Библиотека СОК

В. И. Ляшков

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ

МОСКВА
"ИЗДАТЕЛЬСТВО МАШИНОСТРОЕНИЕ-1"
2005

В. И. Ляшков

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ

Допущено Министерством образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки дипломированных специалистов "Теплоэнергетика"

Издание второе, стереотипное



МОСКВА
"ИЗДАТЕЛЬСТВО МАШИНОСТРОЕНИЕ-1"
2005

УДК 536.7(07)
ББК ←311я73-1
Л99

Р е ц е н з е н т ы:

Кафедра промышленной теплоэнергетики
Воронежского государственного технического университета,
Заведующий кафедрой заслуженный деятель науки и техники РФ,
доктор технических наук, профессор,
В. В. Фалеев

Доктор технических наук, профессор,
С. А. Улыбин

*Настоящее издание осуществлено за счет спонсорской помощи ОАО "Тамбовэнерго",
за что автор и ректорат ТГТУ выражают искреннюю благодарность коллективу и руководству акционерного общества*

Ляшков В. И.

Л99 Теоретические основы теплотехники: Учеб. пособие.
2-е изд., стер. М.: Изд-во Машиностроение-1, 2005.
260 с.

В учебном пособии лаконично и последовательно изложены теоретические основы теплотехники (основы термодинамики, теории тепло- и массообмена и теории горения), составляющие необходимый и достаточный объем информации для того, чтобы в дальнейшем специалист мог самостоятельно углублять знания в тех или иных областях прикладной теплотехники. Учебный материал изложен отдельными, сравнительно небольшими дозами, структурированность и последовательность изложения которых диктуется внутренней логикой названных наук.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальности "Энергообеспечение предприятий". Может быть использовано студентами других специальностей при изучении ими дисциплин теплотехнического профиля.

УДК 536.7(07)
ББК ←311я73-1

ISBN 5-94275-027-0

© Ляшков В. И., 2002

© "Издательство Машиностроение-1", 2002

Мы работаем для того,
чтобы в Вашем доме
было тепло и уютно

"Теплосервис",
ООО "Энергострой"

Учебное издание

ЛЯШКОВ Василий Игнатьевич

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ

Учебное пособие

Издание второе, стереотипное

Редактор З. Г. Чернова

Инженер по компьютерному макетированию М. Н. Рыжкова

Подписано в печать 17.03.2005.
Формат 60 × 84 / 16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Гарнитура Times New Roman. Объем: 15,11 усл. печ. л.; 16,0 уч.-изд. л.
Тираж 500 экз. Заказ 165^{M}.

"Издательство Машиностроение-1", 107076, Москва, Стромынский пер., 4

Подготовлено к печати и отпечатано в издательско-полиграфическом центре
Тамбовского государственного технического университета,
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

ОТ АВТОРА

Светлой памяти моего Учителя
Александра Силыча Лышевского (*1922 – 1981*)
заслуженного деятеля науки и техники
Российской Федерации,
доктора технических наук, *профессора*,
посвящается этот скромный труд

Несмотря на практически прекратившееся за последние 10 лет учебное книгоиздание по техническим дисциплинам, на полках библиотек хранится еще много учебников под названием "Общая теплотехника", "Теплотехника" и т.п., изданных в 60–80 годы. К сожалению, неумолимое время, выдвигая новые задачи и подходы и осваивая новые научные достижения, все более делает их малопригодными для того, чтобы безоговорочно рекомендовать современным студентам, выбравшим благородную жизненную стезю: получив специальность теплоэнергетика, отдать себя решению важнейшей общегосударственной проблемы – предотвращению энергетического кризиса, все более надвигающегося на нашу страну.

Поэтому автор решается опубликовать настоящий труд, согревая себя надеждами, что он существенно облегчит студентам освоение теоретических основ теплотехники, поистине безграничной науки, изучающей принципы работы, основы конструкции и особенности расчета всевозможных машин, аппаратов и устройств, в которых фигурирует тепловая энергия.

Сегодня при организации учебного процесса особое значение придается самостоятельной работе студентов. При этом лекционные курсы все более сокращаются, лекции чаще носят обзорный или проблемный характер. В такой ситуации бывает нелегко правильно отобрать и расположить учебный материал так, чтобы он отражал внутреннюю логику науки, чтобы изложение было целостным, последовательным и доступным для понимания людям, только еще начинающим знакомство с этой наукой.

Учебное пособие отражает многолетний опыт работы автора со студентами второго – третьего курсов. Представляя собою последовательное и лаконичное изложение основ термодинамики, теплопередачи, теории массообмена, теории горения и др., оно написано не для того, чтобы заменить собою названные учебники. Скорее это первые врата в большую и интересную область научных знаний, связанных с теплотехникой. Поэтому в него включен только тот учебный материал, усвоение которого необходимо для приобретения такого уровня теоретической подготовки, который позволит в дальнейшем легко наращивать знания при последующей самостоятельной работе с учебниками, монографиями, справочниками и т.п.

Содержание книги неоднократно обсуждалось с коллегами по кафедре за что автор выражает им и, особенно, официальным рецензентам свою искреннюю признательность и сердечную благодарность.

ВВЕДЕНИЕ

Сегодня практически любая область инженерной деятельности во многом связана с проблемами энергосбережения, разработкой, внедрением и эксплуатацией ресурсосберегающих технологий, с вопросами трансформации и передачи энергии. Учебная дисциплина "Теоретические основы теплотехники" призвана вооружить будущего специалиста знаниями общих законов и основанных на этом инженерных методик расчета процессов, возникающих при получении, трансформации и распространении в пространстве тепловой энергии. Структурно сюда входят три отдельные науки: "Термодинамика", "Теплопередача" и "Основы теории горения".

Термодинамика изучает законы превращения различных видов энергии в тепло (и наоборот – тепла в другие виды энергии), а также особенности физических процессов, сопровождающих эти превращения. Как самостоятельная наука термодинамика начала складываться в начале XIX века, хотя многие принципиальные ее положения были открыты и сформулированы еще ранее в рамках общефизической теории. Среди основоположников и ученых, внесших наибольший вклад в развитие термодинамики, мы встречаем известные имена: М. В. Ломоносова, который в работе "Размышления о причинах тепла и холода" (1744 г.) предложил единую теорию теплоты и строения вещества, сформулировав законы сохранения массы и энергии, Д. Джоуля, В. Томсона, Р. Клаузиуса, С. Карно, Г. Гесса, Л. Больцмана,

В. Гиббса, М. П. Вукаловича, А. А. Гухмана и др. Подробно об истории развития термодинамики и вклад отдельных ученых в эту науку можно прочитать в интересной книге [1]. За более чем стопятидесятилетнюю историю своего развития эта наука приобрела методологически безупречные формы и строгую аксиоматику, так что сегодня ее заслуженно называют классической термодинамикой.

Термодинамика не имеет собственного предмета изучения, в отличие, например, от биологии, изучающей живые организмы, или геометрии, изучающей плоские фигуры. Это наука методологического плана, вооружающая нас специфическим методом исследования, основу которого составляет рассмотрение любых процессов материального мира сквозь призму установленных термодинамикой основных законов природы.

Теплопередача, а точнее теория тепло- и массообмена – это наука, которая изучает процессы распространения тепла (или массы, поскольку выявлена явная аналогия таких процессов) в пространстве. Процессы распространения тепла в пространстве, при всем их многообразии, и являются предметом изучения этой науки. Основные понятия и законы теории теплопереноса также были сформулированы в рамках общефизической теории на заре ее бурного развития. Например, основы аналитической теории теплопроводности были заложены Ж. Фурье еще в 1822 году. В середине XIX века были сформулированы основы теории подобия, а в 1915 году она впервые была применена В. Нуссельтом для исследования процессов теплообмена. Несколько раньше О. Рейнольдс применил ее при изучении гидродинамических процессов, высказав идею об аналогии между отдельными тепловыми и гидродинамическими явлениями.

Как самостоятельная наука теплопередача сложилась в начале XX века, и особенно бурно она стала развиваться в послевоенные годы. Здесь решающий вклад был внесен нашими соотечественниками, среди которых выделяются работы академиков В. М. Кирпичева, М. А. Михеева, С. С. Кутателадзе, Г. Н. Кружилина и др.

Отвечая на новые запросы, выдвигаемые современной практикой, наука эта продолжает бурно развиваться, все в большей мере осваивая новые области приложения (атомная энергетика, космическая техника и др.), расширяя и уточняя свои подходы и методы решения возникающих проблем. И сегодня большой вклад в дальнейшее развитие этой науки вносят такие авторитетные ученые как академики А. И. Леонтьев, В. П. Скрипов, А. Г. Шашков и профессора Г. Н. Дульнев, Г. А. Дрейцер, С. П. Рудобашта и др., а также научная молодежь, посвящающая свои диссертационные работы решению отдельных актуальных теоретических и практических задач.

В основах теории горения рассматривается механизм химической реакции горения, раскрытый Нобелевским лауреатом академиком Н. Н. Семеновым и его последователями, а также физические особенности процессов горения при различных условиях сжигания наиболее распространенных топлив. Здесь же дается методика технических расчетов горения.

Отметим еще одну важную особенность всех этих трех наук: они ориентированы на конкретную инженерную практику и всегда доводят свои выводы и заключения до однозначных практических рекомендаций и расчетных методик.

Бурное развитие компьютерной техники и информационных технологий вооружает исследователей мощнейшим инструментарием, позволяющим сравнительно просто проводить численное моделирование изучаемых явлений. Именно такой подход к решению многих вопросов теплопередачи становится сегодня одним из основных, поскольку при этом заметно сокращаются трудовые и финансовые затраты на решение поставленной задачи.

Совершенно ясно, что без глубоких знаний по всем трем этим разделам нашей учебной дисциплины невозможна успешная инженерная деятельность, и поэтому изучению теоретических основ теплотехники придается все возрастающее значение, особенно для будущих специалистов, непосредственно связанных с теплоэнергетикой.

1 ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Принципы термодинамики бросают
яркий свет на все явления природы

Д. Максвелл

1.1 ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

1.1.1 Основные термины термодинамики

кружающий нас мир материален, материя находится в непрерывном движении. Меру движения материи называют энергией. Чаще всего мы встречаемся с механической и тепловой формами движения материи. В первом случае движение связано с перемещением в пространстве макрообъемов материи, а во втором – с движением только на микроуровне (тепловое движение молекул). Изменения энергии в результате таких движений называют соответственно механической работой и теплотой.

Тело или группу макротел, энергетические свойства которых подлежат изучению, называют термодинамической системой. Все остальные тела, способные взаимодействовать с системой, составляют окружающую среду. Границу между системой и средой называют контрольной поверхностью. Если контрольная поверхность допускает обмен массой между системой и окружающей средой, то систему называют открытой, если же такой обмен невозможен, – систему называют закрытой. Закрытые системы проще и именно с них начинают изучение основ термодинамики.

Одну из аксиом термодинамики составляет ее нулевое правило: всякие изменения в системе возможны только в результате взаимодействия с окружающей средой. Априорно принимая это положение, мы исключаем из объектов анализа многие биологические системы, обладающие способностью самопроизвольных изменений.

Состояния и свойства системы характеризуются рядом физических величин. При взаимодействии с окружающей средой некоторые из них изменяются, и их называют параметрами состояния системы. Другие же величины при этом практически не меняют своего численного значения и их называют физическими константами. Физконстанты характеризуют свойства вещества, заполняющего систему, а параметры состояния – особенности состояния этого вещества. Примеры параметров: p, T, V (давление, температура, объем); примеры физконстант: $c_{\text{р}}$, r (теплоемкость, теплота парообразования).

Систему называют однородной, если параметры ее не изменяются в пространстве, и равновесной, если они не изменяются по времени. Нулевое правило термодинамики иногда формулируют и так: при отсутствии внешних воздействий система рано или поздно приходит к однородному и равновесному состоянию.

Параметры состояния можно разделить на две группы. Потенциалами $\bar{p}$ называют такие параметры, разница которых в среде и системе является движущей силой взаимодействия. При $\bar{p}_{\text{н}i} = \bar{p}_{\text{в}i}$ взаимодействие i-го рода невозможно. Взаимодействие в принципе возможно только при $\bar{p}_{\text{н}i} \neq \bar{p}_{\text{в}i}$. Примеры потенциалов: p, T, E (электрический потенциал). Координатами $\bar{x}_i$ называют такие параметры, изменение которых в системе свидетельствует о протекании взаимодействия. Если $d\bar{x}_i \neq 0$, то взаимодействие совершается, при $d\bar{x}_i = 0$ взаимодействие не совершается даже при наличии необходимой разности потенциалов (из-за наличия частичной или полной изоляции системы). Примеры координат: V, m (при химических взаимодействиях), число электрических зарядов, протекающих при электрических взаимодействиях и др. Вдумчивый анализ позволяет обнаружить для любого типа взаимодействий и потенциал, и координату состояния.

По аналогии с математической теорией поля в термодинамике принято следующее правило знаков для потенциалов: разность $\bar{p}_{\text{н}i} - \bar{p}_{\text{в}i}$ считается положительной (т.е. $\bar{p}_{\text{н}i} > \bar{p}_{\text{в}i}$), если при этом возникает процесс взаимодействия с возрастанием соответствующей координаты состояния ($d\bar{x}_i > 0$).

Координату теплового состояния называют энтропией. Сложность этого параметра в том, что он носит статистический характер и не обнаруживается непосредственным опытом или измерениями. Энтропия системы определяется вероятностью ее состояния. Под вероятностью состояния системы понимают число способов, которыми можно достичь данного состояния, начиная от некоторого первоначального. Поэтому вероятность состояния системы в числовой форме отражает меру хаотичности расположения элементов, ее составляющих. Минимальной частицей макромира является молекула. Значит, вероятность состояния характеризует степень упорядоченности (или беспорядка) распределения молекул в объеме термодинамической системы. Л. Больцман показал, что величина энтропии пропорциональна вероятности состояния W и определяется формулой $S = k \ln W$, где k – постоянная Стефана-Больцмана (одна из универсальных физических констант).

При подводе тепла к системе растет интенсивность теплового движения молекул, растет и степень хаотичности распределения их в пространстве. Значит при этом численно возрастают и W, и S. При отводе тепла все происходит наоборот: энтропия S уменьшается.

Заканчивая параграф, отметим, что изложенный подход при введении понятия об энтропии сложился сравнительно недавно. Для более подробного изучения этот раздела термодинамики можно пореко-

мендовать только учебные пособия [2] или [3], поскольку в большинстве учебников и пособий это излагается несколько по-другому, на основе подхода, предложенного Р. Клаузиусом.

1.1.2 Первый закон термодинамики в общем виде

Отыщи всему начало, и ты многое поймешь
К. Прутков

Первый закон термодинамики устанавливает количественные соотношения при трансформации различных форм энергии друг в друга. Пусть некоторая термодинамическая система (см. рис. 1.1) обладает способностью совершать одновременно несколько видов взаимодействий с окружающей средой, например, механическое, тепловое, химическое и др. В результате такого сложного взаимодействия, при котором из среды в систему (или наоборот) передаются потоки энергии разных видов ΔE_1, ΔE_i, …, ΔE_n. Энергия системы, будем называть ее внутренней энергией, изменится на величину ΔU. В соответствии с законом сохранения энергии (энергия не исчезает и не возникает вновь, количество ее всегда остается постоянным) сумма всех изменений энергии равняется нулю. Поэтому

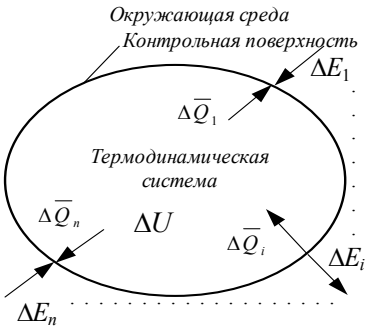


Рис. 1.1 Сложное взаимодействие между окружающей средой и термодинамической системой

$$\Delta U + \sum_{i=0}^{n} \Delta E_i = 0. \qquad (1.1)$$

К сожалению, формулу (1.1) нельзя использовать в инженерной практике, ибо не поддаются измерениям входящие в нее величины. Действительно, величину U невозможно измерить, потому что известно лишь философское определение энергии и нет ее инженерного определения (определены лишь отдельные формы энергии). Величины ΔE_i невозможно измерить потому, что не оговаривается однозначно окружающая среда (известна лишь одна ее граница – контрольная поверхность). Так что при попытке реализовать формулу (1.1) мы попадаем в деликатную ситуацию, знакомую из детской сказки: "Пойди туда, не знаю куда, измерь то, не знаю что".

Чтобы определиться, введем понятие о количестве воздействия данного рода $\Delta\overline{Q}_i$, называя так количество энергии определенного вида, полученное (или отданное) системой при взаимодействии со средой. Согласно такому определению $\Delta\overline{Q}_i = -\Delta E_i$. Поскольку система описана однозначно, считается, что любые измерения в ней возможны, включая и те, которые позволяют определять величины $\Delta\overline{Q}_i$. Теперь формула (1) принимает вид

$$dU + \sum_{i=1}^{n} (-\Delta\overline{Q}_i) = 0 \quad \text{или} \quad dU = \sum_{i=1}^{n} \Delta\overline{Q}_i . \qquad (1.2)$$

Обычно в термодинамике проводится анализ бесконечно малых взаимодействий, поэтому от конечных приращений ΔU и $\Delta\overline{Q}_i$ перейдем к бесконечно малым dU и $\Delta\overline{Q}_i$. Тогда формулу (1.2) перепишем так

$$dU = \sum_{i=1}^{n} d\overline{Q}_i \qquad (1.3)$$

и сделаем заключение: изменение внутренней энергии определяется суммой количеств воздействий, совершенных при взаимодействии. На ряде простых примеров рассмотрим, как определяются количества воздействия $d\overline{Q}_i$ при различных видах взаимодействий.

Первый пример (см. рис. 1.2): пружина, нагруженная внешней силой $F_н$. Здесь потенциалом является сила $F_н$, а координатой – величина линейной координаты x. Если внешний потенциал $F_н$ изменить на некоторую величину dF, то произойдет механическое взаимодействие, при котором координата x изменится на величину dx (см. рис. 1.2, *б*). При таком взаимодействии количество воздействия – это механическая работа, совершаемая пружиной:

средняя сила путь

$$d\overline{Q} = -dL_{\text{мех}} = -0{,}5\left[F_н + (F_н + dF)\right]dx = 0{,}5\left[F_в + (F_в + dF)\right]dx =$$

$$= F_в\, dx + 0{,}5\, dF dx .$$

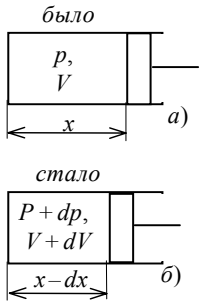


Рис. 1.3 Де-

Пренебрегая вторым слагаемым, как величиной второго порядка малости, видим, что количество воздействия определяется произве- дением внутреннего потенциала $F^{в}$ на изменение координаты состоя- ния dx.

Рассмотрим теперь взаимодействие в деформационной системе, представляющей собою цилиндр с подвижным поршнем (см. рис. 1.3). Координатой состояния здесь является объем системы, а потенциалом, если учесть принятое ранее правило знаков для потенциалов, давление, взятое с обратным знаком $\overline{p} = -p$. Допустим, что давление $p_{н}$ увеличивается на dp. Тогда возникает взаимодействие между системой и средой, в результате которого поршень переместится на величину $-dx$, а давление в системе возрастет на dp и наступит новое равновесие состояние (см. рис. 1.3, *б*). Как и в предыдущем примере количество воздействия при деформации системы – это механическая работа, совершаемая над системой при взаимодействии со средой:

$$d\overline{Q} = dL_{\text{мех}} = 0{,}5\left[p_{\text{в}} + (p_{\text{в}} + dp)\right]S\,(-dx) = -p\,dV - 0{,}5\,dp\,dV.$$

объем

средняя сила *путь*

И опять в результате мы получили произведение внутреннего потенциала на изменение координаты (учитывая, что $Sdx = dV$, $dp\,dV = 0$).

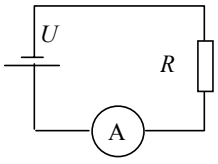


Рис. 1.4 Простая электрическая цепь

Рассмотрим еще один пример, анализируя электрическое взаимодействие в простейшей электрической цепи (см. рис. 1.4). Потенциалом здесь является напряжение U источника тока, а координатой – число электрических зарядов Q, протекающих в цепи. Количеством воздействия в данном случае является работа электрического тока $\overline{Q} = L_{\text{эл}} = U\,i\,\tau$, где i – ток, равный по определению числу электрических зарядов, протекающих в единицу времени $i = \Delta Q/\tau$ и значит $\overline{Q} = U\,\Delta Q$. Говоря о бесконечно малом процессе, из предыдущей формулы получим $d\overline{Q} = U\,dQ$.

Обобщая результаты рассмотренных примеров, сделаем следующее заключение: количество воздействия данного рода определяется произведением внутреннего потенциала на приращение соответствующей координаты:

$$d\overline{Q}_i = \overline{p}_i\,d\overline{x}_i\,.$$

Таким образом, первый закон термодинамики (формулу (1.3)) в развернутом виде можно записать так:

$$dU = \sum_{i=1}^{n} \overline{p}_i\,d\overline{x}_i\,. \qquad (1.4)$$

В абсолютном большинстве случаев величины потенциалов и координат достаточно легко измеряются на практике (исключая энтропию).

1.1.3 Термомеханическая система

Каждый молодец на свой образец.
Русская пословица

Термомеханической системой называют систему, в которой одновременно могут протекать тепловое и механическое взаимодействия. Они находят самое широкое распространение на практике, являясь основой теплоэнергетических установок, холодильной техники, компрегирующего оборудования и многих других технологических устройств. В общем случае такая система содержит: источник тепла,

расположенный в окружающей среде, расширительный элемент (например, цилиндр с поршнем, турбину и др.), механическое устройство, приемник тепла в окружающей среде (см. рис. 1.5). Вещество, заполняющее систему, называют рабочим телом. Обычно в качестве рабочего тела используются воздух, газовые смеси в идеальногазовом состоянии, водяной пар, пары различных органических соединений и т.п. Обладая хорошей сжимаемостью и большим тепловым расширением, они являются термодинамически благоприятными по сравнению с другими жидкими или твердыми веществами.

Источник и приемник тепла могут работать непрерывно или периодически, и это позволяет с помощью термомеханической системы реализовать различные виды машин. Пусть, например, рабочее тело получает от источника Q_1 тепла, а отдает приемнику Q_2, несколько меньшее, чем Q_1. Тогда разница $Q_1 - Q_2$ пойдет на нагрев рабочего тела. В результате теплового расширения рабочего тела давление в цилиндре будет возрастать, создавая силу, которая переместит поршень несколько вправо. При этом система совершит работу, которая с помощью механического устройства передается в окружающую среду. Таким образом, мы смоделировали работу теплового двигателя, с помощью которого тепло трансформируется в работу.

Термомеханическая система позволяет реализовать и обратную трансформацию. Представьте, что источник и приемник тепла первоначально были отключены ($Q_1 = Q_2 = 0$). Если с помощью механического устройства подвести к системе работу, так, чтобы поршень переместился влево, сжимая рабочее тело, то в результате взаимодействия внутренняя энергия и температура рабочего тела возрастут. Включим теперь приемник тепла и позволим рабочему телу охлаждаться до первоначальной температуры. Тогда рабочее тело отдаст приемнику Q_2 тепла, а его внутренняя энергия получит прежнее значение. Значит, нам удалось преобразовать подведенную работу в тепло.

Таким образом, термомеханическая система позволяет трансформировать тепло в работу (и наоборот).

Потенциалами такой системы являются $-p$ и T, а координатами, соответственно V и S. Первый закон термодинамики (формула (1.4)) в этом случае запишется так

$$dU = TdS - pdV. \qquad (1.5)$$

Или в сокращенной форме

$$dU = dQ - dL, \qquad (1.6)$$

где dQ и dL – обозначения тепла и работы за элементарный процесс взаимодействия.

Последняя формула позволяет легко понять и ту, известную из школьного курса физики, формулировку, которая утверждает невозможность вечного двигателя. Действительно, чтобы двигатель работал вечно, внутренняя энергия его рабочего тела не должна изменяться (т.е. у вечного двигателя $dU = 0$). Тогда видно, что не подводя тепла ($dQ = 0$), мы не получим и работы ($dL = 0 - 0 = 0$). Ту часть термодинамики, которая изучает процессы в термомеханических системах, называют технической термодинамикой, подчеркивая тем самым значение полученных в ней выводов и расчетных методик для очень многих технических устройств.

1.1.4 Внутренняя энергия газа

Энергию, заключенную в системе, ранее мы назвали внутренней и представляем ее как сумму всех видов энергии, которой обладают все частицы, заполняющие систему. Говоря о газах, хотя в определенной мере это приемлемо и для жидкостей, и для твердых тел, отметим, что величина U определяется кинетической энергией молекул $E_{\text{кин}}$ при их поступательном, вращательном и колебательном движениях, а также энергией межмолекулярного силового взаимодействия – потенциальной энергией молекул $E_{\text{пот}}$:

$$U = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}}.$$

Кинетическая энергия молекул зависит от средней скорости движения и массы молекул, которые пропорциональны, соответственно, макропараметрам T и p (температура и плотность) газа. Величина $E_{\text{пот}}$ зависит от среднего расстояния между молекулами и их массы; межмолекулярное расстояние при прочих равных условиях определяется давлением газа p. Поэтому можно записать

$$E_{\text{кин}} = f_1(T, \rho) \text{ и } E_{\text{пот}} = f_2(p, \rho),$$

и, следовательно,

$$U = f(p, \rho, T). \qquad (1.7)$$

Внутренняя энергия – величина аддитивная, при делении системы на части она разбивается пропорционально массам частей. Таким же свойством обладают и другие термодинамические величины (за исключением потенциалов). Поэтому термодинамический анализ принято проводить на единицу массы системы, при этом вводятся удельные величины: $u = U / m$, $q = Q / m$, $l = L / m$, $s = S / m$, $v = V / m$. Последнюю называют удельным объемом и рассматривают как один из параметров состояния системы. Отметим, что $\rho = 1 / v$. С учетом этого формулу (1.7) перепишем в виде

$$u = f(p, v, T)$$

и еще раз подчеркнем, что величина внутренней энергии определяется только значениями параметров состояния и родом рабочего тела. Она не зависит от того, каким путем было достигнуто это состояние. При совершении элементарно малого процесса внутренняя энергия будет изменяться на величину du в зависимости от изменений параметров p, v и T.

В термомеханической системе внутреннюю энергию можно обнаружить только в форме работы или тепла. В первом случае следует теплоизолировать систему, и дать ей возможность расширяться, помещая в среду с более низким давлением. Во втором случае нужно зафиксировать объем системы (тогда работа не сможет совершаться) и дать ей возможность охлаждаться. Тогда система отдаст более холодной среде некоторое количество тепла, равное изменению внутренней энергии. Приведенные рассуждения следуют из анализа формулы (1.6), т.е. из первого закона термодинамики.

Если совершить любой замкнутый процесс так, чтобы в итоге система, пройдя ряд промежуточных состояний, вернулась бы к первоначальному, то изменение внутренней энергии за такой процесс будет равно нулю, и интеграл от du будет равен нулю. Это доказывает, что du – полный дифференциал.

Рассмотрим теперь еще некоторые свойства внутренней энергии. Из первого закона термодинамики следует, что $u = f(s, v)$, ибо только в этом случае изменения s и v будут вызывать изменения u, как это показывает формула (1.5). В противном случае и ds, и dv равны нулю и вместо (1.5) получается $du = 0$, и это означало бы, что внутренняя энергия остается постоянной при наличии тепловых и механических взаимодействий – явное противоречие с физической сутью явлений.

Запишем выражение полного дифференциала u как функции двух переменных

$$du = d_v u + d_s u = \left(\frac{\partial u}{\partial s}\right)_v ds + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_s dv \qquad (1.8)$$

и сопоставим формулы (1.5) и (1.8), отмечая, что левые части их одинаковы, значит одинаковы и их правые части. Из этом следует, что

$$(\partial u / \partial s)_V = T, \qquad (1.9)$$

$$(\partial u / \partial v)_S = -p. \qquad (1.10)$$

Мы обнаружили, что частная производная и по одному из параметров дает значение сходственного параметра (пару потенциал-координата называют сходственными или сопряженными параметрами). Продифференцируем формулы (1.9) и (1.10) и проведем простейшие преобразования, привлекая известные понятия о теплоемкостях и термических коэффициентах:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial s^2}\right)_V = \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_V = \frac{T\, d_V T}{T\, d_V s} = T\frac{d_V T}{d_V q} = \frac{T}{c_v};$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial v^2}\right)_S = -\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_S = \frac{1}{-\frac{1}{v_0}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_S}\frac{1}{v_0} = \frac{1}{\beta_S}\frac{1}{v_0},$$

где c_v – удельная теплоемкость газа в процессах при v = const; v_0 – удельный объем газа при нормальных условиях; $\beta_S = -1/v_0\,(\partial v / \partial p)_S$ – коэффициент адиабатической сжимаемости. Выявилось еще одно свойство внутренней энергии: вторые частные производные этой функции определяют значения величин c_v и β_S.

Проведем теперь перекрестное дифференцирование формул (1.9) и (1.10), дифференцируя (1.9) по v, а (1.10) – по s:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial s\, \partial v} = \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_S, \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial v\, \partial s} = -\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v.$$

Левые части полученных выражений различаются только порядком дифференцирования и, следовательно, одинаковы. Значит равны между собой и правые их части. На основании этого получаем

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_S = -\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v \quad \text{или} \quad \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_v = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_S .$$

Нами получено одно из дифференциальных соотношений термодинамики (их называют соотношениями Максвелла), которое позволяет при термодинамическом анализе заменять производные энтропии на производные других параметров, легко измеряемых на практике.

1.1.5 Энтальпия, ее физический смысл

Ищите простоту и затем ставьте ее под сомнение
Э. Уайтхед

В

еличина внутренней энергии лишь приближенно характеризует работоспособность системы, ибо сюда не включается запас потенциальной или кинетической энергии, которыми может обладать рабочее тело на макроуровне. Представьте, для примера, что 10 кг газа в баллоне вместе с пассажирами самолета поднято на высоту 1000 м и перемещаются горизонтально со скоростью 100 м/с. Как и любая масса 10 кг, этот газ приобретает дополнительную потенциальную и кинетическую энергии, которые при определенных условиях могут быть трансформированы в механическую работу (эти условия додумайте сами и ужаснитесь!). Значит, работоспособность системы зависит еще и от тех условий, в которых она находится в окружающей среде, от обстоятельств, предшествующих проводимому анализу.

Ту часть энергии рабочего тела, которой оно обладает на макроуровне и которую можно получить от системы в форме работы, называют располагаемой работой $l_{\text{рас}}$. Сумму внутренней энергии и располагаемой работы называют энтальпией:

$$h = u + l_{\text{рас}} .$$

Чтобы шире раскрыть физический смысл энтальпии, определим ее величину для одного килограмма газа с параметрами p и T, заключенного в теплоизолированной системе с подвижным поршнем, нагруженным внешней силой F (см. рис. 1.6). Отметим, что эта сила, уравновешиваемая давлением газа p, действующим на поршень с поверхностью S, в рассматриваемом случае обладает запасом потенциальной энергии $e_{\text{пот}} = FH$ и этот запас может быть получен в форме механической работы. Действительно, если, открыв кран *3*, соединить цилиндр *1* с другим таким же цилиндром *2*, то поршень в последнем переместится вправо, совершая работу $l_{\text{рас}}$. Внутренняя энергия перетекающего газа остается неизменной, поскольку параметры газа не меняются.

Величину располагаемой работы определим очень просто. Выражая F через параметры системы ($F = pS$), получаем $l_{\text{рас}} = pSH$. В итоге величина энтальпии газа определится соотношением

$$h = u + pSH = u + pv , \qquad (1.11)$$

в котором произведение pv в общем случае отражает запас располагаемой работы одного килограмма газа.

Чтобы получить выражение первого закона термодинамики в записи через энтальпию, в правой части уравнения (1.5) прибавим и отнимем величину vdp и проведем простейшие преобразования:

$$du = Tds - pdv + vdp - vdp .$$

Отмечая, что сумма $pdv + vdp$ представляет собою дифференциал произведения $d(pv)$, запишем

$$du = Tds + vdp - d(pv) \quad \text{или} \quad d(u + pv) = Tds + vdp .$$

Учитывая формулу (1.11), получаем окончательно

$$dh = Tds + vdp . \qquad (1.12)$$

Формула (1.12) позволяет уяснить и более узкий физический смысл энтальпии. Обратим внимание: в процессах при $p = \text{const}$ $dp = 0$ и второе слагаемое формулы (1.12) обращается в нуль. Тогда можно го-

ворить, что энтальпия – это то количество тепла, которое подводилось (или отводилось) в процессах при p = cons$t$. Именно поэтому многие годы в отечественной технической литературе для этой величины применялся термин "теплосодержание".

Из полученного уравнения видно, что h – это функция двух параметров состояния s и p: $h = f(s, p)$. Запишем полный дифференциал этой функции

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p ds + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_S dp$$

и сопоставим полученное выражение с формулой (1.12). Рассуждения, аналогичные приведенным при знакомстве с внутренней энергией, позволяют записать два равенства

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p = T, \tag{1.13}$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_S = v. \tag{1.14}$$

Здесь мы опять обнаруживаем, что частные производные этой функции состояния по одному из параметров дают значения сходственных параметров. Повторным дифференцированием можно было бы обнаружить и другое свойство, аналогичное выявленному ранее. Проведем перекрестное дифференцирование формул (1.13) и (1.14):

$$\frac{\partial^2 h}{\partial s\,\partial p} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s, \quad \frac{\partial^2 h}{\partial p\,\partial s} = \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_p.$$

Отсюда после простейших преобразований вытекает еще одно дифференциальное соотношение термодинамики:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_p = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_s.$$

Функции состояния, характеризующие запас работоспособности системы и обладающие отмеченными выше свойствами (дифференцирование этих функций дает значение сходственных параметров, а повторное дифференцирование – значения теплоемкостей газа и термических коэффициентов) называют характеристическими функциями.

1.1.6 Другие характеристические функции. Эксергия

В

реальных условиях невозможно превратить в работу (или тепло) весь запас внутренней энергии рабочего тела. Действительно, и это мы показали ранее, можно трансформировать часть внутренней энергии в тепло, и делать это можно до тех пор, пока температура рабочего тела не понизится до температуры окружающей среды $T_{ср}$. Дальнейшие тепловые взаимодействия со средой становятся невозможными, так как отсутствует разница потенциалов. Однако и в таком состоянии рабочее тело может еще отдать часть внутренней энергии в форме работы, если дать ему возможность расширяться изотермически до тех пор, пока давление p не уменьшится до $p_{ср}$. Количество этой работы легко определить, если проинтегрировать (с учетом T = const) уравнение первого закона термодинамики (формула (1.5)):

$$\int_{u_0}^{u} du = \int_{S_0}^{S} T ds - \int_{1}^{2} p dv,$$

где u_0 и s_0 – внутренняя энергия и энтропия такого условного состояния газа, при котором u и s принимаются равными нулю ($u_0 = 0$ и $s_0 = 0$); u и s – текущие значения этих величин, соответствующие температуре T.

Учитывая, что $\int_1^2 p dv = l_{из}$, где $l_{из}$ – работа изотермического расширения, после интегрирования получаем

$$u|_0^u = T\ s|_0^s - l_{из} \quad \text{или} \quad u = Ts - l_{из}.$$

Последняя формула показывает, что при $T = T_{ср}$ только часть u трансформируется в работу. Определенная часть внутренней энергии, равная величине Ts, неизбежно остается в системе и не может быть использована. Эту часть называют связанной энергией. Величину $u - Ts$, характеризующую запас работоспособности в процессах при $T = T_{ср}$, называют свободной энергией (или энергией Гельмгольца):

$$f = u - Ts . \tag{1.15}$$

Сумму свободной энергии и располагаемой работы называют свободной энтальпией (или энергией Гиббса):

$$z = u - Ts + pv = h - Ts . \tag{1.16}$$

Эти калорические характеристики являются функциями состояния и точнее чем предыдущие определяют запас работоспособности системы.

Чтобы выразить первый закон термодинамики через f и z, поступим также, как и при анализе энтальпии, т.е. запишем формулу (1.5) и в правой ее части прибавим и отнимем одно и то же выражение так, чтобы получить значение полного дифференциала произведения двух величин. Математики такие действия называют преобразованием Лежандра:

$$du = Tds - pdv + sdT - sdT .$$

Поскольку $Tds + sdT = d(Ts)$, то $du = d(Ts) - sdT - pdv$ или $d(u - Ts) = \quad = -sdT - pdv$. С учетом определения (1.15), окончательно получаем

$$df = -sdT - pdv . \tag{1.17}$$

Аналогичные преобразования для z, но на основе формулы (1.12):

$$dh = Tds + vd + sdT - sdT ,$$

или $dh = d(Ts) - sdT + vdp$, или $d(h - Ts) = -sdT + vdp$ и окончательно

$$dz = -sdT + vdp . \tag{1.18}$$

Из формулы (1.17) следует, что $f = f(T, v)$. Тогда полный дифференциал этой функции будет

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)_T dv .$$

Сопоставляя правые части этой формулы и формулы (1.17) и учитывая одинаковость их левых частей, получаем

$$\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_v = -s ; \quad \left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)_T = -p ,$$

из чего видно, что f обладает одним из свойств характеристических функций. Дифференцирование полученных формул позволяет обнаружить и другое их свойство. Перекрестное дифференцирование дает третье соотношение Максвелла:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial T \partial v} = -\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T ; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial T} = -\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v ,$$

откуда

$$\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v .$$

Совершенно аналогичный анализ формулы (1.18) позволяет записать, что $z = f(T, p)$ и получить соотношения

$$\left(\frac{\partial z}{\partial T}\right)_p = -s \text{ и } \left(\frac{\partial z}{\partial p}\right)_T = v .$$

Повторное дифференцирование дает

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial T^2}\right)_p = -\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = \frac{d_P s}{d_P s}\frac{T}{T} = -\frac{1}{T}\frac{d_P q}{d_P T} = -\frac{c_P}{T},$$

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial p^2}\right)_T = \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = \frac{v_0}{v_0}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right) = -v_0\beta_t ,$$

где c_p – теплоемкость газа в процессах при p = const; β_t – коэффициент изотермической сжимаемости. Значит z обладает всеми свойствами характеристических функций.

Перекрестное дифференцирование позволяет получить еще одно дифференциальное соотношение термодинамики

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p .$$

Самопроизвольно, без затрат энергии система может охладиться только до температуры T_0 (обычно принимают T_0 = 277 К – температура на дне глубоких водоемов, неизменная ни зимой, ни летом). Количество связанной энергии при этом будет минимальным.

Величину свободной энтальпии $h - T_0 s$ в такой ситуации называют эксергией: $E = h - T_0 s$. Эксергия определяет максимальную работоспособность рабочего тела в реальных условиях, поскольку учитывает и запас располагаемой работы, и ту часть энергии, которую невозможно получить от газа (т.е. связанную энергию).

В заключение сопоставим характеристические функции по их величинам, отсчитанным от состояния, при котором они принимаются равными нулю (см. рис. 1.7).

Важные связи в аналитической форме легко получить, если в формулы $h = u + pv$, $f = u - Ts$, $z = h - Ts$, $z = u + pv - Ts$ вместо параметров v, p, s подставить их значения, выраженные через производные соответствующих функций:

$$h = u + p\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_S ;\ f = u + T\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_v ;\ z = h + T\left(\frac{\partial z}{\partial T}\right)_P ;\ z = u + p\left(\frac{\partial z}{\partial p}\right)_T + T\left(\frac{\partial z}{\partial T}\right)_P .$$

1.1.7 Равновесные и неравновесные процессы

Сила жизни в ее необратимости
Марона Арсанис

В

заимодействие системы со средой, в результате которого изменяются термодинамические (p, v, T) и калорические (s, u, h, f, z) параметры рабочего тела, называют термодинамическим процессом.

Если движущая сила процесса, определяемая разницей потенциалов $\overline{p}_н - \overline{p}_в$, очень мала (абстрактно рассуждая, ее принимают бесконечно малой), то процесс будет проходить вяло, медленно, малоинерционно. В каждом конкретном состоянии в течение такого процесса система будет оставаться практически однородной и равновесной. Она как бы проходит последовательно ряд следующих друг за другом равновесных состояний, отличающихся бесконечно малыми изменениями параметров. Такие абстрактные, длящиеся бесконечно долго, процессы принято называть квазистатическими или, чаще, равновесными, несмотря на противоречивость такого термина. Естественной особенностью равновесных процессов является то, что здесь не проявляется внутреннее сопротивление системы, изменения в ней происходят без внутреннего трения, подведенную к системе энергию можно полностью получить в ее первоначаль-

ном качестве. Если изменить знак разницы потенциалов, то такой процесс пойдет в обратном направлении, и рабочее тело будет проходить через все те же самые состояния, через которые оно проходило в прямом процессе и без остаточных изменений в окружающей среде. Поэтому равновесные процессы называют еще обратимыми, отмечая этим одно из важных их свойств. Практика показала, что равновесные процессы являются достаточно точными моделями почти всех реальных процессов.

Все реальные процессы протекают при некоторой конечной разности потенциалов $\overline{p}_{\text{н}} - \overline{p}_{\text{в}}$, соизмеримой с величинами действующих потенциалов. Естественно, что процессы при этом протекают бурно, быстро, интенсивно. Это вызывает нарушение однородности системы, возникновение внутренних взаимодействий между отдельными частями системы, что связано с преодолением внутреннего сопротивления в форме внутреннего трения, а при отсутствии механических перемещений – в других, специфических формах. В такой ситуации часть подводимой или внутренней энергии затрачивается (но не теряется!) на преодоление сопротивления. Эта часть энергии теряет свое качество и уже не может быть получена от рабочего тела в прежнем виде. В каждый конкретный момент времени при этом отсутствует равновесие между системой и средой, поэтому такие процессы называют неравновесными. Неравновесные процессы необратимы – при изменении знака $\Delta\overline{p}$ процесс идет в обратном направлении, но совершенно через другие состояния и стадии, при этом вновь проявляется действие внутреннего сопротивления.

Чтобы наглядно представить протекание и особенности равновесных и неравновесных процессов, поместим в теплоизолированный цилиндр с подвижным поршнем один килограмм газа с параметрами p и T. В первом случае будем нагружать поршень, кладя на него по малой частице груза – по песчинке (см. рис. 1.8). Добавив очередную песчинку, мы практически не обнаружим никаких изменений в системе, поскольку последующее состояние будет отличаться от предыдущем бесконечно мало. Однако, набравшись терпения и нагрузив на поршень достаточное количество песчинок, мы обнаружим, что поршень переместился вниз, а температура и давление возросли и рабочее тело из состояния 1 перешло в состояние 2. Если после этого снимать тоже по одной песчинке, то поршень начнет перемещаться вверх, величины p и T будут уменьшаться. Когда число песчинок на поршне снова станет равно n, то p и T газа будут такими же, какими они были при этом же числе песчинок в прямом процессе, поскольку внутреннее трение в таких процессах отсутствует.

В другом случае на тот же поршень будем накладывать достаточно большие грузы – целые камни! Когда мы положим на поршень очередной камень (см. рис. 1.9), то поршень резко переместится вниз. При этом вблизи поршня возникает зона уплотнения, давление в которой будет выше, чем в других местах. Такое нарушение однородности вызывает импульс давления, который начинает распространяться вниз, отражаться от днища цилиндра и направляться вверх, отражаться там и снова двигаться вниз. Возникшие колебания будут продолжаться до тех пор, пока за счет внутреннего трения полностью не сгладятся, и не установится новое равновесие между системой и средой. В течение неравновесного процесса из-за неоднородности системы нельзя однозначно определить значения параметров газа, поэтому процесс 1-2 изображают лишь условно. Если изменить знак Δp (резко снимать камни), то процесс пойдет в обратном направлении, но будет протекать по другому пути, поскольку часть энергии, подведенной при нагружении поршня, трансформировалась в тепло (работа трения всегда трансформируется в тепло), а полная трансформация этого тепла в работу при обратном процессе невозможна.

1.1.8 Принцип возрастания энтропии. Второй закон термодинамики

О, боже! Се твои законы,
Твой взор миры творит, блюдет

Г. Р. Державин

У

же отмечалось, что работа трения, сопровождающая неравновесные процессы, всегда трансформируется в тепло, что во время таких процессов в системе как бы возникает внутренний источник тепла. Это приводит к увеличению энтропии рабочего тела и при отсутствии внешнего теплоподвода. Возрастание энтропии при неравновесных процессах наблюдается и в тех случаях, когда механические взаимодействия, а значит и обычное трение, отсутствуют.

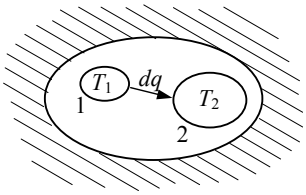


Рис. 1.10 Неравновесный теплообмен между телами

Чтобы убедиться в этом, рассмотрим процесс неравновесного теплообмена между двумя телами 1 и 2, помещенными в теплоизолированную систему (см. рис. 1.10). Пусть тело 1 имеет температуру T_1, а тело 2 – температуру T_2 ($T_1 > T_2$). Тогда между телами возникнет неравновесный теплообмен и первое тело отдаст, а второе тело получит некоторое количество тепла dq. Энтропия первого тела уменьшится на величину ds_1 ($ds_1 < 0$), а энтропия второго тела увеличится на ds_2 ($ds_2 > 0$). Запишем выражения, определяющие величину dq, и сложим их правые и левые части:

- для первого тела $-dq = T_1 ds_1$;
- для второго тела $dq = T_2 ds_2$;

$$0 = T_1\, ds_1 + T_2\, ds_2 ,$$

откуда находим соотношение

$$|ds_2| = (T_1/T_2)\, |ds_1|.$$

Поскольку $T_1 / T_2 > 1$, то получается, что

$$|ds_2| > |ds_1|.$$

Изменение энтропии всей системы равно сумме этих энтропий

$$ds = ds_1 + ds_2 .$$

Учитывая знаки ds_1 и ds_2 и предыдущее неравенство, приходим к заключению, что

$$ds > 0.$$

Этот принцип, установленный М. Планком, согласно которому при любых неравновесных процессах энтропия изолированной системы возрастает, составляет одну из самых корректных формулировок второго закона термодинамики. В неравновесных процессах с теплообменом изменение энтропии не адекватно подведенному (или отведенному) теплу и

$$Tds > dq ,$$

в то время как для равновесных процессов всегда $Tds = dq$. Выделенные неравенства часто называют аналитическими выражениями второго закона термодинамики.

Вполне естественно, что, отражая качественную сторону процессов трансформации энергии, этот закон имеет несколько формулировок, отличающихся более узкой или более широкой трактовкой. Можно сформулировать его и так: все реальные процессы сопровождаются преодолением внутреннего сопротивления системы и это приводит к деградации части энергии, связанной с переходом ее на более низкий потенциальный уровень, что сопровождается неизбежным ростом энтропии.

Еще более широко трактуется этот закон Больцманом: природа стремится от состояний менее вероятных к состояниям более вероятным, вероятность обратных процессов ничтожна. Такая трактовка подчеркивает относительный характер второго закона термодинамики, позволяя преодолеть некоторые тупиковые заключения, например, о тепловой смерти Вселенной, сделанные нашей наукой в процессе ее становления.

1.1.9 Уравнение состояния, критерий устойчивости

И

звестно, что вещество может находиться в одном из четырех фазовых состояний: твердое, жидкое, газообразное и плазма, и это определяется значениями параметров состояния. Но и в пределах одной фазы состояние и даже свойства вещества могут существенно отличаться, если различны параметры состояния.

Каждому состоянию соответствуют определенные значения характеристических функций, например $u = f(p, v, T)$. Ссылаясь на свойство этих функций, можно утверждать, что существует определенная однозначная связь между отдельными параметрами состояния. Действительно, ранее было показано, что

$T = (\partial u/\partial s)_v$. Если подставить сюда вместо u ее значение, выраженное через параметры состояния, то получим

$$T = \frac{\partial}{\partial s} f_1(p, v, T) = f_2(p, v, s).$$

Однозначную связь между потенциалами и координатами состояния называют уравнениями состояния:

$$\bar{p}_i = f_i(\bar{x}_i), \quad i = 1, 2, \ldots, k.$$

Для термомеханической системы эти функциональные зависимости принимают вид $T = f_3(v, s)$ и $p = f_4(v, s)$. Обычно энтропию s, поскольку она не измеряется на опыте, исключают из рассмотрения: $s = f_5(T, v)$, $p = f_6(v, T)$ и уравнение состояния в общем виде записывают так:

$$f(p, v, T) = 0.$$

Исследованием свойств газов и разработкой уравнений состояния занимается физика. В общем случае это весьма сложная и трудоемкая задача, о чем подробнее будет сказано ниже. Только для идеального газа (такие состояния газа, при которых можно пренебрегать силами взаимодействия между молекулами и объемом самих молекул) уравнение состояния, которое называют обычно уравнением Клапейрона, принимает простой вид

$$pv = RT, \tag{1.19}$$

где R – газовая постоянная, своя для каждого конкретного газа, $R = 8314 / \mu$, Дж/кг · К; μ – молекулярная масса газа, кг/моль.

Термодинамика формулирует специальный критерий для оценки правильности получаемых уравнений состояния. Известно, что системы могут обладать свойством устойчивости или неустойчивости (для примера см. рис. 1.11). Устойчивыми называют такие системы, случайное изменение состояния которых вызывает процесс, направленный на восстановление начального состояния.



Рис. 1.11 Устойчивая и

Термодинамическая система обладает свойством устойчивости, ибо всегда стремится к однородному и равновесному состоянию (вспомним нулевое правило). Особое свойство устойчивых систем выявим на знакомом примере с пружиной, нагруженной внешней силой (см. рис. 1.2). Такая система устойчива. Если случайное воздействие будет $dF_н$, то координата изменится на dx, а при прекращении воздействия пружина вернется в исходное состояние. Если воздействие будет $-dF_н$, то и координата изменится на $-dx$. Обнаруживается, что в любом случае $dF / dx > 0$. На многих других примерах можно убедиться, что у устойчивых систем

$$d\bar{p}_i / d\bar{x}_i > 0.$$

Для термомеханической системы ($\bar{p} = -p$ и $\bar{x} = v$) получаем следующие критерии

$$(\partial p/\partial v)_S < 0 \quad \text{и} \quad (\partial T/\partial S)_v > 0.$$

Легко убедиться, что уравнение Клапейрона удовлетворяет этому соотношению. Из формулы $pv = RT$ выразим $p = RT / v$ и продифференцируем это выражение по v, все остальные параметры принимая за постоянные величины

$$\frac{\partial p}{\partial v} = RT \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{v}\right) = -\frac{RT}{v^2}.$$

Значения R, T и v не бывают отрицательным и, значит, $\partial p / \partial v < 0$.

1.1.10 Графический метод в термодинамике

Везде передо мной подвижные картины
А. С. Пушкин

Как и в других инженерных дисциплинах, в термодинамике очень широко используются различные графические представления и зависимости, и это облегчает и упрощает понимание и решение многих важных для практики задач.

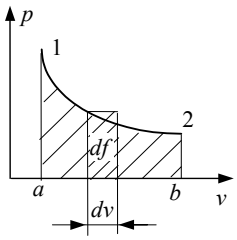
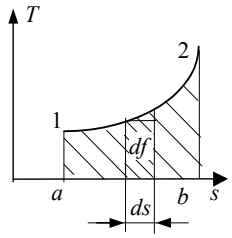


Рис. 1.13

Уравнение $F(p, v, T)$ графически интерпретируется некоторой поверхностью в системе координат p, v, T (см. рис. 1.12). Ее называют термодинамической поверхностью данного вещества. Любая точка на этой поверхности соответствует некоторому состоянию (параметры p, v и T однозначно определены), а любая линия – процессу. Однако использовать трехмерную систему координат для графических отображений и построений очень неудобно, поэтому на практике чаще всего используются плоские системы координат p–v, T–s и p–t.



Рассмотрим сначала p–v диаграмму. Здесь, как и прежде, любая точка соответствует некоторому состоянию (величины p и v определены, величину T следует рассчитать, используя уравнение состояния), а любая линия – некоторому термодинамическому процессу. При этом, если процесс идет слева направо, т.е. с увеличением объема системы, то это процесс расширения и система совершает работу над средой ($l > 0$). Если же процесс идет справа налево, т.е. сопровождается уменьшением объема, то это процесс сжатия и работа совершается над системой ($l < 0$) (см. рис. 1.13).

С помощью p–v диаграммы легко определить не только характер процесса, но и количество работы *1*. Действительно, работа за элементарно малый процесс $dl = pdv$ графически отражается выделенной на рис. 1.13 площадкой df.

Работа всего процесса определится так:

$$l = \int_1^2 p\,dv = \sum_{i=1}^{n} df_i = F_{a12b}\,.$$

Аналогичным свойством обладает и другая диаграмма с координатами T–s (см. рис. 1.14). Здесь, если процесс идет слева направо ($ds > 0$), то это процесс с подводом тепла к рабочему телу, если направление процесса противоположное, то это процесс с отводом тепла от системы.

Количество тепла за процесс определяется интегрированием

$$q = \int_2^1 T ds\,.$$

Произведение Tds равно площадке df на рис. 1.14, а интеграл – сумме таких площадок, т.е., как и прежде, площади под кривой, изображающей процесс: $q = F_{a12b}$.

Диаграмма p–t обычно применяется для отображения фазовых состояний и переходов различных веществ.

1.1.11 Теплоемкости газов

П

оскольку определить количество тепла через энтропию s на практике невозможно, то исторически сложилось так, что его определяют пропорционально изменению температуры за процесс $dq = c\,dT$, где коэффициент пропорциональности c и называют теплоемкостью. Более точно удельной теплоемкостью называют количество тепла, которое необходимо подвести к единице количества вещества, чтобы нагреть ее на один градус. Количество вещества можно выразить в килограммах, нормальных кубометрах ($нм^3$) или киломолях, поэтому различают массовую, объемную и мольную теплоемкости. Теплоемкость

элементарно малого процесса называют истиной. Для некоторого конечного процесса определяется средняя за процесс теплоемкость

$$c_m\Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{Q_{1-2}}{m(T_2 - T_1)}.$$

Для газов величины dq или Q зависят от особенностей протекающих процессов, а значит и величины c и c_m для каждого из процессов будут своими. Наиболее простыми процессами являются процессы при v = const или p = const. Теплоемкости газов в таких процессах исследованы экспериментально и их называют соответственно изохорной c_v и изобарной c_p теплоемкостями. В первом приближении c_v и c_p – величины постоянные. Если говорить о более точных измерениях, то опыты показали, что величины теплоемкостей несколько увеличиваются с ростом температуры (см. рис. 1.15). Наибольшую точность обеспечивает квадратичная аппроксимационная формула

$$c = a + bt + dt^2,$$

но обычно ограничиваются линейной зависимостью $c = a + bt$.

Первый закон термодинамики, если учесть, что $dq = c\,dT$, можно записать теперь по другому:

$$du = c\,dT - p\,dv. \qquad (1.20)$$

Отсюда видно, что $u = f(T, v)$. Запишем выражение полного дифференциала для этой функции двух переменных

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv. \qquad (1.21)$$

В процессах при v = const формулы (1.20) и (1.21) принимают вид

$$d_p u = c_v\, d_v T \;;\quad d_v u = (\partial u / \partial T)_v\, d_v T,$$

и сопоставление их позволяет записать, что $c_v = (\partial u/\partial T)_v$.

Аналогичный анализ уравнения первого закона термодинамики, записанного через энтальпию, позволяет расширить физический смысл теплоемкости c_p, записав, что $c_p = (\partial h/\partial T)_p$.

Приравниваем правые части формул (1.20) и (1.21) (с учетом полученного выше значения производной) и выразим величину c:

$$c = c_v + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T + p\right]\frac{dv}{dT}. \qquad (1.22)$$

Значение производной $(\partial u/\partial v)_T$ найдем, записав первый закон термодинамики (формулу (1.5)) для процесса при T = const (при этом все дифференциалы станут частными):

$$d_T u = T\,d_T s - p\,d_T v,$$

откуда

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T - p.$$

Если в последней формуле производную $(\partial s/dv)_T$ заменим по дифференциальному соотношению величиной $(\partial p/\partial T)_v$, то получим

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p.$$

Подставим теперь это значение в формулу (1.22) и после простейших преобразований получим важную формулу, которая позволяет определить теплоемкость любого процесса через табличную теплоемкость c_v, характеристики газа (производная $(\partial p/\partial T)_v$) и особенности процесса (производная dv/dT):

$$c = c_v + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \frac{dv}{dT}. \qquad (1.23)$$

Для процесса при p = const, например, эта формула принимает вид

$$c_p = c_v + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p.$$

1.1.12 Уравнение Майера и другие свойства идеального газа

Многие великие истины были вначале кощунством
Б. Шоу

В

ыражая значения p и v из уравнения состояния идеального газа и дифференцируя эти выражения, найдем значения производных, входящих в предыдущую формулу:

$$p = \frac{RT}{v};\ \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v}\cdot 1;\quad v = \frac{RT}{p};\ \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{p}\cdot 1.$$

Подставляя в нее полученные значения, находим

$$c_p = c_v + T(R/v)(R/p) = c_v + R.$$

Связь между c_p и c_v для идеального газа и называют уравнением Майера, отмечая тем самым большой вклад этого ученого в развитие термодинамики.

Покажем далее, что внутренняя энергия (как и другие характеристические функции) идеального газа зависит только от температуры. Ранее мы показали, что

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v - p \ \text{ и } \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v}.$$

Значит $(\partial u/\partial v)_T = T(R/v) - p = 0$, т.е. u не зависит от v. Далее, записав

$$\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial u}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = 0\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = 0,$$

убеждаемся, что u не зависит и от p, поскольку $(\partial v/\partial p)_T$ не равно бесконечности.

Таким образом мы убеждаемся, что $u = f(T)$.

Формула (1.21) с учетом равенства нулю производной $(\partial u/\partial T)_v$ для идеального газа дает простое соотношение

$$du = c_v\,dT.$$

Мы показали, что $c_v = (\partial u/\partial T)_v$, а с учетом зависимости $u = f(T)$ это дает $c_v = f(T)$, т.е. теплоемкость c_v идеального газа зависит тоже только от температуры и не зависит от других параметров.

Аналогичный анализ, проводимый с уравнением первого закона термодинамики, записанным через h (формула (1.12)), позволяет получить зависимости:

$$h = f(T);\quad c_p = f(T);\quad dh = c_p\,dT.$$

1.1.13 Формулы для вычисления энтропии

В

о многих случаях исключать энтропию s из рассмотрения нецелесообразно. Поэтому следует научиться рассчитывать изменение энтропии за процесс и энтропию любого состояния газа.

Запишем формулы для расчета dq:

$$dq = T\,ds\,,\ \ dq = c\,dT\,,$$

откуда найдем, приравнивая правые части, $ds = c\,dT\,/\,T$. Подставим сюда значение c по формуле (1.23):

$$ds = \left[c_v + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \frac{dv}{dT} \right] \frac{dT}{T} = c_v \frac{dT}{T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv\,.$$

Чтобы найти изменение энтропии за некоторый процесс 1-2, следует проинтегрировать полученное выражение от начала до конца процесса

$$S_2 - S_1 = \int_н^к c_v \frac{dT}{T} + \int_н^к \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv\,.$$

Но, чтобы выполнить такое интегрирование, в общем случае нужно знать зависимость $c_v = f\,(T,\ v)$ и уметь определять значение частной производной $(\partial u/\partial T)_\text{v}$ для данного газа. Обычно, это весьма сложные зависимости и интеграл в квадратурах определить невозможно. Его находят, прибегая к численному интегрированию и привлекая сведения о теплоемкости и термических коэффициентах, полученные экспериментально.

Указанные трудности преодолеваются, когда речь идет об идеальном газе, так как в этом случае $c_v = f\,(T)$ и $(\partial p/\partial T)_v = R/v$. Тогда

$$S_2 - S_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v \frac{dT}{T} + \int_{v_1}^{v_2} R\frac{dv}{v} = c_{vm}\Big|_{t_1}^{t_2} \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{v_2}{v_1}\,. \qquad (1.24)$$

Чаще всего за $s_0 = 0$ принимается энтропия состояния, соответствующего нормальным физическим условиям: $T_0 = 273$ К, $p_0 = 1{,}012\cdot 10^5$ Па. Если теперь интегрирование проводить от состояния с параметрами T_0, v_0 и s_0 до некоторого текущего состояния с параметрами T, v и s, то получим формулу для расчета условного абсолютною значения энтропии

$$S = c_{vm}\Big|_0^t \ln T\Big|_{T_0}^{T} + R\ln v\Big|_{v_0}^{v} = c_{vm}\Big|_0^t \ln\frac{T}{T_0} + R\ln\frac{v}{v_0}\,.$$

Если в формуле (1.24) отношения T_2/T_1 и v_2/v_1 последовательно заменить величинами, найденными с помощью уравнения состояния

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{R}\frac{R}{p_1 v_1} = \frac{p_2}{p_1}\frac{v_2}{v_1}\,,\ \ \frac{v_2}{v_1} = \frac{RT_2}{p_2}\frac{p_1}{RT_1} = \frac{p_1}{p_2}\frac{T_2}{T_1}\,,$$

то получим еще две формулы, справедливые для любых процессов с идеальным газом

$$\Delta s = c_{vm}\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\frac{v_2}{v_1}\right) + R\ln\frac{v_2}{v_1} = c_{vm}\ln\frac{p_2}{p_1} + c_{vm}\ln\frac{v_2}{v_1} + R\ln\frac{v_2}{v_1} =$$

$$= c_{vm}\ln\frac{p_2}{p_1} + (c_{vm}+R)\ln\frac{v_2}{v_1} = c_{vm}\ln\frac{p_2}{p_1} + c_{pm}\ln\frac{v_2}{v_1},$$

$$\Delta s = c_{vm}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\frac{T_2}{T_1}\right) = c_{vm}\ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{p_1}{p_2} + R\ln\frac{T_2}{T_1} =$$

$$= (c_{vm}+R)\ln\frac{T_2}{T_1} - R\ln\frac{p_2}{p_1} = c_{pm}\ln\frac{T_2}{T_1} - R\ln\frac{p_2}{p_1}.$$

1.2 ИДЕАЛЬНЫЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ И ЦИКЛЫ

1.2.1 Политропные процессы

И тут все поняли, что это настоящая принцесса

Г. Х. Андерсен

*П*олитропными называют процессы, которые протекают в соответствии с уравнением

$$pv^n = \text{const},$$

где n – показатель политропы ($-\infty < n < \infty$), который определяется на основании сведений о параметрах в начале и конце процесса, полученных непосредственными измерениями. Величина n в течение каждого конкретного процесса остается постоянной. Для идеального газа $p = RT/v$ и $v = RT/p$. Подставляя эти значения в предыдущую формулу, после простейших алгебраических преобразований получаем еще две формы уравнения политропы:

$$\frac{RT}{v}v^n = \text{const} \rightarrow Tv^{n-1} = \text{const};\ p\left(\frac{RT}{p}\right)^n \rightarrow p^{1-n}T^n = \text{const}.$$

В логарифмической метаморфозе уравнение политропы $pv^n = \text{const}$ представляет собою прямую линию. Действительно, после логарифмирования получаем $\ln p + n\ln v = \ln\text{const}$, или, вводя новые переменные $X = \ln v$ и $Y = \ln p$, приходим к линейной зависимости $Y + nX = \text{const}$. На рис. 1.16 показано протекание политропного процесса в координатах $\ln p$ и $\ln v$. Угловой коэффициент этой прямой и выражает собой величину показателя политропы n. Уравнение политропы справедливо для любого состояния в течение процесса, включая точки начала и конца процесса. Поэтому можно записать $p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$, откуда находим формулу для расчета n:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^n,\quad \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = n\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \rightarrow n = \frac{\ln\frac{p_1}{p_2}}{\ln\frac{v_2}{v_1}}.$$

Аналогичным образом можно получить формулы для расчета n и из двух других уравнений политропы.

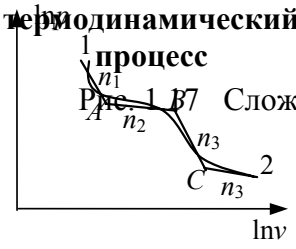


Рис. 1.17 Сложный термодинамический процесс

Особую важность и значимость политропные процессы имеют потому, что с их помощью можно описать и рассчитать любой сколь угодно сложный термодинамический процесс, заменяя его рядом последовательных политропных процессов. На рис. 1.17 в логарифмических координатах изображен сложный термодинамический процесс, который представляется некоторой кривой линией. Любую кривую можно аппроксимировать некоторой ломаной, состоящей из отрезков прямых. Но каждый такой отрезок изображает один из политропных процессов со своим показателем политропы. Научившись рассчитывать характеристики политропного процесса, мы тем самым получим инструментарий для расчета сложных процессов. В нашем примере можно записать

$$l_{1-2} = l_{1-A} + l_{A-B} + l_{B-C} + l_{C-2}\,.$$

Получим теперь формулу для расчета работы за процесс, интегрируя выражение для элементарной работы

$$l_{1-2} = \int_1^2 dl = \int_1^2 p\,dv\,.$$

Чтобы проинтегрировать это выражение, заменим параметр p, выразив его через v из уравнения политропы $p = \text{const} / v^n$, где величину константы можно определить через параметры начала и конца процесса $p_1 v_1{}^n = \text{const}$ или $p_2 v_2{}^n = \text{const}$. Подстановка значения p в подынтегральное выражение приводит нас к простому степенному интегралу. Выполняем интегрирование и простейшие преобразования

$$l_{1-2} = \int_{v_1}^{v_2} \frac{\text{const}}{v^n}\,dv = \text{const}\int_{v_1}^{v_2} v^{-n}\,dv = \text{const}\,\frac{1}{-n+1}\,v^{-n+1}\Big|_{v_1}^{v_2} =$$

$$= \frac{1}{-n+1}\,(\text{const}\,v_2^{-n+1} - \text{const}\,v_1^{-n+1}) = \frac{1}{-n+1}\,(p_2 v_2^n v_2^{-n+1} - p_1 v_1^n v_1^{-n+1}) =$$

$$= \frac{1}{n-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

Заменяя произведения p_1v_1 и p_2v_2 выражениями RT_1 и RT_2, соответственно, получим еще одну простую формулу

$$l_{1-2} = \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2)\,.$$

Тепло за процесс определяем, интегрируя выражение для элементарно малого количества тепла, записанное через теплоемкость

$$q_{1-2} = \int_1^2 c_{\text{пол}}\,dT\,,$$

где $c_{\text{пол}}$ – теплоемкость исследуемого политропного процесса. Чтобы найти эту величину, запишем формулу (1.23) для политропного процесса, учитывая, что при этом производная dv/dT станет частной

$$c_{\text{пол}} = c_v + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\text{пол}}\,. \qquad (1.25)$$

Частную производную $(\partial p/\partial T)_v$ для идеального газа мы уже находили, она равна R/v. Чтобы найти частную производную $(\partial v/\partial T)_{\text{пол}}$, прологарифмируем, а затем продифференцируем уравнение политропы, связывающее параметры v и T:

$$Tv^{n-1} = \text{const}\;;\;\; \ln T + (n-1)\ln v = \ln\text{const} \to \frac{d_{\text{пол}}T}{T} + (n-1)\frac{d_{\text{пол}}v}{v} = 0\,.$$

Из последней формулы находим

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{\text{пол}} = -\frac{v}{T}\,\frac{1}{n-1}\,,$$

и, подставляя эти выражения в формулу (1.25), получаем

$$c_{\text{пол}} = c_v + T\frac{R}{v}\left(-\frac{v}{T}\,\frac{1}{n-1}\right) = c_v - \frac{R}{n-1} = c_v - \frac{c_p - c_v}{n-1} = c_v\,\frac{n-k}{n-1}\,, \qquad (1.26)$$

где $k = c_p / c_v$ – показатель адиабаты данного газа.

Из полученной формулы видно, что в каждом конкретном процессе (значение n имеет некоторую конкретную величину) величина $c_{\text{пол}}$ зависит только от свойств газа и в течение процесса остается постоянной. Политропный процесс – это процесс, в котором теплоемкость постоянна, и часто это его свойство и кладется в основу его определения. На рис. 1.18 приведена зависимость величины $c_{\text{пол}}$ от показателя политропы n, построенная на основании формулы (1.26). Отметим, что при $n = 0$ $c_{\text{пол}} = c_p$, при $n = \infty$ $c_{\text{пол}} = c_v$, а при $n = 1$ функция имеет разрыв и величина $c_{\text{пол}}$ стремится к $\pm\infty$.

Теперь нетрудно и проинтегрировать выражение $c_{\text{пол}}\,dT$, чтобы получить формулу для расчета тепла за процесс

$$q_{1-2} = \int_{T_1}^{T_2} c_{\text{пол}} dT = c_{\text{пол}}(T_2 - T_1) = c_v \frac{n-k}{n-1}(T_2 - T_1).$$

Для расчета изменений внутренней энергии, энтальпии и энтропии за процесс используем полученные ранее формулы, справедливые для любых процессов с идеальным газом:

$$\Delta u = c_{vm}(T_2 - T_1);\ \Delta h = c_{pm}(T_2 - T_1);\ \Delta s = c_{vm}\ln\frac{p_2}{p_1} + c_{pm}\ln\frac{v_2}{v_1}.$$

1.2.2 Анализ политропных процессов

П

окажем сначала, что все простые процессы, которые изучались в курсе физики (изобарный, изохорный, изотермический и адиабатический) являются частными случаями политропного процесса. Действительно, при $n = 0$ из формулы $pv^n = \text{const}$ получаем $pv^0 = \text{const}$ или $p = \text{const}$, т.е. уравнение изобарного процесса. При $n = 1$ получаем $pv = \text{const}$ или $RT = \text{const}$, откуда следует, что $T = \text{const}$. Если значению n придать величину k, то получаем уравнение адиабаты $pv^k = \text{const}$. При $n = \pm\infty$ получаем уравнение изохоры, если представим предварительно формулу $pv^n = \text{const}$ в виде $p^{1/n}v = \text{const}_1$, $p^0 v = \text{const}_1$, $v = \text{const}_1$.

Указанная особенность всех частных процессов позволяет рекомендовать для расчета l, q, Δu, Δh, Δs те же формулы, которые были получены нами в предыдущем параграфе. Исключение составляет изотермический процесс, для которого формулы для l и q дают неопределенность. Учитывая, что при $T = \text{const}$ $\Delta u_T = 0$ и $\Delta s_T = R\ln(v_2/v_1)$, находим $l_T = q_T = T\Delta s_T$.

Изобразим все частные термодинамические процессы на p–v и T–s диаграммах (см. рис. 1.19).

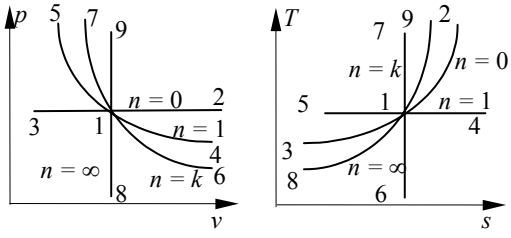


Рис. 1.19 Политропные процессы

Графически уравнение $pv^n = \text{const}$ на p–v координатах в общем случае изображается в виде неравнобокой гиперболы, проходящей тем круче, чем больше значение n. В частных случаях эта гипербола может вырождаться в прямую линию.

Изобара ($n = 0$) на p–v диаграмме изобразится отрезком горизонтальной прямой. При этом возможны процессы с увеличением объема (процесс 1–2) или с его уменьшением (процесс 1–3). Чтобы понять, как изобразится изобара на T–s координатах, найдем вид функции $T = f(s)$, воспользовавшись одной из формул для расчета энтропии

$$s = c_{pm}\ln\frac{T}{T_0} - R\ln\frac{p}{p_0}.$$

Для изобары при $p = p_0$ получаем $s = c_{pm}\ln\frac{T}{T_0}$ или $\frac{s}{c_{pm}} = \ln\frac{T}{T_0}$ и после потенцирования находим $\exp(s/c_{pm}) = T/T_0$, откуда $T = T_0\exp(s/c_{pm})$.

Последняя формула свидетельствует, что изобара на T–s координатах представляет собой отрезок экспоненты. В процессе 1–2 увеличивается объем газа, значит растет и температура (это следует из отношения $T_1/v_1 = T_2/v_2$, которое легко получается из формулы $Tv^{n-1} = \text{const}$ при $n = 0$ и которое называют законом Гей-Люсака). В процессе 1–3 температура наоборот, уменьшается.

Изотермический процесс в p–v координатах изобразится равнобокой гиперболой (процессы 1–4 и 1–5), а на T–s диаграмме – отрезком горизонтальной прямой. В процессе 1–4 $l > 0$. Поскольку при этом внутренняя энергия газа не меняется ($\Delta u = c_{vm}\Delta T = 0$), то из первого закона термодинамики следует, что $d_T q = d_T l$, т.е. в процессе 1–4 $q > 0$ и значит это процесс с увеличением энтропии, идущий слева направо. Процесс 1–5 идет в противоположном направлении.

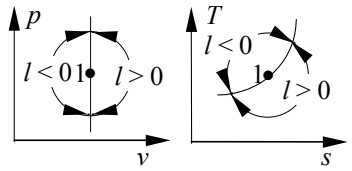
В адиабатных процессах, идущих без теплообмена с окружающей средой, энтропия газа не меняется, и на T–s координатах этот процесс изображается отрезком вертикальной прямой. На p–v диаграмме этот процесс изображается неравнобокой гиперболой, проходящей несколько круче, чем изотерма ($n = 1{,}0$). Из первого закона термодинамики для этого процесса получаем соотношение $\Delta u = -l$. В процессе 1–6 $l > 0$, значит $\Delta u < 0$ и температура газа уменьшается. Процесс сжатия 1–7, наоборот, протекает с увеличением T.

На *p–v* координатах изохора представляет собой отрезок вертикали. Можно доказать, что на *T–s* диаграмме она представляет собой тоже отрезок экспоненты, проходящей несколько круче, чем изобара. В процессе 1–8 давление газа уменьшается. Из соотношения $p_1/T_1 = p_2/T_2$, которое вытекает из объединенного закона газовых состояний $pv/T =$ = const, следует, что в этом процессе уменьшается и температура. Процесс 1–9 идет, наоборот, с подводом тепла и увеличением температуры.

В результате проведенных построений *p–v* и *T–s* диаграммы разбились на отдельные зоны, что позволяет достаточно просто изображать процессы с некоторыми промежуточными значениями *n*. Например, процесс расширения с показателем политропы *n* = 0,5 будет на обоих диаграммах проходить в зоне между процессами 1–2 и 1–4.

Сопоставление расположения кривых на обоих диаграммах позволяет сделать ряд заключений:

1 Все множество политропных процессов можно разделить на две группы – правее и ниже начальной изохоры (изохоры, проведенной через точку 1 начала процесса) проходят процессы с совершением работы, левее и выше – процессы, в которых работа подводится к рабочему телу. Это называют обычно правилом изохоры и графически отображают так, как показано на рис. 1.20. В подтверждение названного правила, заметим, что процессы 1–2, 1–4, 1–6 (см. рис. 1.19) идут с совершением работы, что определяется свойством *p–v* диаграммы. Все указанные процессы на *T–s* координатах проходят действительно правее и ниже начальной изохоры 8–1–9.



2 С точки зрения изменения давления газа все политропные процессы можно разбить на две группы: те из них, которые протекают левее и выше начальной изобары, сопровождаются повышением давления, а процессы, проходящие правее и ниже – сопровождаются уменьшением давления газа, что и составляет правило изобары.

3 Можно выделить другие две группы политропных процессов – правее и выше начальной адиабаты протекают процессы с подводом тепла, а левее и ниже – с отводом тепла от рабочего тела, в чем и состоит правило адиабаты. Действительно, процессы 1–9, 1–2, 1–4, как это следует из свойств *T–s* диаграммы, протекают с подводом тепла. Все они на *p–v* координатах проходят действительно правее и выше начальной адиабаты 7–1–6.

4 Правило изотермы звучит так: все процессы делятся на две группы, из них те, которые проходят правее и выше начальной изотермы, сопровождаются повышением температуры, если же они идут левее и ниже, то температура газа уменьшается.

Каждое из этих правил можно представить и графически. Первые два из них наделяют *T–s* диаграмму свойствами *p–v* координат, позволяя по изображению процесса на *T–s* диаграмме делать заключения о характере процесса (расширение или сжатие) и изменении давления в процессе.

Правила изотермы и адиабаты наделяют *p–v* диаграмму свойствами тепловой, позволяя только по изображению процесса на ней ответить на вопросы об изменении температуры и направлении теплообмена.

В заключение отметим, что в политропных процессах в зависимости от величины *n* может существенно изменяться картина перераспределения видов энергии при их трансформации. В отдельных случаях $(1 < n < k)$ количество получаемой работы может оказаться даже большим, чем количество подведенного тепла, так как часть работы получается за счет уменьшения внутренней энергии. Теплоемкость $c_{\text{пол}}$ при этом отрицательна. Более подробный анализ этого вопроса приводится в учебниках [4], [5], [6].

1.2.3 Общие понятия о циклах

Получать неограниченно много механическую работу в одиночном процессе невозможно, поскольку это связано с расширением рабочего тела и выравниванием потенциалов в среде и системе. Поэтому на практике работу получают отдельными порциями при совершении замкнутых круговых процессов или циклов. Термодинамический цикл – это ряд последовательных термодинамических процессов, в результате которых система приходит к первоначальному состоянию. Цикл можно повторять неограниченное число раз, и каждый раз получать порцию работы или другого нужного эффекта.

Циклы, у которых на *p–v* диаграмме процессы расширения проходят выше чем процессы сжатия, называют тепловыми. Они составляют основу тепловых двигателей. Здесь за счет подводимого извне тепла система совершает работу над средой (см. рис. 1.21). Работа за цикл $l_{\text{ц}}$ определяется разницей между работой $l_{\text{р}}$ в процессах расширения и работой $l_{\text{с}}$ в процессах сжатия $l_{\text{ц}} = l_{\text{р}} - l_{\text{с}} = F_{a123b} -$ $- F_{b341a} = F_{\text{ц}}$. За цикл $\Delta u_{\text{ц}} = u_2 - u_1 = 0$ и из первого закона термодинамики следует, что $l_{\text{ц}} = q_{\text{ц}}$. В тепловых циклах $l_{\text{ц}} > 0$ и

$q_ц > 0$. На *T–s* диаграмме этот цикл (в общем виде) показан на рис. 1.22. Отметим: чтобы реализовать подвод тепла к рабочему телу, необходим источник тепла с температурой выше, чем температура в процессах подвода. Цикл невозможен без процессов с отводом тепла, и для их реализации в среде должен находиться приемник тепла с температурой ниже, чем температуры рабочего тела в процессах отвода. Таким образом, при совершении тепловых циклов система получает из окружающей среды тепло q_1, часть ее трансформирует в работу и отдает среде, а другую часть q_2 полученного тепла отдает приемнику тепла, тоже находящемуся в окружающей среде. Осуществление цикла приводит к перераспределению видов энергии во внешней среде. Отметим формальный признак тепловых циклов: на обоих диаграммах они идут по часовой стрелке. Эффективность тепловых циклов оценивают величиной термического КПД, который представляет собой отношение полезного эффекта к затратам на ее достижение:

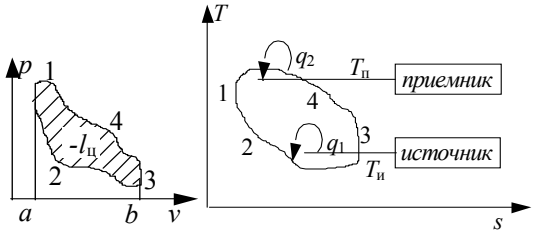


Рис. 1.23 *p–v* и *T–s* диаграммы

$$\eta_t = \frac{l_ц}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_1}{q_2}.$$

Если процессы расширения проходят ниже, чем процессы сжатия, то мы получаем другой цикл. Его называют холодильным. У таких циклов $l_ц = l_р - l_с = F_ц < 0$, т.е. для реализации холодильного цикла к системе необходимо подводить механическую работу. При этом естественно и $q_ц < 0$, т.е. за цикл тепла отводится больше, чем подводится его к рабочему телу. Подвод тепла здесь проводится при более низкой температуре, поэтому температура источника тепла тоже невысока. Отвод тепла, наоборот, осуществляется при более высоких температурах и поэтому температура приемника тепла всегда выше, чем температура источника. Таким образом, осуществление холодильного цикла позволяет за счет подводимой извне работы переносить тепло с нижнего температурного уровня на верхний, т.е. совершать процесс, противоположный естественному направлению (от горячего к холодному) переноса тепла. Холодильные циклы идут против часовой стрелки, на их основе работают два типа машин разного назначения. *p–v* и *T–s* диаграммы такого цикла приведены на рис. 1.23.

Если источник тепла мал, а приемник достаточно велик, то реализация цикла приведет к захолаживанию источника. Так работают холодильные машины. Эффективность холодильных машин оценивают величиной холодильного коэффициента ε, который определяют тоже как отношение полезного эффекта q_1 к затратам $l_ц$:

$$\varepsilon = \frac{q_1}{|l_ц|} = \frac{q_1}{|q_1 - q_2|}.$$

Отметим, что в отличие от η_t, который всегда меньше 1,0 (это мы докажем в следующих параграфах), величина ε всегда больше 1,0 и, чем она больше, тем совершеннее холодильная машина.

Если же источник тепла неограничен, а приемник тепла невелик, то осуществление цикла приведет к нагреванию приемника. Так работает машина, которую называют тепловым насосом. Ее эффективность оценивается теплонасосным коэффициентом

$$K = q_2 / |l_ц| = q_2 / |(q_1 - q_2)|.$$

Укажем на сравнительно простую конвертируемость холодильной машины в тепловой насос, для этого достаточно поменять местами источник и приемник тепла.

1.2.4 Цикл и теорема Карно

Совершенство – это завершенность,
а завершенность – это смерть

С. Паркинсон

Цикл Карно – это теоретически наиболее эффективный термодинамический цикл. Естественно, что он должен состоять из самых эффективных, с точки зрения получения работы, процессов. Самым экономичным в этом плане является адиабатический процесс – в нем работу получаем за счет внутренней энергии, не подводя совершенно тепла извне. Однако из одних адиабат цикл создать невозможно, поскольку необходимы процессы с подводом и отводом тепла. Из процессов с теплообменом самым привлекательным является изотермический процесс, в нем все подводимое тепло трансформируется в работу (если газ идеальный).

Цикл Карно состоит из двух изотерм и двух адиабат. Подвод и отвод тепла здесь осуществляется изотермически, а адиабаты служат для того, чтобы замкнуть цикл (см. рис. 1.24). Из рисунка видно, что это единственный цикл, который можно осуществить обратимым способом, подбирая $T_и$ и $T_п$ так, чтобы они отличались от T_1 и T_2, соответственно, на бесконечно малые величины.

Осуществить физически цикл Карно очень трудно, практически невозможно, поскольку это требует так соразмерить темп подвода тепла и темп расширения системы, чтобы увеличение температуры, вызванное подводом тепла, компенсировалось бы ее уменьшением при расширении. Те же затруднения с изотермическим отводом тепла. Кроме того, дважды за цикл систему необходимо теплоизолировать и дважды снимать эту изоляцию.

Если цикл Карно направить против часовой стрелки, то получим наиболее эффективный холодильный цикл. Его называют обратным циклом Карно.

Найдем теперь КПД цикла Карно

$$\eta_{tk} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2 \Delta s_{3-4}}{T_1 \Delta s_{1-2}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

и подчеркнем, что КПД цикла Карно зависит только от температуры и не зависит от рода рабочего тела. Этот вывод, который непосредственно следует из полученной формулы, составляет первую часть теоремы Карно. Во второй части этой теоремы утверждается, что КПД цикла Карно является наибольшим для любых циклов, протекающих в заданном температурном интервале $T_и$ … $T_п$. Чтобы убедиться в этом, сопоставим на T–s координатах некоторый произвольный цикл и цикл Карно, осуществляемый в тех же пределах изменения температуры и энтропии (см. рис. 1.25). Заметим, что $q_{1k} > q_1$ на величину заштрихованной влево площади $F_{A1B2CBA}$, а $q_{2k} < q_2$ на величину площадок, заштрихованных в противоположном направлении $F_{A4D3CDA}$. С учетом этого сопоставление формул для КПД



Рис. 1.25

Сопоставление циклов

$$\eta_{tk} = 1 - \frac{q_{2k}}{q_{1k}} \text{ и } \eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1}$$

позволяет сделать заключение о том, что $\eta_{tk} > \eta_t$. Отношение площади реального цикла к площади цикла Карно на T–s диаграмме называют коэффициентом заполнения цикла, и по его величине судят о степени совершенства реального цикла.

Проведенные сопоставления позволяют дать еще одну формулировку второго закона термодинамики: термический КПД любого реального цикла не может достигать величины 1,0. Обычно это называют невозможностью осуществления вечного двигателя второго рода. Действительно, даже у цикла Карно термический КПД меньше 1,0, поскольку величина T_2 не может быть равно нулю, а величина T_1 – бесконечно большой. По теореме Карно $\eta_{tk} > \eta_t$ значит для любого цикла, даже не учитывая потерь работоспособности от необратимости, будем иметь

$$\eta_t < 1{,}0 .$$

1.2.5 Потери работоспособности, коэффициент качества теплоты

Практически все наши предыдущие рассуждения, выводы и расчетные формулы относились только к равновесным процессам и не учитывали потерь работоспособности и деградации энергии из-за необратимости реальных процессов.

Максимальная работа, которую может совершить система при обратимых процессах, как это было показано ранее, определяется уменьшением эксергии рабочего тела

$$dl_{\max} = -de = -d(h - T_0 s) .$$

Интегрирование этого выражения для процесса, в котором параметры рабочего тела изменяются от p_1, v_1, T_1 (состояние 1) до p_2, v_2, T_2 (состояние 2) дает

$$l_{\max} = (h_1 - h_2) + T_0 (s_2 - s_1) = (h_1 - h_2) - T_0 (s_1 - s_2) .$$

Из формулы видно, что $l_{\max}$ определяется только состояниями рабочего тела и не зависит от характера тех процессов, которыми система перейдет из состояния 1 в состояние 2.

Ранее мы доказали, что при необратимых процессах изменение энтропии включает в себя дополнительно положительную величину Δs, которая возникает в результате преодоления внутреннего сопротивления системы. Значит наибольшая полезная работа, которую может отдать система при совершении необратимого процесса, переходя из состояния 1 в состояние 2, будет

$$l = (h_1 - h_2) - T_0 (s_1 - s_2 + \Delta s_н),$$

где $(s_1 - s_2 + \Delta s_н)$ – полное изменение энтропии в необратимом процессе. Потеря работоспособности в результате необратимости определится разностью $\Delta l = l_{max} - l$.

Подставляя значения l_{max} и l, получаем

$$\Delta l = (h_1 - h_2) - T_0(s_1 - s_2) - (h_1 - h_2) + T_0(s_1 - s_2 + \Delta s_н) = T_0 \Delta s_н .$$

Задача определения $\Delta s_н$ решается отдельно для каждого конкретного процесса в зависимости от его особенностей. Величина $\Delta s_н$ тем больше, чем выше степень необратимости процесса, определяемая величиной разности потенциалов.

Для необратимых процессов расширения или сжатия без внешнего теплообмена величину $\Delta s_{нм}$ определяют через работу трения $l_{тр}$, которая практически вся трансформируется в тепло трения $q_{тр}$, достаточно просто измеряемое опытным путем,

$$\Delta s_{нм} = q_{тр} / T_{ср},$$

где $T_{ср}$ – средняя за процесс температура. В процессах теплообмена без механических взаимодействий величину $\Delta s_{нт}$ определим, рассуждая следующим образом. Максимальную работу тепла q, передаваемого при температуре T_1 можно получить, если совершить цикл Карно в температурном интервале от T_1 до T_0. Величина этой работы

$$l_{max1} = q\eta_t = q(1 - T_0 / T_1). \qquad (1.27)$$

Аналогично найдем максимальную работу того же количества тепла при температуре T_2

$$l_{max2} = q\,\eta_t = q(1 - T_0 / T_2). \qquad (1.28)$$

Потери работоспособности в результате совершения неравновесного процесса, в котором температура изменилась от T_1 до T_2, будет

$$\Delta l = l_{max1} - l_{max2} = q(1 - T_0 / T_1 - 1 + T_0 / T_2) = q(T_0 / T_2 - T_0 / T_1).$$

С другой стороны, мы показали, что $\Delta l = T_0 \Delta s_{нт}$. Приравнивая правые части приведенных формул, получаем

$$\Delta s_{нт} = q(1 / T_2 - 1 / T_1).$$

Из формулы видно, что величина $\Delta s_{нт}$ тем больше, чем больше отличаются друг от друга значения T_1 и T_2. При совершении сложных процессов, сопровождающихся и изменениями объема, и теплообменом величину $\Delta s_н$ находят суммированием

$$\Delta s_н = \Delta s_{нм} + \Delta s_{нт}.$$

Обращая внимание на формулы (1.27) и (1.28), можно сделать вывод о том, что ценность тепла зависит только от температуры, при которой оно подводится или отводится, и чем ближе эта температура

к температуре T_0, тем меньшую долю тепла можно преобразовать в работу. При $T = T_0$ тепловая энергия совсем не обладает запасом работоспособности, т.е. полностью деградирует.

Величину $(1 - T_0/T)$, которая показывает, какая доля тепла при температуре T может быть трансформирована в работу в реальных условиях, называют коэффициентом качества теплоты. Анализ, в котором учитывается качество теплоты и потери работоспособности, называют эксергетическим анализом. Результаты такого анализа всегда являются более точными и информативными, чем при обычном энергетическом анализе. В монографиях [7] и [8] мы найдем подробное изложение методов эксергетического анализа для многих технических устройств. Для примера определим эксергетический коэффициент эффективности холодильных машин

$$\varepsilon_{ex} = \frac{q_1}{\left|l_{\text{ц}}\right|}\left(1-\frac{T_0}{T_1}\right) = \varepsilon\left(1-\frac{T_0}{T_1}\right).$$

Поскольку T_1 и T_0 различаются незначительно, то $\text{abs}(1 - T_0 / T_1) << 1$ и поэтому величина ε_{ex} всегда меньше 1,0. Когда же мы не учитывали качества теплоты, то получали трудно воспринимаемый результат $\varepsilon > 1$.

1.3 ТЕРМОДИНАМИКА РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

1.3.1 Реальные газы

С точки зрения молекулярно-кинетической теории, твердая, жидкая и газообразные фазы вещества отличаются, в основном, плотностью компоновки молекул, расстояниями между ними. Чем ближе молекулы друг к другу, тем плотнее вещество. К реальным газам относят любые конкретные газы (кислород, водород и т.д.) или их смеси, которые находятся в таких состояниях, когда расстояния между молекулами сравнительно малы и поэтому заметно проявляются силы межмолекулярного взаимодействия, объем самих молекул соизмерим с объемом пространства, занимаемым этим газом.

Непрерывность газообразных и жидких состояний вещества опытным путем впервые была обнаружена Эндрюсом (1869 г.), который сжимал изотермически углекислый газ при разных его температурах. Было установлено, что при достаточно высоких температурах T, больших некоторой $T_{\text{кр}}$, сжижение газа вообще невозможно (см. рис. 1.26, изотерма T_1) и чем выше T, тем точнее состояния газа описываются уравнением Клапейрона-Менделеева. При $T < T_{\text{кр}}$ в процессе изотермического сжатия сначала растут давление и плотность газа, но при достижении некоторого давления (его называют давлением насыщения $p_{\text{н}}$) рост давления прекращается, возникают центры конденсации, в которых выделяется жидкость. Возникает двухфазная смесь, по мере сжатия которой доля жидкости растет до тех пор, пока не завершится полная конденсация газа (изотермы T_2 и T_3 на рис. 1.26). Интенсивность этих процессов уменьшается с уменьшением температуры T, но сами они протекают идентично.

Основную проблему составляет определение уравнения состояния реальных газов, ибо наличие такого уравнения позволяет определять значения различных частных производных, необходимые при расчете теплоемкостей, энтропии, энтальпии и других термодинамических характеристик. В общем случае такое уравнение должно описывать состояния вещества в любой его фазе, однако обычно удовлетворяются описанием жидкого и газообразного состояний.

Простейшим и исторически одним из первых таких уравнений является уравнение Ван-дер-Ваальса (1873 г.), полученное автором аналитически на основании молекулярно-кинетической теории,

$$(p + a / v^2)(v - b) = RT\ ,$$

где a/v^2 – добавочное давление, возникающее из-за силового взаимодействия между молекулами; a и b – некоторые константы, определяемые экспериментально для каждого конкретного газа, причем величина b характеризует суммарный объем самих молекул. Относительно параметра v это уравнение является полным кубическим уравнением и в зависимости от величины параметров p и T может давать различные решения. Графически эти решения можно интерпретировать сеткой изотерм на p–v диаграмме, которые удовлетворительно соответствуют Эндрюсовским изотермам в области газа и жидкости.

Уравнение Ван-дер-Ваальса лишь в первом приближении описывает состояния реального газа и не применимо для практических расчетов из-за недостаточной точности получаемых результатов. Поэтому физиками предлагались все более сложные уравнения для этой цели, отличающиеся разной степенью универсальности и числом определяемых экспериментально констант. В начале прошлого века была, наконец, понята бесперспективность этого направления и предложено (а затем и стандартизировано) уравнение состояния в виде

$$pv = zRT, \qquad (1.29)$$

где z называют общим коэффициентом сжимаемости, показывающим насколько реально-газовые состояния отличаются от состояний идеального газа при тех же условиях.

Величина z зависит от особенностей состояния газа и задается обычно для каждого конкретного газа в виде функции

$$z = f(p,T).$$

Характер этой зависимости определяют опытным путем, исследуя сжимаемость газа в простых процессах. Для технических расчетов используют обычно специальные таблицы, приводимые в справочной литературе [9] и позволяющие определить значение z по заданным величинам p и T. Для этой же цели используют обобщенную графическую зависимость в безразмерных координатах, отражающую суть термодинамического подобия. Для наиболее распространенных рабочих тел (воздух и его компоненты, вода и водяной пар и др.) требуются более точные расчеты. В этом случае величину z описывают полиномом с вириальными коэффициентами

$$z = 1 + A_1/v + A_2/v^2 + A_3/v^3 + ...,$$

где величины $A_1, A_2, A_3 \ldots$ сами являются полиномами:

$$A_1 = a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3 + ..., \quad A_2 = b_0 + b_1T + b_2T^2 + b_3T^3 + ...$$

Значения коэффициентов $a_0, a_1, a_2 ..., b_0, b_1, b_2 ...$ рассчитываются на основании экспериментальных сведений о сжимаемости газа или жидкости в простых процессах. Степени полиномов получаются достаточно высокими (от шести до четырнадцати), поэтому и обработку опытных данных, и расчеты по уравнению (1.29) ведут с помощью ЭВМ, для чего разработаны специальные процедуры и программы.

При ручных расчетах уравнение (1.29) невозможно точно реализовать, учитывая сложность расчета величины z. Для многих задач это можно сделать только методом последовательных приближений, принимая в качестве первого приближения z = 1,0. Поэтому на практике широко используются другие формы представления зависимости (1.29) – в виде специальных таблиц состояний или в виде особых диаграмм, с которыми мы познакомимся при более подробном изучении свойств воды и водяного пара и процессов с ними.

1.3.2 Термические коэффициенты и связь между ними

В о многих случаях для отдельных веществ проводить широкие исследования и составлять уравнение состояния нет необходимости, поскольку на практике с этими веществами реализуются только один или два частных термодинамических процесса. Поэтому опытным путем определяют только значения так называемых термических коэффициентов, содержащих значения соответствующих частных производных:

– коэффициент теплового расширения $\alpha = \frac{1}{v_0}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$;

– коэффициент изотермического сжатия $\beta_t = -\frac{1}{v_0}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T$;

– коэффициент адиабатической сжимаемости $\beta_s = -\frac{1}{v_0}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_S$;

– коэффициент давления $\gamma = \frac{1}{p_0}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$.

Например, чтобы определить изменение объема газа или жидкости при изобарном нагревании от T_1 до T_2, достаточно, проинтегрировав формулу для α, рассчитать $v_2 - v_1 = \alpha v_0 (T_2 - T_1)$.

Таким образом, система термических коэффициентов адекватно заменяет уравнение состояния при расчетах частных процессов.

Между термическими коэффициентами существует однозначная связь, которую нетрудно установить. Из уравнения состояния $F(p,v,T)$ следует, что $p = f(v,T)$. Полный дифференциал этой функции будет

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T dv + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dT. \qquad (1.30)$$

Для процесса при $p = \text{const}$ величина $dp = 0$, и тогда формула (1.30) принимает вид

$$0 = \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T d_p v + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v d_p T \text{ или } \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = 0,$$

откуда после простейших преобразований получаем уравнение состояния в дифференциальной форме

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v = -1.$$

Значения производных выразим через величины термических коэффициентов

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = -\frac{1}{\beta_t v_0}, \quad \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \alpha v_0, \quad \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v = \frac{1}{\gamma p_0}$$

и подставим в предыдущую формулу

$$-\frac{1}{\beta_t v_0} \alpha v_0 \frac{1}{\gamma p_0} = -1.$$

После сокращения подобных членов получаем искомую связь

$$\gamma = \frac{\alpha}{\beta_t} \frac{1}{p_0}.$$

Можно доказать, что величины β_t и β_s связаны зависимостью

$$\beta_t = k\beta_s.$$

Таким образом, для полного описания свойств рабочего тела при совершении им простых термодинамических процессов достаточно определить опытным путем только два термических коэффициента и значение величины k.

1.3.3 Состояния и свойства воды и водяного пара

Пар теплее воды, ибо содержит в себе
еще и огонь, который возгонял его вверх

Аристотель

Вода и водяной пар очень широко используются в качестве рабочего тела в современных энергетических и технологических промышленных установках.

Переход жидкости в пар называют парообразованием, обратный переход (пар в жидкость) – конденсацией. Парообразование с открытой поверхности называют испарением. В неограниченном пространстве в результате испарения вся жидкость может превратиться в пар. Если же парообразование происходит в закрытом сосуде, то вылетающие из жидкости молекулы постепенно заполняют пространство над ней, при этом некоторая часть из них в результате хаотического движения вновь возвращается в жидкость. С течением времени число молекул над жидкостью увеличивается и в конце концов наступает состояние динамического равновесия: сколько молекул вылетает из жидкости в паровое пространство, столько же молекул возвращаются назад в жидкость. В таком состоянии пар имеет наибольшую при данной температуре плотность и его называют насыщенным. При изменении температуры равновесие сначала нарушается, но постепенно снова восстанавливается, только уже при других давлении и плотности пара. Если к жидкости интенсивно подводится тепло, то парообразование происходит не только с поверхности, но и внутри жидкости и сопровождается выделением пузырьков пара. Это называют кипением. Над поверхностью кипящей жидкости находится насыщенный пар. Говорят, что и жидкость, и пар в этом случае находятся в состоянии насыщения.

С особенностями различных состояний воды и пара удобно познакомиться, прослеживая процесс изобарного нагревания одного килограмм воды при t = 0 °С сначала до кипения, затем до полного пре-

вращения в пар с последующим перегревом пара. На рис. 1.27 показаны последовательно (слева направо) пять специфических состояний, представляющих наибольший интерес.

Рис. 1.27, *а* отражает состояние воды при t = 0 °С и некотором зафиксированном давлении p. Удельный объем воды в таком состоянии обозначим $v_{ж}$. Изобразим это состояние на p–v диаграмме точкой *a* (см. рис. 1.28). Аналогично будем изображать и другие состояния. При подводе тепла q температура и объем воды будут увеличиваться. Увеличение $v_{ж}$ определяется степенью нагрева и величиной коэффициента теплового расширения $\Delta v = \alpha v_0 (T - T_0)$, где v_0 – удельный объем воды при нормальных условиях (t = 0 °С, $p_0 = 1{,}01310$ Па). По мере нагрева воды точка *a* на $p - v$ диаграмме будет смещаться вправо. На рис. 1.27, *б* зафиксировано состояние, когда температура воды достигла температуры насыщения и начинается процесс кипения. Все параметры такого состояния принято отмечать штрихом: v', h', s'. На p–v диаграмме состояние насыщения изображается точкой *b*.

Если продолжить подвод тепла, то в результате кипения часть воды превратится в пар и под поршнем окажутся в равновесном состоянии вода и пар. При кипении подводимое тепло частично расходуется на дисгрегацию молекул и повышение их энергии (скрытая теплота парообразования), а другая часть трансформируется в работу расширения пара. В промышленных условиях при кипении воды всегда получается механическая смесь воды и насыщенного пара, которую называют влажным паром. Двухфазное состояние показано на рис. 1.27, *в*. На p–v диаграмме это состояние отражено точкой *c*. По мере выкипания жидкости объем паровой фазы возрастает и точка *c* смещается вправо. Влажный пар может содержать много воды и мало пара или наоборот. Для однозначного описания этого состояния используется дополнительно параметр, который называют степенью сухости и который представляет собою массовую долю насыщенного пара в смеси

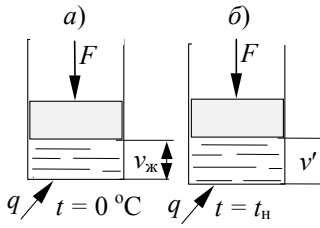


Рис. 1.27. Нагрев вод

$$x = m_{п} / (m_{п} + m_{в}),$$

где $m_{п}$ и $m_{в}$ – массы пара и воды, соответственно. Ясно, что величина x может меняться от 0 до 1,0. Значение x = 0 соответствует воде в момент насыщения.

На рис. 1.27, *г* показано состояние, когда выкипает последняя капля воды, и цилиндр заполнен насыщенным паром. Пар при температуре $t_{н}$, не содержащий в себе влаги, называют сухим насыщенным. Параметры такого пара отмечают двумя штрихами: v'', h'', s''. На диаграмме это состояние отражено точкой *d*. Степень сухости сухого насыщенного пара $x = 1{,}0$.

Если и дальше подводить тепло, то температура и объем пара будут увеличиваться. Такой пар, температура которого больше, чем температура насыщения при заданном давлении, называют перегретым. На рис. 1.27, *д* показано состояние перегретого пара. На p–v диаграмме ему соответствует точка *e*. По мере подвода тепла увеличивается степень перегрева $\Delta t = t - t_{н}$, и объем пара, и точка *e* перемещается вправо.

Если повторить описанный опыт при более высоком давлении, то в результате сжимаемости жидкости и пара точки *a, b* и *d* сместятся влево. Смещение точки *b* определяется двумя факторами: из-за сжимаемости воды она сместилась бы влево, но одновременно из-за повышения давления возрастает и температура насыщения, а значит и увеличивается тепловое расширение жидкости. В результате суммарный эффект сводится к смещению точки *b* вправо. Если повторять опыт при более низком давлении, то эффекты поменяют знак.

Объединяя точки *a*, *b* и *d* однофазных состояний, на p–v диаграмме получим пограничные кривые, разделяющие отдельные зоны фазовых состояний. Левее линии точек *a* находится область равновесного существования воды и льда. Между линиями точек *a* и *b* находится область состояний жидкости. Область между верхней и нижней пограничными кривыми (так называют линии точек *b* и *d*) соответствует состояниям влажного пара, а область праве линии x = 1 – состояниям перегретого пара.

Опыты обнаруживают, что при некотором достаточно высоком давлении (его называют критическим) свойства воды и пара становятся одинаковыми, исчезают физические различия между жидким и газообразным состояниями вещества. Такое состояние называют критическим состоянием вещества (см. точку *k* на рис. 1.28). Если через точку *k* проведем критическую изобару и критическую изотерму, то на *p–v* диаграмме выделяются еще две области: область сверхкритических состояний воды (область I) и область сверхкритических состояний перегретого пара (область II) . Переход от жидкости к перегретому пару при $p > p_{кр}$ сопровождается скачкообразным изменением свойств вещества без образования двухфазных смесей. При этом когда T достигает величины $T_{кр}$, возникает критическое состояние, а при дальнейшем нагреве – перегретый пар сверхкритических параметров. Такие переходы называют фазовыми переходами второго рода. Приобретая все большее практическое значение, эти переходы еще ждут своих внимательных исследователей.

1.3.4 Определение параметров воды и пара

Состояние воды и пара описываются стандартным уравнением состояния реальных газов

$$pv = zRT\ ,$$

но для повышения точности все состояния разделены на ряд областей и для каждой такой области, используя опытные данные о сжимаемости, находят свои полиномы с вириальными коэффициентами. Как уже отмечалось, использовать такое уравнение для практических расчетов неудобно из-за большой сложности (даже при наличии ЭВМ). Поэтому на его основе рассчитаны и издаются специальные таблицы [10], в которых вместе с данными о соотношениях между параметрами p,v и T приводятся значения энтальпии h и энтропии s для этих состояний. Для расчета этих величин привлекаются экспериментальные сведения о теплоемкостях воды и пара, теплоте парообразования r.

Количество тепла, которое необходимо подвести к одному килограмму жидкости, чтобы нагреть ее от 0 °С до температуры t, называют теплотой жидкости. Из-за малой сжимаемости воды теплота жидкости практически равна ее энтальпии

$$q_{ж} = h = c_{pmж}\Big|_0^t t.$$

Состоянию насыщения соответствует наибольшая теплота жидкости

$$q_{ж} = h' = c_{pmж}\Big|_0^t t_{н}.$$

Энтальпия сухого насыщенного пара превышает энтальпию h' на величину теплоты парообразования r

$$h'' = h' + r.$$

Энтальпию перегретого пара находят с помощью численного интегрирования по формуле

$$h = h'' + \int_{t_*}^{t} c_p dt.$$

Энтропию воды и перегретого пара рассчитывают, также прибегая к численному вычислению интегралов

$$s = \int_{T_0}^{T} c_p \frac{dT}{T} - \int_{p_0}^{p}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dp,$$

где значение частной производной находят с помощью уравнения состояния $pv = zRT$. Изменение энтропии за процесс парообразования будет $\Delta s = r/T_{н}$. Значит величины s' и s'' связаны между собой соотношением

$$s'' = s' + r/T_{н}.$$

Параметры влажного пара рассчитывают, используя свойство аддитивности. Например,

$$h_x = h_в + h_п = (1 - x)\, h' + xh''.$$

Аналогично записываем и для других параметров:

$$v_x = (1 - x)\, v' + xv'', \quad s_x = (1 - x)\, s' + xs''.$$

Величины v', v'', h', h'', s' и s'' приводят в таблицах насыщенных состояний (таблицы насыщения), которые строятся или по аргументу $p_н$, или по аргументу $t_н$. Для примера приводится небольшой фрагмент такой таблицы (см. табл. 1).

1 Параметры воды и пара на линии насыщения (по давлениям)

$p_н$, МПа	$t_н$, °С	$v' \cdot 10^3$, м^3/кг	v'', м^3/кг	h', кДж/кг	r, кДж/кг	h'', кДж/кг	s', кДж/(кг·К)	s'', кДж/(кг·К)
0,10	99,6	104	1,696	417,5	2674	2257	1,3026	7,3579
0,12	105	104	1,430	439,3	2683	2243	1,3610	7,3972
0,16	113	105	1,092	475,4	2696	2220	1,4550	7,2017

Параметры воды и перегретого пара приводятся в таблицах с двумя аргументами p и t. В соответствие этим величинам приводятся значения v, h и s. Таблица 2 иллюстрирует фрагмент такой таблицы состояний.

2 Параметры перегретого пара

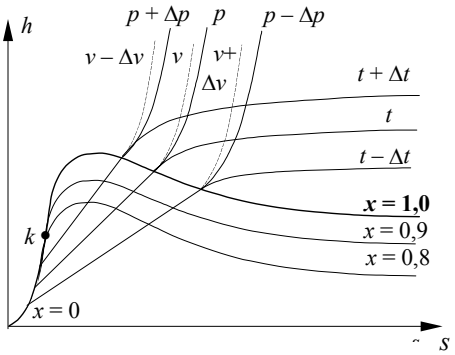
p, МПа	t, °С	220	240	260	280
0,6	v	0,3688	0,3855	0,4019	0,4181
	h	2891	2933	2975	3017
	s	7,051	7,135	7,215	7,292
0,8	v	0,2739	0,2867	0,2993	0,3118
	h	2883	2926	2969	3011
	s	6,905	6,9091	7,073	7,151
1,0	v	0,2169	0,2274	0,2377	0,2478
	h	2874	2918	2962	3005
	s	6,788	6,877	6,961	7,040

1.3.5 Диаграмма *h–s* воды и пара

Чтобы упростить и облегчить решение многих практических задач, немецким теплофизиком Мо-

лье в начале нашего века (1904 г.) была предложена специальная диаграмма, на которой в координатах *h–s* графически отображаются сведения, приводимые в таблицах состояний.

Упрощенный вид такой диаграммы приведен на рис. 1.29. Если в координатах *h–s* по значениям *h′* и *s′*, *h″* и *s″*, взятым из таблицы насыщения, нанести соответствующие точки и объединить их плавными кривыми, получим две линии, которые называют соответственно верхней (при $x = 1$) и нижней (при $x = 0$) пограничными кривыми. Как и на *p–v* диаграмме, область, заключенная между этими кривыми – это область влажного пара. Область, лежащая выше линии $x = 1$, соответствует перегретому пару. Область воды стягивается практически в линию $x = 0$, поскольку вода практически несжимаема.



Если в таблице перегретого пара выбрать некоторую температуру *t* и для нее по значениям *h* и *s* при разных *p* нанести на диаграмму соответствующие точки, то, объединяя их, мы получим изображение изотермы. Совершенно аналогично можно нанести и другие изотермы, получив в результате сетку изотерм. На рис. 1.29 ради упрощения приведены лишь три изотермы: при температуре *t*, при $t + \Delta t$ и $t - \Delta t$.

Если выбрать некоторое давление *p* и по табличным значениям *h* и *s* при разных *t* нанести соответствующие точки и объединить их, то получим изображение изобары. Изображая изобары для различных значений *p*, получим на *h–s* диаграмме другую сетку – сетку изобар (на рис. 1.29 их изображено только три). Таким же способом наносится и сетка изохор, хотя это и требует более кропотливой работы с таблицей состояний.

Все изолинии строятся и в области влажного пара, для чего сначала рассчитывают величины h_x и s_x при фиксированном давлении $p_н$ или температуре $t_н$ и различных значениях *x*. Поскольку величины $p_н$ и $t_н$ однозначно связаны между собой, то изобары и изотермы в области влажного пара совпадают. В этой области наносится еще одна сетка – сетка линий равной сухости (линий, на которых степень сухости *x* одна и та же).

Чтобы выявить характер основных кривых, из первого закона термодинамики

$$dh = Tds + vdp$$

выразим значение производной dh/ds и проанализируем ее величину:

$$dh/ds = T + vdp/ds. \qquad (1.31)$$

В процессах при $p = \text{const}$ производная dp/ds равна нулю и тогда угловой коэффициент, выражаемый производной $(\partial h/\partial s)_p$, будет

$$(\partial h/\partial s)_p = T. \qquad (1.32)$$

Таким образом, в области перегретою пара изобара – это кривая, имеющая выпуклость вправо, ибо только тогда по мере роста *T* будет расти и величина производной $(\partial h/\partial s)_p$. В области влажного пара $T = T_н$ и угловой коэффициент изобары (или изотермы) есть постоянная величина $(\partial h/\partial s)_p = T_н$. Это говорит о том, что в области влажного пара изотермы-изобары представляют собою прямые линии, которые проходят тем круче, чем больше $T_н$ (или $p_н$). При $T = T_{кр}$ значение производной $(\partial h/\partial s)_p$ не равно нулю, а равно $T_{кр}$. Значит на *h–s* диаграмме точка *k* не лежит на максимуме.

В процессах при $v = \text{const}$ формула (1.31) принимает вид

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_v = T + v\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v.$$

Заменим здесь частную производную $(\partial p/\partial s)_v$ с помощью дифференциального соотношения производной – $(\partial T/\partial v)_s$, тогда

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_v = T - v\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s.$$

Адиабатное расширение любого газа всегда сопровождается уменьшением внутренней энергии и температуры, т.е. всегда $(\partial T/\partial v)_s < 0$. Значит $(\partial h/\partial s)_v > T$, или, учитывая (1.32)

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_v > \left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p .$$

Мы показали, что изохора на *h–s* диаграмме всегда проходит круче, чем изобара и это облегчает распознавание этих изолиний на *h–s* диаграмме.

Наличие сеток и надписей на изолиниях позволяет достаточно просто по любым двум заданным параметрам определить точку на диаграмме (как точку пересечения соответствующих изолиний), а следовательно и найти остальные параметры этого состояния. Применение достаточно подробных и крупномасштабных диаграмм гарантирует высокую точность определения параметров. Как правило, нижняя часть, соответствующая очень влажному пару, на таких диаграммах не приводится.

1.3.6 Уравнение Клапейрона-Клаузиуса

Побеждать природу можно только повинуясь ей
Ч. Дарвин

*У*равнение Клапейрона-Клаузиуса устанавливает связь между температурой и теплотой фазового перехода. Получим его для перехода жидкость-пар. Для этого рассмотрим элементарно малый цикл Карно, в котором подвод и отвод тепла осуществляется в результате кипения воды и конденсации насыщенного пара. Ниже на рис. 1.30 приведено изображение такого цикла на *p–v* диаграмме воды и пара. В процессе 1–2 подводится тепло $q_1 = r$. С достаточной точностью работа за цикл определится произведением

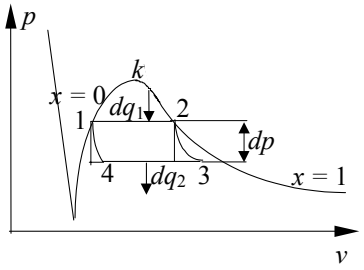


Рис. 1.30 Элементарно малый цикл Карно

$$l_ц = F_ц = dp_н(v''-v')$$

(при этом считаем, что заштрихованные фигуры равны; это очень близко к действительности, когда речь идет об очень малой величине разницы давлений $dp_н$). Величину термического КПД можно рассчитать как для любого цикла по формуле

$$\eta_t = \frac{l_ц}{q_1} = \frac{dp_н(v''-v')}{r}.$$

С другой стороны, эту же величину рассчитаем, как для цикла Карно через температуры подвода и отвода тепла, заменяя для элементарно малого цикла разницу $T_2 - T_1$ элементарно малой величиной $dT_н$:

$$\eta_t = 1 - T_2/T_1 = (T_1 - T_2)/T_1 = dT_н/T_н .$$

Приравнивая правые части полученных формул для η_t, находим

$$\frac{dT_н}{T_н} = \frac{dp_н(v''-v')}{r} \quad \text{или} \quad r = T_н(v''-v')\frac{dp_н}{dT_н}.$$

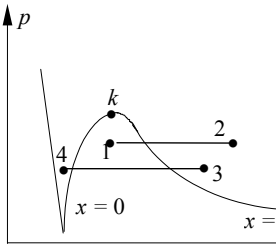
Уравнение Клапейрона-Клаузиуса в аналогичном виде можно получить и для других фазовых переходов (плавление, сублимация). Обычно оно служит для проверки достоверности, "увязки" полученных опытных данных. При высоких давлениях с помощью этого уравнения рассчитывают величину v'', поскольку опытное ее определение в этом случае затруднительно.

1.3.7 Расчет процессов с водой и паром

Прежде чем рассчитывать характеристики таких процессов, необходимо с помощью таблиц или *h–s* диаграммы определить агрегатные состояния и все параметры начала и конца процесса:

$$p_1 = ...,\ t_1 = ...,\ v_1 = ...,\ h_1 = ...,\ s_1 = ...,$$

$$p_2 = ...,\ t_2 = ...,\ v_2 = ...,\ h_2 = ...,\ s_2 = ...$$



Если в начале или в конце процесса пар влажный, то следует определить, если это не задано, величину x_1 или x_2.

На рис. 1.31 приведено изображение различных изобарных процессов на *p–v* и *h–s* диаграммах. Работу за процесс находим интегрированием:

$$l_p = \int_1^2 pdv = p\int_{v1}^{v2} = p(v_2 - v_1).$$

Тепло за процесс равно разнице энтальпий $q_p = h_2 - h_1$. Чтобы определить изменение внутренней энергии Δu за процесс, запишем сначала соотношение $u = h - pv$, которое непосредственно следует из определения энтальпии $h = u + pv$. Тогда

$$\Delta u = u_2 - u_1 = (h_2 - p_2v_2) - (h_1 - p_1v_1) = (h_2 - h_1) - (p_2v_2 - p_1v_1).$$

Подчеркнем, что полученная формула справедлива для любого процесса с водой и паром.

На рис. 1.32 приведено изображение изохорного процесса на *p–v* и *h–s* диаграммах. В таком процессе работа l_v не совершается. В соответствии с первым законом термодинамики будем иметь $q_v = \Delta u$, где величину Δu и можно рассчитать по приведенной выше формуле.

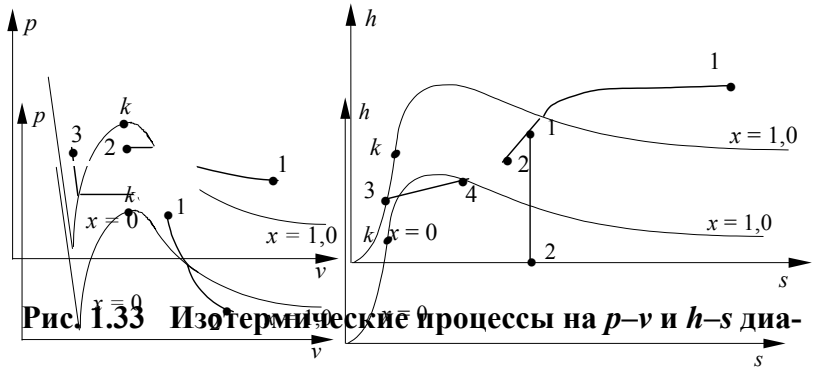
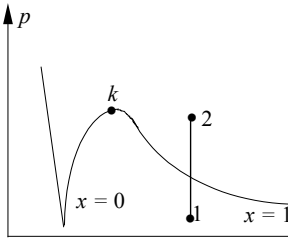


Рис. 1.33 Изотермические процессы на *p–v* и *h–s* диа-



На рис.1.33 изображены типичные изотермические процессы, где тепло за процесс определяют интегрированием известного выражения для q

$$q_T = \int_1^2 Tds = T_{1,2}(s_2 - s_1).$$

Рис. 1.34 Адиабатный процесс на *p–v* и *h–s* диаграм-

Величину Δu рассчитывают по приведенной ранее формуле, а работу за процесс находят затем, используя уравнение первого закона термодинамики

$$l_T = q_T - \Delta u.$$

Адиабатный процесс изображен на рис. 1.34. В таком процессе внешний теплообмен отсутствует, т.е. $q = 0$, поэтому работу за процесс находят по формуле $l_s = -\Delta u$, которая вытекает из первого закона термодинамики с учетом особенностей этого процесса. В первом приближении адиабатный процесс с водяным паром можно рассчитывать так же, как рассчитывают его для идеального газа. Значение показателя адиабаты в этом случае для перегретого пара принимают равным 1,31, а для влажного пара (при $x > 0{,}8$) – равным 1,13.

1.4 ТЕРМОДИНАМИКА ГАЗОВОГО ПОТОКА

Спустил седой Эол Борея
С цепей чугунных из пещер

Г. Р. Державин

1.4.1 Первый закон термодинамики для потока газа

о многих технических устройствах преобразования энергии осуществляются в движущемся газе при течении его в открытой системе. Полученные ранее основные выводы и заключения справедливы и для таких случаев, но специальное рассмотрение с учетом всех особенностей явления позволяет выявить взаимосвязь между параметрами газа, характеристиками процесса и скоростью течения газа.

Рассмотрим течение газа в канале произвольной формы (см. рис. 1.35), внутри которого имеется некое механическое устройство У, способное совершать (турбина, $l_у > 0$) или подводить (компрессор, $l_у < 0$) механическую энергию к газу. Будем рассматривать установившиеся режимы течения, при которых массовый расход M в любом сечении канала одинаков и не меняется со временем

$$M = w_i F_i p_i = w_i F_i / v_i = \text{const},$$

где w_i, v_i, F_i – скорость, удельный объем газа, площадь сечения в любом конкретном месте рассматриваемом канала. Сечениями *A–A* и *B–B* выделим мысленно один килограмм газа, как бы превращая открытую систему в некоторую закрытую, перемещающуюся в пространстве по направлению движения газа и изменяющую при этом свое состояние из-за изменения объема системы и в результате внешнего теплообмена.

Пусть за время $\Delta\tau$ выделенный объем газа переместится так, что сечения *A–A* и *B–B* переместятся на x_1 и x_2 соответственно, а центр масс газа переместится на величину ΔH. Для выделенного газа, как и для любой термодинамической системы, можно записать известное выражение первом закона термодинамики

$$du = dq - dl\ . \qquad (1.33)$$

Здесь dq и dl – это сложные суммарные эффекты, содержащие ряд составляющих. Теплота dq складывается из внешнего теплообмена и выделения тепла в результате преодоления внутреннего трения:

$$dq = dq_{вн} + dq_{тр}.$$

Работа dl складывается из работы, затрачиваемой на перемещение (проталкивание) выделенного объема вдоль по каналу, на изменение (в нашем примере – на увеличение) потенциальной и кинетической энергии газа, на преодоление внутреннего трения и на совершение (будем рассматривать этот случай) механической работы на механическом устройстве $dl_у$:

$$dl = dl_{прот} + dl_п + dl_к + dl_{тр} + dl_у\ .$$

Величину $dl_{прот}$ определим как сумму работ, совершаемых при перемещении сечений *A–A* и *B–B*, учитывая при этом принятое нами правило: считать работу положительной тогда, когда направление действия силы и направление перемещения совпадают, и отрицательной, когда они противоположны (как для сечения *A–A*):

$$l_{прот} = l_{AA} + l_{BB} = -p_1 F_1 x_1 + p_2 F_2 x_2 = p_2 v_2 - p_1 v_1 = pv\Big|_1^2.$$

Для элементарно малого процесса, следовательно, можно записать

$$dl_{прот} = d(pv),$$

поскольку интегрирование такого выражения приводит к предыдущей формуле.

Составляющие $dl_к$ и $dl_п$ определяются величинами изменений соответствующих видов энергии

$$dl_к = dE_к = d\,(mw^2/2) = d\,(1w^2/2) = wdw,$$

$$dl_п = dE_п = d\,(mgH) = d\,(1gH) = gdH.$$

Подставим теперь в формулу (1.33) значения полученных выше составляющих dq и dl:

$$du = dq_{вн} + dq_{тр} - d(pv) - gdH - wdw - dl_{тр} - dl_у.$$

Поскольку работа трения практически полностью трансформируется в тепло ($dq_{тр} \approx dl_{тр}$), то слагаемые $dq_{тр}$ и $dl_{тр}$ взаимно уничтожаются, и, после переноса величины $d(pv)$ в левую часть, можно записать

$$du + d(pv) = dq_{вн} - gdH - wdw - dl_у$$

или

$$d(u + pv) = dq_{\text{вн}} - gdH - wdw - dl_{\text{у}}$$

и окончательно, учитывая, что $u + pv = h$,

$$dh = dq_{\text{вн}} - wdw - gdH - dl_{\text{у}}.$$

Мы получили выражение первого закона термодинамики в тепловой форме, которое широко используется для анализа течений.

Величину dh можно определить и по другому, формулой (1.12),

$$dh = Tds + vdp,$$

где $Tds = dq = dq_{\text{вн}} + dq_{\text{тр}}$. Тогда полученное выше уравнение первого закона для потока газа можно переписать так:

$$dq_{\text{вн}} + dq_{\text{тр}} + vdp = dq_{\text{вн}} - wdw - gdH - dl_{\text{у}}$$

или, заменяя $dq_{\text{тр}}$ на $dl_{\text{тр}}$,

$$vdp = -wdw - gdH - dl_{\text{тр}} - dl_{\text{у}}.$$

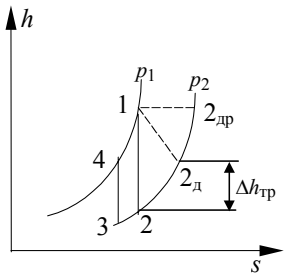


Рис. 1.37 Процессы течения на *h*–*s* диаграмме

Нами получено выражение первого закона термодинамики для потока газа в механической форме, которое часто называют уравнением Бернулли.

Для горизонтальных каналов ($dH = 0$), при отсутствии трения ($dl_{\text{тр}} = 0$) и механических устройств ($dl_{\text{у}} = 0$) получаем

$$vdp = -wdw,$$

откуда интегрированием находим известную формулу Бернулли для несжимаемой жидкости (при $v = \text{const}$)

$$v(p_2 - p_1) = w^2/2.$$

Величину $-\int_1^2 vdp$ называют располагаемой работой потока, поскольку именно такое количество механической работы можно получить на выходе из канала, если направить поток в соответствующее техническое устройство (турбину), где энергия потока трансформируется в работу на валу машины. На *p*–*v* диаграмме располагаемая работа определяется площадью, расположенной слева от кривой, изображающей процесс истечения (см. рис. 1.36).

1.4.2 Анализ адиабатных течений

Над важным думать – никогда не лишне
Гете

В абсолютном большинстве практических случаев количество тепла, которое получает (или отдает) один килограмм газа при протекании через канал в результате внешнего теплообмена несоизмеримо меньше энтальпии газа. Поэтому величиной $dq_{\text{вн}}$ почти всегда можно пренебрегать. Как правило, пренебрегают и изменением потенциальной энергии из-за относительной малости этой величины. Во многих случаях, когда канал имеет простую геометрическую форму, хорошо обработанные, гладкие поверхности, можно пренебрегать и работой трения. В этом случае формулы первого закона термодинамики значительно упрощаются:

$$dh = -wdw \quad \text{и} \quad vdp = -wdw. \tag{1.34}$$

Из формул видно, что с разгоном потока ($dw > 0$) давление газа в нем уменьшается ($dp < 0$), уменьшается его энтальпия ($dh < 0$), и поскольку для идеального газа $dh = c_p dT$, уменьшается и его температура. С учетом критерия устойчивости ($(\partial p/\partial v)_s < 0$), запишем что при этом $dv > 0$. При торможении газа ($dw < 0$) все эффекты меняют знак:

$$dp > 0, \quad dh > 0, \quad dT > 0, \quad dv < 0.$$

Процессы течения на *h–s* координатах изображаются отрезками адиабат (см. рис. 1.37). Разгон газа сопровождается уменьшением энтальпии, следовательно, это процесс, направленный по вертикали вниз; процесс торможения наоборот, направлен снизу вверх, поскольку энтальпия газа растет.

При наличии трения энергия потока расходуется и на разгон газа, и на преодоление трения. Формулы первого закона для этого случая:

$$dh = wdw - dl_{\text{тр}} \quad \text{и} \quad vdp = wdw - dl_{\text{тр}}.$$

Понятно, что из-за трения действительная скорость газа $w_{\text{д}}$ будет меньше, чем теоретическая $w_{\text{т}}$ (без учета трения). Величину $\varphi = w_{\text{д}} / w_{\text{т}}$ называют коэффициентом скорости. Она характеризует степень качества канала, уровень потерь на трение в нем.

Ссылаясь на предыдущие формулы, величины *dh* и *dp* можно представить двумя слагаемыми

$$dh = dh_{\text{движ}} + dh_{\text{тр}} \text{ и } dp = (-wdw - dl_{\text{тр}})/v = dp_{\text{обр}} + dp_{\text{необр}}$$

и говорить, что располагаемый теплоперепад $h_{\text{р}} = h_1 - h_2$ расходуется частично на разгон газа, и частично – на преодоление трения, причем $dh_{\text{тр}} = dq_{\text{тр}}$. Величину $h_{\text{д}} = h_{\text{р}} - \Delta h_{\text{тр}}$ называют действительным теплоперепадом $h_{\text{д}} = h_1 - h_{2\text{д}}$. Аналогично заключаем, что располагаемый перепад давлений *dp* включает перепад обратимого процесса и перепад, необходимый для преодоления трения $dp_{\text{необр}}$. При наличии трения за счет $dq_{\text{тр}}$ увеличивается энтропия газа, поэтому процесс такого течения, если его изобразить условно, будет отклоняться вправо от вертикали (см. процесс $1–2_{\text{д}}$). Отклонение будет тем больше, чем больше $q_{\text{тр}}$. В предельном случае, когда канал имеет очень большое гидравлическое сопротивление, весь располагаемый теплоперепад расходуется на преодоление трения и разгона газа не происходит. В этом случае говорят о дросселировании (процесс $1–2_{\text{др}}$).

На *p–v* диаграмме изобразим сначала предельные случаи течения (см. рис. 1.38). Поток без трения изобразится как обычная адиабата. Для идеального газа при дросселировании можем записать

$$dh = c_p dT = 0,$$

откуда следует $dT = 0$ и $T = \text{const}$. Значит другой предельный случай – дросселирование – изобразится в виде изотермы. Все промежуточные процессы с трением будут лежать между этими кривыми и их можно принимать за политропные процессы с $1 < n < k$.

Приравнивая левые части упрощенных уравнений первого закона термодинамики для потока (формулы (1.34)), поскольку равны их правые части, можем записать

$$vdp = dh.$$

Если проинтегрировать эту формулу, учитывая, что

$$\int_1^2 vdp = -l_{\text{рас}} \quad \text{и} \quad \int_1^2 dh = h_2 - h_1,$$

то получим

$$-l_{\text{рас}} = h_2 - h_1 \quad \text{или} \quad l_{\text{рас}} = h_1 - h_2 = h_{\text{р}}.$$

При течении без трения $s_1 = s_2$ и тогда изменение эксергии газа при течении в канале определится такой же разницей энтальпий

$$\Delta e = e_2 - e_1 = (h_2 - T_0 s_2) - (h_1 - T_0 s_1) = h_2 - h_1.$$

Сопоставление двух предыдущих формул позволяет записать следующее важное соотношение, справедливое для обратимых процессов течения,

$$l_{\text{рас}} = -\Delta e = e_1 - e_2.$$

Оно означает, что в процессах адиабатного расширения без трения (при разгоне потока) вся располагаемая работа получается за счет уменьшения эксергии. В процессах торможения без трения (при рабо-

те осевых компрессоров, например) вся затрачиваемая на разгон газа техническая работа идет на увеличение эксергии.

При наличии трения потери работоспособности от необратимости определяются, как и в общем случае, формулой

$$\Delta l = T_0 \Delta s_{\text{н}},$$

где для потока газа $\Delta s_{\text{н}} = s_2 - s_1$. Тогда общие потери эксергии при течении с трением будут определяться суммой

$$\Delta e = \Delta l = \Delta l_{\text{обр}} + \Delta l_{\text{необр}} = (h_2 - h_1) - T_0 (s_2 - s_1).$$

Чтобы облегчить и упростить эксергический анализ процессов и аппаратов, пользуются специальной *e–h* диаграммой, на которой, как и на *h–s* диаграмме, нанесены сетки изобар, изотерм, изохор и линий равной сухости. Такие диаграммы для отдельных индивидуальных веществ приводятся в специальной технической литературе, например в [7].

1.4.3 Скорость истечения и расход газа

П

роинтегрируем правую и левую части известного уравнения $dh = -wdw$. Тогда получим

$$\int_{h1}^{h2} dh = -\int_{w2}^{w1} wdw,$$

откуда находим

$$h\Big|_{h1}^{h2} = -\frac{w^2}{2}\Big|_{w1}^{w2}, \quad h_2 - h_1 = -\frac{w_2^2}{2} + \frac{w_1^2}{2},$$

$$w_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2) + w_1^2}.$$

Полученная формула особенно удобна для расчетов скорости истечения пара, когда величины h_1 и h_2 определяются с помощью *h–s* диаграммы. Как правило, в большинстве технических устройств первоначальная скорость w_1 настолько мала, что ею можно пренебрегать. Для идеального газа эту формулу можно записать еще и так:

$$w_2 = \sqrt{2c_p(T_1 - T_2)}.$$

Чтобы определить зависимость скорости от параметров *p* и *v* газа, проинтегрируем другое уравнение первого закона термодинамики для газового потока $vdp = -wdw$:

$$\int_1^2 vdp = -\int_{w1}^{w2} wdw = -\frac{1}{2}(w_2^2 - w_1^2). \qquad (1.35)$$

Подынтегральное выражение первого интеграла заменим, воспользовавшись уравнением адиабаты $pv^k = \text{const}$. Прологарифмируем, а затем продифференцируем это уравнение, определяя тем самым связь между соответствующими частными дифференциалами

$$\ln p + k \ln v = \ln \text{const}; \quad \frac{d_s p}{p} + k \frac{d_s v}{v} = 0,$$

откуда

$$v d_s p = -kp d_s v$$

и значит для адиабатного процесса

$$\int_1^2 vdp = -k \int_1^2 pdv$$

или

$$l_{\text{рас}} = k l_{\text{ад}}.$$

Мы обнаружили, что располагаемая работа $l_{\text{рас}}$ в k раз больше работы адиабатного расширения $l_{\text{ад}}$. Разница между этими работами равна работе проталкивания, взятой с обратным знаком. Действительно,

$$l_{\text{рас}} - l_{\text{ад}} = l_{\text{ад}}(k-1),$$

где величину $l_{\text{д}}$ рассчитываем по формуле работы политропного процесса при $n = k$ (см. стр. 32):

$$l_{\text{ад}} = \frac{1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2). \qquad (1.36)$$

Тогда

$$l_{\text{рас}} - l_{\text{ад}} = \frac{k-1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2) = -l_{\text{прот}}$$

и значит $l_{\text{рас}} = l_{\text{ад}} - l_{\text{прот}}$, а $l_{\text{прот}} < 0$, поскольку на проталкивание газа работа всегда затрачивается.

Вернемся однако к формуле (1.35), переписывая ее так:

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = -\int_1^2 v\,dp = k\int_1^2 p\,dv = k\,l_{\text{ад}}.$$

Подставим теперь значение $l_{\text{ад}}$ по формуле (1.36)

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = \frac{k}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2),$$

откуда находим

$$w_2 = \sqrt{2\frac{k}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2) + w_1^2}.$$

Обычно полученную формулу преобразуют следующим образом

$$w_2 = \sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1 v_1\left(1 - \frac{p_2}{p_1}\frac{v_2}{v_1}\right) + w_1^2} = \sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1 v_1\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}}\right] + w_1^2}$$

и окончательно

$$w_2 = \sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1 v_1\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right] + w_1^2}.$$

Отметим, что перепад давлений $p_2 - p_1$ теоретически может меняться от нуля до бесконечности. При этом отношение давлений p_2 / p_1 меняется в гораздо узких пределах $0 < p_2 / p_1 < 1{,}0$ и наибольшему перепаду соответствует $p_2 / p_1 = 0$. Тогда из полученной формулы видно, что теоретическая максимальная скорость истечения (при бесконечно большом перепаде давлений) имеет конечное значение

$$w_{2\max} = \sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1 v_1}.$$

Массовый расход газа определим по уравнению неразрывности, записав его для выходного сечения канала $M = F_2 w_2 / v_2$. Из уравнения адиабаты $pv^k = \text{const}$ следует, что $p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$, откуда

$$v_2 = v_1(p_1 / p_2)^{1/k}.$$

Подставим теперь в формулу для M выражения параметров w_2 и w_1 и проведем несложные преобразования:

$$M = F_2\frac{1}{v_1}\left[\frac{p_2}{p_1}\right]^{1/k}\sqrt{2\frac{k}{k-1}p_1 v_1\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} =$$

$$= F_2\sqrt{2\frac{k}{k-1}\frac{p_1}{v_1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}.$$

На рис. 1.39 полученные выше отношения p_2 / p_1 представлены графически, повышение скорости w_2 имеет место только увеличение перепада давлений (это p_2 / p_1) все меньше увеличивает w_2. Ниже кривых представят чисто теоретические получены на практике.

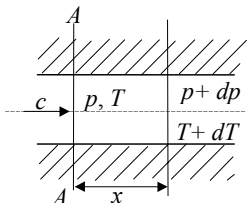


Рис. 1.41 Канал

зависимости w_2 и M от величины откуда видно, что заметное при $0{,}7 < p_2 / p_1 < 1{,}0$. Дальнейшее приводит к уменьшению отношения будет показано, что левые части зависимости, которые не могут быть нами без учета трения. При наличии трения, как это было показано в предыдущем параграфе, на разгон потока расходуется только действительный теплоперепад $h_д = = h_1 - h_{2д}$. Проинтегрируем выражение первого закона термодинамики для потока газа в этих пределах:

$$\int_0^{w_д} w dw = -\int_1^{2д} dh.$$

После интегрирования получаем

$$w_{2д} = \sqrt{2(h_1 - h_{2д})} = \sqrt{2h_д}\ .$$

Затраты энергии на трение зависят от величины коэффициента скорости φ:

$$\Delta h_{тр} = h_р - h_д = \left(1 - \frac{h_д}{h_р}\right) h_р = \left(1 - \frac{w_{2д}^2}{w_{2т}^2}\right) h_р = (1 - \varphi^2) h_р.$$

1.4.4 Скорость распространения колебаний давления в газе

Перенос энергии в пространстве возможен не только за счет передвижения массы газа, но и в результате колебаний давления, вызванных колебаниями микрообъемов газа относительно некоторых неподвижных (или движущихся) центров. Пусть, например, внутри равномерного канала (см. рис. 1.40) расположена жесткая мембрана, совершающая колебательные движения. При резком перемещении ее вправо около мембраны возникает зона уплотнения с повышенным давлением. Сжатый газ будет расширяться, сжимая при этом слои газа, расположенные правее (влево не дает мембрана). В результате вправо от мембраны будет распространяться волна давления. Влево от мембраны при этом пойдет волна разряжения. При постоянных колебаниях мембраны в канале возникнут волновые колебания давления, которые будут переносить вдоль по каналу энергию E. В дальнейшем ограничимся рассмотрением только плоских волн, у которых E/F = const. Именно такие волны характерны для газовых каналов.

Скорость c распространения импульса давления вдоль канала найдем, анализируя процесс распространения волны за время $d\tau$, гораздо меньшее периода колебаний. В канале с плоской волной (см. рис. 1.41) выделим мысленно сечение $A–A$. За время $d\tau$ оно как бы переместится с газом на расстояние x. При этом давление и температура получат соответствующие приращения dp и dT, а через выделенное сечение пройдет dm килограмм газа:

$$dm = d\,(c\,d\tau\,F\,\rho) = c\,F\,\rho\,d\,(d\tau) + c\,F\,d\tau\,d\rho\ .$$

Величина $d(d\tau)$ – бесконечно малая второго порядка малости, и поэтому первым слагаемым приведенной формулы можно пренебрегать.

Воспользуемся теперь известной теоремой механики о равенстве импульса силы количеству движения, записывая ее для этих dm килограмм

$$dm\,c = F\,dp\,d\tau \ \text{ или } \ (c\,F\,d\tau\,d\rho)\,c = F\,dp\,d\tau\ .$$

Отсюда находим

$$c^2 = dp / d\rho\ .$$

Из формулы видно, что скорость импульса давления зависит как от свойств и состояния газа $d\rho$, так и от формы и частоты импульсов dp.

Наиболее простые условия возникают, когда колебания газа малы, $\Delta p << p$. Такие колебания в термодинамике называют звуковыми. Они распространяются практически без внутреннего трения, и поэтому процесс распространения звуковых колебаний можно считать изоэнтропным. Тогда скорость распространения таких колебаний – скорость звука, а в газе – определится частной производной

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s .$$

Значение этой производной легко найдем, воспользовавшись уравнением адиабаты pv^k = const и заменяя в нем v на $1/\rho$: $p\,\rho^{-k}$ = const. Последовательное логарифмирование и дифференцирование этой формулы позволяет получить

$$\ln p - k \ln \rho = \ln \text{const} \quad \text{и} \quad dp/p = k\, d\rho/\rho.$$

Отсюда $(\partial p/\partial \rho)_s = kp/\rho = kpv$ и значит

$$a = \sqrt{kpv} = \sqrt{kRT} .$$

Из формулы видно, что скорость звука в газе зависит от вида и состояния газа, но не зависит от частоты колебаний.

Естественно, что колебания давления могут возникать и в движущемся по каналу газе. При этом, если волновые колебания распространяются по направлению движения газа, то скорость их равняется сумме скоростей $w+a$ (или $w+c$). Если же колебания давления возникают в устье канала и распространяются в направлении, противоположном движению потока, то распространяться они будут со скоростью $a-w$, и чем выше скорость потока, тем больше импульс давления будет сноситься назад, тем с меньшей скоростью будет распространяться он вверх по потоку.

Сложная ситуация возникает, когда скорость потока возрастает до скорости звука. При этом всякая информация о дальнейшем уменьшении давления p_2 не может проникнуть в канал, а значит и как-то повлиять на скорость газа. Такой поток называют слепым, а течение – критическим. Соответственно отмечают и параметры газа $p_{кр}$, $v_{кр}$, $T_{кр}$, $h_{кр}$, $s_{кр}$, (не путать с параметрами критического состояния вещества!).

В заключение сформулируем вывод: за счет перепада давлений в равномерных каналах газ можно разогнать только до скорости звука, добиться сверхкритических скоростей невозможно.

1.4.5 Связь между скоростью импульса и скоростью звука

Ищите и найдете; *стучите и отворят вам*
Евангелие от Матфея

П

ри больших амплитудах колебаний давления (а следовательно и микрообъемов газа) в результате трения выделяется тепло, и это приводит к изменению параметров газа, а значит и скорости распространения импульсов.

Чтобы установить связь между c и a, на основании уравнения состояния запишем

$$p = f(s, v) = f(s, \rho)$$

Полный дифференциал такой функции будет

$$dp = (\partial p/\partial s)_\rho\, ds + (\partial p/\partial \rho)_s\, d\rho . \qquad (1.37)$$

Производную $(\partial p/\partial s)_\rho$ заменим, воспользовавшись одним из дифференциальных соотношений, а также используем следующие формулы:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_\rho = \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v = -\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s ; \quad ds = \frac{dq_{тр}}{T} ; \quad \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = a^2 ; \quad \frac{dp}{d\rho} = c^2 .$$

Производную $(\partial T/\partial v)_s$ найдем, записав уравнение адиабаты в другой форме Tv^{k-1} = const, и последовательно логарифмируя и дифференцируя эту формулу

$$\ln T + (k-1)\ln v = \ln \text{const}\ ;\ d_s T / T + (k-1)\, d_s v / v = 0\,.$$

Отсюда получаем

$$\frac{d_s T}{d_s v} = \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = -(k-1)\frac{T}{v}\,.$$

Если теперь подставить приведенные выше выражения в формулу (1.37), то она принимает вид

$$c^2 = a^2 + (k-1)\frac{dq_{\text{тр}}}{v\, d\rho}\,.$$

Количество тепла, выделяющееся за счет трения всегда невелико и это не приводит к сколько-нибудь заметному изменению температуры газа. Поэтому процесс распространения колебаний давления можно считать одновременно и изотермическим. В этом случае для идеального газа первый закон термодинамики принимает вид

$$0 = dq_{\text{тр}} - p\, dv\,,$$

откуда следует (поскольку $dq_{\text{тр}} > 0$), что при течении газа с трением $dv > 0$. Но $dv = d\,(1/\rho) = -d\rho / \rho^2$, и значит при этом $d\rho < 0$. Отмечая, что все остальные члены полученной выше формулы для c^2, а также величина $(k-1)$, положительны, приходим к заключению, что $c^2 < a^2$ и $c < a$. При этом уменьшение c тем больше, чем больше $dq_{\text{тр}}$, и это полностью соответствует нашим физическим представлениям о влиянии трения на скорость распространения импульсов.

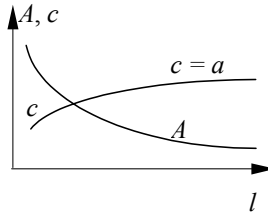


Рис. 1.42 Изменение A и c вдоль канала

При движении импульсов вдоль канала амплитуда колебаний A под влиянием трения постепенно уменьшается (см. рис. 1.42), значит и уменьшается величина $dq_{\text{тр}}$. Следовательно, вдоль по каналу в направлении движения газа скорость импульсов c постепенно увеличивается и достигает значения a, когда амплитуда колебаний становится очень малой и колебания становятся звуковыми. На рис. 1.42 показан качественный характер изменения величин A и c вдоль достаточно длинного канала при движении в нем импульсов давления.

1.4.6 Связь между скоростью газа и скоростью звука

П

ри изменении скорости газа изменяются параметры его состояния, а значит изменяется и скорость звука a. Непосредственную связь между w и a можно установить только для идеального газа, учитывая, что в этом случае $dh = c_p dT$. Запишем с учетом этого формулу первого закона термодинамики для потока и проинтегрируем ее правую и левую части

$$c_p dT = -w dw;\quad \int_T^t c_p dT = -\int_0^w w dw;\quad c_{pm}(T - T_{\text{н}}) = -\frac{w^2}{2}\,,$$

откуда

$$T + \frac{w^2}{2c_{pm}} = T_{\text{н}}\,. \qquad (1.38)$$

Умножим обе части полученной формулы на величину kR и учтем, что $kRT = a^2$ и $kRT_{\text{н}} = a_{\text{н}}^2$, где $a_{\text{н}}$ – скорость звука в неподвижном газе.

При неизменных параметрах неподвижного газа величина $a_{\text{н}}$ остается постоянной. Тогда формула (1.38) принимает вид

$$a^2 + \frac{kR}{2c_{pm}} w^2 = a_{\text{н}}^2\,.$$

Преобразуем множитель при $w^2/2$ следующим образом:

$$\frac{kR}{c_{pm}} = \frac{k\left(c_{pm} - c_{vm}\right)}{c_{pm}} = k\frac{c_{pm}}{c_{pm}} - k\frac{c_{vm}}{c_{pm}} = k - 1\,.$$

В результате предыдущая формула принимает вид

$$a^2 + \frac{k-1}{2} w^2 = a_{\text{н}}^2 . \qquad (1.39)$$

Полученные формулы представляют собой количественные зависимости между параметрами T и a и скоростью течения газа w в потоке. Температуру $T_{\text{н}}$ называют еще температурой полного торможения газа (при $w = 0$ $T = T_{\text{н}}$). Из формулы (1.38) следует, что при уменьшении скорости газа на величину $\Delta w = w_1 - w_2$ (неполное торможение) температура газа увеличится на

$$\Delta T = \left(w_1^2 - w_2^2\right) \Big/ 2c_{pm} .$$

Теперь понятно, почему датчики для измерения температуры движущегося газа делают обтекаемой формы. Такая форма существенно уменьшает торможение газа этим датчиком, и дополнительная погрешность ΔT от уменьшения скорости на Δw получатся минимальной. Формула (1.39) показывает, что с разгоном потока величина a уменьшается (и наоборот – при торможении растет). Это наглядно представлено на рис. 1.43.

По мере увеличения перепада давлений (уменьшения отношения p_1 / p_2 при постоянстве p_1) растет скорость потока w, а скорость звука a при этом уменьшается. При некотором значении отношения $p_2 / p_1 = \beta_{\text{кр}}$ эти величины становятся равными друг другу: $w_{\text{кр}} = a_{\text{кр}}$. Поток становится слепым, наступает кризис течения и никаких изменений w, M и a при дальнейшем уменьшении p_2 / p_1 не происходит.

Формула (1.39) позволяет определить критические параметры потока. Запишем ее для этого случая, учитывая, что $w_{\text{кр}} = a_{\text{кр}}$,

$$a_{\text{кр}}^2 + \frac{k-1}{2} a_{\text{кр}}^2 = a_{\text{н}}^2 ,$$

откуда

$$a_{\text{кр}}^2 \left(1 + \frac{k-1}{2}\right) = a_{\text{н}}^2 \text{ или } \left(\frac{a_{\text{кр}}}{a_{\text{н}}}\right)^2 = \frac{2}{k+1} .$$

Для идеального двухатомного газа $k = 1{,}41$ и тогда $a_{\text{кр}} = 0{,}915 a_{\text{н}}$.

Заменим в полученной формуле значения $a_{\text{кр}}$ и $a_{\text{н}}$ соответствующими выражениями

$$\left(\frac{\sqrt{kRT_{\text{кр}}}}{\sqrt{kRT_{\text{н}}}}\right)^2 = \frac{2}{k+1} \text{ или } \frac{T_{\text{кр}}}{T_{\text{н}}} = \frac{2}{k+1} .$$

При $k = 1{,}41$ по полученной формуле находим $T_{\text{кр}} = 0{,}834 T_{\text{н}}$.

Воспользуемся связью между параметрами для адиабаты в следующей форме $p_1 / p_2 = (T_1 / T_2)^{k/(k-1)}$. Для нашего случая получаем

$$\frac{p_{\text{кр}}}{p_{\text{н}}} = \left(\frac{T_{\text{кр}}}{T_{\text{н}}}\right)^{\frac{k}{k-1}} \text{ или } \frac{p_{\text{кр}}}{p_{\text{н}}} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} .$$

При $k = 1{,}41$ получаем $p_{\text{кр}} = 0{,}528 p_{\text{н}}$ или $\beta_{\text{кр}} = 0{,}528$. При течении водяного пара показатель адиабаты k равен 1,31 для перегретого и 1,13 для влажного. В среднем принимают $k = 1{,}29$, и тогда $\beta_{\text{кр}} = p_{\text{кр}} / p_{\text{н}} = 0{,}546$.

1.4.7 Влияние формы канала на скорость газа

Мы диалектику учили не по Гегелю...
В. В. Маяковский

Выше мы изучали, в основном, влияние перепада давлений $\Delta p =$ $= p_1 - p_2$ на скорость потока и параметры газа в нем при течении в каналах с постоянным проходным сечением. Выявим теперь, как будет влиять изменение сечения вдоль по каналу на эти же характеристики при неизменном перепаде давлений $p_1 - p_2$. Ради упрощения влиянием трения будем пренебрегать, поэтому любые получаемые ниже зависимости будут относиться к изоэнтропным процессам.

Как уже отмечалось, для любого сечения канала при установившемся режиме течения справедливо уравнение неразрывности

$$M = wF\rho = \text{const} .$$

Приведем это уравнение к дифференциальной форме нашим излюбленным приемом (логарифмируя, а затем дифференцируя его):

$$\ln w + \ln F + \ln \rho = \ln \text{const} \quad \text{или} \quad dw/w + dF/F + d\rho/\rho = 0 . \qquad (1.40)$$

Уравнение первого закона термодинамики для потока газа $v\,dp = w\,dw$ перепишем в виде

$$w^2\,dw/w + dp/\rho = 0\,. \qquad (1.41)$$

Умножим теперь обе части формулы (1.40) на $a^2 = (dp/d\rho)_s = d_s p / d_s\rho$:

$$a^2\frac{dw}{w} + a^2\frac{dF}{F} + \frac{d\rho}{\rho}\frac{d_s p}{d_s\rho} = 0\,,$$

и вычтем из полученного результата почленно формулу (1.41):

$$\frac{dw}{w}\left(a^2 - w^2\right) + a^2\frac{dF}{F} = 0.$$

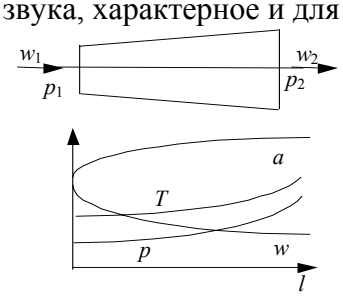
Отсюда выражаем

$$\frac{dw}{w} = -\frac{\dfrac{dF}{F}}{1-\dfrac{w^2}{a^2}} - \frac{\dfrac{dF}{F}}{1-\mathrm{Ma}^2}, \qquad (1.42)$$

где Ма = w/a называют числом Маха-Маевского. Полученная формула позволяет проанализировать влияние формы канала на изменение скорости газа.

Равномерно суживающийся канал называют конфузором или суживающимся соплом (см. рис. 1.44). У такого канала $dF/F < 0$, тогда при дозвуковых течениях ($w < \grave{a}$, Ма < 1, $(1 - \mathrm{Ma}^2) > 0$) на основании формулы (1.42) получаем $dw/w > 0$. Это означает, что поток разгоняется, при этом $dT < 0$, $dp < 0$, что и показано графически на том же рисунке.

Если начальная скорость газа w превышает скорость звука a, то течение в сопле будет сверхзвуковым. При этом $w > a$ и $(1 - \mathrm{Ma}^2) < 0$. Тогда все выявленные нами эффекты меняют свой знак на противоположный ($dw < 0$, $dp > 0$, $dT > 0$, $da > 0$). Изменение характера течения при переходе через скорость звука, характерное и для других каналов, называют принципом обращения воздействия.



Равномерно расширяющийся канал называют диффузором (см. рис. 1.45). У диффузора $dF/F > 0$. Тогда при дозвуковом режиме, когда $(1 - \mathrm{Ma}^2) > 0$, из формулы (1.42) получаем, что $dw/w < 0$, т.е. в таком канале при дозвуковом режиме происходит торможение газа. При этом давление газа возрастает ($dp > 0$), увеличиваются температура и скорость звука, уменьшается удельный объем газа. При сверхзвуковых режимах, когда $w > a$ и $(1 - \mathrm{Ma}^2) < 0$, все эффекты изменяют знак, и в диффузоре будет происходить разгон потока. Значит в диффузоре при дозвуковых режимах располагаемая работа трансформируется в эксергию газа, при этом увеличиваются значения параметров состояния p и T. При сверхзвуковых режимах эта работа затрачивается на разгон газа, и его эксергия, параметры p и T уменьшаются.

Из формулы (1.42) следует, что при $w = a$ величина dw/w стремится к бесконечности, и это не имеет физического смысла. Физически допустимый результат тогда возможен только при $dF/F = 0$, поскольку формула (1.42) дает при этом неопределенность.

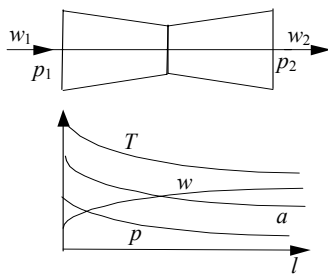


Рис. 1.46 Течение га-

Последовательное соединение конфузора и диффузора называют соплом Лаваля в честь шведского инженера, предложившего в 1881 г. такую конструкцию (см. рис. 1.46) . В минимальном сечении такого сопла $dF/F = 0$, и если перепад давлений $p_1 - p_2$ больше критического ($p_2 / p_1 < \beta_{кр}$), то в критическом сечении скорость w достигает скорости звука a. Тогда диффузорная часть сопла работает при сверхкритических режимах, и разгон потока продолжается. Соответствующим образом изменяются параметры газа. Сопло Лаваля – это практически единственное техническое устройство, позволяющее разогнать поток пара или газа до сверхзвуковых скоростей. Оно широко используется в современных паровых и газовых турбинах. Еще раз подчеркнем: сопло Лаваля дает эффект только при $p_2 / p_1 < \beta_{кр}$. В противном случае диффузорная часть будет не разгонять, а тормозить поток. Подробная методика расчета сопла Лаваля и особенности режимов его работы приведены в учебной литературе [4], [5], [6]

1.4.8 Дифференциальный и интегральный дроссель-эффекты

Ранее мы отмечали, что при дросселировании $dh = 0$ и $dw = 0$. Из формулы первого закона термодинамики

$$v\,dp = -w\,dw - dl_{\text{тр}}\,.$$

Отмечая, $dl_{\text{тр}} > 0$, приходим к заключению, что при дросселировании $d_h p < 0$. На основании критерия устойчивости $(\partial p / \partial v) < 0$, и значит при дросселировании $d_h v > 0$. Изменение температуры газа при дросселировании зависит от свойств и состояния газа. О величине этого изменения судят по значениям дифференциального дроссель-эффекта $\alpha_д$. Так называют частную производную $(\partial T / \partial p)_h$

$$\alpha_д = \left(\partial \mathrm{T}/\partial p\right)_h\,.$$

Если учитывать знак величины $d_h p$, то понятно, что при положительной величине $\alpha_д$ температура газа уменьшается ($d_h T < 0$), а если же $\alpha_д < 0$, то $d_h T > 0$, т.е. температура газа растет. Изменение температуры газа при дросселировании объясняется двумя эффектами. При прохождении газа через дроссельное сечение газ, теряя энергию на преодоление трения, подвергается практически адиабатному расширению сразу же за этим дросселирующим сечением, поскольку там он попадает в среду с гораздо более низким давлением. От этого температура газа уменьшается. С другой стороны, в процессе преодоления дросселирующего сечения работа трения трансформируется в тепло и оно нагревает газ. Суммарный эффект, как уже отмечалось выше, может приводить или к охлаждению, или к нагреванию газа. Возможна и полная компенсация обоих эффектов, когда температура газа остается неизменной и $\alpha_д = 0$.

Изменение температуры в процессе дросселирования газа от давления p_1 до давления p_2 называют интегральным дроссель-эффектом

$$\Delta T = \int_{p_2}^{p_1} \alpha_д dp = \alpha_д \left(p_2 - p_1\right).$$

Чтобы определить зависимость $\alpha_д$ от состояния и свойств газа, запишем первый закон термодинамики в такой форме

$$dh = c\,dT + v\,dp.$$

Из формулы видно, что h является функцией двух переменных $h = f(T, p)$. Полный дифференциал этой функции будет

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp\,.$$

В процессах дросселирования $dh = 0$ и из приведенной формулы, если учесть, что $\left(\partial h/\partial T\right)_p = c_p$ получаем

$$\alpha_д = \frac{d_h T}{d_h p} = -\frac{\left(\dfrac{\partial h}{\partial p}\right)_T}{c_p}. \qquad (1.43)$$

Значение производной $(\partial h / \partial p)_T$ найдем, записав формулу первого закона термодинамики через энтропию

$$dh = T\,ds + v\,dp.$$

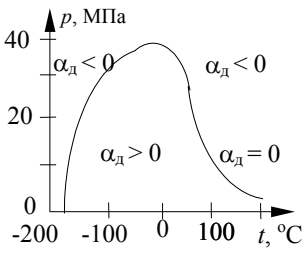
В процессах при T = const все дифференциалы станут частными, и из этой формулы находим

$$\frac{d_T h}{d_T p} = T\frac{d_T s}{d_T p} + v = T\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T + v\,.$$

Воспользуемся теперь одним из дифференциальных соотношений термодинамики, и заменим производную $(\partial s/\partial p)_T$ производной – $(\partial v/\partial T)_s$. С учетом приведенных выше соотношений формула (1.43) принимает вид

$$\alpha_д = \frac{T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v}{c_p}.$$

Из формулы видно, что величина $\alpha_д$ действительно зависит от состояния (T, v) и свойств газа $(\partial v/\partial T)_p$ и c_p. В зависимо-сти от соотношения величин, составляющих числитель, величина $\alpha_д$ может принимать положительные или отрицательные значения, а при $v = (\partial v/\partial T)_p T$ получа-ем $\alpha_д = 0$. Состояния, при которых $\alpha_д$, меняя знак, принимает значение $\alpha_д = 0$, называют точкой инверсии. На p–t диаграмме такие точки дают линию инверсии (на рис. 1.47 приведена кривая инверсии для азота).



Отметим, что при дросселировании идеального газа изменения температуры не происходит. Записав $pv = RT$, находим $v = RT/p$ и $(\partial v/\partial T)_p = R/p$. Тогда

$$\alpha_д = (RT/p - v)/c_p = (v - v)/c_p = 0.$$

Поэтому кривую инверсии называют еще линией идеальногазовых состояний.

При дросселировании водяного пара интегральный дроссель-эффект легко находится с помощью h–s диаграммы. Для этого по известным параметрам p_1 и T_1 находят точку на диаграмме. Далее проводят горизонталь (при дросселировании h = const) до пересечения с изобарой, соответствующей давлению p_2, определяя тем самым положение точки $2_{др}$, что позволяет найти и температуру T_2. В результате дросселирования эксергия пара уменьшается.

1.5 СМЕСИ И СМЕШИВАНИЕ ГАЗОВ

1.5.1 Газовые смеси

В качестве рабочего тела во многих случаях используются не чистые газы, а их механические смеси, такие как воздух, продукты сгорания и др. В таких смесях химические реакции между составляющими смесь газами отсутствуют, а каждый газ ведет себя так, как будто он один занимает весь объем сосуда: молекулы его рассеиваются равномерно в пространстве и создают свое, его называют парциальным, давление p_i на стенки сосуда. Если смесь находится в равновесном состоянии, то температура всех газов одинакова и равна температуре смеси $T_{см}$. Масса смеси равна сумме масс компонентов; давление смеси по закону Дальтона равно сумме парциальных давлений:

$$m_{см} = \sum_{i=1}^{n} m_i; \quad p_{см} = \sum_{i=1}^{n} p_i.$$

Здесь n – число компонент, составляющих смесь.

Свойства смеси зависят от ее состава, который можно задавать различными способами. Наиболее простой и удобный – это задание массового состава, т.е. для каждого газа задается его массовая доля в смеси

$$g_i = m_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} m_i; \quad \sum_{i=1}^{n} g_i = 1.$$

Мольной долей называют отношение числа киломолей данного газа к числу киломолей всей смеси

$$y_i = Z_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} Z_i ,$$

где $Z_i = m_i/\mu_i$, μ_i – молекулярная масса *i*-й компоненты.

Величину

$$\mu_{см} = \sum_{i=1}^{n} m_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} Z_i$$

называют кажущейся молекулярной массой смеси. Часто состав смеси задают объемными долями

$$r_i = V_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} V_i ,$$

где V_i – парциальный объем *i*-й компоненты – это такой объем, который занимал бы данный газ, если бы его давление было не p_i, а $p_{см}$ (при той же температуре $T_{см}$)

$$\sum_{i=1}^{n} V_i = V_{см} .$$

Для действительного состояния связь между параметрами определяется уравнением $p_i V_{см} = m_i R_i T_{см}$, а для условного – $p_{см} V_i = m_i R_i T_{см}$. Из равенства правых частей этих уравнений следует $p_i V_{см} = p_{см} V_i$, откуда находим две важные формулы

$$V_i = V_{см}\, p_i / p_{см} \quad \text{и} \quad p_i = p_{см}\, V_i / V_{см} = p_{см}\, r_i .$$

Важно знать соотношения между величинами g_i, y_i и r_i. Чтобы найти эти соотношения, проведем следующие простые преобразования, не требующие дополнительных пояснений:

$$y_i = \frac{Z_i}{Z_{см}} = \frac{Z_i \cdot 22{,}4}{Z_{см} \cdot 22{,}4} = \frac{V_{i\,ну}}{V_{см\,ну}} = \frac{m_i\, R_i\, T_0\, p_0}{p_0\, m_{см}\, R_{см}\, T_0} = \frac{m_i}{m_{см}}\,\frac{R_i}{R_{см}} = g_i \frac{R_i}{R_{см}}.$$

Здесь 22,4 – объем (в кубометрах) одного киломоля любого газа при нормальных условиях (по закону Авогадро именно таким объемом обладает большинство газов, хотя бывают и небольшие отклонения). Объемная доля будет

$$r_i = \frac{V_i}{V_{см}} = \frac{m_i\, R_i\, T_{см}\, p_{см}}{p_{см}\, m_{см}\, R_{см}\, T_{см}} = \frac{m_i}{m_{см}}\,\frac{R_i}{R_{см}} = g_i \frac{R_i}{R_{см}}.$$

Поскольку правые части полученных формул одинаковы, можно сделать заключение, что мольные доли равны объемным $y_i = r_i$. Еще одно соотношение получим так:

$$y_i = \frac{Z_i}{Z_{см}} = \frac{m_i}{\mu_i}\,\frac{\mu_{см}}{m_{см}} = \frac{m_i}{m_{см}}\,\frac{\mu_{см}}{\mu_i} = g_i \frac{\mu_{см}}{\mu_i}.$$

Заменяя y_i на r_i, перепишем его по-другому

$$r_i\, \mu_i = g_i\, \mu_{см}$$

и просуммируем полученные формулы для всех *n* компонент смеси. В результате будем иметь

$$\sum_{i=1}^{n} r_i\, \mu_i = \mu_{см} \sum_{i=1}^{n} g_i \quad \text{или} \quad \mu_{см} = \sum_{i=1}^{n} r_i\, \mu_i \quad \text{поскольку} \quad \sum_{i=1}^{n} g_i = 1.$$

На основании свойства адитивности для расчета теплоемкостей смеси можно записать следующие формулы:

$$c_{p\,см} = \sum_{i=1}^{n} g_i c_{pi} \quad \text{и} \quad c_{v\,см} = \sum_{i=1}^{n} g_i c_{vi}.$$

Величину газовой постоянной находят аналогично:

$$R_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{n} g_i R_i$$

или же, как и для любого газа, через универсальную газовую постоянную по формуле $R_{\text{см}} = 8314/\mu_{\text{см}}$.

1.5.2 Смешивание газов

Вместе смешались победные крики и смертные стоны ...
Гомер

В

о многих технических устройствах происходит смешивание разных газов, находящихся при различных давлениях и температурах. Рассмотрим подробнее два наиболее типичных способа смешивания.

1 Смешивание газов путем объединения отдельных объемов осуществляется следующим образом. Пусть имеются n разных газов, находящихся в отдельных сосудах объемами V_1, V_2, ... (см. рис. 1.48). Параметры каждого газа p_1, p_2, ... и T_1, T_2, ... Для получения смеси эти объемы объединяются или удалением перегородок, или при помощи коротких трубопроводов достаточно большого сечения. В результате перетекания и диффузии газов по истечению некоторого промежутка времени получается однородная смесь. Естественно, масса и объем смеси найдутся простым суммированием

$$m_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{n} m_i, \quad V_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{n} V_i,$$

где $m_i = (p_i V_i)/(R_i T_i)$ – масса i-й компоненты; R_i – ее газовая постоянная.

При смешивании не совершается внешней работы и не происходит внешнего теплообмена ($dl = 0$, $dq = 0$), а значит не изменяется и внутренняя энергия каждого газа ($du = 0$). Поэтому внутренняя энергия смеси будет складываться из внутренней энергии ее компонент

$$U_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{n} U_i. \tag{1.44}$$

Здесь

$$U_{\text{см}} = m_{\text{см}} c_{v\,\text{см}} (T_{\text{см}} - T_0) \text{ и } U_i = m_i c_{vi} (T_i - T_0);$$

$$c_{v\,\text{см}} = \sum_{i=1}^{n} g_i c_{vi} \; ; \; g_i = m_i / m_{\text{см}} \, ,$$

c_{vi} – средняя теплоемкость i-й компоненты в процессах при v = const. Подставим приведенные выражения в формулу (1.44)

$$m_{\text{см}} c_{v\,\text{см}} T_{\text{см}} (T_{\text{см}} - T_0) = \sum_{i=1}^{n} m_i c_{vi} (T_i - T_0)$$

и проведем следующие преобразования: разделим обе части на $m_{\text{см}}$, (при этом в правой части получим $m_i/m_{\text{см}} = g_i$), раскроем скобки и вынесем за знак суммы постоянную величину T_0 :

$$c_{v\,\text{см}} T_{\text{см}} - c_{v\,\text{см}} T_0 = \sum_{i=1}^{n} g_i c_{vi} T_i - T_0 \sum_{i=1}^{n} g_i c_{vi}.$$

Если учесть, что

$$c_{v\,\text{см}} = \sum_{i=1}^{n} g_i c_{vi},$$

то после приведения подобных членов формула упрощается

$$T_{\text{см}} \sum_{i=1}^{n} g_i c_{vi} = \sum_{i=1}^{n} g_i c_{vi} T_i \, ,$$

откуда

$$T_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{n} g_i c_{vi} T_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} g_i c_{vi} \, .$$

Давление смеси находим из уравнения стояния идеального газа

$$p_{\text{см}} = m_{\text{см}} R_{\text{см}} T_{\text{см}} / V_{\text{см}} .$$

Перемешивание газов происходит во многом благодаря диффузии. При этом каждый газ расширяется не совершая внешней работы, теряя часть своей работоспособности. Смешение газов – процесс необратимый, поэтому особый интерес представляет энтропийный анализ, позволяющий найти изменение энтропии от необратимости. Представим мысленно, что образование смеси протекает в два этапа. На первом этапе перегородки между компонентами становятся эластичными и хорошо теплопроводными. Тогда в результате деформаций и теплообмена, протекающих обратимым способом, выравниваются температуры и давления компонент (они станут $p_{\text{см}}$ и $T_{\text{см}}$) и изменяются объемы газов. Энтропия такого состояния будет

$$s_{\text{обр}} = \sum_{i=1}^{n} g_i \left(c_{pi} \ln \frac{T_{\text{см}}}{T_0} - R_i \ln \frac{p_{\text{см}}}{p_0} \right).$$

На втором этапе перегородки убираются. Тогда в результате диффузии произойдет распространение каждого газа по всему объему, и каждая компонента будет иметь параметры $T_{\text{см}}$ и $p_i = r_i p_{\text{см}}$, где r_i – объемная доля компоненты. При этом энтропия смеси найдется как сумма энтропий компонент

$$s_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{n} g_i \left(c_{pi} \ln \frac{T_{\text{см}}}{T_0} - R_i \ln \frac{r_i p_{\text{см}}}{p_0} \right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} g_i \left(c_{pi} \ln \frac{T_{\text{см}}}{T_0} - R_i \ln \frac{p_{\text{см}}}{p_0} \right) + \sum_{i=1}^{n} R_i g_i \ln \frac{1}{r_i}.$$

Сопоставляя полученные формулы, находим увеличение энтропии от необратимости

$$\Delta s_{\text{необ}} = s_{\text{см}} - s_{\text{обр}} = \sum_{i=1}^{n} R_i g_i \ln \frac{1}{r_i} ,$$

что позволяет легко найти потери работоспособности (эксергии)

$$\Delta l = \Delta e = T_0 \Delta s_{\text{необр}} .$$

Если же, например, потребуется разделить смесь на отдельные составляющие, то для этого как минимум потребуется затратить работу Δl.

Рис. 1.49 Смешивание

2 Смешивание газовых потоков – это способ непрерывного получения смесей. Для этого несколько газовых потоков направляют в один выходной канал (см. рис. 1.49). Пусть через i-й канал поступает M_i кг/с газа, параметры которого p_i и T_i. Тогда объемный расход этого потока будет $G_i = M_i R_i T_i / p_i$, а скорость $w_i = G_i / F_i$. При смешивании потоков скорости газов бывают невысоки и мало различаются между собой. Поэтому разницей скоростей газов можно пренебрегать и считать, что давления p_i газов практически одинаковы и равны $p_{\text{см}}$.

При постоянстве давления и отсутствии внешнего теплообмена будет иметь место следующий баланс энтальпий

$$M_{\text{см}} h_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{n} M_i h_i .$$

Поскольку для идеального газа $h = c_{pm}(T - T_0)$, приведенную формулу можно записать и так:

$$M_{\text{см}} c_{\text{р см}} (T_{\text{см}} - T_0) = \sum_{i=1}^{n} M_i c_{pi} (T_i - T_0),$$

где $M_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{n} M_i$; c_{pi} – средняя изобарная теплоемкость i-й компоненты.

Проводя преобразования, аналогичные предыдущим, получим

$$T_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{n} g_i c_{pi} T_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} g_i c_{pi} \ .$$

Теперь можно найти объемный расход смеси и скорость ее в выходном канале сечением $F_{\text{вых}}$.

1.5.3 Влажный воздух и процессы с ним

Смесь сухого воздуха с водяным паром называют влажным воздухом. При давлениях близких к атмосферному и невысоких температурах (до 100 … 200 °С) влажный воздух отличается от обычных газовых смесей тем, что при изменениях температуры доля пара может изменяться: происходит или частичная конденсация пара, или дополнительное насыщение паром в результате испарения внешней влаги. Чтобы выявить особенности состояний влажного воздуха, мысленно проведем следующий опыт. В некоторый закрытый объем с сухим воздухом поместим небольшое количество воды (см. рис. 1.50). В результате ее испарения образуется смесь, которую называют влажным воздухом. Если добавить еще небольшое количество воды, то после испарения концентрация и парциальное давление пара увеличатся. Однако такое будет наблюдаться только до тех пор, пока не наступит динамическое равновесие между паром и жидкостью, т.е. пока пар в смеси не станет насыщенным с давлением $p_{\text{н}}$. Смесь насыщенного пара с сухим воздухом называют насыщенным влажным воздухом, он содержит максимально возможное при заданных условиях количество пара. В таком воздухе испарение не наблюдается, а малейшее его охлаждение приводит к образованию конденсата в форме росы. Поэтому температуру насыщенного влажного воздуха называют температурой точки росы $t_{\text{р}}$. Понятно, что в ненасыщенном влажном воздухе пар находится в перегретом состоянии, поскольку в нем $p_{\text{п}} < p_{\text{н}}$.

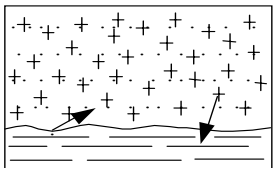


Рис. 1.50 Образова-

С достаточной для практики точностью обе компоненты влажного воздуха принимают за идеальный газ. Как для любой газовой смеси в этом случае давление смеси определяется суммой парциальных давлений

$$p_{\text{см}} = p_{\text{св}} + p_{\text{п}} \ .$$

Как правило, мы имеем дело с атмосферным влажным воздухом, тогда $p_{\text{см}}$ равно барометрическому давлению B, т.е.

$$p_{\text{св}} + p_{\text{п}} = B \ .$$

Массу пара, содержащегося в 1 м^3 влажного воздуха, называют абсолютной влажностью. Абсолютная влажность равна плотности пара, находящегося во влажном воздухе. Максимальная абсолютная влажность у насыщенного влажного воздуха равна $\rho'' = 1/v''$.

Относительной влажностью называют отношение абсолютной влажности к максимально возможной при тех же условиях: $\varphi = \rho_{\text{п}}/\rho''$. Применяя уравнение состояния идеального газа для паровой компоненты, можно записать

$$\varphi = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho''} = \frac{v''}{v_{\text{п}}} = \frac{R_{\text{п}} T p_{\text{п}}}{p_{\text{н}} R_{\text{п}} T} = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{н}}}.$$

Часто полученное соотношение принимается за определение φ. Обычно величину φ выражают не в долях, а в процентах. Относительная влажность насыщенного воздуха равна 100 %. Величину φ измеряют с помощью психрометров или гигрометров.

Масса влажного воздуха, находящегося в некотором объеме V определяется суммой масс сухого воздуха и пара $m_{\text{вв}} = m_{\text{св}} + m_{\text{п}}$. После деления этой формулы на величину V, получаем

$$\rho_{\text{вв}} = \rho_{\text{св}} + \rho_{\text{п}} \ . \qquad (1.45)$$

Используя уравнение состояния для сухого воздуха и приведенные выше соотношения, находим

$$\rho_{\text{св}} = \frac{1}{v_{\text{св}}} = \frac{p_{\text{св}}}{R_{\text{в}} T} = \frac{B - p_{\text{п}}}{R_{\text{в}} T} = \frac{B - \varphi\, p_{\text{н}}}{R_{\text{в}} T}.$$

Далее найдем величину $\rho_п$, выразив ее через ρ'': $\rho_п = \varphi\,\rho''$.

Аналогично предыдущему получаем

$$\rho_п = \varphi\frac{1}{v''} = \varphi\frac{p_н}{R_п T}.$$

Подставим найденные величины в формулу (1.45), и приведем простые преобразования

$$\rho_{вв} = \frac{B}{R_в T} - \frac{\varphi p_н}{R_в T} + \frac{\varphi p_н}{R_п T} = \frac{B}{R_в T} - \frac{\varphi p_н}{T}\left(\frac{1}{R_в} - \frac{1}{R_п}\right). \qquad (1.46)$$

Отметим теперь, что $R_в < R_п$ и значит $(1/R_в - 1/R_п) > 0$. Величина $B/(R_в T)$ равна плотности сухого воздуха при барометрическом давлении. Тогда из формулы (1.46) следует вывод: плотность влажного воздуха меньше, чем плотность сухого воздуха при том же (обычно барометрическом) давлении. Правда, разница плотностей невелика, поэтому в технических расчетах обычно принимают $\rho_{вв} = \rho_{св}$, хотя при необходимости более точные расчеты можно выполнять с использованием формулы (1.46).

В практических расчетах широко используется такой параметр влажного воздуха, который называют влагосодержанием d. По определению, влагосодержание – это количество килограмм (или грамм) влаги, которое приходится на каждый килограмм сухого воздуха:

$$d = m_{\text{в}} / m_{\text{св}}.$$

Для объема V величины $m_{\text{в}}$ и $m_{\text{св}}$ равны $m_п = V\rho_{\text{в}}$ и $m_{\text{св}} = V\rho_{\text{св}}$. Тогда

$$d = \frac{m_п}{m_{\text{св}}} = \frac{V\rho_п}{V\rho_{\text{св}}} = \frac{R_{\text{св}} T\, p_п}{p_{\text{св}} R_п T} = \frac{R_{\text{св}}}{R_п}\frac{p_п}{p_{\text{св}}} = \frac{R_{\text{св}}}{R_п}\frac{\varphi p_н}{B - \varphi p_н}.$$

Отношение $R_{\text{св}}/R_п$ равно 0,622, поэтому окончательно запишем

$$d = 0{,}622\frac{\varphi p_н}{B - \varphi p_н}.$$

Важным параметром влажного воздуха является его энтальпия, которая складывается из энтальпии сухого воздуха и энтальпии пара, содержащихся в смеси:

$$H = H_{\text{св}} + H_п = c_{\text{р св}} t + d[h' + r + c_{p\,п}(t - t_н)].$$

Аналитические связи между t, φ, d и H достаточно сложные и часто неалгебраические. Поэтому решение многих задач затруднительно, требует итеративных методов. Чтобы упростить и облегчить расчеты, используется специальная H–d диаграмма, построенная для давления B = 745 мм рт. ст. на основании таблиц насыщения и приведенных выше формул. Эта диаграмма строится в косоугольной сетке координат (см. рис. 1.51). На ней нанесены сетка линий φ = const, сетка изотерм t = const и линии H = const, направленые под углом 45° к вертикали. Наличие этих сеток позволяет по любым двум заданным параметрам из перечня t, φ, d и H найти точку на диаграмме, а значит и другие два неизвестных параметра.

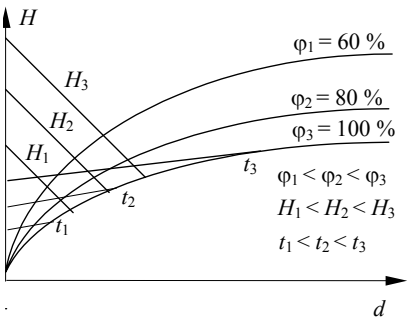


Рис. 1.51 *H-d* диаграмма влажного воздуха

Рис. 1.52 Процессы охлаждения и нагревания влажного воздуха

Рассмотрим, как изображаются некоторые наиболее распространенные процессы на *H–d* диаграмме. При охлаждении ненасыщенного влажного воздуха в закрытом объеме (при этом величина *d* остается постоянной) относительная влажность его увеличивается, а энтальпия уменьшается (см. процесс 1–2 на рис. 1.52). Если продолжить охлаждение, то величина φ будет возрастать и достигнет значения φ = 100 % т.е. воздух станет насыщенным с температурой точки росы $t_р$. Дальнейшее охлаждение приведет к уменьшению влагосодержания в результате выделения влаги. Эти процессы на рис. 1.52 показаны линией $2–2_р–3$. При нагревании влажного воздуха относительная влажность уменьшается (процесс 4–5 на рис. 1.52).

Если в закрытый объем с влажным воздухом поместить влажный материал, то влага из материала будет испаряться и увеличивать влагосодержание влажного воздуха. При отсутствии внешнего теплообмена такой процесс сушки протекает при H = const (см. рис. 1.53). На *H–d* диаграмме процесс в адиабатической сушилке изобразится линией 1–2. Количество извлеченной при сушке влаги определяется величиной Δd , которую находят непосредственно по *H–d* диаграмме.

Если процесс сушки сопровождается подводом тепла извне, то энтальпия воздуха в конце процесса будет больше первоначальной энтальпии на величину подведенного тепла $H_к = H_н + q$. По сравнению с предыдущим теперь процесс пойдет несколько положе, с увеличением энтальпии. Процесс сушки в реальной сушилке (с подогревом воздуха) показан на рис. 1.53 линией 3–4.

1.6 ОСНОВЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ

1.6.1 Химический потенциал

Без меры и лаптя не сплетешь
Русская пословица

*П*усть система заполнена смесью или раствором из нескольких веществ, между которыми возможны химические взаимодействия. Тогда она приобретает дополнительную, химическую степень свободы, и если в ней происходит химическое взаимодействие между компонентами, то это обязательно приводит к изменению массы исходных реагентов (она уменьшается) и массы результатов реакции (она увеличивается). Таким образом масса m_i компоненты (или величины ей пропорциональные: число киломолей, объемные или массовые концентрации) является координатой химического взаимодействия. Потенциал такого взаимодействия для *i*-й компоненты будем обозначать через μ_i Величину эту можно определить.

Первый закон термодинамики для *i*-й компоненты химически реагирующей смеси в соответствии с формулой (1.4) запишется так

$$dU_i = Tds_i - p_i dV + \mu_i dm_i \qquad (1.47)$$

где U_i, S_i, V – внутренняя энергия, энтропия и объем m_i килограмм *i*-й компоненты; p_i – парциальное деление этой компоненты. Применяя преобразования Лежандра аналогично тому, как делалось это при анализе термомеханической системы, приведенную формулу можно трансформировать и представить в виде

$$dH_i = TdS_i + Vdp_i + \mu_i dm_i\,, \qquad (1.48)$$

$$dF_i = -S_i dT + p_i dV + \mu_i dm_i , \qquad (1.49)$$

$$dZ_i = -S_i dT + V dp_i + \mu_i dm_i . \qquad (1.50)$$

Из приведенных формул видно, что в рассматриваемых системах возможны частные термодинамические процессы при постоянстве не только одного, но и двух параметров состояния (из перечня p_i, V, T, и S_i). Приведенные формулы позволяют достаточно легко найти величину химического потенциала i-й компоненты для таких частных процессов. Так, если процесс протекает одновременно изохорно и адиабатно (теплоизолированный реактор постоянного объема), то дифференциалы dS_i и dV равны нулю и формула (1.47) дает

$$\mu_i = \left(\frac{\partial U_i}{\partial m_i} \right)_{S,P} .$$

В процессах при S = const и p = const, учитывая, что при этом dS и dp равны нулю, из формулы (1.48) получаем

$$\mu = \left(\frac{\partial H_i}{\partial m_i} \right)_{S,p} .$$

В процессах при V = const и T = const из формулы (1.49) находим

$$\mu_i = \left(\frac{\partial F_i}{\partial m_i} \right)_{V,T} .$$

В технике наиболее экономичными являются непрерывные производства, и поэтому наибольшее распространение находят химические реакторы непрерывного действия. В реакционную камеру такого реактора непрерывно подаются потоки исходных реагентов. По мере перемещения их вдоль камеры протекают химические реакции, и на выходе из реактора получается поток целевого продукта. В таких реакторах процессы протекают при p = const и T = const. Причем, для обеспечения постоянства температуры в реакционной камере устанавливают змеевики или рубашки, через которые с помощью специальных теплоносителей осуществляется отвод (или подвод) тепла, выделяемого (или поглощаемого) во время реакции. Для таких процессов $dp = 0$ и $dT = 0$, и из формулы (1.50) следует

$$\mu_i = \left(\frac{\partial Z_i}{\partial m_i} \right)_{p,T} .$$

Отсюда $dZ_i = \mu_i dm_i$ и, если проинтегрировать это выражение, то $Z_i = \mu_i m_i$. Значит $\mu_i = Z_i / m_i = z_i$, т.е. в изобарно-изотермических процессах химическим потенциалом выступает удельная свободная энтальпия вещества.

1.6.2 Тепловой эффект химических реакций

П

ри термодинамическом анализе многокомпонентных гомогенных систем с химически реагирующими компонентами понятие о внутренней энергии системы приобретает более широкий смысл, чем при рассмотрении чисто физических процессов. Теперь сюда включается и химическая энергия межмолекулярных связей, которая способна трансформироваться в тепло, работу, электрическую или другие виды энергии.

В соответствии с формулой (1.3) первый закон термодинамики для таких систем принимает вид

$$dU = dQ - dL + d\overline{Q}_{\text{хим}} . \qquad (1.51)$$

Все составляющие этого уравнения являются суммарными эффектами, учитывающими вклад каждой компоненты (всего их n):

$$dU = \sum_{i=1}^{n} dU_i \; ; \quad dQ = \sum_{i=1}^{n} dQ_i ; \quad dL = \sum_{i=1}^{n} dL_i \; ; \quad d\overline{Q}_{\text{хим}} = \sum_{i=1}^{n} \mu_i m_i \; .$$

В формуле (1.51) величину dQ следует понимать как количество тепла, выделившееся и отведенное (или подведенное и поглощенное) при химической реакции; dL – механическая работа при изменении объема системы; $d\overline{Q}_{\text{хим}}$ – количество химического воздействия, которое обычно называют полезной немеханической работой химической реакции (например, работа электрического тока в цепи гальванического элемента), которая не сопровождается изменениями объема.

Обозначая $\int_1^2 d\overline{Q}_{\text{хим}}$ через $L_{\text{п}}$, запишем формулу (1.51) в интегральном виде, а не для элементарно малого процесса

$$\Delta U = Q - L + L_{\text{п}} \; .$$

Из формулы видно, что выделение тепла, совершение механической и полезной немеханической работы происходит в результате уменьшения внутренней энергии системы.

Если реакция протекает при T = const (как это достигается, было рассказано в предыдущем параграфе) да еще и таким образом, что никакой полезной немеханической работы не производится ($L_{\text{п}}$), то тепло, выделяющееся за время реакции, будет наибольшим, поскольку при этом немеханическая работа в силу необратимости процессов тоже трансформируется в тепло

$$\Delta U = Q_{\max} - L \; . \qquad (1.52)$$

Величина $Q_{\max}$ определяет тепловой эффект химической реакции. В изохорно-изотермических реакциях $dV = 0$, $L = 0$ и $Q_{\max}$ будет

$$Q_{\max} = \Delta U \; .$$

Тепловым эффектом изохорно-изотермической реакции называют убыль внутренней энергии химически реагирующей системы

$$Q_v = -\Delta U = U_1 - U_2 \; .$$

Тепловой эффект изобарно-изотермических реакций найдем тоже с помощью формулы (1.52), учитывая, что при этом, поскольку p = const, $L = p(V_2 - V_1)$

$$U_1 - U_2 = Q_{\max} - p(V_2 - V_1) \; .$$

Перепишем эту формулу так:

$$(U_2 + pV_2) - (U_1 + pV_1) = Q_{\max} \; ,$$

откуда, если учитывать, что $U_2 + pV_2 = H_2$ и $U_1 + pV_1 = H_1$,

$$Q_{\max} = \Delta H \; .$$

Тепловым эффектом изобарно-изотермических реакций называют убыль энтальпии H реагирующей системы

$$Q_p = -\Delta H = H_1 - H_2 \; .$$

И внутренняя энергия, и энтальпия являются однозначными функциями состояния, поэтому и величины Q_v и Q_p зависят только от начального и конечного состояний системы. Тогда понятен и закон Гесса: тепловой эффект реакции (Q_v или Q_p) зависит только от начального и конечного состояний реагирующей системы и не зависит от пути, по которому протекала химическая реакция.

Из закона Гесса вытекают три важных для практики следствия.

1 Тепловой эффект образования вещества равен, но противоположен по знаку тепловому эффекту разложения.

2 Если из двух разных состояний достигается одно и то же конечное третье состояние, то разница тепловых эффектов этих реакций равна тепловому эффекту перехода из первого состояния во второе.

3 Если из одного и того же начального состояния достигается два других разных состояний, то разница тепловых эффектов этих двух реакций равна тепловому эффекту перехода из одного конечного состояния в другое конечное состояние.

На рис. 1.54 приведенные заключения представлены графически.

На практике широко используются определенные опытным путем (калориметрированием) теплоты сгорания многих соединений. Эти теплоты, как и теплоты образования, приводятся в специальных справочниках [11]. Если известны теплоты сгорания реагентов и теплоты сгорания продуктов реакции, то в соответствии со вторым следствием тепловой эффект реакции определяется разностью

$$Q_p = \sum_{i=1}^{n} Q_{i\,\text{сг}} - \sum_{j=1}^{m} Q_{j\,\text{сг}},$$

где m и n – число исходных реагентов и число продуктов реакции; $Q_{i\text{сг}}$ и $Q_{j\text{сг}}$ – соответствующие теплоты сгорания, которые необходимо рассчитывать с учетом стехиометрических соотношений между элементами, участвующими в реакции.

Следствия из закона Гесса позволяют вычислять тепловые эффекты таких реакций, для которых непосредственное измерение затруднительно. Например, при сжигании топлив протекает одновременно две реакции: окисление углерода

$$\text{C} + \frac{1}{2}\text{O}_2 = \text{CO}$$

и образование диоксида углерода CO_2. Разделить эти реакции практически невозможно, поскольку образовавшаяся окись CO тут же вступает в связь с кислородом, окисляясь тоже до CO_2. Однако достаточно просто измеряются теплоты полного сгорания C и CO:

$$\text{C} + \text{O}_2 = \text{CO}_2 + 283{,}3 \ \text{кДж/моль},$$

$$\text{CO} + \frac{1}{2}\text{O}_2 = \text{CO}_2 + 393{,}7 \ \text{кДж/моль}.$$

В соответствии со вторым следствием для реакции получения CO находим

$$Q_{\text{CO}} = 393{,}7 - 283{,}3 = 110{,}4 \ \text{кДж/моль}.$$

1.6.3 Условия равновесия сложных систем

Время все сглаживает, кроме морщин
А. Морсанис

E

сли любая система оказывается в неравновесном состоянии, то в ней обязательно возникают самопроизвольные необратимые процессы, направленные на восстановление устойчивого равновесного состояния (это одна из формулировок нулевого правила термодинамики). Энтропия и характеристические функции могут служить теми величинами, которые указывают направление самопроизвольных процессов и определяют условия устойчивого равновесия.

Пусть имеется изолированная от любых внешних воздействий сложная система, в которой в результате первоначальной неравновесности протекают некоторые необратимые процессы. При наличии изоляции общий объем V и внутренняя энергия U системы в течение таких процессов остаются постоян-

ными. Из-за необратимости процессов энтропия S системы будет возрастать ($dS > 0$ в соответствии со вторым законом термодинамики), и это будет продолжаться до тех пор, пока не сделаются равными потенциалы, пока процессы не прекратятся и система не придет в состояние равновесия. В этом устойчивом состоянии величина энтропии будет, таким образом, наибольшей $S = S_{\max}$. Если припомнить математику, то условие максимума S можно записать так:

$$(\partial S)_{u,v} = 0 \text{ и } \left(\partial^2 S\right)_{u,v} < 0 .$$

При отсутствии полезной немеханической работы выражение первого закона термодинамики для сложной системы, содержащей химически реагирующие компоненты, принимает знакомый вид

$$dU = TdS - pdV .$$

При совершении необратимых процессов величина dS будет больше, чем в обратимых процессах, и поэтому для необратимых процессов предыдущая формула принимает вид неравенства

$$dU < TdS - pdV ,$$

о котором говорят, что оно объединяет первый и второй законы при анализе необратимых процессов.

В процессах при сопряжении по S и V (т.е. при S = const и V = const) это неравенство дает $dU < 0$ и означает, что при названных ограничениях в течение самопроизвольных необратимых процессов величина U уменьшается, и при окончании их и достижении равновесного состояния $U = U_{\min}$. Условия минимума U будут

$$(\partial U)_{s,v} = 0 , \quad \left(\partial^2 U\right)_{s,v} > 0 .$$

Мы уже упоминали, что чаще всего используются системы, обеспечивающие постоянство параметров p и T. Для изобарно-изотерми-ческих процессов объединенная формула, которую легко получить с помощью преобразований Лежандра, записывается так:

$$dZ < -SdT + Vdp ,$$

и из нее видно, что величина Z при неравновесных взаимодействиях уменьшается, а при достижении равновесного состояния она принимает минимальное значение $Z = Z_{\min}$. Условия равновесия в этом случае будут

$$(\partial Z)_{p,T} = 0 , \ \left(\partial^2 Z\right)_{p,T} > 0 .$$

Заканчивая, сделаем общий вывод: развитие самопроизвольных процессов в сложной системе идет в направлении уменьшения соответствующей характеристикой функции, а условием равновесия является достижение ею минимального значения.

1.6.4 Фазовое равновесие, фазовая *p–T* диаграмма

*П*роцессы перераспределения масс с изменением характеристических функций системы возможны и в однокомпонентных системах (заполненных одним веществом), если вещество это присутствует в различных фазовых состояниях (твердом, жидком или газообразном). При этом каждая фаза вещества имеет свой собственный химический потенциал, и значит возникает разность потенциалов, способная вызвать фазовые превращения. Например, мы знаем, что энтальпия насыщенного пара и воды на линии насыщения различаются на величину r. Значит на столько же различаются значения свободных энтальпий z' и z'' и значения химических потенциалов при изобарно-изотермических условиях

$$\mu'' = \mu' + r.$$

Понимая это, можно распространить большинство рассуждений и выводов предыдущих параграфов на анализ многофазных систем, предварительно припомнив некоторые понятия и определения.

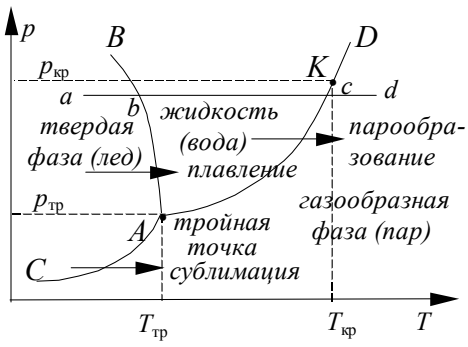
Переход вещества из твердого состояния в жидкость называют плавлением, а обратный переход – затвердеванием. Переход из жидкой фазы в газообразную – это парообразование, а из газообразной в жидкую – конденсация. При низких температурах возможен и непосредственный переход из твердого

состояния сразу в пар, минуя жидкую фазу. Такой фазовый переход называют сублимацией или возгонкой, обратный переход (от пара в твердое тело) – десублимацией.

Равновесное состояние фаз, при котором массы каждой фазы остаются неизменными, называют фазовым равновесием. Любые фазовые состояния, включая и равновесные, удобно отображать на *p–T* диаграмме (см. рис. 1.55). При фазовом равновесии эти параметры *p* и *T* связаны однозначно, и если объединить их плавными кривыми, то получим линии двухфазных состояний. Так, на *p–T* диаграмме воды линия *A–B* отображает равновесные состояния смеси вода + лед, линия *A–D* – состояния вода + пар, а линия *A–C* – равновесные состояния смеси лед + пар.

Таким образом, вся *p–T* диаграмма разбивается на три области: слева от линии *CAB* находится область твердой фазы (лед), а справа от линии *CAD* – область газообразной фазы (перегретый пар). Область, заключенная межу кривыми *AB* и *CD* отражает состояния жидкой фазы (воды).

Кривая *AD* представляет собой графическое отображение известной зависимости давления от температуры на линии насыщения: $p_н = f(T_н)$. Эта кривая заканчивается в критической точке *K*. Расположение и вид пограничных кривых зависят от природы каждого вещества и определяются опытным путем. Как это следует из опытов, и наглядно отображается на *p–T* диаграмме, при некоторых параметрах $p_{тр}$ и $T_{тр}$ возникает одновременное равновесное существование всех трех фаз. Поэтому точку *A* называют тройной точкой. У каждого вещества параметры тройной точки свои: для воды, например, $p_{тр}$ = 0,00061 МПа, $T_{тр}$ = 273,16 K ($t_{тр}$ = 0,01 °C).



На рис. 1.55 приведена линия *abcd*, отображающая процесс изобарного подвода тепла. На участке *ab* идет нагрев льда до температуры плавления. В точке *b* происходит плавление льда с поглощением теплоты плавления $q_{пл}$, при этом давление и температура двухфазной системы не изменяется до полного превращения льда в воду. Далее (участок *cd*) происходит нагрев воды до температуры насыщения, а при параметрах в точке *c* ($p = p_н$, $T = T_н$) начинается парообразование с выделением насыщенного пара и поглощением теплоты парообразования *r*. Только после полного выкипания жидкости происходит дальнейший разогрев и образование перегретого пара. Аналогично описанным фазовым превращениям, сублимация также сопровождается поглощением определенного количества тепла – теплоты сублимации $q_с$.

При обратных переходах (конденсация, затвердевание, десублимация) происходит выделение точно таких же количеств тепла $q_{пл}$, *r*, $q_с$.

Отметим, что вода – вещество аномальное и с увеличением давления $p_{пл}$ температура плавления $T_{пл}$ у нее уменьшается (кривая *AB* сдвигается влево), в то время как у большинства простых чистых веществ с ростом $p_{пл}$ увеличивается и $T_{пл}$ и кривая плавления как бы продолжает кривую сублимации *AC* и отклоняется вправо.

Величина химического потенциала μ каждой фазы зависти от температуры. На рис. 1.56 показано изменение свободной энтальпии *z* (а значит и химического потенциала μ) в зависимости от температуры *T* для жидкой и твердой фазы. Характер изменения кривых понятен, если вспомнить, что

$$z = h - Ts = c_{pm}(T - 273) - Ts.$$

Из формулы видно, что с увеличением *T* величина *z*, а значит и μ, уменьшается.

Из рисунка видно, что при $T = T_1$ потенциал жидкой фазы больше, чем потенциал твердой, и это может вызвать процесс, направленный в сторону уменьшения характеристической функции системы, т.е. к переходу жидкости в твердое тело. При этом будет выделяться теплота $q_{пл}$, и если обеспечить съем этого тепла при T = const, то вся жидкость затвердеет. При $T = T_2$ разность химических потенциалов меняет знак, и в соответствии с принципом минимизации характеристических функций начнется процесс плавления твердой фазы. Если изотермически подводить $q_{пл}$, то вся твердая фаза превратится в жидкость. Если такой теплоподвод ограничить, то расплавится только часть твердой фазы. При температуре $T = T_р$ потенциалы обеих фаз одинаковы и фазовые превращения невозможны. Именно при этой температуре и наступает фазовое равновесие.

С учетом предыдущих выводов можно сформулировать условия равновесия многофазной системы: равенство химических потенциалов фаз, минимальное значение характеристической функции системы и максимальное значение ее энтропии.

Фазовые переходы возможны и в многокомпонентных системах, когда одна или несколько компонент присутствуют в нескольких фазах. Анализ таких систем позволил Гиббсу сформулировать сле-

дующее правило: при наличии фазовых переходов число независимых переменных П, которые можно изменять произвольно, зависит от числа компонент К и числа фаз Ф следующим образом:

$$П = К – Ф + 2.$$

Для переходов в однокомпонентных системах (К = 1) при наличии двух фаз (Ф = 2) получаем П = 1, т.е. только один из параметров *p, v* или *T* для каждой фазы можно задавать произвольно, два других при этом однозначно определяются значением заданного. При наличии всех трех фаз (Ф = 3) получаем П = 0, т.е. ни один из параметров нельзя задавать произвольно, поскольку все они связаны однозначно и имеют единственные значения, соответствующие параметрам тройной точки.

1.7 ЦИКЛЫ РЕАЛЬНЫХ МАШИН И УСТАНОВОК

1.7.1 Циклы идеальных компрессоров

Устройства, предназначенные для сжатия газов, называют компрессорами. Компрессоры бывают поршневыми и осевыми (винтовые, ротационные, турбокомпрессоры и др.). В этих различных по конструкции машинах осуществляются идентичные по сути процессы, поэтому знакомство с принципом их работы и особенностями протекающих в них процессов удобно начинать с поршневых компрессоров.

Одноступенчатый компрессор представляет собой цилиндр *3* с поршнем *4*, перемещаемым с помощью кривошипно-шатунного механизма *5* (см. рис. 1.57). В крышке цилиндра устанавливаются автоматические впускной *1* и выпускной *2* клапаны. При движении поршня от верхней мертвой точки вниз в цилиндре возникает разряжение, открывается впускной клапан и происходит всасывание очередной порции газа с давлением p_1 в цилиндр. Как только направление движения поршня меняется на противоположное, впускной клапан закрывается и начинается сжатие газа. Когда давление газа в цилиндре достигнет определенной величины p_2, открывается выпускной клапан, и сжатый газ выталкивается потребителю.

На рис. 1.58 приведена индикаторная диаграмма идеального компрессора, способного (в отличие от реального случая) вытолкнуть весь сжатый в цилиндре газ. Здесь линия 1–2 изображает процесс сжатия газа в цилиндре, линия 2–3 – выталкивание сжатого газа, а линия 4–1 – всасывание газа в цилиндр. Отметим, что во время всасывания и выталкивания состояния газа не меняются (параметры *p* и *T* газа остаются неизменными), меняется лишь масса газа в цилиндре, т.е. происходит перемещение газа без изменения его внутренней энергии.

Работа на компрегирование одного килограмма газа $l_к$ определяется заштрихованной площадью индикаторной диаграммы. Количество ее зависит от характера процесса сжатия. Как это видно из рис. 1.55, при адиабатном сжатии (линия $1–2_{ад}$) площадь диаграммы (а значит и работа $l_к$) наибольшая. При изотермическом сжатии (линия $1–2_{из}$), наоборот, работа компрессора минимальна. Такое сжатие энергетически наиболее выгодно. Поэтому цилиндр компрессора всегда интенсивно охлаждают или потоком воздуха, или устраивая охлаждающую водяную рубашку. Однако добиться изотермичности сжатия не удается, и в реальных компрессорах сжатие происходит по политропе с показателем *n*, причем $1 < n < k$ (k – показатель адиабаты).

Величину $l_к$ определим как сумму соответствующих работ

$$l_к = l_{1\text{-}2} + l_{2\text{-}3} + l_{4\text{-}1},$$

где составляющие рассчитываются по известным формулам:

$$l_{1–2} = \frac{1}{n-1}(p_1v_1 - p_2v_2);$$

$$l_{2\text{-}3} = p_2(v_3 - v_2) = p_2(0 - v_2) = -p_2v_2; \quad l_{4\text{-}1} = p_1(v_1 - v_4) = p_1(v_1 - 0) = p_1v_1.$$

Тогда в результате суммирования получаем

$$l_к = \frac{1}{n-1}(p_1v_1 - p_2v_2) - p_2v_2 + p_1v_1 =$$

$$= \left(\frac{1}{n-1} + 1\right)(p_1v_1 - p_2v_2) = \frac{n}{n-1}(p_1v_1 - p_2v_2).$$

Мы показали, что работа на привод компрессора в n раз больше работы сжатия. Обычно полученную формулу трансформируют к виду

$$l_к = \frac{n}{n-1}p_1v_1\left(1 - \frac{p_2v_2}{p_1v_1}\right) = \frac{n}{n-1}p_1v_1\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)\left(\frac{v_2}{v_1}\right)\right] =$$

$$= \frac{n}{n-1}p_1v_1\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{-1}{n}}\right] = \frac{n}{n-1}p_1v_1\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right],$$

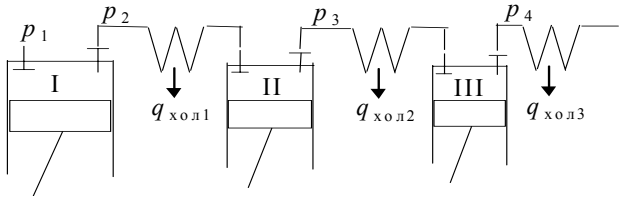
откуда видно, что при $n > 1{,}0$ и $p_2 / p_1 > 1{,}0$ $l_к$ всегда отрицательна. Абсолютное значение этой работы называют работой на привод компрессора $l_{пр}$, $l_{пр} = -l_к$.

Одной из основных характеристик компрессора является степень повышения давления в нем $\beta = p_2 / p_1$. Обычно $2 \le \beta \le 6$. При $\beta < 2$ применяют вентиляторы и воздуходувки, а при $\beta > 6$ возникают проблемы с обеспечением прочности деталей компрессора, кроме того повышенные температуры в конце сжатия приводят к закоксовыванию смазки и ускоренному износу.

Если массовая производительность компрессора M кг/с, то теоретическая мощность на привод компрессора будет

$$N_{пр} = M\, l_{пр}.$$

Для получения высокого давления применяют многоступенчатое сжатие, направляя сжатый в первой ступени газ во второй цилиндр (вторую ступень), третью ступень и т.д. (см. рис. 1.59). Обычно газ, сжатый в очередной ступени, направляется сначала в промежуточный холодильник, где его охлаждают до первоначальной температуры, и только после этого он засасывается в цилиндр следующей ступени.



Гидравлическое сопротивление холодильника делается по возможности минимальным, поэтому процесс охлаждения газа в нем можно считать изобарным. На рис. 1.60 приведена индикаторная диаграмма многоступенчатого идеального компрессора. Отметим, что благодаря промежуточному охлаждению температура в точках начала процессов сжатия в каждой ступени одинакова (точки 1, 3, 5). Обычно одинаковыми принимаются и величины β в каждой ступени, поскольку это и есть оптимальное соотношение. При этом число ступеней Z рассчитывают, используя формулу

$$\beta = \sqrt[Z]{\frac{p_{вых}}{p_{вх}}}$$

и задавая последовательно значения $Z = 2, 3, 4$ ... до тех пор, пока значение β впервые не станет меньше 6,0.

Если бы процессы сжатия в каждой из ступеней протекали изотермически (процессы 1–3, 3–5, 5–7) , то работа на привод $l_{пр}$ была бы минимальной. Действительные процессы сжатия протекают по политропам, и работа на привод несколько больше, чем $l_{из}$ (на величину площадей заштрихованных влево фигур). Однако это работа на много меньше той, которая потребовалась бы для такого же сжатия газа в одном цилиндре (процесс $1–2_{од}$, если предположить, что такое технически осуществимо). Выигрыш определяется величиной площади фигуры, заштрихованной на рисунке вправо.

На рис. 1.61 приведена *T–s* диаграмма процессов сжатия и охлаждения в многоступенчатом компрессоре.

Для оценки степени совершенства компрессоров используют изотермический КПД

$$\eta_{из} = \frac{l_{из}}{l_{пр}},$$

где $l_{из}$ – работа на привод компрессора при изотермическом сжатии в цилиндре; $l_{пр}$ – работа на привод компрессора при политропном сжатии. Понятно, что всегда $\eta_{из} < 1{,}0$, и чем выше эта характеристика, тем эффективней компрессор.

Расчет количества тепла, отведенного в цилиндре и холодильнике проводится по известным формулам:

$$q_{цил} = c_{vm}\frac{n-k}{n-1}(T_2 - T_1) \quad \text{и} \quad q_{хол} = c_{pm}(T_3 - T_2),$$

а работу на привод многоступенчатого компрессора находят умножением работы на привод одной ступени $l_{прI}$ на число ступеней Z:

$$l_{пр} = l_{прI}\, Z.$$

1.7.2 Цикл реального компрессора

Науку родили опыт и мысль человечества
М. Горький

В действительности не удается полностью вытолкнуть весь газ после сжатия его в цилиндре, поскольку всегда имеется вредный, еще его называют мертвым, объем (например, в клапанной коробке), в котором остается некоторая часть сжатого газа. При ходе поршня к нижней мертвой точке закрывается выпускной клапан и сначала происходит расширение этого остаточного газа до давления p чуть-чуть меньшего, чем p_1, и только потом начинается всасывание очередной порции газа.

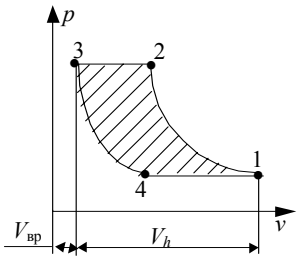


Рис. 1.62 Индикаторная

На рис. 1.62 приведена индикаторная диаграмма реального компрессора. Здесь 1–2 – сжатие газа в цилиндре, 3–2 – выталкивание, 3–4 – обратное расширение и 4–1 – всасывание. В отличие от идеальной машины, здесь за цикл всасывается гораздо меньший объем газа. При этом в начале всасывания в цилиндре находится остаточный газ, температура T_4 которого определяется величиной показателя политропы обратного расширения n_2, которая, как правило, всегда меньше, чем величина показателя политропы сжатия n_1:

$$T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{n_2}{n_2-1}}.$$

Температура в начале сжатия определится теперь как температура после смешивания массы остаточного газа $m_{ост}$ с температурой T_4 и массы вновь засосанного газа $m_{вс}$ с температурой $T_{вс}$.

Основными характеристиками цикла являются:

– степень повышения давления $\beta = p_2 / p_1$;

– относительная величина мертвого пространства $\alpha = V_{вр} / V_h$;

– изменение температуры в процессе выталкивания $\Delta T_{2\text{-}3}$;

– объемный КПД компрессора $\eta_{об} = (V_1 - V_4) / V_h$;

– изотермический КПД $\eta_{из} = l_{из} / l_{пр}$.

Расчет цикла ведется методом последовательных приближений, при этом последовательно реализуются следующие понятные формулы, позволяющие рассчитать параметры всех характерных точек:

$$V_1 = V_h(1+\alpha); \quad m_1 = \frac{p_1 V_1}{R T_1},$$

где T_1 в первом приближении принимается равной $T_{вс}$. Далее находят

$$p_2 = p_1\beta; \; V_2 = V_1\beta^{-1/n_1}; \quad m_2 = m_1; \; T_3 = T_2 + \Delta T_{2\text{-}3}; \quad p_3 = p_2;$$

$$V_3 = \alpha V_h;\quad m_3 = \frac{p_3 V_3}{R T_3};\quad V_4 = V_3 \beta^{1/n_2};\quad m_4 = m_3;\quad T_4 = \frac{p_4 V_4}{m_4 R}.$$

Теперь можно рассчитать температуру t_1 во втором приближении, считая, что средние теплоемкости газа одинаковы:

$$t_1 = \frac{m_4 t_4 + m_{вс} t_{вс}}{m_4 + m_{вс}},$$

где

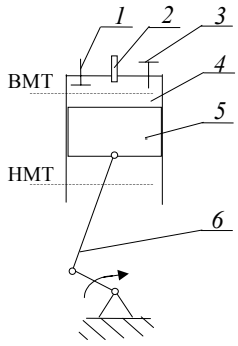
$$m_{вс} = \frac{p_1 (V_1 - V_4)}{R T_{вс}}.$$

Далее повторяют все предыдущие расчеты, и итерации прекращают, когда последующее значение t_1 станет практически совпадать с предыдущим. Процесс итераций быстро сходится, и после двух-трех приближений переходят к расчету характеристик каждого из процессов (работы $l_{1\text{-}2}$, $l_{2\text{-}3}$, $l_{3\text{-}4}$, $l_{4\text{-}1}$ и количества тепла $q_{1\text{-}2}$, $q_{2\text{-}3}$, $q_{3\text{-}4}$, $q_{4\text{-}1}$) и цикла в целом: $l_{пр}$, $\eta_{из}$, $\eta_{об}$ и др.

1.7.3 Циклы поршневых ДВС

Наука опережает время, когда ее крылья раскованы фантазией
М. Фарадей

*Т*епловые двигатели предназначены для преобразования теплоты в работу. Необходимая для этого теплота получается при сжигании различных топлив. Если это сжигание производится вне машины (в специальном котлоагрегате, например), то говорят о двигателях с внешним сгоранием. В двигателях внутреннего сгорания (ДВС) сжигание топлива производится непосредственно в рабочем пространстве машины, например в цилиндре поршневого двигателя.



Очень схематично устройство поршневого ДВС показано на рис. 1.63. В рабочем цилиндре *4* с поршнем *5* происходит трансформация теплоты в работу, и поступательное движение поршня превращается во вращательное с помощью кривошипно-шатунного механизма *6*. В крышке цилиндра расположена камера сгорания и впускной *1* и выпускной *3* клапаны с принудительным приводом. Там же находится или свеча зажигания (или топливоподающая форсунка) *2*.

Рабочий процесс такого двигателя совершается так: при ходе поршня от верхней мертвой точки (ВМТ) к нижней (НМТ) открывается всасывающий клапан и в рабочий цилиндр засасывается или подготовленная горючая смесь (в карбюраторных двигателях), или воздух (в дизельных машинах). При перемене направления движения поршня всасывающий клапан закрывают и происходит сжатие этого рабочего тела. Когда поршень достигнет ВМТ (а точнее – чуть-чуть раньше этого момента) горючую смесь поджигают с помощью сильного электрического разряда, или впрыскивают под очень высоким давлением мелко распыленное дизельное топливо, которое быстро испаряется и самовоспламеняется, поскольку к концу сжатия температура воздуха заметно возрастает. При закрытых клапанах происходит сгорание попавшего в цилиндр топлива, температура и давление продуктов сгорания значительно повышаются, и далее, когда поршень начинает двигаться к НМТ, происходит расширение продуктов сгорания. Процессы сгорания и расширения составляют рабочий ход поршня, когда совершается полезная работа. Когда поршень приходит к НМТ, открывают выпускной клапан и продукты сгорания получают возможность выхода в атмосферу. При движении поршня к ВМТ происходит выталкивание дымовых газов, которое заканчивается, когда при подходе к ВМТ закрывают выпускной клапан, а следом за тем вновь открывают впускной клапан и все повторяется вновь. Так работают четырехтактные двигатели, получившие наибольшее распространение.

У двухтактных машин все процессы совершаются за два хода поршня (за один оборот коленчатого вала). Здесь процессы выталкивания и всасывания заменяются принудительной продувкой цилиндра,

занимающей некоторую часть хода поршня (и вниз, и вверх). Другая (большая) часть хода используется для процессов расширения и сжатия рабочего тела.

На рис. 1.64 приведена индикаторная диаграмма современного четырехтактного ДВС, на которой показаны все четыре такта. Отметим, что в течение каждого цикла исходное рабочее тело превращается в дымовые газы и затем они выбрасываются из машины, т.е. индикаторная диаграмма не является идеальным термодинамическим круговым процессом, который мы и называли термодинамическим циклом. Однако изучение идеальных циклов дает нам возможность оценивать степень их совершенства, переносся полученные выводы на реальные машины.

Чтобы идеализировать реальный цикл, полагают, что:

– рабочее тело в цикле – это идеальный газ с постоянными свойствами;

– цикл замкнут (учитывая, что работы в процессах выталкивания и всасывания практически одинаковы и лишь противоположны по знаку, эти процессы заменяют обратимым изохорным процессом отвода тепла, что делает цикл замкнутым);

– необратимый процесс сгорания, связанный с химическими изменениями состава газа заменяется обратимым процессом подвода равнозначного количества тепла извне.

Все эти принимаемые допущения, казалось бы весьма далекие от реальной действительности, позволяют тем не менее получить расчетные результаты, весьма хорошо совпадающие с результатами экспериментальных измерений основных характеристик цикла.

На рис. 1.65 приведены *p–v* и *T–s* диаграммы идеализированного цикла дизельного ДВС со смешанным подводом тепла, когда часть его подводится при v = const (мгновенное сгорание первых порций топлива), а другая часть – при p = const, так как последующие порции впрыснутого топлива сгорают по мере их нагревания, разложения и испарения.

Обычно цикл ДВС задается параметрами начальной точки 1 (p_1, T_1), значениями таких характеристик как степень сжатия $\varepsilon = v_1 / v_2$, степень повышения давления $\lambda = p_3 / p_2$, степень предварительного расширения $\rho = v_4 / v_3$, и показателями политроп сжатия n_1 и расширения n_2. Как правило $1{,}0 < n_1 < n_2 < k$, и значения показателей политроп зависят от интенсивности теплообмена между рабочим телом и стенками цилиндра, которые приходится специально охлаждать, чтобы уменьшить теплонапряженность деталей цилиндропоршневой группы.

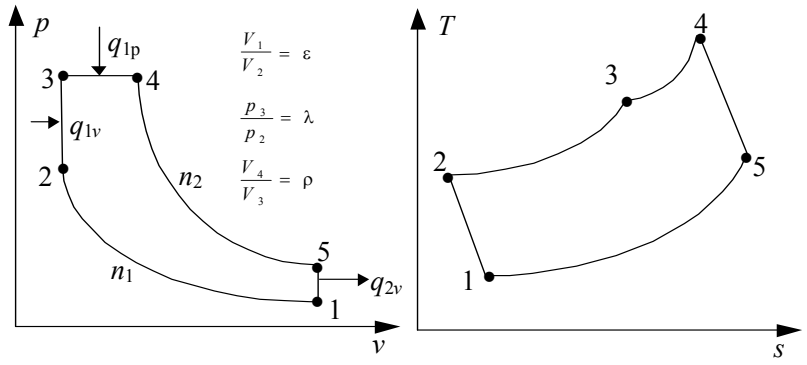


Рис. 1.65 *p–v* и *T–s* диаграммы четырехтактного поршневого ДВС

Параметры рабочего тела в характерных точках цикла определяются тогда по формулам:

$$T_1 = \frac{p_1 v_1}{R};\ p_2 = \varepsilon^{n_1} p_1;\ v_2 = v_1 / \varepsilon;$$

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R};\ p_3 = \lambda p_2;\ v_3 = v_2;$$

$$T_3 = \lambda T_2;\ \ p_4 = p_3;\ v_4 = \rho v_3;\ T_4 = \rho T_3;$$

$$p_5 = p_4\left(\frac{v_4}{v_5}\right)^{n_2} = p_3\left(\frac{\rho v_2}{v_1}\right)^{n_2} = \lambda p_2\left(\frac{\rho v_1}{v_1 \varepsilon}\right)^{n_2} = \lambda \varepsilon^{n_1} p_1\left($$

;

$$v_5 = v_1;\ \ T_5 = \frac{p_5 v_5}{R}.$$

После расчета этих параметров по известным формулам рассчитывают характеристики процессов. Для политропного процесса 1–2:

$$l_{1-2} = \frac{R}{n_1 - 1}(T_1 - T_2);\ q_{1-2} = c_{vm}\Big|_{t_1}^{t_2} \frac{n_1 - k}{n_1 - 1}(T_2 - T_1);\ \Delta u_{1-2} = c_{vm}\Big|_{t_1}^{t_2}(T_2 - T_1);$$

$$\Delta h_{1-2} = c_{pm}\Big|_{t_1}^{t_2}(T_2 - T_1);\ \ \Delta s_{1-2} = c_{vm}\Big|_{t_1}^{t_2} \frac{n_1 - k}{n_1 - 1}\ln\frac{T_2}{T_1}.$$

Процессы 2–3 и 3–4, соответственно, изохорный и изобарный, и для них

$$l_{2\text{-}3} = 0;\ q_{2-3} = c_{vm}\big|_{t_2}^{t_3}(T_3 - T_2);\quad \Delta u_{2-3} = q_{2-3};\quad \Delta h_{2-3} = c_{pm}\big|_{t_2}^{t_3}(T_3 - T_2);$$

$$\Delta s_{2-3} = c_{vm}\big|_{t_2}^{t_3}\ln\frac{T_3}{T_2};\quad l_{3-4} = p_3(v_4 - v_3);\quad q_{3-4} = c_{pm}\big|_{t_3}^{t_4}(T_4 - T_3);$$

$$\Delta u_{3-4} = c_{vm}\big|_{t_3}^{t_4}(T_4 - T_3);\quad \Delta h_{3-4} = q_{3-4};\quad \Delta s_{3-4} = c_{pm}\big|_{t_3}^{t_4}\ln\frac{T_4}{T_3}.$$

Процесс 4–5 тоже политропный и его рассчитывают так же, как процесс 1–2, но при температурах T_4 и T_5 и с показателем n_2. Процесс 5–1 рассчитывается аналогично процессу 2–3, но здесь берутся температуры T_5 и T_1 и средняя теплоемкость $c_{vm}\big|_{t1}^{t5}$.

В итоге находим термический КПД идеализированного цикла

$$\eta_t = \frac{\sum_{i=1}^{5} l_i}{q_{2-3} + q_{3-4} + q_{4-5}}. \qquad (1.53)$$

Если же полагать, что процессы сжатия и расширения протекают адиабатно (идеальный цикл, обеспечивающий наибольшую термодинамическую эффективность), то несложные преобразования формулы (1.53) позволяют получить следующее выражение для термического КПД идеального цикла:

$$\eta_{t\,\text{ид}} = 1 - \frac{\lambda\rho^k - 1}{\varepsilon^{k-1}[(\lambda - 1) + k\lambda(\rho - 1)]}. \qquad (1.54)$$

В карбюраторных двигателях в рабочий цилиндр всасывается уже хорошо подготовленная рабочая смесь паров бензина с воздухом. При принудительном поджигании она практически вся быстро сгорает, так что процесс подвода тепла осуществляется изохорно и изобарная часть его отсутствует. На рис. 1.66 показана *p–v* диаграмма такого цикла. Нетрудно понять, что это частный случай предыдущего цикла при $\rho = 1$.

В другом случае – в дизельных ДВС с впрыском тяжелого топлива (мазута) практически отсутствует первоначальная фаза быстрого сгорания, процесс сгорания затягивается и происходит уже во время движения поршня к НМТ. При этом заметного повышения давления не происходит и тепло подводится практически при p = const. *p–v* диаграмма такого двигателя приведена на рис. 1.67. Она тоже представляется как частный случай общего цикла, но при $\lambda = 1$.

Анализируя формулу (1.54), приходим к заключению, что термический КПД цикла увеличивается с увеличением степени сжатия ε. Поэтому двигатель конструируют так, чтобы он работал по возможности с наибольшей степенью сжатия. У карбюраторных машин верхний предел ε ограничен значениями 6 … 9, поскольку при большем ε температура горючей смеси в конце сжатия повышается настолько, что происходит ее самовоспламенение, а это здесь недопустимо. Дизельные двигатели, наоборот, работают при самовоспламенении топлива и поэтому значение ε здесь бывает не менее 12. Верхний предел ограничивается только механической и тепловой напряженностью деталей и у современных машин лежит в пределах 16 … 24, а у форсированных двигателей специального назначения – еще выше.

Представляет интерес сравнить эффективность идеальных циклов при одинаковых степенях сжатия (полагая, что такое возможно). У таких двигателей процессы сжатия 1–2 должны совпадать и, если отводить одинаковые количества тепла, то будут совпадать и процессы 4–1. Такое сопоставление приведено на *p–v* и *T–s* диаграммах на рис. 1.68. Заметим, что на *T–s* диаграмме изохора проходит всегда кру-

при v = const и p = const и одинаковых степенях сжатия

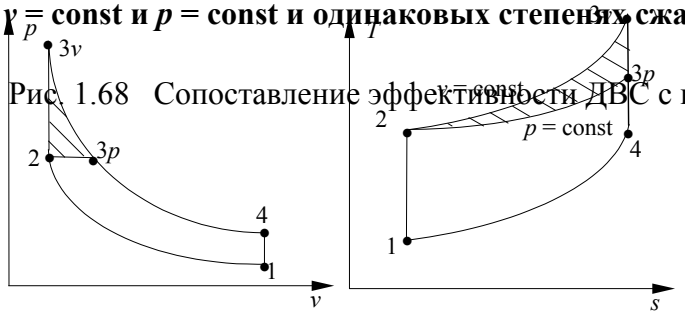


Рис. 1.68 Сопоставление эффективности ДВС с подводом тепла

че изобары, и значит в карбюраторном двигателе будет подводиться больше тепла и совершаться больше работы на величину заштрихованной площади. Отсюда вывод: изохорное сжигание эффективнее изобарного.

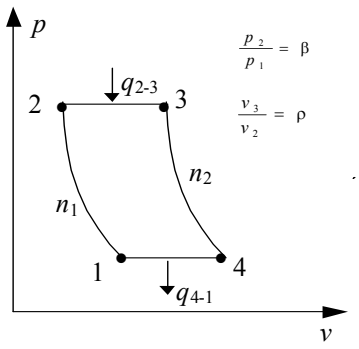


Рис. 1.71 *p–v* диаграмма проточной газотурбинной

Однако в действительности названные двигатели работают при разных степенях сжатия, и практический интерес представляет сравнение их эффективности при одинаковых максимальных температурах сгорания, поскольку именно они и определяют в основном температурную напряженность машины. В этом случае на *T–s* диаграмме должны совпадать точки 3. На рис. 1.69 показано такое сопоставление при одинаковых количествах отводимого за цикл тепла. Из рисунка понятно, что в этом случае эффективность дизельной машины выше. Эффективность двигателя со смешанным подводом тепла занимает промежуточное положение, и чем большая доля тепла подводится при *p* = const, тем она ближе к наибольшей.

Конечно же, наиболее ценные результаты дает сопоставление циклов при одинаковых максимальных температурах и одинаковых расходах топлива (одинаковых количествах подводимого за цикл тепла). Однако сделать это с помощью *T–s* диаграммы практически невозможно, ибо пришлось бы так подбирать количества отводимого тепла, чтобы площади каждого из сравниваемых циклов были одинаковы. Однако такой анализ может быть легко проведен численным способом на компьютере [12].

1.7.4 Циклы газотурбинных установок

У всякой пташки свои замашки
Русская поговорка

Газотурбинные установки (ГТУ) также относятся к двигателям внутреннего сгорания. Упрощенная схема проточной ГТУ приведена на рис. 1.70. Здесь жидкое топливо впрыскивается, распыливается и сгорает в специальной камере сгорания *3*, откуда продукты сгорания через сопловой аппарат направляются на лопатки турбины *5*. На одной оси *4* с турбиной устанавливают турбокомпрессор *6*, подающий воздух в камеру сгорания, и топливный насос *1*, обеспечивающий необходимые давление и расход топлива. Жидкое топливо впрыскивается и распыливается через форсунку, воздух направляют в камеру сгорания через специальное сопло. Образующаяся в результате разложения и испарения топлива горючая смесь поджигается с помощью специальной электрической свечи *2*.

При непрерывной работе всех агрегатов в камере сгорания обеспечивается сжигание топлива при *p* = const и такие установки называют проточными. Отдав в турбине большую часть своей энергии, продукты сгорания выбрасываются в атмосферу, унося с собой теплоту q_2. Так что и здесь в действительности нет замкнутого цикла. Идеализируя картину, это отвод тепла заменяют равновесным изобарным процессом, замыкая тем самым цикл.

p–v диаграмма такого цикла показана на рис. 1.71. Как и у обычных компрессоров, процесс сжатия 1–2 протекает по политропе с показателем n_1, лежащем в интервале 1 … *k*, но ближе к единице. Далее следует процесс сгорания 2–3, в результате которого подводится тепло и объем рабочего тела существенно увеличивается. Процесс расширения в турбине тоже политропный с показателем n_2 ($1 < n_2 < k$, но n_2 ближе к *k*). Замыкает цикл процесс отвода тепла 4–1.

Основными характеристиками цикла, определяющими его эффективность, кроме показателей политроп n_1 и n_2, являются степень повышения давления в компрессоре $\beta = p_2 / p_1$ и степень предварительного расширения газа в камере сгорания $\rho = v_3 / v_2$. Обычно известны также давление и температура газа на входе в компрессор p_1 и T_1.

Параметры газа в узловых точках цикла находят по формулам, связывающим их в политропном и изобарном процессах:

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1}; \quad p_2 = \beta\, p_1; \quad T_2 = T_1 \beta^{(n_1-1)/n_1}; \quad v_2 = \frac{RT_2}{p_2}; \quad p_3 = p_2; \quad v_3 = \rho\, v_2;$$

$$T_3 = \rho T_2; \quad p_4 = p_1; \quad T_4 = T_3 \beta^{-(n_2-1)/n_2}; \quad v_4 = \frac{RT_4}{p_4}.$$

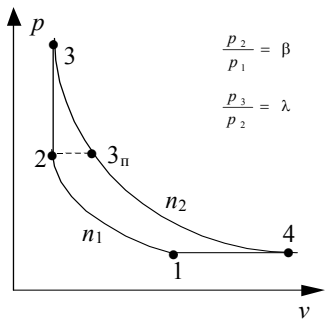


Рис. 1.73 *p–v* диаграмма

Работа и тепло в каждом из процессов рассчитывается по известным для этих процессов формулам:

$$l_{1\text{-}2} = \frac{1}{n_1 - 1} RT_1\left(1 - \beta^{(n_1-1)/n_1}\right); \; q_{1-2} = c_{vm}\Big|_{t_1}^{t_2} \frac{n_1 - k}{n_1 - 1}(T_2 - T_1); \; l_{2\text{-}3} = p_2(v_3 - v_2);$$

$$q_{2-3} = c_{pm}\Big|_{t_2}^{t_3}(T_3 - T_2); \quad l_{3\text{-}4} = \frac{1}{n_2 - 1} RT_3\left(1 - \beta^{-(n_2-1)/n_2}\right);$$

$$q_{3-4} = c_{vm}\Big|_{t_3}^{t_4} \frac{n_2 - k}{n_2 - 1}(T_4 - T_3); \quad l_{4\text{-}1} = p_1(v_4 - v_1); \quad q_{4-1} = c_{pm}\Big|_{t_1}^{t_4}(T_1 - T_4).$$

Теперь находим термический КПД цикла

$$\eta_t = \frac{\sum_{i=1}^{4} l_i}{q_{2-3} + q_{3-4}}.$$

Если же полагать, что процессы сжатия в компрессоре и расширения в турбине протекают адиабатно, то после несложных замен и преобразований для термического КПД получим формулу

$$\eta_{t\,\text{ид}} = 1 - \frac{1}{\beta^{(k-1)/k}}. \qquad (1.55)$$

Из формулы видно, что эффективность цикла повышается с увеличением β, однако в реальных установках эта величина не превышает значений 4 … 6, поскольку при еще больших значениях, как это видно из приведенных выше формул, максимальная температура цикла T_3 повышается до 1100 .. 1200 °С, и это составляет практический предел жаропрочности лопаток турбины.

Понимание того, что изохорное сгорание всегда эффективнее, чем изобарное, привело к созданию импульсных газотурбинных установок, в которых удается организовать сгорание топлива при *v* = const. Схема такой ГТУ приведена на рис 1.72. Достигается это благодаря наличию специальных клапанов *1* и *2*. Цикл организован следующим образом. Клапаном *2* закрывается выход газа на турбину, после чего при открытых еще клапанах *1* в камеру сгорания через сопло и форсунку подаются определенные порции сжатого в компрессоре воздуха и распыленного топлива. Далее клапаны *1* тоже закрываются, с помощью электрической свечи поджигается горючая смесь и происходит сгорание. Когда сгорание заканчивается и давление в камере сгорания заметно увеличивается, открывают клапан *2* и продукты сгорания попадают на лопатки турбины. Как только импульс давления срабатывается, клапан *2* снова закрывают и цикл повторяется.

На рис. 1.73 приведена *p–v* диаграмма импульсной ГТУ. Если сопоставить (аналогично тому, как это сделано при анализе циклов поршневых ДВС) эффективность рассмотренных установок, то легко убедиться, что импульсная ГТУ обеспечивает большую эффективность.

Основным параметром таких установок, кроме степени повышения давления в компрессоре β, является степень повышения давления в камере сгорания $\lambda = p_3 / p_2$. Давление и температура в точке *3* находятся при этом по-другому.

$$p_3 = \lambda p_2 \;\text{ и }\; T_3 = \lambda T_2.$$

Термический КПД идеального цикла (при адиабатных процессах 1–2 и 3–4) рассчитаем подробно, учитывая, что при этом $T_2 = T_1 \beta^{(k-1)/k}$

и

$$T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{(k-1)/k} = \lambda T_2\left(\frac{p_1}{\lambda p_2}\right)^{(k-1)/k} =$$

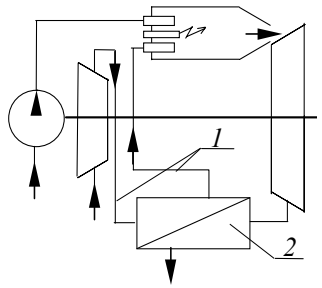
Тогда

$$= \lambda T_2 \beta^{(k-1)/k}\left(\frac{\beta^{-1}}{\lambda}\right)^{(k-1)/k} = T_1\lambda^{1-(k-1)/k} = T_1\lambda^{1/k}.$$

$$\eta_{t\,\text{ид}} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{-q_{4-1}}{q_{2-3}} = 1 - \frac{c_{pm}(T_4 - T_1)}{c_{vm}(T_3 - T_2)} =$$

$$= 1 - k\frac{T_1(T_4/T_1 - 1)}{T_2(T_3/T_2 - 1)} = 1 - \frac{k(\lambda^{1/k} - 1)}{\beta^{(k-1)/k}(\lambda - 1)}.$$

Несмотря на термодинамическое преимущество (больший $\eta_{t\,\text{ид}}$), импульсные ГТУ не получили широкого распространения из-за усложнения конструкции камеры сгорания, усиленного износа клапанов, ухудшения работы турбины и др.



Одним из направлений повышения эффективности газотурбинных установок стала регенерация отводимого тепла. Суть дела здесь такова: отработавшие в турбине продукты сгорания выбрасываются в атмосферу еще при сравнительно высокой температуре и их энергетический запас еще достаточно высок. Чтобы эффективно его использовать, на выходе из турбины устанавливают специальный теплообменник *2*, с помощью которого часть тепла отработавших газов передается воздуху, направляемому по трубам *1* через этот теплообменник в камеру сгорания (см. рис. 1.74). В результате, при неизменном расходе топлива в камере сгорания устанавливаются более высокие температуры и давления. Происходит как бы перенос части тепла отработавших газов в камеру сгорания, что наглядно показано на *p–v* диаграмме регенеративного цикла (см. рис. 1.75).

Процессы отдачи тепла от продуктов сгорания (процесс $4–4_{\text{рд}}$) и нагрева воздуха в теплообменнике ($2–2_{\text{р}}$) можно считать протекающими при p = const, если не учитывать гидравлическое сопротивление потокам теплоносителей. Количество передаваемого в теплообменнике тепла зависит от многих факторов, но в основном определяется величиной поверхности теплообмена. И поскольку сделать ее очень большой невозможно, невозможно и регенерировать все тепло отработавших газов.

Отношение действительно регенерированного количества тепла $q_{\text{р}}$ к тому количеству тепла, которое получил бы сжатый воздух, если бы дымовые газы смогли охладиться до температуры сжатого в компрессоре воздуха ($T_{4\text{р}} = T_2$), называют степенью регенерации

$$\sigma = c_{pm}\Big|_{t_2}^{t_{2p}}(T_{2\text{р}} - T_2)/c_{pm}\Big|_{t_{4p}}^{t_4}(T_4 - T_{4\text{р}}).$$

При $\sigma = 1$ говорят о полной регенерации тепла, при отсутствии регенерации $\sigma = 0$. Величину термического КПД для идеального (с адиабатными процессами сжатия и расширения) регенеративного цикла рассчитывают по формуле

$$\eta_t = \frac{(\rho - 1)(\beta^{(k-1)/k} - 1)}{(\rho - 1)\beta^{(k-1)/k} - \sigma(\rho - \beta^{(k-1)/k})},$$

которая при $\sigma = 0$ вырождается в приведенную ранее формулу (1.55).

1.7.5 Циклы паросиловых установок

Нет ничего практичнее, чем хорошая теория
Р. Клаузиус

*П*аросиловые установки занимают ведущее место в общей энергетике страны и относятся к двигателем внешнего сгорания. Сжигание топлива здесь организовано в специальных паровых котлах, расположенных отдельно. Продукты сгорания являются лишь промежуточным теплоносителем (в отличие от ДВС и ГТУ), а рабочим телом служит обычно вода и водяной пар.

На рис. 1.76 приведена схема паросиловой установки, работающей по циклу Ренкина с перегревом пара. Установка включает в себя паровой котел *1*, где в результате сжигания топлива выделяется большое количество тепла, которое передается находящейся здесь воде и расходуется на ее нагрев и превращение в водяной пар. Далее насыщенный пар направляется в трубки специального теплообменника (пароперегреватель *2*), где получает дополнительно тепло от дымовых газов, протекающих в межтрубном пространстве, и перегревается. Перегретый пар при высоком давлении и температуре направляется в паровую турбину *3*, где расширяется, совершая механическую работу, которая идет на привод электрогенератора *4*. Давление и температура пара при этом понижаются и отработанный пар попадает в другой теплообменник – конденсатор *5*, где, отдавая тепло охлаждающей воде, полностью конденсируется, а затем насосом *6* образовавшийся конденсат снова закачивается в паровой котел и цикл повторяется. Отметим, что в течение цикла рабочее тело дважды меняет свое агрегатное состояние, причем процессы кипения и конденсации протекают при постоянстве давлений в паровом котле и в конденсаторе, соответственно.

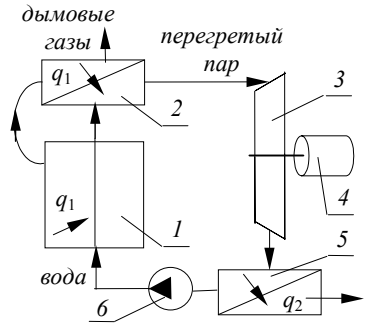
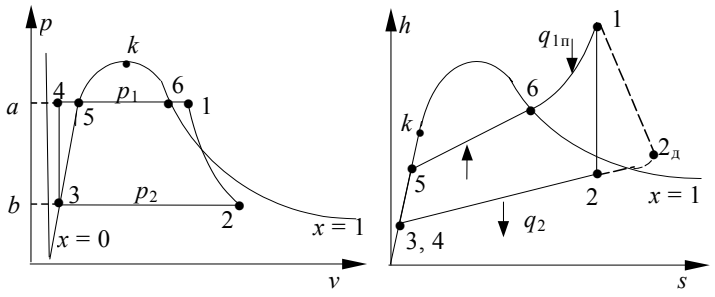


Рис. 1.76. Схема

На следующем рисунке (см. рис 1.77) на фоне пограничных кривых приведены *p–v* и *h–s* диаграммы описанного цикла, наглядно иллюстрирующие все особенности протекающих процессов. Цикл обычно начинают с процесса расширения пара в турбине. Если пренебрегать необратимыми потерями, то процесс 1–2 – это процесс адиабатного расширения, и на *h–s* диаграмме он изображается отрезком вертикали. В процессе расширения давление и температура пара уменьшаются до $T_2 = T_{н2}$ и p_2, как правило, пар становится влажным со степенью сухости $x \approx 0{,}95$.

Процесс 2–3 – это конденсация отработанного пара, и как это понятно из схемы установки, он протекает при постоянстве давления p_2 в конденсаторе. Температура при этом остается неизменной и равной $T_{н2}$. При работе насоса давление конденсата увеличивается до $p_3 = p_1$, а температура T, удельный объем v и энтальпия h практически не изменяются ($v_4 = v_3$, $h_4 = h_3$), поскольку воду можно считать несжимаемой жидкостью. Под высоким давлением вода попадает в паровой котел и сначала нагревается там до температуры насыщения $T_{н1}$ при этом давлении $p_{н1}$ (процесс 4–5), а затем выкипает (процесс 5–6). Оба эти процесса проходят при p = const и сопровождаются увеличением энтальпии. Энтальпия пара еще более увеличивается в процессе его изобарного перегрева 5–6 в пароперегревателе. Завершая описание процессов, отметим, что на рис. 1.77 левые части обоих диаграмм приведены в утрированно растянутом по абсциссе масштабе. Если изобразить процессы в одинаковом масштабе, то и линия 3–4, и линия 4–5 практически сольются с осью ординат.



Исходными параметрами цикла обычно являются значения p_1, T_1 и p_2. Это позволяет с помощью таблиц или *h–s* диаграммы определить все (p, v, T, h и s) параметры характерных точек цикла и рассчитать основные его характеристики: количество подводимого q_1 и отводимого q_2 за цикл тепла, термический КПД цикла η_t, удельный расход пара d_0, удельный расход тепла q и др.

Количества подведенного и отведенного тепла легко рассчитываются как разницы энтальпий в соответствующих процессах:

$$q_1 = q_{4\text{-}5} + q_{5\text{-}6} + q_{6\text{-}1} = (h_5 - h_4) + (h_6 - h_5) + (h_1 - h_6) = h_1 - h_4;$$

$$q_2 = q_{2\text{-}3} = h_2 - h_3.$$

Теперь находим

$$\eta_t = \frac{l_ц}{q_1} = \frac{q_ц}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{(h_1 - h_4) - (h_2 - h_3)}{h_1 - h_4} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3}.$$

Из формулы (и особенно из *p–v* диаграммы) видно, что эффективность цикла Ренкина увеличивается с увеличением температуры T_1 и давления p_1 в начальной точке (при этом увеличивается h_1) и при уменьшении давления p_2 в конденсаторе (при этом уменьшаются h_2 и h_3).

Удельным расходом пара d_0 называют количество килограмм пара, необходимого для получения одного киловатт-часа энергии,

$$d_0 = 3600/q_1 = 3600/(h_1 - h_2), \text{ кг/(кВт·ч)}.$$

Удельный расход тепла – это количество тепла, необходимое для получения одного киловатт-часа работы,

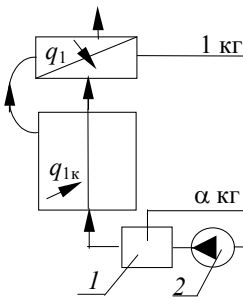
$$q = 1/(3600\ \eta_t), \text{ кДж/(кВт·ч)}.$$

Заметим, что в действительности процесс расширения пара в турбине сопровождается потерями на трение и не является изоэнтропным. В соответствии со вторым законом термодинамики, он сопровождается увеличением энтропии *s*, и это увеличение тем больше, чем больше потери на внутренне трение. На *T–s* диаграмме этот необратимый процесс показан условно линией $1–2_д$. Полезная работа при этом определится разницей энтальпий $h_1 - h_{2д}$, а отношение этой действительной работы к теоретической, равной $h_1 - h_2$, называют внутренним относительным КПД η_{io}:

$$\eta_{io} = \frac{h_1 - h_{2д}}{h_1 - h_2}.$$

Этот коэффициент характеризует степень совершенства действительного процесса расширения в турбине в сравнении с идеальным.

1.7.6 Повышение эффективности теплосиловых циклов



*Ч*тобы повысить эффективность паросилового цикла предложен ряд мер для его модернизации. Так, увеличение давления p_1 с целью увеличения термического КПД приводит к увеличению влажности отработанного пара (см. рис. 1.78, точки $2_и$ и $2_п$). Это отрицательно сказывается на работе паровой турбины и весьма нежелательно.

Чтобы избежать этого, организуют цикл с промежуточным перегревом пара. Для этого пар, отработавший в первой ступени турбины, направляется не во вторую ее ступень, а в еще один пароперегреватель, установленный на хвостовом тракте продуктов сгорания. Здесь он снова перегревается примерно до той же температуры T_1, и только потом направляется во вторую ступень (второй цилиндр) турбины на расширение. Как правило, турбины имеют несколько цилиндров, и такой промежуточный перегрев может осуществляться перед каждым из них. Как это видно из рис. 1.78, применение промежуточного перегрева увеличивает площадь цикла, а значит и его термический КПД.

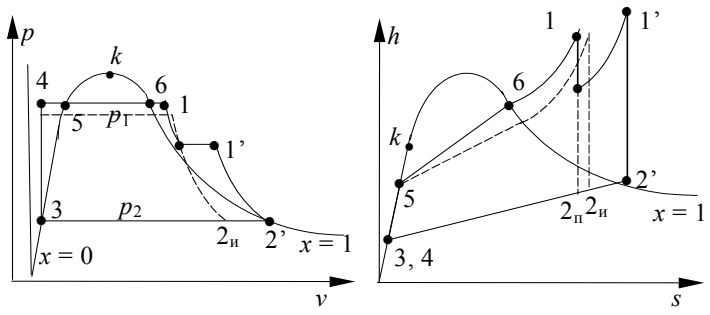


Рис. 1.78 *p–v* и *h–s* диаграммы цикла с вторичным пе-

Ранее (см. 1.7.4) было показано, что эффективным способом повышения термического КПД цикла является регенерация отводимого тепла. В паросиловых установках с этой целью часть пара, отработавшего в первой ступени турбины, забирают и направляют в специальный смесительный теплообменник (его называют подогревателем конденсата), где этот пар отдает часть своего тепла и подогревает конденсат из конденсатора перед поступлением его в котел.

Схема теплосиловой установки с регенерацией тепла и *h–s* диаграмма ее термодинамического цикла приведены на рис. 1.79. В подогреватель *1* направляется часть пара, обозначаемая через α. Тогда че-

рез остальные ступени турбины и конденсатор *3* пройдет остальная часть, равная (1 – α). Отбор пара производится при достаточно высоких еще параметрах $p_{2от}$, $t_{2от}$, и $h_{2от}$ и это позволяет так подогреть подаваемый насосом *2* конденсат, что энтальпия его увеличивается до величины $h_{4от}$. Обычно количество отбираемого пара определяют из условия, что за счет его тепла конденсат нагреется до такой же температуры, с какой конденсируется этот пар ($t_{4от} = t_н$, $h_{4от} = h''$ при $p = p_{2от}$). Записав уравнение теплового баланса (теплота, отданная паром, равна теплоте, полученной конденсатом)

$$\alpha\,(h_{2от} - h_{3от}) = (1 - \alpha)\,(h_{4от} - h_3), \qquad (1.56)$$

после простейших преобразований находим

$$\alpha = \frac{h_{4от} - h_3}{h_{2от} - h_3}.$$

Таким образом из каждого килограмма пара α-килограмм совершает цикл 1–$2_{от}$–$4_{от}$–5–6–1 и удельная работа этой части (если считать расширение в турбине изоэнтропным) будет

$$l_{от} = \alpha\,(h_1 - h_{2от}).$$

Другая часть совершает цикл 1–2–3–4–5–6–1, и ее удельная работа будет

$$l_{ост} = (1 - \alpha)\,(h_1 - h_2).$$

Тепло, отведенное за цикл, определится разницей энтальпий

$$q_1 = h_1 - h_{4от},$$

так что термический КПД цикла

$$\eta_{tp} = \frac{l_ц}{q_1} = \frac{l_{от} + l_{ост}}{q_1} = \frac{\alpha(h_1 - h_{2от}) + (1-\alpha)(h_1 - h_2)}{h_1 - h_{3от}} =$$
$$= \frac{\alpha h_1 - \alpha h_{2от} + h_1 - h_2 - \alpha h_1 + \alpha h_2}{h_1 - h_{4от}} = \frac{(h_1 - h_2) - \alpha(h_{2от} - h_2)}{h_1 - h_{4от}}. \qquad (1.57)$$

Из уравнения (1.56) найдем

$$h_{4от} = h_3 - \alpha\,(h_{2от} - h_3),$$

и тогда предыдущую формулу перепишем так:

$$\eta_{tp} = \frac{(h_1 - h_2) - \alpha(h_{2от} - h_2)}{(h_1 - h_3) - \alpha(h_{2от} - h_3)}.$$

Для цикла без регенерации, как показано выше,

$$\eta_t = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3}.$$

Сопоставляя приведенные формулы, отметим, что и числитель, и знаменатель в формуле (1.57) уменьшаются по сравнению с последней формулой. Но поскольку $h_2 > h_3$, то и

$$\alpha\,(h_{2от} - h_3) > \alpha\,(h_{2от} - h_2),$$

и значит знаменатель формулы (1.57) уменьшается больше, чем числитель. Из этого следует, что

$$\eta_{t\text{р}} > \eta_t.$$

Обычно осуществляют несколько отборов пара, устанавливая и несколько подогревателей конденсата. Термический КПД при этом увеличивается. Однако по мере увеличения температуры конденсата $t_{4\text{от}}$ КПД может достигнуть максимума, а затем начать уменьшаться. Поэтому термодинамическим анализом цикла обычно устанавливаются оптимальные доли α_1, α_2, … отбираемого пара, при которых обеспечивается наивысший термический КПД.

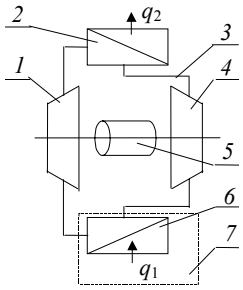


Рис. 1.82 Схема воздушной холодильной машины

Еще большую эффективность обеспечивают теплофикационные установки, в которых отводимое при конденсации отработанного пара теплота используется для производственных нужд и отопления. Чтобы температура охлаждающей воды, выходящей из конденсатора, была достаточно высокой (обычно это 120 … 140 °С), приходится заметно поднимать давление p_2, что несколько снижает величину η_t. Но при этом установка работает практически без отбросного тепла (если пренебрегать теплопотерями в окружающую среду) и экономическая эффективность такого цикла может достигать 70 … 75 %.

На рис. 1.80 показана *h–s* диаграмма теплофикационного цикла в сравнении с обычным циклом Ренкина. Из рисунка видно, что количество отводимого тепла $q_2 = h_{2\text{т}} - h_{3\text{т}}$ при теплофикации больше, чем в обычном цикле (значит работа за цикл и величина η_t будут меньше), но зато практически все это тепло полезно используется, а не просто выбрасывается в окружающую среду, нанося ей непоправимый экологический урон.

Мощность теплосиловой установки по выработке электроэнергии определяется удельной работой $l_{1\text{-}2} = h_1 - h_{2\text{т}}$ и расходом пара D:

$$N_{\text{эл}} = (h_1 - h_{2\text{т}})\, D\,.$$

Тепловая мощность, отдаваемая потребителям тепла, тоже пропорциональна расходу пара

$$N_{\text{т}} = (h_{2\text{т}} - h_{3\text{т}})\, D\,,$$

и чем больше вырабатывается электроэнергии, тем больше вырабатывается и тепла. Однако известно, что графики потребностей в электоэнергии и теплоте почти никогда не совпадают (для примера: в зимние предутренние часы потребность в электроэнергии минимальна, а потребность в тепле – наибольшая).

Чтобы избавиться от жесткой связи между $N_{\text{эл}}$ и $N_{\text{т}}$, применяют турбины с регулируемым промежуточным отбором пара на теплофикацию. При этом отработанный в первой ступени турбины пар (или часть его) отбирается и направляется в теплофикационный конденсатор *3* (см. рис. 1.81), где конденсируясь, нагревает технологический теплоноситель (специально подготовленную воду) до температуры, нужной потреби телю. Образовавшийся конденсат вторым насосом *1* закачивается в котел. Для изменения доли пара, идущей на теплофикационные нужды служит регулировочный вентиль *3*.

1.7.7 Цикл воздушной холодильной машины

Для получения холода в быту и промышленности используются холодильные установки, реализующие холодильный цикл. Простейшей из них является холодильная машина, в качестве рабочего тела которой используется воздух (или другие идеальные газы). Основными агрегатами такой холодильной установки, схема которой приведена на рис. 1.82, являются сидящие на одном валу с электродвигателем *5* компрессор *1*, детандер (расширительная машина) *4* и два теплообменника *2* и *6*, один из которых расположен в охлаждаемом помещении *7* и забирает из него тепло q_1, а другой – его называют холодильником – в окружающей среде, куда он и отдает тепло q_2. Все агрегаты соединены трубами *3* и образуют герметичную систему, в которой циркулирует рабочее тело.

Процессы в холодильнике и рефрижераторе (так называют теплообменник, забирающий тепло из охлаждаемого помещения) идут практически при p = const, процессы в компрессоре и детандере – политропные, с показателями n_1 и n_2, лежащими в пределах 1 … k.

На рис. 1.83 показана p–v диаграмма цикла, наглядно демонстрирующая последовательность совершаемых там термодинамических процессов. Здесь 1–2 – сжатие воздуха в компрессоре (применяются как турбокомпрессоры, так и поршневые машины), 2–3 – отвод тела в холодильнике, 3–4 – расширение в детандере (они тоже могут быть как поршневыми, так и турбодетандерами, совершаемая здесь работа расширения частично компенсирует работу на привод компрессора) и, наконец, процесс 4–1 – это подвод тепла в рефрижераторе, нахолаживание охлаждаемого помещения.

Основными характеристиками воздушной холодильной машин наряду с параметрами первой точки p_1 и T_1, показателями политроп n_1 и n_2 являются еще и степень повышения давления в компрессоре $\beta = p_2 / p_1$ и степень расширения газа в детандере $\rho = v_4 / v_3$, а также температура газа на выходе из холодильника T_3. Расчет параметров характерных точек цикла не представляет тогда затруднений

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1}, \quad p_2 = \beta\, p_1, \quad T_2 = T_1 \beta^{(n_1-1)/n_1}, \quad v_2 = \frac{RT_2}{p_2}, \quad p_3 = p_2, \quad v_3 = \frac{RT_3}{p_3},$$

$$p_4 = p_1, \quad v_4 = \rho v_3, \quad T_4 = \frac{p_4 v_4}{R},$$

при этом значение показателя политропы n_2 рассчитывается по формуле

$$n_2 = \frac{\ln \beta}{\ln \rho}.$$

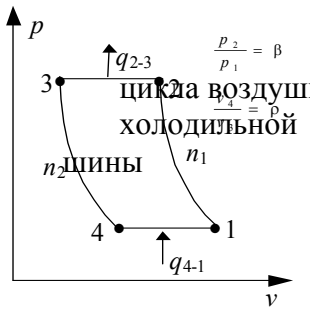


Рис. 1.83 p–v диаграмма цикла воздушной холодильной машины

По известным формулам для политропных и изобарных процессов рассчитываются теплота и работа за каждый процесс, и далее величина холодильного коэффициента

$$\varepsilon = \frac{q_1}{|l_ц|} = \frac{q_1}{|q_1 - q_2|} = \frac{q_1}{|q_2 - q_1|} = \frac{q_1}{|(q_{1-2} + q_{2-3}) - (q_{3-4} + q_{4-1})|}.$$

Для идеализированного цикла $q_{1\text{-}2}$ и $q_{3\text{-}4}$ равны нулю, и, считая воздух идеальным газом с постоянной теплоемкостью, находим

$$\varepsilon = \frac{q_1}{|q_1 - q_2|} = \frac{1}{\frac{q_2}{q_1} - 1} = \frac{1}{\frac{c_{pm}(T_2 - T_3)}{c_{pm}(T_1 - T_4)} - 1} = \frac{1}{\frac{T_2(1 - T_3/T_2)}{T_1(1 - T_4/T_1)} - 1}. \quad (1.58)$$

Для адиабатных процессов 1–2 и 3–4 можно записать

$$\frac{T_2}{T_1} = \beta^{(k-1)/k} \quad \text{и} \quad \frac{T_3}{T_4} = \beta^{(k-1)/k},$$

откуда следует, что

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \quad \text{или} \quad \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}.$$

Возвращаясь теперь к формуле (1.58), после сокращения находим

$$\varepsilon = \frac{1}{T_2/T_1 - 1} \quad \text{или} \quad \varepsilon = \frac{1}{T_3/T_4 - 1},$$

откуда следует вывод: эффективность воздушной холодильной машины тем выше, чем ближе процессы в компрессоре и детандере к изотермическим (при $T_2 = T_1$ $\varepsilon \to \infty$).

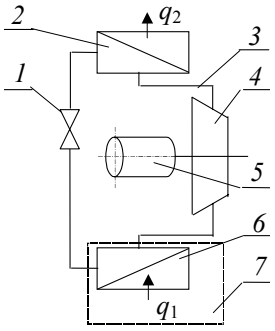
Количество тепла, забираемого из охлаждаемого помещения за цикл одним кг воздуха называют удельной хладопроизводительностью, численно она равна величине q_1. Если в машине циркулирует m килограмм воздуха и она совершает z циклов в секунду, то полная хладопроизводительность (в Дж/с) будет

$$Q = q_1 m z.$$

Мощность (в кВт), необходимая для работы воздушной холодильной машины, найдется с учетом величины ε

$$N = Q / (1000 \cdot \varepsilon).$$

1.7.8 Цикл парокомпрессорной холодильной машины



В парокомперссорных холодильных установках в качестве рабочего тела используют хладоагенты, имеющие при сравнительно невысоких давлениях достаточно низкую температуру кипения и значительный положительный дроссель-эффект. В основном это фторхлорпроизводные углеводородов (фреоны, хладоны), аммиак, углекислота, хлористый метил. Принципиальная схема такой установки приведена на рис. 1.84.

Работа холодильной машины осуществляется следующим образом. В компрессоре *4* насыщенный или перегретый пар хладоносителя сжимается от давления p_1 до давления p_2. Процесс сжатия близок к адиабатному, поэтому температура пара в результате сжатия увеличивается от t_1 до t_2, превышающей температуру окружающей среды. Сжатый и нагретый пар по трубке *3* направляется в специальный теплообменник (его называют конденсатором *2*), где при p = const от него отводится тепло в окружающую среду. При этом пар сначала охлаждается до температуры насыщения $t_н$ при давлении p_2, затем конденсируется, и далее переохлаждается до температуры $t_3 < t_н$. Далее жидкость направляется в дроссельное устройство *1* (отрезок капиллярной трубки, дроссельный вентиль или дроссельная шайба), проходя через которое жидкость дросселируется до давления p_1. При дросселировании происходит частичное испарение хладоагента, температура его резко понижается до t_4 и образовавшийся очень влажный пар (x = 0,2) направляется в другой теплообменник *6*, расположенный в охлаждаемом помещении *7*. Здесь при p = const происходит выкипание оставшейся жидкости (потому-то этот теплообменник называют испарителем), причем теплота, необходимая для испарения, забирается из охлаждаемого помещения. Образовавшийся насыщенный (или даже немного перегретый) пар при давлении p_1 и температуре t_1 засасывается в цилиндр компрессора, снова сжимается и описанный цикл повторяется.

На рис. 1.85 приведена h–s диаграмма цикла. Здесь 1–2 – процесс сжатия пара в компрессоре; 2–3 – охлаждение перегретого пара до температуры насыщения; 3–4 – конденсация пара; 4–5 – переохлаждение жидкости до $t_5 < t_н$; 5–6 – дросселирование рабочего тела (при этом, как доказано ранее, $h_6 = h_5$); 6–1 – испарение оставшейся жидкости в испарителе. При всасывании пара в цилиндр компрессора параметры его (p, t, h, s) практически не меняются, и этот процесс отображается точкой 1.

Поскольку процессы подвода и отвода тепла идут при p = const, количества подведенного q_1 и отведенного q_2 тепла определяются соответствующими разницами энтальпий

$$q_1 = h_1 - h_6, \quad q_2 = h_2 - h_5 = h_2 - h_6.$$

Работа за цикл, как известно, равна

$$l_ц = q_ц = q_1 - q_2 = (h_1 - h_6) - (h_2 - h_6) = h_1 - h_2,$$

и тогда холодильный коэффициент будет

$$\varepsilon = \frac{h_1 - h_5}{h_1 - h_2}.$$

Практика показала, что холодильный коэффициент ε и удельная хладопроизводительность q_1 парокомпрессорных холодильных машин значительно выше, чем у воздушных холодильных машин.

На установках большой мощности и хладопроизводительности обычно устраивается водяное охлаждение конденсатора, а вырабатываемый холод передается в охлаждаемое помещение с помощью специальных теплоносителей (водные растворы NaCl, $CaCl_3$, $MgCl_2$), которые называют рассолами.

ВОПРОСЫ ЗАЧЕТНОГО МИНИМУМА ПО РАЗДЕЛУ 1

1 Какие проблемы изучает термодинамика?
2 Что называют термодинамической системой?
3 Что разделяет термодинамическую систему с окружающей средой?
4 В чем состоит нулевое правило термодинамики?
5 Какие физические величины называют физконстантами, а какие – параметрами состояния системы?
6 Какие параметры называют координатами состояния?
7 Какие параметры называют потенциалами?
8 Сформулируйте правило знаков для потенциалов.
9 Что называют энтропией системы?
10 На какие особенности термодинамических процессов указывает изменение энтропии системы?
11 В чем суть закона сохранения энергии?
12 Что называют внутренней энергией газа?
13 Что такое количество воздействия данного рода?
14 Как рассчитывают количество воздействия данного рода?
15 Как записывается первый закон термодинамики в общем виде (при наличии и одновременных взаимодействий)?
16 Какие системы называют термомеханическими?
17 Как записывается первый закон термодинамики для термомеханической системы?
18 Докажите невозможность вечного двигателя первого рода.
19 Какие процессы называют равновесными, обратимыми?
20 Какие процессы называют неравновесными, необратимыми?
21 Назовите основную особенность неравновесных процессов.
22 В чем суть второго закона термодинамики?
23 Что называют идеальным газом?
24 Запишите уравнение состояния идеального газа.
25 Какие процессы называют изохорными, изобарными, изотермическими, адиабатными?
26 Что называют удельной теплоемкостью? Какие теплоемкости широко используются в практических расчетах?
27 Какова связь между теплоемкостями c_v и c_p для идеального газа (уравнение Майера)?
28 Что характеризует собою энтальпия рабочего тела?
29 Что определяют собою свободная энергия и свободная энтальпия рабочего тела?
30 Что характеризует собою величина эксергии рабочем тела?
31 Какие процессы называют политропными?
32 Как рассчитать работу за политропный процесс?
33 Как рассчитать тепло за политропный процесс?
34 Как рассчитать Δu, Δh за политропный процесс?
35 Как рассчитать Δs за политропный процесс?
36 В чем состоит правило изохоры?
37 В чем состоит правило изобары?
38 В чем состоит правило изотермы?
39 В чем состоит правило адиабаты?
40 Что называют термодинамическим циклом?
41 Какие циклы называют тепловыми?

42 Какие циклы называют холодильными?

43 Как организуется цикл холодильной установки?

44 Как организуется цикл теплового насоса?

45 Что называют термическим КПД теплового цикла?

46 Что называют холодильным коэффициентом холодильной машины?

47 Какой цикл называют циклом Карно?

48 Как рассчитывается термический КПД цикла Карно?

49 Какой цикл является наиболее эффективным с точки зрения термодинамики?

50 Является ли цикл Карно самым экономически эффективным?

51 Сформулируйте второй закон термодинамики применительно к теории циклов.

52 Какой вид имеет уравнение состояния реальных газов?

53 Почему непосредственно уравнение состояния реальных газов редко используется для технических расчетов?

54 Какой пар называют насыщенным?

55 Какой пар называют влажным?

56 Какой пар называют сухим насыщенным?

57 Какой пар называют перегретым?

58 Что выражает собою степень перегрева перегретого пара?

59 Как устроены таблицы насыщения воды и пара?

60 Как устроены таблицы состояний воды и перегретого пара?

61 Какой вид имеет p–v диаграмма воды и пара?

62 Какой вид имеет h–s диаграмма воды и пара?

63 Как на h–s диаграмме изобразится процесс изобарного нагревания воды от 0 °С до состояния перегретого пара?

64 Как на h–s диаграмме изобразится процесс изотермического сжатия перегретого пара до состояния полного ожижения?

65 Как на h–s диаграмме изобразится процесс адиабатного расширения перегретого пара до состояния влажном пара?

66 Как на h–s диаграмме изобразится процесс изохорного нагревания влажного пара до состояния перегретого пара?

67 Как с помощью h–s диаграммы определить параметры h, s и v, если заданы величины p и t ?

68 Как с помощью h–s диаграммы определить давление p, если заданы величины t и s ?

69 Как рассчитать тепло и работу в изобарном процессе с паром?

70 Как рассчитать количество тепла в изохорном процессе с водяным паром?

71 Как рассчитать работу изотермического расширения водяного пара, количество подведенного при этом тепла?

72 Как записывается первый закон термодинамики для потока газа (механическая форма)?

73 Как записывается первый закон термодинамики для потока газа (тепловая форма)?

74 Как изменяется температура газа при увеличении скорости течения потока?

75 Как изменяется давление газа при увеличении скорости течения потока?

76 Как изображается процесс истечения на h–s диаграмме?

77 Как рассчитать скорость газа на выходе из канала, если известны параметры газа на входе и выходе из него?

78 Какие колебания в термодинамике называют звуковыми?

79 От чет зависит скорость звука в газе?

80 Какие потоки называют "слепыми"?

81 Как скорость звука зависит от скорости потока?

82 Какие течения называют критическими?

83 Чему равна критическая скорость истечения?

84 Как изменяется скорость истечения при увеличении перепада давлений на входе и выходе из канала?

85 Можно ли за счет увеличения перепада давлений разогнать газ до сверхзвуковых скоростей?

86 Как форма канала влияет на скорость газа при постоянстве перепада давлений?

87 Как изменяется скорость газа в диффузоре при дозвуковом режиме течения на входе в канал?

88 Как изменяется скорость газа в диффузоре при сверхзвуковом режиме течения на входе в канал?

89 Как изменяется скорость газа в конфузоре при дозвуковом режиме течения на входе в канал?

90 Что называют соплом Лаваля?

91 При каких условиях сопло Лаваля обеспечивает ожидаемый эффект (разгоняет газ до сверхзвуковых скоростей)?

92 Что называют дросселированием?

93 Что называют дроссель-эффектом?

94 Каким образом задают качественный состав газовых смесей?

95 Что называют парциальным давлением газа в смеси? А парциальным объемом?

96 Как рассчитывают теплоемкость газовой смеси?

97 Как изменяется энтропия при адиабатном смешении газов?

98 Что называют влажным воздухом?

99 Что характеризует относительная влажность влажного воздуха?

100 Что называют влагосодержанием влажного воздуха?

101 Как проходят изотермы на *H–d* диаграмме влажного воздуха?

102 Как проходят линии $\varphi = \text{const}$ на *H–d* диаграмме?

103 Как определить влагосодержание влажного воздуха, если известны его температура и относительная влажность?

104 Как с помощью *H–d* диаграммы определить температуру точки росы влажном воздуха?

105 Как с помощью *H–d* диаграммы определить сколько влаги удалено при сушке материала, если известны параметры t_1, φ_1 и t_2, φ_2 влажном воздуха на входе и выходе из сушилки?

106 Как определяется величина химического потенциала компоненты в многокомпонентной реагирующей смеси?

107 Каково условие равновесия в многокомпонентной системе?

108 Как изменяется внутренняя энергия многокомпонентной системы по мере перехода ее от неравновесного состояния к равновесному?

109 Сформулируйте закон Гесса.

110 Какие следствия вытекают из закона Гесса?

111 Как определить теплоту реакции, если известны теплоты сгорания исходных реагентов и продуктов реакции?

112 Сформулируйте условия равновесия для изобарно-изотермической системы.

113 Какие фазовые состояния вещества Вы знаете?

114 Что называют фазовым равновесием?

115 Изобразите фазовую *p–T* диаграмму воды и покажите на ней область перегретого пара.

116 Сформулируйте правило фаз Гиббса.

117 Как работает идеальный компрессор?

118 Что характеризует величина степени повышения давления β?

119 Как рассчитывают степень повышения давления в многоступенчатых компрессорах?

120 Изобразите индикаторную диаграмму реального компрессора и прокомментируйте каждый из процессов.

121 Как определяют количество всасываемого за цикл газа?

122 Расскажите, как устроен поршневой ДВС, изобразите его индикаторную диаграмму.

123 В чем состоит идеализация реального цикла ДВС?

124 Изобразите и прокомментируйте *T–s* диаграмму цикла ДВС.

125 Какова основная особенность карбюраторного ДВС?

126 Чем отличается цикл Дизеля от других циклов?

127 Какой из циклов, дизельного или карбюраторного двигателей, будет более эффективным при одинаковых степенях сжатия?

128 Какой из циклов, дизельного или карбюраторного двигате-лей, будет более эффективным при одинаковых максимальных температурах?

129 Какой из циклов, дизельного или карбюраторного двигателей, будет более эффективным при одинаковых q_1 ?

130 Расскажите устройств проточной газовой турбины.

131 Изобразите *T–s* диаграмму проточной ГТУ и прокомментируйте каждый из процессов, составляющих цикл.

132 Как работает импульсная ГТУ?

133 Изобразите *p–v* диаграмму импульсной ГТУ и прокомментируйте каждый из процессов, составляющих цикл.

134 Какая ГТУ, импульсная или проточная, эффективнее?

135 Как устроена и работает ГТУ с регенерацией тепла?

136 Изобразите схему паросиловой установки, работающей по циклу Ренкина с перегревом пара.

137 Изобразите цикл Ренкина на *p–v* и *T–s* диаграммах.

138 Как рассчитать термический КПД цикла Ренкина?

139 Что называют удельным расходом пара?

140 Расскажите о циклах с вторичным перегревом пара.

141 Как реализуется регенерация тепла в паросиловых циклах? Для чего это делается?

142 Изобразите *h–s* диаграмму теплофикационного цикла, расскажите о преимуществах этого цикла.

143 Изобразите схему воздушной холодильной машины и ее цикл на *p–v* или *T–s* диаграммах.

144 Как устроена и работает парокомпрессорная холодильная установка?

145 На *h–s* диаграмме изобразите цикл парокомпрессорной холодильной машины. Прокомментируйте каждый из процессов.

2 ТЕОРИЯ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

2.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ ТЕОРИИ ТЕПЛООБМЕНА

2.1.1 Классификация процессов теплообмена

Различают три элементарных (простейших, необъяснимых другими механизмами) формы теплообмена: теплопроводность, конвекция и тепловое излучение. Всевозможные сочетания только этих трех элементарных механизмов и создают все разнообразие конкретных процессов теплообмена, встречающихся на практике.

Теплопроводность – это перенос тепла в результате непосредственного соприкосновения между молекулами вещества при их тепловом движении. При этом энергия "горячих" частиц передается соседним частицам, в результате чего и происходит распространение тепловой энергии в пространстве. В чистом виде теплопроводность характерна для твердых тел. В газах и жидкостях такой перенос тепла тоже имеет место, но там он обычно сопровождается и другими формами теплообмена.

Конвекцией называют перенос тепла в пространстве при перемещении и перемешивании макрообъемов вещества. Конвекция характерна для жидкостей и газов, где перемещение макрообъемов легко осуществляется с помощью специальных устройств (мешалки, насосы, вентиляторы и т.п.). Когда движение макрообъемов происходит под действием внешних сил, конвекцию называют вынужденной. Если же такое движение возникает только под влиянием гравитации, то конвекцию называют естественной или свободной. Естественная конвекция возникает тогда, когда нагретые слои жидкости или газа оказываются расположенными ниже более холодных слоев. Тогда из-за разницы плотностей нагретых и холодных объемов возникают подъемные силы, вызывающие перемещение макрообъемов.

Тепловое излучение – это перенос тепла электромагнитными волнами определенной длины (инфракрасный спектр). Диапазон частот теплового излучения лежит между видимым излучением и радиоволнами. Тепловое излучение свойственно всем телам и во многом определяется температурой и свойствами поверхностного слоя тела. Тепло излучается при любой температуре ($T > 0$ К).

Одновременное совокупное действие всех трех элементарных форм теплопереноса называют сложным теплообменом. Если не поступаться принципами, то практически всегда можно обнаружить все три формы и говорить о сложном теплообмене. Однако очень часто в общем тепловом балансе роль

той или иной составляющей невелика, и тогда процессам дают особые, специальные названия. При невысоких температурах обычно пренебрегают влиянием теплового излучения, а в некоторых других случаях – даже и свободной конвекцией.

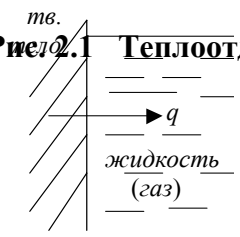
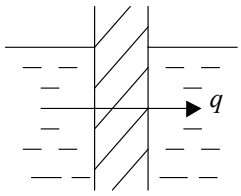


Рис. 2.1 Теплоотдача

Передачу тепла от поверхности твердого тела в жидкую или газообразную среду называют теплоотдачей. Так же называют и процесс противоположной направленности, когда тепло отдается от теплоносителя в стенку. Процесс теплоотдачи проиллюстрирован на рис. 2.1. Теплоотдача – явление сложное. В тонком слое, непосредственно соприкасающемся с поверхностью тела, тепло передается теплопроводностью. В слоях достаточно удаленных от поверхности происходит конвективный теплообмен. Интенсивность теплоотдачи зависит от многих факторов, и в основном от свойств и особенностей течения теплоносителя.



Перенос тепла от одной жидкой или газообразной среды в другую такую же среду через разделяющую их твердую стенку называют теплопередачей (см. рис. 2.2). Понятно, что теплопередача – это еще более сложный процесс. Он включает две теплоотдачи (с обеих сторон стенки) и теплопроводность через стенку. Эти процессы настолько широко встречаются в природе и технике, что всю науку, изучающую особенности и закономерности процессов теплообмена, стали называть теплопередачей.

2.1.2 Основные термины теории теплообмена

Сперва аз да буки, а потом науки

Русская пословица

Любые процессы теплообмена всегда сопровождаются изменением температуры в пространстве и во времени. Совокупность всех мгновенных значений температур для каждой точки исследуемого пространства называют температурным полем. В общем случае температурное поле описывается зависимостью

$$t = f(x, y, z, \tau),$$

где функция f описывает связь между температурой t, пространственными координатами x, y, z и временем τ.

В технике очень часто встречаются установившиеся режимы работы машин или оборудования, когда нагрузки, расходы, напоры и т.п. продолжительное время остаются постоянными. При установившихся режимах не меняются по времени и температуры в отдельных точках пространства. Такое температурное поле называют стационарным:

$$t = f(x, y, z), \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0.$$

Если же температура t изменяется с течением времени, то температурное поле принято называть нестационарным. Такие поля характерны для машин и агрегатов циклического действия, а стационарные поля – для оборудования с непрерывным производственным процессом.

В зависимости от формы тела и направления теплообмена температурные поля могут быть плоскими или одномерными:

$$t = f(x, y), \quad t = f(x).$$

В любом температурном поле есть точки с одинаковой температурой. Если мысленно объединить

их между собой, то получим изотермическую поверхность. Сечение такой поверхности плоскостью дает линию, которую называют изотермой. Разным температурам соответствуют разные изотермы. Вдоль изотерм температура не меняется, а значит и теплообмен не происходит. Температура различается только по направлениям, пересекающим изотермы. Разницу температур между двумя точками пространства, лежащими на разных изотермах, называют температурным напором:

$$\Delta t = t_{\text{г}} - t_{\text{х}} .$$

Здесь $t_{\text{г}}$ и $t_{\text{х}}$ – температуры в горячей и в холодной точках. Величина Δt определяется расстоянием между точками и интенсивностью теплообмена в выбранном направлении.

Рассмотрим небольшой участок температурного поля, выделив изотермы с температурами t, $t + \Delta t$ и $t - \Delta t$ (см. рис. 2.3). Из рисунка видно, что интенсивность изменения температуры в пространстве по различным направлениям различна. Вдоль изотермы t температура вообще не изменяется, интенсивность изменения температуры по направлению x определяется соотношением $\Delta t / \Delta x$, а по направлению y – величиной $\Delta t / \Delta y$. Естественно, что максимальная интенсивность изменения температуры в пространстве (а значит и максимальный теплообмен) будет по направлению, перпендикулярному к изотерме и определится отношением $\Delta t / \Delta n$. Предел отношения $\Delta t / \Delta n$ при $\Delta n \to 0$ принято называть температурным градиентом:

$$\text{grad}\, t = \lim_{\Delta n \to 0} \left(\frac{\Delta t}{\Delta n} \right) = \frac{\partial t}{\partial n} .$$

Величина температурного градиента характеризует максимальную интенсивность изменения температуры в пространстве в окрестностях заданной точки. Это величина векторная, направляют этот вектор в сторону увеличения температуры. По линиям градиентов, но в противоположном направлении проходят и линии тока тепла.

Таким образом изучение температурного поля и его характеристик дает нам качественную картину явления, позволяя выделить наиболее теплонапряженные зоны, сопоставлять интенсивность процессов в разных точках тела и в разных направлениях. Позже будет показано, что знание температурного поля позволяет рассчитать и количественные характеристики, определяющие интенсивность теплообмена, о которых следует поговорить дополнительно.

Количество тепла, которое передается через некоторую изотермическую поверхность за единицу времени, называют тепловым потоком:

$$Q = Q^* / \tau,$$

здесь Q^* – общее количество тепла, переданное через изотермическую поверхность за время τ.

Тепловой поток, отнесенный к единице изотермической поверхности, называют удельным тепловым потоком или плотностью теплового потока:

$$q = Q / F.$$

Величина q, показывающая сколько тепла передается через единицу поверхности за единицу времени, является наиболее информативной характеристикой интенсивности процессов теплообмена.

2.1.3 Основные законы теплообмена

Выучи, *вызубри*, *не забывай*
И повторяй, *как заклинанье* ...

В. Высоцкий

Непосредственный жизненный опыт и точные физические измерения показывают, что количество передаваемого в пространстве тепла прямо пропорционально продолжительности процесса, поверхно-

сти теплообмена и, как правило, температурному напору:

$$Q^* = A\,\Delta\tau\,F\,\Delta t, \qquad (2.1)$$

где A – коэффициент пропорциональности, зависящий от вида и характера процесса, размеров и свойств тел, многих режимных факторов. В случае теплоотдачи коэффициент пропорциональности называют коэффициентом теплоотдачи a, а формулу (2.1) после деления на $\Delta\tau$ и F записывают в виде закона Ньютона-Рихмана:

$$q = \alpha\,\Delta t,$$

где $\Delta t = t_c - t_ж$ (или $\Delta t = t_ж - t_c$, если температура теплоносителя больше, чем температура стенки t_c), а величина α представляет собой количество тепла, которое передается теплоотдачей через единицу поверхности за единицу времени при разности температур между стенкой и теплоносителем в один градус. Величина α зависит от многих факторов, о чем будет рассказано позже, и часто определяется по результатам экспериментальных исследований процессов теплоотдачи.

При теплопередаче формула (2.1) записывается в виде основного уравнения теплопередачи:

$$q = k\,(t_{ж1} - t_{ж2}),$$

где коэффициент пропорциональности k называют коэффициентом теплопередачи, а $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$ – температуры горячего и холодного теплоносителей вдалеке от стенки, соответственно. Для многих простых задач величину k нетрудно рассчитать, если известны величины α_1 и α_2, толщина и теплопроводность стенки.

Для процессов теплопроводности указать однозначно величину Δt, как это было в предыдущих случаях, невозможно. Поэтому в формулу (1) введем сначала относительный температурный напор $\Delta t / \Delta n$ и величину $A\Delta n$ будем рассматривать как некий коэффициент пропорциональности, который называют коэффициентом теплопроводности λ. Этот коэффициент показывает, сколько тепла будет передано теплопроводностью через единицу поверхности за единицу времени при разнице температур в один градус, приходящейся на каждый метр пути теплового потока. Величина λ зависит только от свойств вещества и является его физконстантой, характеризующей способность тела проводить тепло. Если перейти к бесконечно малым приращениям и величину $\Delta t / \Delta n$ заменить соответствующей производной, то после деления на $\Delta\tau$ и F из приведенной формулы получаем известное выражение закона Фурье для теплопроводности:

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \text{ или } q = -\lambda\,\mathrm{grad}\,t\ .$$

Знак минус отражает здесь разную направленность векторов q и grad t. В дальнейшем направления этих векторов будем считать определенными и не отмечать в приводимых формулах.

Исключение из закономерности (2.1) составляет тепловое излучение, где в соответствии с законом Стефана-Больцмана количество излучаемой энергии пропорционально не температурному напору, а абсолютной температуре излучающей поверхности в четвертой степени (в идеальном случае, для абсолютно черного тела):

$$Q = \sigma_s\,\Delta\tau\,F\,T^4 \text{ или } q = \sigma_s\,T^4\ ;$$

здесь σ_S – постоянная Стефана-Больцмана – одна из универсальных физических констант.

Если приведенные формулы представить в виде

$$q = \Delta t/(1/\alpha),\quad q = \Delta t/(1/k),\quad q = \Delta t/(\Delta n/\lambda)$$

и сопоставить с записью известного закона Ома для электрических цепей: $i = U / R$, то легко обнаруживается явная аналогия в математическом описании тепловых и электрических явлений. Действительно, величина q во всех случаях выступает как аналог значению тока i в цепи, температурный напор Δt – как

аналог разнице электрических потенциалов ΔU , а выражения $1/\alpha, 1/k, \Delta n/\lambda$ по своей сути аналогичны электрическому сопротивлению *R*. Именно поэтому перечисленные выражения называют термическими сопротивлениями теплоотдачи, теплопередачи и теплопроводности, соответственно. Отмеченная аналогия позволяет во многих случаях исследовать сложные тепловые явления на сравнительно простых электрических аналогах [13]. Особое значение этот подход к решению практических задач имел в докомпьютерную эру, когда численные решения из-за большой их трудоемкости использовались очень редко.

2.2 ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

2.2.1 Способность тел проводить тепло

Т

еплопроводность тел зависит от природы вещества, его структуры, температуры и других факторов, а численно она определяется величиной коэффициента теплопроводности λ. Наибольшей теплопроводностью обладают серебро, медь, золото, алюминий (λ = 410, 395, 300 и 210 Вт/(м·К), соответственно). Следует подчеркнуть, что на величину λ, металлов существенное влияние оказывает наличие даже очень небольших примесей других веществ. Например, при наличии в меди даже следов мышьяка теплопроводность ее уменьшается до λ = 142 Вт/(м·К). Опыты показывают, что с увеличением температуры металлов λ незначительно уменьшается.

Коэффициент теплопроводности капельных жидкостей лежит в диапазоне 0,08 – 0,7 Вт/(м·К). С увеличением температуры у большинства жидкостей λ уменьшается. Исключение составляют вода и глицерин.

Газы имеют очень малую теплопроводность (λ = 0,005 … 0,4 Вт/(м·К)), которая с увеличением температуры заметно увеличивается. Изменение давления мало влияет на величину λ. Некоторое влияние обнаруживается только при очень значительном увеличении давления или в очень разреженных газах.

Неметаллические твердые тела могут иметь различную теплопроводность (λ = 0,02 … 4,0 Вт/(м·К)). Среди них особый интерес представляют строительные и теплоизоляционные материалы, большинство которых имеют капиллярно-пористую структуру и это усложняет механизм процессов, включая сюда и радиационно-конвективный теплообмен в порах. Поэтому при оценке теплопроводности таких материалов должны учитываться его плотность, влажность и пористость. С увеличением пористости, уменьшением плотности и влажности коэффициент теплопроводности таких материалов уменьшается. При увеличении температуры таких материалов коэффициент теплопроводности их заметно увеличивается. Материалы с λ < 0,25 Вт/(м·К) часто применяют в качестве теплоизоляторов.

Значения коэффициентов теплопроводности λ обычно определяют опытным путем на специальных экспериментальных установках [14]. Полученные результаты обобщаются и приводятся в справочной литературе [15]. Можно использовать и аналитические методы расчета величины λ [6], [16], но они не всегда гарантируют достоверность получаемых результатов.

Анализ опытных данных для множества веществ показывает, что в большинстве случаев зависимость $\lambda = f(t)$ может быть принята линейной

$$\lambda = \lambda_o (1 + bt),$$

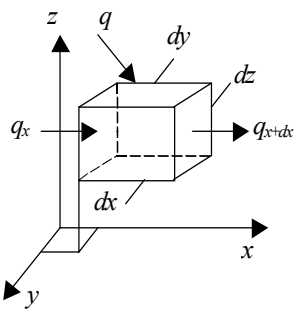
где λ_o – теплопроводность материала при t = 0 °С; b – температурный коэффициент, определяемый по результатам экспериментов. Значения λ_o и b также приводятся в справочниках.

2.2.2 Дифференциальное уравнение теплопроводности

И

зучить явление – значит установить зависимость между физическими величинами, характеризующими его. Для анализа сложных явлений, к которым следует отнести и процессы теплопроводности, в науке сложился общий подход, связанный с использованием методов математической физики. Суть этого подхода состоит в том, что на основании известных физических законов устанавливаются искомые связи в пределах бесконечно малого объема внутри тела и за бесконечно малый промежуток времени. В результате получают дифференциальное уравнение (или систему таких уравнений), описывающее весь

класс исследуемых явлений. Для решения конкретных задач это дифференциальное уравнение интегрируют в пределах изучаемого пространства и для заданного интервала времени, получая таким путем аналитическое решение задачи. Когда из-за сложности уравнений проинтегрировать их в квадратурах не удается, прибегают к численным методам решения.



Выделим мысленно внутри однородного твердого тела, передающего тепло, элементарно малый параллелепипед со сторонами (*dx*, *dy* и *dz* (см. рис. 2.4) и запишем выражение первого закона термодинамики для процесса теплопроводности, протекающего в течение элементарно малого промежутка времени $d\tau$:

$$dU = dQ^* - dL\,.$$

Здесь dU – изменение внутренней энергии в выделенном объеме; dQ^* – количество тепла, вносимого в объем теплопроводностью; dL – работа, совершаемая элементом против внешних сил. Отметим, что

$$dL = pd\,(dV) = 0, \quad (dV = dx\,dy\,dz)\,,$$

поскольку дифференциал бесконечно малой величины есть величина бесконечно малая величина второго порядка малости и ею можно пренебрегать. Тогда предыдущая формула упрощается:

$$dU = dQ^*. \tag{2.2}$$

Из термодинамики известно, что

$$dU = c\,dm\,d_\tau t = c\,\rho\,dV\,\frac{\partial t}{\partial \tau}\,d\tau\,. \tag{2.3}$$

Величину dQ^* представим тремя слагаемыми

$$dQ^* = dQ_x^* + dQ_y^* + dQ_z^*\,, \tag{2.4}$$

и более подробно рассмотрим лишь составляющую по направлению *x*. Если через q_x и q_{x+dx} обозначим удельные тепловые потоки, направленные по оси *x*, первый из которых входит в элемент, а второй – выходит из него (см. рис. 2.4), то количество тепла, накапливающееся в выделенном объеме по направлению *x*, будет:

$$dQ_x^* = q_x\,dy\,dz\,d\tau - q_{x+dx}\,dy\,dz\,d\tau = (q_x - q_{x+dx})\,dy\,dz\,d\tau. \tag{2.5}$$

Поскольку функция $q_x = f\,(x)$ непрерывна (для распространения тепла нет препятствий), то связь между предыдущим значением функции и ее последующим значением определяется известной формулой Тейлора

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x}\,dx + \frac{1}{2!}\,\frac{\partial^2 q_x}{\partial x^2}\,dx^2 + \frac{1}{3!}\,\frac{\partial^3 q_x}{\partial x^3}\,dx^3 + \ldots.$$

Всеми слагаемыми ряда, начиная с третьего, можно пренебрегать как величинами более высоких порядков малости. Тогда формулу (2.5) можно переписать:

$$dQ^* = -\frac{\partial q_x}{\partial x}\,dx\,dy\,dz\,d\tau = -\frac{\partial q_x}{\partial x}\,dV\,d\tau\,.$$

Аналогичные рассуждения, если рассмотреть направления *y* и *z*, позволяют получить аналогичные по

структуре выражения для dQ_y^* и dQ_z^*. Тогда формула (2.4) может быть представлена так:

$$dQ^* = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) dV\, d\tau . \qquad (2.6)$$

Сумму частных производных проекций вектора, выделенную скобками, называют дивергенцией вектора и обозначают словом div. Поэтому предыдущее выражение часто записывают по другому:

$$dQ^* = -\mathrm{div} q - dV\, d\tau. \qquad (2.7)$$

Воспользуемся теперь законом Фурье, который в проекциях на координатные оси дает

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}\cos(n;x) = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}, \quad q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}, \quad q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z}.$$

Подставим эти выражения в формулу (2.6)

$$\begin{aligned} dQ^* &= -\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial z}\right)\right] dV\, d\tau = \\ &= \lambda\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) dV\, d\tau. \end{aligned} \qquad (2.8)$$

Подставим теперь в формулу (2.2) значения dU и dQ^* по формулам (2.3) и (2.8), соответственно. После сокращения получаем

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)$$

или окончательно

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right). \qquad (2.9)$$

Если преобразовать формулу (2.7), то дифференциальное уравнение теплопроводности можно получить в виде

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho c}\mathrm{div}\,(\lambda\, \mathrm{grad}\, t). \qquad (2.10)$$

Это более общая запись, в ней не предполагается, как это сделано при выводе формулы (2.9), что λ = const.

Сумму вторых частных производных скалярной величины по направлениям координатных осей называют оператором Лапласа и обозначают для краткости символами ∇^2. Множитель $\lambda/(c\rho)$, составлен из физконстант и представляет собою некоторую обобщенную физконстанту, характеризующую способность тел проводить тепло и одновременно аккумулировать его (при нагреве). Эту характеристику называют коэффициентом температуропроводности a:

$$a = \lambda / (c\rho),$$

поскольку его величина определяет и скорость изменения температуры в любой фиксированной точке тела. Коэффициент a имеет важное значение только для нестационарных процессов.

В итоге дифференциальное уравнение теплопроводности записывается очень компактно:

$$\partial t / \partial \tau = a\nabla^2 t.$$

Это уравнение описывает связь между изменением температуры в пространстве (правая часть) и по времени (левая часть) в окрестностях любой точки внутри тела и представляет основу для решения всего класса задач теплопроводности. Часто это уравнение называют дифференциальным уравнением Фурье.

2.2.3 Условия однозначности в задачах теплопроводности

Прежде чем найти решение, надо сделать
целый ряд расчетов самого различного свойства

Д. Родари

Как и любое дифференциальное уравнение, уравнение Фурье имеет бесконечное множество решений. Чтобы из этого множества выбрать решение конкретной задачи, нужно при интегрировании уравнения учитывать и использовать для определения произвольных постоянных математическое описание особенностей этого конкретного случая. Такое описание особенностей конкретной задачи называют условиями однозначности или (менее удачно) краевыми условиями.

При выводе дифференциального уравнения теплопроводности при выделении объекта исследования (элементарно малый объем внутри тела) мы исключили большое количество информации, важной для конкретных задач. Условия однозначности призваны вернуть утраты и должны содержать следующую информацию:

– о форме и размерах тела (геометрические условия);

– о физических свойствах вещества, включая численные значения теплофизических коэффициентов λ, c, p и др. (физические условия);

– о распределении температуры в теле в начальный момент времени, т.е. нужно знать температурное поле при $\tau = 0$ (начальные условия): $t_0 = f(x, y, z)$. В простейшем случае $t_0 = \text{const}$ и задается численное значение этой константы;

– об условиях теплообмена на границе между телом и средой, т.е. об условиях на поверхности тела (граничные условия).

Граничные условия можно задать разными способами. Когда задают температуру на поверхности тела,

$$t_\text{п} = f(x_\text{п}, y_\text{п}, z_\text{п}, \tau),$$

то это называют заданием граничных условий первого рода (ГУ-1). В простейшем случае считается $t_\text{п} = \text{const}$ и задается значение $t_\text{п}$.

При граничных условиях второго рода (ГУ-2) задают удельный тепловой поток на поверхности тела: $q_\text{п} = f(x_\text{п}, y_\text{п}, z_\text{п}, \tau)$. В простейшем случае принимают $q_\text{п} = \text{const}$.

Чаще всего известны температура окружающей тело жидкой или газообразной среды и величина коэффициента теплоотдачи α, характеризующая интенсивность теплообмена на поверхности тела. Тогда говорят, что заданы ГУ-3 (см. рис. 2.5). Отметим, что при любой форме поверхности весь тепловой поток, передаваемый теплоотдачей передается теплопроводностью через элементарно тонкий слой на поверхности тела. Поэтому можно записать следующее теплобалансовое уравнение

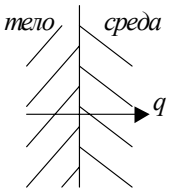
$$q_\lambda = q_\alpha$$

или, воспользовавшись законами Ньютона-Рихмана и Фурье,

$$\alpha(t_\text{с} - t_\text{ж}) = -\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{n=0}. \qquad (2.11)$$

Формула (2.11) в дифференциальной форме описывает связь между $t_\text{с}$ и $t_\text{ж}$ и во многих случаях (когда удается рассчитать значение производной) позволяет перейти от ГУ-3 к ГУ-1.

При ГУ-4 также задаются температурные характеристики окружающей тело среды, но эта среда, в отличие от предыдущего случая, тоже является твердым телом (схема ГУ-4 показана на рис. 2.6). Тепло-



обмен здесь происходит в результате непосредственного контакта поверхностей, а внутри среды – тоже теплопроводностью. Уравнение теплового баланса в этом случае будет

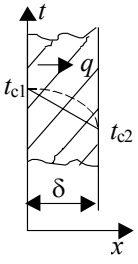
$$q_{\text{т}} = q_{\text{ср}} \text{ или } \lambda\,(\partial t / \partial n)_{n=0} = \lambda_{\text{ср}}\,(\partial t_{\text{ср}} / \partial n)_{n=0}\,.$$

При ГУ-4 величины λ, $\lambda_{\text{ср}}$ и $(\partial t_{\text{ср}} / \partial n)_{n=0}$ считаются известными, и это позволяет найти значение производной $(\partial t / \partial n)_{n=0}$. Другими словами, в этом случае задается (правда опосредствованно) величина производной $(\partial t / \partial n)_{n=0}$ на поверхности тела. Дополнительным, но необязательным условием является равенство температур в точках теплового контакта тела со средой, если этот контакт идеальный. Если же из-за микронеровностей, зазоров или недостаточного прижатия поверхностей нет идеального контакта, то возникает дополнительное контактное термическое сопротивление и это приводит к скачку температуры в зоне контакта. Величина контактных сопротивлений зависит от многих факторов (прежде всего от качества механического контакта) и определяется опытным путем.

2.2.4 Стационарная теплопроводность плоской стенки при ГУ-1

Решение отдельных задач теплопроводности логично начинать со стационарных процессов и для тел простейшей формы, поскольку такие тела и режимы чаще всего встречаются на практике, а сами эти решения, если принимать незначительные упрощающие предположения, получаются достаточно простыми.

Рассмотрим неограниченную плоскую стенку, температуры t_{c1} и t_{c2} на поверхности которой известны и неизменны в пространстве и во времени (см. рис. 2.7). На практике к неограниченным можно относить пластины, толщина которых хотя бы в 10 раз меньше ее ширины, не говоря уже о длине. У таких стенок теплообменом с боковых граней можно пренебрегать и считать, что все тепло передается только перпендикулярно фронтальным поверхностям. Изотермические поверхности при этом имеют вид плоскостей, параллельных фронтальным, а температура будет изменяться только по толщине стенки, т.е. поле будет одномерным: $t = f(x)$. Дифференциальное уравнение теплопроводности в этом случае принимает вид (поскольку $\partial t / \partial \tau = 0$)



$$0 = a\frac{d^2t}{dx^2},$$

откуда получаем простое дифференциальное уравнение второго порядка

$$d^2t / dx^2 = 0.$$

Чтобы проинтегрировать его, введем новую переменную $u = dt/dx$ и перепишем так

$$du / dx = 0.$$

Интегралом последнего уравнения может быть любая константа, ибо только производная константы равна нулю. Значит $u = C$ или $dt / dx = C$. Чтобы решить это дифференциальное уравнение, разнесем переменные и проинтегрируем правую и левую части полученного уравнения:

$$dt = C/dx, \quad t = C_1x + C_2. \qquad (2.12)$$

Здесь C_2 – вторая произвольная постоянная интегрирования.

Нами получено общее решение (2.12), описывающее бесконечное множество решений, различающихся значениями C_1 и C_2. Константы интегрирования найдем, воспользовавшись граничными условиями: на левой поверхности (при $x = 0$) $t = t_{\text{c1}}$ и формула (2.12) принимает вид

$$t_{\text{c1}} = \text{C}_1 \cdot 0 + \text{C}_2,$$

откуда $C_2 = t_{c1}$. На правой поверхности (при $x = \delta$) $t = t_{c2}$ и по (2.12) можно записать

$$t_{c2} = C_1\delta + C_2 = C_1\delta + t_{c1},$$

откуда

$$C_1 = (t_{c1} - t_{c2}) / \delta.$$

Формулу (2.12) перепишем с учетом полученных значений C_1 и C_2:

$$t = t_{c1} - [(t_{c1} - t_{c2}) / \delta]\, x. \qquad (2.13)$$

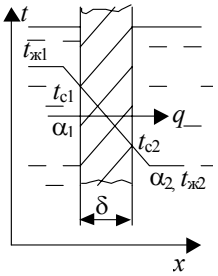


Рис. 2.8

Теплопроводность

Мы получили аналитическое выражение для температурного поля внутри стенки. Это позволяет достаточно просто найти и передаваемый тепловой поток. Действительно, запишем формулу закона Фурье

$$q = -\lambda\,(dt / dx)$$

и подставим сюда значение производной, продифференцировав предварительно формулу (2.13):

$$q = \lambda\,(t_{c1} - t_{c2}) / \delta = (t_{c1} - t_{c2}) / (\delta/\lambda). \qquad (2.14)$$

Величину δ/λ принято называть термическим сопротивлением теплопроводности плоской стенки.

Из формул (2.12) или (2.13) видно, что внутри стенки температура меняется по линейному закону. Правда, будет это лишь при λ = const. Если же зависимостью $\lambda = f(t)$ пренебрегать нельзя, то вид температурного поля изменится, оно будет нелинейным (см. рис. 2.7). Это становится понятным, если учитывать, что у неограниченной стенки величина q не зависит от x (q = const) и значит во сколько раз при изменении x и t увеличилась, например, величина λ, во столько же раз должна уменьшиться величина производной dt / dx в этой точке.

2.2.5 Стационарная теплопроводность плоской стенки при ГУ-3

Видеть значительное в малом – называется мудростью
Лао-Цзы

Р

ассмотрим теплообмен в плоской стенке, с обоих сторон которой находятся жидкие или газообразные теплоносители, как это показано на рис. 2.8. Естественно, что процесс возникнет только тогда, когда температуры $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$ различны. При ГУ-3 значения этих температур, размеры и коэффициент теплопроводности стенки, а также величины коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2 с обоих сторон стенки считаются заданными. Осмысливая задачу, приходим к заключению, что рассматривается типичная теплопередача через плоскую стенку. Воспользовавшись дифференциальным уравнением граничных условий третьего рода (ГУ-3, формула (2.11)), запишем для левой и правой поверхностей стенки:

$$\alpha_1(t_{ж1} - t_{c1}) = -\lambda(dt / dx)_{x=0} \quad \text{и} \quad \alpha_2(t_{c2} - t_{ж2}) = -\lambda(dt / dx)_{x=\delta}.$$

Ввиду линейности температурного поля внутри стенки значения производных одинаковы и равны:

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=0} = \left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=\delta} = \frac{t_{c2} - t_{c1}}{\delta} = -\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta}.$$

Тогда получаем

$$\alpha_1(t_{ж1} - t_{c1}) = \lambda\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta},$$

$$\alpha_2(t_{c2} - t_{ж2}) = \lambda\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta}.$$

Здесь правые части в соответствии с формулой (2.14) равны плотности теплового потока q. Тогда эти формулы позволяют записать

$$t_{c1} = t_{ж1} - q/\alpha_1 \text{ и } t_{c2} = t_{ж2} + q/\alpha_2. \quad (2.15)$$

Если теперь подставим эти значения в формулу (2.14), то получим уравнение, содержащее одну неизвестную величину q:

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta/\lambda} = \frac{t_{ж1} - q/\alpha_1 - t_{ж2} + q/\alpha_2}{\delta/\lambda}$$

или

$$q(\delta/\lambda) + q/\alpha_1 + q/\alpha_2 = t_{ж1} - t_{ж2},$$

откуда находим

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.16)$$

Нами получена формула, правая часть которой содержит только известные по условиям однозначности величины. Рассчитав q, по формулам (2.15) легко найти и значения t_{c1} и t_{c2}, переводя задачу к ГУ-1.

Сопоставляя формулу (2.16) с основным уравнением теплопередачи

$$q = k\,(t_{ж1} - t_{ж2}),$$

можно увидеть, что для плоской стенки величину коэффициента теплопередачи k следует рассчитывать по формуле

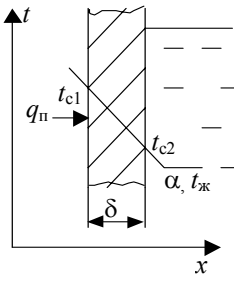
$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.17)$$

Записав это соотношение в виде

$$1/k = 1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2,$$

отметим, что термическое сопротивление теплопередачи складывается из термических сопротивлений каждого теплового перехода (теплоотдача в стенку, теплопроводность, теплоотдача от стенки).

Отмеченное правило позволяет легко понять, что при расчетах теплопроводности или теплопередачи через многослойные плоские стенки в общее термическое сопротивление должны включаться термические сопротивления всех слоев, а также контактные сопротивления, если они есть:



$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum_{j=1}^{m} R_{кj} + \frac{1}{\alpha_2}},$$

где n – число теплопередающих слоев; m – число действующих контактных сопротивлений; δ_i и λ_i – толщина и теплопроводность отдельного слоя; $R_{кj}$ – контактное термическое сопротивление между слоями.

Рис. 2.9

2.2.6 Стационарная теплопроводность плоских стенок при смешанных граничных условиях

C

каждой стороны плоской стенки возможны по четыре варианта граничных условий, что в итоге дает десять различных сочетаний ГУ. Два таких случая (ГУ-1 + ГУ-1 и ГУ-3 + ГУ-3) рассмотрены нами в предыдущих параграфах. Рассмотрим решения ряда других типичных задач, что позволит понять общие подходы, реализуемые при смешанных ГУ.

1 Сочетание ГУ-2 + ГУ-3 (см. рис. 2.9). Известны величины $q_п$, $t_ж$ и α, а также толщина δ и коэффициент теплопроводности λ стенки. Следует определить значения t_{c1} и t_{c2}, чтобы свести задачу к ГУ-1.

У неограниченной плоской стенки при отсутствии боковых тепловых потоков весь тепловой поток, как отмечалось ранее, передается перпендикулярно фронтальным поверхностям и при установившемся режиме плотности потока $q_п$, q_λ и q_α одинаковы $q_п = q_\lambda = q_\alpha$. Это позволяет записать, заменяя q_λ и q_α по формуле (14) и формуле закона Ньютона-Рихмана,

$$q_п = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta/\lambda} \quad и \quad q_п = \alpha\,(t_{c2} - t_ж).$$

Из последней формулы находим

$$t_{c2} = t_ж + q_п / \alpha,$$

и далее из предпоследней

$$t_{c1} = t_{c2} + q_п\,\delta/\lambda = t_ж + q_п\,(1/\alpha + \delta/\lambda).$$

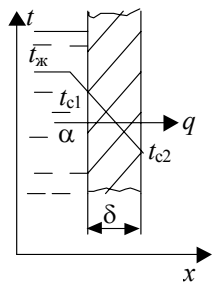


Рис. 2.10 Теплопровод-

2 Сочетание ГУ-3 + ГУ-1 (см. рис. 2.10). Теперь известны $t_ж$, α, t_{c2}, δ и λ, следует найти t_{c1} и величину q.

Рассуждения, приведенные выше, позволяют записать теплобалансовое уравнение

$$q_\alpha = q_\lambda = q,$$

из которого легко получается система с двумя неизвестными:

$$\alpha(t_ж - tcl) = q \quad и \quad (t_{c1} - t_{c2}) / (\delta/\lambda) = q.$$

Если выразить разницы температур и сложить почленно правые и левые части полученных уравнений,

то получим формулу для расчета q:

$$q = \frac{t_{ж} - t_{c2}}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{\lambda}}.$$

Величину t_{c1} найдем теперь, воспользовавшись одним из уравнений системы:

$$t_{c1} = t_{ж} - q/\alpha \quad \text{или} \quad t_{c1} = t_{c2} + q/(\delta/\lambda).$$

3 Сочетание ГУ-1 + ГУ-4 показано на рис. 2.11. В этом случае известны t_{c1}, δ, λ, λ_c и $(dt_c / dx)_{x=\delta}$. Записав полученное ранее для ГУ-4 дифференциальное уравнение

$$\lambda\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=\delta} = \lambda_c\left(\frac{dt_c}{dx}\right)_{x=\delta},$$

находим значение производной

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=\delta} = \frac{\lambda_c}{\lambda}\left(\frac{dt_c}{dx}\right)_{x=\delta}.$$

Правая часть этой формулы содержит только известные величины и представляет собою некоторую константу, значение которой обозначим через A. Ввиду линейности зависимости $t = f(x)$ значения производной dt/dx одинаковы для любой точки внутри стенки: $(dt/dx)_{x=0} = (dt/dx)_{x=\delta} = dt/dx$.

В итоге мы приходим к простейшему дифференциальному уравнению $dt/dx = A$, интегрирование которого дает

$$t = Ax + C,$$

где C – константа интегрирования. Воспользуемся теперь другим граничным условием: при $x = 0$ $t = t_{c1}$. Тогда предыдущая формула принимает вид $t_{c1} = C$, а общее решение получается таким:

$$t = Ax + t_{c1}.$$

Значит $t_{c2} = A\,\delta + t_{c1}$. Отметим, что при передаче тепла от стенки в теплоноситель значение константы A отрицательно. В противном случае $A > 0$. Величину передаваемого теплового потока находим, как всегда, по закону Фурье

$$q = -\lambda'\, dt/dx = -\lambda A.$$

Интересно рассмотреть и тот случай, когда в зоне соприкосновения стенки и среды имеет место некоторое контактное сопротивление $R_К$, величина которого известна (этот вариант показан на рис. 2.12). Тогда в месте контакта возникает скачок температуры, величина которого зависит от $R_к$ и q. На поверхности стенки будет температура t_{c2}, а на

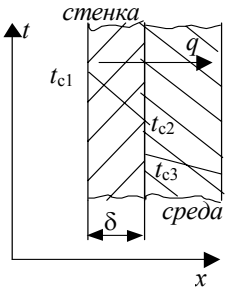


Рис. 2.12 ГУ-1 +

поверхности среды – t_{c3}. Обе эти температуры неизвестны, и определив их, мы сведем задачу к рассмотренным ранее.

Чтобы найти эти температуры, запишем

$$q_{ст} = q_c = (q_{ср})_{x=\delta}$$

или

$$(t_{c1} - t_{c2}) / (\delta/\lambda) = (t_{c2} - t_{c3}) / R_к = -\lambda_c (dt_c/dx)_{x=\delta}.$$

Обозначив

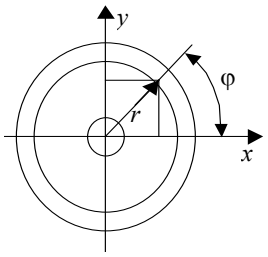
$$-\lambda_c (dt_c/dx)_{x=\delta} = A,$$

легко находим

$$t_{c2} = t_{c1} + A/(\delta/\lambda) \quad \text{и} \quad t_{c3} = t_{c2} + AR_к.$$

2.2.7 Стационарная теплопроводность цилиндрической стенки при ГУ-1

Цилиндрические стенки встречаются на практике почти так же часто, как и плоские. Будем рассматривать неограниченные по длине стенки, у которых теплообменом с торцевых поверхностей можно пренебрегать и считать, что весь тепловой поток передается по направлениям, перпендикулярным оси цилиндра. С достаточной точностью к неограниченным можно относить любые стенки, длина которых хотя бы в 10 раз больше диаметра. При этом изотермические поверхности представляют собою концентрические цилиндры, а в сечении, перпендикулярном оси этих цилиндров, изотермы имеют вид концентрических окружностей, как показано это на рис. 2.13. В декартовых координатах температурное поле является плоским $t = f(x, y)$. Однако с переходом к цилиндрической системе координат в силу симметрии обнаруживается, что температура в любом месте стенки зависит лишь от одного параметра – радиуса r, определяющего положение этой точки на той или иной изотерме, т.е. задача становится одномерной: $t = f(r)$.



Чтобы показать многообразие подходов при решении задач теплопроводности, отходя от общего подхода, покажем, что для тел простой формы задачу можно решить и без привлечения дифференциального уравнения теплопроводности.

Выделим внутри стенки на расстоянии r от оси элементарно тонкий слой толщиной dr (см. рис. 2.14) и в соответствии с законом Фурье запишем формулу, определяющую величину передаваемого через этот слой теплового потока:

$$Q = Fq = 2\pi r l [-\lambda(dt/dr)]. \qquad (2.18)$$

У неограниченной стенки весь этот поток Q проходит целиком через любую изотермическую поверхность, т.е. не зависит от величины r. Формула (2.18) представляет собою обыкновенное дифференциальное уравнение, описывающее связь между Q, r и t. Разнесем переменные и проинтегрируем затем правую и левую части полученного уравнения в пределах, соответствующих граничным условиям:

при $r = r_1$ $t = t_{c1}$ и при $r = r_2$ $t = t_{c2}$:

$$\int_{r_1}^{r_2} Q\frac{dr}{r} = \int_{t_{c1}}^{t_{c2}} -2\pi\lambda l\, dt.$$

После интегрирования (с учетом, что Q = const) получаем

$$Q \ln(r_2/r_1) = -2\pi\lambda l (t_{c2} - t_{c1}),$$

откуда находим

$$Q = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} l.$$

Чтобы определить вид температурного поля, повторим такое же интегрирование, но до некоторых текущих значений r и t верхних пределов

$$\int_{r_1}^{r} Q \frac{dr}{r} = \int_{t_{c1}}^{t} -2\pi\lambda l \, dt.$$

Тогда получим

$$Q \ln (r/r_1) = -2\pi\lambda l \, (t - t_{c1}),$$

откуда выражаем значение t :

$$t = t_{c1} - \frac{Q \ln (r / r_1)}{2\pi\lambda l} = t_{c1} - \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} \, l \, \frac{\ln (r / r_1)}{2\pi\lambda l} = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \ln \frac{r}{r_1} \ .$$

Отметим, что удельные тепловые потоки на внутренней и на наружной поверхностях различны, поскольку различна величина этих поверх- ностей:

$$q_{вн} = \frac{Q}{F_1} = \frac{Q}{2\pi r_1 l} \ \text{и} \ q_{нар} = \frac{Q}{F_2} = \frac{Q}{2\pi r_2 l}$$

и это неудобно для практических расчетов. Поэтому вводится понятие о линейной плотности теплового потока q_l:

$$q_l = Q / l,$$

величина которой не зависит от радиуса. Связь между $q_{нар}$, $q_{вн}$ и q_l определяется из равенства

$$q_{вн} F_1 = q_{нар} F_2 = q_l l,$$

откуда получаем

$$q_l = q_{вн} F_1 / l = q_{нар} F_2 / l = \pi d_1 q_{вн} = \pi d_2 q_{нар} .$$

2.2.8 Теплопередача через цилиндрическую стенку

П

ри теплопередаче с обоих сторон стенки имеют место ГУ-3. Для неограниченных стенок ($l >> 10d$) теплообменом с торцевых поверхностей пренебрегают и считают, что полный тепловой поток, отдаваемый горячим теплоносителем в стенку, равен тепловому потоку, проходящему через стенку и равен тепловому потоку, отдаваемому стенкой в холодный теплоноситель (см. рис. 2.15), т.е. имеет место следующий тепловой баланс

$$Q_{\alpha 1} = Q_{\lambda} = Q_{\alpha 2} = Q.$$

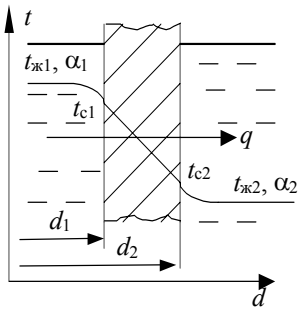


Рис. 2.15. Теплопере-

Запишем формулы, по которым можно рассчитать каждый из этих потоков:

$$Q_{\alpha 1} = \alpha_1 \pi d_1 l\,(t_{ж1} - t_{c1});$$

$$Q_{\lambda} = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}}\, l\,;$$

$$Q_{\alpha 2} = \alpha_2 \pi d_2 l\,(t_{c2} - t_{ж2}).$$

В итоге нами получена замкнутая система из трех уравнений, содержащая три неизвестных: Q, t_{c1} и t_{c2}. Значения неизвестных найдем, не приводя систему к каноническому виду, а выразив из этих уравнений предварительно разницы температур

$$t_{ж1} - t_{c1} = Q\frac{1}{\alpha_1 \pi d_1 l};\;\; t_{c1} - t_{c2} = Q\frac{1}{\pi l}\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1};\;\; t_{c2} - t_{ж2} = Q\frac{1}{\alpha_2 \pi d_{21} l}$$

и сложив почленно правые и левые части этих формул. Тогда получаем

$$t_{ж1} - t_{ж2} = Q\frac{1}{\pi l}\left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}\right).$$

Отсюда находим

$$Q = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}\, l$$

или, разделив на l,

$$q_l = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}.$$

Выражения $1/(\alpha_1 d_1)$ и $1/(\alpha_2 d_2)$ называют термическими сопротивлениями теплоотдачи цилиндрических стенок.

На практике очень часто встречаются такие стенки, у которых толщина во много раз меньше диаметра (тонкостенные цилиндры). У таких стенок можно считать, что $d_2/d_1 \approx 1$, и тогда расчетная формула упрощается. Величину $\ln(d_2/d_1)$ разложим в ряд (при $(d_2/d_1) < 2$)

$$\ln\frac{d_2}{d_1} = \left(\frac{d_2}{d_1} - 1\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{d_2}{d_1} - 1\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{d_2}{d_1} - 1\right)^3 - \ldots.$$

Поскольку для тонкостенных цилиндров $(d_2/d_1) - 1 \approx 0$, то всеми слагаемыми ряда, начиная со второго, можно пренебрегать, как величинами более высоких порядков малости. Значит

$$\ln\frac{d_2}{d_1} = \frac{d_2}{d_1} - 1 = \frac{d_2 - d_1}{d_1} = \frac{2\delta}{d_1}.$$

Учитывая это, найдем теперь величину Q

$$Q = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}\, l = \frac{\pi d_1 l\,(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1 \cdot d_1}{\alpha_2 d_2}} = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}\, F.$$

Мы получили формулу, полностью совпадающую с расчетной формулой для плоской стенки. Вывод: теплопередачу через тонкостенные трубы можно (и удобнее) рассчитывать по формуле плоской стенки. Обычно величину F берут для горячей стороны стенки.

Естественно, что для многослойной стенки суммируются термические сопротивления теплопроводности всех слоев

$$q_l = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_{i1}} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}}.$$

2.2.9 Критический диаметр изоляции, оптимальная изоляция

И добродетель стать пороком может,
Когда ее неправильно приложат.

В. Шекспир

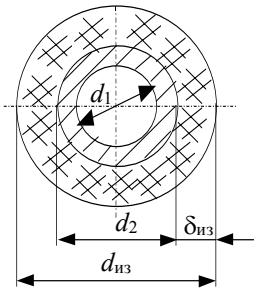
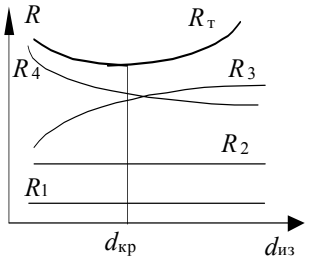


Рис. 2.16 Теп-

Чтобы уменьшить тепловые потери или создать безопасные условия труда, часто нагретые стенки покрывают слоем (или несколькими слоями) тепловой изоляции. Толщину изоляции определяют, учитывая задаваемые ограничения (например, q должно быть не более определенной величины, или t на поверхности изоляции не должна превышать заданного значения) или на основании технико-экономических расчетов оборудования.

При теплоизоляции труб за счет слоя изоляции увеличивается термическое сопротивление теплопроводности, однако одновременно из-за увеличения наружного диаметра уменьшается термическое сопротивление внешней теплоотдачи. В результате теплопотери трубы могут не всегда уменьшаться. Чтобы лучше понять это, рассмотрим трубу с диаметрами d_1 и d_2, на которую нанесен слой тепловой изоляции толщиной δ (рис. 2.16). Общее термическое сопротивление такой двухслойной цилиндрической стенки найдется по формуле:

$$R_т = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{из}} \ln \frac{d_{из}}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_{из}}. \qquad (2.19)$$



Изобразим теперь график зависимости термических сопротивлений (отдельных слагаемых формулы (2.19)) при увеличении $d_{из} = d_2 + 2\delta$. Такие зависимости приведены на рис. 2.17. Первое и второе слагаемые не содержат $d_{из}$ и поэтому не меняются и изображаются некоторыми прямыми линиями. Третье слагаемое с увеличением диаметра изоляции $d_{из}$ увеличивается по логарифмическому закону, а четвертое уменьшается гиперболически. При этом сумма $R_т$ обязательно имеет минимум.

Поскольку

$$q_l = \pi\,(t_{ж1} - t_{ж2}) / R_т,$$

то понятно, что с увеличением $d_{из}$ тепловые потери q_l могут сначала и возрасти, и только затем уменьшаться. Диаметр изоляции, соответствующий минимальному термическому сопротивлению (или максималь- ным тепловым потерям) называют критическим, $d_{кр}$. При $d_{из} < d_{кр}$ нанесение изоляции приводит к увеличению теплопотерь. Значит для эффективной работы изоляции необходимо, чтобы обязательно соблюдалось условие

$$d_2 \geq d_{кр}. \qquad (2.20)$$

В этом случае, как это видно из рис. 2.17, при нанесении изоляции всегда $d_{из} = d_2 + 2\delta > d_{кр}$ и реализуется правая ветвь кривой $R_т = f(d_{из})$.

Величину $d_{кр}$ найдем, исследовав формулу (2.19) на экстремум. Для этого продифференцируем $R_т$ по $d_{из}$ и приравняем нулю полученное выражение:

$$\frac{\partial}{\partial d_{из}} R_т = 0 \quad \text{или} \quad 0 + 0 + \frac{1}{2\lambda_{из}} \frac{1}{d_{из\,кр}} - \frac{1}{\alpha_2 d^2_{из\,кр}} = 0.$$

Теперь находим

$$d_{кр} = 2\lambda_{из} / \alpha_2. \qquad (2.21)$$

Как правило, величина α_2 с изменением $d_{из}$ практически не изменяется. Поэтому изменить $d_{кр}$ можно, лишь меняя материал изоляции (изменяя $\lambda_{из}$). Объединяя формулы (2.20) и (2.21), найдем ограничение для $\lambda_{из}$, гарантирующее эффективную работу изоляции:

$$\lambda_{из} \le \frac{\alpha_2 d_2}{2}.$$

В противном случае уменьшения теплопотерь тоже можно добиться существенным увеличением толщины изоляции, однако при этом большая часть слоя изоляции будет лежать, не принося пользы.

В последние годы в связи с динамичными изменениями цены тепла и материалов возрастает роль технико-экономических расчетов тепловой изоляции. Понятно, что с увеличением толщины изоляции тепловые потери (их стоимость $S_т$ в рублях за весь период эксплуатации) уменьшаются, а стоимость материала изоляции $S_м$ увеличивается. Рис. 2.18 иллюстрирует эти изменения. Поскольку слагаемые имеют противоположный характер изменения, то суммирующая кривая будет иметь минимум. Толщина слоя тепловой изоляции, соответствующая минимальной суммарной стоимости *S,* называется оптимальной толщиной $\delta_{опт}$. В любом другом случае мы будем проигрывать либо за счет тепловых потерь, либо за счет увеличения стоимости материала изоляции.

При расчетах многослойной изоляции можно ставить и решать вопрос об оптимальном сочетании толщин каждого слоя, поскольку эффективность и стоимость различных материалов различны. Доказано, например, что тот материал, у которого $\lambda_{из}$ меньше, следует располагать на горячей стороне стенки, там он работает более эффективно. Более подробно вопросы расчета оптимальной тепловой изоляции рассмотрены в монографии [17].

2.2.10 Теплопередача через ребристую стенку

Чтобы увеличить передаваемый тепловой поток прибегают к увеличению теплоотдающей поверхности путем оребрения с той стороны, где интенсивность теплоотдачи ниже. Обычно устраиваются прямоугольные, треугольные или трапециевидные ребра. Они изготовляются или непосредственно на стенке (литьем, механической обработкой), или делаются отдельно из более дешевого и теплопроводного материала и плотно прикрепляются к стенке. Одна из конструкций ребристой стенки показана на рис. 2.19.

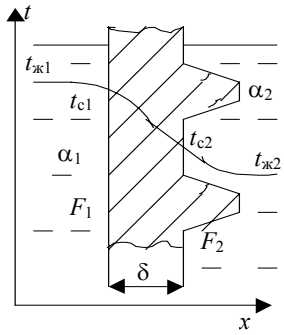


Рис. 2.19 Теплопередача через ребри

Наличие ребер заметно изменяет общую картину теплопередачи, несколько повышая величину α_2. Участки ребра у основания имеют более высокую температуру t_{c2}, чем температура t'_{c2} у вершины. Поэтому тепловой поток $Q_{ор}$, отдаваемый ребристой стороной в действительности, всегда несколько меньше, чем поток $Q_т$, который отдавался бы в идеальном случае, при $t'_{c2} = t_{c2}$. Величину

$$\eta_э = Q_{ор} / Q_т$$

называют коэффициентом эффективности оребрения. В справочной литературе [15] можно найти формулы, позволяющие рассчитать величину этого коэффициента для наиболее распространенных форм ребер.

Отношение $k_{ор} = F_2 / F_1$, показывающее во сколько раз увеличена теплоотдающая поверхность в результате оребрения, называют коэффициентом оребрения.

Упрощая задачу, будем считать, что теплопроводность материала ребра очень высокая и поэтому можно принимать одинаковыми и температуру у основания ребра t_{c2}, и температуру у его вершины t'_{c2}. Принимая величины $t_{ж1}$, $t_{ж2}$, α_1, α_2, k_{op} заданными (заданы ГУ-3), для плоской оребренной стенки можем записать

$$Q_{\alpha 1} = \alpha_1 F_1 (t_{ж1} - t_{c1});$$

$$Q_{\lambda} = F_1 \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta/\lambda};$$

$$Q_{\alpha 2} = \alpha_2 F_2 (t_{c2} - t_{ж2}).$$

Выразив отсюда разницы температур и учитывая, что $Q_{\alpha 1} = Q_{\lambda} = Q_{\alpha 2}$, аналогично предыдущему (теплопередача через плоскую стенку) получаем

$$Q_{op} = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda F_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2}} = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{k_{op}} \frac{1}{\alpha_2}} F_1.$$

Из формулы видно, что с увеличением коэффициента оребрения k_{op} величина Q_{op} увеличивается.

2.2.11 Теплопроводность цилиндра при наличии внутренних источников тепла

В моей душе любовь непобедимая
Горит и не кончается...

К. Бальмонт

В

технике часто встречаются случаи, когда внутри тела имеются внутренние источники тепла, например, при прохождении электрического тока, при химических реакциях, ядерном распаде или деятельности микроорганизмов. Интенсивность выделения тепла при этом характеризуют мощностью внутренних источников q_v, показывающей, сколько тепла выделяется за единицу времени единицей объема тела. При поглощении тепла, например при эндотермических реакциях, говорят о наличии стоков тепла и величину q_v считают отрицательной.

Рассмотрим неограниченный сплошной цилиндр с равномерно распределенными в нем внутренними источниками мощностью q_v (рис. 2.20), который помещен в жидкую или газообразную среду с температурой $t_ж$ и имеет коэффициент теплоотдачи α (заданы ГУ-3). В силу симметрии температурное поле в таком стержне будет одномерным $t = f(r)$.

Если на расстоянии r от оси выделить изотермическую поверхность, то при установившемся режиме тепло, выделившееся в объеме $\pi r^2 l$, будет передаваться через изотермическую поверхность $2\pi rl$ теплопроводностью. Значит можно записать следующее теплобалансовое уравнение

$$\pi r^2 l q_v = -2\pi rl\lambda (dt/dr).$$

Проведем сокращения и разнесем переменные:

$$dt = -\frac{q_v}{2\lambda} r\, dr.$$

Тогда после интегрирования получаем

$$t = -\frac{q_v}{4\lambda} r^2 + C,$$

где C – константа интегрирования, найти которую не составляет трудностей: при $r = R$ $t = t_c$ и тогда

$$C = t_c + \frac{q_v}{4\lambda} R^2.$$

Значит температурное поле внутри стержня описывается формулой

$$t = -\frac{q_v}{4\lambda} r^2 + t_c + \frac{q_v}{4\lambda} R^2 = t_c + \frac{q_v}{4\lambda}(R^2 - r^2).$$

Величину t_c найдем, записав теплобалансовое уравнение для наружной поверхности стержня,

$$Q_v = Q_\alpha \quad \text{или} \quad \pi R^2 l q_v = 2\pi R l \alpha\, (t_c - t_ж),$$

откуда после сокращений выражаем

$$t_c = t_ж + \frac{R q_v}{2\alpha}.$$

Температура на оси цилиндра (при $r = 0$) будет наибольшей:

$$t_o = t_c + \frac{q_v R^2}{4\lambda} = t_ж + q_v \left(\frac{R^2}{4\lambda} + \frac{R}{2\alpha} \right).$$

2.2.12 Численное решение задач стационарной теплопроводности

*A*налитическое решение задач теплопроводности возможно лишь для тел простой геометрической формы и при простейших граничных условиях. На практике же иногда возникает необходимость определить температурное поле в телах более сложной формы или при таких условиях однозначности, когда температура или условия теплообмена на поверхности тела непостоянны, когда величина λ существенно и нелинейно зависит от *t,* когда тело неоднородно и величина λ различна в разных точках тела и по разным направлениям.

Чтобы перейти к численным методам, исследуемое тело мысленно разделяют на небольшие объемы простой формы (чаще всего прямоугольной). При этом считают, что в пределах каждого такого объема свойства вещества, мощность внутренних источников и температура остаются постоянными, а изменение температуры происходит скачками на границах каждого объема. Другими словами непрерывный процесс теплопроводности заменяется некоторым дискретным процессом.

Центральные точки выделенных объемов (их называют узлами) образуют внутри тела пространственную сетку. Для любого узла такой сетки на основе теплобалансовых уравнений или путем замены дифференциального уравнения теплопроводности его конечно – разностным аналогом (от бесконечных приращений переходят к малым конечным приращениям) можно получить алгебраические соотношения, в совокупности составляющие замкнутую систему уравнений, для решения которой используются стандартные или специально разработанные методы. Изложенный подход называют методом конечных разностей.

В качестве примера рассмотрим двумерное температурное поле, возникающее в однородной пластине толщиной δ, когда температуры на боковых поверхностях ее различны (см. рис. 2.21). Разделим пластину на элементарные прямоугольники, нанося сетку с шагом Δx по оси x и Δy по оси y. Выделим узлы сетки вокруг одного из элементов, лежащего внутри пластины, обозначая их номера вдоль оси x индексом i, а вдоль оси y – индексом j.

Температурное поле такой пластины будет плоским, и дифференциальное уравнение для него принимает вид:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0.$$

Производную $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ представим в виде $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)$ и заменим бесконечно малые приращения dt и dx малыми конечными величинами Δt и Δx:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \approx \frac{\Delta\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)}{\Delta x}.$$

Здесь отношение $\Delta t/\Delta x$ – величина, близкая к величине проекции температурного градиента на ось x, а выражение $\Delta(\Delta t/\Delta x)$ представляет собою разницу между $\Delta t/\Delta x$ справа и слева от анализируемого узла. Выпишем значения этих отношений

$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_{\text{прав}} = \frac{t_{i+1,\,j} - t_{i,\,j}}{\Delta x} \quad \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_{\text{лев}} = \frac{t_{i,\,j} - t_{i-1,\,j}}{\Delta x}.$$

Значит

$$\Delta\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right) = \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_{\text{прав}} - \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_{\text{лев}} = \frac{t_{i+1,\,j} - 2t_{i,\,j} + t_{i-1,\,j}}{\Delta x}$$

и далее

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \approx \frac{t_{i,\,j+1} - 2t_{i,\,j} + t_{i-1,\,j}}{\Delta x^2}.$$

Аналогичные рассуждения для оси y позволяют получить

$$\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \approx \frac{t_{i,\,j+1} - 2t_{i,\,j} + t_{i-1,\,j}}{\Delta y^2}.$$

В итоге дискретный аналог дифференциального уравнения (2.22) представляется в виде

$$\frac{t_{i,\,j+1} - 2t_{i,\,j} + t_{i-1,\,j}}{\Delta x^2} + \frac{t_{i,\,j+1} - 2t_{i,\,j} + t_{i-1,\,j}}{\Delta y^2} = 0. \qquad (2.23)$$

Это уравнение описывает связь между температурами соседних элементов для любого из внутренних узлов сетки. Для узлов, выходящих за границы пластины, температура или известна (заданы ГУ-1), или может быть определена из уравнений, описывающих ГУ. Таким образом, для всех n ($n = ij - n_{\text{кр}}$) неизвестных температур формула (2.23) дает n линейных алгебраических уравнений. Эти уравнения заметно упрощаются, если принять $\Delta x = \Delta y$:

$$t_{i=1,\,j} + t_{i-1,\,j} + t_{i,\,j+1} + t_{i,\,j-1} - 4t_{i,\,j} = 0. \qquad (2.24)$$

Прежде чем говорить о методах решения полученной системы, отметим три важнейших свойства разностных схем: аппроксимируемость, устойчивость и сходимость решения. Первое означает, что при $\Delta x \to 0$ и $\Delta y \to 0$, т.е. решение системы алгебраических уравнений стремится к решению исходного дифференциального уравнения. Устойчивой называется схема, для которой ошибки округления при уменьшении шагов Δx и Δy не приводят к большим искажениям решения. Сходимость означает, что по мере уменьшения Δx и Δy решение системы все ближе сходится с истинным решением. Сходимость выступает как следствие аппроксимируемости и устойчивости. Анализ различных конечно-разностных схем на устойчивость и сходимость приведен в [18], [19].

Полученную систему уравнений решают обычно на ЭВМ методом прогонки или путем последовательного исключения неизвестных (метод Гаусса), о которых речь пойдет позже, теперь же рассмотрим другой оригинальный метод – метод релаксаций. Суть этого метода в следующем. Сначала в узлах сетки записывают ожидаемые, интуитивно выбранные значения температур. Конечно они не будут удовлетворять уравнению (2.24) и вместо равенства нулю в каждом узле сетки мы будем получать некоторый остаток $R_{\text{о}}$:

$$R_{\text{о}} = t_{i+1,\,j} + t_{i-1,\,j} + t_{i,\,j+1} + t_{i,\,j-1} - 4t_{i,\,j}.$$

Величина $R_{\text{о}}$ говорит о том, насколько правильно были выбраны значения температур в окрестностях каждого узла в первом приближении.

Найдем значения $R_{\text{о}}$ для всех узлов. Там, где величина $R_{\text{о}}$ окажется наибольшей, температуры были выбраны наименее удачно и именно для этого узла надо их скорректировать. Для этого наибольшее значение $R_{\text{о}}$ делим на четыре части и результат добавляем к остаткам четырех соседних узлов. После этого остаток в рассматриваемом узле станет равен нулю, но изменятся остатки соседних узлов. Вновь просматривая все остатки, снова выбираем узел, где остаток наибольший и повторяем процедуру сглаживания остатков в этом узле. Повторяя такое сглаживание до тех пор, пока все остатки не станут равными нулю (точнее – некоторой относительно небольшой величине), приходим к решению задачи.

Модификацией этого метода, наиболее удобной для реализации на ЭВМ, является метод Зейделя, где выравнивание остатков ведется не для узлов с наибольшим R_o, а поочередно, от первого к последнему. При этом для расчета температуры в последующем приближении используют значение температуры в том же узле, но рассчитанное в предыдущем приближении. Более подробно описание этого метода приведено в [20].

2.2.13 Процессы нестационарной теплопроводности

Все подчиняется времени, однако
время не подчиняется никому.

М. Арсанис

*Р*анее уже было отмечено широкое распространение нестационарных процессов и важность их для практики. В отличие от предыдущих задач, здесь фактор времени является одним из определяющих и часто задача состоит в том, чтобы определить, как изменяется температура в той или иной точке тела с течением времени, сколько при этом передавалось тепла. Несмотря на множество методов и подходов, разработанных для решения нестационарных задач (см. [21], [22]), аналитические решения получены только для тел простой формы и для простейших ГУ. Очень часто такие решения содержат табулированные корни отдельных трансцендентных уравнений или значения специальных функций.

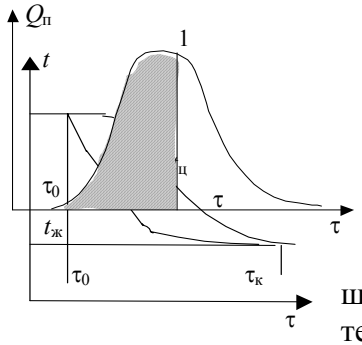


Рис. 2.22. Термо-

Чтобы познакомиться с некоторыми качественными особенностями нестационарных процессов, рассмотрим термограммы (так называют зависимости $t = f(\tau)$) для двух точек равномерно прогретого тела, которое быстро погружают в более холодную жидкую или газообразную среду. Такие термограммы приведены на рис. 2.22. В начальный момент времени температура на поверхности тела $t_п$ и в его центре $t_ц$ одинаковы. С началом процесса эти температуры изменяются поразному, темп их уменьшения различен и по мере охлаждения уменьшается. Постепенно обе температуры выравниваются, приближаясь к $t_ж$, и теплообмен прекращается. Интересно, что по мере удаления от поверхности изменение температуры все более отстает от изменения температуры на поверхности. Величина такой задержки различна на различных этапах процесса и зависит от коэффициента температуропроводности, расстояния от поверхности и ГУ. Наибольшая задержка – в центре тела.

Естественно, что тепловые потоки в теле, в частности через его поверхность, не остаются постоянными, а меняются в течение процесса, как показано это на рис. 2.23. Количество тепла Q^*, отдаваемое телом до момента времени τ определится величиной интеграла $Q^* = \int_0^\tau Q_п \, d\tau$, равной величине заштрихованной площади.

Изучение термограмм различных процессов показало, что на первой стадии ход изменения температуры существенно зависит от первоначального распределения температуры в теле. Однако с течением времени процесс переходит в другую стадию, когда первоначальная неравномерность температурного поля успевает сгладиться и перестает влиять на характер изменения температуры. Эту вторую стадию называют регулярным режимом, а первоначальную стадию, длительность которой составляет примерно 0,1 … 0,3 всей продолжительности процесса, называют нерегулярным режимом.

Чтобы выявить основную особенность регулярного режима, будем считать, что тело настолько теплопроводно, что распределение температуры в нем практически равномерно и изменяется она только по времени и за время $d\tau$ температура тела изменяется на величину $-dt$.

Запишем теплобалансовое уравнение, учитывая, что все передаваемое телом тепло отдается теплоносителю в результате уменьшения теплосодержания этого тела:

$$\alpha (t - t_ж) F \, d\tau = -V \rho c \, dt. \qquad (2.25)$$

Здесь α – коэффициент теплоотдачи на поверхности исследуемого тела; F, V – поверхность и объем; ρ, c – плотность и удельная теплоемкость тела. Заметив, что $dt = d\,(t - t_ж)$, формулу (2.25) перепишем по другому

$$-\frac{\alpha F}{Vpc}d\tau = \frac{d\,(t-t_ж)}{t-t_ж}.$$

В результате получено простое дифференциальное уравнение, интегрирование которого дает:

$$-m_p\tau = \ln(t-t_ж) + C\ ,$$

где $m_p = (\alpha F)/(Vp_c)$ – коэффициент пропорциональности, называемый темпом охлаждения (или темпом нагревания, когда $t_ж > t$); C – некоторая произвольная постоянная, определить которую можно из условий однозначности.

Потенцируем полученную формулу

$$e^{-m_p\tau} = (t-t_ж)\,e^C$$

и представляем результат в виде

$$t = t_ж + Ae^{-m_p\tau}\ .$$

Здесь величина $A = \exp(-C)$ представляет собою тоже некоторую константу. Полученная формула описывает основную особенность регулярного режима: с течением времени температура в любой точке тела изменяется по закону экспоненты. В различных точках различны только константы A.

Для тел простой формы сопоставлением приведенной формулы и результатов аналитического решения для характерных точек определены формулы, позволяющие рассчитать темп охлаждения m_p для любого случая, т.е. и тогда, когда температуропроводность тела невелика и процесс теплопроводности сопровождается сложным распределением температуры в теле.

Выявленная особенность регулярного режима лежит в основе многих экспериментальных методов определения коэффициентов теплопроводности и температуропроводности, когда по экспериментальной термограмме находят темп охлаждения m_p, и по его величине – значения коэффициентов λ и α.

2.2.14 Общее решение дифференциального уравнения теплопроводности

И

з всего множества методов решения задач теплопроводности рассмотрим подробнее метод непосредственного интегрирования путем разделения переменных (метод Фурье). При этом ради упрощения ограничимся анализом одномерного нестационарного температурного поля, для которого дифференциальное уравнение теплопроводности запишется в виде

$$\frac{\partial t}{\partial\tau} = a\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}. \qquad (2.26)$$

Решение $t = (x, \tau)$ будем искать в виде произведения двух функций φ и ψ, причем первая из них зависит только от τ, а вторая – только от x:

$$t = \varphi(\tau)\ \psi(x). \qquad (2.27)$$

Продифференцируем формулу (2.27), определив производные $\partial t/\partial\tau$ и d^2t/dx^2

$$\frac{\partial t}{\partial\tau} = \frac{\partial\varphi}{\partial\tau}\psi;\quad \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial x}\varphi;\quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\varphi$$

и подставим полученные значения в уравнение (2.26):

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}\psi = a\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\ \varphi$$

или

$$\frac{1}{a}\frac{1}{\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}=\frac{1}{\psi}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}. \qquad (2.28)$$

Теперь левая часть приведенной формулы зависит только от τ, а правая – только от x. Для некоторого фиксированного момента времени τ величины φ и $\partial\varphi/\partial\tau$ принимают некоторые численные значения и левая часть формулы (2.28) превращается в константу (ее называют константой разделения). Чтобы решение было не нулевым и по мере увеличения τ величина t не увеличивалась бы бесконечно, а стремилась к некоторому постоянному значению, величина константы разделения должна быть отрицательной. Обозначим ее через $-k$. Естественно, что и правая часть формулы (2.28) равна $-k$.

С учетом изложенного уравнение (2.28) можно заменить теперь системой из двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}=-ak^2\varphi\ ; \qquad (2.29)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=-\psi k^2. \qquad (2.30)$$

Интегрирование этих уравнений несложно. Для этого в уравнении (2.29) сначала разнесем переменные:

$$\frac{d\varphi}{\varphi}=-ak^2d\tau.$$

Тогда после интегрирования получаем

$$\ln\varphi=-ak^2\tau+C\ ,$$

где C – константа интегрирования. Потенцируя полученную формулу, находим

$$\varphi=\exp(-ak^2)\exp(C)=C_1\exp(-ak^2),$$

где C_1 – пока еще неизвестная произвольная постоянная. Общим решением уравнения (2.30) является выражение

$$\psi=C_2\cos kx+C_3\sin kx,$$

в чем легко убедиться, дифференцируя его по x дважды:

$$\frac{d\psi}{dx}=C_2k(\sin kx)+C_3k\cos kx;$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=\frac{d}{dx}\left(\frac{d\psi}{dx}\right)=-C_2k^2\cos kx-C_3k^2\sin kx=-\psi k^2.$$

Таким образом, общее решение дифференциального уравнения (2.26) в соответствии с формулой (2.27) получаем в виде

$$t=C_1\exp(-ak^2\tau)\ (C_2\cos kx+C_3\sin kx), \qquad (2.31)$$

где произвольные постоянные C_1, C_2, C_3 и константа разделения k должны определяться из условий однозначности.

2.2.15 Нестационарная теплопроводность неограниченной плоской стенки

В каждой дисциплине столько науки,
сколько в ней математики

Э. Кант

Рассмотрим процесс охлаждения неограниченной плоской стенки, которая в начальный момент имела равномерно распределенную температуру t_0 и была быстро помещена в жидкую среду с температурой $t_ж$. При этом будем считать, что интенсивность теплообмена между стенкой и жидкостью, определяемая величиной коэффициента теплоотдачи α, в течение процесса остается постоянной. Такая стенка и распределение температуры в ней для ряда последовательных моментов времени τ_1, τ_2, τ_3, ... показаны на рис. 2.24. В силу симметрии ось t, совпадающую с осью z, удобно провести в плоскости симметрии, обозначая половину толщины стенки через δ.



Рис. 2.24 Нестационарное температурное поле плоской стенки

При решении задач всегда удобнее вместо истинного значения температуры t рассматривать избыточную температуру $\Theta = t - t_ж$. В этом случае, учитывая что $dt = d\Theta$, формула (2.26) принимает вид

$$\frac{d\Theta}{d\tau} = a\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2},$$

а значит и общее решение (2.31) будет выглядеть следующим образом:

$$\Theta = C_1\exp(-ak^2\tau)\ (C_2\cos kx + C_3\sin kx)\,. \qquad (2.32)$$

Чтобы найти константы C_1, C_2, C_3 и k, воспользуемся условиями однозначности. В силу симметрии значение производной $(\partial\Theta/\partial x)$ при $x = 0$ должно быть равным нулю. Продифференцируем формулу (2.32):

$$(\partial\Theta/\partial x) = C_1\exp(-ak^2\tau)\ (-C_2k\sin kx + C_3k\cos kx)\,.$$

При $x = 0$ $\sin kx = 0$, а $\cos kx = 1$. Тогда приведенная формула сводится к уравнению

$$0 = C_1\exp(-ak^2\tau)(-0 + C_3k\cdot 1)\,,$$

откуда получаем $C_3 = 0$. В результате общее решение несколько упрощается

$$\Theta = C_1C_2\exp(-ak^2\tau)\cos kx = A\exp(-ak^2\tau)\cos kx\ , \qquad (2.33)$$

где через A обозначена произвольная постоянная, $A = C_1C_2$.

Запишем теперь дифференциальное уравнение ГУ-3:

$$\alpha(t - t_ж) = -\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=\delta}.$$

С учетом соотношений $\Theta = t - t_ж$ и $dt = d\Theta$ его можно представить в виде

$$\alpha\Theta_{x=\delta} = -\lambda\,(\partial\Theta/\partial x)_{x=\delta}\,. \qquad (2.34)$$

Дифференцируя (2.33), найдем частную производную

$$\left(\frac{\partial\Theta}{\partial x}\right)_{x=\delta} = A\exp(-ak^2\tau)(-k\sin k\delta)\,.$$

Подставим выражения для $\Theta_{x=\delta}$ и $(\partial\Theta/\partial x)_{x=\delta}$ в формулу (2.34):

$$\alpha A\exp(-ak^2\tau)\cos k\delta = -\lambda A\exp(-ak^2\tau)(-k\sin k\delta).$$

После сокращений и простейших преобразований получаем трансцендентное уравнение, содержащее одну неизвестную – величину k:

$$\mathrm{ctg}k\delta = \frac{k\lambda}{\alpha}.$$

Прежде чем перейти к решению этого уравнения, обычно его видоизменяют следующим образом:

$$\mathrm{ctg}k\delta = \frac{k\delta\lambda}{\alpha\delta} = \frac{k\delta}{\frac{\alpha\delta}{\lambda}}.$$

Безразмерный комплекс $(\alpha\delta) / \lambda$, характеризующий собой отношение термических сопротивлений в зоне контакта тела с жидкостью, называют числом Био. Эта величина в обобщенной форме фиксирует ГУ-3 и определяет подобие процессов теплопроводности (более подробно о подобии явлений и о числах подобия будет рассказано позже). Обозначим $k\,\delta = \mu$ и $(\alpha\delta) / \lambda = \mathrm{Bi}$. Тогда предыдущее уравнение примет вид

$$\mathrm{ctg}\mu = \frac{1}{\mathrm{Bi}}\mu. \qquad (2.35)$$

На рис. 2.25 приведено графическое решение этого уравнения для некоторого конкретного значения числа Bi. Из рисунка видно, что уравнение (2.35) имеет бесконечное множество корней, μ_1, μ_2, μ_3, причем с увеличением номера корня i величина его стремится к пределу $(i - 1)\,\pi$. Значения корней μ_i рассчитаны численным методом на ЭВМ для любых значений числа Bi и приведены в технической литературе [22]. Реализация ГУ-3 позволила нам определить множество констант разделения k_i ($k_i = \mu_i / \delta$). Теперь любое частное решение в соответствии с формулой (2.33) принимает вид

$$\Theta_i = A_i \exp\left(-\frac{a\tau}{\delta^2}\mu_i\right)\cos\left(\mu_i\frac{x}{\delta}\right), \quad i = 1, 2, 3, \ldots$$

а общее решение определится суммой этих частных решений:

$$\Theta = \sum_{i=1}^{\infty}\Theta_i = \sum_{i=1}^{\infty}A_i \exp(-\mathrm{Fo}\mu_i^{\,2})\cos(\mu_i X),$$

где для краткости обозначено: $X = x/\delta$ – безразмерная относительная координата точки; $\mathrm{Fo} = (\alpha\tau)/\delta^2$ – значение числа Фурье, определяющее сходственные моменты времени у подобных явлений.

Значения произвольных постоянных A_i найдем, реализуя начальные условия. При $\tau = 0$ $\Theta = \Theta_0$ и предыдущая формула принимает вид

$$\Theta_0 = \sum_{i=1}^{\infty}A_i \cdot 1 \cdot \cos(\mu_i X). \qquad (2.36)$$

Функция $\cos(\mu_i X)$ – это функция четная, т.е. $\cos(\mu_i X) = \cos(-\mu_i X)$, а такие функции обладают свойством ортогональности, которое записывается для нашего случая так:

$$\int_{-1}^{1}\cos(\mu_m X)\cos(\mu_n X)\,dX = \begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad m \neq n \\ \int_{-1}^{1}\cos^2(\mu_i X)\,dX \quad \text{при} \quad m = n = i \end{cases}.$$

Чтобы воспользоваться этим свойством, умножим почленно уравнение (2.36) на $\cos(\mu_i X)\,dX$ и проинтегрируем правую и левую части в пределах от –1 до 1 (x меняется от $-\delta$ до $+\delta$):

$$\int_{-1}^{1}\Theta_0\cos(\mu_i X)\,dX=\int_{-1}^{1}\left[\sum_{i=1}^{n}A_i\cos(\mu_i X)\right]\cos(\mu_i X)\,dX.$$

В правой части все слагаемые суммы, кроме *i*-го, равны нулю, поэтому уравнение упрощается:

$$\Theta_0\int_{-1}^{1}\cos(\mu_i X)\,dX=A_i\int_{-1}^{1}\cos^2(\mu_i X)\,dX. \qquad (2.37)$$

Находим теперь значения полученных табличных интегралов

$$\int_{-1}^{1}\cos(\mu_i X)\,dX=\frac{1}{\mu_i}\sin(\mu_i X)_{-1}^{1}=\frac{1}{\mu_i}\left[\sin\mu_i-\sin(\mu_i)\right]=\frac{2}{\mu_i}\sin\mu_i.$$

$$\int_{-1}^{1}\cos^2(\mu_i X)\,dX=\frac{1}{2}X_{-1}^{1}+\frac{1}{4\mu_i}\sin(2\mu_i X)_{-1}^{1}=$$

$$=1+\frac{1}{4\mu_i}\left[\sin(2\mu_i)-\sin(-2\mu_i)\right]=1+\frac{\sin(2\mu_i)}{2\mu_i}.$$

Далее из уравнения (2.37) находим неизвестную постоянную A_i:

$$A_i=\frac{2\Theta_0\sin\mu_i}{\mu_i\left(1+\dfrac{\sin 2\mu_i}{2\mu_i}\right)}.$$

Таким образом, общее решение в окончательном виде будет

$$\Theta=\sum_{i=1}^{\infty}\Theta_0\frac{2\sin\mu_i}{\mu_i\left(1+\dfrac{\sin 2\mu_i}{2\mu_i}\right)}\exp(-\mu^2\mathrm{Fo})\cos(\mu_i X). \qquad (2.38)$$

Еще раз отметим, что бесконечный ряд с увеличением τ (растет число Fo) быстро сходится, поэтому даже при точных расчетах учитывают только три – четыре первых слагаемых этого ряда. При Fo > 0,3 с погрешностью не более 5 % всю сумму можно заменить одним первым слагаемым.

Расчет температуры в любой точке стенки по формуле (2.38) достаточно трудоемок. Поэтому в инженерной практике для решения отдельных задач (при $x = 0$, $X = 0$ и $x = \delta$, $X = 1$) пользуются специальными номограммами, где зависимости $\tilde{\Theta} = f$ (Bi, Fo, X) представлены графически ($\tilde{\Theta}=\Theta/\Theta_0$ – безразмерная температура).

Полученные результаты можно использовать и для решения задач нестационарной теплопроводности пластин при двумерном или трехмерном температурном поле. При этом используется принцип суперпозиций (наложения полей) и легко доказывается теорема о перемножении решений, в соответствии с которой температурное поле ограниченного параллелепипеда, например, определяется произведением

$$\tilde{\Theta}_{x,y,z}=\tilde{\Theta}_x\,\tilde{\Theta}_y\,\tilde{\Theta}_z,$$

где $\tilde{\Theta}_x$, $\tilde{\Theta}_y$, $\tilde{\Theta}_z$ – относительные температуры, рассчитанные отдельно для каждой бесконечной стенки, которые получаются, если мысленно продолжать соответствующую пару параллельных граней.

2.2.16 Метод источников теплоты

Мгновенно сердце молодое горит и гаснет
В нем любовь проходит и приходит вновь

А. С. Пушкин

асто теплопроводность возникает от действия на поверхности или внутри тела различных источников (или стоков) тепла. Температурное поле, возникающее под действием мгновенного точечного источника внутри неограниченного тела описывается выражением, которое является другим фундаментальным решением дифференциального уравнения теплопроводности:

$$\Theta = \frac{Q^*}{\lambda\sqrt{\alpha}(4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left(-\frac{R^2}{4\alpha\tau}\right), \qquad (2.39)$$

где $\Theta = t - t_0$; t_0 – начальная температура тела; Q^* – количество выделяемого источником тепла; $R = \sqrt{(x-x_и)^2 + (y-y_и)^2 + (z-z_и)^2}$ – расстояние между источником тепла $I(x_и, y_и, z_и)$ и исследуемой точкой $M(x, y, z)$. В справедливости этого решения легко убедиться, дифференцируя формулу (2.39) и подставляя полученные выражения в дифференциальное уравнение теплопроводности, которое в результате превращается в тождество.

Фундаментальное решение (2.39) позволяет для очень многих случаев записать функцию (в виде интеграла), удовлетворяющую дифференциальному уравнению теплопроводности, т.е. решить задачу.

Три основные принципа помогают реализовать идею конструирования решений на основе формулы (2.39):

1 Источник любой формы, действующий мгновенно, циклически или непрерывно, неподвижный или движущийся можно представить как некую систему точечных мгновенных источников тепла (принцип конструирования источников).

2 Температурное поле от каждого точечного источника накладывается на поля других источников и результирующая температура в любой точке тела определяется суммой температур от каждого источника (принцип суперпозиции температурных полей).

3 Процесс распространения тепла в телах ограниченных размеров можно представить как процесс теплопроводности в неограниченном теле, если фактически действующие источники дополнить некоторой системой фиктивных источников или стоков (принцип отражения источников).

Для иллюстрации применения этих принципов рассмотрим решение ряда конкретных задач.

Пусть требуется найти температурное поле в неограниченном теле при действии в нем мгновенного линейного источника тепла, расположенного параллельно оси z (см. рис. 2.26). Такой источник можно представить как множество одновременно вспыхивающих мгновенных источников тепла, расположенных на линии *AB*. Температурное поле каждого источника описывается формулой (2.39). В результате суперпозиций температура в любой точке тела определится суммой

$$\Theta_{млн} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q^*}{\lambda\sqrt{a}\,(4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left(\frac{-R^2}{4a\tau}\right). \qquad (2.40)$$

Интенсивность линейного источника обычно характеризуют количеством тепла, выделяемого на один метр его длины Q_l^*. Если длина точечного источника Δz, то $Q^* = Q_l^* \Delta z$. Подставим это выражение в формулу (2.40), одновременно устремляя Δz к нулю, а n – к бесконечности. Тогда, вспоминая из математики определение интеграла, можем записать

$$\Theta_{млн} = \int_{z=-\infty}^{z=\infty} \frac{Q_l^*}{\lambda\sqrt{a}\,(4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left(\frac{-R^2}{4a\tau}\right) dz =$$

$$= \frac{Q_l^*}{\lambda\sqrt{a}(4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(x-x_u)^2 + (y-y_u)^2}{4a\tau}\right] \int_{z=-\infty}^{z=\infty} \exp\left(-\frac{(z-z_и)^2}{4a\tau}\right) dz =$$

$$= \frac{Q_l^*}{4\pi\lambda\tau} \exp\left[-\frac{(x - x_и)^2 + (y - y_и)^2}{4a\tau} \right].$$

Здесь ради сокращения чисто математическая задача определения интеграла не рассматривалась, а приведен сразу конечный результат преобразований.

Другая задача: в неограниченном теле параллельно оси z со скоростью $w_и$ движется непрерывно действующий точечный источник тепла и требуется определить создаваемое им температурное поле. Такой источник можно представить как множество мгновенных точечных источников, расположенных на линии AB (рис. 2.26) и действующих, как в праздничных гирляндах, поочередно друг за другом в моменты времени $\tau_0 = 0$, τ_1, τ_2, τ_3 ... . От каждого такого источника будет возникать температурное поле, описываемое формулой

$$\Theta_i = \frac{Q_l^*}{4\pi\lambda\tau} \exp\left(-\frac{R_и^2}{4a\tau_п} \right),$$

где $\tau_п = \tau - \tau_i$ – продолжительность процесса распространения тепла от момента вспышки τ_i до текущего момента времени (именно так определялась величина τ в формуле (2.39)); $R_и$ – расстояние от точки вспышки до исследуемой точки пространства. Для разных моментов времени τ_i это расстояние будет различным, поскольку координата $z_и$ источника меняется, принимая значения $z_и = w_и\tau_п$. Значит

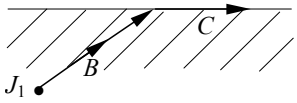
$$\int_a^b R_и = \sqrt{(x - x_и)^2 + (y - y_и)^2 + (z - z_и)^2} .$$

Естественно, что результирующая температура определится суммой всех t_i, а если перейти к бесконечно малым промежуткам времени между вспышками $\tau_{i+1} - \tau_i = d\tau$ – то величиной интеграла

$$\Theta_{пн} = \int_0^\tau \frac{Q*}{\lambda\sqrt{a}\,(4\pi\lambda\tau_в)^{3/2}} \exp\left(-\frac{R_i^2}{4a\tau_в} \right) d\tau .$$

Вопрос о вычислении полученного определенного интеграла оставим без рассмотрения, понимая, что эта математическая задача всегда может быть решена, в крайнем случае – численным методом.

Рис. 2.27 Источник тепла в полуограниченном теле



Далее рассмотрим подробнее принцип отражения источников. Пусть внутри полуограниченного тела находится мгновенный точечный источник j_1 (рис. 2.27). Наружная поверхность AA теплоизолирована, т.е. не пропускает и не отражает тепло. После вспышки источника тепло будет передаваться по всем направлениям, включая и некоторое направление B. Однако, достигнув поверхности тела этот поток изменит направление и пойдет вдоль поверхности AA.

Удалим мысленно теплоизоляцию, заменив ее таким же полуограниченным телом с источником j_2, являющимся зеркальным отражением источника j_1 (см. рис. 2.28). В такой системе тел рассмотренный ранее поток продолжит распространение по направлению B уже во втором теле. Одновременно в первом теле будет распространяться симметрич-

ный поток по направлению D от источника j_2. Результирующее действие этих потоков (если их мощности одинаковы) оказывается эквивалентным предыдущему потоку по направлению C (в результате векторного сложения потоков B и D). Исходя из принципа суперпозиций, избыточную температуру в некоторой точке $M(x, y, z)$ внутри тела можно описать суммой

$$\Theta_{\text{п.пр}} = \Theta_{\text{н}}(J_1) + \Theta_{\text{н}}(J_2),$$

где избыточные температуры $\Theta_{\text{н}}(J_1)$ и $\Theta_{\text{н}}(J_2)$ в точке M от одного и от другого источника для неограниченного пространства определяются по формуле (2.39).

В приведенном примере мы по сути рассматривали ГУ-2 при $q = 0$. Если заданы ГУ-1 ($\Theta_{\text{п}} = 0$), то, чтобы получить на линии AA постоянную температуру, нужно нагрев поверхности от действия источника тепла j_1 скомпенсировать охлаждением ее симметрично расположенным стоком тепла j_2 такой же мощности ($Q_2^* = -Q_1^*$). Значит при ГУ-1 для точки M будем иметь

$$\Theta_{\text{п.п}} = \Theta_{\text{н}}(J_1) - \Theta(J_2).$$

Для тел сложной формы принцип отражения источников приходится применять неоднократно, дополняя тело до неограниченного пространства. На рис. 2.29 показана схема дополнений для бесконечного клина с углом при вершине 60° и теплоизолированными боковыми гранями. Понятно, что

$$\Theta_{\text{кл}} = \sum_{i=1}^{6} \Theta_{\text{н}}(J_i).$$

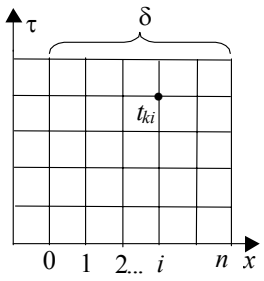


Рис. 2.31 Пространственно-

2.2.17 Численное решение нестационарных задач теплопроводности

E

ще раз отметим, что все численные методы основаны на допущении возможности без внесения существенных погрешностей заменять непрерывный в пространстве и во времени процесс некоторым дискретным, скачкообразным процессом. При расчетах нестационарных процессов, в частности, считают, что температура в любой точке тела в течение некоторого промежутка времени остается неизменной, а в начале каждого следующего промежутка меняется скачкообразно, принимая новое значение.

Для решения задач обычно и здесь используется метод сеток, теперь уже пространственно-временных. В качестве примера рассмотрим процесс нестационарной теплопроводности неограниченной пластины при ГУ-1, когда температуры поверхностей $t_{\text{с1}}$ и $t_{\text{с2}}$ не постоянны, а заданы как некоторые функции времени:

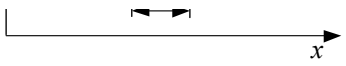


Рис. 2.30 Температурное поле при сложных ГУ

$$t_{\text{с1}} = f_1(\tau); \quad t_{\text{с2}} = f_2(\tau).$$

Мысленно разделим пластину на несколько тонких слоев толщиной Δx и будем считать, что в пределах каждого слоя температура характеризуется величиной $t_{i,\,k}$, где i – номер слоя $(i = 1, 2, ..., n)$, k – номер текущего интервала времени $\Delta\tau$ (k = 0, 1, 2,...). Для некоторого момента времени $\tau = \Delta\tau k$ действительное распределение температуры в теле заменим ступенчатым распределением ее по отдельным слоям (см. рис. 2.30). Тогда температурное поле, представляющее совокупность всех значений температур $t_{i,\,k}$, можно отразить при помощи пространственно-временной сетки с шагами Δx и Δy, представленной на рис. 2.31.

Некоторые узлы этой сетки известны по условиям однозначности

ГУ слева: $t_{0,k} = f_1(\Delta\tau k)$, k = 0, 1, 2, 3, ...;

ГУ справа: $t_{n,k} = f_2(\Delta\tau k)$, $k = 0, 1, 2, 3, ...$;

НУ: $t_{i,0} = f_3(\Delta x\, i)$, $i = 1, 2, \ldots, n-1$.

Дифференциальное уравнение теплопроводности одномерного температурного поля при переходе от бесконечно малых к малым конечным приращениям принимает вид

$$\frac{\Delta t}{\Delta\tau} = a\frac{\Delta}{\Delta x}\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right).$$

Здесь

$$\frac{\Delta t}{\Delta\tau} = \frac{t_{i,k+1} - t_{i,k}}{\Delta\tau}; \qquad \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_{\text{лев}} = \frac{t_{i,k} - t_{i-1,k}}{\Delta x}; \qquad \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_{\text{пр}} = \frac{t_{i+1,k} - t_{i,k}}{\Delta x}$$

и далее

$$\frac{\Delta}{\Delta x}\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right) = \frac{1}{\Delta x}\left[\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_{\text{пр}} - \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_{\text{лев}}\right] = \frac{t_{i+1,k} - 2t_{i,k} + t_{i-1,k}}{\Delta x^2}.$$

В результате алгебраический аналог дифференциального уравнения будет

$$\frac{t_{i,k+1} - t_{i,k}}{\Delta\tau} = a\frac{t_{i+1,k} - 2t_{i,k} + t_{i-1,k}}{\Delta x^2}.$$

Приведенная формула связывает между собой четыре соседние в пространстве температуры по схеме, приведенной на рис. 2.32, которую называют расчетным шаблоном явной схемы. Если начинать расчет с $i = 1$ и $k = 0$, то эта схема (или формула (2.41), соответственно) будет содержать только одну неизвестную $t_{1,1}$. Определив ее, шаблон сдвигают вправо на шаг и рассчитывают следующую температуру $t_{1,2}$ и т.д. В итоге последовательно определяются все температуры сначала первого временного слоя ($k = 1$), затем второго ($k = 2$) и т.д. Недостатком явной схемы является необходимость определенным образом ограничивать шаги $\Delta\tau$ и Δx, поскольку доказано, что решение бывает устойчивым только при условии

$$(a\Delta\tau / \Delta x^2) \le 0{,}5.$$

Конечно-разностный аналог можно построить и для другого расчетного шаблона (неявная схема), приведенного на рис 2.33. В такой схеме используются значения температур в соседних точках, но не для одного, а для соседних интервалов времени. Алгебраический аналог дифференциального уравнения при этом принимает вид

$$\frac{t_{i,k+1} - t_{i,k}}{\Delta\tau} = a\frac{t_{i+1,k+1} - 2t_{i,k+1} + t_{i-1,k+1}}{\Delta x^2}. \quad (2.42)$$

Отметим, что формула (2.42) по структуре идентична формуле (2.41), но правая часть ее рассчитана для $(k+1)$-го интервала времени. Для решения задачи формулу (2.42) записывают последовательно для всех узлов сетки в результате чего получается замкнутая система алгебраических уравнений, которую решают обычно методом прогонки.

Чтобы понять суть и особенности этого метода, проведем сначала несложные преобразования, записав формулу (2.42) в виде

$$t_{i,k+1} - t_{i,k} = \frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2}(t_{i+1,k+1} - 2t_{i,k+1} + t_{i-1,k+1})$$

и сгруппировав подобные члены по возрастанию номера i:

$$A_i t_{i-1,k+1} + B_i t_{i,k+1} + C_i t_{i+1,k+1} = D_i, \quad (2.43)$$

где ради сокращения введены обозначения

$$A_i = \frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2};\quad B_i = -\left(2\frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2}+1\right);\quad C_i = \frac{a\Delta\tau}{\Delta x^2};\quad D_i = -t_{i,k}\,.$$

В качестве примера по соотношению (2.43) выпишем систему уравнений для временного слоя при $k = 1$ и $n = 5$, расставляя температуры с одинаковыми индексами друг под другом и дополняя уравнения нулями

$$\begin{array}{lccccccc}
i=1: & A_1t_{0,1}+ & B_1t_{1,1}+ & C_1t_{2,1}+ & 0+ & 0+ & 0 & =D_1;\\
i=2: & 0+ & A_2t_{1,1}+ & B_2t_{2,1}+ & C_2t_{3,1}+ & 0+ & 0 & =D_2;\\
i=3: & 0+ & 0+ & A_3t_{2,1}+ & B_3t_{3,1}+ & C_3t_{4,1}+ & 0 & =D_3;\\
i=4: & 0+ & 0+ & 0+ & A_4t_{3,1}+ & B_4t_{4,1}+ & C_4t_{5,1} & =D_4.
\end{array}$$

Отметим, что величины $t_{0,1}$ и $t_{5,1}$ известны из граничных условий, известны и значения D_1, D_2, D_3, D_4, поскольку температуры $t_{0,0}$, $t_{0,1}$, $t_{0,2}$, $t_{0,3}$ и $t_{0,4}$ известны из начальных условий. Слои с номерами $i = 0$ и $i = n$ неизвестных не содержат, поскольку эти температуры известны из граничных условий. В результате убеждаемся, что записанные четыре уравнения содержат четыре неизвестных: $t_{1,1}$, $t_{2,1}$, $t_{3,1}$ и $t_{4,1}$. Аналогичная трехдиагональная система может быть получена для любого значения n, а последовательное решение таких систем для $k = 1, 2, \ldots$ позволяет найти значения температур во всех узлах сетки. Доказано, что неявная схема всегда устойчива и это позволяет делать расчеты с достаточно крупными шагами Δx и $\Delta\tau$.

Метод прогонки основан на допущении, что между соседними узлами температура меняется по линейному закону. Тогда для двух соседних (в пространстве) точек сетки можно записать

$$t_{i,k+1} = E_i t_{i+1,k+1} + F_i, \qquad (2.44)$$

где E_i и F_i – некоторые неизвестные пока константы (их называют прогоночными коэффициентами), свои для каждого слоя с номером i. Для предыдущего по порядку слоя с номером $i - 1$ формула (2.44) запишется в виде

$$t_{i,k+1} = E_{i-1}\ t_{i,k+1} + F_{i-1}\,.$$

Подставим теперь это значение температуры в формулу (2.43)

$$(A_iE_{i-1,k+1} + A_iF_{i-1}) + B_it_{i,k+1} + C_it_{i+1,k+1} = D_i$$

и сгруппируем подобные члены, переписав предыдущую формулу так:

$$t_{i,k+1}(B_i + A_iE_{i-1}) = -C_it_{i+1,k+1} + D_i - A_iF_{i-1}\,.$$

Отсюда находим

$$t_{i,k+1} = \frac{C_i}{B_i + A_iEi - 1}t_{i+1,k+1} + \frac{D_i - A_iF_{i-1}}{B_i + A_iE_{i-1}}\,. \qquad (2.45)$$

Сопоставляя теперь формулы (2.44) и (2.45), видим, что прогоночные коэффициенты можно рассчитать по рекуррентным формулам:

$$E_i = C_i/(B_i + A_iE_{i-1})\,;$$

$$F_i = (D_i - A_i F_{i-1})/(B_i + A_i E_{i-1}) .$$

Заметим, что значения E_1 и F_1 легко найти, записав формулу (2.43) для $i = 1$ и $k = 1$

$$A_1 t_{0,1} + B_1 t_{1,1} + C_1 t_{2,1} = D_1 ,$$

и преобразовав ее аналогично предыдущему:

$$B_1 t_{1,1} = -C_1 t_{2,1} + D_1 + A_1 t_{0,1}; \;\; t_{1,1} = -\frac{C_1}{B_1} t_{2,1} + \frac{D_1 A_1 t_{0,1}}{B_1}.$$

Из последней формулы понятно, что

$$E_1 = -C_1 / B_1 \;\text{ и }\; F_1 = (D_1 - A_1 t_{0,1}) / B_1 .$$

Подчеркнем, что все величины, входящие в правые части этих формул, известны и это позволяет рассчитать численные значения коэффициентов E_1 и F_1.

Далее по рекуррентным соотношениям рассчитывают значения прогоночных коэффициентов E_i и F_i для первого временного слоя (прямая прогонка: $i = 2, 3, ..., n$), а после этого по формуле

$$t_{i-1,k} = E_{i-1} t_{i,k+1} + F_{i-1}$$

находят температуры во всех узлах этого временного слоя, начиная от предпоследнего (обратная прогонка: $i = n, n - 1, ..., 2, 1$). В начале обратной прогонки приведенная формула кроме рассчитанных уже прогоночных коэффициентов содержит известную из граничных условий температуру $t_{n,\,k+1}$, при этом на каждом последующем шаге используется результат предыдущего расчета. Закончив расчет первого временного слоя ($k = 1$), начинают прямую прогонку для следующего ($k = 2$), а рассчитав значения прогоночных коэффициентов – обратной прогонкой рассчитывают температуры и для этого слоя. Повторяя описанный алгоритм, полностью решают задачу. Итеративный алгоритм метода прогонки ориентирован на широкое применение ЭВМ для выполнения расчетов.

2.3 КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

2.3.1 Основные факторы, определяющие интенсивность конвекции

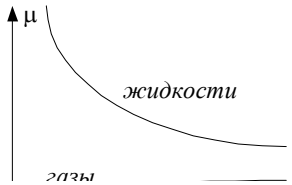
Можно знать многое, не зная самого нужного
Л. Толстой

И

нтенсивность конвективного теплообмена, как уже отмечалось, зависит от множества влияющих факторов. В первую очередь это теплофизические свойства теплоносителя, в котором осуществляется перенос тепла. Сюда относятся: удельная теплоемкость c, плотность ρ, коэффициенты теплопроводности λ и температуропроводности a. На свободную конвекцию заметно влияет тепловое расширение жидкостей и газов, которое характеризуется величиной коэффициента объемного расширения $\beta = (1/v_0)(\partial v/\partial T)_p$. Интенсивность теплообмена при конвекции зависит от интенсивности перемещения и перемешивания макрочастиц, от скорости их движения. Последняя, в свою очередь, определяется величиной движущих сил и силами внутреннего трения. Для большинства жидкостей и газов сила внутреннего трения S определяется законом Ньютона

$$S = \mu \frac{\partial w}{\partial n} F ,$$

где μ – динамический коэффициент вязкости; $(\partial w/\partial n)$ – градиент скорости по толщине слоя жидкости; F – поверхность трения. Являясь по физической сущности физконстантой, величина μ, особенно у капельных жидкостей, существенно изменяется при изменении температуры. Например, при увеличении температуры машинного масла МС-20 от 20 до 60 °С величина μ уменьшается более чем в 100 раз! Зависимость $\mu = f(t)$ сложная, нелинейная (см. рис. 2.34), что существенно усложняет математическое описание и аналитическое решение задач конвективного теплообмена, часто делая его вообще невозможным. С приемлемой для практики точностью эту зависимость представляют аппроксимацией Андраде:



$$\mu = Ae^{-BT},$$

где A и B – некоторые константы, определяемые на основании опытных данных для каждой конкретной жидкости; T – абсолютная температура.

В практических расчетах часто вместо μ используют другой коэффициент ν = μ/ρ, который называют кинематическим коэффициентом вязкости. Величина ν при изменении t ведет себя так же, как μ. Изменения давления практически не влияет на величины коэффициентов μ и ν.

Интенсивность теплообмена при конвекции зависит еще и от характера, режима движения теплоносителя. Различают два основных режима. При ламинарном (струйчатом) течении поток жидкости как бы состоит из отдельных элементарных струек, каждая из которых движется со своей скоростью, не перемешиваясь с соседними. При этом поперечный перенос тепла от струйки к струйке, от слоя к слою происходит в результате теплопроводности. Поскольку теплопроводность жидкостей невелика, интенсивность такого теплообмена невысокая. Продольный теплообмен (по направлению движения) определяется массовым расходом и теплоемкостью жидкости.

При турбулентном (вихревом) режиме макрочастицы теплоносителя движутся хаотически, лишь в среднем сохраняя направление движения потока. Их скорость постоянно меняется и в пространстве, и во времени. Поэтому всегда следует различать мгновенную локальную и среднемассовую скорости. Именно последняя используется в инженерных расчетах в качестве основной характеристики движения. При хаотическом перемещении макрочастиц в поперечный теплообмен включается и конвекция, поэтому всегда интенсивность процесса в этом случае гораздо выше, поскольку пульсационный перенос тепла обычно во много раз больше, чем передача его теплопроводностью.

Возникновение одного или другого режима зависит от среднемассовой скорости теплоносителя, его вязкости, формы и размеров канала, наличия внешних турбулизаторов. С увеличением скорости, например, ламинарность потока сохраняется лишь до некоторого предела, после которого движение становится неустойчивым, неустановившимся. В потоке периодически возникают возмущения, флуктуации, турбулентные вихри, которые то исчезают, то появляются вновь. Такие режимы течения называют переходными.

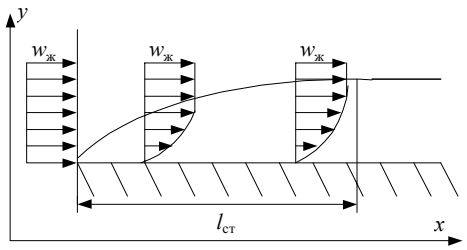
2.3.2 Понятие о гидродинамическом и тепловом пограничных слоях

*П*ри исследовании конвективного теплообмена особый интерес представляет изучение особенностей поведения теплоносителя в непосредственной близости от стенки.

По современным воззрениям жидкость представляется состоящей не из отдельных, независимых молекул, а из так называемых жидких комков – объединений большого числа молекул (около $10^5 – 10^7$), которые ведут себя как твердое тело. Границы жидкого комка нестабильны, и некоторые молекулы могут, отрываясь от одного комка, прилипать к соседнему. Скольжение по границам жидких комков обеспечивает текучесть жидкости. Соприкасаясь со стенкой жидкие комки прилипают к ней и практически мгновенно прогреваются до ее температуры. Эта гипотеза, высказанная Прандтлем и Тейлором в 1904 г, подтверждается на практике для абсолютного большинства капельных жидкостей и газов.

Проскальзывание жидких комков наблюдается только при очень больших скоростях или большом разряжении.

Отмеченное свойство жидких комков во многом определяет картину движения вблизи стенки и характер теплообмена в этой зоне. Для примера рассмотрим изотермическое натекание потока жидкости на плоскую поверхность (см. рис. 2.35). На входе жидкость имеет равномерное распределение скорости. Жидкие комки, соприкасающиеся со стенкой, прилипнув к ней, образуют тонкий неподвижный слой. Слой, протекающий над этим неподвижным слоем будет сильно тормозиться силами внутреннего трения, причем тем сильнее, чем дольше длится движение. При этом, чем больше расстояние x, тем сильнее уменьшается скорость этого слоя.



Более верхний слой, протекающий над этим заторможенным, тоже будет тормозиться, но в меньшей мере, поскольку здесь градиент скорости будет меньшим. Еще более верхний слой тормозится еще слабее и т.д., так что с увеличением y влияние торможения проявляется все меньше и меньше, а вдалеке от стенки оно практически не обнаруживается.

Слой, внутри которого скорость жидкости меняется от 0 до $0{,}99w_ж$, называют гидродинамическим пограничным сдоем. Именно здесь проявляется внутренне трение, именно здесь сосредотачивается гидравлическое сопротивление канала. Понимаемый так пограничный слой с ростом x сначала растет, а затем толщина его стабилизируется, поскольку при больших x в верхних слоях изменение скорости не превышает одного процента. Участок, где толщина пограничного слоя увеличивается, называют участком гидродинамической стабилизация, а остальную часть – участком стабилизированного течения.

При турбулентном режиме, естественно, следует вести речь о среднемассовой скорости $w_ж$. Картина образования и развития пограничного слоя и здесь в целом аналогична предыдущей (см. рис. 2.36). Под влиянием сил трения турбулентные пульсации в непосредственной
близости от стенки сглаживаются, и слои жидкости, протекающие близко от стенки движутся ламинарно, образуя тонкий ламинарный подслой. При этом основная часть потока остается турбулентной. Граница между ламинарной и турбулентной частями нечеткая, размытая отдельными пульсациями, проникающими в ламинарный подслой случайным образом и на разную глубину. Обратим внимание, что основное изменение скорости происходит именно в ламинарном подслое, в турбулентной же части из-за активного перемешивания скорость изменяется гораздо меньше.

Если натекание сопровождается поперечным теплообменом (жидкость и стенка имеют различные температуры), то это несколько изменяет гидродинамическую картину. В слоях, близких к стенке, и в слоях, удаленных от нее, температуры (а значат и вязкости) жидкости будут различными. Это приведет к деформации профиля скорости, изменениям толщины гидродинамического пограничного слоя и длины участка стабилизации. На рис. 2.37 показаны эпюры скорости для двух случаев неизотермического течения: когда жидкость горячее стенки (кривая 1) и когда жидкость холоднее стенки (кривая 2). Из рисунка понятно, что изменение направления теплообмена существенно меняет толщину пограничного слоя, и при нагревании жидкости, например, толщина слоя гораздо меньше, чем при охлаждении ($\delta_2 < \delta_1$).

Аналогично гидродинамическому слою при наличии теплообмена вблизи стенки возникает тепловой пограничный слой, показанный на рис. 2.38. Жидкие комки, соприкасающиеся со стенкой, принимают температуру стенки (пусть $t_ж > t_c$). Слой протекающий непосредственно над неподвижным слоем будет заметно охлаждаться, поскольку здесь наибольший температурный градиент. Протекающие выше слои также охлаждаются, но со все меньшей интенсивностью. При этом влияние теплообмена с увеличением x все глубже проникает в поток, но температура жидкости от этого изменяется все меньше и меньше. Слой, внутри которого температура жидкости изменяется от t_c до $0{,}99t_ж$, называют тепловым пограничным слоем. Такой слой с ростом x сначала растет, а затем стабилизируется. Вне теплового пограничного слоя температура жидкости практически одинакова, и можно считать, что там поперечного теплообмена нет.

Сопоставление гидродинамического и теплового пограничных слоев приводит к заключению, что между ними существует однозначное соответствие – они геометрически подобны.

Знакомство с физическими особенностями рассмотренных процессов убеждают, что для аналитического решения задачи поперечного теплообмена при движении теплоносителя вблизи стенки необходимо иметь математическое описание связей между параметрами в пределах пограничного слоя.

2.2.3 Дифференциальное уравнение теплоотдачи и другие

дифференциальные уравнения теплового пограничного слоя

Не во всякой игре тузы выигрывают!
К. Прутков

В

любом случае в слое жидкости, непосредственно соприкасающимся со стенкой тепло передается теплопроводностью (поскольку этот слой неподвижен). Для этого слоя, используя закон Фурье, запишем

$$q = -\lambda_{ж}\left(\frac{\partial t_{ж}}{\partial n}\right)_{n=0}.$$

Этот же удельный поток передается теплоотдачей и по закону Ньютона-Рихмана он равен

$$q = \alpha (t_{ж} - t_{с}).$$

Приравнивая правые части этих формул, получаем дифференциальное уравнение теплоотдачи

$$-\lambda_{ж}\left(\frac{\partial t_{ж}}{\partial n}\right)_{n=0} = \alpha (t_{ж} - t_{с}),$$

откуда

$$\alpha = -\frac{\lambda_{ж}}{t_{ж} - t_{с}}\left(\frac{\partial t_{ж}}{\partial n}\right)_{n=0}. \qquad (2.46)$$

Полученная формула показывает: чтобы найти величину коэффициента теплоотдачи α, кроме свойств жидкости необходимо знать и температурное поле внутри пограничного слоя, что позволит определить значения $t_{ж}$, $t_{с}$ и $(dt_{ж} / \partial n)_{n=0}$. Если в первом приближении принять, что внутри пограничного слоя температура меняется по линейному закону, то в любом месте слоя, в том числе и при $n = 0$, величина производной будет одна и та же

$$\left(\frac{\partial t_{ж}}{\partial n}\right)_{n=0} = \frac{\partial t_{ж}}{\partial n} = \frac{\Delta t}{\Delta} = \frac{t_{ж} - t_{c}}{\Delta},$$

где через Δ обозначена толщина теплового пограничного слоя. Подставляя это в формулу (2.46), находим

$$\alpha = \left|\lambda_{ж} / \Delta\right|,$$

откуда следует очень важный вывод: величина α прямо пропорциональна теплопроводности жидкости и обратно пропорциональна толщине пограничного слоя. Теперь становится понятным, почему на участке тепловой стабилизации интенсивность теплоотдачи выше, чем на стабилизированном участке (потому что там пограничный слой тоньше).

Чтобы описать и найти температурное поле в движущейся жидкости, аналогично дифференциальному уравнению теплопроводности на основе закона сохранения энергии выводится специальное дифференциальное уравнение – дифференциальное уравнение энергии. Это уравнение учитывает и перенос тепла теплопроводностью, и накопление тепла в элементарно малом объеме в результате изменения его теплосодержания при протекании через него потока теплоносителя. По форме оно похоже на дифференциальное уравнение Фурье

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w\frac{\partial t}{\partial n} = a\nabla^2 t, \qquad (2.47)$$

однако содержит дополнительное слагаемое – конвективную составляющую, отражающую вклад конвекции в общий тепловой баланс. Из уравнения (2.47) видно, что температурное поле в движущейся жидкости (или газе) зависит от ее скорости, и при решении тепловой задачи необходимо одновременно решить задачу гидродинамическую, т.е. найти скорость жидкости w в любой точке потока.

Если к элементарно малому объему движущейся жидкости применить известный из механики принцип Даламбера (сумма всех сил, действующих на тело, включая и силу инерции, взятую с обрат-

ным знаком, равна нулю), то можно получить дифференциальное уравнение движения, которое в символьной форме можно представить в виде

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} + w\frac{\partial w}{\partial n} = g - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2 w, \qquad (2.48)$$

где ∇p – оператор Гамельтона; g – ускорение силы тяжести; $\nabla^2 w$ – оператор Лапласа. Правая часть этого уравнения отражает собою силу инерции (сумма локальной и конвективной составляющих), величина g – силу веса, слагаемое ∇p – силу давления, а последнее слагаемое – силу трения. Как видим, уравнение (2.48) содержит два неизвестных параметра: w и p. Поэтому уравнение движения всегда рассматривается совместно с другим уравнением гидродинамики – уравнением неразрывности.

Дифференциальное уравнение неразрывности отражает закон сохранения массы применительно к элементарно малому объему движущейся жидкости. В общем случае оно имеет вид

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial n} = 0.$$

Для несжимаемых жидкостей (ρ = const) это уравнение упрощается:

$$\frac{\partial w}{\partial n} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \qquad (2.49)$$

В итоге для несжимаемых жидкостей дифференциальные уравнения (2.46) – (2.49) составляют замкнутую систему, содержащую четыре неизвестных: a, t, w и p. Для газов и сжимаемых жидкостей величина ρ тоже войдет в список неизвестных и система уравнений должна быть дополнена еще уравнением состояния:

$$pv = zRT \quad \text{или} \quad p/\rho = zRT,$$

где z – общий коэффициент сжимаемости; R – газовая постоянная.

Приведенная система дифференциальных уравнений описывает весь класс явлений конвективного теплообмена. Чтобы решить некоторую конкретную задачу необходимо проинтегрировать уравнения, учитывая еще и условия однозначности этой конкретной задачи. Формулирование этих условий гораздо сложнее, чем в задачах теплопроводности. Так, начальные и граничные условия, например, должны быть заданы для каждого неизвестного параметра, а не только для температуры.

Из-за сильной зависимости вязкости от температуры уравнение (2.48) является нелинейным. Другие дифференциальные уравнения тоже достаточно сложные. Поэтому аналитическое решение задачи путем интегрирования системы дифференциальных уравнений в общем случае невозможно. Даже для самых простых задач, чтобы получить аналитическое решение приходится вводить массу упрощающих предпосылок (например, что v = const, движение равномерное и т.д.), которые в итоге делают полученное решение приближенным и малодостоверным.

Поэтому приведенные дифференциальные уравнения обычно используют для численного решения задач конвективного теплообмена [19]. Именно на их основе строятся конечно-разностные аналоги для расчетов методом сеток. Большинство же важнейших практических задач решены на основании экспериментальных исследований с привлечением для организации опытов и обработки результатов этих экспериментов основ теории подобия.

2.3.4 Основы теории подобия

В сущности мы находим только то, что
нужно, видим только то, что хотим видеть

3. Фрейд

овременная наука предлагает исследователю три основных подхода для решения инженерных задач. Всегда предпочтительно аналитическое решение, поскольку оно дает общий результат, удобный для расчетов и наглядно отражающий влияние одних факторов на другие. Однако любая математическая модель, любые дифференциальные уравнения всегда лишь в главном, в основном отражают свойства и особенности реального явления. Именно поэтому достоверность и точность аналитического решения нуждаются в подтверждении экспериментами. К сожалению, как было сказано выше, многие практические задачи аналитически неразрешимы.

Правильно поставленный эксперимент гарантирует достоверность результата. Однако это результат единичный, не способный дать пищу для обобщений или прогнозирования изменений при изменении условий опыта. Поэтому всегда речь ведется о проведении серии или многих серий опытов, что долго, трудоемко и дорого.

Численное решение задач на ЭВМ как бы объединяет оба предыдущих подхода, поскольку здесь оперируют с математической моделью явления и получают единственное решение задачи, не обладающее, увы, ни общностью, ни достоверностью результата. Однако при наличии программы не представляет трудностей провести множество численных экспериментов (так еще по другому называют этот подход) и выявить важнейшие закономерности явления. Поэтому сегодня такой подход получил самое широкое распространение, сделавшись самым мощным инструментом ученого и инженера.

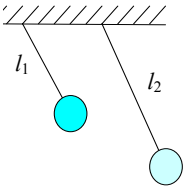


Рис. 2.39 Сходственные состояния

При экспериментальных исследованиях обычно ставится задача установить количественную зависимость одного или ряда определяемых параметров от величины других определяющих факторов. Чтобы сделать это, опыты проводят отдельными сериями так, чтобы в каждой серии изменялся только один влияющий фактор, остальные же оставались бы неизменными. При оптимальном планировании экспериментов от этого правила отступают, уменьшая число требуемых серий. Однако всегда экспериментальное исследование связывается с большим числом отдельных экспериментов. Теория подобия позволяет существенно сократить число необходимых опытов и обобщать их результаты в понятной и удобной для практики форме.

Сущность подхода здесь простая: все явления одного класса (теплопроводность, конвекция и др.) делят на отдельные группы подобных явлений, выявив особые признаки такого подобия. Далее из множества явлений каждой группы экспериментально исследуют лишь малое число их, выявляя зависимости не между конкретными размерными величинами, а между обобщенными, безразмерными числами подобия, количество которых всегда меньше, чем размерных параметров. Результаты опытов обобщают в виде полуэмпирических формул, которые однако справедливы для всех явлений данной группы.

Два явления считают подобными, если для всех одноименных параметров в любых сходственных точках и в сходственные моменты времена имеют место соотношения

$$\frac{a}{A}=\frac{a'}{A'}=\frac{a''}{A''}=...=k_a,\quad \frac{b}{B}=\frac{b'}{B'}=\frac{b''}{B''}=...=k_b,\quad \frac{c}{C}=\frac{c'}{C'}=\frac{c''}{C''}=...=k_c... .$$

Здесь a, b, c, ... – параметры одного явления; A, B, C, ... – одноименные параметры другого явления; k_a, k_b, k_c,... – константы подобия; штрихами отмечены сходственные моменты времени. Сходственные точки находятся в геометрически подобных местах. Сходственные моменты времени – это такие моменты, когда явления находятся в сходственных (аналогичных) состояниях. Ведь в общем случае подобные явления могут протекать и не синхронно, как например колебания двух маятников, показанных на рис. 2.39 в сходственных состояниях.

Выявим теперь основное свойство подобных явлений, анализируя два подобных явления теплоотдачи. Каждое из них описывается (конечно же не полностью) известным дифференциальным уравнением теплоотдачи:

$$\alpha_1(t_{c1}-t_{ж1})=-\lambda_{ж1}\left(\frac{\partial t_1}{\partial n_1}\right)_{n=0}; \qquad (2.50)$$

$$\alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}) = -\lambda_{ж2} \left(\frac{\partial t_2}{\partial n_2} \right)_{n=0}. \qquad (2.51)$$

Здесь индексами 1 и 2 отмечена принадлежность описания первому или второму явлению. Поскольку явления подобны, между их параметрами имеют место соотношения

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = k_\alpha; \qquad \frac{t_{c1}}{t_{c2}} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{t_{ж1}}{t_{ж2}} = k_t; \qquad \frac{\lambda_{ж1}}{\lambda_{ж2}} = k_\lambda; \qquad \frac{n_1}{n_2} = k_l.$$

Выразим значения параметров первого явления через параметры второго и константы подобия:

$$\alpha_1 = k_\alpha \alpha_2; \quad t_{c1} = k_t t_{c2}; \quad t_{ж1} = k_t t_{ж2}; \quad t_1 = k_t t_2; \quad \lambda_{ж1} = k_\lambda \lambda_{ж2}; \quad n_1 = k_l n_2$$

и подставим полученные значения в формулу (2.50), группируя все константы подобия в один множитель:

$$\frac{k_\alpha k_t k_l}{k_\lambda k_t} \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}) = -\lambda_{ж2} \left(\frac{\partial t_2}{\partial n_2} \right)_{n=0}. \qquad (2.52)$$

Полученная формула описывает теперь связь между параметрами второго явления, и значит она должна быть тождественно одинакова с формулой (2.51). Это возможно лишь тогда, когда множитель, составленный из констант подобия и называемый индикатором подобия, будет равен единице:

$$\frac{k_\alpha k_l}{k_\lambda} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2}\dfrac{n_1}{n_2}}{\dfrac{\lambda_{ж1}}{\lambda_{ж2}}} = 1, \quad \text{откуда} \quad \frac{\alpha_1 n_1}{\lambda_{ж1}} = \frac{\alpha_2 n_2}{\lambda_{ж2}}.$$

Мы обнаружили, что у подобных явлений некоторые безразмерные комплексы, составленные на основе математического описания явления и называемые числами или критериями подобия, являются численно одинаковыми. Распространяя этот вывод на любые два явления из всей группы подобных явлений, можно утверждать, что для всех явлений такой группы

$$\frac{\alpha n}{\lambda_ж} = \text{idem}$$

(idem – сокращенное обозначение понятия "численно одно и то же").

Числам подобия дают имена ученых, внесших большой вклад в теорию теплообмена и гидромеханику. В частности мы получили число Нуссельта

$$\text{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda_ж},$$

где через l обозначен определяющий размер, в качестве которого берется характерный линейный размер из условий однозначности. Величина Nu в обобщенном виде характеризует интенсивность теплообмена при теплоотдаче.

Понятно, что сложные явления, такие как теплоотдача, нельзя охарактеризовать только одним критерием подобия. Действительно, если аналогичным образом (это называют методом масштабных преобразований) проанализировать и другие дифференциальные уравнения пограничного слоя, то можно получить еще ряд критериев. Из них (и их комбинаций) наибольшее практическое применение находят следующие критерии:

– критерий Рейнольдса (Re = wl / ν), характеризующий соотношение между силами инерции и силами трения, действующими в движущейся жидкости;

– критерий Прандтля (Pr = ν / *a*), характеризующий подобие теплоносителей по теплофизическим свойствам;

– критерий Грасгофа ($Gr = gl^3\beta\Delta t / \nu^2$), характеризующий соотношение между подъемными силами и силами трения, действующими в движущейся жидкости.

Значения критериев Re, Pr, Gr можно рассчитать, используя сведения из условий однозначности, поэтому их называют определяющими критериями. Задача исследователя, таким образом, заключается в том, чтобы для данной группы подобных явлений на основании экспериментов определить зависимость определяемого критерия (числа Нуссельта) от определяющих критериев:

$$Nu = f(Re, Pr, Gr).$$

Обычно результаты каждой серии экспериментов представляют в логарифмической системе координат, осредняя опытные точки прямой линией, что позволяет получить частные зависимости в виде степенных функций, например $Nu = C\,Re^a$. На сновании таких частных зависимостей находят обобщенную формулу, справедливую для всей группы подобных явлений:

$$Nu = A Re^a Pr^b Gr^c,$$

Величины *A*, *a*, *b* и *c* для разных групп подобных явлений приводятся в справочной литературе.

Выявленное нами основное свойство подобных явлений позволяет сформулировать условия для физического моделирования явлений: помимо геометрического подобия для подобия явлений необходимо и достаточно, чтобы каждые два одноименных определяющих критерия подобия и у явления, и у модели были бы численно одинаковы.

2.3.5 Теплоотдача при свободной конвекции

B

сегда и неизбежно возникающая в земных условиях свободная конвекция с одной стороны определяет эффективность работы большого числа теплотехнического оборудования (например, батарей центрального отопления), а с другой – является причиной теплопотерь в окружающую среду. Поэтому инженеру нужно уметь рассчитывать интенсивность такой конвекции.

Можно выделить четыре основные группы подобных явлений у процессов свободной конвекции: возле вертикальных стенок, на горизонтальных трубах, на горизонтальных плитах и в ограниченном пространстве.

Рис. 2.40 Свободная конвекция у вертикальной стенки

Картина образования свободной конвекции у вертикальной стенки приведена на рис. 2.40. Нагреваясь от стенки, отдельные макрообъемы жидкости образуют направленное движение вверх, а на их место подходят другие из более холодных слоев. Скорость движения частиц увеличивается по мере их прогрева (с увеличением координаты *y*). Влияние внутреннего трения проявляется здесь и со стороны неподвижного слоя, прилипшего к стенке, и со стороны неподвижной в целом массы теплоносителя, расположенной на достаточном удалении от стенки. В результате около стенки возникает пограничный слой, внутри которого скорость отлична от нуля. С ростом *y* все больше слоев вовлекаются в движение, толщина пограничного слоя растет, скорость частиц увеличивается и это приводит к появлению пульсации и образованию турбулентных вихрей в ядре пограничного слоя, особенно в верхней его части.

Величина коэффициента теплоотдачи не остается постоянной, а меняется в зависимости от координаты *y.* На рис. 2.41 показано изменение локального значения *a* вдоль поверхности теплообмена. С ростом *y* величина α сначала уменьшается (растет толщина пограничного слоя), а далее – увеличивается, постепенно достигая стабилизации. Такое изменение объясняется возникновением поперечной конвекции (в результате турбулизации потока) и уменьшением толщины ламинарной части слоя.

Для практических расчетов, однако, важнее знать не локальное α, а среднее для всей поверхности значение коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{F}\int_0^F \alpha\, df\ .$$

Поскольку среднемассовая скорость *w* при свободной конвекции практически равна нулю, число Re тоже стремится к нулю, и поэтому, как любая постоянная величина, перестает влиять на ход процесса.

В этом случае говорят о "вырождении" критерия Re. Значит в общем виде критериальное уравнение для свободной конвекции должно иметь вид

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Pr}, \mathrm{Gr}).$$

Экспериментальные исследования и обработка опытных данных показали, что в абсолютном большинстве случаев (исключая расплавленные металлы) влияние чисел Pr и Gr на величину Nu одинаково.

Если определяющие критерии таковы, что $\mathrm{PrGr} < 10^9$, то пограничный слой, в основном, ламинарный и для этого случая

$$\mathrm{Nu}_{\text{ж,H}} = 0{,}76(\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Gr})^{0{,}25}_{\text{ж,H}}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{\text{ж}}}{\mathrm{Pr}_{\text{ст}}}\right)^{0{,}25},$$

где за определяющую температуру (по ней находят значения физконстант при расчетах критериев подобия) принимается средняя температура жидкости $t_{\text{ж}}$, а за определяющий размер – высота стенки H.

Поправочный множитель $(\mathrm{Pr}_{\text{ж}}/\mathrm{Pr}_{\text{ст}})^{0{,}25}$ учитывает влияние на теплоотдачу направления теплового потока. Здесь $\mathrm{Pr}_{\text{ст}}$ – значение критерия Pr того же теплоносителя, но рассчитанное для температуры стенки $t_{\text{с}}$. При $t_{\text{с}} > t_{\text{ж}}$ этот множитель больше 1,0, при $t_{\text{с}} < t_{\text{ж}}$ – он меньше 1,0.

Если $\mathrm{PrGr} \geq 10^9$, то определяющей является турбулентная часть пограничного слоя, и в результате обработки опытных данных получено

$$\mathrm{Nu}_{\text{ж,H}} = 0{,}15(\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Gr})^{0{,}33}_{\text{ж,H}}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{\text{ж}}}{\mathrm{Pr}_{\text{ст}}}\right)^{0{,}25}.$$

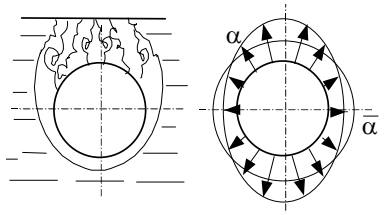
Приведенные критериальные уравнения позволяют, рассчитав предварительно значения чисел Pr, $\mathrm{Pr}_{\text{ст}}$ и Gr, найти число Нуссельта, а затем, учитывая, что $\mathrm{Nu} = (\alpha H) / \lambda_{\text{ж}}$, рассчитать

$$\alpha = \frac{\mathrm{Nu}\lambda_{\text{ж}}}{H}.$$

Картина образования свободной конвекции у горизонтальных труб отличается от предыдущей симметричностью, цилиндрической искаженностью и образованием турбулентных вихрей только около верхней части трубы (см. рис. 2.42). В основном здесь движение ламинарное. Локальные значения α имеют два максимума. В нижней части – потому что там тоньше всего пограничный слой, в верхней части – благодаря влиянию завихрений и турбулизации.

у горизонтальной трубы

Рис. 2.42 Свободная конвекция



Опытные исследования позволили получить для этой группы подобных явлений следующее критериальное уравнение

$$\mathrm{Nu}_{\text{ж},d} = 0{,}5(\mathrm{Pr}\cdot\mathrm{Gr})^{0{,}25}_{\text{ж},d}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{\text{ж}}}{\mathrm{Pr}_{\text{ст}}}\right)^{0{,}25}.$$

Свободная конвекция у плит, расположенных горизонтально, отличается образованием регулярных или неустановившихся циркуляционных токов теплоносителя и отдельных застойных зон, как схематично показано на рис. 2.43. Естественно, что в местах, где циркуляция интенсивна, возникают зоны с максимальными локальными значениями α, в местах же застойных зон величины α минимальны. Обычно расчеты ведут потому же критериальному уравнению, что и для горизонтальных труб, принимая в качестве определяющего размера ширину плиты b. При этом, если тепловой поток направлен вверх, то вводят поправочный множитель 0,7, а если вниз – 1,3.

Свободная конвекция в ограниченном пространстве обычно протекает с образованием регулярных циркуляционных токов теплоносителя в виде отдельных замкнутых контуров определенной протяженности, как показано это на рис. 2.44. Размеры таких контуров зависят от положения щели и температур-

ного напора. Теплообмен в этом случае рассчитывают как при теплопроводности через газовую прослойку, вводя условный, эквивалентный коэффициент теплопроводности $\lambda_{экв}$

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta / \lambda_{экв}}.$$

Величину $\lambda_{экв}$ находят по формуле

$$\lambda_{экв} = \lambda_{ж}\, \varepsilon_{кон},$$

где $\varepsilon_{кон}$ – коэффициент конвекции, который находят по критериальному уравнению

$$\varepsilon_{конв} = 0{,}18(\mathrm{Pr}\cdot \mathrm{Gr})^{0{,}25},$$

если PrGr > 1000. При PrGr < 1000 $\varepsilon_{кон}$ = 1,0, т.е. влияние конвекции не проявляется и тепло в зазоре передается только теплопроводностью. Именно такие условия создают, чтобы измерить коэффициент теплопроводности жидкости или газа.

2.3.6 Теплоотдача при движении теплоносителя в трубах и каналах

Эта группа подобных явлений наверное чаще других встречается на практике. Механизм в картина образования пограничного слоя здесь аналогичны описанным ранее, когда рассматривалось натекание жидкости на плиту. Правда, здесь эта плита как бы свернута в цилиндр, поэтому нарастание слоя происходит по всей цилиндрической поверхности и форма его близка к конической, как показано это на рис. 2.45. Поскольку слои, протекающие вблизи стенки тормозятся, то при установившемся режиме и постоянстве массового расхода скорость слоев в ядре потока увеличивается. Силы, создающие ускорение этих слоев, и образуют дополнительное (его называют местным) гидравлическое сопротивление на входе в трубу. Толщина пограничного слоя при $l \approx 50d$ достигает радиуса, здесь и заканчивается перестройка профиля скорости и далее течение стабилизируется.

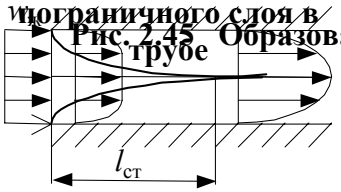


Рис. 2.45 Образование пограничного слоя в трубе

Локальный коэффициент теплоотдачи на участке стабилизации выше, чем на стабилизированном участке, однако для длинных труб (когда $l > 50d$) это увеличение не приводит к заметному увеличению величины α, которое обычно и используется в практических расчетах.

Характер, режим течения хорошо характеризуется здесь величиной числа Рейнольдса. При Re < 2320 течение в трубах ламинарное, а при $\mathrm{Re} > 10^4$ – турбулентное. Когда 2320 < Re < 10 000, имеют место переходные режимы. При турбулентном и переходных режимах вклад свободной конвекции в общее осредненное значение α настолько мал, что практически это не обнаруживается опытами. При этих режимах изменение величины критерия Gr не влияет на величину Nu, т.е. критерий Gr, численно стремясь к нулю, вырождается.

При ламинарном течения в зависимости от условий это влияние может быть различным (от существенного до почти нулевого), это связано, как показали эксперименты, с величиной произведения PrGr. Так, при $\mathrm{PrGr} < 8\cdot10^5$ влияние свободной конвекции можно не учитывать и такой режим течения называют еще вязкостным. При $\mathrm{PrGr} \geq 8\cdot10^5$ вклад свободной конвекции значительный и течение называют вязкостно-гравитацион-ным. В этом случае важное значение имеет то, как (вертикально или горизонтально) расположена труба, и как направлен поток теплоносителя.

Экспериментальные исследования показали, что для каждого режима движения можно получить достаточно простые и в меру точные критериальные уравнения. Сводная схема – таблица этих уравнений приведена на следующей странице (рис. 2.46).

Остановимся на некоторых особенностях расчетов в отдельных случаях. Так, для коротких труб, длина которых менее длины участка стабилизации, рекомендуются те же формулы, но с введением поправочного множителя ε_l, учитывающего увеличение теплоотдачи в результате уменьшения средней толщины пограничного слоя. Величина этого множителя определена экспериментально и приводится в справочниках в виде зависимости $\varepsilon_l = f(\mathrm{Re}, l / d)$.

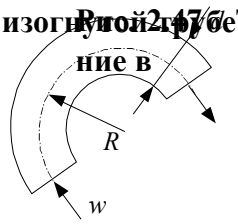


Рис. 2.47. Течение в изогнутой трубе

При движении жидкости в изогнутых трубах (см. рис. 2.47) на макрообъемы жидкости дополнительно еще действуют центробежные силы, вызывающие дополнительное перемешивание и турбулизацию. В результате интенсивность теплоотдачи увеличивается. Опыты показали, что и в этом случае расчет лучше вести по тем же самым критериальным уравнениям, вводя (так принято) дополнительно поправочный множитель $\varepsilon_r = 1 + 1{,}78d/r$.

Критериальные уравнения, приведенные на рис. 2.46, применяют и для расчета теплоотдачи в каналах некруглого сечения (квадратного, прямоугольного, кольцевого и др.). При этом в качестве определяющего размера принимается условный размер, называемый эквивалентным диаметром

$$d_э = 4F / П,$$

где F – площадь сечения канала; $П$ – "смоченный", т.е. соприкасающийся с теплоносителем, периметр. Для каналов с кольцевым сечением (в теплообменниках типа "труба в трубе") $d_э$ определяется разностью наружного D и внутреннего d диаметров кольца, $d_э = D – d$.

2.3.7 Теплоотдача при поперечном обтекании труб и в трубных пучках

*Ц*илиндрическая поверхность при поперечном обтекании является хорошим турбулизатором потока. Ламинарное, плавное и безотрывное обтекание наблюдается здесь очень редко, только когда Re < 5. В большинстве практических случаев при обтекании цилиндра в задней (по ходу потока) его части происходит срыв пограничного слоя и турбулизация теплоносителя. При постоянстве массового расхода в минимальном сечении потока (см. рис. 2.48, *а*) средняя скорость течения наибольшая и направлена так, что силы инерции увлекают частицы жидкости по направлению x, что и является причиной их отрыва от слоя и турбулизации.

С увеличением числа Re интенсивность вихреобразования растет, уменьшается угол отрыва слоя φ и при Re > 1000 за трубой возникает несглаживающаяся турбулентная дорожка.

Картина нарастания пограничного слоя для этого сл ая показана на рис. 2.48, *б*. Толщина слоя увеличивается симметрично от носовой части трубы к кор е, в кормовой части при углах φ = 95 … 115° происходит срыв, а после срыва слой вновь начинает нарастать. Подобным же образом ведет себя и тепловой пограничный слой, и это хорошо объясняет наличие трех максимумов на эпюре локальных значений *а*, приведенной там же, на рис. 2.48, *в*. При Re < 10 абсолютный максимум имеет место на носовой зоне, при $\mathrm{Re} \geq 10^5$ – в кормовой части трубы.

Для расчетов среднего для всей поверхности значения коэффициента теплоотдачи α на основании экспериментов получены следующие критериальные уравнения:

при Re < 1000

$$\mathrm{Nu}_{ж,d} = 0{,}5\,\mathrm{Re}_{ж,d}^{0,5}\,\mathrm{Pr}_ж^{0,38}(\mathrm{Pr}_ж/\mathrm{Pr}_c)^{0,25},\ \ t_{опр} = t_ж;$$

при Re ≥ 1000

$$\mathrm{Nu}_{ж,d} = 0{,}25\,\mathrm{Re}_{ж,d}^{0,6}\,\mathrm{Pr}_ж^{0,38}(\mathrm{Pr}_ж/\mathrm{Pr}_c)^{0,25},\ \ t_{опр} = t_ж;$$

Одиночные трубы редко используются в конструкциях. Обычно в теплообменной аппаратуре трубы компонуются в пучки, которые бывают шахматными, коридорными и каскадными. Схемы таких пучков приведены ниже на рис. 2.49.

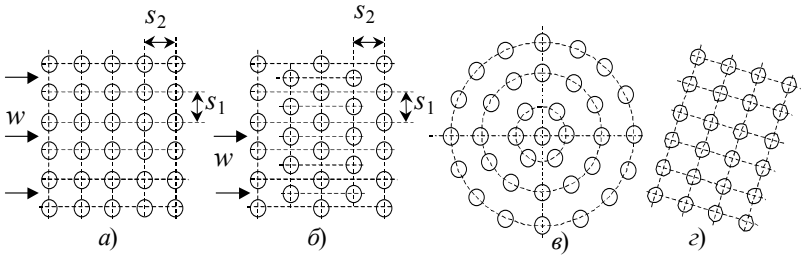


Рис. 2.49 Схемы трубных пучков:
а – коридорный пучок; *б* – шахматный пучок;
в – каскадный пучок с расположением труб по сторонам и вершинам шестиугольников; *г* – каскадный пучок с наклонным расположением осей труб

Основными характеристиками пучка, определяющими его плотность, являются диаметр труб d и величины относительного продольного и поперечного шагов S_2/d и S_1/d. Чем меньше эти отношения, чем ближе к 1,0, тем плотнее пучок. При $S/d < 2$ пучки считают плотными.

Любой пучок является сильнейшим турбулизатором потока. При этом трубы первого ряда (по ходу теплоносителя) работают точно так же, как одиночная труба. А вот на трубы второго, третьего и других рядов набегает поток, уже турбулизированный трубами предыдущих рядов. Поэтому интенсивность теплоотдачи здесь несколько увеличивается. Правда степень турбулизапии даже после первых двух-трех рядов настолько возрастает, что следующие ряды труб уже мало ее увеличивают, поэтому в глубине пучка, начиная с третьего-четвертого рядов значение коэффициента α становится одинаковым для любой трубы. Если у коридорного пучка величину α в глубине пучка принять равной за единицу, то на трубах первого ряда это будет только 0,6, на трубах второго ряда – 0,9, на третьем ряду – 0,99 и далее везде 1,0.

Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи для этой группы подобных явлений на основании опытных данных получены следующие критериальные уравнения:

– для коридорных пучков

$$\mathrm{Nu}_{ж,d} = 0{,}26\,\mathrm{Re}_{ж,d}^{0,65}\,\mathrm{Pr}_{ж}^{0,33}(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{c})^{0,25}, \qquad t_{опр} = t_{ж};$$

– для шахматных пучков

$$\mathrm{Nu}_{ж,d} = 0{,}41\mathrm{Re}_{ж,d}^{0,6}\,\mathrm{Pr}_{ж}^{0,33}(\mathrm{Pr}_{ж}/\mathrm{Pr}_{c})^{0,25}, \qquad t_{опр} = t_{ж}.$$

Любые каскадные пучки по своей схеме близки к шахматной компоновке и для их расчета рекомендуется критериальное уравнение шахматных пучков.

Если число рядов труб вдоль по потоку больше десяти, то некоторое уменьшение α на трубах первых рядов в целом не меняет среднего значения α для всего пучка. Когда же число рядов невелико ($n < 10$), что встречается достаточно часто в различных радиаторах, калориферах и т.п., среднее значение α для всего пучка находят по формуле

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + (n-2)\alpha_4}{n} = \frac{n-0{,}5}{n}\alpha_4,$$

где n – число рядов труб; α_4 – коэффициент теплоотдачи, рассчитанный для труб, расположенных в глубине пучка.

При одинаковых габаритах и весе теплоотдача в шахматных пучках обычно на 20 … 30 % выше, поскольку они получаются плотнее.

В плотных пучках турбулизация интенсивнее и теплоотдача несколько выше. Это обычно учитывают введением в критериальные уравнения поправочного множителя $\varepsilon_s = (S/d)^{1/6}$ при $S/d < 2$ (в качестве S/d принимается меньшее из отношений S_1/d или S_2/d).

Первая стадия конденсации

В отдельных случаях натекание теплоносителя на трубы пучка происходит не перпендикулярно их оси, а с некоторым углом атаки φ, отличным от 90°. Тогда омываемое сечение каждой трубы не круг, а эллипс (см. рис. 2.50). Длина ламинарной части пограничного слоя и средняя толщина его при этом увеличиваются, зона отрыва слоя смещается к корме и захватывает меньшую площадь трубы. В результате средний коэффициент теплоотдачи α при уменьшении угла атаки φ уменьшается. В расчетах это учитывают поправочным множителем ε_φ, величина которого была определена опытным путем и приводится в справочниках в виде графика, показанного на рис. 2.51.

В случае, когда φ < 10°, считают, что движение теплоносителя происходит вдоль труб пучка и расчет ведут по формулам, рекомендованным для расчетов теплоотдачи при движении теплоносителя в трубах и каналах. При этом условно считают, что канал имеет форму, показанную на рис. 2.52, и для такого сечения рассчитывают величину $d_{экв}$.

2.3.8 Теплоотдача при конденсации

Познание начинается с удивления
Пифагор

*В*одяной пар и пары других жидкостей широко используются в качестве эффективного теплоносителя, отдающего свое тепло при конденсации на обогреваемой поверхности. При соприкосновении насыщенного пара с более холодной поверхностью на последней сначала возникает множество мельчайших капелек жидкости – центров конденсации. С течением времени в результате "прилипания" к ним все новых и новых молекул из пара, объем этих капель увеличивается, растет и число капель различного размера. При этом, если конденсат смачивает поверхность, то силы поверхностного натяжения растягивают капли (рис. 2.53, *а*). Если же поверхность конденсации не смачивается образовавшимся конденсатом, то капли принимают выпуклую, почти сферическую форму, как показано это на рис. 2.53, *б*.

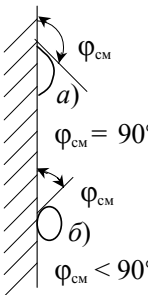
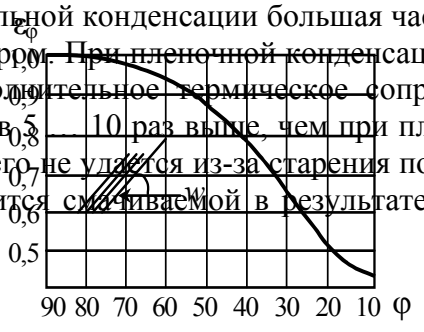


Рис. 2.53

С течением времени объем, масса капель и площадь, ими закрываемая, увеличиваются. На смачиваемых поверхностях происходит слияние отдельных капель друг с другом, что в итоге приводит к образованию на поверхности сплошной пленки конденсата, медленно стекающей вниз. Постепенно наступает динамическое равновесие: сколько конденсата стекает со стенки, столько же пара (по массе) конденсируется на ней. При этом толщина пленки в любом ее месте перестает изменяться. Такую конденсацию называют пленочной.

В другом случае, когда поверхность не смачивается, по мере увеличения массы капель силы сцепления со стенкой перестают их удерживать и крупные капли стекают вниз, увлекая за собою все другие, встречающиеся на пути. На освободившемся месте возникают новые центры конденсации, и все повторяется снова. Такую конденсацию называют капельной.

При капельной конденсации большая часть поверхности остается доступной для непосредственного контакта с паром. При пленочной конденсации пар отгорожен от поверхности пленкой конденсата, создающей дополнительное термическое сопротивление. Поэтому теплоотдача при капельном режиме конденсации в 5 … 10 раз выше, чем при пленочном. Однако использовать это преимущество на практике чаще всего не удается из-за старения поверхностей – через 100 … 200 часов работы любая поверхность становится смачиваемой в результате появления на ней пленки окислов, отложений других загрязнений.



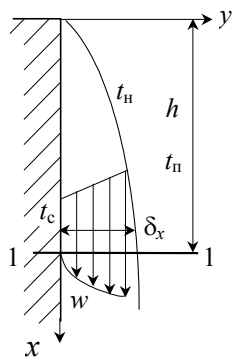


Рис. 2.54 Сте-

Задача расчета коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации впервые была решена аналитически Нуссельтом в 1916 г. Это стало возможным в результате введения ряда упрощающих предпосылок. Рассматривалось ламинарное течение пленки вдоль вертикальной стенки (рис. 2.54). Предполагалось, что температура на поверхности пленки $t_п$ равна температуре насыщения $t_н$, хотя в действительности $t_п < t_н$ (иначе на поверхности пленки не происходила бы конденсация). Распределение температуры внутри пленки принималось линейным, от t_c до $t_н$; движение жидкости вниз считалось равномерным, происходящим без ускорения (при этом $\partial w/\partial\tau = 0$, $\partial w/\partial n = 0$, $\partial^2 w/\partial n^2 = 0$); давление p внутри пленки принималось одинаковым (при этом $\nabla p = 0$).

Дифференциальное уравнение движения для одномерного (по направлению x) течения имеет вид

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} = g - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}$$

и с учетом принятых упрощающих предпосылок сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$0 + 0 = g + \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}. \qquad (2.53)$$

Интегрирование его не представляет затруднений, если принять еще одно упрощение: $\nu = \text{const}$. Тогда, обозначив через u значение первой производной $u = dw_x/dy$, перепишем уравнение (2.53):

$$\frac{du}{dy} = -\frac{g}{\nu} \text{ или } du = -\frac{g}{\nu} dy.$$

После интегрирования получаем

$$u = -\frac{g}{\nu} y + C_1.$$

Далее, записав

$$\frac{dw_x}{dy} = -\frac{g}{\nu} y + C_1, \text{ или } dw_x = -\frac{g}{\nu} y\, dy + C_1\, dy,$$

после повторного интегрирования будем иметь

$$w_x = C_1 y - \frac{g}{\nu}\frac{y^2}{2} + C_2, \qquad (2.54)$$

где C_1 и C_2 – произвольные постоянные.

Значения констант C_1 и C_2 легко найдем, воспользовавшись граничными условиями. При $y = 0$ $w_x = 0$ и из (2.54) получаем $C_2 = 0$. При $y = \delta$ $w_x = w_{x\max}$, а значит $(dw_x/dy) = 0$. Дифференцируя (2.54), находим

$$\frac{dw_x}{dy} = C_1 \delta - \frac{g}{\nu} \cdot 2 \frac{\delta^2}{2} + 0 = 0,$$

откуда

$$C_1 = \frac{g}{\nu}\delta.$$

В итоге, подставляя C_1 и C_2 формулу (2.54), получаем решение гидродинамической задачи:

$$w_x = \frac{g}{\nu}\left(\delta y - \frac{1}{2} y^2\right).$$

Из формулы видно, что скорость жидкости с увеличением y меняется по квадратичной параболе.

Интегрировать дифференциальное уравнение энергии нет необходимости, поскольку вид температурного поля был принят априорно:

$$t = t_{\text{с}} + \frac{t_{\text{н}} - t_{\text{с}}}{\delta} y.$$

Дифференциальное уравнение неразрывности, если принимать конденсат за несжимаемую жидкость, имеет вид

$$\frac{dw_x}{dx} = 0$$

и в нашем случае вырождается в тождество 0 = 0, т.е. никакой новой информации не дает.

Найдем теперь среднюю скорость течения пленки:

$$\overline{w}_x = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} w_x dy = \frac{g}{\delta\nu}\int_0^{\delta}\left(\delta_y - \frac{y^2}{2}\right)dy = \frac{g}{\delta\nu}\left(\int_0^{\delta}(\delta_y dy - \int_0^{\delta}\frac{y^2}{2}dy\right) =$$

$$= \frac{g}{\delta\nu}\left(\delta\frac{y^2}{2}\Big|_0^{\delta} - \frac{1}{2}\frac{y^3}{3}\Big|_0^{\delta}\right) = \frac{g}{\nu}\left(\frac{\delta^2}{2} - \frac{\delta^2}{6}\right) = \frac{g}{\nu}\delta^2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) = \frac{g\delta^2}{3\nu}.$$

Тогда расход конденсата в сечении *1–1* при ширине пленки b будет

$$M_x = \overline{w}_x F\rho = \overline{w}_x \delta b\rho = \frac{g}{3\nu}\delta^3 b\rho. \qquad (2.55)$$

С другой стороны, этот же расход можно определить как количество сконденсировавшегося пара на участке стенки высотой h

$$M_x = Q/r,$$

где Q – тепловой поток, отдаваемый на этом участке; r – теплота парообразования. Величину Q легко рассчитать через местную плотность теплового потока:

$$Q = \int_0^F q_x df = \int_0^x q_x\, b\, dx.$$

При ламинарном течении пленки тепло по направлению y передается только теплопроводностью и при линейном законе изменения температуры $q_x = \lambda_{\text{ж}}(t_{\text{н}} - t_{\text{с}})/\delta$. Значит

$$Q = \int_0^x \frac{t_{\text{н}} - t_{\text{с}}}{\delta}\lambda_{\text{ж}}\, b\, dx = \lambda_{\text{ж}}(t_{\text{н}} - t_{\text{с}})b\int_0^x \frac{dx}{\delta}.$$

Из рис. 2.54 видно, что $\delta = f(x)$. Далее находим

$$M = \frac{Q}{r} = \frac{\lambda_{\text{ж}}(t_{\text{н}} - t_{\text{с}})}{r}\int_0^x \frac{dx}{\delta}. \qquad (2.56)$$

Приравнивая правые части формул (2.55) и (2.56), получаем интегральное уравнение

$$\frac{1}{3}\frac{g}{\nu}\delta^3\rho = \frac{\lambda_{\text{ж}}(t_{\text{н}} - t_{\text{с}})}{r}\int_0^x \frac{dx}{\delta}. \qquad (2.57)$$

Решают это уравнение эвристическим методом. Предположим, что между δ и x существует степенная зависимость

$$\delta = Ax^n. \qquad (2.58)$$

Тогда уравнение (2.57) принимает вид

$$A^3 \frac{1}{3}\frac{g}{\nu} x^{3n} \rho = \frac{\lambda_{ж}(t_н - t_c)}{r} \int_0^x \frac{1}{Ax^n} dx.$$

Здесь

$$\int_0^x \frac{1}{A} x^{-n} dx = \frac{1}{A}\frac{1}{-n+1} x^{-n+1}\Big|_0^x = \frac{1}{A}\frac{1}{-n+1} x^{1-n}\Big|.$$

Значит предыдущее уравнение записывается так:

$$A^3 \frac{1}{3}\frac{g}{\nu} x^{3n} \rho = \frac{\lambda_{ж}(t_н - t_c)}{r} \frac{1}{A}\frac{1}{1-n} x^{1-n}. \qquad (2.59)$$

Это равенство должно соблюдаться при любых значениях x. Но такое возможно только тогда, когда показатели степени при x одинаковы, т.е. при $3n = 1 - n$ откуда $n = 1/4$ и $1 / (1 - n) = 4/3$. Из формулы (2.59) находим

$$A = \left(\frac{\lambda_{ж}(t_н - t_c) 4\nu 3}{3r\rho g} \right)^{1/4}.$$

Далее по формуле (2.58) находим толщину пленки δ в сечении 1–1

$$\delta = \left(\frac{4\lambda_{ж}(t_н - t_c)}{r\rho g} \right)^{1/4}.$$

При линейном законе изменения температуры, как это было показано ранее, величина α прямо пропорциональна теплопроводности жидкости $\lambda_{ж}$ и обратно пропорциональна толщине пленки δ:

$$\alpha_x = \frac{\lambda_{ж}}{\delta} = \lambda_{ж} \sqrt[4]{\frac{gr\rho}{4\lambda_{ж}\nu(t_н - t_c)x}} = \sqrt[4]{\frac{gr\rho\lambda_{ж}^3}{4\nu(t_н - t_c)x}}.$$

Для практических расчетов важно знать среднее значение коэффициента теплоотдачи для всей поверхности, которое находим путем интегрирования

$$\alpha = \frac{1}{H}\int_0^H \alpha_x \, dx = \int_0^H \sqrt[4]{\frac{gr\rho\lambda_{ж}^3}{4\nu(t_н - t_c)}}\, x^{-1/4} dx = \sqrt[4]{\frac{gr\rho\lambda_{ж}^3}{4\nu(t_н - t_c)}} \frac{1}{4/3} \times$$
$$\times x^{-1/4+1}\Big|_0^H = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{gr\rho\lambda_{ж}^3}{4\nu(t_н - t_c)H}} = 0{,}942 \sqrt[4]{\frac{gr\rho^2\lambda_{ж}^3}{\mu(t_н - t_c)H}}. \qquad (2.60)$$

Совершенно аналогично, рассматривая задачу в цилиндрической системе координат, можно получить расчетную формулу для коэффициента теплоотдачи при конденсации на горизонтальной трубе:

$$\alpha = 0{,}725 \sqrt[4]{\frac{gr\rho^2\lambda_{ж}^3}{\mu(t_н - t_c)d}}.$$

Обе приведенные формулы называют обычно формулами Нуссельта. Сопоставление полученных по ним результатов с результатами экспериментов показали, что хорошее совпадение вторая формула обеспечивает всегда, а первая – только при $H < 1$ м.

2.3.9 Отдельные случаи конденсации

P

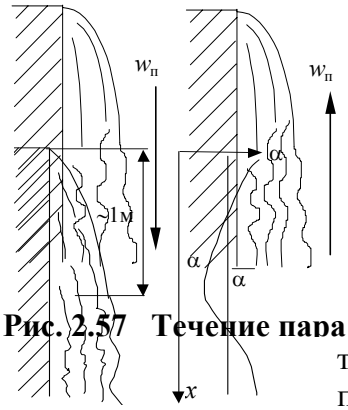


Рис. 2.57 Течение пара

ассмотрим отдельные специфические случаи конденсации.

1 Конденсация на высоких вертикальных поверхностях отличается тем, что в нижней части пленки скорость ее заметно увеличивается, и это приводит к образованию на ней волн и турбулентных пульсаций. В результате значения местного α и $\bar{\alpha}$ увеличиваются (см. рис. 2.55). Поскольку аналитическая формула Нуссельта здесь неприемлема, то используются критериальные уравнения, полученные по результатам экспериментальных исследований.

Если правую и левую части формулы (2.60) умножить на $H / \lambda_ж$, то в результате простейших алгебраических преобразований ее можно представить в виде следующего критериального уравнения:

Рис. 2.55 Турбулиза-

$$\mathrm{Nu} = 0{,}942\,(\mathrm{Ga}\,\mathrm{Pr}\,\mathrm{K})^{0{,}25},$$

где $\mathrm{Ga} = gH^3/\nu^2$ – критерий Галилея, характеризующий соотношение между силами веса и трения; $\mathrm{K} = r / [c_р(t_н - t_с)]$ – критерий фазового перехода, характеризующий соотношение между теплом, приносимым каждым килограммом конденсирующегося пара и теплом, уносимым из зоны конденсации с каждым килограммом образовавшегося конденсата.

Обработка опытных данных позволила получить следующее критериальное уравнение, в котором степень влияния определяющих критериев на величину числа Nu несколько больше:

$$\mathrm{Nu}_{ж,H} = 0{,}4\,(\mathrm{Ga}\,\mathrm{Pr}\,\mathrm{K})^{0{,}28}_{ж,H}.$$

Лабунцовым Д. А. предложена другая система критериев, в которой число Re представляется как определяемый критерий, а в качестве определяющего принимается обобщенная длина Z:

$$\mathrm{Re} = \frac{4(t_н - t_с)H}{r\rho\nu}\alpha, \quad Z = (t_н - t_с)\,H\left(\frac{g}{\nu^2}\right)^{1/3}\frac{\lambda_ж}{r\rho\nu}.$$

Критериальные уравнения при этом имеют вид:

при $Z < 2300$ $\quad \mathrm{Re} = 3{,}8Z^{0{,}78}$;

при $Z \geq 2300$ $\quad \mathrm{Re} = [253 + 0{,}069(\mathrm{Pr}_ж/\mathrm{Pr}_с)^{0{,}25}\,\mathrm{Pr}^{0{,}5}_ж(Z - 2300)]^{1{,}33}$.

Для расчета конденсации внутри высоких вертикальных труб рекомендуется критериальное уравнение

$$\mathrm{Re} = (0{,}92 + 0{,}31\Pi)\,Z^{0{,}78},$$

где $\Pi = \dfrac{\rho'' w_п^2}{\rho' gd}$.

2 Конденсация на наклонных поверхностях (см. рис. 2.56) отличается тем, что стекание конденсата происходит здесь код действием силы F, несколько меньшей, чем сила веса: $F = mg\cos\varphi$. В результате средняя скорость течения по сравнению с вертикальным положением несколько меньше, а толщина пленки несколько больше. Значит величина α будет несколько меньше. В расчетах это учитывают, как обычно вводя поправочный множитель $\varepsilon_{\varphi к} = (\cos\varphi)^{0{,}25}$.

3 Часто пар подается на конденсацию через специальные сопла с большой скоростью, направленной вдоль поверхности, как показано это на рис. 2.57. В этом случае в результате трения, когда направления движения пленки и пара совпадают, скорость движения пленки увеличивается, уменьшается ее толщина и увеличивается значение α. Если же направления движения пленки и пара противоположны, то с увеличением $w_п$ сначала происходит торможение пленки и увеличение ее толщины, но с ростом $w_п$ сильное трение приводит к турбулизации и срыву капель конденсата с поверхности пленки. При этом средний коэффициент теплоотдачи тоже увеличивается.

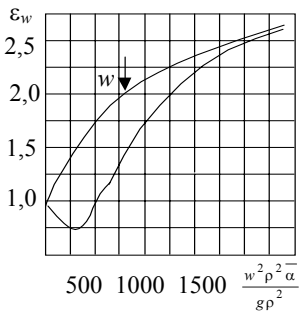


Рис. 2.58 Зависимость

Описанные эффекты учитывают при расчетах введением поправочного множителя ε_w который как всегда определен опытным путем и приводится обычно в виде графика зависимости $\varepsilon_w = f(w_п)$. Такой график приведен на рис. 2.58.

4 При конденсации влажного пара с высокой степенью сухости ($x > 0{,}8$) величина α практически не зависит от сухости пара, поэтому никаких поправок не вводят. При конденсации перегретого пара с небольшой степенью перегрева, расчеты ведут по обычным формулам, но вместо теплоты парообразования r в них ставят величину $r + c_р (t_{пп} - t_н)$, т.е. учитывают теплоту перегрева. Это незначительно увеличивает значение α. При конденсации существенно перегретого пара ($\Delta t > 30$ К) рассчитывают отдельно поверхность, необходимую для охлаждения пара до $t_н$, а далее – поверхность конденсации обычным способом.

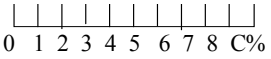


Рис. 2.59 Зависимость $\varepsilon_в = f(c)$

5 В отдельных случаях, особенно в технологических установках, на конденсацию поступает пар, содержащий примеси воздуха. При этом по мере конденсации пара вблизи стенки увеличивается концентрация неконденсирующегося газа, что затрудняет приток пара к холодной стенке. В результате интенсивность теплоотдачи резко уменьшается. Учитывают это введением в расчетные формулы поправочного множителя $\varepsilon_в$, зависимость которого от процентного содержания воздуха в смеси показана на рис. 2.59. Из рисунка видно, что даже небольшие (4 % по массе) примеси воздуха уменьшают α почти в пять раз. Вот почему конденсаторы, работающие под вакуумом и подсасывающие воздух из атмосферы, периодически продувают, чтобы удалить скапливающийся в них воздух.

6 При конденсации на трубных пучках конденсат с верхних труб стекает на нижние, в результате средняя толщина пленки здесь больше. Одновременно это отекание вызывает дополнительную турбулизацию пленки на нижних трубах. В результате средний коэффициент теплоотдачи для всего пучка получается несколько меньше, чем на одиночной трубе. Это уменьшение тем больше, чем большее число труб находится в одном вертикальном ряду. При расчетах это учитывают с помощью поправочного множителя $\varepsilon_п$, зависящего от числа труб $в$, расположенных друг под другом. Величину $\varepsilon_п$ находят или по графику на рис. 2.60, или рассчитывают по формулам:

для коридорного пучка $n = (1/n)^{0,25}$,

для шахматного пучка $n = 0{,}1 + (1/n)^{0,25}$.

7 При эксплуатации всегда возникает загрязнение поверхности конденсации пленкой окислов, накипи и др. Это может снижать величину α на 20 … 30 %, что необходимо учитывать, назначая соответствующие коэффициенты запаса.

2.3.10 Теплоотдача при кипении

3

накомое с детства и завораживающее взгляд кипение в действительности является одним из наиболее сложных процессов, обеспечивающих наибольшую интенсивность теплообмена. Кипение – это процесс парообразования, сопровождающийся бурным выделением пузырьков пара. Особенности такого процесса рассмотрим сначала на примере кипения в большом объеме, хотя такое кипение не очень часто встречается в технике.

Если рассматривать отдельный пузырек пара внутри кипящей жидкости, то можно отметить, что со стороны жидкости на пар действует не только сила давления $p_н$ но и дополнительная сила, создаваемая поверхностным натяжением жидкости

$$p_п = p_н + \Delta p = p_н + \frac{\sigma l}{S_п} = p_н + \frac{\sigma 2\pi R}{4\pi R^2} = p_н + \frac{\sigma}{2R},$$

где R – радиус пузырька; σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Значит существование и рост пузырька возможны только тогда, когда жидкость имеет температуру, несколько большую, чем

температура насыщения, т.е. перегрета настолько, чтобы уравновесить величину $\Delta p = \sigma / 2R$. В таком случае при испарении объем пузырька будет расти, а давление в нем постепенно приближаться к $p_н$.

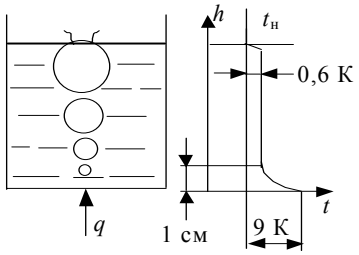


Рис. 2.61 Кипение в

Экспериментальные исследования полностью подтверждают эти рассуждения. На рис. 2.61 показаны образование, отрыв и всплытие пузырьков пара и изменение температуры внутри кипящей жидкости. Из рисунка видно, что заметный перегрев имеет место только в пристенном слое жидкости, где сильно проявляется влияние ее теплопроводности и где находится зона возникновения пузырьков. В основном же объеме жидкости в результате активного перемешивания температура жидкости практически одинакова и степень перегрева незначительна.

Наибольший перегрев возникает в зоне непосредственного контакта жидкости с горячей стенкой

$$\Delta t = t_с - t_н,$$

здесь $\Delta t = q / \alpha$ и величина этого перегрева зависит от передаваемого теплового потока q.

При небольших q или в начале кипения, когда перегрев жидкости еще небольшой, возникающие пузырьки пара очень малы и силы поверхностного натяжения не позволяют им расти, поскольку перегрев жидкости недостаточен. В результате возникает так называемое пристенное кипение, когда образующиеся пузырьки пара здесь же конденсируются и до поверхности практически не доходят.

В тех местах поверхности, где имеются микротрещины, микронеровности, царапины или пузырьки выделившегося растворенного воздуха перегрев жидкости будет большим, и там возникают регулярные центры парообразования. С увеличением тепловой нагрузки q число таких центров и перегрев жидкости растут и начинается обычное кипение. Форма пузырька зависит от того, смачивает или не смачивает (это бывает реже) жидкость поверхность теплоотдачи (см. рис. 2.62). С течением времени объем пузырька растет, и когда подъемные силы станут больше сил сцепления, происходит отрыв и всплытие пузырька. На его месте образуется, растет и вновь отрывается новый пузырек.

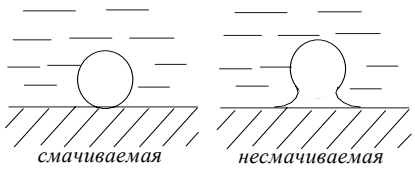


Рис. 2.62 Формы пузырьков

Образование, рост и отрыв пузырьков приводит к значительной турбулизации слоя жидкости, непосредственно соприкасающегося со стенкой. Именно этим объясняется очень высокая интенсивность теплоотдачи при кипении. Ведь во всех остальных случаях возле стенки всегда находится неподвижный слой жидких комков, а здесь и этот слой находится в движении.

С увеличением q увеличиваются перегрев жидкости и число центров парообразования, возрастают интенсивность кипения и величина α. При некоторой нагрузке $q_{кр}$, ее называют критической, число центров парообразования возрастает настолько, что пузырьки пара как бы отгораживают жидкость от стенки. Образуется нестабильная пленка пара, через которую тепло передается в основном теплопроводностью. При этом величина α резко уменьшается, так как пар имеет малую теплопроводность. Такое кипение называют пленочным, а переход к нему – кризисом кипения. На рис. 2.63 приведена так называемая кривая кипения, показывающая, как изменяется величина α при изменении q. Из рисунка видно, что переход к пленочному кипению, происходящий при нагрузке $q_{кр1}$, сопровождается резким уменьшением α. Обратный же переход от пленочного кипения к пузырьковому происходит при другой, гораздо меньшей нагрузке $q_{кр2}$.

Кризис кипения – явление нежелательное и очень опасное, так как приводит к перегреву материала стенки и уменьшению ее механической прочности. Действительно, записав известную формулу

$$q = \alpha\,(t_с - t_н),$$

видим, что при практически неизменной величине q резкое уменьшение α возможно лишь при таком же увеличении разницы $(t_с - t_н)$, т.е. при увеличении $t_с$. С увеличением $t_с$ прочность стенки уменьшается и она может не выдержать действующих на нее механических напряжений. Кризис кипения явился причиной многих трагических аварий в теплоэнергетике, включая и Чернобыльскую катастрофу.

Поэтому при проектировании парогенерирующего оборудования назначают рабочую тепловую нагрузку q так, чтобы она не превышала величины $q_{кр2}$. Это возможно, если перегрев жидкости невелик и температура ее не превышает температуры предельного перегрева $t_{пп}$, поскольку полный контакт жидкости со стенкой возможен только при $t_с < t_{пп}$. Величина $t_{пп}$ для разных жидкостей определена экс-

периментально и приводится в справочниках [15]. Известны и критериальные уравнения, позволяющие рассчитать величину $q_{кр2}$ [23].

Рис. 2.64 Кипение около вертикальной стенки

Величину коэффициента теплоотдачи при пленочном кипении воды обычно рассчитывают по эмпирической формуле:

$$\alpha = \frac{3{,}4\,(10\,p_{н})^{0{,}18}}{1-0{,}045\,p_{н}}\,q^{0{,}66},$$

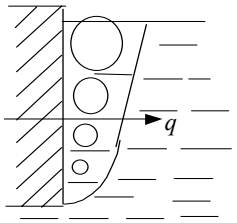
где $p_{н}$ – давление насыщения, МПа; q – плотность теплового потока при кипении, Вт/м^2.

Для расчета кипения других жидкостей предложены следующие критериальные уравнения:

при $10^{-5} < \mathrm{Re}^{*} < 1\ 0^{-2}$ $\quad \mathrm{Nu}^{*} = 0{,}0624\,\mathrm{Re}^{*0{,}5}\,\mathrm{Pr}^{0{,}33}$;

при $10^{-2} \le \mathrm{Re}^{*} < 10^{4}$ $\quad \mathrm{Nu}^{*} = 0{,}125\,\mathrm{Re}^{*0{,}65}\,\mathrm{Pr}^{0{,}33}$.

Здесь $\mathrm{Re}^{*} = \dfrac{ql^{*}}{r\rho''\nu}$, $l^{*} = \dfrac{c_p\rho'\sigma T_{н}}{(r\rho'')^2}$, $\mathrm{Nu}^{*} = \dfrac{\alpha l^{*}}{\lambda_{ж}}$, $\mathrm{Pr} = \dfrac{\nu}{a}$, σ – коэффициент поверхностного натяжения конденсата; ρ' и ρ'' – плотности жидкости на линии насыщения и сухого насыщенного пара, соответственно. Все остальные физконстанты определяются для жидкости по температуре $t_{н}$.



2.3.11 Отдельные случаи кипения

И полон ум раздумий, и страстей,
И кровь кипит, и слезы из очей...
М. Ю. Лермонтов

Р ассмотрим некоторые особые случаи кипения.

1 Кипение у вертикальной стенки (рис. 2.64) сопровождается образованием в пристенной области весьма насыщенного пузырями пара пограничного слоя, где основу термического сопротивления составляет теплопроводность пара. Поэтому теплоотдача при таком кипении сравнительно невелика. Для развитого кипения величину α рассчитывают по формуле

$$\alpha = 0{,}25\sqrt[3]{\frac{\lambda_{п}^{2}c_{pп}g\,(\rho'-\rho'')}{\nu_{п}}},$$

где $\lambda_{п}$, $c_{pп}$, $\nu_{п}$, ρ'' – параметры сухого насыщенного пара; ρ' – плотность воды, взятая при температуре насыщения.

2 Кипение на горизонтальных трубах в пучках сопровождается существенной турбулизацией верхних слоев жидкости пузырями пара. Это приводит к увеличению среднего коэффициента теплоотдачи α и тем больше, чем больше число труб n в одном вертикальном ряду пучка $\alpha_п = \alpha_1 \varepsilon_{пк}$. На рис. 2.65 приведена зависимость, с помощью которой рассчитывают среднее α для всего пучка. При этом величину α_1 рассчитывают как при кипении в большом объеме. При числе труб $n > 10$ расчет ведут по критериальному уравнению

$$Nu^* = 0{,}68Pr^{0{,}33}\,(Re^*(n+1))^{0{,}33}\,(S/d)^{-0{,}45},$$

где Nu^* и Re^* определяются так же, как и ранее.

3 При кипении на раскаленной проволоке (см. рис. 2.66) также возникает устойчивая паровая пленка, теплообмен в которой определяется теплопроводностью пара. Интенсивность теплообмена и здесь невысока. Если ввести ряд упрощающих предпосылок, то задачу можно решить аналитически, аналогично тому, как решена она Нуссельтом для пленочной конденсации. Для ламинарного режима течения пара в пленке получено

$$\alpha = 0{,}725\sqrt[4]{\frac{gr\rho_п^2\lambda_п^3(\rho' - \rho'')}{4\mu_п(t_н - t_c)d}},$$

где индексом "п" отмечено, что данные физконстанты берутся для насыщенного пара.

4 Чаще всего в технике пар получают при кипении жидкости в трубах при вынужденном ее движении вдоль поверхности теплообмена. Движение жидкости способствует увеличению коэффициента теплоотдачи, причем чем больше скорость вынужденного движения, тем влияние это выше. На рис. 2.67 приведена зависимость α от величины w. Из рисунка видно, что с увеличением тепловой нагрузки q величина α увеличивается, а характер кривых изменяется. Можно выделить зону (левая часть графиков), где α почти не зависит от w, а определяется только величиной q как при кипении в большом объеме. При больших скоростях (правая часть кривых) наоборот, определяющим является влияние скорости, а кривые с разными q заметно сближаются.

Структура парожидкостного потока в трубе существенно изменяется по ходу жидкости. На начальном участке трубы образуется зона прогрева, где кипение еще не возникает. Далее, по мере прогрева и перегрева жидкости в пристенном слое, возникает зона пристенного кипения и уже после нее возникает эмульсионный режим кипения, весьма похожий на обычное кипение в большом объеме. По мере выкипания жидкости увеличивается объем паровой фазы, растет и средняя скорость движения парожидкостной смеси, происходит объединение паровых пузырей с образованием крупных паровых пробок, особенно в ядре потока. Пробковый режим кипения постепенно переходит в другой, так называемый стержневой режим, когда непосредственно со стенкой соприкасается только тонкий слой жидкости, а в центре трубы с большой скоростью движется стержень пара. На конце трубы толщина слоя жидкости заметно уменьшается и даже может нарушаться целостность этого слоя. И если во всех предыдущих случаях по мере выкипания жидкости величина α возрастала, то на последней стадии она уменьшается, так как часть поверхности исключается из процесса теплоотдачи кипением. На рис. 2.68 показана структура потока в отдельных зонах по длине трубы и изменение величины коэффициента теплоотдачи α при этом.

При расчетах коэффициента теплоотдачи сначала определяют величину α_w – значение коэффициента теплоотдачи, которое было бы при

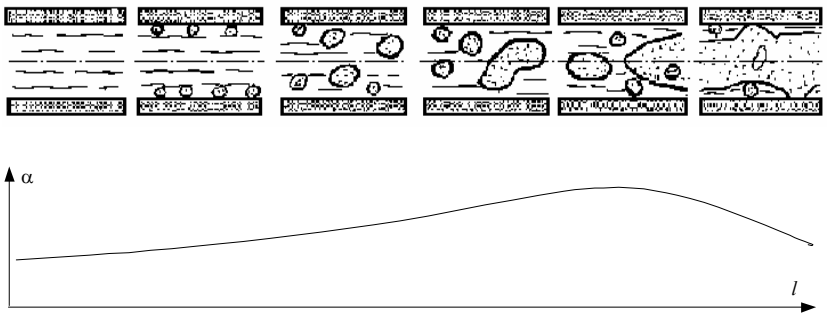


Рис. 2.68 Особенности кипения в трубах:

а – область прогрева жидкости; *б* – пристенное кипение;
в – эмульсионный режим кипения; *г* – пробковый режим; *д* – стержневой режим; *е* – нарушение целостности слоя жидкости при стержневом режиме

вынужденном движении жидкости в трубе без кипения. Далее рассчитывают коэффициент теплоотдачи α_q, который был бы при данных условиях при кипении жидкости в большом объеме (т.е. без вынужденного движения жидкости). Затем находят

$$\alpha = \alpha_w \, \varepsilon_т ,$$

где величину поправочного коэффициента определяют в зависимости от значений α_w и α_q по специальному графику (рис. 2.69) или по формуле

$$\varepsilon_т = \frac{4a_w + a_q}{5a_w - a_q}.$$

2.3.12 Изменение температурного напора вдоль поверхности теплообмена

H

а практике чаще всего теплообмен протекает при движении теплоносителей вдоль поверхности теплообмена. При этом горячий теплоноситель, отдавая тепло, охлаждается, а холодный теплоноситель, получая его, нагревается. Значит изменяется в пространстве и величина температурного напора $\Delta t = t_г - t_х$.

Применяются различные схемы организации потоков теплоносителей. Простейшие – это прямоток и противоток (рис. 2.70). При прямотоке теплоносители направлены в одну и ту же сторону и вдоль по потокам температуры теплоносителей постепенно сближаются, а температурный напор – уменьшается (см. рис. 2.71). При противотоке теплоносители направляют в противоположные стороны и это меняет картину изменения температур и температурного напора (рис. 2.72). В отдельных случаях вдоль поверхности теплообмена величина Δt может и увеличиваться.

Выделим мысленно на поверхности теплообмена площадку *df* (рис. 2.70). За единицу времени через нее будет передано *dQ* тепла:

$$dQ = k \, \Delta t \, df , \qquad (2.61)$$

где *k* – местный коэффициент теплопередачи. Это же количество теп- ла можно определить по изменению температур теплоносителей. Для

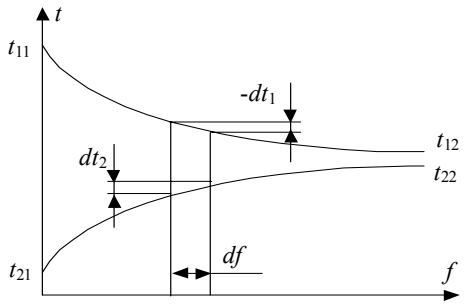


Рис. 2.71 Измерение температур при прямотоке

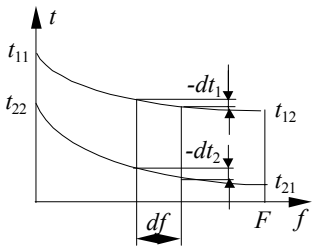


Рис. 2.72 Изменение температур при противотоке

прямотока, как это видно из рис. 2.71, эти изменения будут $-dt_1$ и $+ dt_2$, соответственно. Тогда

$$Q = M_1 c_{p1}(-dt_1) \quad \text{и} \quad Q = M_2 c_{p2} dt_2 ,$$

где M_1 и M_2 – массовые расходы теплоносителей; c_{p1} и c_{p2} – их удельные теплоемкости. Выразим из этих формул величины dt_1 и dt_2

$$dt_1 = -dQ / (M_{cp1}), \quad dt_2 = -dQ / (M_{cp2})$$

и найдем изменение температурного напора на площадке df:

$$d(\Delta t) = dt_1 - dt_2 = -\frac{dQ}{M_1 c_{p1}} - \frac{dQ}{M_2 c_{p2}} = -\left(\frac{1}{M_1 c_{p1}} + \frac{1}{M_2 c_{p2}}\right) dQ.$$

Подставим сюда значение dQ по формуле (2.61):

$$d(\Delta t) = -\left(\frac{1}{M_1 c_{p1}} + \frac{1}{M_2 c_{p2}}\right) k\, \Delta t\, df.$$

Мы получили простое дифференциальное уравнение относительно Δt. Обозначая для краткости

$$\left(\frac{1}{M_1 c_{p1}} + \frac{1}{M_2 c_{p2}}\right) = Z,$$

разнесем переменные в полученном дифференциальном уравнении:

$$\frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = -Z\, k\, df.$$

В общем случае $k = \varphi(f)$, но если ввести среднее значение $\bar{k}$, рассчитывая его через средние значения $\bar{\alpha}$ для всей поверхности теплообмена, то интегрирование этого уравнения не представляет затруднений:

$$\ln \Delta t \Big|_{\Delta t_{вх}}^{\Delta t} = -Z \bar{k} f \Big|_0^f.$$

Подставляем пределы интегрирования

$$\ln \frac{\Delta t}{\Delta t_{вх}} = -Z \bar{k} f. \qquad (2.62)$$

Потенцируя, находим

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_{вх}} = e^{-Z \bar{k} f}, \qquad (2.63)$$

откуда

$$\Delta t = \Delta t_{вх} e^{-Z \bar{k} f}.$$

В случае противотока величины dt_1 и dt_2 отрицательны (см. рис. 2.72) и значение Z вычисляется по формуле

$$Z = \frac{1}{M_1 c_{p1}} - \frac{1}{M_2 c_{p2}},$$

а все остальные рассуждения остаются такими же.

В результате мы обнаружили и доказали, что температурный напор изменяется вдоль поверхности теплообмена по закону экспоненты. Можно доказать, что и температуры теплоносителей изменяются по закону экспоненты.

2.3.13 Среднелогарифмический температурный напор

Всякое решение любит рассуждение
Русская пословица

*П*олная тепловая нагрузка при теплопередаче определяется интегрированием приведенной ранее формулы (2.61):

$$Q = \int_0^F dQ = \int_0^F k\,\Delta t\,df\ .$$

Для удобства расчетов кроме среднего коэффициента теплопередачи $\bar{k}$ рассчитывают еще и средний температурный напор $\Delta t_{ср}$. Тогда после интегрирования получаем знакомую формулу

$$Q = \bar{k}\,\Delta t_{ср}\,F.$$

Величину $\Delta t_{ср}$ находим, как всегда, вычисляя соответствующий интеграл

$$\Delta t_{ср} = \frac{\int_0^F \Delta t\,df}{F} = \frac{1}{F}\int_0^F \Delta t_{вх} e^{-Z\bar{k}f}\,df = \frac{\Delta t_{вх}}{F}\frac{1}{-Z\bar{k}} e^{-Z\bar{k}f}\Big|_0^F = \frac{\Delta t_{вх}}{-FZ\bar{k}}\left(e^{-Z\bar{k}F} - 1\right). \tag{2.64}$$

При $f = F$ $\Delta t = \Delta t_{вых}$ и формулы (2.62) и (2.63) принимают вид

$$\ln\frac{\Delta t_{вых}}{\Delta t_{вх}} = -Z\bar{k}F \quad \text{и} \quad \frac{\Delta t_{вых}}{\Delta t_{вх}} = e^{-Z\bar{k}F}\ .$$

Подставим теперь в (2.64) вместо выражений $-ZkF$ и e^{-ZkF} их значения по приведенным формулам:

$$\Delta t_{ср} = \frac{\Delta t_{вх}}{\ln\dfrac{\Delta t_{вых}}{\Delta t_{вх}}}\left(\frac{\Delta t_{вых}}{\Delta t_{вх}} - 1\right) = \frac{\Delta t_{вых} - \Delta t_{вх}}{\ln\dfrac{\Delta t_{вых}}{\Delta t_{вх}}}\ .$$

Обычно эту формулу записывают в виде, удобном для расчетов, как прямотока, так и противотока:

$$\Delta t_{ср} = \frac{\Delta t_{б} - \Delta t_{м}}{\ln\dfrac{\Delta t_{б}}{\Delta t_{м}}}\ ,$$

где $\Delta t_{б}$ и $\Delta t_{м}$ – наибольший и наименьший температурный перепад на краях теплообменника. Величину $\Delta t_{ср}$ называют среднелогарифмическим температурным напором. При одинаковых условиях величина $\Delta t_{ср}$ для противотока всегда несколько больше, чем для прямотока, особенно когда изменения температур теплоносителей существенны. Поэтому всегда, когда это возможно, стараются использовать противоточную схему.

Кроме противотока и прямотока на практике часто используются и другие схемы, в частности, перекрестный ток, двойной перекрестный ток и т.д. Эти схемы называют смешанными токами. Величину $\Delta t_{ср}$ для смешанных токов рассчитывают, определив предварительно $\Delta t_{ср}$ для противотока и умножив это значение на поправочный множитель ε, найденный экспериментально для каждой схемы:

$$\Delta t_{ср} = \Delta t_{ср.прот}\ \varepsilon.$$

Обычно величину поправочного множителя ε находят по специальным номограммам в зависимости

от двух безразмерных параметров P и R, определяемых температурами t_{11}, t_{12}, t_{2l}, t_{22} [23], [24].

Когда температуры t теплоносителей изменяются не очень сильно и $\Delta t_б / \Delta t_м < 2$, вместо среднелогарифмического температурного напора можно использовать среднеарифметический

$$\Delta t_{ср} = (\Delta t_б + \Delta t_м) / 2.$$

2.3.14 Тепловой расчет рекуперативных теплообменников

Различная теплообменная аппаратура получила очень широкое распространение, а в отдельных отраслях (в химической промышленности, например) стоимость ее составляет до половины стоимости всего основного технологического оборудования. Различают три вида теплообменников: рекуперативные, регенеративные и смесительные. Наибольшее распространение получили теплообменники, в которых тепло передается теплопередачей, их и называют рекуперативными. В регенеративных теплообменниках теплоносители попеременно пропускаются через массивное, теплоемкое тело, которое сначала аккумулирует тепло горячего теплоносителя, а затем отдает его холодному. В смесительных теплообменных аппаратах теплообмен происходит в результате смешивания теплоносителей.

Два типа задач возникает при расчетах теплообменной аппаратуры. При конструктивном расчете по заданным условиям протекания процессов находят величину поверхности теплообмена F, необходимую для передачи заданного теплового потока Q. При проверочном расчете определяют температуры теплоносителей на выходе из теплообменника, у которого известны Q, F и другие условия протекания процессов. Ниже рассмотрим методику конструктивного расчета, как наиболее сложную.

При тепловом расчете мы всегда имеем разрешимую задачу, поскольку для каждой неизвестной можем записать соответствующее уравнение. В совокупности они образуют замкнутую систему уравнений. Выпишем без комментариев эти известные нам уравнения:

$$F = \frac{Q}{q}; \quad q = \bar{k}\,\Delta t_{ср}; \quad \bar{k} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{\alpha}_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\bar{\alpha}_2}}; \qquad \Delta t_{ср} = \frac{\Delta t_б - \Delta t_м}{\ln \frac{\Delta t_б}{\Delta t_м}};$$

$$\bar{\alpha}_1 = f_1(K_1, K_2, K_3, ..., t_{c1}); \quad \bar{\alpha}_2 = f_1(K_1', K_2', K_3', ..., t_{c2});$$

$$t_{c1} = \bar{t}_{ж1} - q/\bar{\alpha}_1 \; ; \quad t_{c2} = \bar{t}_{ж2} + q/\bar{\alpha}_2 \; .$$

Здесь K_1, K_2, …, K_1', K_2', … – некоторые числа подобия, величины которых рассчитываются по известным условиям однозначности. Функции f_1 и f_2 обычно сложные, нелинейные, как правило трансцендентные, поэтому систему уравнений приходится решать численным методом, путем последовательных приближений.

Обычно расчет начинают с определения значений t_{c1} и t_{c2} в первом приближении по следующим формулам:

$$t_{c1} = \bar{t}_{ж1} - \frac{\Delta t_{ср}}{2}; \quad t_{c2} = \bar{t}_{ж2} + \frac{\Delta t_{ср}}{2}.$$

Далее рассчитывают в первом приближении значения $\bar{\alpha}_1$ и $\bar{\alpha}_2$, k и q и по приведенным выше формулам

$$t_{c1} = \bar{t}_{ж1} - q/\bar{\alpha}_1 \quad \text{и} \quad t_{c2} = \bar{t}_{ж2} + q/\bar{\alpha}_2$$

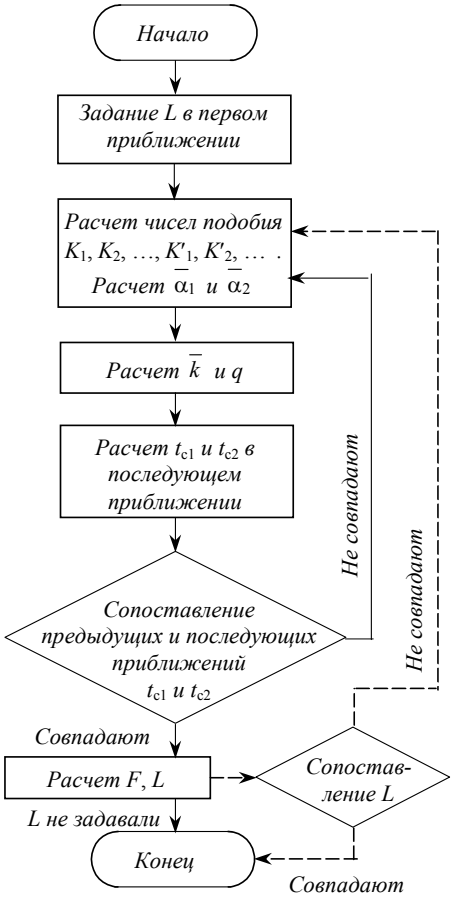


Рис. 2.73 Схема алгоритма теплового расчета теплообмен-

значения t_{c1} и t_{c2} во втором приближении. Если предыдущие и последующие приближения температур t_{c1} и t_{c2} совпадают с заданной точностью, то рассчитывают F, если же такого совпадения нет, то расчеты повторяют до тех пор, пока не достигнут требуемого совпадения. Практика показала, что такой процесс итераций достаточно быстро сходится. Изложенный здесь алгоритм наглядно представлен схемой, показанной на рис. 2.73.

В отдельных случаях (при ламинарном течении в трубах, при конденсации на вертикальных поверхностях, при свободной конвекции на вертикальных поверхностях и др.) в критериальные уравнения, а следовательно и в функции f_1 и f_2, входит длина L (или высота H) всей поверхности теплообмена, определить которую можно лишь зная F. Тогда при расчете сначала задаются и величиной L в первом приближении, а затем уточняют ее, организуя второй, внешний круг итераций (на рис. 2.73 он показан штрих-пунктиром).

При повышенных требованиях к точности, особенно когда температуры теплоносителей изменяются значительно и это приводит к заметному изменению истинных значений коэффициентов теплоотдачи k, проводят поинтервальный расчет, разделяя условно всю поверхность теплообмена F на несколько частей и рассчитывая каждую такую часть отдельно.

Для интенсификации теплоотдачи в теплообменниках выгодно увеличивать скорости w движения теплоносителей. Однако при этом значительно увеличивается гидравлическое сопротивление и затраты энергии на прокачивание теплоносителей. Поэтому естественно возникает задача создания наиболее эффективного, оптимального аппарата. Для оценки эффективности теплообменников и сопоставления их между собой используют критерий энергетической эффективности

$$R_{эн} = Q / N ,$$

где Q – передаваемый тепловой поток; N – мощность, затрачиваемая на прокачивание теплоносителей. Более универсальным является, конечно же, критерий экономической эффективности, в качестве которого обычно выступают приведенные затраты

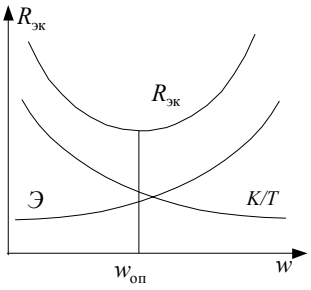


Рис 2.74 Определе-

$$R_{эк} = K/T + Э .$$

Здесь K – капитальные затраты в рублях, включающие стоимость теплообменника и работ по его монтажу, наладке и пуску в эксплуатацию; T – нормируемый период окупаемости в годах; $Э$ – эксплуатационные расходы в р./год, включающие оплату энергии, необходимой для прокачивания теплоносителей, расходы на обслуживание и текущий ремонт и т.п.

На рис. 2.74 показано, как изменяются слагаемые $R_{эк}$ при увеличении скорости w одного из теплоносителей. При увеличении w увеличивается коэффициент теплопередачи k, растет q и уменьшается величина F, а следовательно, уменьшаются и капитальные затраты K. Для теплообменников одного типа величина T обычно принимается одинаковой. Значит, первое слагаемое с увеличением w уменьшается. Эксплуатационные же расходы с ростом w увеличиваются. В результате величина $R_{эк}$ с ростом w изменяется неоднозначно при некоторой скорости, ее называют оптимальной, будет иметь минимум. В общем случае можно говорить об оптимальных скоростях обоих теплоносителей, а так же об оптимальных значениях и других характеристик аппарата, включая и конструктивные особенности. При расчетах оптимального теплообменника приходится выполнять большое число однотипных тепловых и экономических расчетов для сравниваемых вариантов, что немыслимо без применения для этих целей современных ЭВМ. Расчеты на ЭВМ позволяют в этом случае повысить качество проектирования, ускорить его, реализовать уточненные расчетные методики. Недаром еще в 1958 г. в США более половины проектируемых теплообменников уже рассчитывались на ЭВМ!

2.3.15 Пути и способы интенсификации процессов теплопередачи

Деятельность – единственный путь к знанию
Б. Шоу

Естественное стремление к повышению эффективности производственных процессов требует хорошо представлять направления и способы влияния на интенсивность теплоотдачи и теплопередачи, поскольку именно это часто и определяет экономичность и производительность технологического оборудования. Из основного уравнения теплопередачи

$$Q = k\Delta t_{\text{ср}} F$$

видно, что для увеличения передаваемого теплового потока при прочих неизменных условиях следует увеличивать величину *k.* Для плоской стенки (самый типичный случай) величину *k* рассчитывают по формуле

$$k = \frac{1}{1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2},$$

из которой видно, что уменьшение любого из термических сопротивлений приводит к увеличению *k*. Поэтому теплопередающую стенку делают из наиболее теплопроводного материала и минимально допустимой толщины. В этом случае $\delta/\lambda \to 0$ и предыдущую формулу можно записать в виде

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_1}{1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_2}{1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1}}.$$

Из приведенных записей видно, что величина *k* всегда меньше меньшего из α. Когда $\alpha_1 >> \alpha_2$ или $\alpha_1 << \alpha_2$, что очень часто встречается на практике, заметное увеличение *k* происходит только при увеличении меньшего из α, в то время как увеличение большего из α очень мало изменяет величину *k.* Действительно, при $\alpha_1 << \alpha_2$ из записи $k = \alpha_1/(1 + \alpha_1/\alpha_2)$ видно, что даже при значительном увеличении α_2 величина знаменателя, а значит и величина *k*, меняется незначительно. При этом увеличение значения α_1 во столько же раз увеличит числитель и только незначительно увеличит знаменатель. В результате значение *k* увеличится примерно во столько же раз, во сколько увеличилась величина α_1.

В ы в о д: чтобы увеличить интенсивность теплопередачи следует провести мероприятия, направленные на увеличение коэффициента теплоотдачи с той стороны, где он меньше.

Знакомство с критериальными уравнениями теплоотдачи для различных групп подобных явлений показывает, что в большинстве случаев увеличение скорости теплоносителя приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи. Правда, этот способ увеличения α, как впрочем и любые другие, имеет и обратную, неприятную сторону, о чем говорилось выше. Большой эффект, как показала практика, дает оребрение поверхности со стороны, где α меньшее (подробнее об этом рассказывалось ранее).

Весьма эффективным средством повышения эффективности теплоотдачи является применение искусственных шероховатостей. Форма таких шероховатостей может быть различной (см. рис. 2.75). При этом проявляется и эффект оребрения, но в основном увеличение теплоотдачи происходит в результате гидродинамических изменений в пристенном слое. Наличие выступов, размеры которых гораздо больше размеров жидкого комка, приводит к турбулизации и срывам пограничного слоя, образованию вихревых зон вблизи от стенки. Исследования показали, что существует оптимальное соотношение между высотой *H* и шагом *S*, при котором величина α наибольшая. Для шероховатостей типа выступ $(S / H)_{\text{опт}} = 13 \pm 1$. При расчете коэффициента теплоотдачи в расчетные формулы вводят поправочный множитель $\varepsilon_{\text{щ}}$, который рассчитывают по формуле

$$\varepsilon_{\text{щ}} = 1{,}04\text{Pr}^{0{,}04}\, e^{0{,}85a},$$

где $a = 13 / (S / H)$ при $S / H < 13$ ($a = (S / H) / 13$ при $S / H \geq 13$).

Конечно же изготовление искусственных шероховатостей требует дополнительных затрат, а наличие их приводит к увеличению гидравлического сопротивления. Так что применяют их только в исключительных случаях. Однако часто экономический эффект от применения искусственных шероховатостей оказывается большим, чем при простом увеличении скорости теплоносителя, обеспечивающим такое же увеличение коэффициента α [25].

Аналогичные эффекты возникают и при применении различных искусственных турбулизаторов потока (в виде лопаточного завихрителя на входе в канал, в виде винтовой закрученной ленты внутри канала и т.п.). С их помощью удавалось увеличивать величину α в 1,5 раза, а в коротких трубах – даже втрое. Значительно увеличить интенсивность теплоотдачи можно применением в качестве теплоносителей высокотемпературных органических жидкостей или расплавленных металлов, поскольку все они обладают очень высокой теплопроводностью.

Исследования показали, что организация неустановившегося течения с попеременным резким увеличением и уменьшением скорости приводит к заметному увеличению среднего коэффициента теплоотдачи.

Интенсивность теплоотдачи газообразных теплоносителей можно существенно повысить за счет добавления в поток твердых частиц (например, графита). Для таких дисперсных потоков наблюдалось увеличение теплоотдачи в шесть – восемь раз. При этом, конечно же, приходится мириться с быстрым износом поверхности теплообмена.

К увеличению теплоотдачи приводят высокочастотные механические или звуковые воздействия на поверхность теплообмена, воздействие на пристенный слой переменным электромагнитным полем или электростатические воздействия и др. В настоящее время влияние таких внешних воздействий широко изучается, они все шире применяются на практике.

Толщина стенки, разделяющей теплоносители при теплопередаче, как уже говорилось, делается по возможности наименьшей. Но в отдельных случаях по конструктивным соображениям нельзя уменьшить расстояние между теплоносителями. И тогда тепло передается от одного теплоносителя к другому по достаточно длинному теплопроводу. Использование в качестве таких теплопроводов металлических тел приводит к утяжелению и удорожанию конструкции.

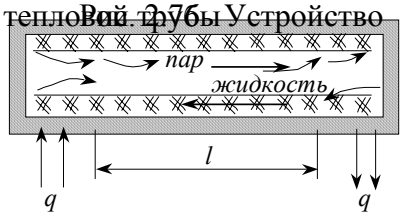


Рис. 2.76. Устройство тепловой трубы

В качестве эффективных теплопроводов (и в других случаях) в настоящее время используют тепловые трубы, в которых молекулярные процессы переноса теплоты заменены конвективными. Устройство таких труб схематически показано на рис. 2.76. Герметичный металлический корпус такой трубы заполняется частично или полностью капиллярно-пористым фитилем и небольшим количеством жидкости. В испарительной зоне, где тепло подводится к трубе, жидкость кипит, превращаясь в пар, который через транспортную зону длиной l проходит в зону конденсации, где тепло отводится от трубы. Здесь происходит конденсация пара, а образующийся конденсат за счет капиллярного эффекта (под действием сил поверхностного натяжения) перемещается снова в зону испарения. Благодаря высокой интенсивности теплоотдачи при кипении и конденсации, эффективная теплопроводность тепловой трубы ($\lambda_{эф} = ql / \Delta t$) может в тысячи раз превышать естественную теплопроводность металлов, при этом такие теплопроводы в сотни раз легче цельнометаллических и гораздо дешевле. Поэтому применение тепловых труб является весьма перспективным.

2.4 ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

2.4.1 Общие понятия и определения

Известно, что электромагнитное излучение обладает двойственным характером: это и волны и одновременно поток материальных частиц – фотонов. Квантовые свойства излучения проявляются все сильнее по мере увеличения частоты колебаний. Тепловые волны имеют достаточно большую длину и здесь в большей мере проявляются именно волновые свойства электромагнитных колебаний.

Тепловое излучение свойственно всем телам вне зависимости от фазового состояния. Спектр излучения большинства твердых и жидких тел непрерывен, они излучают волны различной длины и во всех

направлениях (диффузионное излучение). Газы излучают волны определенной длины, их спектр линейчатый.

Интенсивность излучения оценивается величиной излучательной способности тела

$$E = dQ / dF,$$

которая характеризует удельную энергию излучения в каждой точке на поверхности тела (см. рис. 2.77, где показано, что понимается под dQ и dF в этом определении). Полный лучистый поток от поверхности F определится интегрированием

$$Q = \int_0^F E\, df.$$

Другой характеристикой, связанной с частотой (или длиной) волн, является спектральная интенсивность излучения

$$J = dE / d\lambda\ ,$$

которая определяет излучательную способность в определенном месте спектра, т.е. при некоторой длине волны (точнее – в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$). Из такого определения следует, что

$$E = \int_0^\infty J\, d\lambda\ .$$

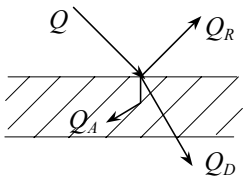


Рис. 2.78 Взаимо-

Каждое тело способно не только излучать, но и отражать, поглощать и пропускать тепловые лучи (как и другие электромагнитные колебания). Рис. 2.78 наглядно иллюстрирует это. Тепловой баланс в общем случае имеет вид

$$Q = Q_A + Q_R + Q_D,$$

откуда, после деления на Q, получаем

$$A + R + D = 1,$$

где $A = Q_A / Q$, $R = Q_R / Q$, $D = Q_D / Q$ называют соответственно коэффициентами поглощения, отражения и проницаемости.

Если $R = 0$ и $D = 0$, т.е. вся падающая на тело лучистая энергия полностью поглощается им, то такое тело называют абсолютно черным. При $A = 0$ и $D = 0$ (вся энергия отражается) тело называют абсолютно белым, а при $D = 1$ ($A = 0$ и $R = 0$) – абсолютно прозрачным. Если отражение лучей происходит не диффузионно, а по законам оптики (угол отражения равен углу падения), то поверхность называют зеркальной.

Конечно же в природе нет абсолютно черных, абсолютно белых, абсолютно прозрачных тел, это абстрактные понятия. Однако некоторые тела обладают близкими к таким свойствами. Названные свойства могут по-разному проявляться при волнах различной длины. Оконное стекло, например, практически прозрачно для видимых световых лучей и непрозрачно для ультрафиолетовых, заметно поглощает тепловые лучи. Каменная соль почти не пропускает света и не препятствует тепловым лучам. А для рентгеновского излучения даже металлы оказываются прозрачными. Все же большинство твердых тел и жидкостей непрозрачны для тепловых лучей ($D = 0$), поэтому считают, что для них

$$A + R = 1,$$

т.е. если тело хорошо поглощает тепловые лучи, то оно плохо их отражает (и наоборот).

Большинство реальных тел, имея непрерывный спектр излучения, способны излучать меньше энергии, чем абсолютно черное тело. Спектральная интенсивность излучения J таких тел при любой длине волны в ε раз меньше, чем аналогичная интенсивность J_s абсолютно черного тела. Такие тела называют серыми телами. Величину

$$\varepsilon = \frac{J}{J_s}$$

называют степенью черноты серого тела. Из определения следует, что эта же величина характеризует и отношение полных излучательных способностей серого E и абсолютно черного E_s тел

$$\varepsilon = \frac{J}{J_s} = \frac{\int_0^\infty J\, d\lambda}{\int_0^\infty J_s\, d\lambda} = \frac{E}{E_s}.$$

Величины ε разных тел определяются экспериментально и приводятся в справочной и учебной литературе [15], [26].

2.4.2 Основные законы теплового излучения

Могучие силы, созданные велением Творца, неразрушимы...
Д. Джоуль

В силу общей природы электромагнитных колебаний эти законы являются общими для всех видов излучения. Наиболее простыми и строгими законами описывается излучение абсолютно черного тела. С соответствующими поправками они используются и для расчетов излучения серых тел или газов.

Закон Планка, установленный теоретическим путем, описывает зависимость спектральной интенсивности излучения J_s от длины волны и температуры поверхности излучения:

$$J_s = \frac{C_1}{\lambda^5 \exp\left(\frac{C_2}{\lambda T} - 1\right)}, \qquad (2.65)$$

где C_1 и C_2 – постоянные величины. Графически этот закон отображен на рис. 2.79, из которого наглядно видно, что спектральная интенсивность J_s с увеличением длины волны сначала увеличивается, достигая максимума, а затем уменьшается, стремясь к нулю. Увеличение температуры T приводит к заметному увеличению J_s при любых λ и смеще-

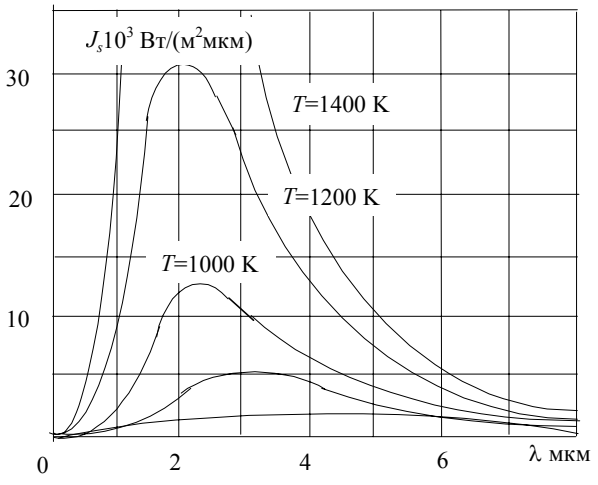


Рис 2.79 Закон Планка

нию максимума в сторону более коротких волн. Последняя особенность формулируется как закон Вина, которым установлено, что длина волны (в мкм), при которой имеет место максимум J_s определяется очень просто:

$$\lambda_{\text{экстр}} = 2900 / T.$$

Излучательная способность абсолютно черного тела определится интегралом

$$E_s = \int_0^\infty J_s \, d\lambda \, .$$

Если подставить сюда значение J_s по формуле (2.65), то после интегрирования можно получить формулу закона Стефана-Больцмана:

$$E_s = \sigma_s \, T^4 \, ,$$

где $\sigma_s = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт / (м^2 · К^4) – постоянная Стефана-Больцмана. Обычно предыдущую формулу записывают в виде, более удобном для практических расчетов:

$$E_s = C_s \, (T / 100)^4,$$

где величину $C_s = 5{,}67$ Вт / (м^2 · К^4) называют коэффициентом излучения абсолютно черного тела.

Для расчета излучения серых тел используются сведения о степени черноты тела:

$$E = \varepsilon \, E_s = \varepsilon \, C_s \, (T / 100)^4 = C \, (T / 100)^4 \, ,$$

где $C = \varepsilon \, C_s$ называют коэффициентом излучения серого тела.

Закон Ламберта устанавливает зависимость интенсивности излучения от направления луча по отношению к излучающей поверхности: количество энергии, излучаемой площадкой dF_1 на площадку dF_2 прямо пропорционально количеству энергии, излучаемой по нормали к dF_1, величине пространственного угла $d\omega$ и косинусу угла φ между направлением на dF_1 и нормалью (см. рис. 2.80):

$$d(dQ \, \varphi) = d(dQ_{\text{н}}) \, d\omega \cos\varphi = E_{\text{н}} \, dF_1 \, d\omega \cos\varphi.$$

Если проинтегрировать эту формулу в пределах всей полусферы, то можно получить связь между излучательной способностью E и энергией $E_{\text{н}}$, излучаемой площадкой dF_1 по направлению нормали к площадке dF_1

$$E_{\text{н}} = E / \pi.$$

Закон Кирхгофа устанавливает связь между излучательной способностью E и коэффициентом поглощения A реальных тел. Чтобы выявить такую связь, рассмотрим лучистый теплообмен между двумя неограниченными плоскопараллельными поверхностями, одна из которых является абсолютно черной с температурой T_s, а другая – серой с температурой T и степенью черноты ε (рис. 2.81).

Серое тело излучает энергию E, которая, падая на абсолютно черную поверхность, полностью там поглощается. Абсолютно черное тело излучает энергию E_s, часть которой, попадая на серую поверхность, поглощается ею (AE_s), а другая часть $E_{\text{отр}}$ отражается и снова падает на абсолютно черную поверхность и там поглощается. Величина отраженной энергии

$$E_{\text{отр}} = E_s - AE_s = (1 - A) \, E_s \, .$$

При равенстве температур $T = T_s$ теплообмена между поверхностями не будет, и это означает, что количества излучаемой и поглощаемой энергии одинаковы. Для черного тела это соответствует равенству

$$E_s = E + E_{\text{отр}} = E + (1 - A) \, E_s \, ,$$

откуда

$$E = AE_s \, .$$

Из этой формулы следует, что коэффициент поглощения серого тела равен его степени черноты при той же температуре: $A = E / E_s = \varepsilon$.

2.4.3 Лучистый теплообмен между параллельными стенками

Рассмотрим лучистый теплообмен между двумя неограниченными параллельными пластинами, при условии, что конвективный теплообмен между ними отсутствует (рис. 2.82). Пусть температуры стенок равны T_1 и T_2, а степени черноты у них ε_1 и ε_2, соответственно.

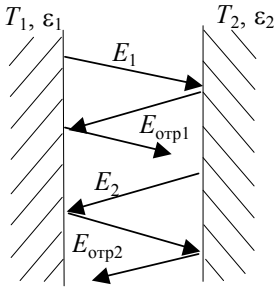


Рис. 2.82 Лучи-

Оба тела излучают, поглощают и отражают энергию. При этом отраженный поток попадает снова на свою излучающую поверхность и на ней снова частично поглощается, а частично опять отражается и т.д. В итоге можно говорить о некотором суммарном излучении одного тела на другое. Сумму собственного и отраженного излучения называют эффективным излучением:

$$E_{эф} = E_{соб} + RE_{пад} = E_{соб} + (1 - A)\, E_{пад} .$$

Величина $E_{эф}$ зависит от температуры и степени черноты одного тела, как и от температуры и степени черноты другого. Эффективное излучение первого тела, учитывая, что на него падает эффективное излучение второго тела, будет

$$E_{эф1} = E_1 + (1 - A_1)\, E_{эф2}, \qquad (2.66)$$

а эффективное излучение второго тела тоже будет складываться из собственного излучения и отраженной части падающего на второе тело эффективного потока:

$$E_{эф2} = E_2 + (1 - A_2)\, E_{эф1}. \qquad (2.67)$$

Составляя замкнутую систему, уравнения (2.66) и (2.67) позволяют найти значения $E_{эф1}$ и $E_{эф2}$, например путем исключения неизвестной. Подставим в (2.66) значение $E_{эф2}$ по формуле (2.67)

$$E_{эф1} = E_1 + (1 - A_1)\, [E_2 + (1 - A_2)\, E_{эф1}] =$$

$$= E_1 + (1 - A_1)\, E_2 + (1 - A_1)\, (1 - A_2)\, E_{эф1} .$$

Отсюда находим

$$E_{эф1} = (E_1 + E_2 - A_1E_2) / (A_1 + A_2 - A_1A_2) .$$

Совершенно аналогично получим

$$E_{эф2} = (E_1 + E_2 - A_2E_1) / (A_1 + A_2 - A_1A_2) .$$

При установившемся режиме удельный тепловой поток лучистой энергии равен разнице эффективных излучений

$$q = E_{эф1} - E_{эф2} = [(E_1 + E_2 - A_1E_2) - (E_1 + E_2 - A_2E_1)] / (A_1 + A_2 - A_1A_2) =$$

$$= (A_2E_1 - A_1E_2) / (A_1 + A_2 - A_1A_2) .$$

По закону Стефана-Больцмана

$$E_1 = \varepsilon_1 C_s\, (T_1 / 100)^4 \text{ и } E_2 = \varepsilon_2 C_s\, (T_2 / 100)^4 .$$

Подставляя эти значения в предыдущую формулу и, учитывая, что по закону Кирхгофа $A_1 = \varepsilon_1$ и $A_2 = \varepsilon_2$, получаем

$$q = \frac{\varepsilon_2\varepsilon_1 C_s\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \varepsilon_1\varepsilon_2 C_s\left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1\varepsilon_2} = \frac{C_s}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right].$$

Величину $1 / (1 / \varepsilon_1 + 1 / \varepsilon_2 - 1)$ называют приведенной степенью черноты системы тел, обозначая через $\varepsilon_п$. Тогда предыдущую формулу запишем:

$$q = \varepsilon_п C_s\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right].$$

2.4.4 Экраны

Теория производит тем большее
впечатление, чем проще ее предпосылки

А. Энштейн

Часто возникает необходимость уменьшить тепловые потоки при излучении. Этого добиваются установкой экранов. На рис. 2.83 показан простейший пример, где между двумя параллельными стенками установлен тонкий теплопроводный экран. Будем считать, что степени черноты поверхностей экрана с разных сторон различны ($\varepsilon_{эк1}$ и $\varepsilon_{эк2}$), и что, благодаря малой толщине и высокой теплопроводности экрана, температура его поверхностей с обоих сторон одинакова и равна $T_{эк}$.

Рассчитаем теперь тепловые потоки от горячей стенки к экрану и от экрана к холодной стенке (без учета конвективного переноса!):

$$q_1 = \varepsilon_{n1}\, C_S\, [(T_1 / 100)^4 - (T_{эк} / 100)^4] ;$$

$$q_2 = \varepsilon_{n2}\, C_S\, [(T_{эк} / 100)^4 - (T_2 / 100)^4] ,$$

где $\varepsilon_{п1} = \dfrac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{1}{\varepsilon_{эк1}}-1}$ и $\varepsilon_{п2} = \dfrac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{эк2}}+\frac{1}{\varepsilon_2}-1}$.

При установившемся режиме тепловые потоки q_1, q_2 и q одинаковы. Приравняем правые части приведенных формул

$$\varepsilon_{п1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{эк}}{100}\right)^4\right] = \varepsilon_{п2}\left[\left(\frac{T_{эк}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right],$$

откуда найдем температуру экрана

$$\left(\frac{T_{эк}}{100}\right)^4 = \frac{\varepsilon_{п1}\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 + \varepsilon_{п2}\left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\varepsilon_{п1} + \varepsilon_{п2}} .$$

Теперь находим плотность передаваемого теплового потока

$$q = q_1 = \varepsilon_{п1} C_s \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \frac{\varepsilon_{п1}\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 + \varepsilon_{п2}\left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\varepsilon_{п1} + \varepsilon_{п2}} \right] =$$

$$= \varepsilon_{п1} C_s \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \frac{\varepsilon_{п1}}{\varepsilon_{п1} + \varepsilon_{п2}} \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \frac{\varepsilon_{п2}}{\varepsilon_{п2} + \varepsilon_{п1}} \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right] =$$

$$= \frac{\varepsilon_{п1}\varepsilon_{п2}}{\varepsilon_{п1} + \varepsilon_{п2}} C_s \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right] .$$

При отсутствии экрана передаваемый поток был бы таким

$$q_0 = \varepsilon_п C_s \left[(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4 \right],$$

где

$$\varepsilon_п = \frac{1}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)} .$$

Чтобы сравнить эти потоки, найдем отношение q / q_0

$$\frac{q}{q_0} = \frac{\frac{\varepsilon_{п1}\,\varepsilon_{п2}}{\varepsilon_{п1} + \varepsilon_{п2}}}{\varepsilon_п} = \frac{\varepsilon_{п1}\,\varepsilon_{п2}}{\varepsilon_п\left(\varepsilon_{п1} + \varepsilon_{п2}\right)} .$$

Отсюда

$$q = \frac{\varepsilon_{п1}\,\varepsilon_{п2}}{\varepsilon_n\left(\varepsilon_{п1} + \varepsilon_{п2}\right)} q_0 .$$

Очень часто степени черноты обоих поверхностей экрана бывают одинаковы $\varepsilon_{эк1} = \varepsilon_{эк2}$ и тогда $\varepsilon_{п1}$ и $\varepsilon_{п2}$. При этом

$$q = \frac{\varepsilon_{п1}}{2\varepsilon_п} q_0 .$$

Если же одинаковы степени черноты и стенок, и экрана ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_{эк1} = = \varepsilon_{эк2}$), то тогда $\varepsilon_{п1} = \varepsilon_п$ и $q = q_0$ / 2.

Проведенный анализ ясно показывает, что установка экрана существенно уменьшает лучистый теплообмен между телами.

Чтобы еще сильнее уменьшить передачу тепла, применяют не один, а систему экранов, устанавливаемых между стенками (рис. 2.84). Ради упрощения будем рассматривать наиболее характерный случай, когда степени черноты всех поверхностей одинаковы. Тогда для любой пары поверхностей приведенная степень черноты будет одна и та же:

$$\varepsilon_п = \frac{1}{(1/\varepsilon + 1/\varepsilon - 1)} = \frac{1}{2/\varepsilon - 1} .$$

При установившемся режиме тепловые потоки q между поверхностями одинаковы

$$q = q_1 = q_2 = q_3 = \ldots\ q_{n+1} .$$

Запишем выражения для расчета этих тепловых потоков:

$$q_1 = \varepsilon_п\, C_S\, [(T_1 / 100)^4 - (T_{э1} / 100)^4] ;$$

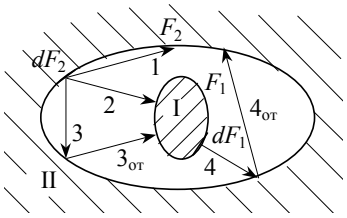
$$q_2 = \varepsilon_{\text{п}}\, C_S\, [(T_{\text{э}1} / 100)^4 - (T_{\text{э}2} / 100)^4] ;$$

$$\text{……..…….. ;}$$

$$q_n = \varepsilon_{\text{п}}\, C_S\, [(T_{\text{э}\,n-1} / 100)^4 - (T_{\text{э}n} / 100)^4] ;$$

$$q_{n+1} = \varepsilon_{\text{п}}\, C_S\, [(T_{\text{э}n} / 100)^4 - (T_2 / 100)^4] .$$

При наличии n экранов таких формул получается $n + 1$. Сложим почленно правые и левые части этих формул:



$$q_1 + q_2 + \ldots + q_n + q_{\text{п}+1} =$$

$$= \varepsilon_{\text{п}} C_s \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{\text{э}1}}{100}\right)^4 + \left(\frac{T_{\text{э}1}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{\text{э}2}}{100}\right)^4 + \ldots - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right].$$

Рис. 2.85. Д

После взаимного уничтожения подобных членов эта формула принимает вид

$$(n + 1)\, q_{\text{l}} = \varepsilon_{\text{п}}\, C_S\, [(T_1 / 100)^4 - (T_2 / 100)^4]$$

или

$$(n + 1)\, q_{\text{l}} = q_0 ,$$

где через q_0 обозначена плотность потока, передаваемого при отсутствии экранов. Значит

$$q_{\text{l}} = \frac{1}{n+1} q_0 ,$$

т.е. установка n экранов в $(n + 1)$ раз уменьшает передаваемый тепловой поток.

2.4.5 Лучистый теплообмен между телами произвольной формы

Рассмотрим сначала случай, представленный на рис. 2.85, когда одно тело полностью (или частично) находится внутри другого. На тело 1 падает лишь часть эффективного излучения второго тела. Это наглядно представляется, если рассматривать излучение от любой элементарной площадки на поверхности тела 2. От площадки dF_1 на тело 1 падает луч 2, лучи же 1 и 3 минуют это тело и, отражаясь, могут снова попадать на тело 1. Обозначим часть энергии, падающей от тела 2 на тело 1 через φ . Если $T_1 > T_2$, то эффективное излучение первого тела определится следующей формулой

$$E_{\text{эф}1} = E_1 + (1 - A_1)\, \varphi\, E_{\text{эф}2} ,$$

а соответствующий эффективный тепловой поток от первого тела ко второму будет

$$Q_{\text{эф}1} = E_{\text{эф}1} F_1 = E_1 F_1 + (1 - A_1)\, \varphi\, Q_{\text{эф}2} . \qquad (2.68)$$

Второе тело излучает тепловой поток

$$Q_{\text{эф}2} = Q_{\text{соб}} + Q_{\text{отр}} ,$$

где $Q_{\text{соб}} = E_{\text{эф}2} F_2$, $Q_{\text{отр}} = Q_{\text{отр}1} + Q_{\text{отр}2}$; $Q_{\text{отр}1}$ – тепло из потока $E_{\text{отр}2}$, падающего от первого тела, отраженное вторым телом; $Q_{\text{отр}2}$ – тепло из потока $E_{\text{отр}2}$, падающего от самого второго тела. Рассчитаем эти слагаемые:

$$Q_{\text{отр}1} = (1 - A_2)\, Q_{\text{эф}1}\,; \quad Q_{\text{отр}2} = (1 - A_2)\,(1 - \varphi)\, Q_{\text{эф}2}\,,$$

где $(1 - \varphi)$ – доля эффективного излучения $Q_{\text{эф}2}$, падающая на второе тело и отражающаяся от него. Значит

$$Q_{\text{эф}2} = E_2 F_2 + (1 - A_2)\, Q_{\text{эф}1} + (1 - A_2)\,(1 - \varphi)\, Q_{\text{эф}2}\,. \qquad (2.69)$$

Совместное решение уравнений (2.68) и (2.69) методом исключения неизвестной (как это было сделано ранее) позволяет получить значения $Q_{\text{эф}1}$ и $Q_{\text{эф}2}$. Результирующий тепловой поток между телами при установившемся режиме определится разницей этих эффективных потоков:

$$Q = Q_{\text{эф}1} - Q_{\text{эф}2}\,,$$

и если подставить сюда значения $Q_{\text{эф}1}$ и $Q_{\text{эф}2}$ по приведенным формулам, то после простейших преобразований можно получить расчетную формулу:

$$Q = \varepsilon_{\text{п}} C_s F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$

где $\varepsilon_{\text{п}}$ – приведенная степень черноты системы тел

$$\varepsilon_{\text{п}} = \frac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{F_1}{F_2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}.$$

Если $F_2 >> F_1$, то $\varepsilon_{\text{п}} \to \varepsilon_1$ и мы имеем оболочку с точечным источником излучения (рис. 2.86). В этом случае

$$Q = \varepsilon_1 C_s F_1 \left[(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4 \right],$$

т.е. второе тело выступает здесь как абсолютно черное, поглощая всю излучаемую энергию.

Когда же зазор между телами очень мал и $F_1 \approx F_2$, то получаем $\varepsilon_{\text{п}} = 1/\left(1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1\right)$, т.е. теплообмен осуществляется как у плоскопараллельных стенок.

Расчет теплообмена излучением между поверхностями, произвольно расположенными в пространстве (рис. 2.87), производится с учетом закона Ламберта. Без подробного вывода приведем лишь приближенную расчетную формулу для этого случая:

$$Q = \varepsilon_{\text{пр}} C_s F_2 \left[(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4 \right],$$

где $\varepsilon_{\text{п}} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varphi$ – приведенная степень черноты системы тел; φ – коэффициент облученности тела, определяемый формулой

$$\varphi = \frac{1}{F} \int_0^{F_1} dF_1 \int_0^{F_2} \frac{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2}{\pi r^2}\, dF_2\,,$$

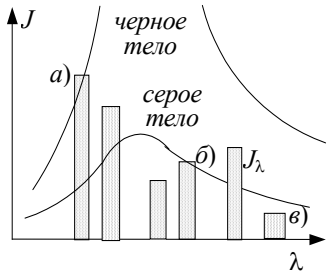
где $F = F_1$ или $F = F_2$ – расчетная поверхность теплообмена; r – расстояние между поверхностями. Значение φ определяется графическим, аналитическим или экспериментальным способом. Для наиболее распространенных и важных случаев облучения значения φ приведены в справочной литературе [15]. Отметим, что в отличие от предыдущих задач, при произвольном расположении тел количество передаваемого между ними тепла зависит и от расстояния меду ними и от взаимного расположения тел по отношению друг к другу. При увеличении размеров поверхностей эти влияния заметно уменьшаются, и при $F_1 = F_2$ – совсем исчезают.

2.4.6 Излучение и поглощение газов

Не просветлеет небо надо мною
Не бросит в душу теплого луча...

Н. Некрасов

Характер излучения и поглощения газов существенно отличается от излучения твердых тел. Одноатомные и двухатомные газы обладают очень малой излучательной и поглощательной способностями. Многоатомные газы (CO_2, H_2O, SO_2 и др.) обладают селективным спектром излучения, т.е. излучают и поглощают только в некоторых интервалах длин волн. На рис. 2.88 приведено распределение спектральных интенсивностей излучения абсолютно черного тела, серого тела и многоатомного газа при фиксированной температуре T. Из рисунка видно, что при одних длинах волн λ газ излучает практически так же как абсолютно черное тело (*а*), при других – как серое (*б*), а при третьих – намного меньше или больше, чем серое со степенью черноты ε (*в*). Имеются интервалы длин волн, где излучение вообще не происходит.



Излучение и поглощение газов происходит по всему объему, и излучательная способность здесь зависит не только от длины волны и температуры, но и от плотности газа и толщины излучающего слоя S

$$A = f(\lambda, T, \rho, S).$$

Величина S зависит от размеров и формы пространства, где находится газ. Так, при плоскопараллельном газовом слое толщиной δ $S = 1{,}8\ \delta$, у шара диаметром d параметр формы $S = 0{,}6\ d$, у цилиндра с $L \to \infty$ $S = 0{,}9\ d$.

Точный расчет лучистого теплообмена между стенкой и слоем газа очень сложен, поскольку излучательная способность газа не подчиняется закону Стефана-Больцмана. Практические расчеты ведут по эмпирическим формулам:

$$q_{CO_2} = 3{,}5\sqrt{pS}\,(T/100)^{3,5},$$

$$q_{H_2O} = 3{,}5\,p^{0,8}S^{0,6}(T/100)^3 \text{ и др.}$$

Здесь p – давление газа в МПа; T – абсолютная температура газа при излучении газа или температура излучающей стенки при поглощении энергии газом.

Количество теплоты, воспринимаемое или отдаваемое газом при установившемся режиме будет

$$q_{изл} = \varepsilon'_э\,(q_г - q_с)$$

или

$$q_{погл} = \varepsilon_э\,(q_с - q_г),$$

где эффективная степень черноты системы $\varepsilon_э$

$$\varepsilon_э = \frac{\varepsilon_{ст} + 1}{2},$$

а $q_с$ рассчитывается как обычно

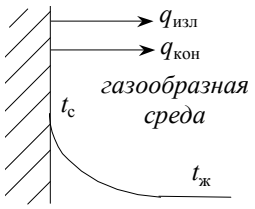
$$q_с = \varepsilon_с C_s (T_с/100)^4.$$

Некоторые исследователи предлагают проводить расчет лучистого теплообмена между стенкой и газом по обычным формулам, вытекающим из закона Стефана-Больцмана, но, вводя поправочный множитель, величину которого находят опытным путем для каждого газа в зависимости от T, S и p.

2.4.7 Сложный теплообмен

В большинстве случаев, когда окружающая среда – газ, радиационный теплообмен протекает одновременно с конвекцией (рис. 2.89). Жидкости же практически непрозрачны для тепловых лучей, так что влияние излучения здесь не проявляется.

Количество тепла, отдаваемое стенкой, можно рассчитать отдельно для каждого вида теплообмена:



$$q_{кон} = \alpha\,(t_с - t_г) \;\text{ и }\; q_{изл} = \varepsilon_с\,(q_с - q_г)\,.$$

И тогда суммарный поток будет

Рис. 2.89 Слож-

$$q = \alpha(t_с - t) + \varepsilon_с C_s\left[(T_с/100)^4 - q_г\right].$$

Однако чаще всего сложный теплообмен рассчитывают, вводя условный коэффициент теплоотдачи, учитывающий оба эффекта:

$$\alpha_{сум} = \alpha_к + \alpha_л\,; \quad q = \alpha_{сум}\,(t_с - t_ж)\,,$$

где $\alpha_к$ – конвективная составляющая; $\alpha_л$ – условная, лучистая составляющая общего $\alpha_{сум}$. Величину $\alpha_л$ находят по формуле

$$\alpha_л = \frac{q_{изл}}{t_с - t_ж} = \frac{q_с - q_2}{t_с - t_ж}\quad.$$

Например, при сложном теплообмене в среде с CO_2

$$\alpha_л = \frac{\varepsilon_с C_s\left(\frac{T_c}{100}\right)^4 - 3{,}5\sqrt{pS}\left(\frac{T_2}{100}\right)^{3{,}5}}{t_с - t_ж}.$$

В случае, когда поглощением излучения в газе можно пренебрегать, например, в воздухе, величину $\alpha_л$ рассчитывают по формуле

$$\alpha_л = \frac{\varepsilon_{пр} C_s\left[\left(\frac{T_c}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_ж}{100}\right)^4\right]}{T_с - T_ж} =$$

$$= \varepsilon_{пр}\varepsilon_s 10^{-8}\left(T_с^3 + T_с^2 T_ж + T_с T_ж^2 + T_ж^3\right),$$

где

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}.$$

поскольку принимается, что в реальных задачах мы встречаемся со случаем, когда можно считать, что $F_1 \approx F_2$.

2.5 МАССОБМЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ

2.5.1 Основные понятия и законы

На все свой ход,
На все свои законы...

Е. А. Баратынский

*П*роцессы переноса массы очень часто встречаются в природе и различных технических устройствах. В первую очередь это молекулярная диффузия, возникающая в результате теплового движения молекул и приводящая к установлению равновесного распределения концентраций. В однородных смесях при этом происходит перенос массы вещества из области с большой концентрацией в те места, где концентрация данной компоненты меньше, в результате концентрации выравниваются.

Во многих случаях массообмен происходит одновременно с теплообменом, и именно такие процессы применительно к двухкомпонентным смесям мы и будем в основном рассматривать. Подобно теплообмену, массоперенос может протекать как на молекулярном уровне (молекулярная диффузия), так и макроскопическим путем, в результате перемещения и перемешивания макрообъемов жидкости или газа (конвективный массоперенос).

Интенсивность массообмена принято характеризовать количеством вещества, проходящего в единицу времени через данную поверхность в направлении нормали к ней. Эту величину называют потоком массы J данного компонента. Поток массы, проходящий через единицу поверхности, называют плотностью потока массы j:

$$j = \frac{J}{F}. \tag{2.70}$$

Точнее эти понятия определяются формулами

$$j = \frac{dJ}{dF} \text{ и } J = \int_0^F j\, dF, \tag{2.71}$$

а при j = const как частный случай получаем $J = j\,F$ и формулу (2.70). Величина j является вектором, направленным в сторону уменьшения концентрации компонента.

Плотность потока массы в однородной неподвижной среде для одного из компонентов определяется законом Фика:

$$j_i = -D\frac{\partial \rho_i}{\partial n} = -\rho_{\text{см}} D \frac{\partial m_i}{\partial n}, \tag{2.72}$$

где D – коэффициент молекулярной диффузии одного компонента относительно другого; ρ_i – местная массовая концентрация компонента, равная отношению его массы к объему смеси; $m_i = \rho_i / \rho_{\text{см}}$ – относительная массовая концентрация компонента; n – направление нормали к поверхности одинаковой концентрации. Производная $\partial m_i / \partial n$ представляет собой градиент концентрации, направленный в сторону ее увеличения. Градиент концентрации является движущей силой концентрационной диффузии, величина его определяет интенсивность этого процесса. Из кинетической теории газов известно (и опыты это подтверждают), что величина D возрастает с увеличением температуры и уменьшается с ростом давления газа. Ее значение зависит и от соотношения компонентов, но зависимость эта слабая, ее учи-

тывают очень редко. Вообще же коэффициент D относится к классу физконстант, значения его определяют экспериментально и приводят в соответствующих справочниках.

Массовая концентрация ρ_i представляет собой собственно говоря плотность данного компонента. Считая, что компоненты смеси находятся в идеальногазовом состоянии и для каждого из них применимо уравнение состояния $p_i / \rho_i = R_i T$, формулу (2.72) можно записать через градиент парциального давления

$$j_{pi} = -D_{pi} \frac{\partial p_i}{\partial n},$$

где D_{pi} – коэффициент молекулярной диффузии, отнесенный к градиенту давления. Ясно, что $D_{pi} = D_i / R_i T$ и $D_i = D_{pi} / R_1 T = D_{pi} / R_2 T = D$, откуда видно, что коэффициент диффузии одинаков для обоих компонент смеси.

Если смесь неоднородна и температура ее различна в различных ее точках, то возникает термодиффузия: более тяжелые и крупные молекулы одного из компонентов стремятся перейти в холодные области, легкие и мелкие другого – в теплые (это называют эффектом Соре). Если в смеси имеются области с разным давлением, то происходит бародиффузия, когда компонент с тяжелыми молекулами устремляется в область повышенного давления, а другой компонент – в область пониженного давления. Механизмом этих явлений вскрывает молекулярно-кинетическая теория, но мы не будем в нее углубляться, ибо это предмет общефизической теории.

В общем случае, при наличии всех трех видов диффузии, термо- и бародиффузии создают определенный градиент концентраци, что вызывает противоположно направленный концентрационный массоперенос. Так что с течением времени возможно установление концентрационного равновесия и при наличии градиентов температуры и давления. При этом плотность потока массы определяют с учетом всех составляющих процесса

$$\vec{j}_i = -\rho_i \left(D \frac{\partial m_i}{\partial n} + \frac{D_t}{T} \frac{\partial t}{\partial n} + \frac{D_p}{p} \frac{\partial p}{\partial n} \right),$$

где $D_t = k_t D$, $D_p = k_p D$ – коэффициенты термо- и бародиффузии; k_t и k_p – термодиффузионное и бародиффузионное отношения.

При конвективном массопереносе поток массы определяется скоростью w и плотностью компонента ρ_i

$$\vec{j}_{ki} = \rho_i \vec{w}.$$

Суммарный поток вещества в результате молекулярного и конвективного переносов будет

$$\vec{J}_i = F(\vec{j}_i + \vec{j}_{ki}).$$

Вместе с массой переносится и энтальпия компонента

$$H_i = J_i h_i,$$

где h_i – удельная энтальпия. Значит при наличии массообмена плотность теплового потока будет описываться следующим уравнением:

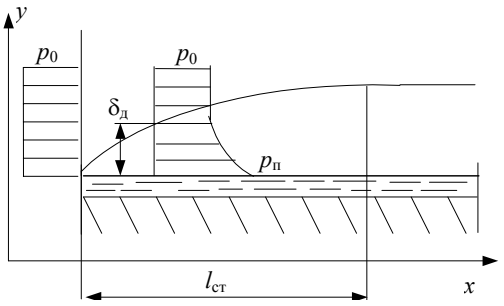
$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} + \rho \vec{w}_i h_i + \sum_1^2 J_i h_i \ . \qquad (2.73)$$

Здесь первое слагаемое учитывает перенос тепла теплопроводностью, второе – конвекцией, а третье – молекулярной диффузией.

2.5.2 Диффузионный пограничный слой

Аналогично понятиям о гидромеханическом и тепловом пограничных слоях при изучении массообмена можно говорить об образовании специфического пограничного слоя. В пределах этого слоя концентрация ρ_i и парциальное давление p_i мигрирующего компонента заметно изменяются (от $\rho_{i\text{п}}$ и $p_{i\text{п}}$ на поверхности раздела фаз до $0{,}99\rho_{i0}$ и $0{,}99p_{i0}$ на внешней границе слоя). Вне пограничного слоя эти величины не меняются и их градиенты $\partial\rho_i/\partial n$ и $\partial p_i/\partial n$ равны нулю. Диффузионный пограничный слой образуется, например, при испарении, при сушке материалов, при сублимации, адсорбции и десорбции, конденсации парогазовых смесей и в других случаях.

Рассмотрим для наглядности процесс испарения жидкости при протекании над ее поверхностью ламинарного потока парогазовой смеси с небольшой концентрацией пара (см. рис. 2.90). В этом случае непосредственно у поверхности жидкости образуется очень тонкий слой смеси, содержащий насыщенный пар, парциальное давление которого $p_{i\text{п}}$ определяется температурой поверхностного слоя жидкости $t_{\text{п}}$. По-



скольку концентрация и парциальное давление пара в более вехних слоях значительно меньше, то возникает концентрационная диффузия и "молекулы пара! направляются вглубь потока. С увеличением x диффузия проникает все глубже в поток, толщина слоя растет, а верхняя часть эпюры распределения p становится все более пологой. При некотором $x \geq l_{\text{ст м}}$ в верхней части слоя изменение парциального давления становится настолько малым, что не фиксируется измерительными приборами. Тогда говорят, что при $x \geq l_{\text{ст м}}$ слой стабилизировался. Понятно, что вне пограничного слоя массообмен практически не происходит, и для определения потока массы следует анализировать явления в пограничном слое.

Дифференциальные уравнения молекулярного массообмена выводятся аналогично рассмотренным ранее дифференциальному уравнению теплопроводности, энергии и другим. Однако теперь, анализируя например уравнение теплового баланса для элементарно малого объема, выделенного внутри пограничного слоя, в рассмотрение необходимо включить все тепловые потоки, в том числе и возникающие в результате массообмена. Конкретно, для определения теплового потока, входящего в элементарный объем по направлению x, в соответствии с формулой (2.73) следует записать

$$Q_x = \left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} + \rho_i w_x h_i + \sum_1^2 j_{ix} h_i \right) dy\, dz ,$$

в то время как при выводе дифференциального уравнения теплопроводности использовалось только первое слагаемое.

Оставляя за рамками рассмотрения подробный вывод этих дифференциальных уравнений, приведем лишь их перечень и краткие характеристики:

– дифференциальное уравнение энергии с учетом переноса тепла в результате массобмена, отражающее, как было сказано выше, тепловой баланс при таком процессе;

– дифференциальное уравнение массобмена, отражающее закон сохранения массы для мигрирующего компонента применительно к элементарно малому объему движущейся смеси с протекающей там концентрационной диффузией. Это уравнение имеет вид (в записи через относительную массовую концентрацию)

$$\frac{\partial m_i}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial m_i}{\partial x} + w_y \frac{\partial m_i}{\partial y} + w_z \frac{\partial m_i}{\partial z} = D\nabla^2 m_i \qquad (2.74)$$

и описывает распределение массы i-го компонента внутри пограничного слоя;

– дифференциальное уравнение движения, записанное для смеси в целом;

– дифференциальное уравнение неразрывности для всей смеси.

В такой формулировке эти уравнения составляют замкнутую систему, интегрировать которую можно лишь с учетом условий однозначности.

Отметим еще, что массообменный пограничный слой, как и гидродинамический, может формироваться и при турбулентном течении парогазовой смеси. При этом в ламинарном подслое осуществляется молекулярная диффузия, а в турбулентной части слоя – конвективный массоперенос.

Процессы массобмена, аналогичные рассмотренному принято называть массоотдачей.

2.5.3 Массопроводность, массоотдача, массопередача

Равны все музы красотой,
Несходство их в одной одежде

Е. А. Баратынский

В

системах с твердой фазой, особенно в пористых телах, также возникают процессы массобмена, вызываемые различными физическими факторами, включая и температурные и концентрационные градиенты [27]. Анализ механизмов переноса влаги в капиллярнопористых телах при сушке показывает, что внутренний массоперенос при изотермических условиях описывается также уравнением (2.72), где D – представляется как некий коэффициент внутренней диффузии. Массообмен, протекающий в соответствии с законом Фика (при этом конвективные потоки массы отсутствуют) называют массопроводностью. При этом $\vec{w} = 0$ и уравнение (2.74) вырождается в дифференциальное уравнение массопроводности

$$\frac{\partial m_i}{\partial \tau} = D\nabla^2 m_i .$$

Отмечая явную аналогию между дифференциальными уравнениями теплопроводности и массопроводности, а также уравнениями, отражающими закон Фика и закон Фурье, сформулируем аналогично и граничные условия для массопроводности. При ГУ-1 задают концентрацию мигрирующего вещества на поверхности раздела фаз $m_{i\text{п}}$; при ГУ-2 – поток массы через единицу этой поверхности $j_{i\text{п}}$; при ГУ-4 – значение производной $(\partial m_i/\partial n)_{n=0}$ около поверхности раздела фаз.

При ГУ-3 рассматривается процесс массообмена межу твердой или жидкой поверхностью и окружающей средой, как это рассматривалось в предыдущем параграфе. Для расчета массоотдачи используется уравнение массоотдачи, аналогичное уравнению закона Ньютона-Рихмана, впервые предложенное А. Н. Щукаревым

$$j_{i\text{п}} = \alpha_{\text{м}}(\rho_{i\text{п}} - \rho_{i0}) \quad \text{или} \quad j_{i\text{п}} = \alpha_{\text{м}p}(p_{i\text{п}} - p_{i0}), \tag{2.75}$$

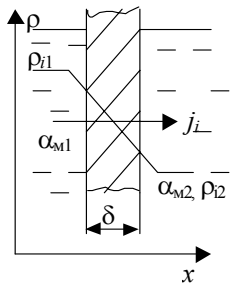
где $j_{i\text{п}}$ – плотность потока массы при массоотдаче; $\alpha_{\text{м}}$ и $\alpha_{\text{м}p}$ – коэффициенты массоотдачи, отнесенные к разности концентраций или парциальных давлений, соответственно; индексы "п" и "0" показывают, что соответствующие значения берутся на поверхности и вдалеке от нее, вне пограничного слоя. Величина коэффициента массоотдачи зависит от многих факторов, в том числе от свойств компонентов смеси, ее температуры и давления, а также режимов ее движения.

При установившемся режиме удельный поток массы, передаваемый массотдачей, равен потоку, передаваемому массопроводностью через пристенный слой смеси. Приравнивая правые части формул (2.75) и (2.72), из этого массового баланса получаем дифференциальное уравнение массоотдачи (в координатах рис. 2.90)

$$\alpha_{\text{м}}(\rho_{i\text{п}} - \rho_{i0}) = -D\left(\frac{\partial \rho_i}{\partial y}\right)_{y=0}, \tag{2.76}$$

которое содержит две неизвестных $\alpha_{\text{м}}$ и ρ_i и которое можно решить лишь совместно с другими дифференциальными уравнениями массобмена.

Если рассматривать массообмен между двумя жидкими или газообразными средами, разделенными проницаемой стенкой, то такой процесс принято называть массопередачей (см. рис. 2.91). Здесь внутри стенки осуществляется массопроводность, а снаружи с обеих сторон – массоотдача. Анализируя материальный баланс при массопередаче, нетрудно получить основное расчетное уравнение для неограниченной плоской стенки



$$j_i = \frac{\rho_{i\text{п}} - \rho_{i0}}{\frac{1}{\alpha_{\text{м}1}} + \frac{\delta}{D} + \frac{1}{\alpha_{\text{м}2}}},$$

где δ – толщина стенки.

Заканчивая параграф, еще раз подчеркнем, что все приведенные нами уравнения для массообмена полностью аналогичны уравнениям, описывающим процессы теплообмена, и если для температуры и концентрации ввести одинаковые обозначения, они просто не будут различаться. Такая же аналогия просматривается и относительно гидромеханических процессов, так что принято говорить о тройной аналогии, подчеркивая тем самым философскую концепцию о единстве материального мира.

2.5.4 Критериальные уравнения массоотдачи

П

оскольку аналитическое решение системы дифференциальных уравнений массообмена в общем виде невозможно, а при введении упрощающих предпосылок такие решения не гарантируют достоверности результатов, то большинство практических задач решается с использованием экспериментальных данных о процессе, обработанных с применением теории подобия.

Применяя метод масштабных преобразований к уравнению (2.76) и действуя так же, как при получении критерия Нуссельта, нетрудно получить следующий безразмерный комплекс, в обобщенном виде характеризующий интенсивность процесса массоотдачи

$$\frac{\alpha_{\text{м}} l}{D},$$

который называют массообменным числом Нуссельта $\text{Nu}_{\text{м}}$. Здесь l – определяющий размер, выбираемый в каждом конкретном случае из условий однозначности. В качестве его принимается такой линейный размер, который существенно влияет на массоотдачу.

При таком же анализе других дифференциальных уравнений можно получить и другие массообменные критерии, а так же критерии теплового и гидромеханического подобия, такие как Re и Gr. Определенная комбинация из этих критериев характеризует в обобщенном виде особенности теплофизических свойств мигрирующего компонента и ее называют массообменным критерием Прандтля

$$\text{Pr}_{\text{м}} = \frac{v}{D}.$$

При описании неустановившихся процессов и нестационарных полей используется массообменный критерий Фурье

$$\text{Fo}_{\text{м}} = \frac{D\tau}{l^2},$$

отображающий в безразмерном виде текущее время. Равенство значений этого критерия у двух подобных явлений означает, что они рассматриваются в сходственных состояниях.

Критерий $\text{Nu}_{\text{м}}$ является определяемым, остальные – определяющими, и критериальное уравнение массоотдачи в общем виде представляется зависимостью

$$\text{Nu}_{\text{м}} = f(\text{Re}, \text{Pr}_{\text{м}}, \text{Fo}_{\text{м}}).$$

При установившихся режимах критерий $Fo_м$ вырождается (не влияет на процесс). При необходимости учитывать влияние естественной конвекции на массоотдачу в число определяющих критериев включается и критерий Грасгофа

$$Nu_м = f(Re, Pr_м, Gr) .$$

Исходя из отмеченной выше аналогии, можно доказать, что если для расчета теплоотдачи было получено критериальное уравнение в виде

$$Nu = A Re^a Pr^b Gr^c ,$$

то массотдачу можно рассчитывать по аналогичной формуле с соответствующей заменой критериев

$$Nu_м = A Re^a Pr_м^b Gr^c, \qquad (2.77)$$

где A, a, b и c – одни и те же опытные константы. Например, теплоотдачу при турбулентном течении теплоносителя в трубах рассчитывают по критериальному уравнению, приведенному нами ранее на рис. 2.46,

$$Nu = 0{,}021 Re^{0{,}8} Pr^{0{,}43}.$$

На основании аналогии для массоотдачи от слоя жидкости, равномерно покрывающего внутреннюю поверхность трубы, к турбулентному потоку парогазовой смеси можно записать следующее критериальное уравнение

$$Nu_м = 0{,}021 Re^{0{,}8} Pr_м^{0{,}43} .$$

Сопоставление результатов, рассчитанных по этой формуле, с результатами экспериментальных измерений коэффициента массоотдачи показывает их приемлемое совпадение (расхождение в ± 20 % считается допустимым).

Однако обычно значения A, a, b и c в формуле (2.77) определяют путем соответствующей обработки экспериментальных данных по массоотдаче. Так, для расчета массоотдачи при сушке гранул в продуваемом слое рекомендуется следующее критериальное уравнение

$$Nu_м = 1{,}3 Re^{0{,}5} Pr_м^{0{,}33} Gu^{0{,}135} ,$$

где $Gu = (T_п - T_{мт}) / T_п$ – так называемый критерий Гухмана, отражающий влияние интенсивности испарения на массоотдачу; $T_п$ – абсолютная температура поверхности гранул; $T_{мт}$ – абсолютная температура мокрого термометра, установленного вне пограничного слоя. Определяющий размер здесь – диаметр гранулы d. Для расчетов массообмена при испарении с плоской поверхности жидкости при вынужденном движении влажного газа А. В. Нестеренко предложено следующее критериальное уравнение

$$Nu_м = A Re^a Pr_м^{0{,}33} Gu^{0{,}135} ,$$

где $A = 0{,}83$ и $a = 0{,}53$ при $Re \le 120$, $A = 0{,}49$ и $a = 0{,}61$ при $Re = 3150 \ldots 2200$ и $A = 0{,}0248$ и $a = 0{,}9$ при $Re = (0{,}22 \ldots 3{,}15) \cdot 10^5$. В качестве определяющего размера здесь принимается длина поверхности вдоль по потоку смеси.

Вопросы зачетного минимума по разделу 2

1 Назовите три элементарных формы теплообмена.

2 Какие процессы теплообмена называют теплоотдачей? Теплопередачей?

3 Что называют температурным полем? Какими бывают эти поля?

4 Что называют температурным напором?

5 Что характеризует температурный градиент?

6 Какие характеристики используются для оценки и сравнения интенсивности процессов теплообмена?

7 Что характеризует величина коэффициента теплопроводности?

8 Какие законы природы отражены дифференциальным уравнением теплопроводности?

9 Запишите дифференциальное уравнение теплопроводности и объясните его физический смысл.

10 Перечислите условия однозначности при решении задач теплопроводности.

11 Как формулируются граничные условия первого рода?

12 Как формулируются граничные условия третьего рода?

13 Какие плоские стенки можно относить к разряду неограниченных?

14 Как рассчитать температурное поле и величину q при стационарной теплопроводности плоской стенки при ГУ-1?

15 Как рассчитать стационарную теплопередачу через плоскую стенку?

16 Какие термические сопротивления имеют место при теплопередаче через плоскую стенку?

17 Как рассчитывают теплопередачу через многослойные стенки?

18 Что лежит в основе решения стационарных задач теплопроводности при смешанных граничных условиях?

19 Как рассчитывают температурное поле и тепловой поток при стационарной теплопроводности цилиндрической стенки при ГУ-1?

20 Что называют линейной плотностью теплового потока?

21 Как рассчитывают теплопередачу через цилиндрические стенки?

22 Как рассчитывают теплопередачу через многослойные цилиндрические стенки?

23 При каких условиях цилиндрическую стенку можно рассчитывать по формулам плоской стенки?

24 Что называют критическим диаметром изоляции? Как рассчитать величину $d_{кр}$?

25 При каких условиях тепловая изоляция работает наиболее эффективно?

26 Что называют коэффициентом оребрения ребристых стенок?

27 Как рассчитывают теплопередачу через ребристые стенки?

28 Как рассчитывают температурное поле цилиндра при наличии в нем постоянно действующих внутренних источников тепла?

29 В чем сущность метода сеток при расчетах стационарных процессов теплопроводности?

30 Объясните особенности метода релаксаций при численном решении задач теплопроводности.

31 Что называют регулярным режимом нестационарной теплопроводности ?

32 Что характеризует темп охлаждения (темп нагревания)?

33 Какова основная особенность интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных по методу Фурье?

34 Какой вид имеет общее решение дифференциального уравнения теплопроводности?

35 Чем объясняется быстрое уменьшение величин слагаемых в бесконечной их сумме, описывающей нестационарное температурное поле пластины при ГУ-3?

36 В чем заключается принцип конструирования источников тепла?

37 В чем состоит принцип отражения источников при решении задач теплопроводности с внутренними источниками тепла?

38 В чем состоит принцип суперпозиций температурных полей?

39 Какие упрощающие предпосылки лежат в основе численных методов решения задач теплообмена?

40 Как реализуется явная схема численного расчета температурного поля при нестационарной теплопроводности? В чем ее недостаток?

41 Как выглядит неявная схема численного решения задач теплообмена?

42 Объясните особенности метода прогонки при численном решении задач теплообмена.

43 Перечислите основные факторы, влияющие на интенсивность конвективного теплообмена.

44 Объясните, почему и как образуется гидродинамический пограничный слой при течении теплоносителей.

45 Что принимают за толщину гидродинамического пограничного слоя? Как он изменяется вдоль по потоку теплоносителя?

46 Объясните, как и почему образуется тепловой пограничный слой.

47 Что называют участком тепловой стабилизации?

48 Запишите дифференциальное уравнение теплоотдачи. Какие заключения оно позволяет сделать?

49 Какой закон природы отражает дифференциальное уравнение энергии?

50 Какой закон природы отражает дифференциальное уравнение движения?

51 Какой закон природы отражает дифференциальное уравнение неразрывности?

52 Почему система дифференциальных уравнений, описывающих конвекцию, в большинстве практических случаев неразрешима?

53 Назовите преимущества и недостатки аналитических, экспериментальных и численных методов решения инженерных задач.

54 В чем основная суть теории подобия?

55 Какие физические явления называют подобными?

56 Назовите основное свойство подобных явлений.

57 Какие критерии (числа) подобия чаще всего используются на практике?

58 В каком виде представляются обычно критериальные уравнения?

59 Расскажите об особенностях свободной конвекции у вертикальных и горизонтальных плит. Запишите (в общем виде) критериальные уравнения для этих групп подобных явлений.

60 Расскажите об особенностях свободной конвекции на горизонтальных трубах и в ограниченном пространстве. Как рассчитывают теплообмен в этих случаях?

61 Как рассчитывают величину эффективного коэффициента теплопроводности при свободной конвекции в щелях?

62 Каковы особенности образования пограничных слоев при течении теплоносителя в трубах и каналах?

63 По каким признакам ламинарное течение в трубах подразделяют на вязкостное и вязкостно-гравитационное?

64 Почему говорят о вырождении критерия Gr при турбулентном и переходных режимах течения теплоносителя?

65 Как рассчитывают коэффициент теплоотдачи в коротких трубах? В изогнутых трубах? В каналах некруглой формы?

66 Как образуется пограничный слой при поперечном обтекании цилиндрической поверхности?

67 Чем объясняется наличие зон с максимальной и минимальной теплоотдачей при поперечном обтекании цилиндра?

68 Какие схемы трубных пучков Вы знаете? Как характеризуют их плотность?

69 Запишите (в общем виде) критериальное уравнение для теплоотдачи при течении теплоносителя в трубном пучке.

70 Как рассчитывают теплоотдачу в пучках при натекании жидкости с углом атаки, отличным от 90° ?

71 Чем различаются капельная и пленочная конденсация?

72 Какие упрощающие предпосылки используются при выводе формул Нуссельта для расчета коэффициента теплоотдачи при конденсации?

73 В каких случаях формулы Нуссельта неприемлемы для расчета α при конденсации? Как тогда решают задачу?

74 Как рассчитывают α при конденсации паро-воздушной смеси?

75 Как рассчитывают α при конденсации пара на трубных пучках?

76 Как влияет скорость пара на величину α при конденсации?

77 Какие режимы кипения Вы знаете?

78 Почему кипение возможно только при перегреве жидкости?

79 Чем объясняется высокая интенсивность теплоотдачи при кипении?

80 Что называют кризисом кипения? Почему это явление опасно?

81 Изобразите и прокомментируйте кривую кипения.

82 Как рассчитывают коэффициент теплоотдачи α при кипении?

83 В чем особенности процессов кипения на трубных пучках, на тонких проволоках и у вертикальных стенок? Как рассчитывают величину α в этом случае?

84 Каковы особенности режимов кипения в трубах? Как рассчитывают α в этом случае?

85 Как и почему меняется величина α вдоль по потоку теплоносителя при его кипении в трубе?

86 Как меняется температурный напор при движении теплоносителей вдоль поверхности теплообмена по схеме прямотока?

87 Как меняется температурный напор при движении теплоносителей вдоль поверхности теплообмена по схеме противотока?

88 Как рассчитывают среднелогарифмический температурный напор?

89 Какие типы теплообменников применяются в технике?

90 Что рассчитывают при проверочном тепловом расчете теплообменника?

91 Как решается задача при конструктивном тепловом расчете теплообменника?

92 Какие критерии используются для оценки и сравнения эффективности теплообменников?

93 Какие теплообменники называют оптимальными?

94 Назовите основные направления и способы интенсификации процессов теплообмена.

95 Как работают тепловые трубы? В чем их преимущества?

96 Что характеризуют собою величины излучательной способности и спектральной интенсивности излучения?

97 Какие тела называют абсолютно черными? Абсолютно белыми?

98 Какие тела называют серыми?

99 Что характеризует величина степени черноты серого тела?

100 В чем состоит закон Планка?

101 0 чем говорит нам закон Вина?

102 Как записывается закон Стефана-Больцмана для расчета интенсивности теплового излучения?

103 Как рассчитывают энергию, излучаемую серым теплом?

104 В чем суть закона Ламберта?

105 Какое важное следствие дает закон Кирхгофа для теплового излучения?

106 Как рассчитывают лучистый теплообмен между двумя плоско- параллельными телами?

107 Объясните влияние экранов на интенсивность лучистого теплообмена?

108 Как рассчитывают лучистый теплообмен между телами произвольной формы?

109 Каковы особенности излучения и поглощения газов?

110 Как рассчитывают излучаемый (или поглощаемый) тепловой поток при лучистом теплообмене между газом и стенкой?

111 Как рассчитывают процессы сложного теплообмена

3 ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОПЛИВ И ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГОРЕНИЯ

3.1 ТОПЛИВО, ЕГО ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Кому сгореть, тот не утонет
Русская пословица

*Т*опливом называется горючее вещество, которое по технико-экономическим соображениям целесообразно использовать для получения тепла в энергетических, промышленных и отопительных установках. Основные требование к топливу: оно должно встречаться в природе в достаточно больших количествах, быть доступным для добычи, выделять большое количество тепла, сохранять свои свойства при длительном хранении, быть транспортабельным и др. Мы будем рассматривать только органические топлива, применяемые в промышленности и энергетике, разговора о ядерном топливе не будет.

Классификация топлива может быть проведена по различным признакам. По методу получения: естественное (дрова, торф, каменный уголь, нефть) и искусственное (кокс, бензин, генераторный газ). По агрегатному состоянию топлива разделяются на твердые, жидкие и газообразные (каменные угли, торф, горючие сланцы; керосин, дизельное топливо, мазут; природный горючий газ, коксовый газ и др.).

Ископаемые твердые топлива (за исключением сланцев) являются продуктами разложения органической массы растений. Самое молодое из них – торф, представляет собой плотную массу, образовавшуюся из перегнивших остатков болотных растений. Следующими по "возрасту" являются бурые угли – землистая или черная однородная масса, которая при длительном хранении на воздухе частично окисляется ("выветривается") и рассыпается в порошок. Затем идут каменные угли, обладающие, как правило, повышенной прочностью и меньшей пористостью. Органическая масса наиболее старых из них – антрацитов – претерпела наибольшие изменения и на 93 % состоит из углерода. Антрацит отличается высокой твердостью.

Наша страна располагает громаднейшими запасами топлива: угля – 57 % мировых запасов, нефти – 30 %, газа – 27 %. Добыча всех видов топлива непрерывно растет. Характерно, что топливный баланс страны постоянно изменяется в сторону увеличения добычи нефти и особенно газа, так как добыча, транспортировка и сжигание их намного экономичней [28].

Компонентами любого топлива являются горючие элементы и негорючие примеси или балласт. К горючим элементам топлива относятся: углерод C, водород H и горючая сера S, образующие вместе с внутренним балластом (кислород O и азот N) сложные химические соединения. Внешний балласт составляют зола A и влага W. Газообразное топливо представляет собою механическую смесь горючих газов (CO, H_2, метана CH_4 и других углеводородов C_mH_n), негорючих газов (CO_2, O_2, N_2) и водяного пара H_2O.

Углерод C – основной горючий элемент топлива, содержится в нем в виде органических соединений типа CN. При сгорании одного килограмма C выделяется 33,9 МДж тепла. Правда, и это надо хорошо запомнить, при неправильной организации процесса горения (обычно при недостатке воздуха) продуктом сгорания является очень токсичный оксид углерода CO и выделяется всего только 9,2 МДж теплоты. Углерод содержится в топливе от 40 до 95 % (солома и антрацит). С увеличением геологического возраста топлива содержание C увеличивается.

Водород при сгорании выделяет вчетверо больше тепла, чем углерод. Содержится он в виде углеводородных соединений C_mH_n, во внутренней влаге топлива. В жидких топливах водорода содержится до 10 … 12 % (мазут), в углях очень мало – 1,5 … 2 %.

Сера S входит в состав органических соединений S_{op}, колчеданных соединений $S_к$, а так же в виде сернистых солей – сульфатов (гипса $CaSO_4$, например). Эта сера S_c не способна гореть и является балластом. При сгорании дает вредный газ SO, другие сернистые газы. C, H, S_{op}, и $S_к$ являются горючими элементами топлива.

Кислород O находится в химических соединениях с горючими элементами. Связывая часть водорода, он тем самым обесценивает топливо. Кислород участвует в горении, в топливах обычно содержится 1 … 30 % кислорода.

Азот – инертный газ, содержится 1 … 6 %. Азот является весьма вредным компонентом, поскольку при сгорании азотсодержащих соединений в высокотемпературных топках образуются очень токсичные оксиды NO и NO_2.

Зола A – негорючий остаток, полученный после полного сгорания топлива. Это смесь различных минеральных веществ, находящихся в топливе: глины, кремнезема, окислов железа, извести и т.д. Каменный уголь содержит 4 … 25 % золы, дрова 0,6 %. Зольность жидких топлив зависит от количества растворенных в нем солей и наличия механических примесей. Газы сгорают без остатка.

Влага W является вредной примесью топлива, так как уменьшает долю горючих веществ в одном килограмме топлива. Часть тепла, выделяемого при сгорании топлива тратится на испарение влаги. Влага топлива состоит из внешней и внутренней. И если первая зависит от условий добычи, транспортирования и хранения топлива, то внутренняя влага зависит только от свойств самого топлива. Она заполняет микроскопические поры топлива и не может быть удалена простым высушиванием. Чтобы удалить внутреннюю влагу топлива, его нагревают до температуры t = 103 … 110 °C и выдерживают примерно четыре часа. Влаги в топливах содержится обычно 5 … 60 %.

Важными составляющими топлива являются летучие вещества и кокс. Летучие вещества – это газообразные продукты, которые выделяются при нагревании топлива без доступа воздуха. Твердый остаток называют коксом. Выход летучих оказывает большое влияние на процесс горения топлива: при большом выходе топливо легко воспламеняется, горит ярким пламенем. Кокс может быть спекшимся, сплавленным и порошкообразным. Спекаемость топлива и кокса определяет возможность и способы его сжигания.

Топливо в том виде, как оно поступает к потребителю, называется рабочим, масса его – рабочая масса. Поскольку химический состав топлива сложен и обычно неизвестен, топливо характеризуют мас-

совым содержанием образующих его элементов, выраженным в процентах. Элементарный состав, отнесенный к рабочей массой отмечают буквой р:

$$C^p + H^p + S^p_{op+к} + O^p + N^p + W^p + A^p = 100\ \%.$$

Если удалить полностью влагу из топлива, то такую массу называют сухой. Состав при этом пересчитывают на сухую массу:

$$C^c + H^c + S^c_{op+к} + O^c + N^c + A^c = 100\ \%.$$

Если же мысленно удалить теперь еще и золу, то получим горючую массу:

$$C^г + H^г + S^г_{op+к} + O^г + N^г = 100\ \%.$$

Пересчет элементарного состава можно осуществить путем составления соответствующих пропорций. В табл. 3 приведены пересчетные коэффициенты, упрощающие эту задачу.

3 Коэффициенты для пересчета элементарного состава топлив

Искомая масса / Заданная масса	Горючая	Сухая	Рабочая
Горючая	1	$\frac{100 - A^c}{100}$	$\frac{100 - A^p - W^p}{100}$
Сухая	$\frac{100}{100 - A^c}$	1	$\frac{100 - W^p}{100}$
Рабочая	$\frac{100}{100 - A^p - W^p}$	$\frac{100}{100 - W^p}$	1

Теплотехнические расчеты обычно ведут по рабочей массе и отнесенному к ней составу.

Важнейшей характеристикой топлива является его теплота сгорания, которая показывает, какое количество теплоты выделяется при полном сгорании одного килограмма твердого или жидкого топлива или одного кубического метра газа. Теплоту сгорания можно рассчитать, зная химический состав топлива и количество тепла, выделяемое при сгорании каждого элемента. Различают высшую и низшую теплоту сгорания $Q^p_в$ и $Q^p_н$, $Q^p_в$ – тепло, рассчитанное без учета потерь на испарение влаги топлива и влаги, полученной при сгорании водорода. $Q^p_н$ – теплота сгорания, определенная с учетом расхода тепла на испарение влаги.

Теплоту сгорания твердого и жидкого топлива определяют по формуле Д. И. Менделеева (приближенно):

$$Q^p_н = 338\ C^p + 1025\ H^p - 108(O^p + S^p_{op+к}) - 25W^p,\ \text{кДж/кг}\ .$$

Экспериментальное определение теплоты сгорания проводится на калориметрической установке (см. рис. 3.1), включающей водяной калориметр *10* с мешалкой *8*, приводимой электродвигателем *6*. Сам калориметр размещается внутри термостатирующего сосуда *9*, заполняемого водой, необходимая температура которой поддерживается термостатом и измеряется термометром *7*. Сосуд закрыт крышкой *5*. Внутри калориметра устанавливаются калориметрическая бомба *1* и очень точный термометр *3* (обычно это астатический термометр Бэкмана). Считывание температуры проводится с использованием увеличительной лупы *4*. Калориметрическая бомба представляет собою герметичный толстостенный сосуд, в который помещают пробу топлива с заправленной внутрь проволочкой, соединенной с электрическим источником. Бомба заполняется кислородом при давлении 3,0 МПа. При включении электрического тока проволочка раскаляется, поджигая топливо. По количеству воды в калориметре и повышению ее температуры определяют выделившуюся теплоту $Q_б$. Отняв тепловой эффект сопутствующих реакций окисления SO_2 в SO_3 и образования H_2SO_4, и разделив на рабочую массу пробы получим $Q^p_в$:

$$Q^{p}_{в} = Q_{б} - Q_{s} - Q_{NO_3}.$$

Если $Q^{p}_{в}$ определена (например, опытным путем), то легко находится и низшая теплота сгорания

$$Q^{p}_{н} = Q^{p}_{в} - 25\ W^{p} - 226\ H^{p},\ \text{кДж/кг}.$$

Теплоту сгорания газообразных топлив относят обычно к 1 нм^3.

Для сопоставления расходов разных топлив пользуются понятием условного топлива – такого топлива, которое при сгорании выделяет 7000 ккал/кг или 29,3 МДж/кг тепла. Пересчет любого топлива в условное производится умножением $Q^{p}_{н}$ на коэффициент $K = 1/7000$ или $K = 1/29{,}3$.

В табл. 4 для примера приводится состав и теплота сгорания некоторых горючих газов (по данным из [29]).

4 Состав и теплота сгорания горючих газов

Наименование газа	Состав сухого газа, % по объему								$Q^{p}_{н}$, МДж/м^3
	CH_4	H_2	CO	C_nH_m	O_2	CO_2	H_2S	N_2	
Природный	94,9	–	–	3,8	–	0,4	–	0,9	36,7
Коксовый (очищенный)	22,5	57,5	6,8	1,9	0,8	2,3	0,4	7,8	16,6
Доменный	0,3	2,7	28	–	–	10,2	0,3	58,5	4
Сжиженный (ориентировочно)	4	Пропан 79, этан 6, Н– и изобутан 11							88,5

3.2 Элементы теории горения

Я вся горю, не пойму отчего...
В. И. Лебедев-Кумач

*Г*орение – это химическая реакция соединения окислителя с горючими элементами топлива, сопровождающаяся интенсивным выделением тепла и значительным повышением температуры. Для беспрерывного горения необходим бесперебойный подвод топлива и окислителя в зону горения, интенсивное их перемешивание и отвод продуктов сгорания.

Различают гомогенное и гетерогенное горение. При гомогенном горении топливо и окислитель подаются в газообразном состоянии. При гетерогенном – реакции протекают между веществами, имеющими различное агрегатное состояние.

Реакции окисления возможны только при столкновении молекул горючего с молекулами кислорода. Но не все сталкивающиеся молекулы вступают в реакцию, а только те, которые обладают запасом энергии для нарушения внутримолекулярных связей. При низких температурах энергия молекул намного ниже энергии активации, с повышением температуры энергия молекул растет и все химические реакции происходят с большей скоростью, так как число активированных молекул возрастает.

Основные особенности реакции горения объясняются теорией цепных реакций, разработанной лауреатом Нобелевской премии академиком Н. Н. Семеновым. Согласно этой теории реакции горения протекают с образованием цепи непрерывно восстанавливаемых активированных центров. На рис. 3.2 схематично отображен механизм образования цепной реакции при горении. Возбудителем цепной реакции являются активные атомы и даже частицы со свободной валентностью (их называют радикалами), которые легко соединяются с другими атомами, образуя промежуточные комплексы. Последующие взаимо-

действия этих комплексов с другими атомами или группами приводят к образованию конечного продукта реакции и выделению новых радикалов, число которых растет лавинообразно. Из рисунка видно, например, что единственный радикал водорода при столкновении с молекулой кислорода уже после двух промежуточных превращений дает два радикала, затем их становится уже четыре и т.д. Так что реакция вовсе не протекает по уравнению

$$2H_2 + O_2 = 2H_2O,$$

как это принято записывать, опираясь на массовые соотношения. Такие уравнения, отражающие лишь исходные продукты и результат реакции, но не отражающие химизм и кинетику горения, называют стехиометрическими соотношениями. Цепные реакции происходят с огромными скоростями.

Скорость химической реакции w_x зависит от концентрации реагирующих веществ, температуры и давления реагентов

$$w_x = k\, C_A^a\, C_B^b,$$

где C_A и C_B – концентрации; k – константа скорости реакции; a и b – опытные константы, характеризующие влияние каждой из концентраций. Константа скорости реакции при росте температуры увеличивается по закону Аррениуса:

$$k = k_0 e^{-E/(RT)},$$

где E – энергия активации (85 … 170 МДж/кг для газовых смесей).

Температура смеси, при которой цепные реакции происходят с разветвлением, называется температурой воспламенения смеси. Для газов это 500 … 750 °С.

Время сгорания топлива складывается как бы из двух частей

$$\tau = \tau_{физ} + \tau_{хим}.$$

За $\tau_{физ}$ достигается контакт топлива с окислителем, $\tau_{хим}$ – время протекания непосредственно химической реакции. Если $\tau_{физ} << \tau_{хим}$, то горение называют кинетическим. Кинетическое горение характерно для газовой смеси, где кислорода больше, чем теоретически необходимо для сгорания, Если же $\tau_{физ} >> \tau_{хим}$, то горение называют диффузионным. Такое горение имеет место, когда топливо и окислитель подаются раздельно, а перемешивание их осуществляется за счет взаимной диффузии.

Та зона, где происходит непосредственное горение называется пламенем. Если смесь газа тщательно подготовлена (перемешана), то пламя имеет малую толщину от 0,003 до 0,6 мм – говорят о фронте пламени. Фронт пламени перемещается со скоростью 6 … 30 м/с. При повышении давления скорость фронта пламени резко возрастает и сгорание переходит в детонацию – это практически взрывное горение, когда скорость пламени достигает нескольких километров в секунду.

Скорость пламени зависит от процентного содержания горючего газа в смеси. Бедные (мало горючего) и очень богатые смеси не зажигаются обычным способом и не горят (см. табл. 5). Скорость пламени заметно повышается с увеличением температуры смеси. Присутствие балласта N_2 и CO_2 снижает скорость пламени почти пропорционально их процентному содержанию.

Различают ламинарное (спокойное, струйчатое) сгорание смеси и турбулентное горение, которое на практике встречается намного чаще (в большинстве технических устройств). Если скорость смеси $w_{см}$ больше, чем скорость пламени $w_{пл}$, то возможен отрыв пламени от горелки, при $w_{см} < w_{пл}$ – проскок пламени внутрь горелки. И то и другое – явления нежелательные и опасные.

Гетерогенное горение сопровождается рядом особенностей.

5 Примерные значения концентраций и температур
воспламенения газо-воздушных смесей
при t = 20 °С и p = 0,1 МПа (по данным из [30])

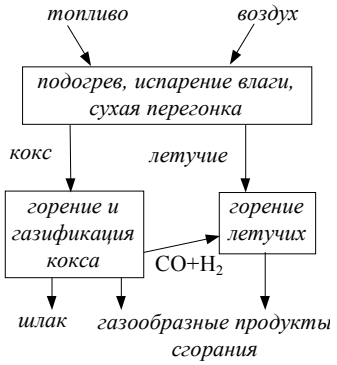


Рис. 3.4 Этапы сгорания

Газ	Химическая формула	Пределы концентраций, нижний – верхний, %		Температура воспламенения
Водород	H_2	4,0 ... 9,5	65 ... 75	580 ... 590
Окись углерода	CO	12 ... 15,6	71 ... 75	644 ... 658
Метан	CH_4	4,9 ... 6,3	12 ... 15,4	650 ... 750
Этан	C_2H_6	3,1	12,5	
Пропан	C_3H_6	2,4	9,5	
Бутан	C_4H_{10}	1,9	8,4	
Этилен	C_2H_4	3,0	28,6	542 ... 547
Ацетилен	C_2H_2	2,5	80,0	406 ... 440
Природный газ	–	5,1 ... 5,8	12,1 ... 13,9	

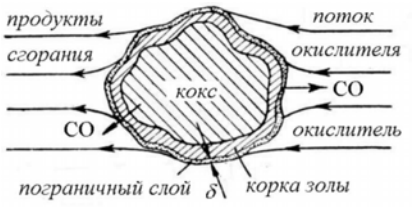


Рис. 3.5 Схема выгорания твер

Процесс сжигания жидкого топлива состоит из распыливания его при помощи форсунок, испарения и термического разложения топлива, смешения полученных газообразных продуктов с воздухом, зажигания и собственно горения. Распыливание позволяет во много тысяч раз увеличить поверхность соприкосновения жидкости с газом. Образующийся при горении факел включает в себя все три фазы: жидкую, твердую (дисперсный углерод от разложения жидких углеводородов, зола) и газообразную (продукты разложения). Скорость горения зависит от условий сжигания: смесеобразования, степени аэрации, степени турбулизации факела, температуры камеры сгорания. Светится факел за счет раскаленного дисперсного углерода, который (при недожоге) может выпадать в виде сажи. На рис. 3.3 приведено схематично *мазу* распределение отдельных зон внутри факела при сжигании мазута в топке.

Сжигание твердого топлива имеет также свои особенности. Обычно сжигание проводят в слое. Кокс сгорает на колосниковой решетке, а летучие – в топочном пространстве. Основные стадии процесса приведены на рис. 3.4. На рис. 3.5 приведена схематическая картина сжигания твердого топлива в потоке окислителя. Скорость гетерогенной реакции зависит от температуры, давления и концентрации реагирующих веществ, определяемой скоростью диффузии окислителя к углероду. В пограничном ламинарном слое окислитель передается к горючим элементам только диффузией. Толщина пограничного слоя δ зависит от скорости потока и с увеличением ее уменьшается. Скорость реакции определяется тем, какой процесс диффузия или собственно реакция горения является лимитирующим.

Горение технического твердого топлива зависит также от способа шлакоудаления, так как по мере выгорания углерода на поверхности частиц топлива образуется золовая корка, затрудняющая доступ окислителя. Под действием высокой температуры зола может размягчаться и даже расплавиться. Топливо как бы сваривается (зашлаковывается). Зашлаковывание затрудняет доступ окислителя даже к выделяющимся горючим летучим. О склонности топлива к зашлаковыванию слоя судят по характеристикам его золы: температуре начала деформации, температуре размягчения, температуре плавления.

При сжигании топлива на колосниковых решетках выделяют зону окисления и зону восстановления, где практически весь кислород воздуха оказывается израсходованным под влиянием высокой температуры CO_2 восстанавливается до CO:

$$CO_2 + C \rightarrow 2CO.$$

Там же протекают и другие реакции газификации, в результате которых над слоем топлива будет иметься смесь горючих газов. Чтобы дать возможность им сгореть, в топочное пространство необхо-

димо подавать дополнительно воздух. Это делают или, применяя тонкий слой и "острое" дутье (это дутье рядом струй с большой скоростью), или, при толстом слое, организуют вторичное дутье прямо в топочное пространство.

Если размеры частиц уменьшить, а скорость воздуха увеличивать, то сила аэродинамического давления может оказаться больше веса частиц и слой топлива станет или "кипящим" или превратится во взвешенный слой (гетерогенный факел). Основные стадии сгорания при этом сохраняются, но благодаря большой поверхности, турбулизации, интенсивному золоудалению скорость и интенсивность горения во много раз увеличиваются. По поверхности факела развиваются в основном окислительные процессы. В ядре факела пылеугольных топок развивается очень высокие температуры (до 1700 °С) и поэтому здесь газификационные процессы играют еще большую роль:

$$CO_2 + C \rightarrow 2CO \quad \text{и} \quad C + H_2O \rightarrow CO + H_2 \,.$$

Таким образом, при сжигании твердых топлив имеется и кинетическое горение (так горит смесь летучих с воздухом) и диффузионное горение (в основном так выгорает кокс).

Знакомясь со свойствами и особенностями сжигания топлив, следует обратить внимание еще на одну проблему. Тепловые машины и теплогенерирующее оборудование, а так же связанные с ними добыча, транспортировка и переработка топлив, стали в настоящее время одним из основных источников загрязнения окружающей среды вредными выбросами, содержащимися в продуктах сгорания, и отбросным теплом. Теплотехническая наука разработала и предлагает различные рекомендации, приемы и технические устройства, направленные на уменьшение этих вредных воздействий, однако подробное знакомство с ними выходит за рамки нашей учебной дисциплины. Государственным стандартом образования изучение экологических проблем, связанных в том числе и с теплоэнергетикой, предусмотрено на старших курсах в отдельной специальной дисциплине, а также в дисциплине "Нетрадиционные возобновляемые источники энергии".

3.3 Технические расчеты горения

О

сновой технических расчетов горения являются материальные балансы итоговых реакций горения всех горючих компонентов топлива, ибо каким бы сложным ни был состав топлива, углерод в конечном счете сгорает до CO_2, водород – до H_2O, сера – до SO_2. Окислителем обычно служит воздух. Количество его должно быть, естественно, достаточным для полного сгорания всех горючих элементов. Эти реакции запишем в виде следующих стехиометрических уравнений

$$C + O_2 = CO_2, \quad 2C + O_2 = 2CO,$$

$$2H_2 + O_2 = 2H_2O, \quad S + O_2 = SO_2,$$

$$2CO + O_2 = 2CO_2 \text{ и др.}$$

Для первой реакции, где на один моль углерода нужно затратить два моля кислорода, чтобы получился один моль углекислого газа, материальный баланс запишется так:

$$12 \text{ кг } C + 32 \text{ кг } O_2 = 44 \text{ кг } CO_2 + 404 \text{ МДж}.$$

Такие балансы позволяют определять (составлением пропорций) как необходимое для сгорания количество кислорода, так и количество продуктов реакции. Учитывая, что атмосферный воздух содержит 23 % по массе кислорода, можно определить теоретически необходимое для полного сгорания количество воздуха на каждый из горючих элементов, и, зная элементарный состав топлива – для сгорания одного килограмма топлива.

Именно таким путем получена следующая формула для расчета теоретически необходимого количества воздуха для полного сгорания одного килограмма топлива (в $кг_{возд}/кг_{топл}$):

$$L_0 = 0{,}115(C^p + 0{,}375\ S^p_{ор+к}) + 0{,}342H^p - 0{,}0431O^p\ .$$

Если разделить это выражение на плотность воздуха при нормальных физических условиях (ρ_0 = 1,293 кг/м^3), то получим объемное теоретически необходимое количество воздуха (в нм$^3_{возд}$/кг$_{топл}$):

$$V_0 = 0{,}0899\ (C^p + 0{,}375S^p_{ор+к}) + 0{,}265H^p - 0{,}0333O^p\ .$$

Эти формулы применимы для твердого и жидкого топлив. Для газообразного топлива теоретически необходимый объем воздуха относят к одному нм^3 газа.

На практике невозможно обеспечить идеальное перемешивание топлива и воздуха и поэтому, чтобы обеспечить полное сгорание всегда подается воздуха несколько больше, чем это теоретически необходимо. Отношение действительного объемного количества воздуха $V_д$, подаваемого для сгорания, к теоретически необходимому V_0 называют коэффициентом избытка воздуха α

$$\alpha = V_д / V_0\ .$$

При нормальной организации топочного процесса $\alpha > 1$, причем чем совершеннее топка и лучше горелочные устройства, тем меньше приходится подавать "лишнего" воздуха $\Delta V = (\alpha - 1)\ V_0$. В лучших топочных устройствах α составляет 1,05 … 1,1, в плохих – до 1,3 … 1,5. Однако бывает и $\alpha < 1$ (при газификации) и даже $\alpha = 0$ (при сухой перегонке топлив). Увеличение α приводит к понижению температуры горения, увеличению потерь и снижению КПД тепловых устройств.

При проектировании теплогенерирующих агрегатов нужно знать количество образующихся при сгорании топлива газов, чтобы правильно рассчитать газоходы, дымовую трубу, выбрать устройство (дымосос) для удаления этих газов и т.д. Как правило, количества продуктов сгорания (как и подаваемого воздуха) относят к единице массы топлива (на один килограмм для твердого и жидкого и на один кубический метр в нормальных условиях для газа). Продукты сгорания представляют собою смесь газообразных продуктов: CO_2, SO_2, H_2O, N_2, избыточный кислород O_2. При организации топочных процессов стремятся обеспечить полное сгорание топлива, т.е. окислить углерод до CO_2, а водород – до H_2O. Обычно количество продуктов неполного горения (CO, H_2), а также оксида азота NO столь мало, что их наличие не оказывает существенного влияния на суммарный объем газов. Принято объем продуктов сгорания (в нм^3/кг$_{топл}$ делить на две части: сухие газы и водяные пары:

$$V_{пс} = V_{сг} + V_{H_2O}\ ,$$

где

$$V_{сг} = V_{CO_2} + V_{SO_2} + V_{N_2} + V_{O_2}\ .$$

В процентах это выглядит так:

$$CO_2 + SO_2 + N_2 + O_2 = 100\ \%.$$

Объем сухих газов находится как сумма теоретического объема сухих газов и объема избыточного воздуха:

$$V_{сг} = V_{0сг} + (\alpha - 1)\ V_0\ .$$

При $\alpha > 1$ объем газов рассчитывают по формуле, полученной составлением соответствующих пропорций для реакций горения:

$$V_{сг} = 0{,}0186(C^{р} + 0{,}375S^{р}_{ор+к}) + 0{,}79\alpha V_0 + 0{,}21(\alpha - 1)V_0 , \quad нм^3/кг_{топл} . \tag{3.1}$$

Здесь $0{,}21(\alpha - 1)V_0$ – избыточный кислород воздуха, "транзитом" проходящий в продукты сгорания; $0{,}79\alpha V_0$ – азот воздуха, также проходящий "транзитом" через топку (азотом топлива пренебрегаем). Если в формулу (3.1) поставить $\alpha = 1$, то получим теоретическое объемное количество сухих газов, получающихся при сжигании одного килограмма топлива:

$$V_{0сг} = 0{,}0186(C^{р} + 0{,}375S^{р}_{ор+к}) + 0{,}79V_0 .$$

Объемное количество водяных паров с учетом влаги топлива находят по формуле

$$V_{H_2O} = 0{,}112\ H^{р} + 0{,}0124\ W^{р}\ (нм^3/кг).$$

При проектировании и эксплуатации теплотехнических агрегатов нужно знать состав газов, чтобы рассчитать их теплоемкость, определяющую количество теплоты, отдаваемой ими при охлаждении. В частности, наличие заметных количеств продуктов неполного горения (CO, H_2, CH_4) говорит о плохой организации топочного процесса, а высокая концентрация кислорода указывает на чрезмерно большой избыток воздуха.

Анализ продуктов сгорания производят с помощью специальных приборов – газоанализаторов. Обычно при газовом анализе водяные пары конденсируются, а затем последовательно поглощаются отдельные составляющие: SO_2, CO_2, O_2. Результаты анализа получают по сухим продуктам сгорания. По результатам анализа можно определить α:

$$\alpha = \frac{21}{21 - 79\dfrac{O_2}{100 - (SO_2 + CO_2 + O_2)}} ,$$

O_2, SO_2 и др. – процентное содержание этих газов в продуктах сгорания.

Энтальпию продуктов сгорания рассчитывают для твердых и жидких топлив на один килограмм топлива, для газов – на 1 $нм^3$ по формуле

$$H_{п} = H_{0г} + (\alpha - 1)H_{0в}\ (кДж/кг \text{ или } кДж/нм^3). \tag{3.2}$$

Здесь $H_{0г}$ – энтальпия теоретического объема продуктов сгорания

$$H_{0г} = \sum_{1}^{n} c_i t_i m_i ;$$

$H_{0в}$ – энтальпия теоретически необходимого объема воздуха $H_{0в} = c_в t_в m_в$. Значения теплоемкостей c_i, $c_в$ приводятся в справочниках, температуры t_i всех газов одинаковы.

Поскольку теплоемкость газов зависит от температуры, а также, учитывая, что $H_п = f(\alpha)$, удобно для расчетов использовать графическую интерпретацию формулы (3.2) в виде H–t диаграммы. Для этого по формуле (3.2) рассчитывают значения $H_п$ при разных α и t, и откладывают соответствующие точки на диаграмме. Наличие диаграммы упрощает многие расчеты, позволяя легко определить температуру по энтальпии газа и наоборот.

Очень просто, например, определяется теоретическая температура горения – такая температура, до которой нагрелись бы продукты сгорания, если бы все тепло расходовалось только на их нагрев. В этом случае энтальпия газов будет определяться следующей суммой теплот

$$H_{\text{п}} = Q^{\text{р}}_{\text{н}} + Q_{\text{в}} + Q_{\text{тф}}, \qquad (3.3)$$

где $Q_{\text{в}}$ – теплота воздуха; $Q_{\text{тф}}$ – физическая теплота топлива. Если воздух и топливо подаются на сгорание при температуре t, близкой к $t_0 = 0$ °С, то эти слагаемые можно не учитывать. Зная $H_{\text{п}}$ и α, по диаграмме находим $t_{\max\,\text{п}}$.

Для наиболее распространенных топлив H–t диаграммы приводятся в справочной литературе. На диаграмме обычно указывается дополнительно состав (объемный) продуктов сгорания, расход воздуха для полного сгорания одного килограмма топлива, содержание H_2O в продуктах сгорания.

На рис. 3.6 приведена H–t диаграмма продуктов сгорания одного из распространенных природных газов. Теплота сгорания этого газа $Q^{\text{р}}_{\text{н}} = 34{,}96$ МДж/нм^3 и из диаграммы видно, что при $\alpha = 2{,}0$ величина $t_{\max\,\text{п}} = 1260$ °С, а при $\alpha = 1{,}2 \ldots 1900$ °С.

В процессе сгорания топлива теплота может передаваться конвекцией и излучением нагреваемым поверхностям. В результате газы охлаждаются, их энтальпия снижается. Этот процесс на рис. 3.6 изображается линией a–b, при этом $\alpha = \text{const}$, а максимальная температура горения уменьшается.

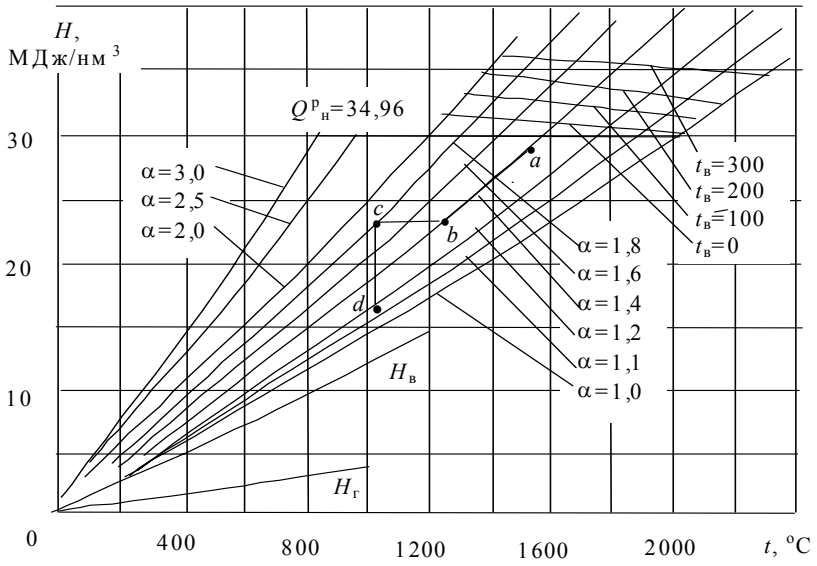


Рис. 3.6 *H–t* диаграмма продуктов сгорания природного газа Саратовского месторождения

Часто для удаления продуктов сгорания их отсасывают, создавая разрежение. Тогда через неплотности к ним может подсасываться атмосферный воздух и коэффициент избытка воздуха при этом увеличится. Энтальпия газов при этом практически не изменится, поскольку энтальпия подсасываемого холодного воздуха близка к нулю. Следовательно, подмешивание (присос) холодного воздуха к продуктам сгорания изобразится в H–t диаграмме горизонтальной линией b–c. Изотермический процесс на нашей диаграмме изобразится отрезком вертикали c–d. Эта линия изображает процесс смешения дымовых газов с воздухом при такой интенсивности подогрева, что температура смеси остается постоянной.

Если дымовые газы смешиваются с подогретым воздухом, то энтальпия смеси будет определяться формулой (3.3), т.е. включать в себя и энтальпию воздуха. В верхней части диаграммы нанесены линии, при помощи которых с учетом этого легко находится максимальная температура горения при подаче воздуха с температурами 0 °С, 100 °С, 200 °С и т.д. На H–t диаграмме нанесена также кривая $H_{\text{в}}$, отражающая зависимость энтальпии воздуха от его температуры, линия $H_{\text{г}}$ дает такую же зависимость для газа.

ВОПРОСЫ ЗАЧЕТНОГО МИНИМУМА ПО РАЗДЕЛУ 3

1 Что называют топливом?

2 Дайте классификацию топлив по методу получения, по агрегатному состоянию. Приведите примеры.

3 Каков элементарный состав топлива?

4 Что называют рабочей, сухой и горючей массой топлива?

5 Назовите горючие элементы, входящие в состав топлива.

6 Назовите негорючие элементы, входящие в состав топлива.

7 Что составляет балласт?

8 Из чего состоит зола?

9 В какой форме присутствует влага в топливе? Как определяют внешнюю влажность топлива?

10 Можно ли, зная элементарный состав по рабочей массе, определить его по горючей массе?

11 Что называют теплотой сгорания топлива?

12 Чем различаются верхняя и нижняя теплоты сгорания?

13 Как экспериментально определяют теплоту сгорания?

14 Можно ли рассчитать теплоту сгорания, если известен элементарный состав топлива?

15 Что такое условное топливо?

16 Что называют горением? Какие виды горения Вы знаете?

17 Столкнувшись с молекулой кислорода, любая молекула горючего элемента вступит с ней в реакцию?

18 В чем суть цепных реакций горения?

19 От чего зависит скорость горения?

20 Как условно разбивают время реакции горения?

21 Когда возникает кинетическое, а когда диффузионное горение?

22 От чего зависит скорость распространения пламени?

23 При каких условиях смесь горючего газа с окислителем вообще не загорается?

24 Что называют температурой самовоспламенения топлива?

25 Какое горение называют детонацией?

26 Опишите особенности гетерогенного горения.

27 Что называют коксом?

28 Для чего делается вторичное дутье? Острое дутье?

29 В чем преимущества сжигания твердых топлив в кипящем слое?

30 Что лежит в основе технических расчетов горения?

31 Что называют теоретически необходимым объемом воздуха для сжигания одного килограмма топлива?

32 Что характеризует величина коэффициента избытка воздуха?

33 Как определяют объем сухих газов при сжигании топлив?

34 Как проводится анализ газообразных продуктов сгорания? Для чего он нужен?

35 Из чего складывается энтальпия продуктов сгорания?

36 Как строится *H–t* диаграмма? Для чего она нужна?

37 Как с помощью *H–t* диаграммы определяется максимальная температура горения?

38 Как на *H–t* диаграмме изобразится процесс подмешивания холодного воздуха к продуктам сгорания?

39 Как на *H–t* диаграмме изобразится процесс охлаждения продуктов сгорания?

40 Как на *H–t* диаграмме изобразится процесс изотермического отвода тепла от продуктов сгорания?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Величие человека в его способности мыслить

Б. Паскаль

Каждый, кто внимательно и может быть неоднократно перечитал эту книгу, подводя итоги, неизбежно должен отметить для себя, что наука о теплоте – это обширная и сложная область знаний, весьма и весьма важных для практики. Даже краткое, конспективное изложение основ этой науки позволяет представить, как сильно и разнообразно влияние различных внешних и внутренних факторов на процессы трансформации различных видов энергии друг в друга, на интенсивность процессов тепло- и массообмена, на ход и результаты процессов, протекающих при сжигании топлив. Еще раз мысленно перелистывая эти ставшие знакомыми страницы, вдумчивый читатель заметит, как много разнообразных аналитических и экспериментальных методов используется для решения большинства важнейших практических задач, встающих при проектировании, изготовлении и эксплуатации теплотехнического оборудования.

Признаем, что много сложного, трудного для понимания и усвоения материала вместила эта небольшая книга. При подготовке рукописи автор постоянно сверял себя с известным изречением А. И. Герцена: "Нет трудных наук, есть трудное их изложение", и по мере своих сил и таланта старался сделать это изложение простым, доходчивым и понятным, согревая себя мыслью, что это облегчит студентам работу с книгой. И тем не менее, каждый, кто дал себе труд проштудировать этот материал, вероятно отметил для себя, что усвоение теоретических основ теплотехники требуют значительных умственных усилий, усидчивости и силы воли. Наверное другого и не может быть, когда человек ставит перед собой благородную задачу разобраться и до конца понять сложные явления природы, чтобы научиться использовать их в дальнейшем с пользой и во благо и себе, и всему обществу. Тем большее удовлетворение и гордое ощущение величия духа испытывает тот, кто закрывая ее, уверено может заявить, что теперь он понял, знает и сможет применить на практике те достижения научной мысли, которые по крупицам были выведаны у природы великими учеными, известными исследователями и рядовыми инженерами.

С новым багажом полученных знаний, успехов тебе, дорогой читатель, на пути к овладению выбранной профессией!

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Гельфер Я. М.** История и методология термодинамики и статистической физики. М., 1981. 536 с.

2 **Леонова В. Ф.** Термодинамика. М., 1968. 158 с.

3 **Кондуков К. Б.** Краткий курс термодинамики. М., 1973. 248 с.

4 **Нащокин В. В.** Техническая термодинамика и теплопередача. М., 1980. 496 с.

5 **Кириллин В. А., Сычев В. В., Шейндлин А. Е.** Техническая термодинамика. М., 1983. 416 с.

6 **Мухачев Г. А., Щукин В. К.** Термодинамика и теплопередача. М., 1991. 482 с.

7 **Эксергетические** расчеты технических систем: Справ. пособие / Под ред. А. А. Долинского и В. М. Бродянского. Киев, 1991. 360 с.

8 **Сатин Б. С., Булеков А. П.** Эксергетический метод в химической технологии. М., 1992. 206 с.

9 **Варгафтик К. Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., 1972. 720 с.

10 **Ривкин С. Л., Александров А. А.** Термодинамические свойства воды и водяного пара. М., 1973. 79 с.

11 **Киреев В. А.** Методы практических расчетов в термодинамике химических реакций. М., 1975. 535 с.

12 **Ляшков В. И.** Компьютерные расчеты в термодинамике. Тамбов: ТГТУ, 1997. 105 с.

13 **Коздоба Л. А.** Электрическое моделирование явлений тепло- и массопереноса. М., 1972. 296 с.

14 **Теплофизические** измерения и приборы / Е. С. Платунов, С. Е. Буравой, В. В. Курепин, Г. С. Петров. Л., 1986. 256 с.

15 **Теоретические** основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент.: Справочник / Под общ. ред. В. А. Григорьева и В. М. Зорина. М., 1988. 560 с.

16 **Дульнев Г. Н., Новиков В. В.** Процессы переноса в неоднородных средах. Л., 1991. 247 с.

17 **Зарубин В. С.** Расчет и оптимизация термоизоляции. М., 1991. 189 с.

18 **Дульнев Г. Н., Парфенов В. Г., Сигалов А. В.** Применение ЭВМ для решения задач теплообмена. М., 1990. 207 с.

19 **Ши Д.** Численные методы в задачах теплообмена. М., 1978. 328 с.

20 **Юдаев Б. Н.** Техническая термодинамика и теплопередача. М., 1988. 479 с.

21 **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. М., 1967. 599 с.

22 **Беляев Н. М., Рядно А. А.** Методы нестационарной теплопроводности. М., 1978. 328 с.

23 **Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.** Теплопередача. М., 1981. 417 с.

24 **Михеев М. А., Михеева И. М.** Основы теплопередачи. М., 1973. 319 с.

25 **Калинин З. К., Дрейцер Г. А., Ярхо С. А.** Интенсификация теплообмена в каналах. М., 1981. 207 с.

26 **Задачник** по технической термодинамике и теории тепломассообмена / Под ред. В. И. Крутова и Г. Б. Преображенского. М., 1986. 383 с.

27 **Рудобашта С. П.** Массоперенос в системах с твердой фазой. М., 1980. 248 с.

28 **Основные** положения энергетической стратегии России на период до 2020 года (проект). М., 2000. 58 с.

29 **Теплотехника** / Под ред. В. И. Крутова. М., 1986. 426 с.

30 **Теплотехника** / Под ред. А. П. Баскакова. М., 1982. 264 с.