac{d\ln K_p}{dT} = \frac{Q}{R\mu T^2}. \tag{12.29}$$

Объединяя уравнения (12.28) и (12.29), можно написать

$$\frac{d\ln K}{dT} = \frac{Q}{R\mu T^2}. \tag{12.30}$$

Уравнение изотермы химической реакции (12.24) и уравнение (12.30) впервые были получены Вант-Гоффом (1886 г.) и известны в литературе под его именем.

В зависимости от знака Q, т. е. будет ли реакция экзотермической или эндотермической, на основании анализа уравнения (12.30) можно сделать следующие выводы (табл. 12.1).

ТАБЛИЦА 12.1. **ВЛИЯНИЕ УВЕЛИЧЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ОСОБЕННОСТИ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ**

Особенности реакции	Реакция	
	экзотермическая	эндотермическая
Отношение $d \ln K/dT$	>0	<0
Константа равновесия K	Увеличивается	Уменьшается
Степень диссоциации α	»	»
Химическое средство	Уменьшается	Увеличивается
Полнота прямой реакции (выход продуктов реакции)	»	»
Химическое равновесие	Перемещается в сторону начальных веществ	Перемещается в сторону конечных веществ

Например, выход CO_2 в экзотермической реакции $2CO+O_2=2CO_2$ будет тем меньше, чем выше температура T.

Смещение равновесия химической реакции при изменении температуры происходит тем значительнее, чем больше будет теплота реакции Q. Влияние внешних условий (температуры и давления) на химическое равновесие оценивается принципом смещения равновесия, известным под названием принципа Ле Шателье-Брауна. Этот принцип формулируется так: *если на систему, находящуюся в равновесии, воздействовать извне, изменяя какое-нибудь из условий, определяющих положение ее равновесия, то последнее смещается, причем в системе начинают протекать процессы, ослабляющие эффект внешнего воздействия.*

Например, если возрастает температура вследствие увеличения количества теплоты, сообщаемой системе, то в ней начинает развиваться та реакция (прямая или обратная), которая протекает с поглощением теплоты.

Если повышается давление, вследствие чего уменьшается объем системы, то в ней усиливается та реакция (прямая или обратная), которая будет сопровождаться уменьшением объема, что ослабит влияние внешнего воздействия (увеличения давления).

Зависимость константы равновесия химической реакции от температуры в явной форме может быть выведена путем интегрирования уравнения (12.30), подставляя в него значения Q по уравнению (12.7):

$$d \ln K = \frac{Q}{R\mu T^2} dT; \quad Q = Q_0 + \alpha T + \beta T^2 + \gamma T^3;$$

$$\ln K = -\frac{Q_0}{R\mu T} + \frac{\alpha \ln T}{R\mu} + \frac{\beta T}{R\mu} + \frac{\gamma}{2R\mu} T^2 + \text{const}. \qquad (12.31)$$

Константа интегрирования const может быть определена из полученного равенства, если при какой-то температуре T_1 будет известна

константа равновесия K_1. Тогда константу равновесия K_2 можно определить при температуре T_2 по равенству

$$\ln\frac{K_2}{K_1}=-\frac{Q_0}{R\mu}\frac{T_1-T_2}{T_1\,T_2}+\frac{\alpha}{R\mu}\ln\frac{T_2}{T_1}+\frac{\beta}{R\mu}(T_2-T_1)+\frac{\gamma}{2R\mu}(T_2^2-T_1^2). \tag{12.32}$$

Если принять, что теплота реакции Q в интервале изменения температур от T_1 до T_2 имеет среднее постоянное значение, то полученное равенство может быть записано в более простом виде:

$$\frac{d\ln K}{dT}=\frac{Q}{R\mu T^2};\quad d\ln K=\frac{QdT}{R\mu T^2};$$

$$\ln K=\frac{Q}{R\mu}\int\frac{dT}{T^2}+\text{const};\quad \ln\frac{K_2}{K_1}=\frac{Q}{R\mu}\frac{T_2-T_1}{T_1\,T_2}. \tag{12.33}$$

При известных значениях K_1 и K_2, соответствующих температурам T_1 и T_2, из последнего равенства может быть найдено и среднее значение теплоты реакции в интервале указанных температур, т. е.

$$Q=R\mu\frac{T_1\,T_2}{T_2-T_1}\ln\frac{K_2}{K_1}. \tag{12.34}$$

Используя уравнения (12.27) и (12.31), можно получить в явном виде зависимость максимальной работы химической реакции от температуры:

$$A_{\text{макс}}=-R\mu\,T\ln K,\ \text{а}\ \ln K=-\frac{Q_0}{R\mu}\frac{1}{T}+\frac{\alpha\ln T}{R\mu}+$$

$$+\frac{\beta}{R\mu}T+\frac{\gamma}{2R\mu}T^2+C$$

или

$$A_{\text{макс}}=Q_0-\alpha T\ln T-\beta T^2-\frac{\gamma}{2}T^3-C\,R\mu T. \tag{12.35}$$

Уравнение (12.35) позволяет определить максимальную работу реакции или иначе меру химического сродства при любой температуре.

Базируясь на общих соотношениях, устанавливаемых теорией равновесия химических систем, можно вычислить количество теплоты при фазовых превращениях веществ, т. е. при плавлении, парообразовании, сублимации и обратных им превращениях.

Применяя уравнение Гиббса — Гельмгольца, например, для процесса парообразования, будем иметь:

$$A=Q+T\frac{dA}{dT}\ \text{или}\ \psi=-\rho+T\frac{d\psi}{dT}.$$

где $\psi=p(v''-v')$ — внешняя теплота парообразования, расходуемая на работу в процессе парообразования; $\rho=(U''-U')$ — внутренняя теплота парообразования, расходуемая на дисгрегацию молекул в процессе парообразования (см. § 6.3) (знак «минус» обусловлен эндотермическим характером процесса парообразования); $r=\psi+\rho$ — теплота парообразования:

$$\psi+\rho=r=T\frac{dp(v''-v')}{dT}$$

и окончательно

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r}{T(v''-v')}. \qquad (12.36)$$

Полученное уравнение тождественно уравнению (6.6) Клапейрона—Клаузиуса.

Если обозначить теплоту перехода вещества из одного фазового состояния в другое через λ и учесть, что эти реакции перехода — эндотермические реакции, то в более общем виде уравнение (12.36) можно написать так:

$$\frac{dp}{dT} = -\frac{\lambda}{T(v''-v')}. \qquad (12.37)$$

В зависимости от характера процесса λ может быть теплотой плавления, теплотой парообразования или теплотой сублимации. Это уравнение широко используется для расчета теплоты плавления металлов, которую трудно определить опытным путем. В этом случае $v'' - v'$ представляет собой разность объемов $v_{\text{жидк}} - v_{\text{тв}}$. Для процесса сублимации разность $v'' - v'$ есть $v_{\text{пар}} - v_{\text{тв}}$. Для процесса парообразования уравнение (12.37) позволяет рассчитать удельный объем сухого насыщенного пара v'', состояние которого является, как известно, весьма неустойчивым, и поэтому его трудно определить опытным путем.

§ 12.5. Тепловая теорема Нернста

Графическое изображение уравнений (12.7) и (12.35), отображающих зависимость теплоты и максимальной работы реакции от температуры, показывает, что если уравнению (12.7) будет соответствовать вполне определенная кривая, то уравнению $A = \varphi(T)$ будет соответствовать семейство бесконечно большого числа кривых (рис. 12.2), так как в равенство (12.35) входит неопределенная константа интегрирования C.

В действительности каждой реакции будет соответствовать лишь единственная линия из семейства крнвых A. При $T = 0$ К, как следует из уравнения

$$A = Q_0 - \alpha T \ln T - \beta T^2 - \frac{\gamma}{2} T^3 - CR\mu T,$$

$A = Q_0$, но последнее равенство будет также справедливо и при температурах, стремящихся к абсолютному нулю. Это подтверждает расположение кривых Q и A на рис. 12.2, которые при $T \to 0$ К сливаются друг с другом. В этом случае совпадают и касательные к этим кривым, т. е. при температурах, стремящихся к абсолютному нулю, кривые $Q = f(T)$ и $A = \varphi(T)$ будут иметь общую касательную. Аналитически это выражается равенством

$$\left[\frac{dA}{dT}\right]_{T\to 0\text{ К}} = \left[\frac{dQ}{dT}\right]_{T\to 0\text{ К}} \qquad (а)$$

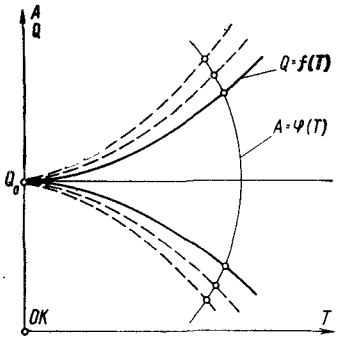


Рис. 12.2. К доказательству тепловой теоремы Нериста

Нетрудно показать, что общая касательная к кривым Q и A будет параллельна оси абсцисс, т. е.

$$\left[\frac{dA}{dT}\right]_{T\to 0\text{ K}} = \left[\frac{dQ}{dT}\right]_{T\to 0\text{ K}} = 0.$$

Действительно, из уравнения Гиббса — Гельмгольца $A = Q + T\frac{dA}{dT}$ следует, что $\frac{dA}{dT} = \frac{A-Q}{T}$, но при $T = 0$ K $A = Q = Q_0$ — получается неопределенность. Раскрытие этой неопределенности, по правилу Лопиталя, показывает:

$$\left[\frac{dA}{dT}\right]_{T\to 0\text{ K}} = \frac{\left[\frac{dA}{dT}\right]_{T\to 0\text{ K}} - \left[\frac{dQ}{dT}\right]_{T\to 0\text{ K}}}{\frac{dT}{dT}} = \frac{0}{1} = 0.$$

Тогда в соответствии с равенством (а) и $\left[\frac{dQ}{dT}\right]_{T\to 0\text{ K}} = 0$, что и требовалось доказать. Таким образом, равенство

$$\left[\frac{dA}{dT}\right]_{T\to 0\text{ K}} = \left[\frac{dQ}{dT}\right]_{T\to 0\text{ K}} = 0 \qquad (12.38)$$

показывает, что при температурах, близких к абсолютному нулю, кривые Q и A сливаются между собой и имеют общую касательную, параллельную оси абсцисс. Это позволяет из семейства кривых A выбрать действительную линию, соответствующую кривой максимальной работы. Уравнение (12.38) является математическим выражением тепловой теоремы, формулировка которой дана ниже после ряда следствий, устанавливаемых указанным уравнением.

Следствие первое. При абсолютном нуле температур алгебраическая сумма теплоемкостей конденсированных тел системы равна нулю. Справедливость этого положения следует из сравнения равенств (12.5) и (12.38):

$$\frac{dQ}{dT} = c_1 - c_2 = \sum c = 0.$$

Квантовая теория теплоемкости доказывает, что при $T = 0$ K теплоемкость каждого вещества в отдельности равна нулю.

Следствие второе. При абсолютном нуле температур изменение энтропии конденсированных тел системы равно нулю. Согласно равенству (12.11),

$$A_V = F_1 - F_2$$

или

$$\left[\frac{\partial A_V}{\partial T}\right]_V = \left[\frac{\partial F_1}{\partial T}\right]_V - \left[\frac{\partial F_2}{\partial T}\right]_V$$

В соответствии с равенством $\left[\frac{\partial F}{\partial T}\right]_V = -s$ (см. стр. 191)

$$\left[\frac{\partial A_V}{\partial T}\right]_V = s_2 - s_1 = \Delta s,$$

но при $T \to 0$ К $\left[\frac{\partial A_V}{\partial T}\right] = 0$,

тогда $\Delta s_{0\ К} = 0$.

Следовательно, при приближении к абсолютному нулю теплообмен уменьшается и при абсолютном нуле полностью прекращается.

В 1912 г. немецкий физик М. Планк показал, что при абсолютном нуле не только не происходит изменения энтропии твердых тел, но и энтропия каждого тела в отдельности равна нулю, т. е. $s_{0К} = 0$. Эти следствия свидетельствуют о том, что при приближении к абсолютному нулю температуры свойства тел изменяются и перестают зависеть от температуры. Следовательно, тепловая теорема может быть сформулирована так: «Абсолютный нуль температуры недостижим, ибо невозможно представить себе при абсолютном нуле вещество, которое будет лишено своих свойств».

Из этой теоремы (называемой также теоремой Нернста *, или третьим законом термодинамики) следует, что константа интегрирования C в уравнении (12.31) при $T = 0$ К равна нулю. Действительно, дифференцирование уравнения (12.7) дает

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = \alpha + 2\beta T + 3\gamma T^2 \text{ при } T \to 0,\ \alpha = 0,$$

тогда уравнение (12.35) примет вид

$$A = Q_0 - \beta T^2 - \frac{\gamma}{2} T^3 - CR\mu T.$$

После дифференцирования этого равенства по T получим

$$\frac{dA}{dT} = -2\beta T - \frac{3}{2}\gamma T^2 - CR\mu.$$

Но при $T = 0$, согласно уравнению (12.35), будем иметь $CR\mu = 0$.

Поскольку $R\mu \neq 0$, получим, что $C = 0$. Тогда уравнения (12.7) и (12.35) примут вид:

$$Q = Q_0 + \beta T^2 + \gamma T^3;$$

$$A = Q_0 - \beta T^2 - \frac{\gamma}{2} T^3.$$

* В. Г. Нернст (1864—1941) — немецкий физик.

При линейном законе изменения теплоемкости в зависимости от температуры ($\gamma = 0$) для твердых тел получим

$$Q = Q_0 + \beta T^2 \text{ и } A = Q_0 - \beta T^2,$$

т. е. действительная линия, соответствующая кривой максимальной работы, будет располагаться симметрично кривой $Q = f(T)$. На рис. 12.2 эта линия изображена сплошной кривой.

§ 12.6. Влияние температуры на скорость химических реакций

Согласно закону действующих масс (см. § 12.4), скорость протекания реакции пропорциональна произведению концентраций реагирующих веществ, т. е. $w = kc_A^a c_B^b$, где a и b — число молей реагирующих веществ A и B.

Экспериментальными исследованиями установлено, что константа скорости k, а также и скорость химической реакции w являются функциями температуры; при этом для большинства реакций скорость w возрастает при увеличении температуры. Например, при повышении температуры на 10° С скорость подавляющего большинства гомогенных реакций увеличивается в 2—4 раза. Соответственно увеличивается константа скорости k, и коэффициент k_{t+10}/k_t, называемый температурным коэффициентом скорости реакции, также будет равен 2—4. Если принять $k_{t+10}/k_t = 3$, то при увеличении температуры на 100° С скорость химической реакции возрастает в 3^{10}, т. е. в 59 000 раз. Естественно, что при этом увеличивается теплота реакции, и если она окажется больше тепловых потерь реакции, то это приведет к дальнейшему повышению температуры, а следовательно, и скорости реакции.

Температура, при которой количество освобождающейся при реакции теплоты начинает превышать тепловые потери, называется температурой воспламенения.

Для установления зависимости константы скорости от температуры воспользуемся уравнением (12.30) $\frac{d \ln K}{dT} = \frac{Q}{R\mu T^2}$, где константа равновесия K определяет отношение константы скорости обратной реакции к константе скорости прямой реакции, т. е. $K = k_2/k_1$.
Тогда

$$\frac{d \ln \frac{k_2}{k_1}}{dT} = \frac{Q}{R\mu T^2} \text{ или } \frac{d \ln k_2}{dT} - \frac{d \ln k_1}{dT} = \frac{Q}{R\mu T^2}.$$

Если допустить, что теплота реакции Q равна разности некоторых произвольных величин A_2 и A_1, т. е. $Q = A_2 - A_1$, будем иметь:

$$\frac{d \ln k_2}{dT} - \frac{d \ln k_1}{dT} = \frac{A_2}{R\mu T^2} - \frac{A_1}{R\mu T^2}$$

или $$\frac{d \ln k}{dT} = \frac{A}{R\mu T^2}. \qquad (12.39)$$

После интегрирования получим:

$$\ln k = -\frac{A}{R\mu T} + C \qquad (12.40)$$

или $$k = e^{-\frac{A}{R\mu T} + C} \qquad (12.41)$$

Откладывая в прямоугольной системе координат по оси абсцисс $1/T$, а по оси ординат $\ln K$, получим уравнение (12.40) в виде прямой линии. Применяя это уравнение для температур T_1 и T_2, получим:

$$\ln k' = -\frac{A}{R\mu T_1} + C \quad \text{и} \quad \ln k'' = -\frac{A}{R\mu T_2} + C,$$

откуда

$$\ln \frac{k''}{k'} = \frac{A}{R\mu} \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} \qquad (12.42)$$

Приняв

$T_2 = T_1 + 10$, а $T_1 T_2 = T_{ср}^2 = T^2$, будем иметь:

$$\ln \frac{k''}{k'} = \frac{A}{R\mu} \frac{10}{T^2} = B \frac{10}{T^2}, \text{ откуда}$$

$$\frac{k_{t+10}}{k_t} = e^{\frac{B \cdot 10}{T^2}} \qquad (12.43)$$

Уравнение (12.43) устанавливает зависимость температурного коэффициента скорости химической реакции от температуры и показывает, что этот коэффициент уменьшается при увеличении температуры, а это значит, что снижается интенсивность роста константы скорости, а следовательно, и интенсивность роста самой скорости химической реакции. Таким образом, интенсивность увеличения скорости реакции при низких температурах будет большей, чем при высоких температурах.

Для раскрытия физического смысла величины A и константы интегрирования C в уравнении (12.40) введем понятие об энергии активации. Под теплотой, или энергией активации ε, понимают энергию, достаточную для обеспечения соединения встретившихся молекул. Осуществление химической реакции возможно лишь в том случае, если освобождающаяся энергия при столкновении молекул будет больше энергии активации.

При повышении температуры возрастают скорость и кинетическая энергия молекул, что приводит к увеличению числа столкновений активных молекул и, следовательно, скорости химической реакции. Если z_0 — полное число столкновений молекул, а z — число столкновений молекул, энергия которых будет превышать энергию ε, то, согласно кинетической теории газов, $z = z_0 e^{-\frac{\varepsilon}{R\mu T}}$ и в соответствии с этим скорость химической реакции

$$w = w_0 e^{-\frac{\varepsilon}{R\mu T}} \qquad (12.44)$$

где w — действительная скорость реакции, зависящая от столкновений активных молекул; w_0 — скорость реакции, соответствующая полному числу столкновений молекул z_0.

На основании закона действующих масс для бимолекулярной реакции скорость $w_0 = k_0 c_1 c_2$ (где k_0 — константа скорости, соответствующая полному числу столкновений молекул, а c_1 и c_2 — концентрации веществ). Подставляя значения w_0 в формулу (12.44), будем иметь

$$w = k_0 c_1 c_2 e^{-\frac{\varepsilon}{R\mu T}}.$$

Обозначая

$$k_0 e^{-\frac{\varepsilon}{R\mu T}} = k, \qquad (12.45)$$

получим

$$w = k c_1 c_2,$$

т. е. k будет являться действительной константой скорости химической реакции, определенной с поправкой на фактор активации.

Логарифмируя уравнение (12.45), получим равенство

$$\ln k = \ln k_0 - \frac{\varepsilon}{R\mu T}. \qquad (12.46)$$

Из сравнения уравнения (12.40) с уравнением (12.46) следует, что $C = \ln k_0$ и $A = \varepsilon$.

Эти соотношения показывают значение и физический смысл константы интегрирования C и величины A в уравнении (12.40).

Энергия активации ε и константа скорости k могут быть определены на основании общих соотношений кинетической теории вещества.

Пример 12.4. Определить степень диссоциации и равновесный состав смеси для реакции $C + CO_2 \rightleftarrows 2CO$ при $p = 1$ МПа, если $K_p = 0{,}0082$ при $T = 1000$ К и до реакции было шесть молей CO.

Ответ: $\alpha = 0{,}13$; $CO = 5{,}22$ моля; $CO_2 = 0{,}78$ моля.

Пример 12.5. Определить теплоту реакции $2NO \rightleftarrows N_2 + O_2$, если известно, что $T_1 = 1811$ К $k_1 = 9{,}16 \cdot 10^{-3}$, а при $T_2 = 2195$ К $k_2 = 24 \cdot 2 \cdot 10^{-3}$. Принимается, что Q от температуры не зависит.

Ответ: $Q = 83\,300$ кДж/кмоль.

Пример 12.6. Определить состав смеси в момент равновесия для реакции $FeO_{тв} + CO \rightleftarrows Fe_{тв} + CO_2$, если при $T = 1273$ К $k_p = 2{,}5$.

Ответ: $CO = 71{,}4\%$; $CO_2 = 28{,}6\%$.

РАЗДЕЛ II. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ТЕПЛООБМЕНА

Теория теплообмена представляет собой науку, которая изучает законы распространения и передачи теплоты между телами. Вместе с термодинамикой учение о теплообмене составляет теоретические основы теплотехники.

Различают три вида теплообмена: теплопроводность (или кондукция), конвекция и тепловое излучение. Теплопроводностью называется перенос теплоты, возникающий при непосредственном соприкосновении между частицами тела.

В жидкостях* наряду с теплопроводностью теплота может распространяться также путем перемещения и перемешивания между собой более или менее нагретых частиц самой жидкости. Такой вид распространения теплоты называется конвекцией. В целом явление передачи теплоты при соприкосновении стенки с жидкостью путем теплопроводности и дальнейшее распространение ее в жидкости за счет конвекции (а также процесс, протекающий в обратном направлении) называется конвективным теплообменом, или теплоотдачей.

Тепловым излучением, или лучеиспусканием, называется перенос энергии в виде электромагнитных волн между двумя взаимно излучающими поверхностями. При этом происходит двойное превращение энергии: тепловой энергии в лучистую на поверхности тела, излучающего теплоту, и лучистой энергии в тепловую на поверхности тела, поглощающего лучистую теплоту.

Частные процессы переноса теплоты — теплопроводность, конвекция и лучеиспускание — обычно происходят одновременно. Например, в топочных устройствах различных технологических установок конвективный перенос теплоты сопровождается тепловым излучением. В этом случае процесс переноса теплоты называется сложным теплообменом.

В теплообменных аппаратах, как правило, происходят одновременно различные виды теплообмена. Например, в паровом котле теплота передается от продуктов сгорания топлива к стенкам кипятильных труб путем излучения и конвекции, через металл стенок труб теплота распространяется путем теплопроводности, и далее осуществляется процесс теплоотдачи кипящей воде или пару. Такой процесс переноса теплоты от греющей среды через стенку к нагреваемой среде называется теплопередачей.

Необходимо отметить, что в тепловых установках, используемых в производстве строительных материалов и изделий, процессы теплообмена являются решающими, так как интенсивность и качество тепловой обработки строительных изделий в значительной мере зависят от правильной работы теплоиспользующей аппаратуры. Очень важно при организации теплообмена в промышленных условиях обеспечить равномерность тепловой обработки во всем объеме камеры или на отдельных

* В теории теплообмена под термином «жидкость» понимают любую сплошную среду (газ и капельную жидкость), обладающую свойством текучести.

участках непрерывно действующих установок. В противном случае в общей массе обработанной продукции будет содержаться как перегретый, так и недогретый материал. При этом нужно иметь в виду, что тепловая обработка многих строительных изделий сопровождается сложными физико-химическими процессами экзо- или эндотермического характера, учет которых в расчете теплообмена обязателен.

ГЛАВА 13. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

§ 13.1. Основные понятия и определения

Известно, что процесс распространения теплоты в пространстве неразрывно связан с распределением температуры в нем. Совокупность значений температуры в каждый момент времени для всех точек рассматриваемого пространства называется температурным полем. Математически оно выражается уравнением $t = f(x, y, z, \tau)$, где x, y, z — координаты точки, а τ — время. Если температура во времени не меняется, то поле называется установившимся, или стационарным. Если температура зависит от времени, поле называется неустановившимся, а протекающие в таких условиях тепловые процессы — нестационарными, например нагревание или охлаждение тел.

Температурное поле может быть функцией трех, двух и одной координаты. Соответственно оно называется трех, двух- и одномерным. Наиболее простой вид имеет уравнение одномерного стационарного температурного поля $t = f(x)$. Все точки пространства, имеющие одинаковую температуру, образуют изотермическую поверхность. Естественно, что изменение температуры в теле может наблюдаться лишь в направлениях, пересекающих изотермические поверхности (например, направление x, рис. 13.1). При этом наиболее резкое изменение получается в направлении нормали n к изотермическим поверхностям. Предел отношения изменения температуры Δt к расстоянию между изотермами по нормали Δn при условии, что $\Delta n \to 0$, называется температурным градиентом, т.е.

$$\lim \left[\frac{\Delta t}{\Delta n} \right]_{\Delta n \to 0} = \frac{\partial t}{\partial n} = \operatorname{grad} t.$$

Частная производная применена здесь потому, что в общем случае температура может изменяться не только в пространстве, но и во времени (при нестационарном режиме).

Температурный градиент — это вектор с положительным знаком при возрастании температуры и с отрицательным при ее падении. Градиент температуры численно равен производной температуры по нормали.

Количество переносимой теплоты в единицу времени называют тепловым потоком Q, который измеряется в Дж/с (Вт). Тепловой поток, отнесенный в единице поверхности тела, называют поверхностной плотностью теплового потока (или просто плотностью теп-

лового потока) $q = Q/S$, которая измеряется в Вт/м^2.

Величина q является вектором, направление которого противоположно направлению градиента температуры, так как тепловая энергия самостоятельно распространяется всегда только в сторону убывания температуры (см. рис. 13.1).

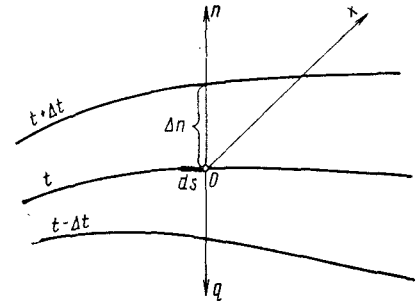


Рис. 13.1. К определению температурного градиента и теплового потока

Исследуя явления теплопроводности в твердых телах, Фурье установил, что тепловая мощность, передаваемая теплопроводностью, пропорциональна градиенту температуры и площади сечения, перпендикулярного направлению теплового потока, т. е.

$$Q = -\lambda S \frac{\partial t}{\partial n}$$

или

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} = -\lambda \operatorname{grad} t. \qquad (13.1)$$

Множитель пропорциональности λ, входящий в это уравнение, характеризует способность вещества, из которого состоит рассматриваемое тело, проводить теплоту и называется коэффициентом теплопроводности, или просто теплопроводностью. Из уравнения (13.1), которое является математическим выражением основного закона распространения теплоты путем теплопроводности (закон Фурье), следует, что теплопроводность λ, Вт/(м·К), определяет мощность теплового потока, проходящего через 1 м^2 поверхности при градиенте температуры 1 К/м.

Для различных тел теплопроводность имеет определенное значение и зависит от структуры, плотности, влажности, давления и температуры веществ этих тел. Точные значения λ определяют на основе специальных лабораторных опытов. При технических расчетах обычно используют ориентировочные значения теплопроводности λ, Вт/(м·К).

Серебро	418
Чистая медь	390—400
Сталь, чугун	45—60
Шамотный кирпич	1—1,4
Красный кирпич	0,55—0,8
Бетон	0,9—1,4
Дерево	0,11—0,17
Асбест	0,09—0,19
Шлаковая вата	0,07
Вода (0—100 °С)	0,55—0,7
Лед	2,5
Воздух (0—1000 °С)	0,024—0,075

Таким образом, наиболее высокая теплопроводность у металлов, значительно ниже у неметаллических строительных материалов и самые

низкие значения у пористых материалов, применяемых специально для тепловой изоляции. У теплоизоляционных материалов $\lambda < 0{,}20$ Вт/(м·К).

У большинства металлов с повышением температуры теплопроводность убывает. Содержание примесей в металлах резко снижает их теплопроводность. Например, для стали при 0,1% углерода $\lambda = 53$, а при 1% углерода $\lambda = 39$ Вт/(м·К). Для строительных и теплоизоляционных материалов теплопроводность возрастает с увеличением температуры (исключение составляют магнезитовые огнеупоры). Зависимость λ от температуры для этих материалов может быть выражена равенством

$$\lambda_t = \lambda_{0\,^\circ C}(1+\beta t),$$

где β — температурный коэффициент, представляющий собой приращение λ материала при повышении его температуры на 1°.

У различных строительных материалов в интервале температур 0—100° С $\beta = 0{,}0025$. Для капельных жидкостей с повышением температуры теплопроводность убывает. Исключение составляют лишь вода и глицерин. У газов с повышением температуры теплопроводность возрастает и практически не зависит от давления, за исключением очень высоких (более 200 МПа) и очень низких (менее 0,003 МПа) давлений. На теплопроводность влияют общая пористость материала, размер и степень замкнутости пор. Для пористых материалов теплопроводность находится в обратной зависимости от их общей пористости и в прямой — от размеров пор. Это объясняется увеличением передачи теплоты конвекцией и излучением в общем процессе теплообмена пористого материала и свидетельствует о том, что теплоизоляционные материалы, используемые при высоких температурах, должны иметь мелкопористое строение. Поры, сообщающиеся между собой и с поверхностью материала, создают более благоприятные условия для увлажнения материала и тем самым для увеличения его теплопроводности, поэтому теплоизоляционные материалы должны иметь по возможности замкнутые поры.

Для пористых материалов λ является условной величиной, так как наличие пор в материале не позволяет рассматривать его как сплошное тело. Поэтому λ пористых материалов представляет собой теплопроводность некоторого однородного тела, через которое при одинаковых форме, размерах и температурах на границе его поверхности с окружающей средой передается та же тепловая мощность, что и через пористое тело.

Материалы с большей плотностью, как правило, обладают большей теплопроводностью, однако нужно иметь в виду, что теплопроводные свойства материала зависят не только от объема воздуха, заключенного в порах, но главным образом от равномерного распределения воздуха в пористом материале. С этой точки зрения крупнопористый материал будет менее эффективным теплоизолятором, чем мелкопористый материал с той же плотностью. Среди строительных материалов встречаются такие, которые, имея меньшую плотность, обладают большей теплопро-

водностью, чем материалы с большей плотностью. Примерами могут служить минеральная вата, торфяная крошка, употребляемая в качестве теплоизоляционного сыпучего материала, и др. В частности, у минеральной ваты при плотности около 125 кг/м^3 теплопроводность наименьшая. При меньшей плотности теплопроводность возрастает в результате увеличения передачи теплоты конвекцией в порах вследствие меньшего уплотнения ваты.

Теплопроводность строительных материалов резко возрастает при их увлажнении, так как значительно отличаются теплопроводности воздуха и воды: теплопроводность воздуха в порах материала 0,025—0,028, а воды 0,55 Вт/(м·К), т. е. почти в 20 раз больше, чем воздуха. Материал становится еще более теплопроводным, если влага, находящаяся в его порах, замерзает, так как теплопроводность льда равна 2,5 Вт/(м·К), т. е. примерно в 4 раза выше, чем у воды, и в 80 раз выше, чем у воздуха. Повышение теплопроводности влажных материалов обусловливается также увеличением контактирующих поверхностей частиц основного вещества материала. Это приводит к тому, что теплопроводность влажного материала значительно выше, чем сухого и воды в отдельности. Например, для сухого кирпича λ равна 0,35, для воды 0,55, а для влажного кирпича 1 Вт/(м·К). Поэтому строительные и особенно теплоизоляционные материалы необходимо предохранять от увлажнения, иначе сильно снижаются их теплозащитные свойства.

Для анизотропных материалов, которые имеют неодинаковую структуру в различных направлениях (древесина, волокнистые и прессованные материалы, кристаллы), теплопроводность зависит от направления теплового потока. Например, у сосновой древесины при направлении теплового потока параллельно направлению волокон λ увеличивается вдвое по сравнению с теплопроводностью при направлении теплового потока перпендикулярно волокнам. Это объясняется тем, что при направлении, перпендикулярном волокнам, тепловому потоку приходится пересекать большое количество воздушных зазоров, находящихся как внутри волокон древесины, так и между ними и оказывающих сопротивление прохождению теплоты. При направлении теплового потока параллельно волокнам влияние воздуха, заключенного в древесине, будет значительно меньше.

§ 13.2. Расчетные формулы при стационарной теплопроводности

Рассмотрим формулы, по которым можно рассчитать количество теплоты, передаваемой путем теплопроводности через стенки различной конфигурации (плоскую, цилиндрическую, сферическую), и установим для них уравнения температурных полей.

Однородная плоская стенка. Рассмотрим явление теплопроводности в однородной плоской стенке толщиной δ (рис. 13.2). Теплопроводность материала стенки λ, и пусть на поверхностях стенки поддерживаются постоянные температуры t_1 и t_2 (режим стационарный), причем температурное поле одномерно и меняется только в направлении оси x. Внутренние источники теплоты в стенке отсутствуют. На основа-

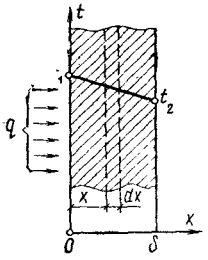


Рис. 13.2. Однородная плоская стенка

нии уравнения (13.1) для бесконечно тонкого слоя стенки dx, взятого на расстоянии x от поверхности, будем иметь:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} \text{ или } dt = -\frac{q}{\lambda} dx \text{ и } t = -\frac{q}{\lambda} x + C.$$

Постоянная интегрирования C определяется из граничных условий: при $x = 0$ $t = t_1$, $C = t_1$; при $x = \delta$ $t = t_2 = -\frac{q}{\lambda} \delta + t_1$, откуда определяют плотность теплового потока

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2) = -\frac{\lambda}{\delta} \Delta t. \qquad (13.2)$$

Разность температур $t_1 - t_2 = \Delta t$ называется температурным напором. Отношение λ/δ, Вт/(м²·К), называется тепловой проводимостью стенки, показывающей, какое количество теплоты проводит 1 м² стенки за единицу времени при температурном напоре, равном одному градусу. Обратная величина тепловой проводимости δ/λ, К·м²/Вт, называется термическим сопротивлением стенки, которое определяет падение температуры при прохождении через стенку теплового потока плотностью, равной единице. Подобное название δ/λ обусловлено тем, что формула (13.2), написанная в виде $q = \frac{\Delta t}{\delta/\lambda}$, аналогична по форме закону Ома для постоянного тока, и отношение δ/λ, соответствующее омическому сопротивлению в формуле закона Ома, называют термическим сопротивлением теплопроводности.

Если в выражение $t = -\frac{q}{\lambda} x + C$ подставить значения $C = t_1$ и $q = \frac{\lambda}{\delta}\Delta t$, то получим уравнение температурной кривой

$$t_x = t_1 - \frac{\Delta t}{\delta} x. \qquad (13.3)$$

Уравнение (13.3) показывает, что при постоянном значении λ внутри однородной плоской стенки температура изменяется по закону прямой линии. В действительности теплопроводность зависит от температуры, поэтому температура изменяется не по прямой, а по кривой.

Зная по уравнению (13.2) величину q, легко определить и общее количество теплоты Q, переданное через плоскую стенку с площадью поверхности S в течение времени τ:

$$Q = qS\tau = \frac{\lambda}{\delta} \Delta t S \tau. \qquad (13.4)$$

Многослойная плоская стенка. В строительстве наиболее распространенный тип ограждения — многослойные конструкции. Например, стены жилых домов на основном кирпичном слое с одной стороны имеют внутреннюю штукатурку, а с другой — внешнюю облицовку. Обму-

ровка топок и печей, используемых в промышленности строительных материалов, также обычно состоит из нескольких слоев: слоя огнеупорной кладки, слоя обычного кирпича и слоя тепловой изоляции.

Рассмотрим плоскую стенку, составленную из нескольких, например трех, разнородных, плотно прилегающих друг к другу слоев (рис. 13.3). Толщины слоев и соответствующие значения теплопроводности составляют δ_1, δ_2, δ_3 и λ_1, λ_2, λ_3. Кроме того, заданы температуры наружных поверхностей стенки t_1 и t_4. Соприкасающиеся поверхности слоев имеют температуры t_2 и t_3, но значения их неизвестны. Поскольку мы рассматриваем стационарный режим, то плотность теплового потока q, проходящего через каждый слой стенки, по величине одинакова. На основании формулы (13.2) для каждого слоя можно написать:

$$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_1 - t_2);\ q = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_2 - t_3);\ q = \frac{\lambda_3}{\delta_3}(t_3 - t_4).$$

Исходя из написанных уравнений, находим изменения температуры в каждом слое и, складывая их, получим температурный напор $t_1 - t_4 = \Delta t$, т. е.

$$\left.\begin{aligned} t_1 - t_2 &= q\delta_1/\lambda_1; \\ t_2 - t_3 &= q\delta_2/\lambda_2; \\ t_3 - t_4 &= q\delta_3/\lambda_3 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(а)}$$

$$t_1 - t_4 = \Delta t = q\left[\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}\right],$$

откуда

$$q = \frac{\Delta t}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1} + \dfrac{\delta_2}{\lambda_2} + \dfrac{\delta_3}{\lambda_3}}.$$

По аналогии для n-слойной стенки расчетную формулу можно написать так:

$$q = \frac{\Delta t}{\sum\limits_{i=1}^{i=n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i}}. \qquad (13.5)$$

Из полученного уравнения следует, что общее термическое сопротивление многослойной стенки равно сумме частных термических сопротивлений. Если значение теплового потока, определенного по формуле (13.5), подставить в равенство (а), можно найти неизвестные температуры t_2 и t_3:

$$t_2 = t_1 - q\frac{\delta_1}{\lambda_1};\ t_3 = t_2 - q\frac{\delta_2}{\lambda_2} = t_1 - q\left[\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}\right],$$

или

$$t_3 = t_4 + q\frac{\delta_3}{\lambda_3}.$$

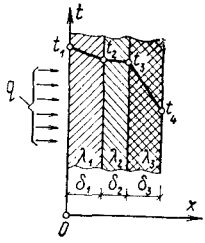


Рис. 13.3. Многослойная плоская стенка

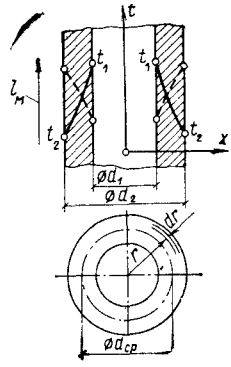


Рис. 13.4. Однослойная цилиндрическая стенка

Внутри каждого слоя температура изменяется по закону прямой линии (при $\lambda = \text{const}$), а для многослойной стенки она представляет собой ломаную линию (см. рис. 13.3), так как каждый слой стенки имеет свое значение λ.

В некоторых случаях многослойную стенку рассчитывают как однослойную однородную стенку с такой же толщиной Δ, т.е. $\Delta = \sum_{i=1}^{i=n} \delta_i$. При этом в расчет вводится так называемая эквивалентная теплопроводность $\lambda_{экв}$, определяемая из соотношения

$$q = \frac{\Delta t}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}} = \frac{\lambda_{экв}}{\Delta} \Delta t,$$

откуда

$$\lambda_{экв} = \frac{\Delta}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \qquad (13.6)$$

Однослойная цилиндрическая стенка. Рассмотрим однородную цилиндрическую стенку (трубу) длиной l с внутренним диаметром d_1 и наружным d_2. Теплопроводность материала имеет постоянное значение и равна λ. На внутренней и наружной поверхностях трубы поддерживаются постоянные температуры t_1 и t_2 (рис. 13.4), причем $t_1 > t_2$. Температурное поле считаем одномерным, т. е. температура меняется только в радиальном направлении. В этом случае изотермические поверхности будут представлять собой цилиндрические поверхности, имеющие общую ось с трубой. Внутри рассматриваемой стенки выделим кольцевой слой радиусом r и толщиной dr. Тогда, по закону Фурье, количество теплоты, проходящей через этот слой за единицу времени,

равно:

$$Q = -\lambda S \frac{dt}{dr} = -\lambda 2\pi r l \frac{dt}{dr}.$$

Разделяя переменные и интегрируя, получим:

$$dt = -\frac{Q}{2\pi\lambda l}\frac{dr}{r} \text{ и } t = -\frac{Q}{2\pi\lambda l}\ln r + C. \qquad (б)$$

Используя граничные условия, находим: при $r = r_1$ $t = t_1$ и при $r = r_2$ $t = t_2$.
Тогда:

$$t_1 = -\frac{Q}{2\pi\lambda l}\ln r_1 + C; \qquad (в)$$

$$t_2 = -\frac{Q}{2\pi\lambda l}\ln r_2 + C. \qquad (г)$$

Вычитая из равенства (в) равенство (г), получим:

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{2\pi\lambda l}(\ln r_2 - \ln r_1) = \frac{Q}{2\pi\lambda l}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$

или

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{2\pi\lambda l}\ln\frac{d_2}{d_1},$$

откуда

$$Q = \frac{2\pi\lambda l}{\ln\frac{d_2}{d_1}}\Delta t. \qquad (13.7)$$

Полученное уравнение является расчетной формулой теплопроводности цилиндрической стенки. Оно будет справедливо и при $t_1 < t_2$, т. е. когда тепловой поток направлен от наружной поверхности к внутренней.

Для определения закона изменения температуры по толщине цилиндрической стенки подставим в равенство (б) значения C из равенства (в) и Q из уравнения (13.7):

$$t_x = -\frac{2\pi\lambda l\Delta t}{\ln\frac{d_2}{d_1}\,2\pi\lambda l}\ln r_x + t_1 + \frac{2\pi\lambda l\Delta t}{\ln\frac{d_2}{d_1}\,2\pi\lambda l}\ln r_1.$$

или

$$t_x = t_1 - \frac{\Delta t}{\ln\frac{d_2}{d_1}}\ln\frac{d_x}{d_1}. \qquad (13.8)$$

Равенство (13.8) представляет собой уравнение логарифмической кривой. При $t_1 < t_2$ эта кривая будет направлена выпуклостью вверх (на рис. 13.4 она показана пунктиром).

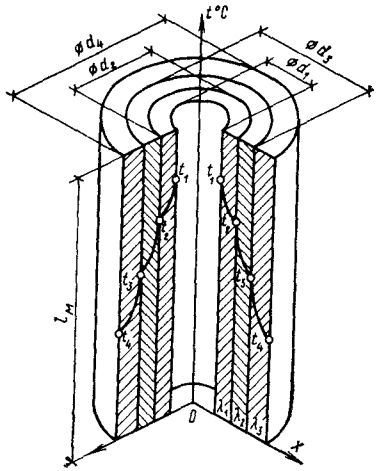


Рис. 13.5. Многослойная цилиндрическая стенка

Плотность теплового потока для цилиндрической стенки может быть отнесена к единице внутренней поверхности q_1 или к единице наружной поверхности q_2, либо чаще всего к 1 пог. м длины трубы q_l. В последнем случае

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{2\pi\lambda}{\ln\frac{d_2}{d_1}}\Delta t. \quad (13.9)$$

Соотношения между q_1, q_2 и q_l получают из равенства

$$Q = q_1 \pi d_1 l = q_2 \pi d_2 l = q_l l$$

или

$$q_l = \pi d_1 q_1 = \pi d_2 q_2,$$

откуда

$$q_1 = \frac{q_l}{\pi d_1} \text{ и } q_2 = \frac{q_l}{\pi d_2}.$$

Величину q_l, Вт/м, называют линейной плотностью теплового потока.

Многослойная цилиндрическая стенка. На практике однослойные цилиндрические стенки встречаются редко. Обычно трубы на поверхности имеют пленку окиси металла, отложения накипи, сажи, масла или просто дополнительные слои тепловой изоляции. Во всех этих случаях приходится иметь дело с многослойными цилиндрическими стенками. Рассмотрим для примера трехслойную цилиндрическую стенку (рис. 13.5). Ее геометрические размеры и теплопроводность отдельных слоев заданы. Кроме того, известны температуры внутренней и внешней поверхностей многослойной стенки t_1 и t_4. Температуры в местах соприкосновения слоев t_2 и t_3 неизвестны.

При установившемся тепловом режиме количество теплоты, проходящей через каждый слой, одинаково и постоянно. Тогда на основании формулы (13.9) можно написать:

для первого слоя

$$q_l = \frac{2\pi\lambda_1}{\ln\frac{d_2}{d_1}}(t_1 - t_2);$$

для второго слоя

$$q_l = \frac{2\pi\lambda_2}{\ln\frac{d_3}{d_2}}(t_2 - t_3);$$

для третьего слоя

$$q_l = \frac{2\pi\lambda_3}{\ln\frac{d_4}{d_3}}(t_3 - t_4).$$

Из этих уравнений можно определить изменение температуры в каждом слое:

$$\left.\begin{aligned} t_1-t_2&=\frac{q_l}{2\pi\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1};\\ t_2-t_3&=\frac{q_l}{2\pi\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2};\\ t_3-t_4&=\frac{q_l}{2\pi\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}. \end{aligned}\right\} \qquad (д)$$

Складывая равенства в левой части, получим полный температурный напор Δt:

$$t_1-t_4=\Delta t=q_l\left[\frac{1}{2\pi\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{2\pi\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}+\frac{1}{2\pi\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}\right],$$

откуда и определяем искомую линейную плотность теплового потока q_l:

$$q_l=\frac{\Delta t}{\frac{1}{2\pi\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{2\pi\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}+\frac{1}{2\pi\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}}. \qquad (13.10)$$

Аналогично для n-слойной стенки можно написать

$$q_l=\frac{\Delta t}{\sum\limits_{i=1}^{i=n}\frac{1}{2\pi\lambda_i}\ln\frac{d_{i+1}}{d_i}}. \qquad (13.11)$$

Для определения неизвестных температур t_2 и t_3 на поверхности соприкосновения слоев значение q_l из уравнения (13.10) нужно подставить в равенство (д).

Внутри каждого слоя в соответствии с уравнением (13.8) температура изменяется по логарифмическому закону, а для многослойной стенки в целом температурная кривая представляет собой ломаную кривую, так как каждый слой имеет свое определенное значение λ (см. рис. 13.5).

Для упрощения расчетных формул цилиндрическую стенку заменяют средней площадью поверхности цилиндра $S_{ср}$, имеющего такое же термическое сопротивление. Формулу (13.7) по аналогии с формулой (13.4) для плоской стенки можно представить так:

$$Q=\frac{\Delta t}{\frac{\delta}{\lambda S_{ср}}}=\frac{\Delta t}{\frac{\ln d_2/d_1}{2\pi\lambda l}},$$

откуда

$$S_{ср}=\frac{2\pi l\delta}{\ln\frac{d_2}{d_1}}=\pi d_{ср}^{лог}\,l$$

и

$$d_{ср}^{лог} = \frac{d_2 - d_1}{\ln \frac{d_2}{d_1}}. \qquad (13.12)$$

Таким образом, средняя площадь поверхности цилиндра $S_{ср}$ будет иметь так называемый средний логарифмический диаметр, определяемый по уравнению (13.12). Средний логарифмический диаметр всегда меньше среднего арифметического диаметра $d_{ср}^{ар} = (d_1 + d_2)/2$, однако при малых отношениях d_2/d_1 (тонкая труба) разница между $d_{ср}^{ар}$ и $d_{ср}^{лог}$ незначительна. Например, при $d_2/d_1 \leqslant 1{,}4$ разность $d_{ср}^{ар} - d_{ср}^{лог} \leqslant 1\%$; при $d_2/d_1 = 2$ эта разность примерно равна 4%, а при $d_2/d_1 = 3$ она составляет уже 10%.

Практически приходится пользоваться выражением для $d_{ср}^{лог}$ лишь при определении термического сопротивления толстого изоляционного слоя на трубах малого диаметра; в других случаях можно брать среднее арифметическое из значений d_1 и d_2.

Следовательно,

$$\ln \frac{d_2}{d_1} = \frac{d_2 - d_1}{d_{ср}^{лог}} = \frac{d_2 - d_1}{d_{ср}^{ар}} = \frac{2\delta}{d_{ср}^{ар}}. \qquad (13.12')$$

Это позволяет упростить расчетные формулы (13.7), (13.9), (13.11):

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} \pi d_{ср}^{ар} l \Delta t; \qquad (13.7')$$

$$q_l = \frac{\lambda}{\delta} \pi d_{ср}^{ар} \Delta t; \qquad (13.9')$$

$$q_l = \frac{\Delta t}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\pi \lambda_i} \frac{1}{d_{i\,ср}^{ар}}}. \qquad (13.11')$$

Методика расчета теплопроводности сферической стенки аналогична рассмотренной методике для цилиндрической стенки. Расчетная формула для однослойной сферической стенки имеет вид

$$Q = \frac{2\pi\lambda\Delta t}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} = \pi\lambda \frac{d_1 d_2}{\delta} \Delta t. \qquad (13.13)$$

Уравнение кривой, показывающей закономерность изменения температуры по толщине сферической стенки, представляет собой уравнение гиперболы

$$t_x = t_1 - \frac{\Delta t}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} \left[\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_x} \right]. \qquad (13.14)$$

При выводе всех расчетных формул принималось, что температура поверхности тел постоянна. Если это условие не выполняется, то при небольших разницах температур точек поверхности тела температуры усредняют по соотношению

$$t_{ср} = \frac{t_1 S_1 + t_2 S_2 + \ldots + t_n S_n}{S_1 + S_2 + \ldots + S_n},$$

где S_1, S_2, ..., S_n — площади участков поверхности с постоянной температурой; t_1, t_2, ..., t_n — температуры этих участков.

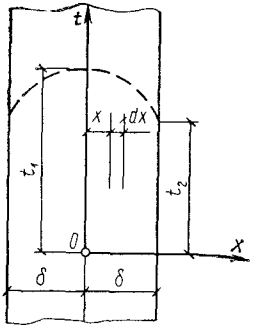


Рис. 13.6. Теплопроводность плоской стенки при наличии внутренних источников тепла

Если температура по поверхности тела изменяется резко, то поверхность делят на участки и для каждого из них в отдельности подсчитывают количество прошедшей через них теплоты. Затем это количество теплоты суммируют и делят на общую площадь поверхности тела. Частное дает среднее значение плотности теплового потока. При выводе расчетных формул принималось, что внутренние источники теплоты отсутствуют.

Однако в ряде случаев внутри тел могут протекать процессы, в результате которых будет выделяться или поглощаться теплота. В технике такие процессы встречаются при прохождении электрического тока по проводникам, при намагничивании железа, при протекании химических реакций и др. При наличии в теле равномерно распределенных внутренних источников теплоты тепловой поток при прохождении через это тело будет увеличиваться. В связи с этим характер изменения температуры в теле становится другим, и расчетные формулы меняются.

В качестве примера рассмотрим теплопроводность при наличии внутренних источников теплоты для однородной плоской пластины толщиной 2 δ. Внутри пластины есть равномерно распределенные источники теплоты мощностью q_v, Вт/м^3. Теплопроводность материала пластины λ имеет постоянное значение. Теплота, выделяемая через боковые поверхности стенки, передается в окружающую среду. Поскольку процесс протекает симметрично относительно средней плоскости стенки, то начало координат поместим в середине стенки и ось x направим нормально к поверхности стенки (рис. 13.6). При указанных условиях температура пластины будет изменяться только вдоль оси x и требуется определить закон ее изменения. Обозначим температуры по оси пластины t_1 и на ее поверхности t_2. Эти температуры неизвестны. При изменении плотности теплового потока q вдоль оси x по закону $q_x = q_v x$ получим, что при $x = 0$ $q = 0$ и при $x = \delta$ $q = q_v \delta$, т. е. достигает максимального значения. Выделим внутри стенки на расстоянии x от начала координат слой толщиной dx. По закону Фурье, для

этого слоя можно написать, что

$$q_x = -\lambda \frac{dt}{dx} \text{ или}$$

$$q_v\, x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \text{ и } dt = -\frac{1}{\lambda} q_v\, x dx,$$

т. е.

$$t = -\frac{1}{2\lambda} q_v\, x^2 + C. \qquad \text{(е)}$$

Постоянную интегрирования C определим из граничных условий: при $x = 0$ $t = t_1$, тогда $C = t_1$ и уравнение температурной кривой принимает вид

$$t = t_1 - \frac{q_v\, x^2}{2\lambda}. \qquad (13.15)$$

При $x = \delta$ $t = t_2$ и по равенству (е) имеем:

$$t_2 = -\frac{1}{2\lambda} q_v\, \delta^2 + C \text{ или } C = t_2 + \frac{1}{2\lambda} q_v\, \delta^2.$$

Тогда уравнение температурной кривой будет иметь вид

$$t = t_2 + \frac{q_v}{2\lambda}(\delta^2 - x^2) = t_2 + \frac{q_v\, \delta^2}{2\lambda}\left[1 - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right]. \qquad (13.16)$$

Вычитая из уравнения (13.15) уравнение (13.16), получим

$$t_1 - t_2 = \frac{q_v\, \delta^2}{2\lambda} \text{ или } \Delta t = \frac{q\delta}{2\lambda}, \qquad (13.17)$$

где q — удельный тепловой поток на наружной поверхности стенки ($x = \delta$), т. е. $q = q_v\delta$.

Уравнения (13.15) и (13.16) показывают, что температура в стенке изменяется по параболическому закону, а не по закону прямой линии, как это было при отсутствии внутренних источников теплоты [см. уравнение (13.3)].

Расчетные формулы для цилиндрического стержня и цилиндрической стенки с внутренними источниками теплоты приведены в специальной литературе [2].

Приближенный расчет теплопроводности тел сложной формы производят раздельно по элементам, рассекая эти тела плоскостями параллельно и перпендикулярно направлению теплового потока. Более точно теплопроводности сложных тел можно определить с помощью эксперимента на самом объекте или на модели этого объекта.

Теплопроводность жидкостей определяют по тем же формулам, что и для твердых тел. При этом следует иметь в виду, что в чистом виде теплопроводность в жидких телах наблюдается лишь в очень тонких слоях и при условии, если менее плотные частицы жидкости располагаются в верхней части этого слоя, а более плотные — в нижней. Во всех других случаях проявляется влияние конвекции и излучения, о чем более подробно будет сказано ниже.

Лабораторные методы определения теплопроводности материалов основаны чаще всего на стационарном режиме (метод плиты, метод трубы, метод шара). Сущность этих методов заключается в том, что измеряют тепловой поток Q, температурный напор Δt и по формулам (13.4), (13.7) и (13.13) вычисляют величину λ.

Для измерения плотности теплового потока иногда пользуются дополнительной стенкой (тепломер Шмидта) с известной теплопроводностью. Эту стенку накладывают на основную и, зная температуру на поверхности дополнительной стенки, вычисляют по формулам плотность теплового потока q. Это же значение q принимают и для основной стенки, поскольку термическое сопротивление дополнительной стенки должно быть минимальным по сравнению с сопротивлением основной стенки. Для жидкостей и газов теплопроводность определяют по методу нагретой нити.

Методы определения теплопроводности различных материалов подробно описаны в специальной литературе [2, 10].

ГЛАВА 14. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

§ 14.1. Факторы, влияющие на процесс теплоотдачи

Процесс теплообмена между жидкостью и стенкой, которую эта жидкость омывает, называется конвективным теплообменом, или процессом теплоотдачи. В этом процессе теплота передается одновременно путем теплопроводности и конвекции, и поэтому такой вид теплообмена представляет собой сложный процесс, зависящий от большего числа факторов по сравнению с процессом чистой теплопроводности.

Конвективный теплообмен характерен для большинства процессов тепловой обработки строительных материалов и изделий, связанных с прохождением газов через слой материала, через садку изделий, над уровнями жидкостей при сушке и т. д.

Факторы, влияющие на процесс теплоотдачи, условно можно разделить на следующие группы.

I. Природа возникновения движения жидкости вдоль стенки. В зависимости от причины, вызывающей движение жидкости, различают два вида движения — свободное и вынужденное. Свободное движение, называемое иначе естественной конвекцией, вызывается подъемной силой, обусловленной разностью плотностей холодных и нагретых частиц жидкости. Интенсивность свободного движения зависит от вида жидкости, разности температур между отдельными ее частицами и объема пространства, в котором протекает процесс.

Вынужденное движение жидкости, или вынужденная конвекция, обусловлено работой внешних агрегатов (насоса, вентилятора и т. п.). Движущая сила при этом виде движения возникает вследствие разности давлений, устанавливающихся на входе и выходе из канала, по которому перемещается жидкость. Если скорость вынужденного движения небольшая и есть разница температур между отдельными частица-

ми жидкости, то наряду с вынужденным движением может наблюдаться и свободное движение.

II. Режим движения жидкости. Движение жидкости может иметь ламинарный или турбулентный характер. В первом случае частицы жидкости в форме отдельных несмешивающихся струй следуют очертаниям канала или стенки и профиль скоростей на достаточном удалении от начала трубы имеет вид правильной параболы. Подобное распределение установившихся скоростей обусловливается наличием сил внутреннего трения (вязкости) между частицами жидкости. При этом максимальная скорость движения частиц жидкости, перемещающейся по оси трубы, в 2 раза больше средней скорости их движения, получаемой в результате деления секундного объема жидкости на площадь поперечного сечения трубы (рис. 14.1, *а*).

Турбулентный режим движения характеризуется непостоянством скорости движения частиц жидкости в рассматриваемой точке пространства. Из-за непрерывного перемешивания жидкости в ней нельзя выделить отдельные струи, и такое движение лишь условно можно назвать стационарным, считая для каждой частицы жидкости характерными не мгновенные, а усредненные за некоторый промежуток времени значения скорости. В этом случае профиль скоростей по сечению трубы будет иметь вид усеченной параболы и максимальная скорость, наблюдаемая у частиц жидкости, движущихся по оси трубы, будет всего в 1,2—1,3 раза больше средней скорости. Характерно, что не все частицы жидкости при турбулентном режиме имеют неупорядоченное движение. Вблизи стенок, ограничивающих потоки, вследствие вязкости жидкости пульсации скорости уменьшаются, и около самой стенки сохраняется тонкий пограничный слой, движущийся ламинарно. В пределах этого слоя, который имеет толщину не более нескольких тысячных долей диаметра трубы, скорость движения частиц жидкости резко меняется от нуля на самой стенке до 0,4—0,7 средней скорости на условной границе с турбулентным ядром потока (рис. 14.1, *б*).

Строго говоря, турбулентные пульсации проникают и в ламинарный подслой и затухают в нем вследствие действия сил вязкости. Поэтому термин «ламинарный подслой» правильнее заменять термином «вязкий подслой».

Английский физик Рейнольдс установил, что при движении жидкости в трубах переход из ламинарного режима в турбулентный определяется значением безразмерного комплекса $w d\rho/\mu$, в который входят средняя скорость w, диаметр трубы d^*, плотность ρ и динамическая вязкость жидкости μ. Этот комплекс называют числом Рейнольдса и обозначают символом Re. При $Re \leqslant 2300$ движение жидкости в трубах имеет ламинарный характер, а при $Re \geqslant 10\,000$ — турбулентный, т. е. критическая скорость, позволяющая определить переход любой жидкости из ламинарного режима в турбулентный для трубы любого диаметра, может быть найдена из соотношения $w_{кр} = 2300\,\mu/\rho d$.

---

* Для каналов некруглого сечения берется гидравлический или эквивалентный диаметр $d_э = 4S/U$, где S — площадь поперечного сечения канала; U — смоченный периметр этого сечения.

В большинстве случаев, встречающихся в теплотехнике, $Re > 10\,000$ и движение оказывается турбулентным. В особых условиях (при отсутствии шероховатостей на стенках, безвихревом входе жидкости в трубу и т. п.) можно сохранить ламинарное движение при числах Re до 10 000, но такое движение весьма неустойчиво и при небольшом местном возмущении потока из ламинарного сразу переходит в турбулентное. Показанные на рис. 14.1 кривые, характеризующие закономерность распределения скоростей по сечению трубы, справедливы лишь для стабилизированного движения. На основании опытных данных длина участка стабилизации для ламинарного режима может быть принята $0{,}03\,d\,Re$, а для турбулентного режима — около $40\,d$.

Режим движения жидкости определяет механизм переноса теплоты в процессе теплоотдачи. При ламинарном движении перенос теплоты от жидкости к стенке (или наоборот) осуществляется главным образом путем теплопроводности. При турбулентном движении такой способ передачи теплоты наблюдается лишь в ламинарном пограничном слое, а внутри турбулентного ядра теплота переносится путем конвекции. При этом на интенсивность теплоотдачи в основном влияет термическое сопротивление пограничного слоя. Последнее наглядно иллюстрируется рис. 14.2, на котором представлена схема движения жидкости при обтекании плоской поверхности (пластины).

Следует отметить, что по мере движения потока вдоль поверхности стенки толщина пограничного слоя постепенно возрастает; тормозящее воздействие стенки распространяется на все более далекие слои жидкости. На небольших расстояниях от передней кромки стенки пограничный слой еще тонкий и течение жидкости в нем носит струйный ламинарный характер. Далее на некотором расстоянии $x_{кр}$ в пограничном слое начинают возникать вихри и характер течения становится турбулентным (рис. 14.2, *б*). Эти вихри обеспечивают интенсивное перемешивание жидкости в пограничном слое, но в непосредственной близости от поверхности стенки они затухают, и здесь сохраняется очень тонкий вязкий подслой. Толщина пограничного слоя $\delta_{погр.\,сл}$ зависит от расстояния x от передней кромки стенки, скорости движения потока и кинематической вязкости $\upsilon = \mu/\rho$. Переход к турбулентному режиму течения жидкости в пограничном слое определяется критическим значением числа $Re^{кр}$, на которое при продольном обтекании пластины основное влияние оказывают степень начальной турбулентности набегающего потока жидкости, а также шероховатость поверхности, интенсивность теплообмена поверхности с жидкостью и т. д. Поскольку сам переход от ламинарного режима течения к турбулентному в пограничном слое происходит не в точке, а на некотором участке, вводят два критических значения числа Рейнольдса. При этом $Re_1^{кр}$ соответствует превращению ламинарного режима течения в переходный. В это время в пограничном слое начинают возникать первые вихри и пульсации, а $Re_2^{кр}$ соответствует переходу к развитому турбулентному режиму течения.

Следует также отметить, что наряду с описанным процессом формирования гидродинамического пограничного слоя происходит аналогичный процесс формирования и теплового пограничного слоя, в пределах

которого температура меняется от $t_{ст}$ до $t_{ж}$. Характер распределения температуры в тепловом пограничном слое зависит от режима течения жидкости в динамическом пограничном слое.

При ламинарном течении перенос теплоты между слоями жидкости осуществляется путем теплопроводности. В турбулентном пограничном слое основное изменение температуры происходит в пределах тонкого вязкого подслоя около стенки, через который теплота также передается путем теплопроводности. В турбулентном ядре пограничного слоя вследствие интенсивного перемешивания жидкости температура изменяется незначительно (см. рис. 14.2, *б*) и поле температур имеет ровный пологий характер, т. е. отмечается качественное сходство в пограничном слое между распределением температур и скоростей.

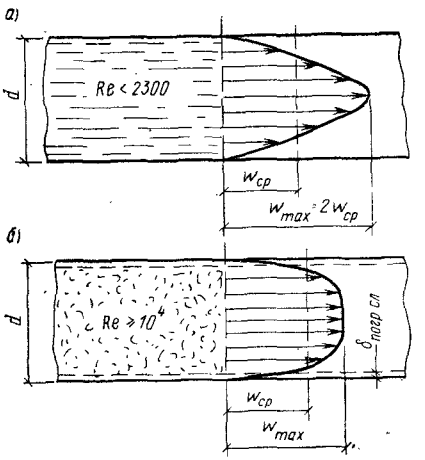


Рис. 14.1. Распределение скоростей по сечению трубы при ламинарном (*а*) и турбулентном (*б*) режимах

III. Физические свойства жидкостей. На процесс теплоотдачи непосредственно влияют следующие физические параметры жидкостей: теплопроводность λ, удельная теплоемкость c,

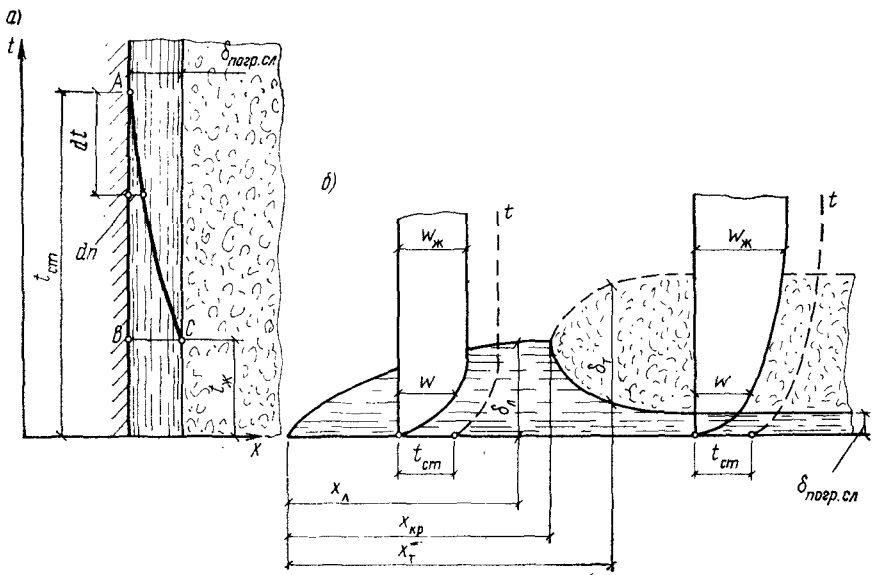


Рис. 14.2. Характер изменения температуры в пограничном слое (*а*) и скорости в тепловом и динамическом пограничных слоях (*б*)

$\delta_л$, $\delta_т$ — толщина пограничного слоя соответственно ламинарного и турбулентного

плотность ρ, а также вязкость и температуропроводность. Известно, что все жидкости обладают вязкостью, т. е. между отдельными частицами или слоями, перемещающимися с различными скоростями, всегда возникает сила внутреннего трения, противодействующая движению. По закону Ньютона, эта сила F, отнесенная к единице поверхности, пропорциональна градиенту скорости dw/dn, т. е. $F = \mu dw/dn$.

Коэффициент пропорциональности μ в этом уравнении называется коэффициентом внутреннего трения или динамической вязкостью. При $dw/dn = 1$ $\mu = F$, т. е. динамическая вязкость численно равна силе трения, приходящейся на единицу поверхности соприкосновения двух слоев жидкости, скользящих один по другому, при условии, что на единицу длины нормали к поверхности скольжения скорость движения изменяется на единицу. Отношение $\mu/\rho = \nu$ называется кинематической вязкостью. Если в комплексе $wd\rho/\mu$ заменить отношение $\rho/\mu = 1/\nu$, то число Рейнольдса принимает вид $\mathrm{Re} = wd/\nu$.

Понятие температуропроводности тел связано с протеканием в них нестационарных тепловых процессов, наблюдаемых обычно при нагревании или охлаждении. Скорость теплового процесса при нестационарном режиме определяется отношением $\lambda/c\rho = a$, которое называется температуропроводностью. Температуропроводность характеризует скорость выравнивания температуры в различных точках тела. Чем больше величина a, тем быстрее все точки какого-либо тела при его остывании или нагревании достигнут одинаковой температуры.

Единицей измерения динамической (абсолютной) вязкости μ служит Па·с, а единицей измерения ν и a — м^2/с.

IV. Форма, размеры и состояние поверхности стенки, омываемой жидкостью. Обычно поверхности стенок имеют форму плит или труб, которые могут располагаться вертикально, горизонтально или наклонно. Каждая из этих форм поверхностей создает специфические условия для теплообмена между поверхностью стенки и жидкостью, омывающей эту поверхность. Для процесса теплоотдачи очень важно, перемещается ли жидкость внутри замкнутого пространства или поверхность стенки со всех сторон омывается жидкостью. Большое значение имеет также состояние поверхности стенки, оцениваемое ее шероховатостью.

Из рассмотрения факторов, влияющих на процесс теплоотдачи, видно, насколько сложно определить количество теплоты, переданной при конвективном теплообмене. Поскольку интенсивность процесса теплоотдачи в основном определяется наличием и толщиной ламинарного пограничного слоя, через который теплота передается лишь путем теплопроводности, для решения указанной задачи можно было бы воспользоваться законом Фурье, написав его в виде следующего уравнения:

$$Q = -\lambda \int_S \mathrm{grad}\, t_S \, dS. \qquad (14.1)$$

Однако для расчетов использовать это уравнение не представляется возможным, так как значение температурного градиента у стенки $\mathrm{grad}\, t_S$ и его изменение по всей поверхности теплообмена S определить не удается.

Для удобства расчетов в соответствии с рис. 14.2, *а* значение градиента температуры dt/dn из подобия элементарного треугольника и треугольника ABC заменяют отношением

$$-\frac{dt}{dn}=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{t_{ст}-t_{ж}}{\delta_{погр.сл}} \text{ или } -\frac{dt}{dn}=\frac{\Delta t}{\delta_{погр.сл}}$$

$$q=-\lambda\frac{dt}{dn}=\frac{\lambda}{\delta_{погр.сл}}\Delta t.$$

Обозначим $\lambda/\delta_{погр.\,сл}=\alpha$, тогда

$$Q=\alpha\Delta tS \text{ и } q=\alpha\Delta t. \qquad (14.2)$$

Это уравнение в теплотехнике называется уравнением Ньютона. В формуле (14.2) Δt — температурный напор, а коэффициент пропорциональности α, характеризующий условия теплообмена между жидкостью и поверхностью твердого тела называется коэффициентом теплоотдачи (теплообмена) *. Единицей измерения для α служит Вт/(м²·К).

Числовое значение коэффициента теплоотдачи определяет мощность теплового потока, проходящего от жидкости к стенке (или обратно) через единицу поверхности (1 м²) при разности температур между жидкостью и стенкой 1°.

Коэффициент теплоотдачи α зависит от большого числа разнообразных факторов, указанных в перечисленных четырех группах. Это приводит к тому, что при одинаковых условиях процесса теплоотдачи значения α колеблются в весьма широких пределах, Вт/(м²·К), например:

Для газов при конвекции:	
естественной	6—40
вынужденной по трубам или между ними	12—120
Для пара в трубах перегревателя	110—2200
Для воды:	
при естественной конвекции	110—1100
при движении по трубам	500—11 000
кипящей	2200—11 000
Для конденсирующегося водяного пара	4500—22 000

Следует отметить, что с возрастанием вязкости повышается толщина пограничного слоя и уменьшается коэффициент α. Возрастание скорости потока теплоносителя приводит к уменьшению толщины пограничного слоя и к увеличению коэффициента теплоотдачи.

Наиболее точно коэффициент теплоотдачи α можно определить опытным путем. Но этот способ определения α представляет собой нелегкую задачу, особенно для сложных и громоздких тепловых устройств, например таких, как паровой котел. Но и проводя опыты, нельзя быть уверенным в том, что закономерности, найденные для данного теплового агрегата, окажутся справедливыми для другого аппарата, может быть

* В строительной теплотехнике коэффициент α называют также коэффициентом теплоперехода или коэффициентом тепловосприятия.

еще не построенного и потому недоступного для непосредственного изучения.

В настоящее время опытное определение коэффициента теплоотдачи производится, как правило, не на самих образцах тепловых устройств, а на их упрощенных моделях, более удобных для экспериментирования. Результаты опытов, проведенных на моделях, обобщают, используя тепловую теорию подобия (см. § 14.3). Основной вывод, который делают на основе этой теории, заключается в том, что нет необходимости искать зависимость коэффициента теплоотдачи от каждого из тех факторов, которые на него влияют, а достаточно найти зависимость между определенными безразмерными комплексами величин, характерных для рассматриваемых условий процесса теплоотдачи. Эти безразмерные комплексы величин называют критериями подобия. Составленные из размерных величин критерии подобия отражают физическую сущность, или, как говорят, модель процесса. Следовательно, задача заключается в том, чтобы найти вид зависимостей между критериями подобия, называемых критериальными уравнениями. Составляют критерии подобия с помощью дифференциальных уравнений конвективного теплообмена, т. е. уравнений, которые дают аналитическую зависимость между параметрами, характеризующими процесс теплоотдачи в дифференциальной форме.

§ 14.2. Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена

Совокупность тепловых и гидродинамических явлений, определяющих процесс теплоотдачи, описывается системой дифференциальных уравнений, включающих уравнения теплообмена, энергии, движения и сплошности. Рассмотрим эти уравнения.

Уравнение теплообмена. При площади элементарной поверхности теплообмена dS тепловая мощность, сообщаемая через ламинарный пограничный слой жидкости, передается путем теплопроводности и, согласно закону Фурье, в соответствии с уравнением (14.1) может быть выражена так:

$$dQ = -\lambda \frac{dt}{dn} dS.$$

С другой стороны, по уравнению (14.2) эта же тепловая мощность определяется как $dQ = \alpha \Delta t dS$.

Приравнивая правые части этих равенств, получаем:

$$\lambda \frac{dt}{dn} = \alpha \Delta t \text{ или } \alpha = -\frac{\lambda}{\Delta t} \frac{dt}{dn}. \qquad (14.3)$$

Уравнение (14.3) и есть дифференциальное уравнение теплообмена: оно описывает процесс теплоотдачи на границах тела и показывает, что для нахождения коэффициента теплоотдачи α нужно знать температурный градиент, а значит, и распределение температур в жидкости. Последнее может быть получено из дифференциального уравнения

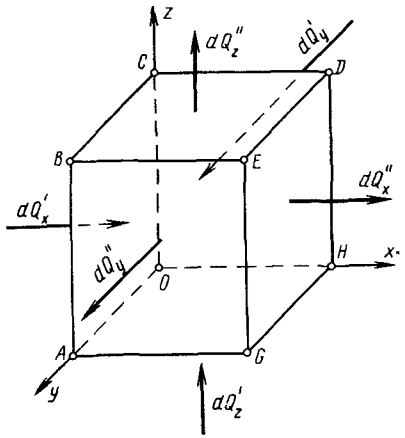


Рис. 14.3. К выводу дифференциального уравнения переноса энергии

переноса энергии в движущейся жидкости, которое выводится на основе закона сохранения энергии.

Уравнение переноса энергии. В движущемся потоке жидкости выделим элемент объема жидкости, имеющий форму параллелепипеда с гранями dx, dy, dz (рис. 14.3), и напишем для него уравнение теплового баланса, считая физические параметры λ, c, ρ постоянными.

По закону Фурье, в результате теплопроводности в направлении оси x через грань $OABC$ выделенного элемента объема за время $d\tau$ проходит количество теплоты

$$dQ'_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dy\, dz\, d\tau.$$

Через противоположную грань $DEGH$, имеющую температуру $t + \frac{\partial t}{\partial x} \times dx$, за то же время $d\tau$ проходит количество теплоты

$$dQ''_x = -\lambda \frac{\partial}{\partial x}\left(t + \frac{\partial t}{\partial x} dx\right) dy dz d\tau.$$

Приток теплоты вследствие теплопроводности в направлении оси x составит

$$dQ_x = dQ'_x - dQ''_x,$$

или

$$dQ = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx\, dy\, dz\, d\tau = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dV\, d\tau.$$

Аналогично для направлений по осям y и z имеем:

$$dQ_y = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dV\, d\tau$$

и

$$dQ_z = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} dV\, d\tau.$$

Суммарное количество теплоты, воспринятой элементом объема dV, выразится суммой $dQ_x + dQ_y + dQ_z$, т. е.

$$dQ = \lambda \left[\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right] dV\, d\tau. \qquad \text{(а)}$$

В результате притока теплоты за время $d\tau$ повысится температура массы жидкости в элементе объема dV на $\frac{Dt}{d\tau}\,d\tau^*$ и изменится содержание в ней теплоты на величину

$$dQ = dMc\,\frac{Dt}{d\tau}\,d\tau = c\rho dV\,\frac{Dt}{d\tau}\,d\tau. \qquad (б)$$

Приравнивая правые части равенств (а) и (б), будем иметь

$$\frac{Dt}{d\tau} = \frac{\lambda}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right). \qquad (14.4)$$

Полученное уравнение называется дифференциальным уравнением переноса энергии (иногда его называют уравнением Фурье — Кирхгофа). Оно устанавливает связь между временными и пространственными изменениями температуры в любой точке движущейся жидкости. Множитель $\lambda/c\rho = a$ — это температуропроводность, о физическом смысле которой было сказано в § 14.1. Сумма вторых производных температур по координатным осям обозначается символом $\nabla^2 t$, который называется оператором Лапласа. Тогда уравнение (14.4) можно записать так:

$$Dt/d\tau = a\nabla^2 t. \qquad (14.4')$$

Левые части уравнений (14.4) и (14.4') $Dt/d\tau$ характеризуют полное изменение температуры элемента движущейся жидкости, обусловленное, с одной стороны, изменением температуры во времени и, с другой, изменением температуры вследствие перемещения элемента из одной точки пространства в другую. Исходя из определения понятия полной производной, можно записать

$$\frac{Dt}{d\tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial x}\,\frac{dx}{d\tau} + \frac{\partial t}{\partial y}\,\frac{dy}{d\tau} + \frac{\partial t}{\partial z}\,\frac{dz}{d\tau},$$

где $dx/d\tau$, $dy/d\tau$, $dz/d\tau$ — компоненты скорости w_x, w_y, w_z, т. е.

$$\frac{Dt}{d\tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x\,\frac{\partial t}{\partial x} + w_y\,\frac{\partial t}{\partial y} + w_z\,\frac{\partial t}{\partial z}.$$

Тогда уравнение (14.4) в развернутом виде примет вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x\,\frac{\partial t}{\partial x} + w_y\,\frac{\partial t}{\partial y} + w_z\,\frac{\partial t}{\partial z} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right). \qquad (14.5)$$

В левой части написанного уравнения величина $\partial t/\partial\tau$ представляет собой л о к а л ь н о е изменение температуры, обусловленное изменением только времени, а сумма слагаемых

$$w_x\,\frac{\partial t}{\partial x} + w_y\,\frac{\partial t}{\partial y} + w_z\,\frac{\partial t}{\partial z} —\ \text{это}$$

* Величина $Dt/d\tau$ — полная производная температуры по времени, и, поскольку она связана с движущейся материей или субстанцией, ее называют субстанциальной производной, обозначаемой буквой D.

конвективное изменение температуры элементарного объема жидкости вследствие перемещения его из одной точки пространства в другую. Действительно, если элементарный объем жидкости в направлении оси x за 1 с перемещается на величину w_x и если при этом температура элемента изменяется с интенсивностью $\partial t/\partial x$, то общее изменение температуры за 1 с в направлении оси x для элемента объема жидкости выразится как $w_x \frac{\partial t}{\partial x}$. Аналогичные конвективные изменения температуры по осям y и z составляют:

$$w_y \frac{\partial t}{\partial y} \quad \text{и} \quad w_z \frac{\partial t}{\partial z}.$$

В применении к твердым телам уравнение (14.5) принимает вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) = a\nabla^2 t. \tag{14.6}$$

Уравнение (14.6) называется дифференциальным уравнением Фурье. Оператор Лапласа $\nabla^2 t$ имеет также определенный физический смысл. Положительный или отрицательный его знак соответствует нагреванию или охлаждению тела. Нулевое значение оператора соответствует стационарному режиму ($\partial t/\partial \tau = 0$), когда распределение температуры в теле сохраняется неизменным во времени. В этом случае в результате двойного интегрирования уравнения (14.6) могут быть получены расчетные формулы теплопроводности, выведенные в § 13.3 без учета внутренних источников теплоты.

Наличие в уравнении (14.5) новых переменных величин w_x, w_y и w_z свидетельствует о том, что в движущейся жидкости температурное поле зависит от распределения скоростей. Эта зависимость выражается дифференциальным уравнением движения жидкости, известным в курсе гидродинамики под названием уравнения Навье — Стокса. Это уравнение выводится на основании второго закона Ньютона, по которому сила равна массе, умноженной на ускорение.

Развернутая форма записи этого уравнения для проекций равнодействующих сил, например, на ось x имеет вид

$$\rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \rho\left[w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z}\right] = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left[\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2}\right]. \tag{14.7}$$

Левая часть этого уравнения представляет собой произведение элемента массы объема жидкости на ускорение, т. е.

$$\rho dV \frac{Dw_x}{d\tau} = \left[\rho \frac{dw_x}{d\tau} + \rho\left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z}\right)\right] dV.$$

Правая часть уравнения (14.7) является суммой проекций на ось x трех равнодействующих сил:

1) тяжести $\rho dV g_x$;

2) давления $-\frac{\partial p}{\partial x} dV$;

3) вязкости $dV\mu\nabla^2 w_x = dV\mu\left[\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2}\right]$.

В сокращенной форме уравнение (14.7) может быть записано так:

$$\rho\frac{Dw_x}{d\tau} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu\nabla^2 w_x. \qquad (14.7а)$$

Аналогичным образом могут быть записаны уравнения для проекций равнодействующих сил на осях y и z, т. е.:

$$\rho\frac{Dw_y}{d\tau} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu\nabla^2 w_y; \qquad (14.7б)$$

$$\rho\frac{Dw_z}{d\tau} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu\nabla^2 w_z. \qquad (14.7в)$$

Подобная система из трех уравнений (14.7, а, б, в) представляет собой дифференциальное уравнение движения несжимаемой вязкой жидкости. Оно справедливо как для ламинарного, так и для турбулентного движения. В обезличенном виде указанное уравнение записывается обычно так:

$$\rho\frac{Dw}{d\tau} = \rho g - \operatorname{grad} p + \mu\nabla^2 w. \qquad (14.7')$$

Если происходит свободное движение жидкости, то $\operatorname{grad} p = 0$ и сила давления в уравнении не учитывается, а вместо силы тяжести $\rho g dV$ в уравнение (14.7) войдет так называемая подъемная сила, обусловленная разностью плотностей нагретых и холодных частиц жидкости. Величину этой подъемной силы можно определить следующим образом. Если t — температура нагретых частиц и t_0 — температура холодных частиц жидкости, а ρ и ρ_0 — соответствующие этим температурам плотности, то сила, действующая на единицу объема жидкости при температуре t, составляет ρg, а при t_0 — $\rho_0 g$; их разность и даст величину подъемной силы A, т. е. $A = g(\rho_0 - \rho)$. Имея в виду, что коэффициент объемного расширения жидкости

$$\beta = \frac{v - v_0}{v_0}\,\frac{1}{t - t_0} = \frac{1/\rho - 1/\rho_0}{1/\rho_0}\,\frac{1}{\Delta t} = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho\Delta t},$$

получим:

$$(\rho_0 - \rho)/\rho = \beta\Delta t \qquad (14.8)$$

и

$$A = g\beta\rho\Delta t. \qquad (14.9)$$

Для идеальных газов, подчиняющихся уравнению $pv = RT$,

$$\beta = (\partial v/\partial T)_p\, 1/v = R/pv = 1/T$$

и

$$A = g\rho\Delta T/T. \qquad (14.9')$$

Поскольку в выражении (14.7) имеется новое неизвестное — давление p, то для получения замкнутой системы уравнений необходимо к

рассмотренным уравнениям добавить дифференциальное уравнение сплошности потока, записываемое следующим равенством [10]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial (\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w_z)}{\partial z} = 0. \qquad (14.10)$$

Для несжимаемых жидкостей, имеющих постоянную плотность, уравнение сплошности принимает вид

$$\partial w_x/\partial x + \partial w_y/\partial y + \partial w_z/\partial z = 0. \qquad (14.10')$$

Дифференциальные уравнения (14.3), (14.5), (14.7) и (14.10) описывают процесс теплоотдачи в самом общем виде. При решении конкретных задач конвективного теплообмена к системе указанных дифференциальных уравнений необходимо добавить математическое описание всех частных особенностей рассматриваемой задачи, называемых иначе к р а е в ы м и условиями, или условиями однозначности. Последние включают:

1) геометрические условия, определяющие размеры и форму тела или системы тел, где протекает процесс.

2) физические условия, характеризующие физические свойства тел, имеющие существенное значение для рассматриваемого явления;

3) граничные условия, которые описывают особенности процесса, протекающего на границах системы с окружающей средой;

4) временные условия, показывающие особенности протекания рассматриваемого процесса во времени. Для стационарных процессов временные условия отпадают.

Аналитически решить задачу по определению количества теплоты, переданной от стенки к жидкости, методом интегрирования приведенных дифференциальных уравнений практически невозможно из-за сложности этих уравнений. Этот метод применим лишь для отдельных наиболее элементарных задач процесса теплоотдачи и то лишь при целом ряде предпосылок, упрощающих их решение. Например, для решения задачи о теплоотдаче при движении жидкости в трубе [2] эти предпосылки заключаются в том, что жидкость считается несжимаемой, физические параметры ее принимаются постоянными, не зависящими от температуры, движение считается стационарным, а режим движения — ламинарным, сама труба принимается абсолютно гладкой и т. д. Естественно,что эти предпосылки далеки от действительных условий протекания процесса, и поэтому полученные аналитические решения плохо согласуются с опытными данными.

Как указывалось в § 14.1, основное назначение приведенных дифференциальных уравнений конвективного теплообмена состоит в том, что они позволяют установить вид критериев подобия.

§ 14.3. Основы теории подобия

Теория подобия — это наука о подобных явлениях. Термин «подобие» взят из геометрии. Например, хорошо известно, что для геометрически подобных фигур соответствующие углы равны, а сходственные стороны пропорциональны. Если l'_1, l'_2, ..., l'_n — линейные размеры

одной фигуры, а l''_1, l''_2, ..., l''_n — сходственные линейные размеры другой фигуры, подобной первой, то справедливо равенство

$$l''_1/l'_1 = l''_2/l'_2 = \ldots\ l''_n/l'_n = k_l, \qquad \text{(а)}$$

где k_l — коэффициент пропорциональности, или константа подобия.

Для отношения площадей поверхности S или объемов V подобных геометрических тел численные значения констант подобия будут другими, например:

$$S''/S' = k_S = k_l^2; \quad V''/V' = k_v = k_l^3.$$

Условие (а) представляет собой математическую формулировку геометрического подобия. Понятие подобия может быть распространено на любые физические явления. Например, если рассматривать подобие движения двух потоков жидкости, то речь идет о кинематическом подобии; если рассматривать подобие сил, вызывающих подобные движения, — то о динамическом подобии. Наконец, если говорят о подобии температур и тепловых потоков, то имеют в виду тепловое подобие.

Понятие подобия применимо к таким физическим явлениям, которые *качественно* одинаковы как по форме, так и по содержанию, т. е. имеют одну физическую природу, развиваются под действием одинаковых сил и описываются одинаковыми по форме дифференциальными уравнениями и краевыми условиями. В противном случае явления будут называться *аналогичными*. Примером их могут служить теплопроводность и диффузия. Обязательной предпосылкой подобия физических явлений должно быть геометрическое подобие систем, где эти явления протекают. Иначе говоря, два физических явления будут подобны лишь в том случае, если будут подобны все величины, их характеризующие. Это значит, что в сходственных точках пространства, для которых характерны одинаковые относительные значения аргументов, т. е. соблюдается равенство (а), и в сходственные моменты времени, когда интервалы τ' и τ'' связаны равенством $\tau'' = k_\tau \tau'$ и имеют одинаковое начало отсчета, любая величина φ' первого явления пропорциональна однородной величине φ'' второго явления, т. е. $\varphi'' = k_\varphi \varphi'$. Под однородными величинами понимаются такие, которые имеют одинаковую размерность и одинаковый физический смысл.

Таким образом, два потока жидкости будут подобны в тепловом отношении, если они оба будут ограничены стенками геометрически подобной конфигурации и в обоих потоках жидкости будут подобны все физические величины, определяющие рассматриваемое явление, т. е. $w'' = k_w w'$; $\mu'' = k_\mu \mu'$; $\rho'' = k_\rho \rho'$, $p'' = k_p p'$ и т.д.

Индекс, который ставится у константы подобия, показывает, к какой величине она относится. Ни от координат, ни от времени k не зависит.

При рассмотрении сложных процессов, которые определяются многими физическими величинами, выбирать произвольно константы подобия этих величин нельзя. Для таких процессов при выборе констант подобия имеются ограничения, которые находят, исследуя уравнения, описывающие процесс.

Рассмотрим правила выбора констант подобия на конкретном примере уравнения теплопроводности для плоской однослойной стенки (см. § 13.2). Для нее $q = \lambda \Delta t/\delta$. Пусть первая — основная — система характеризуется значениями параметров q'; λ'; $\Delta t'$; δ', а вторая — значениями $q'' = k_q q'$; $\lambda'' = k_\lambda \lambda'$; $\Delta t'' = k_t \Delta t'$; $\delta'' = k_l \delta'$. Значения параметров второй системы получены путем умножения значений параметров первой системы на соответствующие константы подобия. Тогда для первой системы $q' = \lambda' \Delta t'/\delta'$, а для второй системы $q'' = \lambda'' \Delta t''/\delta''$. Разделив почленно эти два последние равенства одно на другое, получим:

$$\frac{q''}{q'} = \frac{\lambda''}{\lambda'} \frac{\Delta t''}{\Delta t'} \frac{\delta'}{\delta''} \quad \text{или} \quad \frac{q''}{q'} \frac{\delta''}{\delta'} \frac{\lambda'}{\lambda''} \frac{\Delta t'}{\Delta t''} = 1.$$

Подставляя вместо отношения величины их константы подобия, имеем

$$k_q k_l / k_\lambda k_t = 1. \qquad (14.11)^*$$

Уравнение (14.11) показывает, каким условием ограничен выбор констант подобия для рассматриваемого процесса теплопроводности в двух подобных системах. Оказывается, что константы подобия k_q, k_l, k_λ, k_t нужно выбирать так, чтобы произведения $k_q k_l$ и $k_\lambda k_t$ были одинаковы.

Требования к выбору констант подобия, обусловленные уравнением (14.11) для рассматриваемого примера, можно представить и в другом, более удобном виде. Действительно, если в указанном уравнении константы подобия представить как отношения соответствующих переменных и все величины с одним штрихом сгруппировать в левой части уравнения, а с двумя штрихами — в правой, то получим:

$$q' \delta' / \lambda' \Delta t' = q'' \delta'' / \lambda'' \Delta t'' \quad \text{или} \quad q\delta / \lambda \Delta t = \text{idem}^{**}. \qquad (14.12)$$

Уравнение (14.12) иллюстрирует основное свойство подобных явлений, заключающееся в том, что для всех подобных систем существуют безразмерные комплексы величин, которые сохраняют одно и то же числовое значение. Эти комплексы носят название и н в а р и а н т о в, что означает «неизменяемые», или критериев подобия. Обычно критерии подобия принято обозначать двумя первыми буквами фамилий ученых, много сделавших для развития соответствующих областей знания, например Re (Reynolds), Nu (Nusselt) и т. д. Критерии, не имеющие таких общепринятых названий, обозначают буквами K_1, K_2 и т.д.

При выводе формулы (14.12) был рассмотрен пример, в котором основное уравнение $q = \lambda \Delta t/\delta$ задано в конечной форме. Если основное уравнение будет задано в дифференциальной форме, то все предыдущие результаты останутся прежними. При этом, как показывается в общей теории подобия, для нахождения критериев подобия необходимо в исходном уравнении отбросить все индексы, знаки сумм, символы,

* Функции типа уравнения (14.11), связывающие константы подобия, иазываются индикаторами подобия.

** Обозначение const не применяется, так как речь идет об одинаковых величинах в различных системах и эти величины не обязательно должны быть постоянными.

выражающие действие дифференцирования, и т. п., ибо эти упрощения не изменяют констант подобия.

Таким образом, основная ценность выведенных выше неинтегрируемых дифференциальных уравнений процесса конвективного теплообмена состоит в том, что они позволяют установить критерии подобия для описываемых ими явлений. В качестве примера найдем критерии подобия из дифференциального уравнения теплопроводности Фурье (14.6)

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) = a\sum_{i=1}^{i=3}\frac{\partial^2 t}{\partial l_i^2} = a\sum_{i=1}^{i=3}\frac{\partial}{\partial l_i}\left(\frac{\partial t}{\partial l_i}\right),$$

где $l_1 = x$, $l_2 = y$, $l_3 = z$.

Отбросив знаки суммирования и дифференцирования, в левой части уравнения получим приведенный комплекс t/τ, а в правой — at/l^2, тогда:

$$t/\tau = at/l^2$$

или

$$\mathrm{Fo} = a\tau/l^2 = \mathrm{idem}. \qquad (14.13)$$

Полученный комплекс является искомым критерием подобия, который называется критерием Фурье и обозначается через Fo, а при выборе констант подобия в этом случае должно выполняться условие $k_a k_\tau / k_l^2 = 1$. Коэффициент подобия k_l представляет собой отношение отрезков, соединяющих в первой и второй системах две сходственные точки. Поэтому под размером в критерии подобия можно понимать любой геометрический размер; нужно только, чтобы для всех систем критерий вычислялся по этому размеру. Характерный размер, вводимый в критерий подобия, называется о п р е д е л я ю щ и м размером системы. Обычно для труб определяющим размером является диаметр, для плит — их толщина и т. д.

Заметим также, что все критерии подобия, в состав которых входит время τ, называются критериями г о м о х р о н н о с т и, так как этими критериями определяется константа подобия (масштаб) времени через константы подобия других физических переменных.

Основные положения теории подобия формулируют в виде трех теорем подобия. Первая теорема подобия доказывает, что подобные явления имеют одинаковые критерии подобия. Справедливость этой теоремы была подтверждена при рассмотрении приведенных выше примеров.

Вторая теорема подобия утверждает, что любая зависимость между переменными, характеризующими какое-либо явление, может быть представлена в форме зависимости между критериями подобия, составленными из этих переменных, т. е. $f(K_1, K_2, \ldots, K_n) = 0$. Подобные зависимости называются к р и т е р и а л ь н ы м и уравнениями. В эти уравнения помимо критериев подобия могут входить симплексы, или так называемые параметрические критерии, представляющие собой отношения двух однородных величин. В отличие от критериев подобия, составленных из неоднородных величин и называемых критериями-комплексами, критерии-симплексы получаются не как результаты об-

работки основных уравнений, а вытекают непосредственно из постановки задачи. Например, если $k_l = l_1''/l_1'$ и $k_l = l_2''/l_2'$, то $l_1''/l_1' = l_2''/l_2'$ или $l_1''/l_2'' = l_1'/l_2'$, т. е. $l_1/l_2 = \text{idem}$ — параметрический критерий, или симплекс.

Третья теорема подобия трактует о тех условиях, которые необходимы и достаточны для подобия двух явлений. Эта теорема сформулирована советскими учеными М. В. Кирпичевым и А. А. Гухманом в 1931 г. В соответствии с ней два явления подобны, если они имеют подобные условия однозначности и численно одинаковые определяющие критерии подобия. Определяющими критериями подобия называются такие критерии, которые составлены из параметров, входящих в условия однозначности.

Естественно, что равенство определяющих критериев подобия влечет за собой равенство всех остальных критериев, в состав которых входят величины, не предусмотренные условиями однозначности. Эти последние в отличие от определяющих называются неопределяющими критериями. Таким образом, каждый из неопределяющих критериев подобия будет представлять собой однозначную функцию совокупности определяющих критериев. Это положение имеет большое значение для обобщения данных опыта и представляет собой центральное звено всей теории подобия.

Теоремы подобия позволяют полно ответить на вопросы о том, как надо ставить эксперимент, что нужно измерять во время опыта, как обрабатывать полученные результаты и какие явления будут подобны изучаемому.

Во время опыта нужно измерять все те величины, которые входят в критерии подобия. Это вытекает из первой теоремы подобия. Результаты опытов следует обрабатывать в форме критериальных уравнений, при этом определяющие критерии являются аргументами, а неопределяющие — функциями (это составляет содержание второй теоремы подобия), т. е. если $K_1, K_2, \ldots, K_z$ — определяющие критерии, а K — неопределяющий критерий, то $K = f(K_1, K_2, \ldots, K_z)$.

И, наконец, на вопрос о том, какие явления будут подобны исследуемому, отвечает теорема Кирпичева — Гухмана.

Для практического удобства критериальные уравнения обычно представляют в форме степенной зависимости вида

$$K = CK_1^{n_1} K_2^{n_2} \ldots K_z^{n_z}. \qquad (14.14)$$

Это обусловлено тем, что в логарифмических координатах степенная зависимость изображается прямой линией, при этом показатель n определяется как тангенс угла наклона прямой, а коэффициент C — как отрезок на оси ординат при значении абсциссы, равном единице. Естественно, что степенная зависимость между критериями является приближенным представлением о тех соотношениях, которые дает опыт. Но такое представление может быть довольно точным, если всю область изменения аргумента разбить на достаточно малые интервалы, т. е., иначе говоря, заменить действительную кривую в логарифмических координатах ломаной линией, достаточно к ней близкой. Тогда

константы критериального уравнения C, n_1, n_2,... будут определяться для отдельных интервалов.

Рассмотрим применение теории подобия к анализу процессов конвективного теплообмена. Как указывалось в § 14.2, в исследуемой задаче имеются четыре переменных — температура, давление, плотность и скорость, поэтому процесс в целом определяется четырьмя уравнениями (14.3), (14.4), (14.7) и (14.10), вид которых в дифференциальной форме приведен выше. Для условий механического подобия в случае движения двух потоков несжимаемой жидкости используем уравнение Навье — Стокса (14.7). Для простоты напишем это уравнение лишь для оси x, обозначив все величины, относящиеся к первому потоку, индексом 1, а ко второму — индексом 2:

$$\rho_1 \frac{\partial w_{x_1}}{\partial \tau_1} + \rho_1 \left(w_{x_1} \frac{\partial w_{x_1}}{\partial x_1} + w_{y_1} \frac{\partial w_{x_1}}{\partial y_1} + w_{z_1} \frac{\partial w_{x_1}}{\partial z_1} \right) = \rho_1 g_{x_1} - \frac{\partial p_1}{\partial x_1} + \mu_1 \left(\frac{\partial^2 w_{x_1}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w_{x_1}}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 w_{x_1}}{\partial z_1^2} \right); \quad \text{(а)}$$

$$\rho_2 \frac{\partial w_{x_2}}{\partial \tau_2} + \rho_2 \left(w_{x_2} \frac{\partial w_{x_2}}{\partial x_2} + w_{y_2} \frac{\partial w_{x_2}}{\partial y_2} + w_{z_2} \frac{\partial w_{x_2}}{\partial z_2} \right) = \rho_2 g_{x_2} - \frac{\partial p_2}{\partial x_2} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_{x_2}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 w_{x_2}}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2 w_{x_2}}{\partial z_2^2} \right). \quad \text{(б)}$$

На основании подобия все переменные величины, относящиеся ко второму потоку, можно выразить через переменные первого потока, а именно: $\rho_2 = k_\rho \rho_1$; $w_{x_2} = k_w w_{x_1}$; $\tau_2 = k_\tau \tau_1$; $\mu_2 = k_\mu \mu_1$ и т. д.

Подставляя эти значения в равенство (б), получим

$$\frac{k_\rho k_w}{k_\tau} \rho_1 \frac{\partial w_{x_1}}{\partial \tau_1} + \frac{k_\rho k_w^2}{k_l} \rho_1 \left(w_{x_1} \frac{\partial w_{x_1}}{\partial x_1} + w_{y_1} \frac{\partial w_{x_1}}{\partial y_1} + w_{z_1} \frac{\partial w_{x_1}}{\partial z_1} \right) = k_\rho k_g \rho_1 g_{x_1} - \frac{k_p}{k_l} \frac{\partial p_1}{\partial x_1} + \frac{k_\mu k_w}{k_l^2} \mu_1 \left(\frac{\partial^2 w_{x_1}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w_{x_1}}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 w_{x_1}}{\partial z_1^2} \right).$$

Последнее уравнение совместимо с уравнением (а) лишь при условии, что

$$k_\rho k_w / k_\tau = k_\rho k_w^2 / k_l = k_\rho k_g = k_p / k_l = k_\mu k_w / k_l^2 .$$

Приравнивая попарно члены полученного соотношения, будем иметь четыре критерия подобия:

$$k_\rho k_w / k_\tau = k_\rho k_w^2 / k_l \text{ или}$$

$$\frac{k_w k_\tau}{k_l} = 1 \quad \text{и} \quad (w_2 w_1)(\tau_2/\tau_1)(l_1/l_2) = 1,$$

откуда

и

$$w_2 \tau_2 / l_2 = w_1 \tau_1 / l_1$$

$$w\tau / l = \text{Ho} = \text{idem}, \quad (14.15)$$

$$k_\rho k_w^2 / k_l = k_\rho k_g \quad \text{или} \quad k_g k_l / k_w^2 = 1,$$

откуда

$$gl/w^2 = \mathrm{Fr} = \mathrm{idem}; \qquad (14.16)$$

$$k_\rho k_w^2/k_l = k_p/k_l \text{ или } k_p/k_\rho k_w^2 = 1,$$

откуда

$$p/\rho w^2 = \mathrm{Eu} = \mathrm{idem}, \qquad (14.17)$$

$$k_\rho k_w^2/k_l = k_\mu k_w/k_l^2 \text{ или}$$

$$k_\rho k_w k_l/k_\mu = 1,$$

откуда

$$\rho wl/\mu = wl/\nu = \mathrm{Re} = \mathrm{idem}. \qquad (14.18)$$

Полученные критерии соответственно называются: Но — критерий гомохронности; Fr — критерий Фруда; Eu — критерий Эйлера и Re — критерий Рейнольдса.

Выше было сказано, что критерий гомохронности определяет условия временно́го подобия и является одной из основных характеристик нестационарных процессов. В стационарных условиях этот критерий отпадает. Критерий Эйлера, характеризующий подобие сил давления, широко применяется в теории гидродинамического сопротивления. В теории теплопередачи, где давление обычно считается неизменным критерий Эйлера не используется.

Критерий Рейнольдса, характеризующий соотношение между инерционными силами и силами трения и называемый иначе критерием кинематического подобия, является основной характеристикой, определяющей наиболее важные свойства течения жидкости, и в первую очередь режим течения. Уже указывалось (см. § 14.1), что при $\mathrm{Re} \leqslant 2300$ ламинарное течение жидкости будет устойчивым и всякое случайно возникшее возмущение потока затухает. При $2300 < \mathrm{Re} < 10\,000$ ламинарное течение неустойчиво и под влиянием возмущений переходит в турбулентное. И, наконец, при $\mathrm{Re} \geqslant 10\,000$ режим течения жидкости приобретает устойчивый турбулентный характер.

Критерий Фруда, получающийся из сопоставления выражений, характеризующих инерционную силу и силу тяжести, имеет важное значение при исследовании таких процессов вынужденного движения жидкости, в которых заметно проявляется действие силы тяжести. При свободном движении жидкости процесс всецело зависит от распределения плотностей частиц жидкости, и поэтому скорость w уже не должна содержаться в числе величин, известных по постановке задачи, так как практически не может быть измерена. В связи с этим скорость исключают из рассмотрения, умножая критерий Fr на критерий Re^2, и получают*

$$\mathrm{Fr} \cdot \mathrm{Re}^2 = (gl/w^2)\,(w^2 l^2/\nu^2) = gl^3/\nu^2 = \mathrm{Ga}.$$

Это выражение носит название критерия Галилея. Оно содержит только физические константы и геометрический параметр и отражает влияние поля силы тяжести, представленного через ускорение g, на процессы, происходящие в среде данной вязкости ν.

* Любая комбинация критериев подобия есть также критерий подобия.

Для получения критерия, который включал бы подъемную силу, характерную для свободного движения, достаточно в критерий Галилея ввести в качестве множителя симплекс $\Delta\rho/\rho$. Получим критерий Архимеда

$$(gl^3/\nu^2)\,(\Delta\rho/\rho) = \mathrm{Ar}.$$

Если распределение плотности обусловлено неоднородным прогревом среды, то подъемную силу с температурными условиями процесса можно связать с помощью уравнения (14.8), по которому $\Delta\rho/\rho = \beta\Delta T$ (где β — коэффициент объемного расширения жидкости). В этом случае критерий Ar приводится к выражению

$$\beta g l^3\,\Delta T/\nu^2 = \mathrm{Gr}, \qquad (14.19)$$

которое носит название критерия Грасгофа. Для газов $\beta = 1/T$ и соответственно

$$\mathrm{Gr} = g l^3\,\Delta T/\nu^2\,T. \qquad (14.19')$$

Последнее равенство можно получить, умножив критерий Ga на параметрический критерий $\Delta T/T$, характеризующий подобие поля абсолютных температур.

Таким образом, в условиях свободного движения жидкости критериальное уравнение содержит только один аргумент, который может быть представлен в форме критериев Ga, Ar или Gr.

Для рассмотрения условий теплового подобия при конвективном теплообмене используем дифференциальные уравнения теплообмена (14.3) и переноса энергии (14.5).

Повторяя выкладки, аналогичные тем, которые были сделаны при рассмотрении механического подобия, т. е. написав уравнения (14.3) и (14.5) для подобных систем, выразив на основании подобия все переменные величины второй системы через переменные первой системы и исходя из условий тождественности уравнений обеих систем, получим

$$k_\alpha = k_\lambda\,k_t/k_l\,k_l \quad \text{или} \quad k_\alpha\,k_l/k_\lambda = 1,$$

откуда

$$\alpha l/\lambda = \mathrm{Nu} = \mathrm{idem}; \qquad (14.20)$$

$$k_t/k_\tau = k_w\,k_t/k_l = k_a\,k_t/k_l^2,$$

следовательно,

$$k_t/k_\tau = k_a\,k_t/k_l^2 \quad \text{и} \quad k_w\,k_t/k_l = k_a\,k_t/k_l^2$$

или

$$k_a\,k_\tau/k_l^2 = 1 \quad \text{и} \quad k_w\,k_l/k_a = 1,$$

что дает

$$a\tau/l^2 = \mathrm{Fo} = \mathrm{idem}$$

и

$$wl/a = \mathrm{Pe} = \mathrm{idem}, \qquad (14.21)$$

где Nu — критерий Нуссельта; Pe — критерий Пекле; Fo — критерий Фурье [см. формулу (14.13)].

Критерий Пекле, называемый иначе критерием конвективного теплообмена, можно характеризовать как величину, показывающую отношение количества теплоты, переносимой конвекцией вдоль течения, к количеству теплоты, передаваемой путем теплопроводности в направлении по нормали к стенке при температурном напоре в 1°. Этот критерий можно получить и другим путем, используя оба критерия гомохронности $w\tau/l$ и $a\tau/l^2$. Для этой цели из обоих критериев нужно исключить время τ, тогда получим:

$$w\tau/l : a\tau/l^2 = wl/a = \mathrm{Pe}.$$

При сравнении критериев Pe и Re заметно сходство их построения. Числитель, равный wl, показывает влияние геометрических свойств системы и режимных условий, а знаменатель — физических свойств среды. Критерий Re имеет в знаменателе кинематическую вязкость ν, которая характеризует гидродинамические свойства среды; критерий Pe — температуропроводность a, показательную для нестационарного режима. Очевидно, что для получения критерия, который зависел бы только от физических свойств среды, достаточно разделить критерий Pe на критерий Re, тогда получим

$$\mathrm{Pe}/\mathrm{Re} = wl/a : wl/\nu = \vartheta/a = \mathrm{Pr} = \mathrm{idem}, \qquad (14.22)$$

или

$$\mathrm{Pr} = \vartheta/a = \mu c\rho/\rho\lambda = \mu c/\lambda. \qquad (14.22')$$

Этот критерий физических свойств жидкости называется критерием Прандтля. Он определяет подобие температурных и скоростных полей в потоке жидкости (при Pr = 1 поля температур и скоростей течения точно подобны). Для газов критерий Pr зависит только от их атомности, так как μ и λ практически для всех газов одинаковы, а теплоемкость c — это функция атомности газа. В частности, для одноатомных газов Pr = 0,67, двухатомных Pr = 0,72 и многоатомных Pr $\approx$ 1.

Критерий Нуссельта, или критерий теплоотдачи, характеризует меру отношения теплового потока, передаваемого путем конвекции в нанаправлении по нормали к поверхности стенки — к тепловому потоку, передаваемому путем теплопроводности через пограничный слой. Так как критерий Nu содержит искомую величину α, то он является функцией определяющих критериев, и поэтому для конвективного теплообмена критериальное уравнение в самом общем виде будет иметь вид

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re};\ \mathrm{Gr};\ \mathrm{Pr};\ \mathrm{Fo}). \qquad (14.23)$$

Следует отметить, что при обобщении экспериментальных данных по конвективному теплообмену тел наряду с критерием Нуссельта пользуются также критерием Стентона (St), который называется критерием конвективного переноса теплоты. Этот критерий связан с критерием Нуссельта следующим соотношением:

$$\mathrm{St} = \mathrm{Nu}/\mathrm{Re}\cdot\mathrm{Pr} = \mathrm{Nu}/\mathrm{Pe} = \alpha l a/\lambda w l = \alpha/w c_p \rho. \qquad (14.24)$$

Критерий Стентона можно рассматривать как отношение удельного потока теплообмена среды с поверхности нагрева $q_S = \alpha\Delta T$ к удельному потоку конвективного переноса теплоты средой $q_{\text{конв}} = Mc_p\Delta T =$

$= w\rho c_p \Delta T$. При этом предельное наивысшее значение критерия Стентона $St = 1$, а предельный наибольший коэффициент теплоотдачи находят из равенства $\alpha_{макс} = w\rho c_p$.

Для решения конкретных задач уравнение (14.23) обычно упрощают. Действительно, для установившегося движения жидкости выпадает из числа аргументов критерий Fo. При вынужденном турбулентном движении можно пренебречь влиянием свободного движения, и тогда из числа аргументов выпадает критерий Gr и критериальное уравнение принимает вид

$$Nu = f_1(Re; Pr); \qquad (14.23')$$

при чисто свободном движении в числе аргументов не будет критерия Re, и тогда

$$Nu = f_2(Gr; Pr). \qquad (14.23'')$$

В том случае, если жидкостью является газ, отсутствует критерий Pr, поскольку он имеет постоянное значение для газов одинаковой атомности, и уравнение (14.23) для стационарного режима принимает совсем простой вид:

$$Nu = \varphi(Re), \quad \text{или} \quad Nu = \varphi(Gr).$$

Для практических расчетов, как указывалось выше, критериальные уравнения представляют обычно в форме степенных зависимостей типа уравнения (14.14).

При вычислении критериев физические параметры жидкости берут из справочных таблиц при так называемой определяющей температуре, т. е. той, при которой проводили опыт. Обычно за эту температуру принимают среднюю температуру жидкости.

В качестве определяющего размера для круглых труб берут их диаметр, для каналов сложного сечения — эквивалентный диаметр, а при обтекании плит — их длину по направлению движения.

§ 14.4. Теплоотдача при свободной и вынужденной конвекции

Свободная конвекция. Теплоотдача при свободном движении теплоносителя широко используется как в быту, так и в технике. Например, комнатный воздух нагревается печами или отопительными приборами в условиях естественной конвекции. В технике такой теплообмен происходит при нагревании воды в паровых котлах, при охлаждении паропроводов, обмуровки котлов, промышленных печей и других тепловых устройств.

Причиной возникновения свободной конвекции является неустойчивое распределение плотностей в жидкости, обусловленное неравномерностью ее нагрева. При этом температурный напор определяет разность плотностей и величину подъемной силы, а площадь поверхности — зону распространения процесса.

На рис. 14.4 показаны картина свободного движения нагретого воздуха вдоль вертикальной стенки и изменение при этом коэффициента теплоотдачи. На нижней части стенки при малых температурных на-

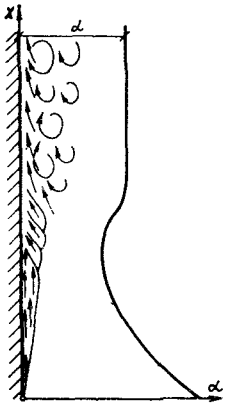


Рис. 14.4. Характер свободного движения нагретого воздуха и изменение α вдоль вертикальной стенки

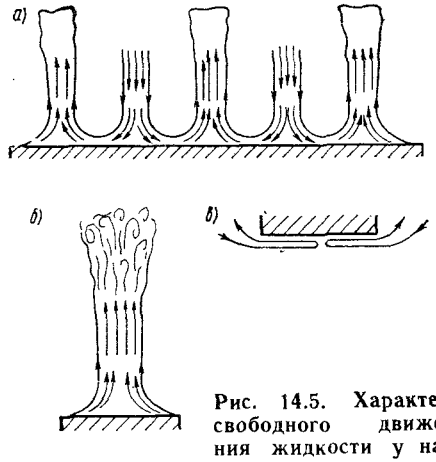


Рис. 14.5. Характер свободного движения жидкости у нагретых горизонтальных плит

порах наблюдается ламинарный характер движения; с повышением температурного напора движение принимает своеобразную «локонообразную» форму, и затем эта переходная форма сменяется вполне развитым турбулентным движением, которое сохраняется уже на всем протяжении трубы. В соответствии с изменением режима движения изменяется и коэффициент теплоотдачи α: на нижнем участке по мере увеличения толщины ламинарной пленки он уменьшается по высоте стенки, затем по мере турбулизации пограничного слоя возрастает по высоте стенки и стабилизируется на участке развитого турбулентного движения.

Своеобразный характер перемещения жидкости отмечается около горизонтальных плоских стенок или плит, обращенных нагретой поверхностью вверх. При большой площади поверхности в нагреваемой среде образуются местные восходящие и нисходящие потоки (рис. 14.5, *а*), а при малой площади поверхности устанавливается один восходящий поток (рис. 14.5, *б*). Для тех же плит, но обращенных нагретой поверхностью вниз, движение жидкости происходит лишь в тонком слое под поверхностью (рис. 14.5, *в*).

Для стержней малого диаметра (до 1 мм) из-за небольшой площади поверхности нагрева ламинарный режим движения сохраняется и при бо́льших температурных напорах Δt. При небольших Δt вокруг стержня образуется почти неподвижная пленка нагретой жидкости. Такой режим носит название пленочного.

Результаты многочисленных исследований показали, что при свободной конвекции в неограниченном пространстве решающее значение имеют те особенности процесса, которые обусловлены физическими свойствами среды и действующим температурным напором. Это значит, что критерий Nu достаточно точно может быть функцией критериев Gr и Pr независимо от частных особенностей процесса (форма тела, вид жидкости, расположение тела в пространстве).

Обобщение результатов обширных экспериментов по теплообмену в свободном потоке тел различных форм и размеров (проволоки и трубы диаметром 0,015—245 мм, шары диаметром 30—16 000 мм, плиты и трубы высотой 250—6000 мм), омываемых различными жидкостями (воздух, водород, углекислота, вода, анилин, масла и т. п.), позволило подобрать общую зависимость между критериями подобия. Эту зависимость можно представить в форме следующих уравнений:

1) для горизонтальных труб ($10^3 < \mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr} < 10^8$)

$$\mathrm{Nu} = 0{,}5\,(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^{0,25}\,(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_{ст})^{0,25}; \qquad (14.25)$$

2) для вертикальных поверхностей (трубы, пластины):

а) при ламинарном режиме ($10^3 < \mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr} < 10^9$)

$$\mathrm{Nu} = 0{,}76\,(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^{0,25}\,(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_{ст})^{0,25}; \qquad (14.26)$$

б) при турбулентном режиме ($\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr} > 10^9$)

$$\mathrm{Nu} = 0{,}15\,(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^{0,33}\,(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_{ст})^{0,25}. \qquad (14.27)$$

Применяя эти уравнения для инженерных расчетов средних значений коэффициентов теплоотдачи α, нужно иметь в виду следующее.

1. Уравнения справедливы для жидкостей, у которых $\mathrm{Pr} \geqslant 0{,}7$.

2. Все физические константы, входящие в состав критериев, берутся при средней температуре жидкости.

3. В качестве определяющего размера в критериях для горизонтальных труб принимают их диаметр, а для вертикальных поверхностей (труб и пластин) — их высоту.

4. Множитель $(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_{ст})^{0,25}$ учитывает зависимость физических свойств жидкости (в основном вязкости) от температуры и направления теплового потока. Критерий Pr берется при средней температуре жидкости, а критерий $\mathrm{Pr}_{ст}$ — при средней температуре стенки. Для газов $\mathrm{Pr} = \mathrm{const}$, $\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_{ст} = 1$ и приведенные выше расчетные формулы упрощаются.

5. При значениях аргумента $\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr} < 10^{-3}$ число Nu практически постоянно и равно 0,5, т. е. $\alpha = 0{,}5\,\lambda/l$. Это свидетельствует о том, что в таких условиях процесс теплообмена всецело определяется явлениями теплопроводности.

В строительной теплотехнике встречаются случаи свободной конвекции в ограниченном пространстве (воздушные прослойки в оконных проемах, толще стен, в чердачных перекрытиях и т. п.). Из-за наличия восходящих и нисходящих потоков условия движения газов в прослойках сильно усложняются. Они зависят как от формы и геометрических размеров пространства, так и от вида жидкости и интенсивности процессов теплообмена.

Для удобства расчета такой сложный процесс конвективного теплообмена в прослойках целесообразно рассматривать как элементарное явление передачи теплоты путем теплопроводности, вводя при этом понятие эквивалентной теплопроводности $\lambda_{экв}$. Отношение эквивалентной теплопроводности $\lambda_{экв}$ к теплопроводности λ той же среды при ее средней температуре называют коэффициентом конвекции и обозначают $\varepsilon_к$. Этот коэффициент является функцией аргумента $\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}$,

поскольку последний определяет разность плотностей нагретых и холодных частиц, т. е. циркуляцию жидкости в целом. Таким образом:

$$\lambda_{экв} = \lambda\varepsilon_к = \lambda A\,(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^m; \qquad (14.28)$$

$$q = \lambda_{экв}\,\Delta t/\delta.$$

Числовые значения коэффициентов A и m находят в зависимости от значения произведения $\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}$:

при $\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr} < 10^3$ $A=1$, $m=0$;

при $10^3 < \mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr} < 10^6$ $A=0{,}105$, $m=0{,}3$;

при $10^6 < \mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr} < 10^{10}$ $A=0{,}4$, $m=0{,}2$.

Вынужденная конвекция. Теплоотдача при вынужденном движении теплоносителя широко используется в различных теплообменных устройствах. В этих условиях интенсивность теплообмена в значительной степени зависит от скорости движения среды.

Различают два принципиально различных вида течения жидкостей: безотрывное течение, если поток нигде не отделяется от омываемой им поверхности, и отрывное течение, если в системе встречаются поверхности с большой кривизной, резкие изменения сечения, повороты и т. д. Примерами безотрывного течения являются движение по каналу постоянного сечения, обтекание тонких пластин, продольное обтекание труб. Этот вид течения изучен достаточно полно, и в настоящее время есть много расчетных формул для поверхностей различных конструктивных форм. Для течения с отрывом потока от поверхности нет общих закономерностей, и здесь достаточно полно изучены лишь простейшие частные случаи обтекания цилиндра, шара и трубных пакетов типичных конфигураций.

Расчетные формулы, применяемые в настоящее время в инженерной практике, представляют собой соответствующие частные случаи общего критериального уравнения (14.23). Экспериментальные исследования вынужденной конвекции при ламинарном течении теплоносителей показали, что возможны два режима движения — вязкостный и вязкостно-гравитационный. Первый наблюдается в случае преобладания сил вязкости над подъемными силами. При втором режиме учитывают эти силы. Наличие естественной конвекции турбулизирует поток и усиливает перенос теплоты. При этом наибольшая турбулизация наблюдается при вертикальном положении стенки и противоположных направлениях свободного и вынужденного движений жидкости. Критерием, по которому различают указанные два режима, является значение произведения $\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}$. При $\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr} > 8\cdot 10^5$ режим течения вязкостно-гравитационный, и оценку среднего коэффициента теплоотдачи при этом режиме можно дать по формуле [2]

$$\mathrm{Nu} = 0{,}15\,\mathrm{Re}^{0{,}33}\cdot\mathrm{Pr}^{0{,}43}\,(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^{0{,}1}\,(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_{ст})^{0{,}25}. \qquad (14.29)$$

В этом уравнении в качестве определяющего размера принят эквивалентный диаметр, а в качестве определяющей температуры — средняя температура жидкости. Для капельных жидкостей опытным путем было обнаружено, что при их нагревании от стенки коэффициент теп-

лоотдачи $\alpha_{нагр}$ больше коэффициента теплоотдачи $\alpha_{охл}$ при охлаждении, при этом разность $\alpha_{нагр} - \alpha_{охл}$ возрастает по мере увеличения температурного напора $t_{ст} - t_{ж}$. Это положение учитывают, вводя в критериальное уравнение множитель $(Pr/Pr_{ст})^{0,25}$. Как указывалось выше, множитель $Pr_{ст}$ вычисляют при средней температуре стенки. Для воды этот множитель изменяется в пределах 0,5—2, а для газов он равен 1. Формула (14.29) применима для любой жидкости и дает среднее по всей длине трубы l значение коэффициента теплоотдачи α при условии, что длина участка тепловой стабилизации $l_{стаб} \geqslant 50\ d$. Для коротких труб, длина которых меньше $50d$, теплоотдача несколько выше, чем для длинных, и в этом случае полученное из формулы (14.29) значение α нужно умножить на поправочный коэффициент ε_l. Числовые значения коэффициента ε_l зависят от l/d следующим образом:

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ε_l	1,9	1,7	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,03	1

Для переходного режима течения теплоносителя в трубках и каналах, которому соответствует число Re, превышающее 2300, но меньшее 10 000, нет расчетных формул, обобщающих результаты различных опытов. В этой области для потока характерна неустойчивость режима, на него влияют отдельные местные возмущения, вызываемые размерами и формой каналов, шероховатостью поверхности стенок и т. д. Здесь в каждом отдельном случае процесса теплоотдачи требуется постановка эксперимента.

Развитое турбулентное движение устанавливается лишь при $Re \geqslant 10^4$. При этом процесс перемешивания частиц жидкости протекает настолько интенсивно, что по сечению турбулентного ядра потока температура практически остается постоянной. Резкое изменение температуры наблюдается лишь внутри пограничного слоя (см. рис. 14.2). Естественно, что при подобном распределении температуры развитие свободной конвекции становится невозможным и процесс теплоотдачи полностью определяется только факторами вынужденного движения. В результате анализа и обобщения опытных исследований, проведенных с различными жидкостями (кроме жидких металлов) в широком диапазоне изменения их параметров для прямых гладких труб, рекомендуется следующая формула [2, 10]:

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} (Pr/Pr_{ст})^{0,25}. \qquad (14.30)$$

За определяющий размер в формуле принят эквивалентный диаметр, а за определяющую температуру — средняя температура жидкости. Для воздуха, если принять $Pr = 0,7$, уравнение (14.30) принимает вид

$$Nu = 0,018 Re^{0,8}. \qquad (14.30')$$

Формула (14.30) применима для различных теплоносителей: жидкостей, газов, перегретых паров при $l/d \geqslant 50$, $Re = 10^4 \div 5 \cdot 10^6$ и $Pr = 0,6 \div 2500$.

Если длина канала будет меньше $50d_{экв}$, то полученное из формулы значение коэффициента теплоотдачи α нужно умножить на поправочный коэффициент ε_l, значение которого берется из табл. 14.1.

ТАБЛИЦА 14.1. ЗНАЧЕНИЕ ПОПРАВОЧНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ε_l В ЗАВИСИМОСТИ ОТ l/d

Re	Значение ε_l при l/d, равном								
	1	2	5	10	15	20	30	40	50
10^4	1,65	1,5	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2\cdot10^4$	1,51	1,4	1,27	1,18	1,13	1,1	1,05	1,02	1
$5\cdot10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,1	1,08	1,04	1,02	1
10^5	1,28	1,22	1,15	1,1	1,08	1,06	1,03	1,02	1
10^6	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1

При течении теплоносителя в изогнутых трубах процесс теплоотдачи усложняется из-за действия на поток центробежной силы. Ее влияние учитывают, вводя в формулу (14.30) поправочный коэффициент ε_R, который для змеевиковых труб определяется по соотношению

$$\varepsilon_R = 1 + 1{,}77d/R,$$

где R — радиус змеевика; d — диаметр трубы.

В теплотехнике встречается случай продольного течения жидкости между трубами. Исследования показали, что в многотрубных пучках вследствие дополнительной турбулизации потока жидкости интенсивность теплоотдачи выше. При расчетах это положение учитывают, вводя в формулу (14.30) множитель $(l_1 l_2/d^2)^{0,18}$. В результате формула (14.30) принимает вид

$$Nu = 0{,}021 Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} (Pr/Pr_{ст})^{0,25} (l_1 l_2/d^2)^{0,18}. \qquad (14.30')$$

Определяющим размером здесь служит эквивалентный диаметр всего канала с пучком труб, диаметр которых d и расстояния между их осями l_1 и l_2. При этом нижним пределом применимости написанной формулы по числу Рейнольдса является $Re = 5 \cdot 10^3$.

Для многих теплообменников, например водотрубных котлов, воздухоподогревателей, экономайзеров и др., характерно поперечное расположение труб в потоке теплоносителя. При этом, как указывалось выше, поток жидкости отрывается от омываемой поверхности и движение теплоносителя приобретает очень сложный характер: образуются застойные области, возникают обратные течения, крупные вихри и другие явления, которые искажают естественные условия течения, соответствующие форме русла потока. Рассмотрим вначале пример поперечного обтекания жидкостью одиночной трубы. Из рис. 14.6, *а* видно, что около экватора (точнее при $\varphi \approx 82°$, где φ — угол, отсчитываемый от лобовой точки трубы) происходит отрыв струи от поверхности и только около 45% поверхности трубы омывается потоком жидкости, который не отрывается от нее, а остальная часть трубы находится в вихревой зоне, где наблюдается сложное циркуляционное течение. В соответствии с таким специфическим характером движения жидко-

сти процесс теплоотдачи по окружности цилиндра имеет своеобразный характер, что видно из рис. 14.6, *б*, где по оси ординат отложено отношение локального значения величины α_φ к ее среднему по контуру значению.

Максимальное значение коэффициента теплоотдачи наблюдается на лобовой образующей цилиндра ($\varphi = 0$), где толщина пограничного слоя минимальна. По мере обтекания фронтовой половины цилиндра толщина пограничного слоя растет, значение α соответственно уменьшается и при $\varphi = 90 \div 100°$, т. е. вблизи места отрыва потока от поверхности трубы, достигает минимума. В кормовой части трубы пограничного слоя нет, и интенсивность теплообмена вследствие турбулизации среды здесь вновь увеличивается пропорционально возрастанию значения Re.

Результаты опытных исследований для рассматриваемого случая поперечного обтекания цилиндра жидкостью представляются обычно в виде зависимости $Nu = f(Re; Pr)$, при этом определяющим размером считают диаметр цилиндра, в качестве определяющей температуры берут среднюю температуру жидкости, а скорость относят к самому узкому сечению канала, в котором расположен цилиндр. При указанных условиях расчетные формулы для любых жидкостей при угле атаки $\psi = 90°$ имеют вид:

$$Re = 5 \div 10^3;\ Nu = 0{,}5Re^{0,5} \cdot Pr^{0,38} (Pr/Pr_{ст})^{0,25}; \qquad (14.31)$$

$$Re = 10^3 \div 10^5;\ Nu = 0{,}25Re^{0,6} \cdot Pr^{0,38} (Pr/Pr_{ст})^{0,25}. \qquad (14.32)$$

Для воздуха приведенные формулы можно записать в более упрощенной форме, а именно:

$$Nu = 0{,}49Re^{0,5}; \qquad (14.31')$$

$$Nu = 0{,}245Re^{0,6}. \qquad (14.32')$$

Если угол атаки ψ, образуемый направлением потока и осью трубы, будет меньше 90°, то значение α, полученное из формул (14.31) и (14.32), нужно умножить на поправочный коэффициент ε_ψ, числовые значения которого приведены ниже.

Расчет конвективного теплообмена в пучках (пакетах) труб при их поперечном вынужденном обтекании жидкостью представляет собой более сложную задачу по сравнению с расчетом при обтекании одиночной трубы, поскольку на характер движения жидкости будет дополнительно влиять взаимное расположение труб в пучке. На практике чаще всего встречаются два типа пакетов труб—с коридорным и шахматным расположением, при этом характеристиками пучка принято считать диаметр труб d и расстояния между их осями по ширине x_1 и глубине x_2 пучка, выражаемые обычно через число диаметров d.

На рис. 14.7 показан характер поперечного движения жидкости в пространстве между трубами при коридорном и шахматном их расположении. Из рисунка видно, что для пучка с шахматным расположением труб условия омывания их во всех рядах близки к условиям омывания одиночного цилиндра. Для пучка с коридорным расположением труб это не характерно, в нем только характер омывания труб

первого ряда такой же, как у одиночного цилиндра, а трубы всех последующих рядов находятся в вихревой зоне труб, расположенных в предыдущих рядах (рис. 14.7, *а*), и максимум теплоотдачи отмечается не в лобовой точке, а примерно через 45—50° от нее в местах удара струй (рис. 14.8, *а*). Характер процесса теплоотдачи в пучке с шахматным расположением труб (рис. 14.8, *б*) аналогичен характеру процесса теплоодачи по окружности одиночного цилиндра (см. рис. 14.6, *б*).

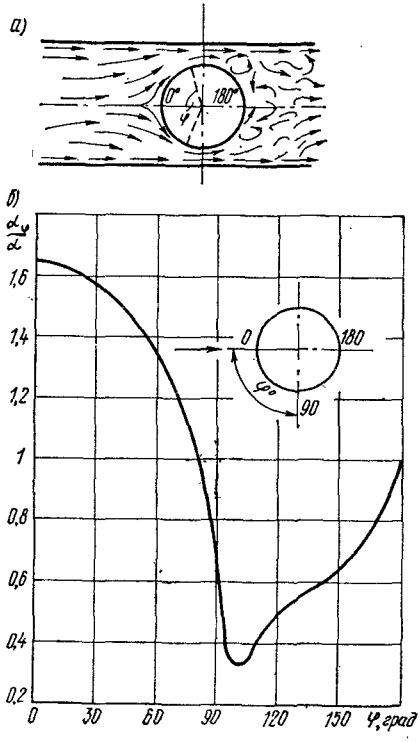


Рис. 14.6. Схема поперечного обтекания цилиндра потоком жидкости (*а*) и зависимость отношения α_φ/α от угла φ при Re=10⁴ (*б*)

Вследствие увеличения турбулентности потока при прохождении через пучок наибольшая теплоотдача наблюдается у труб начиная с третьего ряда (примерно на 40 % больше, чем у труб первого ряда, и на 20—30 % больше по сравнению с трубами второго ряда). После третьего ряда турбулентность потока стабилизируется в соответствии с характером пучка, при этом из-за лучшего перемешивания частиц жидкости абсолютное значение коэффициента теплоотдачи при шахматном расположении труб выше, чем при коридорном. Нужно иметь в виду, что при выборе компоновки пучка необходимо учитывать также его габариты, величину гидравлических сопротивлений и засоряемость.

На основании обобщения многочисленных опытных данных используют следующие формулы для

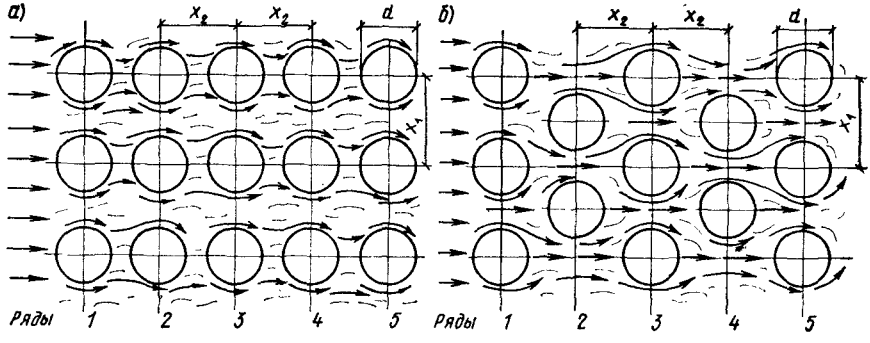


Рис. 14.7. Характер движения жидкости в пучках из круглых труб при коридорном (*а*) и шахматном (*б*) их расположении

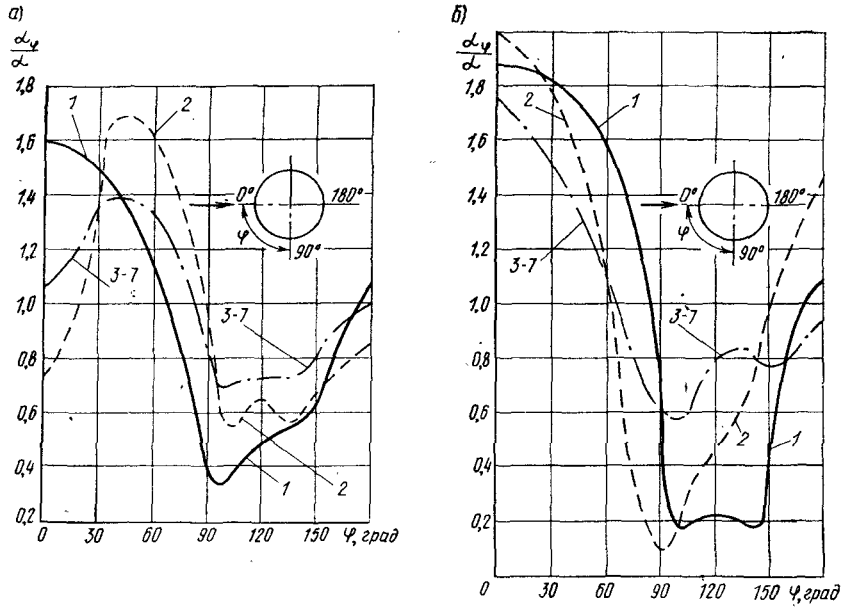


Рис. 14.8. Характер процесса теплоотдачи в пучках из круглых труб при коридорном (*а*) и шахматном (*б*) их расположении при $Re = 1{,}4 \cdot 10^5$

1—7 — номера рядов труб на рис. 14.7

расчета средней теплоотдачи труб третьего и последующих рядов в пучке [2] для $Re = 10^3 \div 10^5$ при их расположении:

коридорном

$$Nu = 0{,}26 Re^{0{,}65} \cdot Pr^{0{,}33} (Pr/Pr_{ст})^{0{,}25}; \qquad (14.33)$$

шахматном

$$Nu = 0{,}41 Re^{0{,}6} \cdot Pr^{0{,}33} (Pr/Pr_{ст})^{0{,}25}. \qquad (14.34)$$

В качестве определяющего размера в этих формулах принят внешний диаметр труб пучка, определяющей температуры — средняя температура жидкости и определяющей скорости — скорость в самом узком поперечном сечении пучка.

Формулы (14.33) и (14.34) справедливы для любых жидкостей и позволяют находить среднее значение α для труб третьего и всех последующих рядов в пучке.

Для определения значения α труб первого ряда пучка нужно найденное значение коэффициента теплоотдачи для труб третьего ряда умножить на поправочный коэффициент $\varepsilon_i = 0{,}6$, для труб второго ряда при коридорном их расположении — на $\varepsilon_i = 0{,}9$, а при шахматном — на $\varepsilon_i = 0{,}7$. Средний коэффициент теплоотдачи пучка труб в целом определяют путем усреднения вычисленных значений по рядам труб, пользуясь равенством

$$\alpha_{пучка} = \frac{\alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2 + \ldots + \alpha_n S_n}{S_1 + S_2 + \ldots + S_n},$$

где α_1, α_2, ..., α_n — коэффициенты теплоотдачи рядов труб пучка; S_1, S_2, ..., S_n — площади поверхности нагрева всех труб в ряду.

Если $S_1 = S_2 = S_3 = \ldots = S_n$,

то

$$\alpha_{\text{пучка}} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + (n-2)\,\alpha_3}{n}.$$

Для газов формулы (14.33) и (14.34) упрощаются и, в частности, для воздуха принимают вид при расположении труб:

коридорном

$$\mathrm{Nu} = 0{,}21\mathrm{Re}^{0{,}65}; \qquad (14.35)$$

шахматном

$$\mathrm{Nu} = 0{,}37\mathrm{Re}^{0{,}6}. \qquad (14.36)$$

Теплоотдачу поперечно омываемых пучков труб в промышленных теплообменниках вследствие загрязнения поверхности нагрева принимают в среднем на 20 % ниже расчетной, получаемой из формул (14.35) и (14.36).

Нужно иметь в виду, что приведенные критериальные уравнения (14.33), (14.34), (13.35) и (14.36) справедливы только для угла атаки $\Psi = 90°$. При значении $\Psi < 90°$ расчетная формула принимает вид

$$\alpha_\psi = \varepsilon_\psi \alpha_{\psi=90°}.$$

Значение поправочного коэффициента ε^Ψ для пучков из круглых труб в зависимости от значения угла атаки ψ составляет:

ψ, град . . .	90	80	70	60	50	40	30	20	10
ε_ψ	1	1	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	0,42

При значениях ψ, близких к 0°, теплоотдачу рассчитывают по формуле (14.30) для продольно омываемых пучков труб.

Расчет теплоотдачи при вынужденной конвекции, связанной с обтеканием жидкостями плит и других тел различной геометрической формы, подробно рассматривается в специальной литературе [2, 10].

§ 14.5. Теплоотдача при изменении агрегатного состояния жидкости

Агрегатное состояние жидкости, омывающей поверхность твердого тела, изменяется в тех случаях, когда температура поверхности тела становится выше или ниже температуры фазового превращения жидкости при данном давлении. В первом случае теплоотдача сопровождается кипением жидкости, а во втором — конденсацией ее пара. Оба эти явления усложняют изучение теплоотдачи по сравнению с изучением теплоотдачи твердого тела с однофазной средой.

Рассмотрим раздельно теплоотдачу при конденсации пара и кипении жидкости, соприкасающейся с поверхностью твердого тела.

Теплоотдача при кипении жидкости. Из термодинамики известно (см. § 6.2), что температура насыщения $t_н$ пара, образующегося из кипящей жидкости, определяется давлением, под которым находится эта жидкость. Опыт показывает, что температура кипящей жидкости

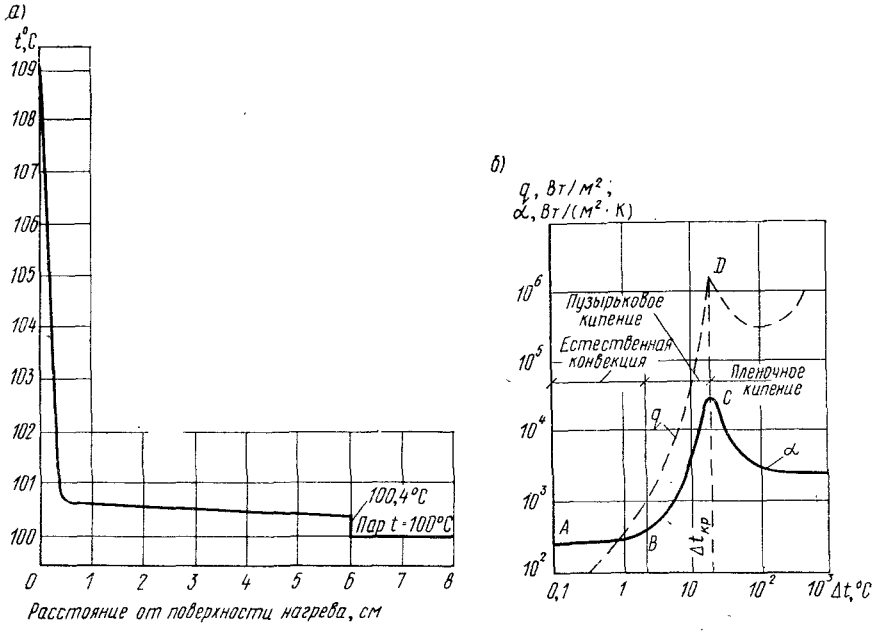


Рис. 14.9. Характер изменения температуры кипящей воды при подогреве ее снизу ($q=22\,450$ Вт/м²; $t_{ст}=109{,}1$ °С); — *а* и зависимость плотности теплового потока и коэффициента теплоотдачи при кипении воды от температурного напора ($p=0{,}1$ МПа) — *б*

всегда несколько выше $t_н$, например при атмосферном давлении температура кипящей воды составляет $t_н + (0{,}4 - 0{,}8$ °С). Она остается почти неизменной в направлении от свободного уровня к нагреваемой поверхности стенки сосуда (рис. 14.9, *а*) и лишь в слое толщиной 2—5 мм у самой стенки резко возрастает. Температура частиц жидкости, соприкасающихся непосредственно с поверхностью нагрева, равна температуре стенки $t_{ст}$, т. е. в прилегающем к стенке слое жидкость перегрета относительно температуры насыщения на величину $\Delta t = t_{ст} - t_н$. Чем выше будет поверхностная плотность теплового потока q, называемая тепловой нагрузкой поверхности, тем больше температурный напор Δt.

Изучение процесса кипения жидкости показывает, что пузырьки пара зарождаются только на обогреваемой поверхности стенки вокруг так называемых центров парообразования, которыми служат различные неровности поверхности, а также пузырьки газов, адсорбированных ею. С течением времени пузырьки растут и, достигнув отрывного диаметра, определяемого в основном взаимодействием сил тяжести и поверхностного натяжения, отделяются от поверхности нагрева.

Образование и отрыв пузырьков пара от поверхности стенки в значительной степени зависят от того, смачивает кипящая жидкость поверхность стенки или не смачивает. В первом случае пузырьки пара

имеют тонкую ножку и легко отрываются от поверхности; в несмачиваемой жидкости пар скапливается в пузырьки с широкой ножкой, трудно отрывающиеся от стенки. Поскольку температура кипящей жидкости выше $t_н$, между пузырьком пара и жидкостью происходит интенсивный теплообмен, который приводит к росту пузырька пара после его отрыва от поверхности. При этом в зависимости от степени перегрева жидкости и продолжительности подъема пузырька объем его увеличивается в десятки раз.

В процессе движения пузырьков пара жидкость сильно перемешивается и усиливается интенсивность теплообмена. Частота отрыва пузырьков и число действующих центров парообразования растут с увеличением температуры нагреваемой стенки, так как на процесс парообразования начинают влиять более мелкие неровности поверхности, что повышает теплоотдачу от нагреваемой стенки к жидкости.

Однако увеличение Δt не всегда сопровождается повышением интенсивности теплообмена. Действительно, рост действующих центров парообразования приводит к тому, что расположенные рядом пузырьки пара сливаются в одну общую пленку, отделяющую жидкость от поверхности нагрева. Вследствие сравнительно малой теплопроводности пара интенсивность теплоотдачи при этом резко падает.

На рис. 14.9, *б* показана установленная опытом зависимость q и α от температурного напора Δt для случая кипения воды в большом объеме при атмосферном давлении. В области между точками A и B, соответствующей $\Delta t \approx 5$ °С и $q = 5600$ Вт/м², значение коэффициента теплоотдачи невелико и определяется условиями свободной конвекции однофазной жидкости. При дальнейшем повышении Δt плотность теплового потока быстро возрастает и при $\Delta t_{крит} = 25$ °С доходит до своего критического значения $q_{крит} = 1{,}45 \cdot 10^6$ Вт/м² (точка D). В этой области (между точками B и C) вследствие роста и движения пузырьков пара коэффициент теплоотдачи α также резко увеличивается и доходит до своего максимального значения $5{,}85 \cdot 10^4$ Вт/ (м² · К) у точки C, в которой при дальнейшем повышении Δt происходит изменение режима кипения. Пузырьковая форма парообразования (называемая также ядерной или ячейковой) переходит в пленочную, значение α резко падает, поскольку образовавшаяся пленка пара отделяет жидкость от нагретой стенки.

Эта пленка имеет неустойчивый характер. Она непрерывно разрывается на части и удаляется в виде больших пузырей, а на ее месте возникает новая. Для различных жидкостей в зависимости от их физических свойств и интенсивности циркуляции при кипении значения Δt, q и α, при которых пузырьковый режим кипения переходит в пленочный, различны. Например, для бензола в условиях естественной конвекции при атмосферном давлении $\Delta t_{крит} = 47$ °С, $q_{кр} = 4{,}65 \times$ $\times 10^5$ Вт/м² и $\alpha_{кр} = 0{,}99 \cdot 10^4$ Вт/ (м² · К).

Знание критических значений $q_{кр}$ и $\Delta t_{кр}$ имеет большое практическое значение, ибо при выборе оптимального режима работы теплообменных аппаратов всегда нужно ориентироваться на пузырьковый режим кипения. В противном случае будут уменьшаться производительность и экономичность теплообменника, а также перегреваться

его металлические стенки, что может привести к выходу аппарата из строя.

Исследования влияния давления на значение $q_{кр}$ показали, что для многих жидкостей с увеличением давления $q_{кр}$ сначала резко возрастает, достигает некоторого максимума, затем падает и при критическом давлении становится равным нулю. В частности, для воды $q_{кр}^{макс}$ будет равно $4{,}65 \cdot 10^6$ Вт/м^2 при давлении $p \approx 8$ МПа.

В результате обобщения большого числа опытных данных при кипении различных жидкостей в условиях естественной конвекции (включая жидкие металлы) Д. А. Лабунцовым [2] в критериальной форме была получена зависимость

$$\mathrm{Nu} = C \cdot \mathrm{Re}^n \cdot \mathrm{Pr}_{ж}^{0,33} \qquad (14.37)$$

Физические параметры, входящие в критерии подобия, определяют при температуре насыщения. За определяющий размер принята величина

$$l = R_{кр} \frac{c_p \Delta t}{r} \frac{\rho_{ж}}{\rho_{п}},$$

пропорциональная критическому радиусу пузырька пара $R_{кр}$, отношению энтальпии перегретой жидкости к теплоте парообразования $(c_p \Delta t/r)$ и отношению плотностей паровой и жидкой фаз $\rho_{ж}/\rho_{п}$. Значения c и n при кипении неметаллических жидкостей составляют:

при $\mathrm{Re} \leqslant 0{,}01$ $C = 0{,}0625$, $n = 0{,}5$;

при $\mathrm{Re} > 0{,}01$ $C = 0{,}125$, $n = 0{,}65$.

Формула (14.37) справедлива в области значений величин $\mathrm{Re} = 10^{-5} \div 10^4$, $\mathrm{Pr} = 0{,}86 \div 7{,}6$, $\beta \leqslant 70$ % и $w \leqslant 7$ м/с, где $\beta = V_{п}/V_{см}$ — объемное расходное паросодержание, $w = q/r\rho_{п}$ — скорость отвода пара от зеркала испарения (скорость кипения). При кипении жидких металлов ($\mathrm{Re} > 0{,}01$) показатель степени у критерия Прандтля в формуле (14.37) равен 0,65.

Для практических расчетов удобно применять эмпирические размерные зависимости. Например, для воды [10] в диапазоне давлений от 0,1 до 5 МПа эти зависимости имеют вид:

$$\alpha = 3{,}14 q^{0,7} p^{0,15}; \qquad (14.38)$$

$$\alpha = 33{,}4 \Delta t^{2,33} p^{0,5}, \qquad (14.39)$$

где q, Вт/м^2, p, МПа$\cdot 10^{-1}$; α, Вт/(м$^2 \cdot$ К).

Исследования показывают, что форма, размер, материал и состояние поверхности нагреваемой стенки, а также высота слоя жидкости над стенкой практически не влияют на интенсивность теплоотдачи.

Протекание процесса теплообмена при кипении жидкости в условиях вынужденной конвекции, например, в трубах имеет ряд отличительных особенностей по сравнению с его протеканием при кипении в больших объемах при естественной конвекции. Эти особенности в основном определяются скоростью и характером движения кипящей жидкости, которые в свою очередь в значительной степени зависят от

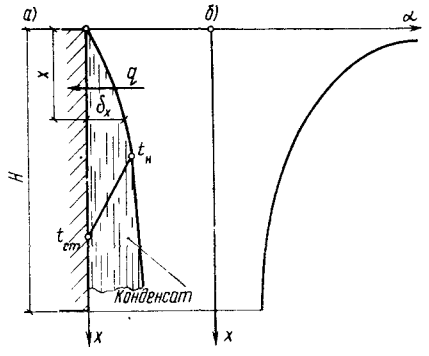


Рис. 14.10. Схема пленочной конденсации пара на вертикальной стенке (*а*) и распределение коэффициента теплоотдачи по высоте стенки (*б*)

положения трубы, где течет эта жидкость, и от ее паросодержания. Так, при большом содержании пара (более 70 % по объему) устанавливается стержневой режим течения, когда пар перемещается сплошной массой в центральной части трубы, а жидкость, отжатая к поверхности, движется в виде тонкой пленки с большой скоростью.

При нарушении целости жидкой пленки теплоотдача резко снижается, так как начинается теплообмен между стенкой и сухим паром. При малом содержании пара и небольших скоростях пароводяная смесь перемещается в виде однородной эмульсии и процесс теплоотдачи практически мало отличается от кипения жидкости при свободном движении. Из-за сложности гидродинамических явлений, сопутствующих процессу кипения в трубах, коэффициент теплоотдачи в каждом отдельном случае рассчитывают по данным, полученным непосредственно из опыта.

Теплоотдача при конденсации пара. При охлаждении пара ниже температуры насыщения для данного давления пар конденсируется, т. е. превращается в жидкость, и при этом выделяется теплота конденсации, численно равная теплоте парообразования. В зависимости от состояния поверхности стенки оседающая жидкость может принимать форму или капель, или пленки, соответственно этому конденсация пара носит название или капельной, или пленочной. Капельная конденсация происходит в условиях естественного движения, когда конденсат не смачивает поверхности тела. Это обычно наблюдается на поверхности стенок, покрытых тонким слоем масла, керосина или жирных кислот.

При капельной конденсации теплоотдача в 5—10 раз больше, чем при пленочной, характеризующейся большим термическим сопротивлением. Однако именно пленочная конденсация представляет наибольший практический интерес, поскольку она происходит преимущественно в различного рода промышленных теплообменных аппаратах, где наблюдается вынужденное движение пара по шероховатым смачиваемым поверхностям охлаждения (рис. 14.10). Изучение процесса теплоотдачи при пленочной конденсации фактически сводится к изучению процесса теплообмена пленки жидкости с поверхностью стенки, т. е. теплообмена между твердым телом и однофазной средой. При этом особенность исследуемого процесса состоит в том, что сам процесс образования пленки обусловлен переходом среды из парообразного состояния в жидкое.

Сущность теории пленочной конденсации пара заключается в следующем. При соприкосновении пара со стенкой, температура которой

ниже температуры насыщения $t_н$, пар конденсируется и на поверхности стенки образуется пленка. Предполагается, что температура внешней поверхности пленки равна $t_н$, и если режим движения пленки ламинарный, то теплота, освобождаемая при конденсации пара, распространяется путем теплопроводности через толщу пленки. При этом

$$q_x = \lambda \frac{t_н - t_{ст}}{\delta_x} \text{ и } q_x = \alpha_x (t_н - t_{ст}),$$

откуда

$$\alpha_x = \lambda / \delta_x,$$

где α_x — коэффициент теплоотдачи при конденсации пара на поверхности охлаждаемой стенки в сечении x; λ — теплопроводность конденсата; δ_x — толщина стенки конденсата в сечении x.

Исходя из условий течения пленки конденсата, Нуссельт при ряде упрощений* вывел формулы для аналитического подсчета среднего значения коэффициента теплоотдачи при конденсации пара на вертикальной и горизонтальной поверхностях стенок. Эти формулы имеют вид:

а) для вертикальной стенки

$$\alpha = 0{,}943 \sqrt[4]{\frac{r\lambda^3 g (\rho' - \rho'')}{\nu H \Delta t}}; \qquad (14.40)$$

б) для горизонтальной трубы

$$\alpha = 0{,}728 \sqrt[4]{\frac{r\lambda^3 g (\rho' - \rho'')}{\nu d \Delta t}}, \qquad (14.41)$$

где r — теплота конденсации; $g(\rho' - \rho'')$ — сила тяжести единичного объема конденсата; λ — теплопроводность конденсата; ν — кинематическая вязкость конденсата; H — высота трубы или стенки; d — диаметр трубы; $\Delta t = t_н - t_{ст}$.

Формулы Нуссельта дают приближенное решение. Советскими учеными Г. Н. Кружилиным и Д. А. Лабунцовым задачи по определению коэффициента теплоотдачи были решены с учетом сил инерции и конвективного переноса тепла в пленке, а П. Л. Капица уточнил эти формулы, учитывая при их выводе возможность возникновения волнового движения пленки. В результате было показано, что инерционные силы и конвективный перенос тепла можно не учитывать, если $K = r/c_p \Delta t > 5$, а $\mathrm{Pr} > 1$. С учетом волнового движения пленки коэффициент теплоотдачи получается примерно на 20 % выше, чем по формулам Нуссельта [2].

Рассматриваемая задача по определению теплообмена при конденсации пара может быть решена на основе теории подобия [10]. Действительно, поскольку процесс теплообмена определяется в основном условиями переноса теплоты через пленку конденсата, то с учетом

* Предполагается, что физические параметры конденсата (плотность, вязкость, теплопроводность) не зависят от температуры, режим движения пленки ламинарный, трение конденсата о пар отсутствует, температура внешней поверхности пленки равна температуре насыщения.

указанных выше упрощений он может быть описан системой известных дифференциальных уравнений — теплообмена, переноса энергии и движения жидкости (см. § 14.2), а также уравнением теплового баланса, которое учитывает изменение состояния пара на границе перехода в жидкую фазу. Из первых трех уравнений получают известные критерии:

$$\mathrm{Nu}=\alpha l/\lambda;\quad \mathrm{Pe}=wl/a=\mathrm{Re}\cdot\mathrm{Pr};$$
$$\mathrm{Fr}=gl/w^2;\quad \mathrm{Ga}=\mathrm{Fr}\cdot\mathrm{Re}^2=gl^3/\nu^2.$$

Уравнение теплового баланса записывается в следующем виде:

$$r dM = cM_1\, dt,$$

где $r dM = dQ$ — элементарное количество теплоты, передаваемое от пара к жидкости при конденсации количества пара dM; $dQ = cM_1 dt$ — элементарное количество теплоты, получаемое массой жидкости M_1 и обусловливающее повышение ее температуры на dt.

Если обработать уравнение теплового баланса методами теории подобия, то получим

$$k_r/k_c\, k_t = 1 \quad \text{или} \quad r/c\Delta t = \mathrm{K} = \text{idem},$$

где r — теплота конденсации; c — теплоемкость конденсата; $\Delta t = t_н - t_{ст}$; К — критерий Кутателадзе.

Тогда при ламинарном режиме критериальное уравнение для теплоотдачи при конденсации пара приобретает вид

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Ga};\ \mathrm{Pr};\ \mathrm{K}) = \varphi(\mathrm{Ko}),$$

где $\mathrm{Ko} = \mathrm{Ga}\cdot\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{K}$ — критерий конденсации.

В результате обобщения данных экспериментов, проведенных с различными жидкостями, были получены следующие расчетные формулы для определения среднего коэффициента теплоотдачи при конденсации пара:

для вертикальной стенки или трубы высотой H

$$\mathrm{Nu} = 0{,}42\,\mathrm{Ko}^{0{,}28}\,(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_{ст})^{0{,}25}; \qquad (14.42)$$

для горизонтальной трубы диаметром d

$$\mathrm{Nu} = 0{,}72\,\mathrm{Ko}^{0{,}25}\,(\mathrm{Pr}/\mathrm{Pr}_{ст})^{0{,}25}. \qquad (14.43)$$

Определяющий размер в этих уравнениях для вертикальных стенок и труб — их высота, а для горизонтальных труб — диаметр, определяющая температура — температура насыщения $t_н$.

Следует иметь в виду, что формулы (14.42) и (14.43) строго справедливы при конденсации чистого пара на гладкой поверхности в условиях ламинарного режима течения пленки с небольшими скоростями (менее 10 м/с). При капельной, а также пленочной конденсации, но с турбулентным режимом течения приведенные формулы дают минимальное значение коэффициента теплоотдачи. В действительности оно выше. Влияние скорости перемещения пара вдоль охлаждаемой поверхности стенки начинает заметно сказываться на теплоотдаче для скоростей, превышающих при атмосферном давлении 10 м/с (при $p > 0{,}1$ МПа на α влияют уже меньшие скорости). Это объясняется тем, что между паром и пленкой возникает трение, вызывающее при

направлении движения пара, совпадающем с направлением течения пленки, увеличение ее скорости, а значит, и уменьшение толщины и повышение α. При несовпадающих направлениях движения пара и пленки наблюдается обратная картина.

Шероховатость поверхности стенки отрицательно влияет на теплоотдачу, так как толщина пленки из-за дополнительного сопротивления течению возрастает, в результате чего снижается α.

На теплоотдачу при конденсации пара большое влияние оказывает примешивание к пару воздуха или каких-либо других неконденсирующихся газов. Исследования показывают, что содержание в паре только 1 % (по массе) воздуха уменьшает коэффициент теплоотдачи на 60 %. Это объясняется тем, что на холодной стенке конденсируется только пар, а воздух остается в виде концентрированного слоя газовых молекул, сквозь который молекулы пара проникают лишь путем диффузии. Отсюда возникает необходимость непрерывного отсоса воздуха при работе промышленных конденсаторов.

При рассмотрении различных факторов, влияющих на теплоотдачу при конденсации пара, большое внимание должно уделяться также компоновке поверхностей, соприкасающихся с паром. В частности, для вертикально расположенных труб вследствие утолщения пленки конденсата книзу среднее значение α можно повысить путем установки по высоте трубы конденсатоотводных колпачков или подачи пара в виде тонких струек, которые, ударяясь о стенку, разрушают пленку и разбрызгивают конденсат. В горизонтальных пучках труб теплоотдача расположенных ниже труб снижается из-за дополнительного увеличения толщины стекающей пленки конденсата от притока его с верхних труб. Поэтому в таких пучках иногда применяют асимметричное расположение трубок, при котором конденсат стекает лишь по части поверхности труб [2].

§ 14.6. Массоперенос

Многие процессы теплообмена, происходящие в природе и технике, сопровождаются внешним и внутренним массообменом. При этом предполагается, что химических реакций между компонентами нет. Например, испарившаяся жидкость, распространяясь путем диффузии в парогазовой среде, будет изменять интенсивность теплоотдачи в этой среде. При тепловлажностной обработке бетона происходят конденсация пара и его испарение с поверхности изделий, миграция влаги, паров и воздуха внутри этих изделий. Конденсация пара на открытых поверхностях изделий может привести к переувлажнению поверхностных слоев бетона, а испарение влаги с этих поверхностей — к его пересушиванию. Все это в конечном счете может ухудшить качества бетона (прочность, морозостойкость, долговечность и т. п.). Массообмен (диффузия) лежит в основе таких физических и химических процессов, как адсорбция вещества из растворов, сублимация, окисление, горение, разделение изотопов, цементирование металлических изделий и т. д.

Между процессами тепло- и массообмена существует аналогия, основанная на общности механизма переноса энергии и массы. Поэтому

основные законы массо- и теплообмена имеют одинаковые выражения. Например, аналогично закону Фурье (13.1), определяющему величину потока теплоты, поток массы одного из компонентов вследствие молекулярной (концентрационной) диффузии определяется законом Фика, связывающим массоперенос с полем концентрации:

$$j = -D dc/dn = -D \operatorname{grad} c, \qquad (14.44)$$

где j — массоперенос, т. е. плотность диффузионного потока массы вещества, моль/(м²·с); D — коэффициент диффузии, м²/с; dc/dn — градиент концентрации, моль/(м³·м).

Поскольку при расчете газовых смесей принято концентрацию c выражать через парциальное давление компонента (см. § 12.4) по равенству $c = p/R\mu T = n/V$, то выражение (14.44) можно записать в форме

$$j = -D \frac{1}{R\mu T} \frac{dp}{dn} = -D \frac{1}{R\mu T} \operatorname{grad} p. \qquad (14.44')$$

Из уравнения (14.44′) наиболее наглядно видно влияние температуры газовой смеси на массоперенос.

При стационарности процесса и постоянстве коэффициента диффузии D аналогично дифференциальному уравнению переноса энергии движущейся жидкости (14.5) выводится дифференциальное уравнение Фика, отражающее материальный баланс диффундирующего вещества в условиях вынужденного движения [2]:

$$w_x \frac{\partial c}{\partial x} + w_y \frac{\partial c}{\partial y} + w_z \frac{\partial c}{\partial z} = D\left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}\right). \qquad (14.45)$$

Коэффициент диффузии D в этом уравнении аналогичен температуропроводности a в уравнении (14.5) и характеризует интенсивность изменения концентрации.

В условиях турбулентного движения жидкости вместо молекулярной диффузии возникает турбулентная. В этом случае уравнения (14.44) и (14.45) по форме написания сохраняются, но под концентрациями и компонентами скоростей нужно понимать их усредненные по времени значения. Коэффициент D в этом случае называется турбулентным коэффициентом диффузии, который во много раз превышает молекулярный коэффициент диффузии.

В условиях турбулентного течения аналогично формированию динамического пограничного слоя неодинаковая концентрация на внутренней его границе и вне его приводит к образованию диффузионного пограничного слоя. Если по аналогии с коэффициентом теплоотдачи α ввести понятие о коэффициенте массоотдачи β, то

$$j = \beta \Delta c, \qquad (14.46)$$

где Δc — разность концентраций в потоке и у стенки; β — коэффициент массоотдачи, м/с, представляющий собой плотность диффузионного потока массы вещества при разности концентраций этого вещества в потоке и у стенки, равной единице.

Для газовых смесей уравнение (14.46) более удобно записать с учетом парциального давления компонента в форме

$$j = \beta \Delta p / R\mu T. \qquad (14.46')$$

По аналогии с уравнением (14.3) условие массопереноса на границе потока выразится равенством

$$\beta \Delta c = D\,(dc/dn). \tag{14.47}$$

Поскольку в уравнение диффузии (14.45), как и в уравнение переноса энергии (14.5), входят составляющие скорости w_x, w_y и w_z, то система уравнений (14.45) и (14.47) должна быть дополнена уравнениями движения (14.7), сплошности потока (14.10), а также условиями однозначности, дающими описание всех частных особенностей рассматриваемого явления.

Если применить к указанным уравнениям методы теории подобия, то могут быть получены критерии, характеризующие процесс массообмена при обтекании тела вынужденным потоком. В частности, уравнение (14.45) дает диффузионный критерий Пекле

$$\mathrm{Pe}' = wl/D. \tag{14.48}$$

Этот критерий является мерой отношения конвективного переноса вещества к молекулярной диффузии.

Уравнение (14.47) дает диффузионный критерий Нуссельта

$$\mathrm{Nu}' = \beta l/D. \tag{14.49}$$

Разумеется, обязательной независимой переменной (при вынужденном движении жидкости и стационарном режиме) остается критерий Рейнольдса, определяющий гидродинамическую сторону рассматриваемого явления, тогда критериальное уравнение примет вид

$$\mathrm{Nu}' = f(\mathrm{Re},\ \mathrm{Pe}').$$

Если обозначить

$$\mathrm{Pe}'/\mathrm{Re} = \mathrm{Pr}' = wl/D : wl/\nu = \vartheta/D, \tag{14.50}$$

где Pr′ называется диффузионным критерием Прандтля*, то

$$\mathrm{Nu}' = \varphi(\mathrm{Re},\ \mathrm{Pr}'). \tag{14.51}$$

Полученное критериальное уравнение аналогично уравнению (14.23′), по которому $\mathrm{Nu} = f_1(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$, и при аналогии между тепло- и массообменом функции f_1 и φ в уравнениях (14.23′) и (14.51) должны быть одинаковыми. При равенстве же одноименных определяющих критериев будут численно одинаковы и критерии Nu и Nu′. Это означает, что если для расчета теплоотдачи было получено уравнение $\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}^{n_1} \cdot \mathrm{Pr}^{n_2}$, то для расчета массообмена, протекающего в аналогичных условиях, можно использовать уравнение $\mathrm{Nu}' = C\mathrm{Re}^{n_1} \times \mathrm{Pr}'^{n_2}$, где C, n_1, n_2 — одни и те же величины.

На практике указанной аналогией пользуются при изучении диффузии в смесях газов, поскольку числа Pr и Pr′ близки. Для жидкостей Pr′ во много раз больше Pr, и поэтому применение критериальных уравнений теплоотдачи в этом случае невозможно.

Отношение Pr′/Pr называется числом Льюиса (Le), т. е.

$$\mathrm{Le} = \vartheta/D : \vartheta/a = a/D. \tag{14.52}$$

* Pr′ иногда называют числом Шмидта (Sc).

Очевидно, при Le = 1 процессы теплообмена, протекая при одном значении Re, дадут тождественные значения Nu и Nu′, т. е.

$$\alpha l/\lambda = \beta l/D \quad \text{или} \quad \beta = \alpha D/\lambda, \quad \text{но} \quad D = a = \lambda/c\rho.$$

Тогда

$$\beta = \alpha\lambda/\lambda c\rho = \alpha/c\rho. \tag{14.53}$$

Равенство (14.53) называется соотношением Льюиса. Оно указывает на тождественность распределения температур и концентраций в потоке при Le = 1.

При диффузии водяного пара в воздухе при нормальных физических условиях Le = 0,87, и в этом случае с достаточной степенью точности для практических расчетов коэффициент массоотдачи можно вычислить через коэффициент теплоотдачи по равенству (14.53).

ГЛАВА 15. ЛУЧИСТЫЙ ТЕПЛООБМЕН

§ 15.1. Основные понятия и определения

В тех областях теплотехники, где отмечаются высокие температуры, теполообмен путем излучения по своей интенсивности превосходит другие виды теплообмена, поэтому при создании агрегатов, работающих в таких температурных условиях, необходимо предусматривать максимальное использование лучистого теплообмена. Прежде всего это относится к котельным установкам и промышленным печам с развитым пламенным пространством. В промышленности строительных материалов такие печи широко применяют для производства извести, цемента, шамота и других материалов. Для обжига строительных деталей начинают применять электрические печи сопротивления, в которых теплота передается изделиям путем излучения от боковых нагревателей. При умеренных температурах теплообмен лучеиспусканием используют также для сушки керамических изделий инфракрасными лучами.

Излучение тел обусловлено сложными внутриатомными процессами, в результате которых энергия других видов преобразуется в лучистую энергию электромагнитных колебаний с различными длинами волн, известных под названием рентгеновских, ультрафиолетовых, световых и инфракрасных лучей, которые излучаются телом по всем направлениям и прямолинейно распространяются в окружающем пространстве со скоростью света. Для температур, применяемых в теплотехнике, спектр теплового излучения охватывает диапазон длин волн λ примерно от 0,4 до 800 мкм и включает световые (0,4—0,8 мкм) и инфракрасные (0,8—800 мкм) лучи.

Излучение свойственно всем телам, т. е. наряду с прямым потоком лучистой энергии от более нагретых тел к менее нагретым всегда имеется обратный поток энергии от менее нагретых тел к более нагретым. Конечный результат такого обмена и представляет собой количество переданной путем излучения теплоты. При этом известные из

оптики законы распространения, отражения и преломления видимого света остаются справедливыми и для невидимых тепловых лучей.

Единицей измерения лучистой энергии служит джоуль. Количество энергии, излучаемой единицей поверхности тела в единицу времени, называется поверхностной плотностью излучения и обозначается E, Вт/м^2. Если площадь поверхности тела S, то $ES = Q$ представляет собой общее количество энергии, излучаемой телом в единицу времени, называемое лучистым потоком. Обычно часть Q_R лучистого потока, падающего на тело, отражается, часть Q_A поглощается и часть Q_D проходит сквозь тело. Очевидно, что $Q_R + Q_A + Q_D = Q$, и если обозначить $Q_R/Q = R$, $Q_A/Q = A$ и $Q_D/Q = D$, то $R + A + D = 1$. Величины R, A и D носят названия коэффициентов соответственно отражения, поглощения и пропускания (диатермичности) тела.

При $R = 1$ ($A = D = 0$) вся лучистая энергия отражается телом, и такое тело называется абсолютно б е л ы м. Если $A = 1$ ($R = D = 0$), то тело поглощает все падающие на него лучи и называется абсолютно ч е р н ы м. При $D = 1$ ($R = A = 0$) тело полностью пропускает сквозь себя лучистый поток и называется абсолютно прозрачным или д и а т е р м и ч н ы м. В природе не встречается тел, полностью соответствующих этим трем условиям, но есть тела, которые почти удовлетворяют им. Например, полированная поверхность металлов имеет $R = 0{,}97$; нефтяная сажа, бархат, снег, лед имеют $A = 0{,}95 \div 0{,}96$; двухатомные газы O_2, N_2, H_2 имеют $D \approx 1$. Воздух также является практически прозрачной средой, но если в нем есть пары воды или углекислоты, прозрачность его становится значительно меньше.

Многие тела диатермичны лишь для определенных длин волн. Например, оконное стекло пропускает световые лучи и почти непрозрачно для ультрафиолетовых и инфракрасных лучей, а кварц диатермичен для ультрафиолетового и светового излучения и непрозрачен для инфракрасного. Эти свойства оконного стекла и кварца широко используют в технике.

Для тепловых лучей твердые тела и жидкости практически атермичны, т. е. непрозрачны, и поглощение лучистой энергии у этих тел, как правило, заканчивается на очень малой глубине (менее 0,01 мм), поэтому можно говорить о поглощении энергии поверхностью твердых и жидких тел. Можно говорить и о лучеиспускании с поверхности этих тел, так как излучение, происходящее внутри твердого и жидкого тел, поглощается соседними частицами этих же тел; то, что наблюдается снаружи, является лишь излучением поверхностных слоев. Заметим также, что в теплотехнике в основном рассматривается лучеиспускание лишь твердых тел и газов, так как применяемые жидкости при температурах, которым соответствует достаточно высокая плотность излучения, могут находиться только в газообразном состоянии.

Если тело в одинаковой степени поглощает падающие лучи всех длин волн при любых температурах, то оно называется с е р ы м, в противном случае — ц в е т н ы м. Реальные тела приближенно можно считать серыми, при этом у металлов коэффициент поглощения (средний по длинам волн) растет с увеличением температуры, а у неметаллов снижается. Необходимо иметь в виду, что для поглощения и отражения

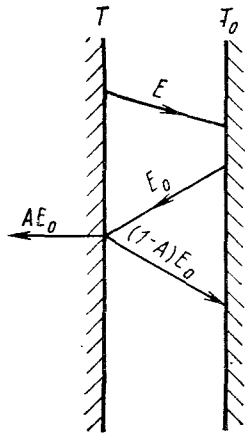


Рис. 15.1. К выводу закона Кирхгофа

тепловых лучей основное значение имеет не цвет, а состояние поверхности тела: например, белая поверхность хорошо отражает лишь световые лучи, а невидимые тепловые лучи поглощает так же хорошо, как и темная.

По отношению к падающей лучистой энергии поверхность тела называется зеркальной, если она отражает луч в определенном направлении, составляющем с нормалью угол, равный углу падения, и матовой, если отраженные лучи рассеиваются по всем направлениям.

Связь между излучающей и поглощающей способностями тела устанавливается законом Кирхгофа, согласно которому наибольшее возможное количество энергии излучается абсолютно черным телом, а количество энергии, излучаемой единицей поверхности любого другого тела, пропорционально коэффициенту его поглощения. Для доказательства этого положения рассмотрим две параллельные поверхности (рис. 15.1), одна из которых серая, а другая абсолютно черная. Температура, поверхностная плотность излучения и коэффициент поглощения серого тела — T, E, A, а черного — соответственно T_0, E_0, $A_0 = 1$. Приток лучистой энергии на серую поверхность AE_0, а расход E. Очевидно, что при $T = T_0$ приток и расход лучистой энергии должны быть одинаковыми, т. е. $E = AE_0$ или $E/E_0 = A$. Если отношение поверхностных плотностей излучения серого тела E и абсолютно черного тела E_0 при одинаковой температуре, называемое степенью черноты серого тела, обозначить a, то закон Кирхгофа выразится равенством

$$E/E_0 = a = A, \tag{15.1}$$

т. е. степень черноты тела равна коэффициенту его поглощения. Для черного тела $a = 1$, белого $a = 0$ и серого $0 < a < 1$. Значения степени черноты некоторых строительных материалов даны в табл. 15.1.

Зависимость интенсивности излучения черного тела от длины волны и температуры устанавливается законом Планка, который на основании разработанной им квантовой теории излучения предложил формулу

$$I_{0\lambda} = C_1 \frac{\lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda T} - 1}, \tag{15.2}$$

где $I_{0\lambda}$ — интенсивность излучения, Вт/м^3; C_1 — постоянная, равная $3{,}7 \cdot 10^{-16}$ Вт·м^2; C_2 — постоянная, равная 0,0144 м·К.

Вычисления по уравнению (15.2) подтверждаются опытом и пока-

ТАБЛИЦА 15.1. СТЕПЕНЬ ЧЕРНОТЫ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Материал	t, °С	a	Материал	t, °С	a
Кирпич:			Краски масляные	20—100	0,86—0,92
красный	25—300	0,9	разных цветов		
огнеупорный	1000	0,75—0,85	Лак:		
Фарфор глазурованный	20	0,9—0,92	белый	20—100	0,8—0,9
			черный	20—100	0,9—0,95
Штукатурка известковая	20—100	0,9	Алюминий шероховатый	26	0,055
Гипс	20	0,9	Железо окисленное:		
Асбест	20—300	0,9—0,95			
Дерево	20—70	0,8—0,9	гладкое	25—525	0,78—0,92
Бумага тонкая	20—100	0,9	оцинкованное	25	0,25—0,3
Толь кровельный	20	0,9	Медь:		
Стекло	20—100	0,9—0,92	полированная	80—115	0,018—0,023
			окисленная при 600 °С	200—600	0,6—0,8

вают, что с увеличением длины волны λ интенсивность излучения возрастает от нуля (при $\lambda = \lambda_0$) до максимума и затем снова падает до нуля (при $\lambda = \infty$). Длину волны λ_0, м, на которую приходится максимальная интенсивность теплового излучения, находят из равенства $dI_{0\lambda}/d\lambda = 0$. При этом получается

$$\lambda_0 = (2898/T)\ 10^{-6}. \qquad (15.3)$$

Уравнение (15.3) выражает закон смещения Вина, формулируемый следующим образом: длина волны, на которую приходится максимум теплового излучения, обратно пропорциональна абсолютной температуре или, иначе говоря, с повышением температуры максимум излучения смещается в сторону более коротких волн.

Полное количество энергии, излучаемой абсолютно черным телом, находят из равенства

$$E_0 = \int_0^\infty I_{0\lambda}\, d\lambda = \int_0^\infty \frac{C_1\, d\lambda}{\lambda^5 \left(e^{C_2/\lambda T} - 1\right)},$$

или

$$E_0 = \frac{6{,}494 C_1}{C_2^4}\, T^4 = \sigma_0 T^4, \qquad (15.4)$$

где $\sigma_0 = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$ К^4) — константа излучения абсолютно черного тела.

Уравнение (15.4) является математическим выражением закона Стефана—Больцмана. Для практических расчетов уравнение (15.4) обычно используют в другой, более удобной форме, имеющей вид

$$E_0 = c_0 (T/100)^4, \qquad (15.4')$$

где $c_0 = 5{,}67$ Вт/(м$^2 \cdot$ К^4) — коэффициент излучения абсолютно черного тела.

Как показали опыты ряда исследователей, для серого тела количество излучаемой энергии выражается формулой, аналогичной фор-

муле (15.4), но с другим (меньшим) коэффициентом излучения c, т. е.

$$E = c\,(T/100)^4. \qquad (15.5)$$

Если сопоставить энергии излучения абсолютно черного и серого тел при одинаковой температуре, то получим

$$E/E_0 = a = c/c_0 \quad \text{или} \quad c = ac_0,$$

т. е. для серого тела $c < c_0$ и может изменяться в пределах 0—5,67 Вт/ (м^2 · К^4).

В целях упрощения и единообразия расчетов уравнением (15.5) пользуются и для цветных тел, выражая коэффициент их излучения c функцией от температуры. Закон Стефана—Больцмана определяет общее количество энергии, излучаемой телом в окружающую среду. Однако распределение этой энергии неодинаково в различных направлениях, и, согласно закону Ламберта, количество энергии E_φ, излучаемой телом в направлении, составляющем с нормалью к поверхности угол φ, определяется соотношением

$$E_\varphi = E_n \cos\varphi, \qquad (а)$$

где E_n — количество энергии, излучаемой по нормали к поверхности тела ($\varphi = 0$).

Интегрирование равенства (а) в пределах от 0 до 2π дает соотношение $E_n = E/\pi$, т. е. лучеиспускательная способность в направлении нормали в π раз меньше полной лучеиспускательной способности тела. Под лучеиспускательной способностью тела понимают количество энергии, излучаемой в единицу времени единицей поверхности тела в пределах единичного телесного угла. Опыт показывает, что закон Ламберта строго справедлив для абсолютно черного тела. Для серых шероховатых тел этот закон справедлив лишь при $\varphi = 0 \div 60°$.

Законы лучеиспускания газов значительно отличаются от законов лучеиспускания твердых тел. Как указывалось выше, одно- и двухатомные газы являются практически диатермичными телами. Что касается многоатомных газов (CO_2, H_2O, SO_2, NH_3 и др.), то их спектр излучения и поглощения имеет селективный (избирательный) характер, т. е. эти газы излучают и поглощают лишь в определенных интервалах длин волн, называемых полосами. Например, для двуокиси углерода имеются три основные полосы, определяемые границами: первая — от $\lambda_1 = 2{,}36$ мкм до $\lambda_2 = 3{,}02$ мкм, $\Delta\lambda = 0{,}66$ мкм; вторая — от $\lambda_1 = 4{,}01$ мкм до $\lambda_2 = 4{,}8$ мкм, $\Delta\lambda = 0{,}79$ мкм; третья полоса от $\lambda_1 = 12{,}5$ мкм до $\lambda_2 = 16{,}5$ мкм, $\Delta\lambda = 4$ мкм.

Для водяного пара полосы излучения расположены на участках $\lambda = 2{,}24 \div 3{,}27$ мкм; $\lambda = 4{,}8 \div 8{,}5$ мкм; $\lambda = 12 \div 25$ мкм.

В отличие от твердых тел излучение и поглощение энергии газами происходит не в поверхностном слое их оболочек, а во всем объеме, при этом по мере прохождения тепловых лучей через многоатомные газы их энергия излучения вследствие поглощения уменьшается. Это ослабление зависит от рода газов, температуры и числа находящихся на пути молекул; оно пропорционально длине пути луча l (толщине слоя) и плотности газа (парциальному давлению p_i). Обычно вместо величин

p_i и l рассматривают их произведение $p_i l$, характеризующее эффективность ослабления лучей в данной среде.

Для инженерных расчетов условно принимают, что излучение газов, так же как излучение твердых тел, пропорционально четвертой степени их абсолютной температуры, и в этом случае расчетная формула принимает вид

$$E_г = a_г c_0 (T/100)^4, \qquad (15.6)$$

где $a_г$ — степень черноты, или относительная излучающая способность газа.

Энергия излучения смеси газов практически равна сумме энергии лучеиспускания отдельных газов, так как полосы излучения различных газов почти нигде не перекрываются.

§ 15.2. Теплообмен излучением между телами

Определение количества теплоты, переданной излучением между телами, представляет собой весьма сложную задачу, так как при ее решении необходимо учитывать температуры и степени черноты участвующих в теплообмене тел, формы, размеры, взаимное расположение и расстояние между ними. Аналитическое решение поставленной задачи возможно лишь в отдельных случаях. Рассмотрим два из них: 1) тела имеют форму пластин; 2) расположение поверхностей тел концентрическое.

В первом случае имеем два непрозрачных тела ($D = 0$) в форме пластин, расположенных параллельно и разделенных диатермичной средой. Площадь поверхности пластин S велика по сравнению с расстоянием между ними (рис. 15.2), поэтому излучением в пространство от торцовых краев пластин можно пренебречь. Температура, поверхностная плотность излучения, коэффициенты поглощения и степени черноты соответственно равны T_1, E_1, A_1, a_1 и T_2, E_2, A_2, a_2.

Конвекция между поверхностями пластин отсутствует, и режим лучистого теплообмена предполагается установившимся. Пусть $T_1 > T_2$. Требуется определить количество теплоты, переданной от первого тела ко второму.

Решаем задачу так. Все излучение от первой пластины падает на вторую, где поглощается лишь часть его, равная $E_1 A_2 = E_1 a_2$ ($A = a$ в соответствии с законом Кирхгофа), а остальная часть, равная $(1 - a_2)E_1$, отражается обратно на первое тело, где часть, равная $a_1 (1 - a_2)E_1$, снова поглощается, а часть, равная $(1 - a_1)(1 - a_2)E_1$, снова отражается и т. д. до бесконечности. Такие же точно рассуждения можно провести и с собственным излучением второго тела. Если пренебречь бесконечными отражениями обоих потоков энергии, то $Q^*_{1-2} = E_1 S a_2 - E_2 S a_1$. Используя закон Стефана—Больцмана, получим

$$Q_{1-2} = a_1 a_2 c_0 S \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] = c_{1-2} S \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right], \qquad (15.7)$$

* *Индексы при Q и c означают, что речь идет о передаче лучистой энергии от тела 1 к телу 2 и т. д. (см. рис. 15.2).*

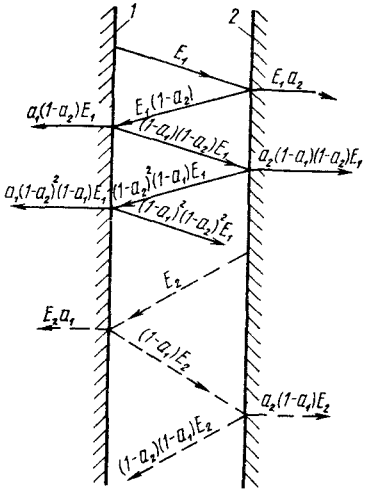


Рис. 15.2. Схема теплообмена путем излучения между параллельными пластинами

где c_{1-2} — приведенный коэффициент излучения, равный:

$$c_{1-2} = a_1 a_2 c_0 = c_1 c_2 / c_0. \qquad (15.8)$$

Чтобы получить точное выражение для Q_{1-2}, необходимо просуммировать бесконечный ряд количеств энергий при последовательных падениях лучей на обе пластины. Обозначим через Q_1 и Q_2 эффективные излучения соответственно первого и второго тел. Под эффективным излучением тела понимается его собственное излучение в сумме с отраженным. Тогда $Q_{1-2} = Q_1 - Q_2$. Если Q_2 представляет собой полное количество энергии, падающей от второго тела на первое, то последнее будет поглощать $a_1 Q_2$, а обратно излучать $(1 - a_1)Q_2$ энергии, и тогда:

$$Q_1 = E_1 S + (1 - a_1) Q_2; \qquad (а)$$

$$Q_2 = E_2 S + (1 - a_2) Q_1. \qquad (б)$$

Подставляя Q_2 из равенства (б) в равенство (а), получим:

$$Q_1 = E_1 S + (1 - a_1)[E_2 S + (1 - a_2) Q_1]$$

или

$$Q_1 [1 - (1 - a_1)(1 - a_2)] = E_1 S + (1 - a_1) E_2 S,$$

откуда

$$Q_1 = \frac{E_1 S + (1 - a_1) E_2 S}{a_1 + a_2 - a_1 a_2};$$

аналогично

$$Q_2 = \frac{E_2 S + (1 - a_2) E_1 S}{a_1 + a_2 - a_1 a_2}.$$

Тогда

$$Q_{1-2} = \frac{S}{a_1 + a_2 - a_1 a_2}[E_1 + (1 - a_1) E_2 - E_2 - (1 - a_2) E_1],$$

или

$$Q_{1-2} = S \frac{E_1 a_2 - E_2 a_1}{a_1 + a_2 - a_1 a_2}.$$

Подставляя значения

$$E_1 = a_1 c_0 (T_1/100)^4 \quad \text{и} \quad E_2 = a_2 c_0 (T_2/100)^4,$$

окончательно получим

$$Q_{1-2} = \frac{a_1 a_2 c_0}{a_1 + a_2 - a_1 a_2} S \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]. \qquad (15.9)$$

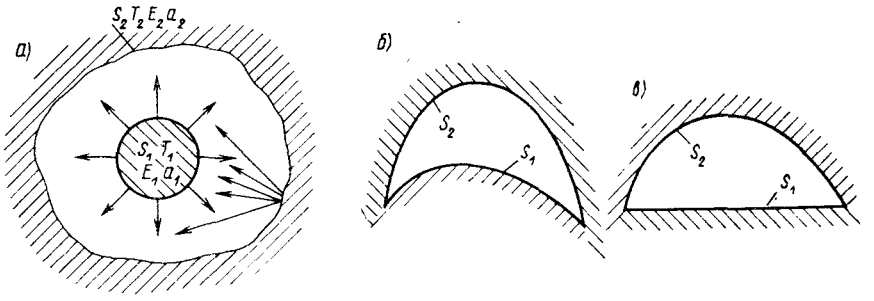


Рис. 15.3. К расчету лучистого теплообмена в замкнутом пространстве

Поскольку $(a_1 + a_2) - a_1 a_2 < 1$, то приведенный коэффициент излучения

$$c_{1-2} = \frac{a_1 a_2 c_0}{a_1 + a_2 - a_1 a_2}$$

больше c_{1-2}, определенного из формулы (15.8), и Q_{1-2}, подсчитанное по уравнению (15.9), всегда несколько выше Q_{1-2}, найденного из приближенной формулы (15.7). Выражение для приведенного коэффициента излучения, входящего в уравнение (15.9), можно преобразовать и записать в следующей форме:

$$c_{1-2} = \frac{a_1 a_2 c_0}{a_1 + a_2 - a_1 a_2} = \frac{1}{a_1/a_1 a_2 c_0 + a_2/a_1 a_2 c_0 - a_1 a_2/a_1 a_2 c_0},$$

или

$$c_{1-2} = \frac{1}{1/c_1 + 1/c_2 - 1/c_0}. \qquad (15.10)$$

Из полученного уравнения следует: если одно из тел будет черным, например $c_2 = c_0$, то приведенный коэффициент излучения равен коэффициенту излучения другого тела, в данном случае $c_{1-2} = c_1$; если одно из тел белое, то $c_{1-2} = 0$ и теплообмен отсутствует; в общем случае, когда оба тела серые, приведенный коэффициент излучения будет всегда меньше, чем наименьший из коэффициентов излучения c_1 и c_2.

Рассмотрим теперь другой практически важный случай — теплообмен излучением между двумя поверхностями тел в замкнутом пространстве, когда одна из поверхностей окружает другую. При этом предположим, что меньшая — внутренняя—поверхность выпуклая и не образует впадин (рис. 15.3, *а*). Пусть S_1 и S_2 — поверхности тел $(S_1 < S_2)$, E_1 и E_2 — поверхностные плотности излучения, T_1 и T_2 — температуры тел $(T_1 > T_2)$, a_1 и a_2 — степени черноты тел. Обозначим через Q_1 и Q_2 общее количество энергии, исходящее соответственно от первого и второго тел; тогда количество теплоты, переданной в результате теплообмена, выразится равенством

$$Q_{1-2} = Q_1 - \varphi Q_2, \qquad (в)$$

где φ — доля энергии Q_2, попадающей на внутреннее (первое) тело.

Остальное количество лучистой энергии $(1-\varphi)Q_2$, минуя первое тело, падает на свою же поверхность S_2.

Эффективное излучение внутреннего тела состоит из собственного излучения E_1S_1 и той части падающего на него излучения от второго тела, которую первое тело отражает, т. е.

$$Q_1=E_1S_1+(1-a_1)\varphi Q_2. \qquad (г)$$

Эффективное излучение второго тела складывается из собственного излучения E_2S_2, отраженной части падающей на него энергии Q_1 и отраженной части энергии $(1-\varphi)Q_2$, падающей от самого же второго тела, т. е.

$$Q_2=E_2S_2+(1-a_2)Q_1+(1-a_2)(1-\varphi)Q_2. \qquad (д)$$

Решая совместно уравнения (г) и (д), находим значения

$$Q_1=\frac{E_1S_1[a_2+(1-a_2)\varphi]+\varphi(1-a_1)E_2S_2}{a_2+\varphi a_1(1-a_2)} \qquad (е)$$

$$Q_2=\frac{E_2S_2+(1-a_2)E_1S_1}{a_2+\varphi a_1(1-a_2)}. \qquad (ж)$$

Подставляя значения Q_1 и Q_2 из равенств (е) и (ж) в равенство (в), получим

$$Q_{1-2}=\frac{1}{a_2+\varphi a_1(1-a_2)}(a_2E_1S_1-\varphi a_1E_2S_2).$$

Заменяя E_1 и E_2 по закону Стефана—Больцмана, находим

$$Q_{1-2}=\frac{a_1a_2c_0}{a_2+\varphi a_1(1-a_2)}\left[S_1\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\varphi S_2\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right],$$

или

$$Q_{1-2}=\frac{c_0}{1/a_1+\varphi(1/a_2-1)}\left[S_1\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\varphi S_2\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]. \qquad (з)$$

Коэффициент φ не зависит от температуры тел, а определяется лишь их размерами и взаимным расположением. Тогда, принимая $T_1=T_2$, получим из равенства (з) выражение для φ. Действительно, при одинаковых T_1 и T_2 $Q_{1-2}=0$, и тогда $S_1-\varphi S_2=0$ или $\varphi=S_1/S_2$, и окончательно формула для Q_{1-2} принимает вид

$$Q_{1-2}=\frac{1}{1/c_1+S_1/S_2(1/c_2-1/c_0)}S_1\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right],$$

или

$$Q_{1-2}=c_{1-2}S_1\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right], \qquad (15.11)$$

где c_{1-2} — приведенный коэффициент излучения, равный:

$$c_{1-2}=\frac{1}{1/c_1+S_1/S_2(1/c_2-1/c_0)}. \qquad (15.12)$$

Из последнего уравнения следует: если внешнее тело черное, приведенный коэффициент излучения совпадает с коэффициентом излучения внутреннего тела. При малых отношениях S_1/S_2 величина c_{1-2} приближается к c_1, и если, например, нужно подсчитать потери тепла в окружающую среду, то можно принять $S_2 = \infty$; тогда $S_1/S_2 = 0$ и $c_{1-2} = c_1$. Формулы (15.11) и (15.12) можно применять для расчета лучистого теплообмена тел любой формы при условии, если меньшее из них выпуклое. В частности, формулы оказываются справедливыми для случаев, когда оба тела представляют собой концентрические длинные цилиндры и когда выпуклое и вогнутое тела образуют замкнутое пространство (см. рис. 15.3, *б*, *в*).

Для общих случаев рсположения тел, имеющих произвольную форму, аналитическое решение задачи по определению количества теплоты, переданной излучением, получается очень сложным и может быть доведено до конца лишь для отдельных простых случаев и то при ряде упрощений. Поэтому для большинства практических задач возможны лишь приближенные решения, методика получения которых основывается на использовании расчетной формулы того же вида, что в рассмотренных частных случаях:

$$Q_{1-2} = c_{1-2} H_{\text{л}} [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4], \qquad (15.13)$$

где c_{1-2} определяется по уравнению (15.8), т. е. без учета вторичных и последующих отражений лучей, что дает несколько заниженное значение приведенного коэффициента излучения по сравнению с истинным его значением. Однако при степени черноты $a \geqslant 0{,}8$, которую имеет большинство технических материалов (см. табл. 15.1), ошибка получается незначительной. Величина $H_{\text{л}}$ представляет собой эффективную или взаимную лучевоспринимающую поверхность. Значение ее зависит только от формы и расположения тел, и она всегда меньше площади поверхностей S_1 и S_2. Отношение $H_{\text{л}}$ к одной из этих поверхностей, например $H_{\text{л}}/S_1$, называется угловым коэффициентом, или коэффициентом облученности второго тела от первого, и обозначается Ψ_{1-2}. Для практически важных случаев взаимного расположения тел значение величины $H_{\text{л}}$ или Ψ вычисляют заранее и дают в виде таблиц или графиков [10].

Из приведенных формул для определения Q_{1-2} следует, что для интенсификации теплообмена излучением необходимо повышать температуру излучающего тела и усиливать степень черноты системы.

В технике встречаются случаи, когда стремятся уменьшить влияние теплообмена излучением: например, при ограждении от действия тепловых лучей людей, работающих у поверхности с высокой температурой, при ограждении от лучистой энергии отдельных частей машин и приборов, в частности термометров, предназначенных для измерения температур холодных газов, и т. п. Если в этих случаях нельзя снизить теплоотдачу лучеиспусканием за счет уменьшения температуры излучающего тела или степени черноты, прибегают к устройству экранов — тонких металлических плоских или цилиндрических пластин, устанавливаемых на пути лучей между горячим и холодным тела-

ми. Экраны уменьшают действующий температурный напор, а следовательно, и количество теплоты, передаваемой излучением.

Оказывается, что при наличии одного экрана количество передаваемой теплоты сокращается в 2 раза, при наличии двух экранов — в 3 раза, при наличии n экранов — в $(n+1)$ раз, т. е. $Q_{1-э-2}=\frac{1}{n+1}Q_{1-2}$. Этим, в частности, объясняются такие факты, что дверцы топочных устройств выполняют обычно из нескольких стальных листов; термопары, измеряющие температуры газа, снабжают экранными щитками, которые ограждают горячий спай от лучистой энергии со стороны нагретых поверхностей.

В § 15.1 указывалось, что собственное излучение газов можно определить по формуле $E_г = a_г c_0 (T_г/100)^4$. Эта формула справедлива в том случае, если газ излучает энергию в пустоту, где $a = 1$ и $T = 0$ К. В реальных условиях газ всегда огражден оболочкой с температурой выше 0 К и степенью черноты меньше единицы. Естественно, что поверхность такой оболочки всегда имеет собственное излучение, которое может частично поглощаться газом. Поскольку газ обладает избирательной способностью поглощения, то, строго говоря, $a_г \neq A_г$. Селективный характер излучения газа повышает эффективную степень черноты поверхности оболочки $a'_{ст}$ по сравнению с $a_{ст}$ и делает ее зависимой от состава газа и произведения $p_i l$. М. А. Михеев [10] рекомендует при $a_{ст} = 0{,}8 \div 1$ принимать $a'_{ст} = 0{,}5\,(a_{ст} + 1)$. Учитывая это, расчетную формулу лучистого теплообмена между газом (первое тело) и стенкой (второе тело) можно написать так:

$$q_{1-2} = E_г\, a'_{ст} - E_{ст}\, A_г = a'_{ст}\, a_г\, c_0 (T_г/100)^4 - a'_{ст}\, A_г\, c_0 (T_{ст}/100)^4,$$

или

$$q_{1-2} = a'_{ст}\, c_0 [a_г (T_г/100)^4 - A_г (T_{ст}/100)^4]. \qquad (15.14)$$

Полученная формула является приближенной, так как при ее выводе предполагалось, что температура газа по всему объему постоянна, а на самом деле $T_г$ меняется и по сечению, и по длине канала, где протекает газ. Формула справедлива лишь для случая, когда длина пути луча l одинакова во всех направлениях, что на практике не наблюдается. Поэтому при расчетах пользуются средней длиной пути луча $l^*_{ср}$, которую, например, для газовых тел в объеме прямоугольного параллелепипеда определяют по соотношению $l_{ср} = 3{,}6V/S$, где V — объем тела и S — площадь поверхности оболочки. Значения $l_{ср}$ для газовых тел иной формы, так же как и $a_г$, приводятся в специальных таблицах и номограммах [10, 18].

В инженерных расчетах обычно принимают $A_г = a_г$ и вводят понятие об эффективной степени черноты газа $a'_г$, учитывая его теплообмен с поверхностью стенки. В этом случае расчетная формула принимает вид

$$q_{1-2} = a'_{ст}\, a'_г\, c_0 [(T_г/100)^4 - (T_{ст}/100)^4]. \qquad (15.15)$$

* Величину $l_{ср}$ иногда называют эффективной толщиной излучающего слоя.

Из сопоставления уравнений (15.14) и (15.15) следует

$$a'_г = \frac{a_г (T_г/100)^4 - A_г (T_{ст}/100)^4}{(T_г/100)^4 - (T_{ст}/100)^4} = \frac{a_г - A_г (T_{ст}/T_г)^4}{1 - (T_{ст}/T_г)^4}. \qquad (15.16)$$

Наряду с лучистым теплообменом в топочных устройствах происходит и конвективный теплообмен, характеризующийся коэффициентом теплоотдачи при соприкосновении газов со стенкой. Такой процесс теплообмена между стенкой и омывающей ее жидкостью, когда теплота передается путем конвекции, теплопроводности и лучеиспускания, называется с л о ж н ы м т е п л о о б м е н о м, и фактически он наблюдается почти во всех случаях передачи теплоты между телами. При сложном теплообмене общее количество переданной теплоты q_{1-2} выражается суммой двух составляющих — теплоты, переданной при конвективном теплообмене $q_к$, и теплоты, переданной излучением $q_л$. Величины $q_к$ и $q_л$ зависят от температуры. Математическое выражение этой зависимости различное:

$$q_{1-2} = q_к + q_л = \alpha_к (T - T_{ст}) + c_{1-2} [(T/100)^4 - (T_{ст}/100)^4],$$

где T — температура жидкости или газа; $T_{ст}$ — температура тепловоспринимающей стенки; c_{1-2} — приведенный коэффициент излучения, подсчитываемый по формулам (15.8), (15.10), (15.12).

Для удобства расчета второе слагаемое в написанном равенстве приводят к тому же виду, что и первое, т. е. полагают

$$q_{1-2} = \alpha_к (T - T_{ст}) + \alpha_л (T - T_{ст}) = \alpha (T - T_{ст}),$$

где $\alpha_л$ — коэффициент теплоотдачи излучением, называемый также коэффициентом лучистого теплообмена.

Коэффициент $\alpha_л$ определяется из соотношения

$$\alpha_л = \frac{q_л}{T - T_{ст}} = \frac{c_{1-2} [(T/100)^4 - (T_{ст}/100)^4]}{T - T_{ст}}. \qquad (15.17)$$

Сумма $\alpha_к + \alpha_л = \alpha$ называется общим, суммарным или эффективным коэффициентом теплоотдачи. Как следует из всего изложенного выше, α представляет собой весьма сложную величину, зависящую в общем от всей совокупности факторов, характеризующих конвективный теплообмен и теплообмен излучением. Наиболее сильное влияние на α оказывает температура. Например, для случая теплообмена тела с воздухом при естественной конвекции: $t_{ст} = 0$ °С; $Gr \cdot Pr = 10^8 \div 10^{12}$; $c_{1-2} = 4{,}7$ Вт/ (м^2 · К^4),

При $t = 150$ °С $\alpha_л = \alpha_к = 8{,}3$ Вт/ (м^2 · К), при $t = 500$ °С $\alpha_л$ больше $\alpha_к$ примерно в 4 раза, а при $t = 1000$ °С $\alpha_л$ превышает $\alpha_к$ более чем в 20 раз.

Встречаются случаи, когда теплообмен между твердым телом и окружающей средой происходит практически только в одной форме. Например, при теплообмене тела с капельной жидкостью лучеиспускание отсутствует, поскольку капельные жидкости уже при небольших толщинах слоя непрозрачны, и в этом случае $\alpha = \alpha_к$. Если же теплообмен между телами осуществляется в условиях глубокого вакуума, то конвекция практически никакого влияния не оказывает и $\alpha \approx \alpha_л$. В чистом виде теплообмен излучением происходит при полном вакууме.

§ 16.1. Общие положения

Рассмотренные в предыдущих главах процессы передачи теплоты путем теплопроводности, конвекции и излучения в промышленных теплообменных устройствах являются частью общей передачи теплоты от горячего теплоносителя к холодному через стенку, разделяющую эти теплоносители. Такой переход теплоты принято называть т е п л о п е р е д а ч е й.

Теплота передается через ограждающие конструкции помещений, а также во всех непрерывно действующих нагревательных приборах — котлах, печах, водо- и воздухоподогревателях, сушилках, пропарочных камерах и других теплообменниках. Расчет теплопередачи заключается обычно в определении количества теплоты, которая передается в единицу времени между теплоносителями через стенку, разделяющую их. Может рассматриваться и обратная задача — определение требуемой площади поверхности стенки между жидкостями для передачи заданного количества теплоты от горячего теплоносителя к холодному. Попутно с этими основными задачами при конструировании ограждений, разделяющих горячую и холодную жидкости (стенки печей, барабанов, кипятильных труб котла и т. п.), рассчитывают температуры на поверхности каждого слоя ограждения, с тем чтобы рабочая температура материала не превышала максимально допустимое для него значение.

В настоящей главе рассматривается теплопередача через плоскую, цилиндрическую, сферическую и ребристую стенки для условий стационарного режима, а также методика расчета теплообменных аппаратов.

§ 16.2. Теплопередача через плоскую стенку

Теплота передается от горячей жидкости с температурой $t'_{ж}$ к холодной жидкости, имеющей температуру $t''_{ж}$, через плоскую однородную стенку с теплопроводностью λ. Стенка имеет толщину δ, которая значительно меньше линейных размеров ее площади поверхности S, что дает возможность пренебречь потерями теплоты с торцов стенки. Значения коэффициентов теплоотдачи, определяемые условиями движения жидкостей, считаем известными и соответственно равными на горячей стороне α_1 и на холодной α_2. Температуры поверхностей стенки неизвестны. Обозначим их соответственно через t_1 и t_2, °С (рис. 16.1, *а*). Требуется определить плотность теплового потока, проходящего через стенку, и распределение температур в стенке. В условиях стационарного режима вся теплота, передаваемая горячей жидкостью стенке, проходит через нее и поглощается холодной средой. При этом плотность теплового потока q может быть выражена равенствами:

$$q=\alpha_1(t'_{ж}-t_1);\quad q=\lambda/\delta\,(t_1-t_2);\quad q=\alpha_2(t_2-t''_{ж}).$$

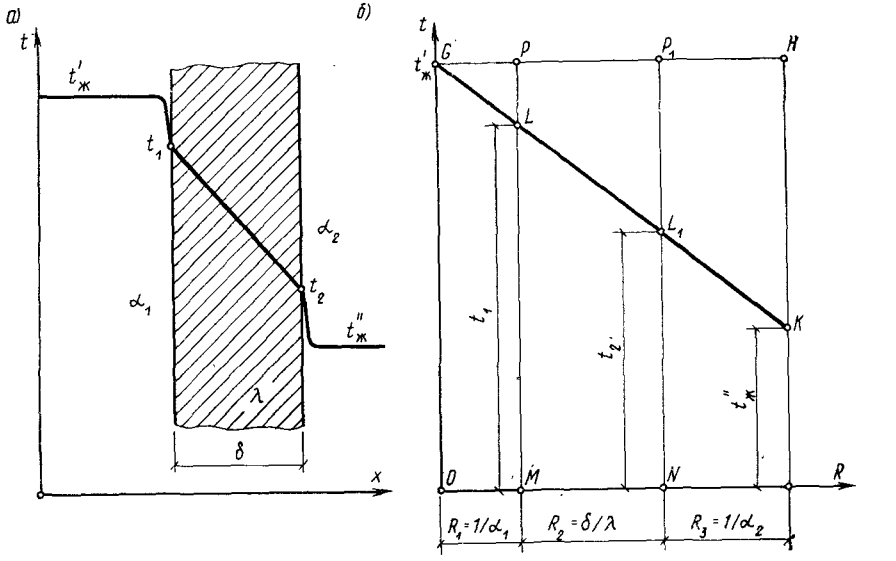


Рис. 16.1. Схема теплопередачи между двумя жидкостями через плоскую стенку (*а*) и графический способ определения температурного поля в стенке (*б*)

Из этих равенств определяем разности температур:

$$\left.\begin{aligned} t'_ж - t_1 &= q/\alpha_1; \\ t_1 - t_2 &= q\delta/\lambda; \\ t_2 - t''_ж &= q/\alpha_2 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(а)}$$

и, складывая их, получаем

$$t'_ж - t''_ж = \Delta t = q\,[1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2],$$

откуда искомая величина

$$q = \frac{\Delta t}{1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2} = K\Delta t, \qquad (16.1)$$

а тепловой поток

$$Q = KS\Delta t, \qquad (16.1')$$

где

$$K = \frac{1}{1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2}. \qquad (16.2)$$

Коэффициент K носит название коэффициента теплопередачи. Он имеет ту же размерность, что и α; числовое значение его определяет мощность теплового потока, проходящего от одного теплоносителя к другому через единицу поверхности стенки, разделяющей эти теплоносители, при разности температур между ними 1°.

В знаменателе формулы (16.2) слагаемое $\delta/\lambda = R_2$ представляет собой термическое сопротивление теплопроводности (см. § 13.2), а сла-

гаемые $1/\alpha_1 = R_1$ и $1/\alpha_2 = R_3$ — термические сопротивления теплоотдачи ($1/\alpha_1$ — от горячей жидкости к стенке, а $1/\alpha_2$ — от стенки к холодной жидкости). Сумма термических сопротивлений $1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2$, представляющая собой величину, обратную коэффициенту теплопередачи, называется термическим сопротивлением теплопередачи и обозначается R, т. е.

$$R = 1/K = 1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2 = R_1 + R_2 + R_3. \qquad (16.3)$$

Единицами измерения для K и R служат соответственно Вт/ (м^2 · К) и К · м^2/Вт.

Для плоской стенки, состоящей из нескольких слоев толщиной $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n$ с соответствующими теплопроводностями $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, термическое сопротивление теплопередачи составит

$$R = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} + \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}. \qquad (16.3')$$

В этом случае выражение (16.2) для коэффициента теплопередачи K принимает вид

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}. \qquad (16.2')$$

Из формулы видно, что величина K всегда меньше каждой из величин α_1 и α_2 и если термические сопротивления слоев стенок малы по сравнению с $1/\alpha_1$ и $1/\alpha_2$, то

$$K \approx \frac{1}{1/\alpha_1 + 1/\alpha_2} = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

Полученное равенство показывает, что наибольшее влияние на K оказывает тот коэффициент теплоотдачи, который значительно меньше другого: например, при $\alpha_1 \ll \alpha_2$ $K \approx \alpha_1$.

Для определения температуры t_1 и t_2 на поверхностях стенки достаточно подставить найденное значение плотности теплового потока q в равенство (а), тогда:

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= t'_{\text{ж}} - q\frac{1}{\alpha_1}; \\ t_2 &= t'_{\text{ж}} - q(1/\alpha_1 + \delta/\lambda) \\ &\text{или} \\ t_2 &= t''_{\text{ж}} + q/\alpha_2. \end{aligned}\right\} \qquad (16.4)$$

Эти температуры можно также определить графическим способом (рис. 16.1, *б*), суть которого состоит в том, что по оси абсцисс в одном масштабе откладывают последовательно все термические сопротивле-

ния, а на крайних ординатах от произвольного нуля откладывают температуры $t'_ж$ и $t''_ж$. Соединяя полученные точки прямой линией GK, получаем в точке пересечения ее с остальными ординатами температуры на поверхностях слоев стенки t_1 и t_2. Из рассмотрения подобия треугольников, например треугольников GPL и GHK, следует, что $\overline{PL}/\overline{HK} = \overline{GP}/\overline{GH}$, откуда

$$\overline{PL} = \frac{\overline{HK}\,\overline{GP}}{\overline{GH}} = \Delta t \frac{1/\alpha_1}{1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2} = \frac{q}{\alpha_1}.$$

Согласно уравнению (16.4), $q\frac{1}{\alpha_1} = t'_ж - t_1$, следовательно, отрезок $\overline{PL} = \overline{MP} - \overline{ML} = t'_ж - \overline{ML} = q\frac{1}{\alpha_1}$ или $\overline{ML} = t_1$. Аналогично из подобия треугольников GP_1L_1 и GHK доказывается, что отрезок $\overline{NL_1} = t_2$.

§ 16.3. Теплопередача через цилиндрическую стенку

Мощность теплового потока, передаваемого от горячей жидкости к холодной через цилиндрическую стенку, находят по той же методике, что и для плоской стенки. Пусть внутри трубы, диаметр которой достаточно мал по сравнению с ее длиной (это позволяет пренебречь потерями теплоты через торцы стенки), протекает горячая жидкость с постоянной температурой $t'_ж$. Снаружи трубы находится холодная среда, температура которой также неизменна и равна $t''_ж$. Стенка трубы однородна, ее теплопроводность равна λ, внутренний диаметр d_1, наружный d_2. Суммарные коэффициенты теплоотдачи соответственно равны α_1 и α_2. Неизвестные температуры на внутренней поверхности стенки обозначим t_1 и на наружной t_2 (рис. 16.2). В условиях стационарного режима линейная плотность теплового потока, т. е. количество теплоты, переданной от нагретой среды стенке, прошедшего через стенку и переданного от стенки к более холодной среде, будет постоянным и соответственно равным:

$$\left.\begin{aligned} q_l &= \pi d_1 \alpha_1 (t'_ж - t_1); \\ q_l &= \frac{2\pi\lambda}{\ln d_2/d_1}(t_1 - t_2); \\ q_l &= \pi d_2 \alpha_2 (t_2 - t''_ж). \end{aligned}\right\} \qquad (16.5)$$

Определяя по этим уравнениям разности температур:

$$\left.\begin{aligned} t'_ж - t_1 &= q_l \frac{1}{\pi d_1 \alpha_1}; \\ t_1 - t_2 &= q_l \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}; \\ t_2 - t''_ж &= q_l \frac{1}{\pi d_2 \alpha_2} \end{aligned}\right\} \qquad (б)$$

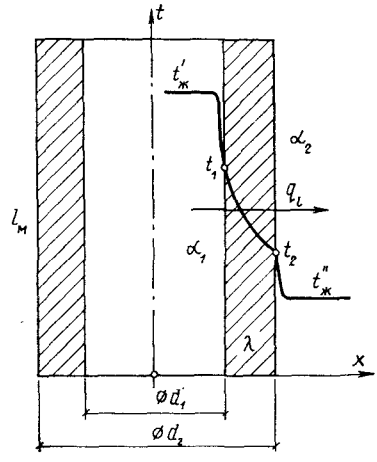


Рис. 16.2. Теплопередача между двумя жидкостями через цилиндрическую стенку

и суммируя, можем написать

$$t'_ж - t''_ж = \Delta t = q_l \left[\frac{1}{\pi d_1 \alpha_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\pi d_2 \alpha_2} \right],$$

откуда

$$q_l = \frac{\Delta t}{\frac{1}{\pi d_1 \alpha_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\pi d_2 \alpha_2}}, \qquad (16.6)$$

или

$$q_l = K_l \Delta t, \qquad (16.6')$$

где K_l — линейный коэффициент теплопередачи, числовое значение которого определяет мощность теплового потока, проходящего от одного теплоносителя к другому через 1 м длины трубы при разности температур между теплоносителями, равной 1°.

Величину K_l находят по формуле

$$K_l = \frac{1}{\frac{1}{\pi d_1 \alpha_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\pi d_2 \alpha_2}}. \qquad (16.7)$$

Мощность теплового потока, переданного через трубу длиной l, составляет $Q = q_l l = K_l l \Delta t$.

Величина, обратная линейному коэффициенту теплопередачи, $1/K_l = R_l$ называется линейным термическим сопротивлением теплопередачи, т. е.

$$R_l = \frac{1}{\pi d_1 \alpha_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\pi d_2 \alpha_2} = R_1 + R_2 + R_3. \qquad (16.8)$$

В этом уравнении среднее слагаемое R_2 является термическим сопротивлением теплопроводности стенки (см. § 13.2), а крайние слагаемые R_1 и R_3 — термическими сопротивлениями теплоотдачи от горячей жидкости к внутренней поверхности цилиндрической стенки и от наружной поверхности к холодной жидкости.

Единица измерения линейного коэффициента теплопередачи — Вт/ (м · К), единица измерения линейного термического сопротивления теплопередачи — м · К/Вт.

Для многослойной цилиндрической стенки в состав выражения для вычисления линейного термического сопротивления R_l вместо одного слагаемого, определяющего сопротивление теплопроводности стенки,

должен входить ряд однотипных слагаемых в соответствии с числом слоев, т. е.

$$R_l = \frac{1}{\pi d_1 \alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\pi d_{n+1} \alpha_2} \qquad (16.8')$$

$$K_l = \frac{1}{\frac{1}{\pi d_1 \alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\pi d_{n+1} \alpha_2}}. \qquad (16.7')$$

Неизвестные значения температур поверхностей стенки t_1 и t_2 находят из равенств (б), если подставить в них полученное значение q_l по уравнению (16.6). Решая эти равенства, можем написать:

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= t'_{\text{ж}} - q_l \frac{1}{\pi d_1 \alpha_1}; \\ t_2 &= t'_{\text{ж}} - q_l \left[\frac{1}{\pi d_1 \alpha_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} \right], \end{aligned}\right\} \qquad (16.9)$$

или

$$t_2 = t''_{\text{ж}} + q_l \frac{1}{\pi d_2 \alpha_2}.$$

Температуры между слоями у многослойной цилиндрической стенки могут быть определены или графическим способом аналогично определению температур у плоской многослойной стенки, или аналитическим путем, рассмотренным в § 13.2. Плотность теплового потока, отнесенного к внутренней или наружной поверхности трубы, определяется по известным соотношениям:

$$q_1 = q_l / \pi d_1 \text{ и } q_2 = q_l / \pi d_{n+1},$$

или

$$q_1 = \frac{K_l}{\pi d_1} \Delta t = K_1 \Delta t \text{ и } q_2 = \frac{K_l}{\pi d_{n+1}} \Delta t = K_2 \Delta t,$$

где K_1, K_2 — коэффициенты теплопередачи цилиндрической стенки, отнесенные соответственно к единице внутренней или наружной ее поверхности, определяемые по формулам:

$$K_1 = \frac{K_l}{\pi d_1} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{d_1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{d_1}{d_{n+1}} \frac{1}{\alpha_2}}; \qquad (16.10)$$

$$K_2 = \frac{K_l}{\pi d_{n+1}} = \frac{1}{\frac{d_{n+1}}{d_1} \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{d_{n+1}}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \qquad (16.11)$$

При $d_{i+1}/d_i \leqslant 1{,}4$ в соответствии с уравнением (13.12′) $\ln\frac{d_{i+1}}{d_i} = 2\delta_i/d_{i_{\text{ср}}}^{\text{эр}}$, что позволяет упростить расчетные формулы, которые, например, для K_1 и K_2 принимают вид:

$$K_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}\frac{d_1}{d_{i_{\text{ср}}}} + \frac{d_1}{d_{n+1}}\frac{1}{\alpha_2}}; \qquad (16.10')$$

$$K_2 = \frac{1}{\frac{d_{n+1}}{d_1}\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}\frac{d_{n+1}}{d_{i_{\text{ср}}}} + \frac{1}{\alpha_2}}. \qquad (16.11')$$

В случае использования тонких цилиндрических стенок значения K_1 и K_2 определяют по тем же уравнениям, что и для плоской многослойной стенки [формула (16.2)], так как отношения $d_1/d_{i_{\text{ср}}}$, d_1/d_{n+1} и $d_{n+1}/d_{i_{\text{ср}}}$ практически можно принять равными единице. Этим, в частности, объясняется то положение, что при расчете теплообменных аппаратов, имеющих обычно трубчатую конструкцию (конденсаторы, котлы, подогреватели), теоретический коэффициент теплопередачи рассчитывают по формуле для плоской многослойной стенки.

Рассмотрим более подробно формулу (16.8), определяющую линейное термическое сопротивление теплопередачи трубы. Из этой формулы следует, что с увеличением наружного диаметра трубы d_2 возрастает термическое сопротивление теплопроводности стенки $R_2 = \frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}$ и уменьшается термическое сопротивление теплоотдачи от стенки к холодной жидкости $R_3 = 1/\pi d_2\alpha_2$. Поэтому в зависимости от толщины стенки трубы ($d_1 = \text{const}$, $d_2 = \text{var}$) ее термическое сопротивление теплопередаче будет увеличиваться или уменьшаться.

Из рис. 16.3 видно, что при определенном значении d_2, называемом критическим, термическое сопротивление стенки трубы R будет иметь минимальное значение, и количество теплоты, передаваемой в этом случае от внутренней среды к наружной, будет максимальным. Величину $R_{\text{мин}}$ легко определить математическим путем. Для этого нужно взять производную термического сопротивления трубы при переменном d_2 и приравнять ее к нулю. В результате получим:

$$\left(\frac{\partial R}{\partial d_2}\right)_{d_1} = \frac{\partial R_2}{\partial d_2} + \frac{\partial R_3}{\partial d_2} = \frac{1}{2\pi\lambda}\frac{1}{d_2} - \frac{1}{\pi\alpha_2}\frac{1}{d_2^2} = 0;$$

$$d_{2_{\text{кр}}} = 2\lambda/\alpha_2. \qquad (16.12)$$

Исследование полученной формулы показывает, что, например, для стальной трубы при $\lambda = 46$ Вт/(м · К) и $\alpha_2 = 14$ Вт/(м^2 · К) $d_{2_{\text{кр}}} = 2 \cdot 46 : 14 = 6{,}6$ м. Таким образом, предельное значение диаметра металлических труб, после увеличения которого количество передаваемой через трубу теплоты будет падать, весьма велико и измеряется метрами. В границах этого диаметра чем толще стенка металли-

ческой трубы, тем больше теплоты через нее будет передаваться от горячей жидкости к холодной. Если труба изготовлена из теплоизоляционного материала, например асбестовой массы с $\lambda = 0{,}167$ Вт/ (м·К), то при том же значении $\alpha_2 = 14$ Вт/ (м²·К) $d_{2кр} = 2 \cdot 0{,}167 : 14 = 0{,}024$ м, т. е. для труб с наружным диаметром более 24 мм при увеличении толщины изоляции теплопередача будет снижаться.

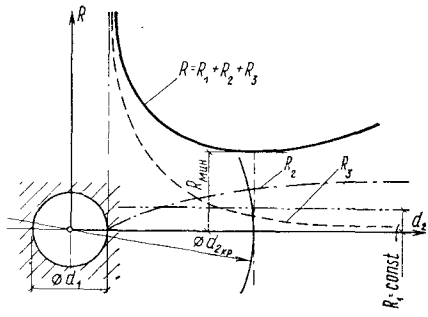


Рис. 16.3. К определению минимального термического сопротивления стенки трубы

У бетонных труб при $\lambda = 1{,}17$ Вт/ /(м · К) и $\alpha_2 = 14$ Вт/ (м² · К) $d_{2кр} \approx 160$ мм. При наружных диаметрах этих труб, которые меньше или больше 160 мм, количество теплоты, передаваемой от внутренней среды к наружной, снижается. Это означает, что если металлическую трубу покрыть слоем бетона, теплопередача через такую двухслойную цилиндрическую стенку может оказаться больше, чем через чистую металлическую трубу. Действительно, если наружный диаметр стальной трубы принять равным 40 мм, толщину ее стенки 2 мм, а наружный диаметр бетонной рубашки на этой трубе 120 мм, то при $\lambda_{ст} = 46$ Вт/ (м · К), $\lambda_{бет} = 1{,}17$ Вт/ (м · К), $\alpha_1 = 2800$ Вт/ (м² · К) и $\alpha_2 = 14$ Вт/ (м² · К) термическое сопротивление чистой металлической трубы составит

$$R = \frac{1}{\pi \cdot 0{,}036 \cdot 2800\ \text{Вт/(м·К)}} + \frac{1}{2\pi \cdot 46\ \text{Вт/(м·К)}} \ln \frac{40}{36} + \frac{1}{\pi \cdot 0{,}04 \cdot 14\ \text{Вт/(м²·К)}} = 0{,}58\ \text{К·м/Вт},$$

а трубы с бетонной рубашкой —

$$R = \frac{1}{\pi \cdot 0{,}036 \cdot 2800\ \text{Вт/(м·К)}} + \frac{1}{2\pi \cdot 46\ \text{Вт/(м·К)}} \ln \frac{40}{36} + \frac{1}{2\pi \cdot 1{,}17\ \text{Вт/(м·К)}} \ln \frac{120}{40} + \frac{1}{\pi \cdot 0{,}12 \cdot 14\ \text{Вт/(м²·К)}} = 0{,}297\ \text{К·м/Вт},$$

т. е. почти в 2 раза меньше, чем стальной трубы без слоя бетона. Это свидетельствует о том, что при диаметре цилиндрической оболочки меньше $d_{2кр}$ тепловая изоляция теряет свою роль. Поэтому при конструировании нагревательных приборов целесообразно использовать бетон, а также керамику для частичной замены металла. В частности, в промышленности строительных материалов широкое применение находят керамические рекуператоры, состоящие из блоков различного фасонного сечения, образующих при укладке взаимно перекрещивающиеся каналы, по одной стороне которых движется воздух, по другой — продукты горения топлива.

§ 16.4. Теплопередача через сферическую и ребристую стенки

При установившемся тепловом состоянии системы количество теплоты Q, переданной через однородную сферическую стенку от горячей жидкости к холодной, так же как количество теплоты, переданной плоской и цилиндрической стенками, может быть выражено тремя следующими уравнениями:

$$Q=\pi d_1^2\,\alpha_1\,(t'_{\text{ж}}-t_1);\quad Q=\frac{2\pi\lambda}{1/d_1-1/d_2}(t_1-t_2);\quad Q=\pi d_2^2\,\alpha_2\,(t_2-t''_{\text{ж}}),$$

где d_1, d_2 — внутренний и наружный диаметры сферической стенки; α_1, α_2 — коэффициенты теплоотдачи от горячей жидкости к стенке и от стенки холодной жидкости; λ — теплопроводность материала стенки; t_1, t_2 — температуры поверхностей стенки.

Из этих уравнений определяют искомое значение

$$Q=\frac{t'_{\text{ж}}-t''_{\text{ж}}}{\dfrac{1}{\pi d_1^2\,\alpha_1}+\dfrac{1}{2\pi\lambda}\left(\dfrac{1}{d_1}-\dfrac{1}{d_2}\right)+\dfrac{1}{\pi d_2^2\,\alpha_2}}=K_{\text{сф}}\,\Delta t,\qquad (16.13)$$

где $K_{\text{сф}}$ — коэффициент теплопередачи для сферической стенки, равный:

$$K_{\text{сф}}=\frac{1}{\dfrac{1}{\pi d_1^2\,\alpha_1}+\dfrac{1}{2\pi\lambda}\left(\dfrac{1}{d_1}-\dfrac{1}{d_2}\right)+\dfrac{1}{\pi d_2^2\,\alpha_2}}.\qquad (16.14)$$

Величина, обратная $K_{\text{сф}}$, называется термическим сопротивлением теплопередачи сферической стенки и выражается соотношением

$$R_{\text{сф}}=\frac{1}{\pi d_1^2\,\alpha_1}+\frac{1}{2\pi\lambda}\left(\frac{1}{d_1}-\frac{1}{d_2}\right)+\frac{1}{\pi d_2^2\,\alpha_2}.\qquad (16.15)$$

Единицей измерения для $K_{\text{сф}}$ служит Вт/К, для термического сопротивления теплопередачи сферической стенки — К/Вт. Анализ формул (16.3), (16.8) и (16.15) для термических сопротивлений стенок различной конфигурации показывает, что чем больше площадь внешней поверхности стенки отличается от площади внутренней, тем меньше при прочих равных условиях термические сопротивления теплоотдачи таких стенок. Например, у плоской стенки $R_1 = 1/\alpha_1$, у цилиндрической $R_1 = 1/\pi d_1\alpha_1$, а для сферической стенки $R_1 = 1/\pi d_1^2\alpha_1$. Поэтому для понижения термического сопротивления системы в целом достаточно увеличить площадь поверхности стенки, сделав ее ребристой с той стороны, где меньше теплоотдача. Ребра увеличивают площадь поверхности теплообмена и таким образом при том же α способствуют повышению количества передаваемой теплоты. В последнем нетрудно убедиться, если проанализировать, как передается теплота через ребристую стенку (рис. 16.4).

Пусть площадь поверхности этой стенки с гладкой стороны S_1, с ребристой — S_2, температуры жидкостей, омывающих стенку, $t'_{\text{ж}}$ и $t''_{\text{ж}}$ ($t'_{\text{ж}} > t''_{\text{ж}}$), коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2, при этом $\alpha_2 \ll \alpha_1$, температуры поверхностей стенки t_1 и t_2, теплопроводность стенки λ,

а ее толщина δ. Процесс передачи теплоты через стенку соответственно трем составляющим его звеньям может быть выражен следующими тремя уравнениями:

$$Q=\alpha_1 S_1 (t'_{ж}-t_1);\quad Q=\frac{\lambda}{\delta} S_1 (t_1-t_2);$$

$$Q=\alpha_2 S_2 (t_2-t''_{ж}).$$

Решая эти уравнения относительно частных температурных напоров и складывая их, получим

$$Q=\frac{t'_{ж}-t''_{ж}}{\frac{1}{\alpha_1 S_1}+\frac{\delta}{\lambda}\frac{1}{S_1}+\frac{1}{\alpha_2 S_2}}=K_p \Delta t, \qquad (16.16)$$

где K_p — коэффициент теплопередачи для ребристой стенки, равный:

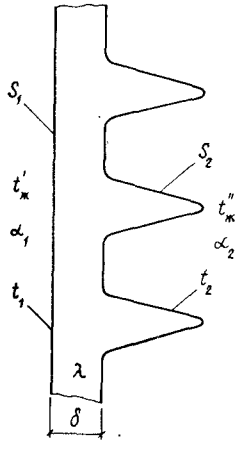


Рис. 16.4. Схема теплопередачи через ребристую стенку

$$K_p=\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 S_1}+\frac{\delta}{\lambda}\frac{1}{S_1}+\frac{1}{\alpha_2 S_2}}. \qquad (16.17)$$

При расчете плотности теплового потока на единицу гладкой поверхности стенки имеем

$$q_1=\frac{Q}{S_1}=\frac{\Delta t}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}\frac{S_1}{S_2}}=K_1 \Delta t, \qquad (16.18)$$

где K_1 — коэффициент теплопередачи, отнесенный к плоской поверхности ребристой стенки и равный:

$$K_1=\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}\frac{S_1}{S_2}}.$$

Если определяют тепловой поток на единицу ребристой поверхности стенки, то расчетная формула принимает вид

$$q_2=\frac{Q}{S_2}=\frac{\Delta t}{(1/\alpha_1)(S_2/S_1)+(\delta/\lambda)(S_2/S_1)+1/\alpha_2}=K_2 \Delta t, \qquad (16.19)$$

где K_2 — коэффициент теплопередачи, отнесенный к ребристой поверхности стенки и равный:

$$K_2=\frac{1}{(1/\alpha_1)(S_2/S_1)+(\delta/\lambda)(S_2/S_1)+1/\alpha_2}.$$

Отношение S_2/S_1 называется коэффициентом оребрения стенки. Приведенные формулы для ребристой стенки носят приближенный характер, так как при выводе их предполагалось постоянство t_2 и α_2 по всей ребристой поверхности, чего в действительности нет. Обычно вершина ребра холоднее его основания, и коэффициент

теплоотдачи α_2 неодинаков по поверхности ребра из-за различной температуры его элементов.

Ребристые стенки широко применяют в технике во всех случаях, когда нужно интенсифицировать теплоотдачу в определенных направлениях в различного рода теплообменных аппаратах. Например, в отопительных и нагревательных приборах делают ребристой обычно наружную поверхность, так как коэффициент теплоотдачи от стенки к воздуху [$\alpha_2 = 12—60$ Вт/ (м^2 · К)] во много раз меньше коэффициента теплоотдачи от горячей воды к стенке [$\alpha_1 = 2500 \div 6000$ Вт/ (м^2·К)].

Ребристые поверхности можно изготовлять двумя способами: или путем сплошной отливки из чугуна, или приваркой ребер к стенке. Преимущества второго варианта в том, что ребра могут быть изготовлены из другого материала, чем сама стенка. Плоскость ребра при свободной конвекции должна быть расположена вертикально, а в условиях вынужденной конвекции — совпадать с направлением движения жидкости.

В промышленности строительных материалов теплообменники с ребристыми стенками применяются широко. Примером могут служить игольчатые рекуператоры, используемые для подогрева воздуха газами, имеющими температуру 1000—1100 °С. Эти теплообменники состоят из чугунных труб длиной 1—2 м, внутренняя и наружная поверхности которых снабжены тонкими ребрами — иглами. Такие теплообменники занимают мало места и удобны для установки. К их недостаткам следует отнести большую засоряемость наружной поверхности золой. Во вращающихся печах, применяемых для обжига цементного клинкера, извести и керамзита, разогретая внутренняя поверхность футеровки печи также делается ребристой, чтобы увеличить передачу тепла обжигаемому материалу.

Расчет теплопередачи через тела неправильной формы можно приближенно сводить к трем рассмотренным случаям. С этой целью стенку сложного очертания мысленно деформируют, придавая ей правильную форму плоской стенки, цилиндра или шара в зависимости от того, к какому типу тел ее можно отнести. При этом расчетную толщину такой деформированной стенки определяют из условия равенства ее объема и объема правильной стенки, а расчетный коэффициент теплоотдачи для поверхности деформированной стенки находят из равенства:

$$\alpha \Delta t S = \alpha_д \Delta t S_д \text{ или } \alpha_д = \alpha S / S_д,$$

где индекс «д» относится к деформированной стенке, а величины без индекса характеризуют стенку правильной формы.

Все приведенные формулы по расчету теплопередачи могут быть использованы и для расчета тепловой изоляции. Для этого с учетом допустимых тепловых потерь объекта, возможности осуществления технологического процесса, а также соблюдения техники безопасности выбирают вид изоляции, температуру на ее поверхности и рассчитывают требуемую толщину слоя изоляции. При выборе изоляции немаловажное значение имеют и такие факторы, как масса, гигиеничность, удобство монтажа и срок службы изоляции.

§ 16.5. Методика расчета теплообменных аппаратов

Несмотря на многообразие конструктивных форм различных теплообменников последние по принципу действия могут быть разделены на три группы: непрерывного действия, или рекуперативные, периодического действия, или регенеративные, и смесительные.

В теплообменниках непрерывного действия горячий и холодный теплоносители перемещаются одновременно и передача теплоты происходит непрерывно через разделяющую их стенку. Примерами таких теплообменников могут служить паровые котлы, конденсаторы поверхностного типа, отопительные приборы, варочные аппараты для плавки органических вяжущих веществ (битума, дегтя, пека, смолы), рекуперативные установки для подогрева заполнителей бетонов и др. В промышленности строительных материалов рекуператоры широко применяют также для подогрева генераторного газа и воздуха теплоносителями, выходящими из печей. Во многих случаях после воздействия на обрабатываемый материал эти теплоносители имеют еще большой тепловой потенциал и могут рассматриваться как вторичные энергоресурсы (см. § 20.6). Так газы, отходящие из камерных печей, в которых обжигают строительные материалы, имеют температуру 800—1000 °С, а часто и выше.

Технико-экономическое сравнение различных тепловых установок, используемых в промышленности строительных материалов, свидетельствует о целесообразности и рентабельности применения специальной теплоиспользующей аппаратуры, поскольку капиталовложения на ее сооружение окупаются полученной экономией топлива в течение 2—3 лет, а иногда и раньше.

Для подогрева воздуха до 600—700 °С в настоящее время все большее распространение получают металлические рекуператоры: трубчатые, игольчатые (ребристые), а также термоблоки, представляющие собой соединение пучка стальных труб для прохода газов и перпендикулярного ему пучка труб для прохода воздуха, при этом все пространство между трубами залито чугуном, что придает всей конструкции монолитный характер. При подогреве воздуха до более высоких температур (900—1000 °С) применяют керамические рекуператоры, в которых дымовые газы протекают внутри керамических труб или камней особой формы, а снаружи их проходит нагреваемый воздух.

Недостатками керамических рекуператоров являются малая плотность соединения отдельных элементов, что вызывает большие утечки воздуха (20—40 % и больше), необходимость медленного разогрева аппарата из-за возможности появления трещин на элементах при большой разнице температур в стенках, малые допустимые скорости теплоносителей (чтобы избежать увеличения присосов) и низкие значения коэффициента теплопередачи. Эти недостатки обусловливают громоздкость керамических рекуператоров, поэтому по возможности их стремятся заменять металлическими рекуператорами из жаростойких сталей. Теплота отходящих из печи газов может быть также использована

для получения пара и горячей воды в паровых и водогрейных котлах-утилизаторах, работающих в основном за счет конвективного теплообмена.

В теплообменниках регенеративного типа передача теплоты от горячей жидкости к холодной осуществляется за два периода. Вначале продукты горения топлива направляют в камеру, где они нагревают насадку, выполненную обычно из шамотного кирпича. После этого через аппарат пропускают холодный воздух или газ, который отнимает аккумулированную в стенках насадки теплоту. Таким образом, здесь происходит процесс с периодической переменой направления движения горячего и холодного теплоносителей, омывающих одну и ту же поверхность нагрева. Очевидно, что при одинаковых периодах нагревания и охлаждения для непрерывного подогрева жидкости нужно иметь две камеры: пока в одной из них горячая жидкость охлаждается, в другой холодная жидкость нагревается. Затем камеры переключаются с помощью перекидных клапанов, и в следующий период в каждой из них теплообмен протекает в обратном направлении. Поскольку по мере нагревания и охлаждения температура стенки и жидкости меняется, процесс теплопередачи в регенеративных аппаратах в отличие от рекуперативных является нестационарным и по времени, и вдоль поверхности нагрева.

Регенеративные теплообменники применяются на металлургических, коксовых и других заводах, где по характеру технологического процесса требуется подогретый воздух и в то же время имеется большое количество отходящих газов с высокой температурой. На электростанциях принцип регенеративной передачи тепла используется в воздухоподогревателях Юнгстрема (см. § 19.5). Аккумулирующая насадка в них выполняется из профильных стальных листов с узкими щелями для прохода газов и воздуха и может вращаться (5—6 об/мин), постоянно перемещаясь от горячих газов к холодному воздуху, который непрерывно нагревается.

В промышленности строительных материалов регенераторы применяют главным образом в стекловаренных печах и печах для каменного литья, где нужно иметь особо высокие температуры рабочего пространства. Необходимость частой перемены направления газов, недолговечность перекидных клапанов, а также неравномерное распределение газов и неполное омывание ими поверхности нагрева обусловливают громоздкость регенераторов и ограничивают область их использования. В смесительных теплообменных аппаратах теплота передается путем непосредственного соприкосновения и перемешивания теплоносителей. Эти аппараты широко применяют при кондиционировании воздуха, для охлаждения воды с помощью воздуха (градирни, скрубберы), при конденсации пара и т. д.

Рассмотрим методику расчета теплообменных аппаратов непрерывного действия. При расчете теплообменников могут встретиться следующие задачи:

1) определение площади поверхности нагрева S, обеспечивающей передачу заданного количества теплоты от горячего теплоносителя к холодному;

2) определение количества теплоты Q, которое может быть передано от горячей жидкости к холодной при известной площади поверхности S;

3) определение конечных температур теплоносителей при известных значениях S и Q.

Основными расчетными уравнениями для решения поставленных задач являются уравнения теплопередачи

$$Q = KS\Delta t \tag{16.20}$$

и теплового баланса

$$Q = M_1 c_1 (t_1' - t_1'') = M_2 c_2 (t_2'' - t_2'), \tag{16.21}$$

где M_1, M_2 — расходы горячего и холодного теплоносителей; c_1, c_2 — соответствующие теплоемкости теплоносителей; t_1', t_1'', а также t_2', t_2'' — начальные и конечные температуры горячего и холодного теплоносителей.

В уравнении (16.21) величину M обычно заменяют произведением $wf\rho$ (где w — скорость теплоносителя; f — площадь поперечного сечения; ρ — плотность), и уравнение теплового баланса принимает тогда вид

$$w_1 f_1 \rho_1 c_1 (t_1' - t_1'') = w_2 f_2 \rho_2 c_2 (t_2'' - t_2'). \tag{16.21'}$$

Если теплоемкость воды принять равной 1 ккал/ (кг · К), то выражение $wf\rho c = Mc = z$ можно назвать водяным эквивалентом теплоносителя. Смысл этого понятия состоит в том, что его числовое значение как бы определяет количество воды, равноценное по теплоемкости расходу рассматриваемого теплоносителя в единицу времени. В этом случае уравнение (16.21′) примет вид

$$z_1 (t_1' - t_1'') = z_2 (t_2'' - t_2') \tag{16.22}$$

или

$$z_1 / z_2 = \Delta t_2 / \Delta t_1, \tag{16.22'}$$

е. отношение водяных эквивалентов теплоносителей будет обратно пропорционально температурным перепадам этих теплоносителей.

В общем случае температура горячей и холодной жидкостей в теплообменных аппаратах не остается постоянной, поэтому уравнение (16.20) может применяться лишь в дифференциальной форме для площади поверхности аппарата dS, а именно $dQ = K\Delta t dS$. Тогда полное количество теплоты, переданной от горячей жидкости к холодной всей площадью поверхности S, определится выражением

$$Q = \int_0^S K\Delta t dS = KS\Delta t_{\text{ср}}. \tag{16.23}$$

В этом уравнении $\Delta t_{\text{ср}}$ представляет собой средний температурный напор, определяемый характером изменения температур рабочих жидкостей вдоль поверхности нагрева. Последнее в свою очередь зависит от схемы движения теплоносителей и соотношения значений их водяных эквивалентов. На рис. 16.5 показаны различные схемы движения потоков жидкостей в теплообменных аппаратах. Если греющая и нагреваемая жидкости перемещаются вдоль поверхности нагрева в одном направлении, то такой ток движения жидкостей называется па-

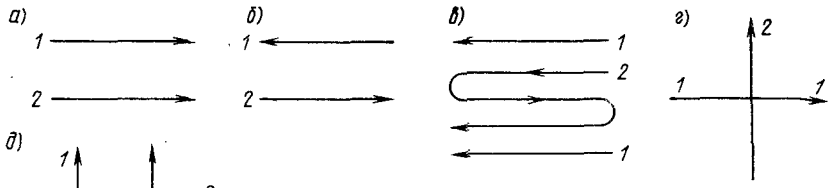


Рис. 16.5. Различные схемы движения жидкостей в теплообменниках

1, 2 — соответственно горячий и холодный теплоносители

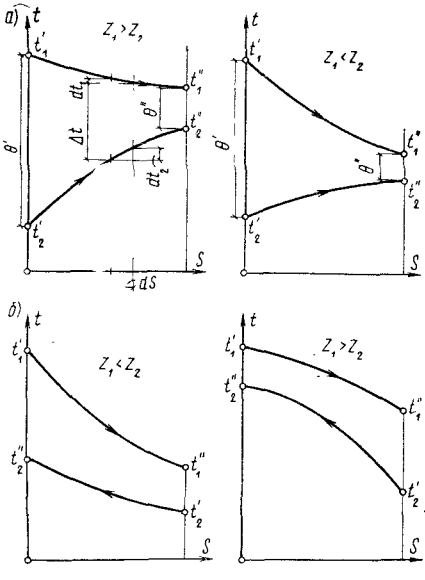


Рис. 16.6. Изменение температур теплоносителей при прямотоке (*а*) и противотоке (*б*)

раллельным током, или прямотоком (рис. 16.5, *а*); встречное параллельное движение жидкостей называется противотоком (рис. 16.5, *б*). Если в различных поверхностях нагрева наблюдаются оба случая движения, то такой ток называется смешанным (рис. 16.5, *в*), и наконец, если оба теплоносителя перемещаются во взаимно перпендикулярных плоскостях, то такой ток их движения называется перекрестным (рис. 16,5 *г*, *д*).

Характер изменения температур греющей и нагреваемой жидкостей при различных соотношениях их водяных эквивалентов для случаев прямотока представлен на рис. 16.6, где по осям абсцисс отложена площадь поверхности нагрева аппарата S, пройденная теплоносителем от начала входа в аппарат, а по осям ординат — значения температур жидкостей в различных местах поверхности. Как следует из равенства (16.22), больше всего изменяется температура Δt той жидкости, у которой водяной эквивалент меньше. Приведенные графики показывают также, что при противотоке конечная температура холодного теплоносителя t_2'' может быть выше конечной температуры горячей жидкости t_1'', при прямотоке t_2'' всегда меньше t_1''. Это свидетельствует о том, что средний температурный напор при противотоке получается бо́льшим, а значит, и сам теплообменник будет более компактным, чем при прямотоке.

Возможны случаи, когда в теплообменных аппаратах одна из жидкостей сохраняет постоянную температуру, например в паровом кот-

ле нагреваемый теплоноситель—насыщенный пар — имеет постоянную температуру насыщения, а в конденсаторах паросиловых установок насыщенный пар является уже греющей жидкостью с постоянной температурой. Водяной эквивалент таких жидкостей бесконечно велик, и, естественно, что в таких теплообменниках прямоток и противоток равнозначны и средний температурный напор не будет зависеть от схем движения потоков жидкостей.

Для определения среднего температурного напора $\Delta t_{ср}$ воспользуемся графиком на рис. 16.6,*а*. Если через площадь поверхности нагрева dS передается количество теплоты $dQ = K\,(t_1 - t_2)dS$ и температура горячей жидкости при этом понижается на dt_1, а холодной — повышается на dt_2, то в соответствии с уравнением (16.21) имеем

$$dQ = -M_1 c_1 dt_1 = M_2 c_2 dt_2,$$

откуда

$$dt_1 = -dQ/M_1 c_1 \text{ и } dt_2 = dQ/M_2 c_2$$

или

$$dt_1 - dt_2 = d(t_1 - t_2) = -dQ\,(1/M_1 c_1 + 1/M_2 c_2).$$

Путем подстановки значения $dQ = K\,(t_1 - t_2)dS$ и деления переменных находим

$$d(t_1 - t_2)/t_1 - t_2 = -(1/M_1 c_1 + 1/M_2 c_2) K dS. \qquad (16.24)$$

Подставляя в полученное равенство из уравнений теплового баланса значения

$$M_1 c_1 = Q/t_1' - t_1'' \text{ и } M_2 c_2 = Q/t_2'' - t_2',$$

получим

$$\frac{d(t_1 - t_2)}{t_1 - t_2} = -[(t_1' - t_1'') + (t_2'' - t_2')]\,\frac{K}{Q}\,dS.$$

Считая коэффициент теплопередачи K одинаковым по всей площади поверхности нагрева теплообменника, путем интегрирования находим

$$\int_{t_1' - t_2'}^{t_1'' - t_2''} \frac{d(t_1 - t_2)}{t_1 - t_2} = -\int_0^S [(t_1' - t_1'') + (t_2'' - t_2')]\,\frac{K}{Q}\,dS$$

или

$$\ln(t_1 - t_2)\Big|_{t_1' - t_2'}^{t_1'' - t_2''} = -\frac{K}{Q}\,S(t_1' - t_1'' + t_2'' - t_2')$$

и

$$\ln \frac{t_1'' - t_2''}{t_1' - t_2'} = -\frac{KS}{Q}\,[(t_1' - t_2') - (t_1'' - t_2'')].$$

Обозначим $t_1' - t_2' = \theta'$ и $t_1'' - t_2'' = \theta''$, тогда $\ln \frac{\theta''}{\theta'} = \frac{K}{Q} S(Q' - Q'')$ откуда

$$Q = KS \frac{\theta' - \theta''}{\ln \theta'/\theta''}.$$

Из сравнения полученного уравнения с уравнением (16.23) следует, что

$$\Delta t_{ср} = \frac{\theta' - \theta''}{\ln \theta'/\theta''}. \qquad (16.25)$$

Аналогично выводится формула для среднего температурного напора и при противотоке. Отличие лишь в том, что, согласно графику на рис. 16.6, *б*, величина dt_2 будет иметь знак «минус» и температурные напоры θ' и θ'' соответственно равны $t_1' - t_2''$ и $t_1'' - t_2'$. Если наибольшую разность температур горячего и холодного теплоносителей обозначить $\theta_{макс}$, а наименьшую — $\theta_{мин}$, то для противотока и прямотока получим одну общую формулу среднего логарифмического температурного напора греющей и нагреваемой жидкостей:

$$\Delta t_{ср}^{лог} = \frac{\theta_{макс} - \theta_{мин}}{\ln \theta_{макс}/\theta_{мин}}. \qquad (16.26)$$

По своей структуре формула (16.26) аналогична выражению для среднего логарифмического диаметра (13.12), и поэтому выводы, которые были сделаны в § 13.2 при сравнении величин $d_{ср}^{лог}$ и $d_{ср}^{ар}$, полностью могут быть применены и к рассматриваемому случаю, а именно если отношение $\theta_{макс}/\theta_{мин} \leqslant 1{,}4$, то для практических расчетов допустимо считать

$$\Delta t_{ср}^{лог} = \Delta t_{ср}^{ар} = (\theta_{макс} + \theta_{мин})/2 \qquad (16.26')$$

(ошибка не превышает 1%).

При выводе формулы (16.26) принималось, что расход и теплоемкость рабочих жидкостей, а также коэффициент теплопередачи по площади поверхности нагрева имеют постоянное значение. В действительности эти условия полностью никогда не соблюдаются, и поэтому вычисленное значение $\Delta t_{ср}$ является приближенным.

Для теплообменников с перекрестным и смешанным токами движения жидкостей средний температурный напор всегда бывает меньшим, чем при противотоке, и вычисляется он путем умножения $\Delta t_{ср}$, определенного по формуле (16.26), на поправочный коэффициент $\varepsilon_{\Delta t}$. Этот коэффициент находят графоаналитическим способом в зависимости от отношения разностей температур теплоносителей и числа ходов нагреваемой жидкости в условиях перекрестного тока [2, 10]. Численное значение $\varepsilon_{\Delta t}$ находится в пределах 0,5—1.

Коэффициент теплопередачи K определяют по формулам, приведенным в предыдущих параграфах настоящей главы. При практических расчетах в соответствии с выводами, полученными из уравнений

(16.10′) и (16.11′), коэффициент теплопередачи теплообменных аппаратов вычисляют как для плоской многослойной стенки [формула (16.2′)]. Специфические же особенности процесса теплообмена в рассчитываемых аппаратах учитывают, вводя значения коэффициентов теплоотдачи α, определяемые из соответствующих критериальных уравнений при средней температуре рабочих жидкостей (см. § 14.4). В некоторых случаях вычисляют значения α и по ним — значения K в зависимости от температур рабочих жидкостей в начале и конце поверхности нагрева. Если полученные значения коэффициентов теплопередачи мало различаются, то среднее арифметическое из них и принимают за расчетное значение K. В противном случае площадь поверхности нагрева делят на отдельные участки, в пределах которых значение K меняется мало, и рассчитывают теплопередачу отдельно для каждого такого участка.

Необходимо иметь в виду, что по формуле (16.2′) вычисляется теоретическое значение коэффициента теплопередачи K. В процессе эксплуатации теплообменников поверхность их нагрева с течением времени покрывается дополнительно слоями сажи, золы, накипи и т. п., что, естественно, создает дополнительные термические сопротивления, *уменьшающие* K. *Поэтому вычисленный теоретический коэффициент* теплопередачи применительно к действительным условиям работы теплообменников нужно корректировать, вводя специальный поправочный коэффициент $\varepsilon_к$, числовое значение которого всегда меньше единицы и может доходить до 0,5.

При проверочных расчетах теплообменных аппаратов, когда известны площадь поверхности нагрева S, количество передаваемого тепла Q между теплоносителями и их начальные температуры t_1' и t_2', появляется необходимость определения конечных температур теплоносителей t_1'' или t_2''. Например, для прямотока, используя график на рис. 16.6, *а* и считая коэффициент теплопередачи, расходы теплоносителей и их теплоемкости постоянными по всей площади поверхности нагрева теплообменника, интегрированием уравнения (16.24) находим:

$$\int_{t_1'-t_2'}^{t_1''-t_2''} \frac{d(t_1-t_2)}{t_1-t_2} = -\left(\frac{K}{M_1 c_1} + \frac{K}{M_2 c_2}\right)\int_0^S dS$$

или

$$\frac{t_1''-t_2''}{t_1'-t_2'} = e^{-\frac{KS}{M_1 c_1}-\frac{KS}{M_2 c_2}} \qquad (16.27)$$

откуда и может быть определена конечная температура горячего t_1'' или холодного t_2'' теплоносителя.

Тепловой расчет регенеративных теплообменных аппаратов из-за нестационарности в них процесса теплопередачи представляет собой очень сложную задачу и практически невозможен. В технике расчет регенераторов проводят по усредненным температурам при длительности цикла работы $\tau_ц = \tau_1 + \tau_2$ (где τ_1 и τ_2 — длительность периодов

нагревания и охлаждения, ч). В этом случае уравнение теплопередачи принимает вид

$$Q_{ц}=K_{ц} S (t_1-t_2), \qquad (16.28)$$

где $K_{ц}$ — коэффициент теплопередачи цикла, равный:

$$K_{ц}=\frac{1}{1/\alpha_1 \tau_1+1/\alpha_2 \tau_2}\varepsilon_{к},$$

здесь α_1, α_2 — коэффициенты теплоотдачи соответственно за периоды нагревания и охлаждения; $\varepsilon_{к}$ — поправочный коэффициент, учитывающий неравенство средних температур поверхности насадки за периоды нагревания и охлаждения (если $\varepsilon_{к}=1$, то такие регенераторы называют идеальными; обычно значение $\varepsilon_{к}\approx 0{,}8$).

Коэффициент теплоотдачи путем конвекции при движении дымовых газов и воздуха в коридорной насадке $\alpha_{к}$ [Вт/ (м^2 · К)] определяют по эмпирической формуле [10]:

$$\alpha_{к}\approx 8{,}8\omega_0^{0{,}8}/d^{0{,}33}, \qquad (16.29)$$

где ω_0 — скорость газа или воздуха при нормальных физических условиях, м/с; d — диаметр канала, м.

Если насадка имеет шахматное расположение труб, то полученный из уравнения (16.29) коэффициент теплоотдачи, нужно увеличить на 16 %. Чтобы получить суммарный коэффициент теплоотдачи, к $\alpha_{к}$ нужно прибавить еще $\alpha_{л}$, определяемый по методике, изложенной в § 15.2.

Весь дальнейший расчет регенераторов проводится по формулам, выведенным выше для рекуперативных теплообменников. Коэффициент теплопередачи $K_{ц}$ для кирпичных регенераторов находится в пределах 5,3—8,9 Вт/(м^2 · К).

Эффективность работы теплообменных аппаратов смесительного типа (струйных, оросительных, насадочных и др.) во многом зависит от площади поверхности соприкосновения теплоносителей. Для увеличения этой площади жидкости разбрызгивают на мелкие капли, аппараты загружают деревянными решетками, кольцами Рашига, коксом и другими кусковыми материалами. В этом случае поверхностью теплообмена служит жидкостная пленка, образующаяся на поверхности насадки; в других случаях за условную поверхность раздела принимают поверхность расширяющейся струи.

Скорость потока охлаждаемого газа в насадке — один из важнейших параметров, обеспечивающих нормальную работу теплообменника. Известно, что с увеличением относительной скорости восходящего движения газа и стекающей жидкости интенсивность теплообмена возрастает. Одновременно возрастают силы трения между газом и жидкостью. При определенном значении скорости газа кинетическая энергия газового потока может превысить силы тяжести жидкости и она будет увлекаться из аппарата вместе с газом. Давление в аппарате возрастает, и насадка «захлебывается». Обычно скорость газа несколько меньше, чем критическая скорость, при которой наступает такое явление. Следовательно, для того чтобы обеспечить устойчивую ра-

боту насадочных теплообменников смесительного типа, необходимо учитывать гидродинамику движения потоков теплоносителей.

Следует иметь в виду, что расчет теплообменных аппаратов отнюдь не ограничивается определением площади поверхности нагрева, конечной температуры теплоносителей и гидравлического сопротивления. В задачу расчета входит также выбор оптимальной формы и компоновки поверхности нагрева и установление наивыгоднейшей скорости движения рабочих жидкостей. В полном объеме решение этих задач связано с учетом капитальных затрат на сооружение теплообменного устройства и затрат на его эксплуатацию. Эти задачи рассматриваются в специальной литературе [2].

Экономичность работы теплообменных аппаратов определяется их коэффициентом полезного действия, который показывает долю теплоты горячего теплоносителя, использованную на подогрев холодного теплоносителя. Уравнение теплового баланса теплообменника обычно представляют в виде суммы трех слагаемых:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_{\text{расч}} \text{ или } q_1 + q_2 + q_3 = 100\ \%,$$

где $Q_{\text{расч}}$ — количество теплоты, которая может быть отдана горячей жидкостью при охлаждении ее до температуры окружающей среды; Q_1 — теплота, использованная для подогрева холодной жидкости; Q_2 — теплота, теряемая с уходящей из теплообменника горячей жидкостью; Q_3 — количество теплоты, поглощаемой окружающей средой.

Отношение $\frac{Q_1}{Q_{\text{расч}}}\ 100\ \% = q_1 = \eta,\ \%$, представляет собой КПД теплообменного аппарата.

Если теплота горячей жидкости используется не в одном, а в ряде теплообменников, установленных последовательно по ходу тока жидкости, то КПД определяют для совокупности теплообменников в целом. Поскольку потери теплоты в окружающую среду распределяются между отдельными теплообменниками и зависят от конструкции аппарата, относительную потерю Q_3 применительно к единичному теплообменнику принято оценивать так называемым коэффициентом удержания теплоты. Он представляет собой отношение количества теплоты, полученной холодной жидкостью, к количеству теплоты, отданной горячим теплоносителем. Следовательно, этот коэффициент характеризует качество изоляции теплообменника.

При рассмотрении экономичности работы теплообменных аппаратов следует также обращать внимание на выбор места включения аппарата в схему термодинамического цикла. Например, из термодинамики хорошо известно, что чем меньше давление пара, отбираемого из турбины, тем больше теплоты превращается в полезную работу. Однако выгоднее иметь в теплообменнике более высокое давление отбираемого пара, так как при этом возрастает температурный напор, а следовательно, уменьшаются площадь поверхности нагрева и габариты аппарата в целом. Это обстоятельство является важным фактором, характеризующим энергетическую эффективность термодинамического цикла, поэтому его необходимо учитывать при выборе параметров рабочей жидкости в теплообменных аппаратах.

ГЛАВА 17. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

§ 17.1. Общие положения

В отличие от температурного поля при стационарном режиме температурное поле при нестационарном режиме меняется во времени. Количество переданной теплоты при нестационарном режиме также непостоянно, и поэтому неустановившийся тепловой процесс всегда связан с явлениями нагревания или охлаждения тел.

С расчетами нагревания и охлаждения тел часто приходится иметь дело в различных отраслях техники. Эта задача встречается, например, при нагревании или остывании стен помещения, обусловленном неравномерностью работы систем отопления, при тепловой обработке различного рода материалов и изделий в нагревательных печах. В этом случае основным рабочим режимом является нестационарный, при котором определяют время, необходимое для прогрева материала до требуемой температуры, или температуру, до которой изделие нагревается в течение известного промежутка времени. В промышленности строительных материалов нестационарный теплообмен фактически сопутствует всем процессам, связанным с нагреванием и охлаждением материалов и изделий, а также процессам, происходящим при прогревании ограждений во время пуска тепловых установок, при аккумулировании теплоты обмуровками периодических печей, подачи вагонеток туннельных печей и т. п. В туннельных печах, предназначенных для термической обработки массовой продукции (кирпич, черепица и т. д.), обжигаемые изделия устанавливают на вагонетки, которые, перемещаясь вдоль печи, соприкасаются с газами различной температуры.

Задача о распространении теплоты в условиях нестационарного режима в общем случае не может быть решена аналитическим путем вследствие большой ее сложности. Иначе говоря, невозможно найти функцию $t = f(x, y, z, \tau)$, которая одновременно удовлетворяла бы как дифференциальному уравнению теплопроводности, так и соответствующим условиям однозначности. Действительно, в общем случае движение теплоты в теле может происходить по всем трем координатным осям, и дифференциальное уравнение теплопроводности (14.6), выведенное в § 14.2, имеет вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) = a\nabla^2 t.$$

Для решения этого уравнения нужно найти постоянные интегрирования, а для этого необходимо знать краевые условия рассматриваемой задачи. Эти условия разделяются на временные и пространственные (граничные). Временные краевые условия предусматривают исходное распределение температуры в теле и относятся к моменту времени $\tau = 0$. Пространственные краевые условия относятся к поверхностям, ограничивающим рассматриваемую среду. Эти условия могут быть заданы по-разному, например:

1) задаются распределение температуры на поверхности тела и ее изменение во времени. На практике это встречается редко (рис. 17.1, *I*);

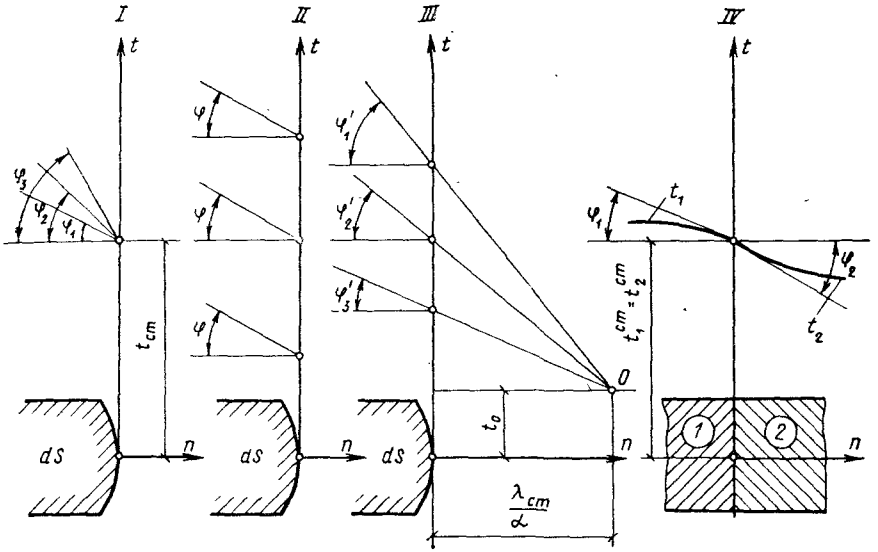


Рис. 17.1. Графическая интерпретация четырех способов (*I—IV*) задания граничных условий

2) задаются величина теплового потока, проходящего через поверхность, и его изменения во времени. В соответствии с законом Фурье $q = -\lambda dt/dn$, а это означает, что известен угол наклона касательной к температурной кривой в точке ее пересечения с поверхностью (рис. 17.1, *II*). Температура поверхности тела оказывается неизвестной;

3) задаются температура t_0 среды, окружающей поверхность тела, и коэффициент теплоотдачи α между средой и поверхностью. Этот способ наиболее распространен на практике. Математически этот способ записывается формулой, получаемой из сравнения уравнений, выражающих законы Фурье и Ньютона:

$$q = -\lambda dt/dn \text{ и } dq = \alpha (t_{ст} - t_0);$$

откуда

$$-dt/dn = \alpha/\lambda (t_{ст} - t_0). \qquad (17.1)$$

Если уравнение (17.1) переписать в форме

$$-\frac{dt}{dn} = \frac{t_{ст} - t_0}{\lambda/\alpha} = \frac{\Delta t}{\lambda/\alpha},$$

то видно, что третье условие определяет местоположение точки, через которую должны проходить все касательные к кривым, отражающим закономерность изменения температур на поверхности тела со временем. Эта точка, расположенная на расстоянии λ/α от поверхности тела, называется направляющей (рис. 17.1, *III*, точка 0).

Если уравнение (17.1) обработать методами теории подобия, то можно получить критерий $\alpha l/\lambda_{ст} = \text{idem}$, где $\lambda_{ст}$ — теплопроводность материала стенки.

Этот критерий носит название критерия Био (Bi) и для стенки толщиной δ записывается следующим образом:

$$\mathrm{Bi} = \alpha\delta/\lambda.$$

Критерий Био — одна из основных относительных характеристик интенсивности теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. В самом деле, выражение для Bi может быть представлено равенством: $\mathrm{Bi} = \alpha : \lambda/\delta$, из которого следует, что критерий Био является количественной мерой интенсивности теплоотдачи с поверхности тела α по сравнению с интенсивностью притока теплоты изнутри тела к его поверхности (тепловая проводимость стенки λ/δ).

Число критерия Био имеет большое значение при решении любой задачи теории теплопроводности. Действительно, если $\mathrm{Bi} \ll 1$, то или мала теплоотдача с поверхности тела, или велика тепловая проводимость стенки. В обоих случаях это означает, что температурный перепад внутри стенки мал, и по всему сечению тела температура может быть принята одинаковой. Естественно, что такое оправданное допущение значительно упрощает решение задачи. При значении критерия $\mathrm{Bi} \gg 1$ возникает положение, противоположное предыдущему, и в соответствии с равенством $\mathrm{Bi} = \alpha : \lambda/\delta$ можно утверждать, что температура поверхности тела становится практически равной температуре окружающей среды (разность $t'_ж - t_1$ очень мала), и весь процесс в основном обусловливается явлением теплопроводности. Промежуточный случай, когда $\mathrm{Bi} \approx 1$, наиболее сложный, поскольку упростить решение задачи здесь не удается.

Заметим также, что по форме написания критерий Био одинаков с критерием Нуссельта, но по физическому смыслу они глубоко различны, ибо в знаменателе критерия Bi находится λ того материала, из которого сделано твердое тело — стенка, а критерий Nu (см. § 14.3) зависит от физических свойств среды и имеет в знаменателе λ той жидкости, которая омывает стенку;

4) задается отношение тангенсов угла наклона касательных к температурным кривым в точке соприкосновения тел (или тела и среды). Поверхность одного тела подвергается тепловому воздействию при контакте его с другим телом. Предполагается, что температуры соприкасающихся поверхностей равны и количество теплоты в потоках, проходящих через поверхность соприкосновения (рис. 17.1, *IV*), одинаково, т. е.

$$\lambda_1 \frac{dt_1}{dn} = \lambda_2 \frac{dt_2}{dn} \text{ или } \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{dt_1}{dn} : \frac{dt_2}{dn} = \frac{\operatorname{tg}\varphi_1}{\operatorname{tg}\varphi_2} = \text{const}.$$

Таким образом, различные способы задания граничных условий представляют собой постепенно усложняющуюся форму определения температуры на поверхности тела. Действительно, в первом способе температура задается непосредственно; во втором для поверхности задается производная от температуры по нормали; в третьем дается дифференциальное уравнение, связывающее температуру на поверхности с производной ее по нормали, и в четвертом способе задается отношение производных от температуры по нормали для поверхности соприкасающихся тел.

Аналитическое решение дифференциальных уравнений теплопроводности возможно лишь для некоторых частных задач при ряде упрощений. В частности, из задач, представляющих наибольшее практическое значение, имеются решения для неограниченной плоской стенки, круглого цилиндра бесконечной длины и шара. Рассмотрим эти решения.

§ 17.2. Нагревание и охлаждение плоской стенки

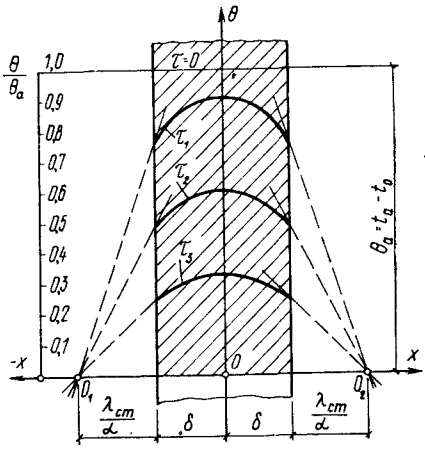


Рис. 17.2. Распределение температуры при охлаждении плоской неограниченной стенки

Представим себе однородную плоскую стенку теплопроводностью λ и толщиной 2δ, которая намного меньше ее площади поверхности (рис. 17.2). В начальный момент времени все точки стенки имеют одинаковую температуру t_a, а затем с обеих сторон стенка подвергается действию среды с постоянной температурой t_0. При $t_0 < t_a$ стенка охлаждается и требуется найти закономерность распределения температуры в стенке для любого значения времени τ. При указанных условиях температура стенки будет изменяться только вдоль оси x, направленной нормально к ее поверхности, т. е. температурное поле будет одномерным и дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье (14.6) примет вид $dt/d\tau = a(\partial^2 t/\partial x^2)$. Решение этого уравнения сводится к интегрированию линейного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка. Методика решения подобных уравнений, рассматриваемая в курсах высшей математики, обычно заключается в следующем: вместо температуры t подставляют избыточную температуру стенки $\theta = t - t_0$, представляющую собой разность между переменной температурой точки тела t и постоянной температурой окружающей среды t_0, тогда получим

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = a\nabla^2 \theta. \qquad (17.2)$$

Частное решение этого уравнения ищут в виде произведений двух функций: $\theta = f(x)\varphi(\tau)$.

Подставив значение θ в уравнение (17.2), находим

$$f(x)\varphi'(\tau) = a\nabla^2 f(x)\varphi(\tau).$$

Разделяя переменные, получаем

$$\frac{1}{a}\frac{\varphi'(\tau)}{\varphi(\tau)} = \frac{\nabla^2 f(x)}{f(x)}.$$

Такое выражение может быть получено только в том случае, если обе части его будут равны одной и той же величине, не зависящей от

x и τ. Для удобства дальнейших выкладок предположим, что эта величина составляет $-\varepsilon^2$, которая представляет собой произвольное вещественное положительное число. Тогда

$$\varphi'(\tau)/\varphi(\tau) = -\varepsilon^2 a \text{ и } \nabla^2 f(x)/f(x) = -\varepsilon^2.$$

Эти два равенства дают два дифференциальных уравнения:

$$\varphi'(\tau) + \varepsilon^2 a\varphi(\tau) = 0; \quad \text{(а)}$$

$$\nabla^2 f(x) + \varepsilon^2 f(x) = 0. \quad \text{(б)}$$

Решая уравнение (а), имеем:

$$d[\varphi(\tau)]/d\tau + \varepsilon^2 a\varphi(\tau) = 0$$

или

$$\frac{d[\varphi(\tau)]}{\varphi(\tau)} + \varepsilon^2 a d\tau = 0,$$

откуда получим

$$\ln[\varphi(\tau)] + \varepsilon^2 a\tau + C_1 = 0$$

или

$$\varphi(\tau) = C_1 e^{-\varepsilon^2 a\tau}. \quad (17.3)$$

Полученное уравнение удовлетворяет физическому смыслу решаемой задачи по нагреванию или охлаждению тел, ибо при $\tau \to \infty$ $t \to t_0$. Действительно, если $\tau \to \infty$, то в соответствии с уравнением (17.3) $\varphi(\tau) \to 0$, но тогда $\theta = \varphi(\tau) f(x) = t - t_0$ также стремится к нулю, а следовательно, $t \to t_0$.

Уравнение (б) представляет собой дифференциальное уравнение $\partial^2[f(x)]/\partial x^2 + \varepsilon^2 f(x) = 0$, которое имеет частные решения в виде $\sin(\varepsilon x)$ и $\cos(\varepsilon x)$. Тогда для исходного уравнения (17.2) при одноразмерном тепловом потоке частные решения запишутся в форме:

$$\left.\begin{aligned} \theta &= Ae^{-\varepsilon^2 a\tau}\cos(\varepsilon x); \\ \theta &= Be^{-\varepsilon^2 a\tau}\sin(\varepsilon x), \end{aligned}\right\} \quad (17.4)$$

где A, B — постоянные интегрирования.

В соответствии с принципом наложения, известным из курса высшей математики, сумма частных решений линейного дифференциального уравнения дает новое его решение. Следовательно, общее решение дифференциального уравнения теплопроводности при одноразмерном тепловом потоке можно написать в виде

$$\theta_{x,\tau} = \sum_{\varepsilon=1}^{\varepsilon=\infty} [A\cos(\varepsilon x) + B\sin(\varepsilon x)] e^{-\varepsilon^2 a\tau}. \quad (17.5)$$

Применим полученные результаты решения дифференциального уравнения теплопроводности к рассматриваемой задаче охлаждения неограниченной плоской стенки (см. рис. 17.2). Если проанализировать два частных решения, выражаемых уравнениями (17.4), то окажется, что одно из них, а именно $\theta = Be^{-\varepsilon^2 a\tau}\sin(\varepsilon x)$, использовать нельзя, так как $\sin(\varepsilon x)$ является нечетной функцией, т. е. такой, которая ме-

няет свой знак при переходе от $+x$ к $-x$. В нашей задаче температура (функция) остается положительной независимо от знака x. Второе частное решение $\theta = Ae^{-\varepsilon^2 a\tau}\cos(\varepsilon x)$ приемлемо, так как $\cos(\varepsilon x)$ — четная функция. Применяя третий способ задания краевых пространственных условий в соответствии с уравнением (17.1), получим:

$$\frac{dt}{dn} = -\frac{\alpha}{\lambda}(t_{\text{ст}} - t_0) \text{ или } \left|\frac{d\theta}{dx}\right|_S = -\frac{\alpha}{\lambda}\theta_S,$$

или

$$\left| -A\varepsilon e^{-\varepsilon^2 a\tau}\sin(\varepsilon x)\right|_{x=\delta} = -\alpha/\lambda\left[\left| Ae^{-\varepsilon^2 a\tau}\cos(\varepsilon x)\right|_{x=\delta}\right],$$

откуда

$$\varepsilon\sin(\varepsilon\delta) = \alpha/\lambda\,[\cos(\varepsilon\delta)].$$

Обозначив $\varepsilon\delta = s$, получим $\varepsilon \operatorname{tg} s = \alpha/\lambda$. Умножая обе части равенства на δ, получим

$$\varepsilon\delta \operatorname{tg} s = \alpha\delta/\lambda$$

или

$$s \operatorname{tg} s = \text{Bi}. \tag{17.6}$$

Полученное трансцендентное уравнение имеет бесконечное множество корней s_i, удовлетворяющих граничным условиям рассматриваемой задачи. Обычно подобный тип уравнений решается графическим методом или путем подбора корней для различных значений критерия Bi. Например: при $\text{Bi} = 0$ $s_1 = 0$, $s_2 = \pi$, $s_3 = 2\pi$ и т. д.; при $\text{Bi} = 1$ $s_1 = 0{,}86$, $s_2 = 3{,}42$, $s_3 = 6{,}43$ и т. д.; при $\text{Bi} = \infty$ $s_1 = \pi/2 = 1{,}57$, $s_2 = 3\pi/2 = 4{,}71$, $s_3 = 5\pi/2 = 7{,}85$ и т. д.*

Следовательно, и уравнение $\theta = Ae^{-\varepsilon^2 a\tau}\cos(\varepsilon x)$ также будет иметь бесчисленное множество решений, любое из которых можно записать в форме $\theta_i = A_i e^{-\varepsilon^2 a\tau}\cos(\varepsilon x)$. Или, заменяя $\varepsilon = s_i/\delta$, получим

$$\theta_i = A_i\, e^{-s_i^2\, a\tau/\delta^2}\cos\left(s_i\frac{x}{\delta}\right). \tag{17.7}$$

В уравнении (17.7) s_i представляет собой корни уравнения (17.6), а безразмерный комплекс $a\tau/\delta^2 = \text{Fo}$ — критерий Фурье, характеризующий, как известно (см. § 14.3), нестационарность режима.

Уравнение (17.7) можно записать в более кратком виде:

$$\theta_i = A_i\cos\left(s_i\frac{x}{\delta}\right)e^{-s_i^2\,\text{Fo}} \tag{17.7'}$$

Это равенство можно рассматривать как произведение двух множителей, первый из которых $A_i\cos(s_i x/\delta) = f_i(x)$ выражает закономерность распределения температуры в стенке для каждого момента времени ($\tau = \text{const}$), а второй множитель $e^{-s_i^2\text{Fo}} = \varphi_i(\tau)$ — закономерность изменения температуры в каждой точке стенки в зависимости от

* Подробную таблицу корней уравнения (17.6) можно найти в книге С. Н. Шорина «Теплопередача» (М., Высшая школа, 1964).

времени ($x = \text{const}$). Выбор постоянных A_i, входящих в уравнения (17.7) и (17.7′), может быть сделан при разложении функции $f_i(x)$ в ряд. В самом деле, если эта функция справедлива для каждого значения момента времени τ, то она должна удовлетворять и начальному заданному распределению температур в стенке $\theta_a = t_a - t_0 = \text{const}$ при $\tau = 0$, т. е. $f_a(x) = \theta_a$. Исходя из этого, Фурье и определил значения коэффициентов A_i, разложив функцию $f_a(x)$ в ряд вида

$$f_a(x) = A_1 \cos(s_1 x/\delta) + A_2 \cos(s_2 x/\delta) + A_3 \cos(s_3 x/\delta) + \\ + \ldots + A_i \cos(s_i x/\delta) + \ldots$$

Каждый член написанного ряда есть не что иное, как частное решение уравнения (17.7) при $\tau = 0$, а сумма этих частных решений, т. е. сумма всех членов ряда, должна давать решение, соответствующее начальной разности температур стенки и среды, т. е. θ_a. Таким образом,

$$f_a(x) = \theta_a = \sum_{i=1}^{i=\infty} A_i \cos\left(s_i \frac{x}{\delta}\right). \qquad (17.8)$$

В курсе *высшей математики доказывается, что указанный ряд* является равномерно сходящимся. Чтобы определить коэффициент A_i, достаточно умножить обе части ряда на $\cos(s_i x/\delta)$ и проинтегрировать все члены в пределах изменений x, т. е. в нашем случае от $-\delta$ до $+\delta$, в результате чего получим

$$\theta_a \int_{-\delta}^{\delta} \cos\left(s_i \frac{x}{\delta}\right) dx = A_1 \int_{-\delta}^{\delta} \cos\left(s_1 \frac{x}{\delta}\right) \cos\left(s_i \frac{x}{\delta}\right) dx +$$

$$+ A_2 \int_{-\delta}^{\delta} \cos\left(s_2 \frac{x}{\delta}\right) \cos\left(s_i \frac{x}{\delta}\right) dx + \ldots + A_i \int_{-\delta}^{\delta} \cos^2\left(s_i \frac{x}{\delta}\right) dx + \ldots \qquad (в)$$

Вычислим значения отдельных интегралов. Интеграл $\int_{-\delta}^{\delta} \cos\left(s_i \frac{x}{\delta}\right) dx$ представляет собой табличный интеграл вида $\int \cos(mx)dx = \frac{\sin(mx)}{m} + C$, т. е.

$$\int_{-\delta}^{\delta} \cos\left(s_i \frac{x}{\delta}\right) dx = \left| \frac{1}{s_i/\delta} \sin\left(s_i \frac{x}{\delta}\right) \right|_{-\delta}^{\delta} = \frac{2 \sin s_i}{s_i} \delta.$$

Интеграл $\int_{-\delta}^{\delta} \cos^2\left(s_i \frac{x}{\delta}\right) dx$ является табличным интегралом, записываемым в форме

$$\int \cos^2(mx)\, dx = \frac{1}{m}\left(\frac{1}{2} mx + \frac{1}{4} \sin 2mx\right) + C,$$

тогда

$$\int_{-\delta}^{\delta} \cos^2\left(s_i \frac{x}{\delta}\right) dx = \frac{1}{s_i/\delta}\left|\frac{1}{2} s_i \frac{x}{\delta} + \frac{1}{4} \sin 2s_i \frac{x}{\delta}\right|_{-\delta}^{\delta} =$$

$$= \frac{s_i + \sin s_i \cos s_i}{s_i} \delta.$$

Все остальные интегралы представляют собой также табличные интегралы вида

$$\int \cos(mx) \cos(nx)\, dx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} + \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + C$$

и при подстановке пределов от $-\delta$ до $+\delta$ дают ноль.

Подставляя значения вычисленных интегралов в равенство (в), получим

$$\theta_a \frac{2 \sin s_i}{s_i} \delta = A_i \frac{s_i + \sin s_i \cos s_i}{s_i} \delta,$$

откуда

$$A_i = \theta_a \frac{2 \sin s_i}{s_i + \sin s_i \cos s_i}. \qquad (17.9)$$

Если теперь это значение A_i подставить в равенство (17.7), то решение уравнения теплопроводности стенки получим в форме

$$\theta_i = \theta_a \frac{2 \sin s_i}{s_i + \sin s_i \cos s_i} \cos\left(s_i \frac{x}{\delta}\right) e^{-s_i^2 \mathrm{Fo}} \qquad (17.10)$$

Пользуясь указанным выше принципом наложения, закон распределения температур в неограниченной плоской стенке для любого значения времени в окончательном виде можем записать так:

$$\theta_{x,\tau} = \theta_a \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{2 \sin s_i}{s_i + \sin s_i \cos s_i} \cos\left(s_i \frac{x}{\delta}\right) e^{-s_i^2 \mathrm{Fo}} \qquad (17.11)$$

Чтобы найти распределение температур на поверхности стенки при ее остывании или нагревании, достаточно в уравнении (17.11) принять значение $x = \pm\delta$, тогда

$$\theta_{s,\tau} = \theta_a \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{\sin 2s_i}{s_i + \sin s_i \cos s_i} e^{-s_i^2 \mathrm{Fo}}. \qquad (17.12)$$

Температуры в середине стенки $\theta_{m,\tau}$ могут быть подсчитаны для любого времени τ, если в уравнении (17.11) принять $x = 0$. В этом случае получим

$$\theta_{m,\tau} = \theta_a \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{2 \sin s_i}{s_i + \sin s_i \cos s_i} e^{-s_i^2 \mathrm{Fo}}. \qquad (17.13)$$

Таким образом, методика аналитического способа определения закона распределения температур при остывании или нагревании плос-

кой стенки сводится к тому, что для вычисленного значения критерия Био по уравнению (17.6) подбирают четыре-пять корней s_1, s_2, s_3, s_4 и т.д. Затем для каждого значения времени τ определяют критерий Фурье и по уравнениям (17.12) и (17.13) вычисляют соответствующие значения температур на поверхности и в середине стенки. Если же требуется знать температуры в толще самой стенки, то нужно использовать уравнение (17.11), задаваясь соответствующими значениями x в пределах от нуля до δ. При практических расчетах громоздкость вычислений по указанным уравнениям несколько облегчается тем, что достаточно бывает ограничиться тремя-четырьмя слагаемыми, т. е. тремя-четырьмя корнями уравнения (17.6), так как последующие слагаемые заметного влияния на получаемый ответ уже не оказывают, а при малых значениях критерия Био ($Bi \ll 1$) достаточно точное решение получается уже при одном первом члене суммы, входящей в уравнения для распределения температуры (17.11)—(17.13).

Заметим также, что при проведении большинства расчетов достаточно бывает вычислить лишь крайние значения температур стенки — на ее поверхности и в середине, ибо все остальные значения температур промежуточные.

График распределения температур при охлаждении плоской стенки показан на рис. 17.2. Порядок его построения состоит в нанесении точек, соответствующих вычисленным температурам на поверхности стенки и в ее середине для отдельных моментов времени τ, при этом по оси ординат слева эти температуры нанесены в форме отношений $\theta/\theta_a = (t - t_0)/(t_a - t_0)$. Из направляющих точек O_1 и O_2 проводим лучи, соответствующие вычисленным значениям $\theta_{S,\tau}$. В соответствии с граничным условием третьего рода эти лучи являются касательными к температурным кривым в точке, лежащей на поверхности стенки, а касательная в середине тела всегда горизонтальна. Последнее дает возможность с необходимой для практических целей точностью наметить линии изменения температур в толще стенки.

Естественно, что относительно середины стенки линии изменения температур располагаются симметрично. Характер этих кривых показывает, что наиболее интенсивный процесс изменения температуры стенки — в начальный период охлаждения, в течение которого стенка теряет наибольшее количество тепла из-за большого температурного напора. Изменение температуры в середине стенки отстает от изменения температуры на ее поверхности, причем это отставание тем значительнее, чем больше критерий Био, коэффициент теплоотдачи α и чем толще стенка.

Для ускорения расчетов по определению температур стенки при ее нагревании или охлаждении на практике пользуются обычно графоаналитическим методом, сущность которого состоит в том, что расчетные формулы (17.11)—(17.13) записывают в форме критериальных уравнений вида:

$$\left.\begin{array}{c} \theta_{x,\tau}/\theta_a = f_x(\mathrm{Bi},\ \mathrm{Fo},\ x/\delta); \\ \theta_{S,\tau}/\theta_a = f_S(\mathrm{Bi},\ \mathrm{Fo});\quad \theta_{m,\tau}/\theta_a = f_m(\mathrm{Bi},\ \mathrm{Fo}). \end{array}\right\} \qquad (17.14)$$

Значения указанных функций от критериев Bi и Fo определяют графическим путем, для чего предварительно следует найти лишь числовые значения этих критериев. На рис. 17.3 и 17.4 показаны графики, составленные Д. В. Бурдиным и Б. А. Красовским для функций $\theta_{S,\tau}/\theta_a$ и $\theta_{m,\tau}/\theta_a$ от критериев Bi и Fo. Эти графики охватывают широкий диапазон изменения критериев Bi и Fo, поэтому с их помощью можно рассчитать практически все возможные случаи охлаждения или прогревания стенки.

Количество теплоты Q_τ, передаваемой за время τ стенкой при ее остывании окружающей среде или воспринимаемой стенкой при ее прогревании, определяют обычно по изменению энтальпии тела; это изменение принято относить к единице площади поверхности стенки. Величину Q_τ находят как произведение общей теплоотдачи (или тепловосприятия) 1 м^2 стенки за время полного ее охлаждения (или прогревания) $Q_a = c\rho 2\delta\theta_a$ на относительное изменение средней температуры тела θ/θ_a за время τ, т. е.

$$Q_\tau = Q_a \frac{\theta}{\theta_a} = c\rho 2\delta\theta_a \frac{\theta}{\theta_a}, \qquad (17.15)$$

где c — теплоемкость тела; ρ — плотность тела.

Из равенства (17.15) следует, что относительное изменение теплоты Q_τ/Q_a также является функцией критериев Bi и Fo, т. е.

$$Q_\tau/Q_a = f_Q(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo}). \qquad (17.16)$$

Уравнение (17.16) решается аналогично уравнениям (17.14) с помощью соответствующего графика, приведенного на рис. 17.5.

Уравнения распределения температур и уравнение теплоотдачи для плоской неограниченной стенки при двустороннем ее нагревании и охлаждении будут справедливы и для одностороннего процесса при условии, что другая сторона стенки имеет совершенную изоляцию. В последнем случае нужно в соответствующие уравнения подставлять полную толщину стенки, равную 2δ. В промышленности строительных материалов односторонний прогрев стенки характерен для нагрева ограждений сушильных камер и печей, в том числе пода вагонеток туннельной печи.

Методика аналитического решения задачи по определению закона распределения температур и теплоотдачи для круглого цилиндра бесконечной длины и шара при их нагревании или охлаждении остается такой же, как и для рассмотренной плоской неограниченной стенки. В этом случае решают дифференциальное уравнение теплопроводности цилиндра или шара; затем определяют возможность использования полученных решений для поставленной задачи; применяют граничные условия третьего рода, получают трансцендентное уравнение, находят его корни и, наконец, представляя общее решение в виде ряда и определяя постоянные интегрирования по заданному начальному распределению температур при $\tau = 0$ и $\theta = \theta_a$, находят распределение температур в цилиндре или шаре для любого момента времени. При этом оказывается, что расчетные уравнения, так же как и для плоской стенки, могут быть записаны в форме критериальных уравнений по типу

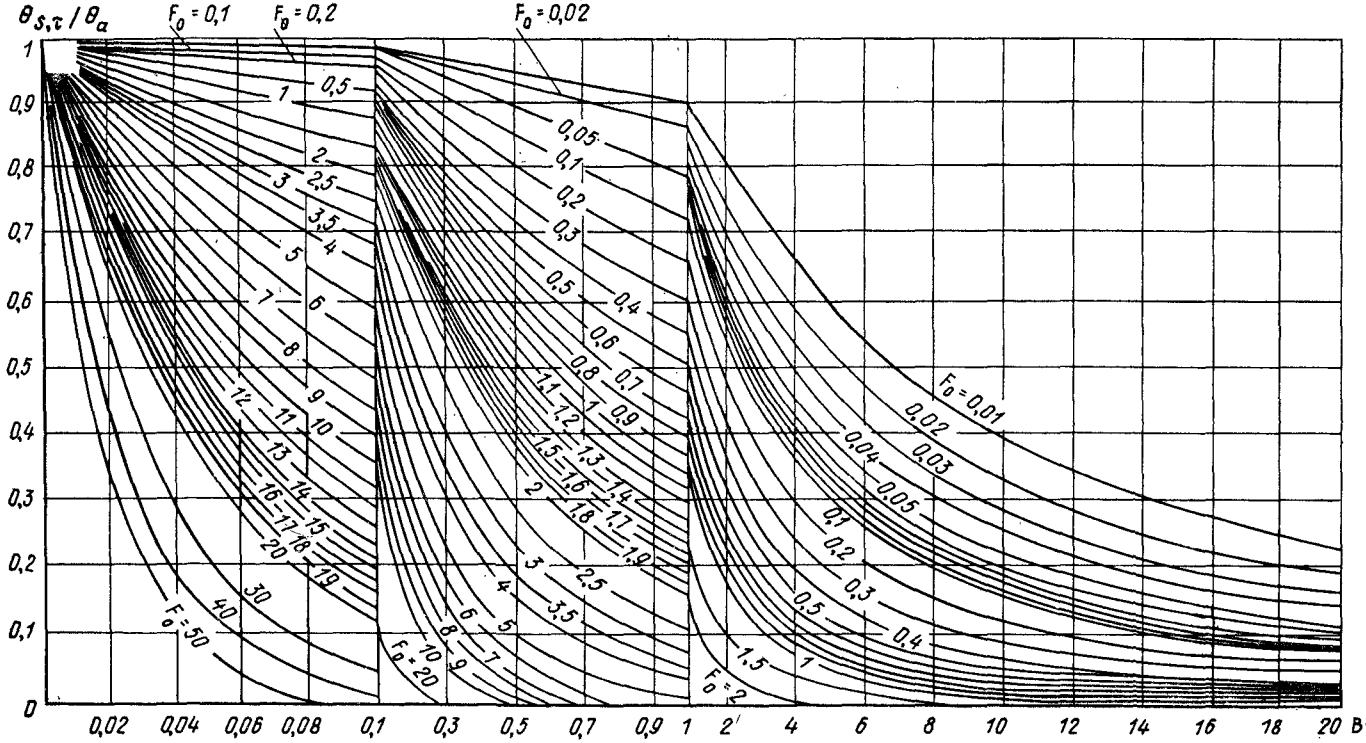


Рис. 17.3. Изменение функции $\theta_{S,\tau}/\theta_a = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$ для плоской стенки

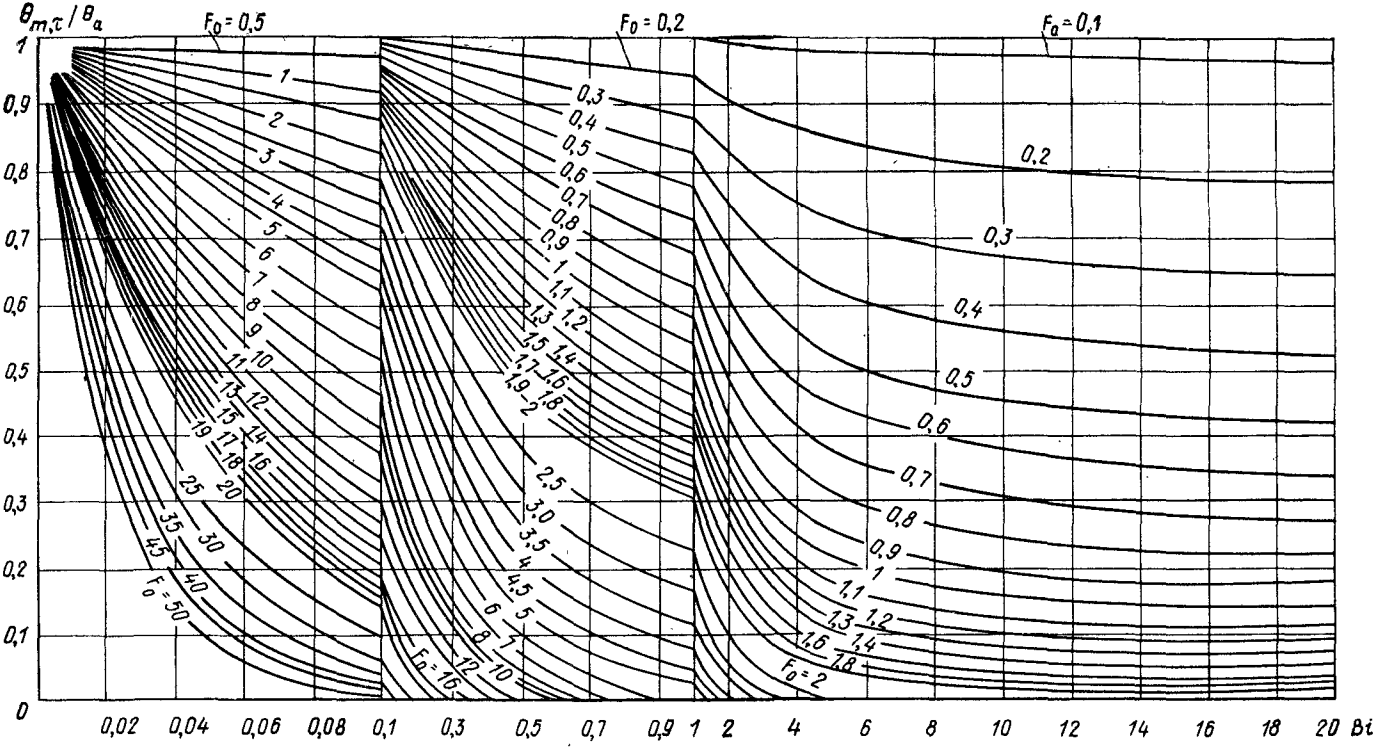


Рис. 17.4. Изменение функции $\theta_{m,\tau}/\theta_a = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$ для плоской стенки

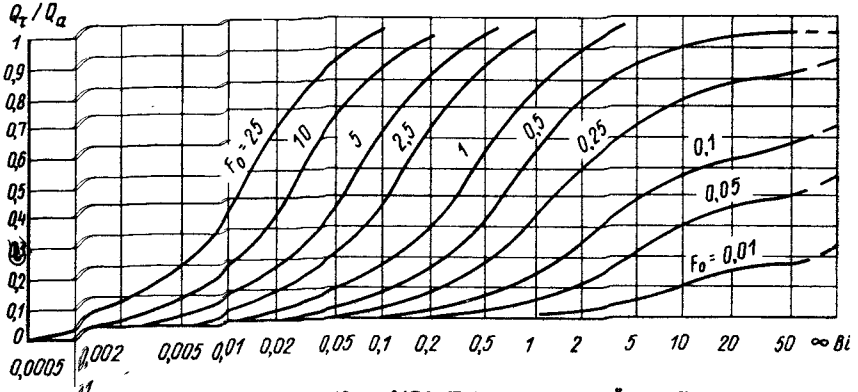


Рис. 17.5. Изменение фуикции $\theta_\tau/\theta_a = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$ для плоской стенки

равенств (17.14) и (17.16). Из-за громоздкости математических выкладок аналитический метод решения указанной задачи для цилиндра и шара в настоящем курсе не излагается.

Графоаналитический метод в применении к цилиндру и шару таков же, как и используемый для плоской стенки. Для этого предварительно лишь следует вычислить числовые значения критериев $\mathrm{Bi} = \alpha R/\lambda$ и $\mathrm{Fo} = at/R^2$ (где R — радиус соответственно цилиндра или шара), а затем по графикам, приведенным на рис. 17.6—17.8 для цилиндра и на рис. 17.9—17.11 для шара, определить соответствующие значения функций $\theta_{S,\tau}/\theta_a$, $\theta_{m,\tau}/\theta_a$ и Q_τ/Q_a, по которым для каждого момента времени τ легко найти температуры на поверхности и в середине тела, а также количество отданной или воспринятой им теплоты Q_τ. Величину Q_a для участка цилиндра длиной l вычисляют по равенству $Q_a = \pi R^2 l \rho c \theta_a$, а для шара — $Q_a = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho c \theta_a$.

Задача, связанная с определением времени, необходимого для прогрева тела до заданной температуры, также просто решается указанным графоаналитическим способом. Для этого нужно вычислить значение критерия Био по известной температуре на поверхности или в середине тела, найти отношение $\theta_{S,\tau}/\theta_a$ или $\theta_{m,\tau}/\theta_a$ и, взяв затем соответствующий график, определить из него числовое значение критерия Фурье, а по нему — и искомое время τ.

Следует отметить, что расчетные формулы для распределения температуры при нагревании или охлаждении тел значительно упрощаются, если эти тела имеют малое значение критерия Био ($\mathrm{Bi} \ll 1$). Действительно, для тонких металлических пластин, проволоки и шариков малых диаметров можно принять, что температуры на поверхности и в середине тела практически одинаковы, т. е. $\theta_{S,\tau}/\theta_{m,\tau} \approx 1$. Тогда для пластины из равенств $dQ = 2\delta c\rho d\theta$ и $dQ = -\alpha\theta d\tau$ получаем

$$\frac{d\theta}{\theta} = -\frac{\alpha d\tau}{2\delta c\rho} \quad \text{или} \quad \int_{\theta_a}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = -\int_0^{\tau} \frac{\alpha d\tau}{2\delta c\rho},$$

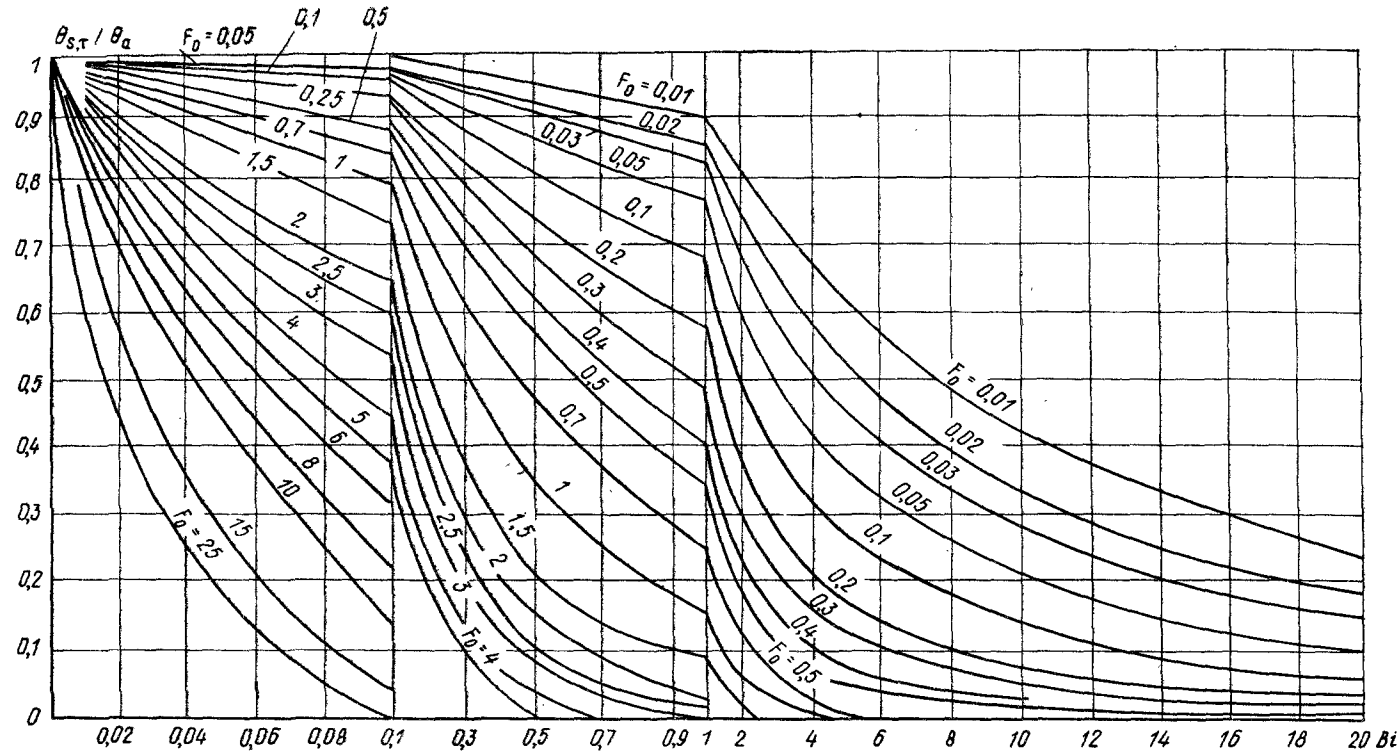


Рис. 17.6. Изменение функции $\theta / \theta_a = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$ для цилиндра

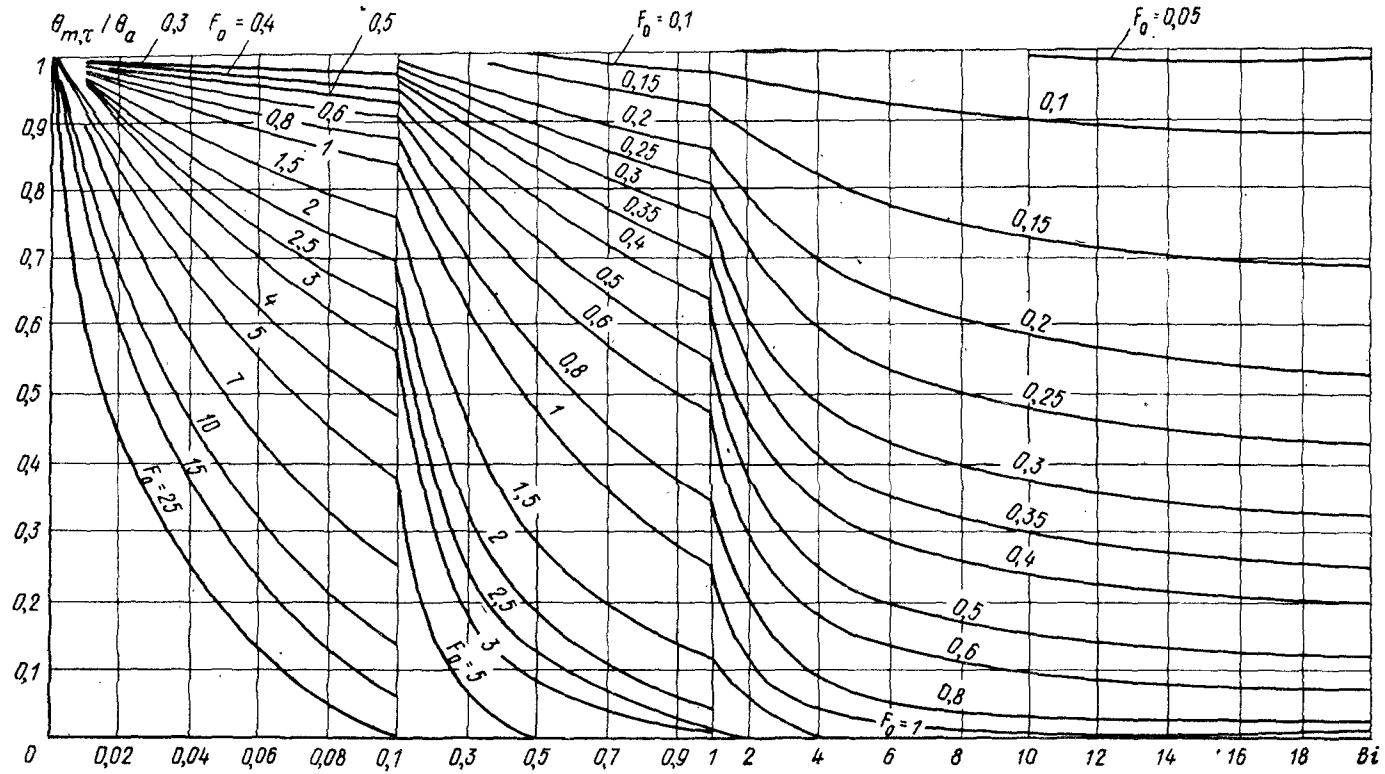


Рис. 17.7. Изменение функции $\theta_{m,\,\tau}/\theta_a = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$ для цилиндра

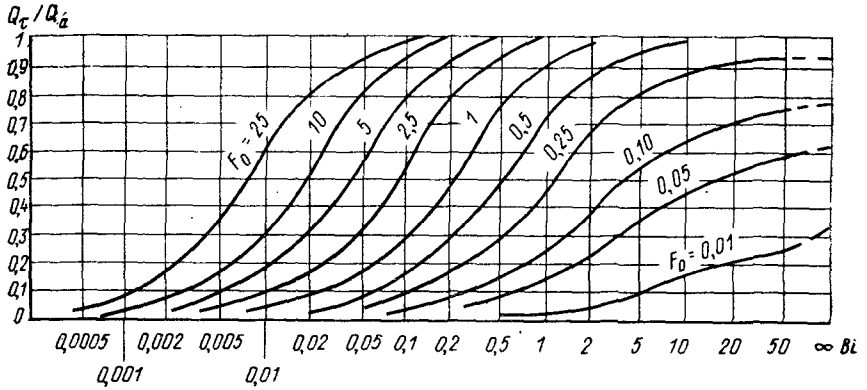


Рис. 17.8. Изменение функции $Q_\tau/Q_a = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$ для цилиндра

откуда $\ln \theta/\theta_a = -\alpha\tau/2\delta c\rho$. Умножив и разделив правую часть полученного уравнения на λ и 2δ, находим:

$$\ln \theta/\theta_a = -\frac{\alpha 2\delta\lambda}{\lambda c\rho}\frac{\tau}{2\delta 2\delta} = -\mathrm{Bi}\frac{a\tau}{(2\delta)^2},$$

или

$$\ln \theta/\theta_a = -\mathrm{Bi}\cdot\mathrm{Fo}, \text{ т. е. } \theta = \theta_a e^{-\mathrm{Bi}\cdot\mathrm{Fo}}. \qquad (17.17)$$

Подобным образом доказывается, что для тонких цилиндров $\theta = \theta_a e^{-2\mathrm{Bi}\cdot\mathrm{Fo}}$, а для шаров малого диаметра $\theta = \theta_a e^{-3\mathrm{Bi}\cdot\mathrm{Fo}}$. Это значит, что если радиусы цилиндра и шара будут равны 2δ, т. е. толщине плоской стенки, то цилиндр будет нагреваться и охлаждаться в 2 раза, а шар в 3 раза быстрее, чем плоская стенка. Последнее обусловливается тем, что скорость протекания процесса для какого-либо тела тем больше, чем больше отношение площади поверхности тела к его объему.

Нетрудно убедиться, что в рассматриваемом случае, когда $2\delta = R_{\text{цил}} = R_{\text{ш}}$, отношение поверхностей к объему этих тел находится в точном соотношении 1 : 2 : 3.

При больших значениях критерия Био ($\mathrm{Bi} \gg 1$), что наблюдается, например, при контактном нагревании или охлаждении тел, когда термическое сопротивление теплоотдаче пренебрежимо мало по сравнению с внутренним термическим сопротивлением тела, температура поверхности тела будет близка к температуре окружающей среды t_0 и поэтому $\theta_{S,\tau}/\theta_a \approx 0$. Это обстоятельство также позволяет значительно упростить расчетные формулы для определения законов распространения температур у нагреваемых или охлаждаемых тел. В частности, при $\mathrm{Fo} \gg 0{,}2$ температуру в середине тела можно определить по формулам:

плоской стенки

$$\theta_{m,\tau}/\theta_a = 1{,}27e^{-2{,}46\mathrm{Fo}}; \qquad (17.18)$$

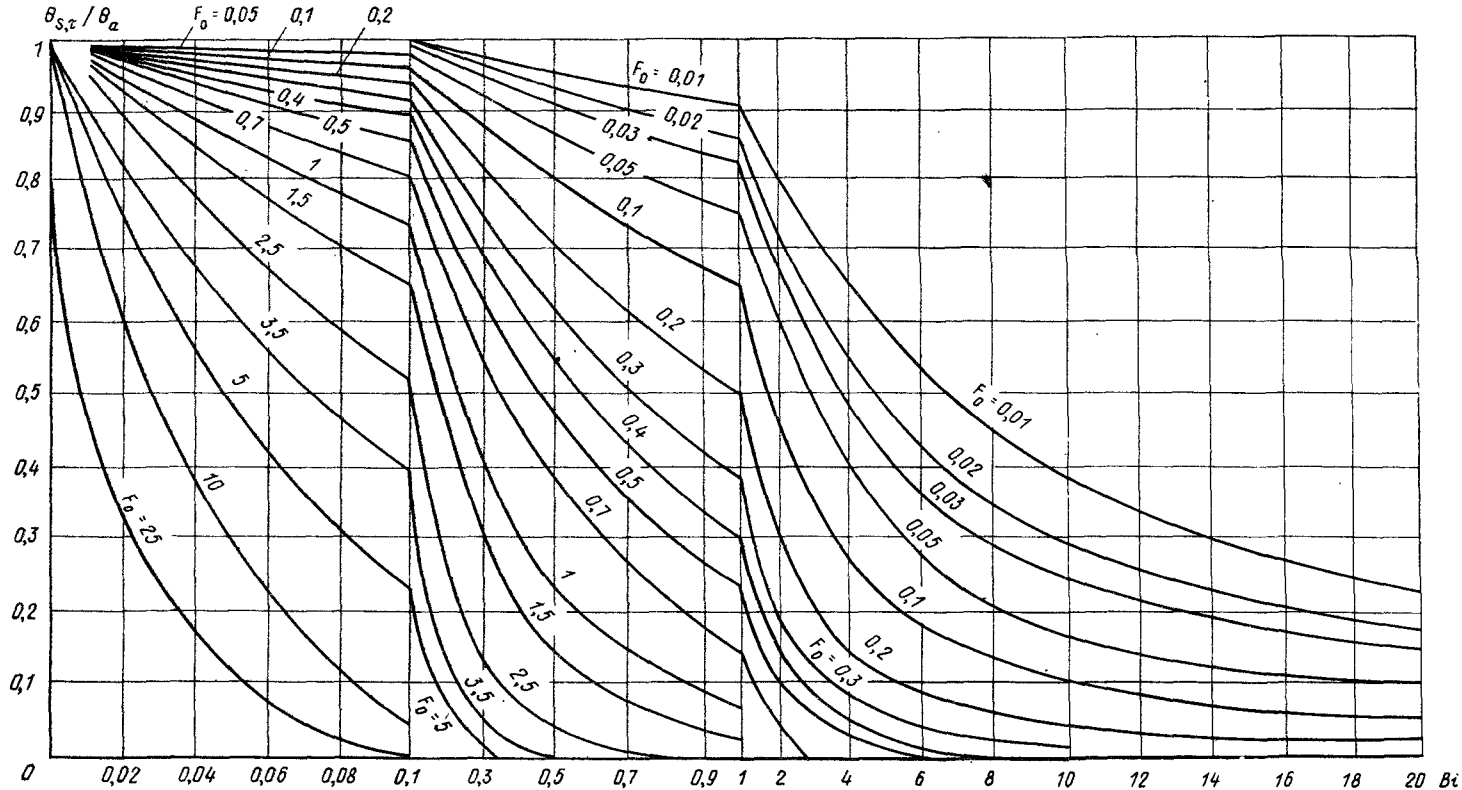


Рис. 17.9. Изменение функции $\theta_{S,\tau}/\theta_a = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$ для шара

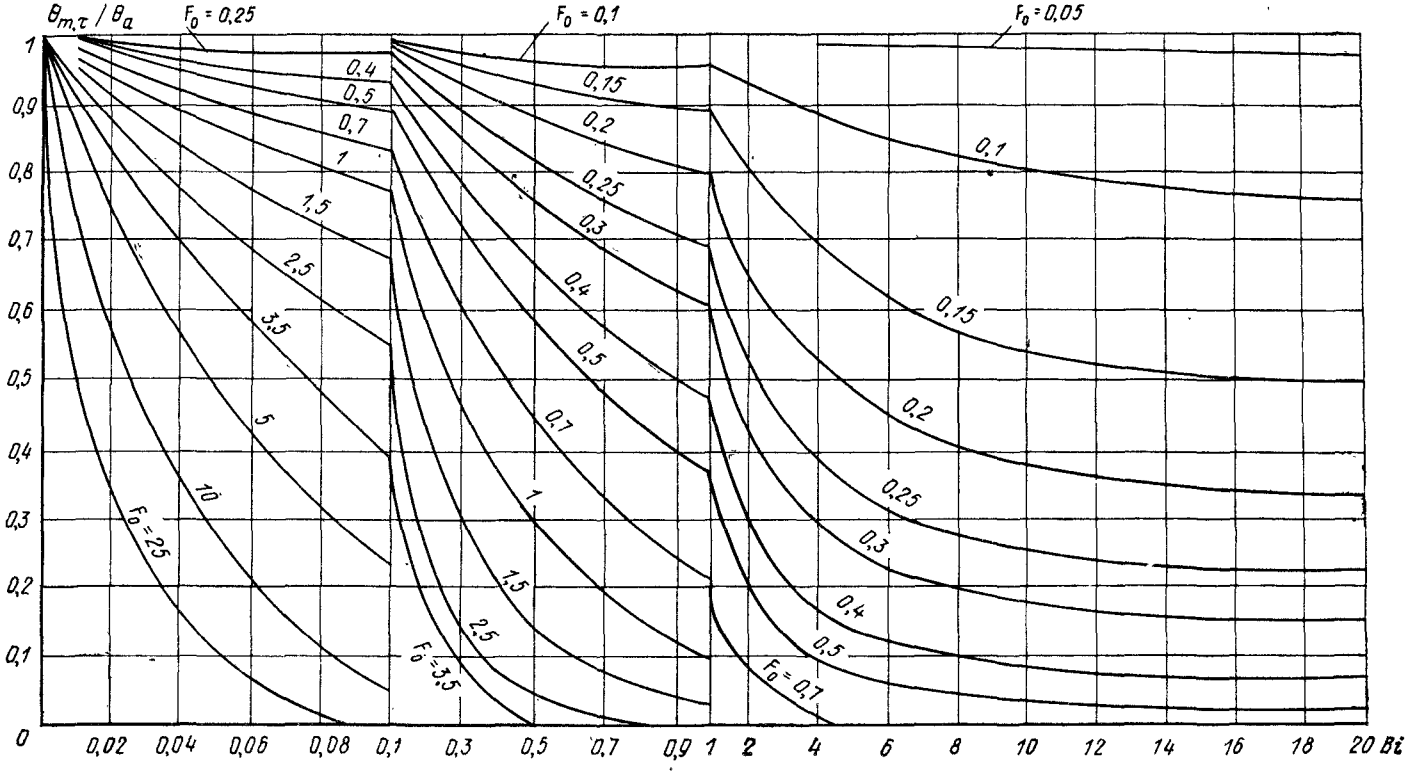


Рис. 17.10. Изменение функции $\theta_{m,\tau}/\theta_a = f(\mathbf{Bi}, \mathbf{Fo})$ для шара

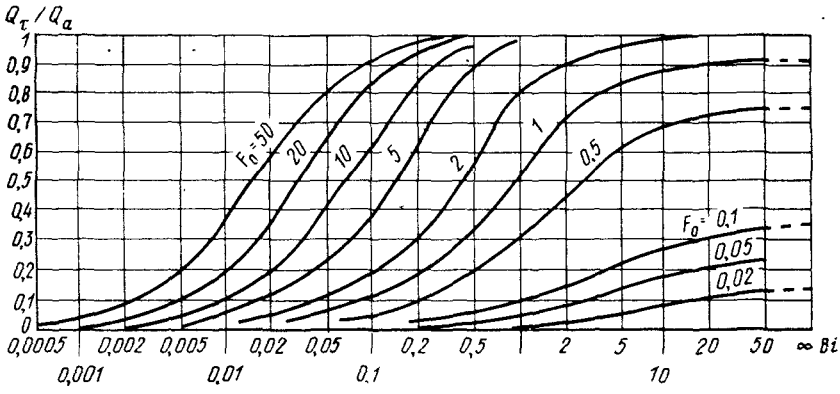


Рис. 17.11. Изменение функции $\theta_\tau/\theta_a = f(\mathrm{Bi}, \mathrm{Fo})$ для шара

цилиндра $$\theta_{m,\tau}/\theta_a = 1{,}6e^{-5{,}79\mathrm{Fo}}; \qquad (17.19)$$

шара $$\theta_{m,\tau}/\theta_a = 2e^{-\pi^2\,\mathrm{Fo}}. \qquad (17.20)$$

Все рассмотренные выше задачи относились к телам простейших форм — плоской стенке, цилиндру и шару. В практических расчетах часто возникает необходимость решения задачи об охлаждении или нагревании тела сложной конфигурации. Аналитическое решение такой задачи, особенно когда температурное поле зависит от всех трех координат, невозможно из-за большой сложности. В таких случаях часто используют приближенные способы решения, из которых чаще всего применяют метод конечных разностей. Сущность этого метода заключается в том, что непрерывный процесс теплообмена заменяют скачкообразным как в пространстве, так и во времени. При этом дифференциальное уравнение теплопроводности (14.6) заменяют уравнением в конечных разностях, которое, например, при одномерном температурном поле принимает вид

$$\Delta t/\Delta\tau = a\Delta^2 t/\Delta x^2. \qquad (17.21)$$

В применении к плоской стенке рассматриваемый метод состоит в следующем. Стенку делят на слои одинаковой толщины Δx (рис. 17.12), обозначаемые номерами $(n-1)$, n, $(n+1)$, $(n+2)$ и т. д. Время также разбивают на промежутки $\Delta\tau$, обозначаемые номерами k, $(k+1)$, $(k+2)$ и. т. д. В этом случае $t_{n,k}$ или $\theta_{n,k}$ обозначает температуру в середине n-го слоя в течение k-го промежутка времени и кривую изменения температур изображают ломаной линией.

В пределах n-го слоя стенки, как следует из рис. 17.12, температурная кривая имеет два наклона, тогда и производная по асбциссе будет иметь два значения:

$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_{\mathrm{I}} = \frac{t_{n+1,k}-t_{n,k}}{\Delta x} \quad \text{и} \quad \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_{\mathrm{II}} = \frac{t_{n,k}-t_{n-1,k}}{\Delta x}. \qquad (а)$$

Для второй производной получим

$$\frac{\Delta^2 t}{\Delta x^2} = \frac{1}{\Delta x}\left[\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_{\mathrm{I}} - \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_{\mathrm{II}}\right] = \frac{1}{\Delta x^2}\left(t_{n+1,k}+t_{n-1,k}-2t_{n,k}\right). \qquad (б)$$

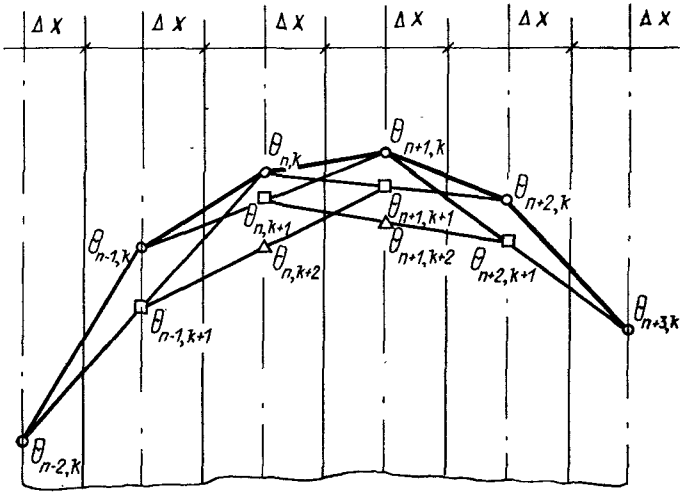


Рис. 17.12. Схема использования метода конечных разностей для пластин

Производная от температуры по времени для n-го слоя имеет вид

$$\Delta t/\Delta\tau=(t_{n,k+1}-t_{n,k})/\Delta\tau. \qquad \text{(в)}$$

При подстановке выражений (б) и (в) в уравнение (17.21) получаем

$$\frac{t_{n,k+1}-t_{n,k}}{\Delta\tau}=a\frac{t_{n+1,k}-t_{n-1,k}-2t_{n,k}}{\Delta x^2},$$

откуда

$$t_{n,k+1}=2a\frac{\Delta\tau}{\Delta x^2}\frac{t_{n+1,k}+t_{n-1,k}}{2}-\left(2a\frac{\Delta\tau}{\Delta x^2}-1\right)t_{n,k}. \qquad \text{(г)}$$

Равенство (г) позволяет найти распределение температур в теле для каждого последующего промежутка времени (например, $k+1$) при известном распределении температур в предыдущем интервале времени (например, в промежутке k).

Если промежутки времени $\Delta\tau$ и толщины слоев Δx выбрать таким образом, чтобы $2a\Delta\tau/\Delta x^2=1$, равенство (г) принимает вид

$$t_{n,k+1}=(t_{n+1,k}+t_{n-1,k})/2. \qquad (17.22)$$

Уравнение (17.22) показывает, что $t_{n,\,k+1}$ является среднеарифметическим из $t_{n+1,\,k}$ и $t_{n-1,\,k}$. Значение промежутка времени $\Delta\tau$ определяют из соотношения

$$\Delta\tau=\Delta x^2/(2a). \qquad (17.23)$$

Толщину слоев Δx при решении конкретных задач выбирают такой, чтобы она была удобна для графического построения. Зная начальное распределение температур по толщине слоев стенки и определив указанным методом распределение температур через промежуток времени $\Delta\tau$, *повторяют построение для следующего интервала времени*, для которого начальным распределением температур служит их значение, найденное перед этим, и т. д.

Температуры на поверхностях стенки можно определить с помощью направляющей точки, которую строят согласно граничным условиям третьего рода по методике, изложенной в § 17.1. Если в процессе теплообмена коэффициент теплоотдачи α изменяется, то это можно учесть соответствующим изменением положения направляющей точки, так как абсцисса подкасательной для нее, как известно, равна $\lambda_{ст}/\alpha$.

При использовании метода конечных разностей для многослойных стенок по оси абсцисс откладывают не Δx, а термические сопротивления $\Delta x/\lambda_{ст}$. Недостаток рассмотренного метода состоит в том, что физические параметры тела принимают постоянными.

Из других приближенных способов расчета нестационарной теплопроводности на практике применяют методы элементарных балансов (А. П. Ваничева), регулярного режима (Г. М. Кондратьева), эквивалентных тел, метод преобразования Лапласа. Изложение указанных методов расчета можно найти в специальной литературе [2, 10].

Пример. Стена печи толщиной 510 мм имеет температуру 200 °С. С некоторого момента времени стена охлаждается с одной стороны воздухом, температура которого 20 °С. Требуется определить температуру на поверхности стены и количество тепла, теряемого 1 м² ее поверхности через 1 ч и за 10 ч охлаждения, если коэффициент теплоотдачи $\alpha = 10$ Вт/(м²·К), теплопроводность кирпича $\lambda = 1{,}1$ Вт/(м·К), теплоемкость $c = 0{,}85$ кДж/(кг·К) и плотность $\rho = 1500$ кг/м³. Теплообменом с другой стороны стены можно пренебречь.

Решение. Вычисляем критерии Bi и Fo.

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha\delta}{\lambda} = \frac{10 \cdot 0{,}51}{1{,}1} = 4{,}65; \quad \mathrm{Fo} = \frac{a\tau}{\delta^2};$$

$$a = \frac{\lambda}{c\rho} = \frac{1{,}1 \cdot 10^{-3}}{0{,}85 \cdot 1500} = 0{,}086 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с},$$

тогда для $\tau = 1$ ч

$$\mathrm{Fo} = \frac{0{,}086 \cdot 10^{-5} \cdot 3600}{0{,}51^2} = 0{,}012;$$

для $\tau = 10$ ч

$$\mathrm{Fo} = \frac{0{,}086 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \cdot 3600}{0{,}51^2} = 0{,}12.$$

Из графика (см. рис. 17.3) получаем Fo = 0,012; $\theta_{S,\tau}/\theta_a = 0{;}61$, а для

$$\mathrm{Fo} = 0{,}12; \quad \frac{\theta_{S,\tau}}{\theta_a} = 0{,}32; \quad \frac{\theta_{S,\tau}}{\theta_a} = \frac{t_S - t_0}{t_a - t_0} = \frac{t_S - 20}{200 - 20};$$

$$t_S = 20 + \frac{\theta_{S,\tau}}{\theta_a} \cdot 180^\circ \text{ С}.$$

Через 1 ч после начала охлаждения стены $t_S = 20 + 0{,}61 \cdot 180 = 130$ °С, через 10 ч $t_S = 20 + 0{,}32 \cdot 130 = 77{,}6$ °С. Количество теплоты, теряемой 1 м², поверхности стены Q_τ, вычисляем по графику, приведенному на рис. 17.5: для Fo = $0{,}12$ $Q_\tau/Q_a = 0{,}42$, а для Fo = 0,012 $Q_\tau/Q_a = 0{,}08$. Тогда $Q_a = c\rho\delta\theta_a = 0{,}85 \cdot 1500 \cdot 0{,}51 \cdot 180 = 117\,000$ кДж/м². Через 1 ч $Q_\tau = 0{,}08 \cdot 117\,000 = 9400$ кДж/м², через 10 ч $Q_\tau = 0{,}42 \cdot 117\,000 = 49\,000$ кДж/м².