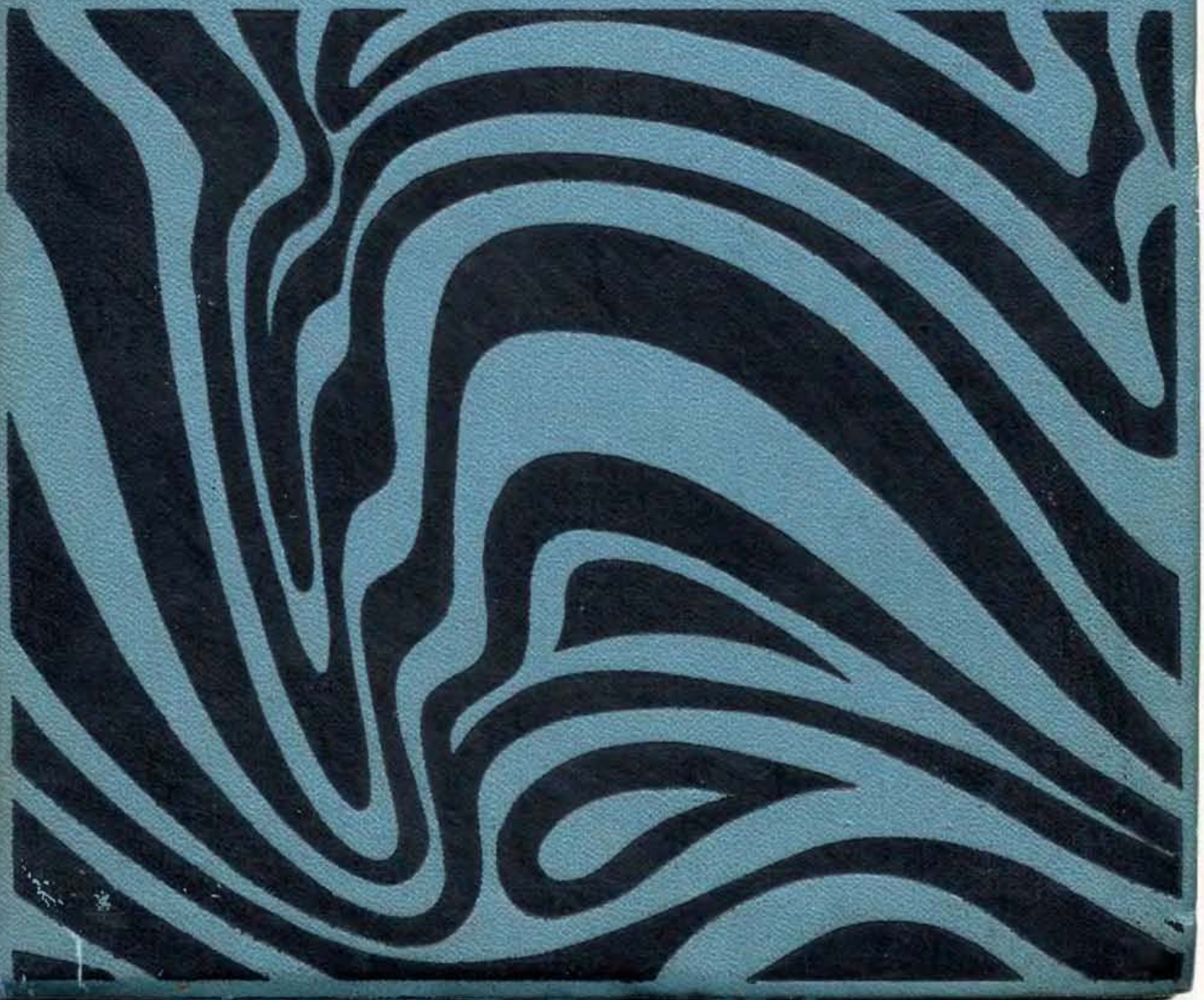
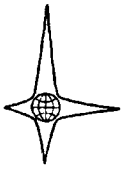
Библиотека СОК

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

Р. ДЕ УИСТ

ГИДРОГЕОЛОГИЯ С ОСНОВАМИ ГИДРОЛОГИИ СУШИ





ИЗДАТЕЛЬСТВО
«МИР»

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

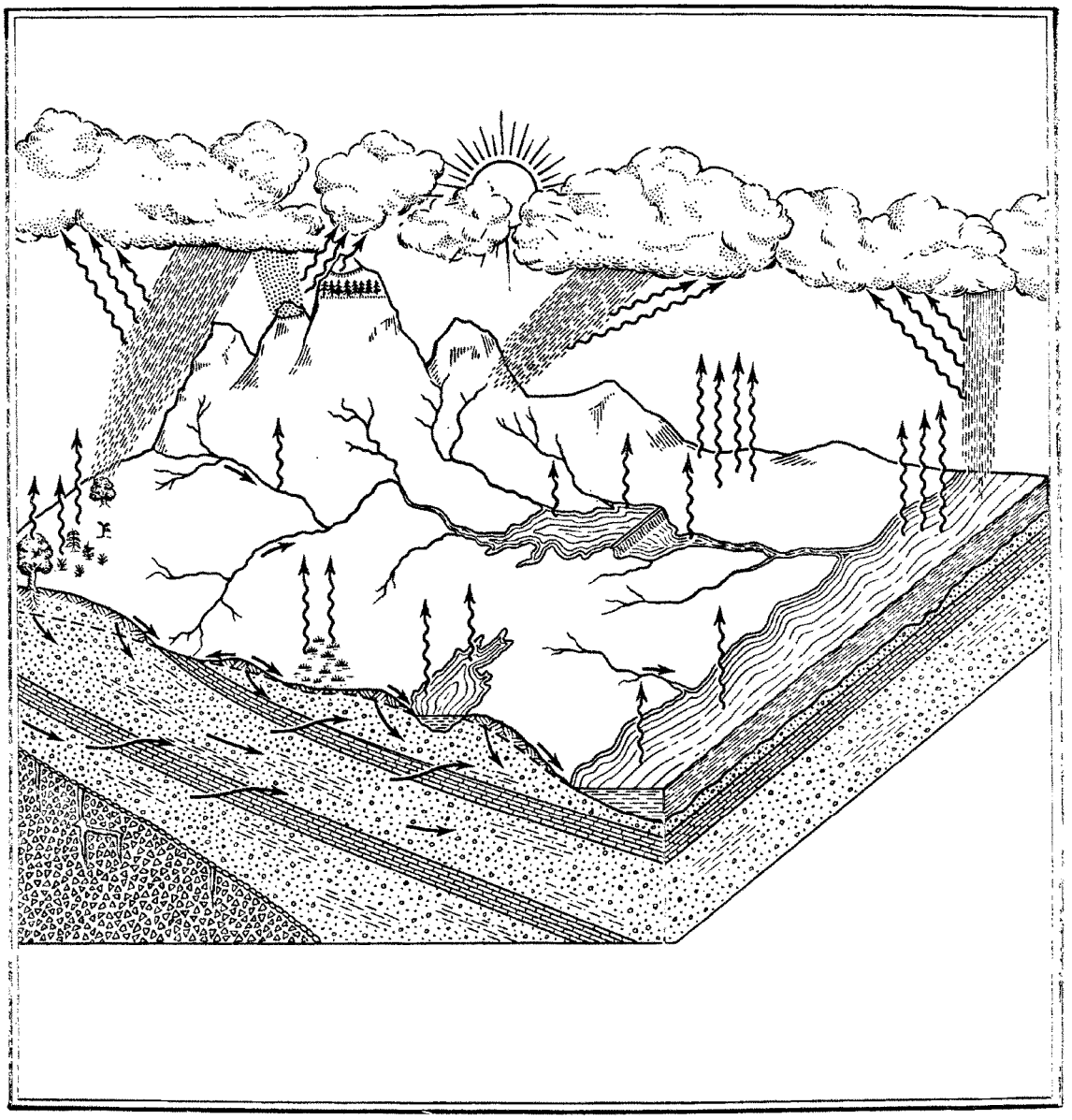
Фундаментальные труды зарубежных ученых по геологии, геофизике и геохимии

Р. де Уист

ГИДРОГЕОЛОГИЯ ГИДРОЛОГИИ СУШИ

Том I

Издательство «МИР»
Москва
1969



С ОСНОВАМИ

Geohydrology

Roger J. M. De Wiest

Freeman Fellow ASCE
Professor of Hydraulics and Hydrology
Princeton University

JOHN WILEY & SONS, INC.
NEW YORK LONDON SYDNEY
1965

УДК 551.48, 551.49

ПЕРЕВОД С АНГЛИЙСКОГО

В. А. Иванова

ПОД РЕДАКЦИЕЙ И С ПРЕДИСЛОВИЕМ

канд. геол.-мин. наук ***И. С. Зекцера*** *и канд. геол.-мин. наук* ***В. С. Ковалевского***

В книге рассмотрен ряд вопросов гидрогеологии и гидрологии суши. В главах, посвященных гидрогеологии, изложены основы динамики подземных вод и анализ методов изучения движения подземных вод как в естественных, так и в нарушенных условиях. Подробно описаны способы определения притока воды к скважине, расчета гидрогеологических параметров водоносных горизонтов с учетом перетекания через слабопроницаемые слои, рассмотрены вопросы формирования и движения подземных вод в нефтеносных и приморских районах, методы моделирования гидрогеологических процессов.

В главе, где приведены основные сведения по гидрологии суши, проанализированы элементы водного баланса — атмосферные осадки, испарение, поверхностный и подземный сток, рассмотрено влияние на водный баланс искусственных факторов — водохранилищ и эксплуатации подземных вод. Значительное внимание уделено взаимосвязи поверхностных и подземных вод.

Книга предназначена для гидрогеологов, специалистов в смежных с гидрогеологией областях, преподавателей и студентов.

Редакция литературы по вопросам геологических наук

Инд. 2-9-2

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга Роджера Дж. М. де Уиста — одна из немногих американских монографий по гидрогеологии, переведенных на русский язык. Всего три книги подобного рода, но более узкие по содержанию, предшествовали предлагаемому изданию. В 1912 г. была опубликована монография одного из основателей гидрогеологии Ч. С. Слихтера «Подземные воды», затем в 1933—1935 гг.— книги крупного американского гидрогеолога О. Э. Мейнцера «Гидрогеологические понятия, определения и термины» и «Учение о подземных водах». С тех пор гидрогеология в США шагнула вперед и назрела необходимость ознакомить советских читателей с достижениями американских гидрогеологов.

В данной книге также кратко описано современное состояние науки о поверхностных водах в США. Более подробно гидрология суши в представлении американских специалистов изложена в книге Р. К. Линслея и др. «Прикладная гидрология», вышедшей в 1962 г. в русском переводе.

Де Уист — автор многих работ по гидрогеологии, имеет большой опыт в области гражданского строительства, проявляет живой интерес к советским работам, в частности им переведен на английский язык фундаментальный труд П. Я. Полубариновой-Кочиной «Теория движения грунтовых вод», в результате чего эта работа получила широкую известность за рубежом.

Основное достоинство предлагаемой книги заключается в том, что в ней вопросы гидрогеологии и гидрологии суши рассмотрены в тесной взаимосвязи. В книге обобщен в систематизированном виде теоретический и практический опыт гидрогеологических исследований в США и некоторых других странах, что безусловно представляет значительный интерес. Материал изложен строгим математическим языком, книга хорошо иллюстрирована, к каждой главе приложена обширная библиография.

Книга де Уиста содержит ряд материалов, которые ранее не публиковались на русском языке, например: различные методы оценки перетекания подземных вод, водное законодательство США. С удовлетворением будет принят обзор достижений в области изучения контактирования пресных и соленых вод.

Некоторые вопросы описаны сжато и вместе с тем достаточно полно по охвату темы, и в такой форме не встречаются ни в одном из литературных источников на русском языке. Это прежде всего глава о моделировании гидрогеологических процессов, где довольно подробно рассмотрен щелевой лоток Хеле-Шоу и его модификации, раздел об искусственном восполнении подземных вод. Интересны сведения по гидравлике, которые обычно недостаточно освещены в учебниках гидрогеологии. Детально рассмотрены законы Пуазейля и Дарси.

Представляют интерес разделы, посвященные истории гидрогеологических исследований и работам современных зарубежных гидрогеологов. Достаточно подробно разобраны вопросы терминологии.

К сожалению, автор не всегда равномерно освещает те или иные вопросы. Иногда с излишней подробностью изложены известные положения, а некоторые методы, например метод построения единичных гидрографов, описаны настолько кратко, что читатель не может применить их на практике, не воспользовавшись дополнительной литературой. При описании одних методов исследований указывается лишь их сущность и условия применимости, другие же изложены детально с выводами и доказательствами.

В учебнике де Уиста недостаточно учтен опыт советских специалистов, таких, как Ф. М. Бочевер, Н. Н. Веригин, В. Д. Бабушкин, Н. Н. Биндеман, Н. К. Гиринский, Б. И. Куделин, В. М. Шестаков, В. Н. Щелкачев.

Книга рассчитана на гидрогеологов, будет полезна также специалистам, занимающимся изучением водного баланса и водных ресурсов по программе Международного гидрологического десятилетия, в осуществлении которого Советский Союз принимает активное участие.

В целях лучшего понимания материала редакторы сочли целесообразным поместить в конце книги таблицы и графики перевода английской системы мер в метрическую.

И. Зекцер
В. Ковалевский

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Опыт преподавания гидрогеологии в течение последних нескольких лет убедил автора в необходимости написать учебник, в котором излагались бы основные принципы теории подземных вод в строгой математической форме. Рассматриваемому предмету уже посвящено несколько превосходных книг. Однако они или охватывают слишком обширный материал, или их содержание ограничено узкоспециальной тематикой. При работе над учебником автор использовал лекции, прочитанные им слушателям летних курсов, организованных Национальным научным фондом. В завершении книги немалую роль сыграла помощь коллег автора по курсам.

Предлагаемая книга не охватывает ряда вопросов, которые вошли в другую работу автора — «Гидрогеология», — написанную совместно с профессором Стэнфордского университета Стэнли Н. Дэвисом, где читатель найдет главы, посвященные физическим и химическим свойствам воды, качеству воды, радиоактивным изотопам в подземных водах, методам поисков подземных вод, воде в изверженных и метаморфических породах и т. д. Обе книги дополняют одна другую и тематика их, несомненно, заинтересует специалистов.

Книга написана для инженеров-строителей, работающих в области изучения и использования подземных вод, и преподавателей гидрогеологии. Она также будет полезна ученым и преподавателям, занятым в смежных дисциплинах — геологии, земледелии, геофизике, нефтяной промышленности и др., а также специалистам по водному хозяйству и водным ресурсам.

Эффективность преподавания и интерес студентов к гидрогеологии повышаются, если перед этой темой прочитано восемь-десять лекций по основам гидрологии суши. Поэтому автор счел необходимым в гл. 2 изложить гидрологию поверхностных вод. В гл. 3 приведены основные гидрогеологические понятия и определения, рассматривается водное законодательство. В гл. 4 автор пытается объяснить теорию движения подземных вод студентам с недостаточной подготовкой в математике и гидромеханике, т. е. в учебнике отдается предпочтение так называемой гидравлической теории, хотя в нем нашлось место и для изложения строго разработанной гидродинамической теории. Знакомство с гидродинамическими принципами и формулировками, а также с элементарными понятиями и положениями подготавливает студента к изучению раздела о течении жидкостей в пористых средах, теория которого интенсивно разрабатывается. Там, где необходимо, описаны математические методы, используемые в соответствии с гидродинамической теорией. Так, для записи закона сохранения массы автор применяет дифференциальное уравнение в частных производных. Сложные переменные не используются, хотя это сильно ограничивает изложение предлагаемого предмета и препятствует применению эффективных методов анализа. Части текста учебника, посвященные более сложным вопросам, которые можно опустить на начальном этапе изучения, напечатаны мелким шрифтом. В гл. 5 рассмотрены вопросы гидротехнического строительства. В гл. 6 изложены

движение воды к скважинам и теория перетекания подземных вод, а в гл. 7— применение принципа силового потенциала Губберта и теоретических положений Н. Лущинского относительно гидростатического напора для решения проблемы вторжения соленых вод. Эти теории доступны изучающим гидрогеологию и необходимы для теоретической подготовки гидрогеолога. И, наконец, гл. 8 посвящена моделированию гидрогеологических процессов. Особое внимание уделено прибору Хеле-Шоу и электрическим моделям, потому что они принадлежат к наиболее гибким инструментам исследования.

Автор посвящает свою книгу Бельгийскому обществу финансирования транспорта и промышленности и Американскому обществу гражданских инженеров. Работа в этих организациях в значительной степени способствовала росту автора как ученого и преподавателя.

Роджер Дж. М. де Уист

Принстон, штат Нью-Джерси
Январь 1965 г.

ГЛАВА 1

Введение

1.1. ПОНЯТИЕ «ГИДРОГЕОЛОГИЯ»

Учение о подземных водах обычно охватывает физические и химические свойства, геологические условия, движение, восполнение и использование подземных вод. Бельгийские [1], французские [2] исследователи и ученые Латинской Америки [3] называют его *гидрогеологией*. Немецкие ученые [4] определяли термин *гидрология* как раздел науки, посвященный подземным водам. В США также пытались ограничить термин *гидрология*, обозначая им науку о подземных водах, а учение о поверхностных водах называли *гидрографией* и *гидрометрией* [5]. В 1938 г. исполнительный комитет Международной ассоциации научной гидрологии (МАНГ) принял термины: *гидрология* для обозначения науки, изучающей подземные воды, *потамология* — для учения о реках, *лимнология* — для учения об озерах и *криология* — для науки о снеге и льде.

На заседании МАНГ в 1939 г. Мейнцер [6] впервые предложил термин *геогидрология* для названия науки о подземных водах. До него Мид [7], бывший президент Американского общества гражданских инженеров, инженер-гидравлик по специальности, определил *гидрогеологию* как учение о законах распространения и движения подземных вод. Инженеры и геологи согласны с Мидом, что гидрогеология «должна включать элементы общей геологии, позволяющие судить о влиянии геологических процессов на гидрографические условия». Мид отметил особый характер учения о «подземных водах как геологического фактора, знание которого способствует выяснению происхождения и развития рек и всей гидрографической сети».

По определению Мейнцера, *гидрология* изучает воду, совершающую круговорот в природе, с момента выпадения в виде атмосферных осадков на поверхность суши до момента возвращения в море или атмосферу. Он подразделил гидрологию на *гидрологию поверхностных вод* и *гидрологию подземных вод*, или *геогидрологию*.

Разногласия возникли относительно точного значения слов *гидрогеология* и *геогидрология*. Мид и Мейнцер, авторы классических учебников по гидрологии, использовали оба термина для обозначения одной и той же области гидрологии. Однако многие американские геологи, следуя буквальному значению слова *гидрогеология*, стали применять его для обозначения учения как о поверхностных, так и о подземных водах.

Тематика предлагаемого учебника в основном ограничена подземными водами, его заглавие выбрано в соответствии с определением Мейнцера и означает гидрологию подземных вод; при этом не делается упора на геологический характер последних.

Геологи, инженеры-гидравлики, агрономы, химики и физики, специализирующиеся в науках о Земле, часто получают наилучшие научные и практические результаты путем объединения своих усилий. Научное сотрудничество стало необходимостью по мере развития гидрогеологических исследований. В последнее время благодаря распространению зарубежной литературы [8] научные работы не дублируют. Знание гидрогеологии нужно

не только специалистам, оценивающим запасы подземных вод, но и инженерам, занимающимся дренажом и орошением. Законы дисперсии и диффузии в пористых средах, применяемые инженерами-нефтяниками при изучении миграции нефти и газа, используют при изучении вторжения морских вод в прибрежные водоносные горизонты. Область движения флюидов через пористые среды не ограничена горными породами и грунтами: инженеры-механики исследуют процесс теплообмена, связанный с движением газа через пористые среды; инженеры-химики изучают перенос газа из смеси в жидкий растворитель. Таким образом, обширная литература по физике движения жидкости или газа через пористые среды становится доступной гидрогеологам [9, 10].

1.2. ИСТОРИЯ ГИДРОГЕОЛОГИИ

Использование подземных вод

Еще в древности в засушливых густонаселенных районах Азии с развитым сельским хозяйством вследствие нехватки воды строили колодцы и водосборные галереи [13]. Литература того времени изобилует описаниями добычи воды из колодцев, особенно много об этом сказано в библейской Книге Бытия.

На Ближнем Востоке человек, преодолевая большие трудности и используя силу животных, с помощью подъемных механизмов и примитивных ручных орудий строил колодцы. Колодцы большого диаметра были пунктами водоснабжения на караванных путях. Глубина их обычно не превышала 50 *м*. Еще в 3000 г. до н. э. египтяне применяли колонковое бурение при работах в каменоломнях, однако для строительства колодцев оно не использовалось. В Китае был изобретен станок ударно-канатного бурения для сооружения колодцев, который в принципе не отличался от современных буровых машин [12]. Древнее техническое оборудование было в основном деревянным и приводилось в движение преимущественно вручную. Несмотря на медленные темпы бурения, которое длилось несколько лет или даже десятилетий, люди в древности сооружали глубокие колодцы. Мы знаем о колодцах глубиной 1200 [13] и 1500 *м* [14]. Однако глубокие колодцы строились главным образом для добычи рассолов и газа, а не для получения питьевой воды. В настоящее время население сельских районов Лаоса, Камбоджи, Таиланда, Бирмы и Китая продолжает использовать древние методы добычи воды, которые за прошедшие 1500 лет в этих странах претерпели лишь незначительные изменения [1].

Огромным достижением людей древности было использование подземных вод путем сооружения водосборных галерей, берущих воду из аллювиальных отложений конусов выноса и рыхлых осадочных пород. Эти сооружения длиной в несколько километров накапливали воду как для сельскохозяйственных целей, так и для водоснабжения. Впервые водосборные галереи, вероятно, были применены более 2500 лет в Иране, вскоре их стали строить в Афганистане и Египте. Одна из больших систем таких галерей, построенная около 500 г. до н. э. в Египте, давала воду на орошение 3500 $км^2$ плодородных земель к западу от Нила [14]. В Иране и Афганистане водосборные галереи действуют и поныне. В Иране подобного рода сооружение построено в аллювиальных конусах выноса района хребта Эльбурс.

Из-за отсутствия культурных связей с древним Китаем ударное бурение в Западной Европе разрабатывалось более или менее самостоятельно.

---

[1] В последние годы в этих странах с помощью иностранных, в том числе советских, специалистов проводятся значительные гидрогеологические исследования, выполняемые на современном уровне.— *Прим. ред.*

Толчком к его развитию послужило открытие самоизливающихся подземных вод во Фландрии около 1100 г., а затем несколько десятилетий спустя в восточной Англии и Северной Италии. В 1126 г. монахами-картезианцами из монастыря, расположенного вблизи деревни Лилле, был вырыт один из первых колодцев в Европе.

В Гоннегеме около Бетюна (Фландрия) [15] было пробурено четыре скважины, обсадные трубы которых возвышались на 4,2 *м* над землей, вода подавалась на достаточную высоту и приводила в движение водяную мельницу [16]. На территории высокогорного плато провинции Артуа скважины глубиной десятки и сотни метров вскрыли напорные воды в трещиноватых известковых породах, выходящих на поверхность. Скважины района Артуа приобрели такую известность, что самоизливающиеся скважины впоследствии были названы артезианскими [12, 17].

Расширение поисков артезианских вод способствовало быстрому развитию буровой техники. Во Франции интерес к этим работам был так велик, что несколько лет Королевское сельскохозяйственное общество ежегодно награждало медалями и присуждало премии тем, кто занимался поисками и эксплуатацией напорных подземных вод [17]. Хотя европейские методы бурения были более быстрыми и эффективными, чем древнекитайские, лишь в XIX в. глубина скважин, пробуренных машинами, превысила глубину китайских колодцев.

В течение последних ста лет благодаря опыту, полученному при бурении нефтяных и газовых скважин, быстро совершенствовались методы бурения скважин на воду. Большим достижением в области буровой техники явилось вращательное бурение. Первоначально вращательное бурение производилось с внешними обсадными трубами, но примерно около 1890 г. нашли, что густой буровой раствор удерживает стенки скважины от разрушения, поэтому от внешних обсадных труб отказались. После этого усовершенствования и успешного применения на нефтяных месторождениях Спиндлтоп в Техасе в 1901 г. вращательное бурение стало особенно популярным [11, 13].

Совершенствование турбонасосов для глубоких скважин в 1910—1930 гг. стимулировало дальнейшее развитие бурения скважин. Ранее глубокие скважины были оборудованы маломощными поршневыми насосами с низкой производительностью. Благодаря турбонасосам стало возможным широко использовать подземные воды для орошения. Возросшая производительность скважин требовала увеличения их диаметра и срока службы.

Многие новшества бурения скважин на воду (обратновсасывающее бурение, скважины с гравийной засыпкой и с расширенной призабойной зоной) получили всеобщее распространение, хотя при бурении скважин на воду по-прежнему используют опыт бурения нефтяных скважин.

Представления о происхождении подземных вод в древности

Если учесть важность подземных вод для древних цивилизаций Востока, нас удивит почти полное отсутствие теорий их происхождения в те времена. Греки много размышляли над происхождением подземных вод, но, как ни странно, не достигли больших успехов в решении этого вопроса, особенно в сравнении с изумительными достижениями в философии и математике. Вероятно, отрицательную роль сыграло здесь мнение Платона и других философов, утверждавших, что наука не должна основываться на экспериментах и наблюдениях. В результате между теорией и практикой возник большой разрыв. Почти 2000 лет научные воззрения древних греков служили основой развития догматической науки о Земле, достигшей вершины в средние века, примерно между 1250 и 1450 гг., в схоластических трудах Альберта Магнуса (1206—1280) и Фомы Аквинского (1225—1274) и продолжавшей существовать вплоть до XVIII в.

Древние греки поражались несоответствием количества атмосферных осадков размеру речного стока. Они с удивлением наблюдали пещеры, карстовые воронки и родники, характерные для областей распространения известняков, покрывающих значительную часть территории Балканского полуострова. Происхождение рек чаще всего объясняли тем, что их питают большие родники, которые в свою очередь пополняются подземными реками или озерами, соединенными прямо или косвенно с океаном. В этой связи древних естествоиспытателей интересовали две проблемы: 1) как морские воды превращаются в пресные и 2) как они поднимаются до уровня родников, находящихся высоко в горах.

Фалес Милетский (конец VII — начало VI вв. до н. э.), принадлежавший к ионийской школе философов, по существу, стал первым ученым-гидрологом. Он считал, что вода есть начало всего. Вода — то, из чего возникли все вещи и во что они в конце концов превращаются. Вода, по его утверждению, под действием ветра поступает в земные недра, а оттуда в результате давления пород поднимается на поверхность, образуя родники. Древнегреческий философ-идеалист Платон (427—347 гг. до н. э.) источником всей речной воды считал огромную подземную пещеру, куда по каналам поступает морская вода. Полного объяснения механизма этой циркуляции не давалось. Крайнайн [18] полагает, что такое толкование идей Платона, оказавших влияние на средневековую науку, неправильно; в своем труде Critias Платон довольно точно описывает круговорот воды в природе. Ученик Платона Аристотель (384—322 гг. до н. э.) существенно переработал идеи своего учителя о происхождении подземных вод. Аристотель учил, что подземные воды формируются в сложной губкообразной системе подземных пустот, куда из недр земли поступает водяной пар. Образовавшиеся таким образом воды питают родники. Аристотель все же признавал, что вода, накапливающаяся в подземных пещерах, имеет своим источником дождевую воду, которая после фильтрации через грунт поступает в пещеры в жидком, а не газообразном виде [19, 20].

Римский архитектор и инженер Марк Витрувий (вторая половина I в. до н. э.) сделал большой вклад в науку и технику древности. Прежде всего он известен своими работами по архитектуре, особенно по акустике зданий. Он был одним из тех, кто правильно понял сущность круговорота воды в природе. Витрувий считал, что вода тающих снегов просачивается в землю горных областей и появляется вновь на меньших высотах в виде родников. В противоположность этому ученому Луций Анней Сенека (род. между 6 и 3 гг. до н. э.— ум. в 65 г. н.э.), представитель философского направления — римского стоицизма, придерживался теории Аристотеля, но отрицал возможность инфильтрации атмосферных осадков. Утверждение Сенеки, что атмосферные осадки не могут быть источником родниковой воды, принималось в течение более чем 1500 лет [19, 20].

Французский естествоиспытатель Бернар Палисси (род. около 1510 г.— ум. в 1589 или 1590 г.) [36], по-видимому, первый из ученых имел вполне современное представление о круговороте воды в природе, что видно из диалога Теории и Практики, приведенном в его труде «Воды и родники» («Des eaux et fontaines»). Тем не менее многие научные представления греков и римлян господствовали до конца XVII в. Два наиболее влиятельных ученых своего времени — Иоганн Кеплер (1571—1630), выдающийся немецкий астроном, и Атанасиус Кирхер (1601—1680), немецкий естествоиспытатель и математик, развивали идеи Сенеки и Аристотеля [19]. Кеплер утверждал, что Земля подобна большому животному, перерабатывающему морскую воду; пресная вода родников — конечный продукт обмена веществ, происходящего в Земле. Кирхер в 1664 г. опубликовал книгу «Подземный мир» («Mundus subterraneus»), пользующуюся большой популярностью у ученых XVII в. Это сочинение было претенциозным по размаху и непревзойденным по поле-

ту фантазии. Кирхер утверждал, что морская вода поступает по подземным каналам в огромные пустоты в горах, откуда она вытекает в виде родников. Водовороты, в особенности мистический Мальстрем у побережья Норвегии, Кирхер считал местами, где вода уходит в глубь земли через отверстия в дне моря.

Между расцветом научного мышления и концом эпохи Возрождения около 1600 г. в гидрогеологии не было больших достижений. Почти все древние философы и естествоиспытатели не могли выяснить, что: 1) в земных недрах не существует пустот, где скапливается морская вода; 2) природные силы, способные перемещать воду против силы тяжести, такие, как всасывание воды грунтом под воздействием вакуума, образованного ветром, волны, капиллярное притяжение, все же не в состоянии перемещать громадные массы воды в недрах земли; 3) морская вода не опресняется после просачивания через грунт; 4) атмосферных осадков вполне достаточно для питания рек и родников; 5) атмосферные осадки инфильтруются в больших количествах.

Основатели гидрогеологии

Французские ученые Пьер Перро (1608—1680) и Эдм Мариотт (1620—1684) [5, 19, 20] доказали, что атмосферные осадки — источник речной воды. Перро [37] измерил количество осадков, выпавших в бассейне реки Сены за 1668—1670 гг.; среднегодовая величина составила 520 *мм*. Он также сделал вывод, что речной сток равняется только $^1/_6$ общего количества атмосферных осадков, выпадающих на территории бассейна. Тем самым было доказано, что атмосферных осадков более чем достаточно для питания реки. Перро также изучал испарение и капиллярное поднятие воды. Он доказал, что в результате капиллярного поднятия не может образоваться свободная масса воды выше уровня подземных вод и высота капиллярного поднятия в песке меньше одного метра. Мариотт измерил в подвалах Парижской обсерватории количество инфильтровавшихся атмосферных осадков и нашел прямую зависимость между количеством инфильтровавшейся воды и количеством атмосферных осадков. Труды Мариотта были опубликованы в Париже в 1686 г., уже после его смерти. В 1717 г. в Лейдене вышел сборник его работ [21]. Последний включает «Трактат о движении вод» («Du mouvement des eaux»), где описаны свойства жидкостей, причины самоизлива колодцев, происхождение ветра, ливней, ураганов и других явлений. Используя поплавковый метод, Мариотт определил расход реки Сены у Королевского моста в Париже, он оказался равным 200 000 куб. футов в минуту или 105 000 000 000 куб. футов в год, что составляет менее $^1/_6$ всего годового количества осадков, выпадающих в части бассейна реки Сены, расположенной выше Парижа. Мариотт писал: «Если одна треть атмосферных осадков испаряется с поверхности земли и еще одна треть задерживается в земле, остается достаточно воды для колодцев и рек». Таким образом, Мариотт подтвердил мнение Перро об источнике воды для речного стока. Несколько лет спустя известный английский астроном и геофизик Эдмунд Галлей (1656—1742) опубликовал исследования по испарению с поверхности Средиземного моря. Он установил, что объем воды, испарившейся из Средиземного моря, равен количеству воды, которое поступает в него через реки. Данные Галлея подтвердили выводы французских ученых [5].

Еще древние греки делали различные предположения относительно артезианских колодцев, но правильно это явление было объяснено лишь в первой половине XVIII в. Впервые верное, но формальное объяснение этому явлению дал выдающийся арабский философ Бируни (972 или 973—1048) [1] [22]. Значительно позже, в 1715 г., ректор Падуанского университета

[1] Абу-Рейхан-Мухаммед ибн-Ахмед аль-Бируни — выдающийся хорезмский ученый-энциклопедист, писал на арабском языке.— *Прим. ред.*

Антонио Валлисниери опубликовал сочинение об артезианских водах Италии, которое было по тому времени наиболее обоснованным научным трудом в этой области. Статья была иллюстрирована геологическими разрезами (одними из первых), составленными Иоганном Шёйхцером [1].

Известный французский инженер Анри Дарси (1803—1858) [23] впервые четко сформулировал закон фильтрации подземных вод. До него этой проблемой занимались Хаген и Пуазейль. Дарси поручили организовать водоснабжение города Дижона. В 1856 г. он представил доклад о коммунальном водоснабжении Дижона и в приложении к докладу привел математическую формулу, полученную на основании результатов экспериментов по фильтрации воды через песок. Доклад Дарси напоминал скорее научную монографию по гидравлике, чем отчет о проделанной работе.

Современная гидрогеология

За истекшее столетие гидрогеологические проблемы разрабатывались преимущественно в следующих направлениях: 1) геологические условия распространения подземных вод; 2) вывод математических формул для характеристики движения воды через плотные и рыхлые породы и 3) гидрогеохимические исследования.

Изучением геологических условий распространения подземных вод занималось так много ученых, что трудно назвать их фамилии. Многие русские геологи исследовали подземные воды зоны многолетней мерзлоты. Голландские геологи внесли вклад в изучение подземных вод прибрежных песчаных дюн. Японские геологи и геофизики известны многочисленными исследованиями термальных источников. Английский ученый Уильям Смит в 1827 г. использовал геологические данные при решении проблемы улучшения водоснабжения города Скарборо [24]. Изучив местные геологические условия, он рекомендовал для увеличения запасов подземных вод перекрыть плотиной родник, дающий городу-воду. Француз Габриель Огюст Добре [25] написал один из первых научных трудов, посвященных геологии подземных вод. Из современных гидрогеологов можно отметить Г. Т. Стернса, превосходно описавшего подземные воды вулканических пород на Гавайских островах. У. М. Дэвис и Дж. Г. Брец изучали известняковые пещеры. Прекрасная работа о коренных породах Южной Африки принадлежит дю Тойту. Среди геологов, внесших вклад в развитие гидрогеологии, следует отметить О. Э. Мейнцера. Этот ученый разработал методы оценки баланса подземных вод, теорию движения напорных подземных вод, обратил внимание на значение фреатофитов при поисках подземных вод; однако основная заслуга Мейнцера заключается в формировании учения о подземных водах в самостоятельную науку [38]. Мейнцер, будучи сотрудником Геологической службы США в 1920—1940 гг., проделал большую работу по анализу и определению гидрогеологических явлений, объединил отдельные области молодой тогда науки — гидрогеологии.

Достижения в области гидравлики подземных вод гораздо легче связать с деятельностью отдельных лиц, находивших ту или иную формулу, чего нельзя сказать о геологии, в которой большое значение имеет разработка общих понятий. Французский ученый Жюль Дюпюи [26] первый вывел формулу для притока подземных вод к скважине. Свою работу Дюпюи опубликовал всего лишь семью годами позже появления монографии Дарси, однако в ней он успешно использовал закон Дарси. В 1870 г. немецкий ученый Адольф Тим [27] видоизменил формулу Дюпюи, наблюдая изменение уровня воды в пьезометрах, расположенных около скважины, из которой произво-

[1] Иоганн Якоб Шёйхцер (1672—1733) — швейцарский естествоиспытатель, опубликовал ряд работ по геологии и палеонтологии. — *Прим. ред.*

дилась откачка; с помощью этой формулы он успешно вычислил гидравлические характеристики водоносного горизонта. На протяжении многих лет Тим совершенствовал свой метод, применяя его в различных полевых условиях. В 1886 г. австрийский ученый Филипп Форхгеймер [28] впервые широко применил методы высшей математики в изучении движения подземных вод. Он ввел понятие *эквипотенциальных поверхностей* и установил связь эквипотенциальных линий с линиями тока. Форхгеймер также первый применил в гидрогеологии уравнение Лапласа и метод отображений. Тринадцать лет спустя американец Ч. С. Слихтер [29] независимо от Форхгеймера опубликовал аналогичную работу.

Большой скачок в количественном анализе потока подземных вод произошел в 1935 г., когда Ч. В. Тейс вывел уравнение для неустановившегося движения подземных вод к скважине. Подобная формула была предложена Германом Вебером [в 30] на семь лет раньше Тейса, но формула последнего оказалась более приемлемой. Тейс нашел формулу для потока подземных вод по аналогии с тепловым потоком. Несколько лет спустя Ч. Э. Джейкоб получил это же выражение исключительно на основании гидравлических данных. Впоследствии Джейкоб и многие другие исследователи усовершенствовали формулу Тейса настолько, что ее можно было применить при разнообразных граничных условиях.

Наиболее значительный вклад в математический анализ движения подземных вод сделал Моррис Маскет [31], книга которого о течении жидкости в пористых средах остается непревзойденной с 1937 г., когда она была опубликована. Маскет написал многочисленные оригинальные статьи о движении жидкости под землей, положения которых обсуждаются и в настоящее время. Не менее ценную работу написал М. Кинг Губберт [32]. Его ясно выраженные мысли об основных закономерностях течения жидкости под землей отражают глубокое понимание физики этого явления. Губберт сформулировал закон Дарси на основании уравнений Навье — Стокса и ввел в свою формулу понятие силового потенциала, используемого более широко, чем потенциал скорости, который, строго говоря, можно применять, если изучаемая жидкость — вода с постоянными физико-химическими свойствами. На использовании понятия *силовой потенциал* основана работа Губберта о перемещении несмешивающихся жидкостей в многофазных системах и о гидродинамическом способе извлечения нефти.

Изучению подземных вод уделяют внимание и советские исследователи [8, 33], среди которых Н. Е. Жуковский известен прежде всего как первый ученый, разработавший теорию подъемной силы крыла. Большой вклад внес инженер-гидравлик Н. Н. Павловский [34]. К сожалению, ученые Запада почти ничего не знают о работах советских исследователей. Исключение составляет книга П. Я. Полубариновой-Кочиной, переведенная на английский язык [8]. Известностью пользуется гидрогеолог А. И. Силин-Бекчурин.

Уже более столетия широко практикуется химический анализ воды, однако успешное применение его в гидрологических и геологических изысканиях началось недавно. Эту область исследования стали называть гидрогеохимией. Первые геохимические исследования провели немец Б. М. Лерш в 1864 г. и канадец Т. С. Хант в 1865 г. Ф. У. Кларку принадлежат работы по гидрогеохимии различных районов Северной Америки. Эти работы 1910—1925 гг. написаны на высоком научном уровне. Герман Стеблер провел детальные геохимические исследования отдельных областей США, его региональные гидрогеохимические работы по западным штатам оставались непревзойденными до конца прошлого десятилетия. Современные геохимики, преимущественно советские и французские, подробно изучили химический состав природных вод. Во многих странах при поисках полезных ископаемых используются радиоактивные индикаторы. В Японии, США, СССР и других странах детально разработана методика применения различных изотопов

при гидрогеохимических исследованиях. В настоящее время, особенно в некоторых французских и немецких университетах [35], гидрогеохимия служит предметом исследования и преподается как самостоятельная дисциплина.

1.3. ГИДРОГЕОЛОГИЯ И ХОЗЯЙСТВЕННАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ЧЕЛОВЕКА

Многие вопросы гидрогеологии представляют интерес только для ученых. Тем не менее гидрогеология — одна из наук о Земле, которая своим возникновением в значительной степени обязана требованиям практики. Действительно, многие важные открытия в области гидрогеологии сделаны в результате исследований, проведенных с целью разрешения проблем большого экономического значения. Вероятно, такое положение сохранится в будущем, поскольку потребности в воде, несомненно, будут увеличиваться с ростом населения и промышленности.

С появлением современного оборудования в домашнем хозяйстве, новых промышленных процессов и более совершенной сельскохозяйственной техники потребление воды увеличилось. Вода используется всюду: для мытья, стирки, орошения, охлаждения, тушения огня, в качестве растворителя и т. д. В слаборазвитой сельскохозяйственной стране потребление воды сведено до минимума. При отсутствии водопровода потребление воды на душу населения для питья, приготовления пищи и мытья можно ограничить до 20 *л* в сутки. Но в современной квартире только на одну ванну расходуется воды вдвое больше. При использовании стиральных машин, дождевальных установок для полива газонов и других устройств потребление воды часто достигает 600 *л* на человека в сутки. Если учесть затраты воды промышленностью, проблема водоснабжения даже небольших городов становится трудноразрешимой. Так, на обработку 1 *кг* мяса идет 10 *л* воды, на производство 1 *кг* бумаги — 100 *л*, на изготовление 1 *кг* стали — почти 200 *л*. К счастью, большую часть воды, использованной промышленностью, после соответствующей обработки можно использовать повторно.

Современное сельское хозяйство поглощает огромные количества воды. Многим орошаемым сельскохозяйственным культурам для произрастания необходимо более 400 *л* на 1 *кг* готового продукта. Так, для получения 1 *кг* сена из люцерны требуется более 1000 *л* воды. В животноводстве воды используется мало. Овца потребляет около 6 *л* воды в сутки, лошадь — около 40, корова — около 10 *л* на 1 *л* молока, курица-несушка — от $^1/_2$ до 1 *л* воды в сутки. Поэтому в районах с недостатком воды целесообразнее развивать животноводство и птицеводство.

Хотя большинство крупных городов и ирригационных сооружений используют поверхностные воды, хозяйственное значение подземных вод трудно переоценить. С точки зрения потребления подземные воды имеют следующие преимущества перед поверхностными: 1) обычно подземные воды свободны от патогенных организмов, в связи с чем отпадает необходимость в их очистке; 2) подземные воды имеют почти постоянную температуру, что особенно важно, если вода применяется для охлаждения; 3) подземные воды обычно прозрачны и бесцветны; 4) часто они обладают постоянным химическим составом; 5) запасы подземных вод, как правило, превосходят ресурсы поверхностных вод [1], так что засухи не представляют для них особой опасности; 6) подземные воды почти не подвержены радиохимическому и биологическому загрязнению. В результате длительного действия природного процесса поглощения подземные воды распространены повсеместно, запасов же поверхностных вод часто не хватает.

---

[1] Это положение спорно. Во многих районах основные горизонты пресных подземных вод дренируются речной сетью, в связи с чем их ресурсы составляют лишь часть (для территории СССР в среднем около 24%) речного стока.— *Прим. ред.*

Подземные воды использовать невыгодно: 1) если водоносные породы имеют слабую проницаемость, вследствие чего к скважинам притекает незначительное количество воды; 2) если подземные воды обладают повышенной минерализацией по сравнению с поверхностными водами; 3) если в районах с обильными атмосферными осадками стоимость заложения скважин превышает расходы на эксплуатацию поверхностных вод.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fourmarier P., 1958. Hydrogéologie, Masson, Paris.
2. Schoeller H., 1962. Les eaux souterraines, Masson, Paris.
3. Lopez C. J., 1960. Informe preliminar sobre irrigación con agua subterranea del municipio de Codazzi, Departmento del Magdalena, Servicio Geologico Nacional (Colombia), Bol. Geologica, 9, 47—90.
4. Prinz E., 1919. Handbuch der Hydrogeologie, 1. Aufl., Springer, Berlin; 2. Aufl., 1923.
5. Meinzer O. E., 1942. Introduction, Hydrology, Dover, New York, 1—31.
6. Meinzer O. E., 1942. Hydrology, Dover, New York., 4.
7. Mead D., 1919. Hydrology, the fundamental basis of hydraulic engineering, 1st Ed., McGraw-Hill, New York; 2nd Ed., McGraw-Hill, New York, 1950.
8. De Wiest R. J. M., 1962. Translator's remarks, The theory of ground-water movement by P. Ya. Polubarinova-Kochina, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
9. Scheidegger A. E., 1960. The physics of flow through porous media, Macmillan, New York (см. русский перевод: Шейдеггер А. Э., Физика течения жидкостей через пористые среды, Гостоптехиздат, М., 1960).
10. Bird R. B., Stewart W. E., Lightfoot E. N., 1960. Transport phenomena, Wiley, New York.
11. Brantley J. E., 1961. Hydraulic rotary-drilling system, in History of petroleum engineering, D. V. Carter (Ed.), American Petroleum Institute, New York, 271—452.
12. Brantley J. E., 1961. Percussion-drilling system, in History of petroleum engineering, Carter D. V. (Ed.), American Petroleum Institute, 133—269.
13. Bowman I., 1911. Well-drilling methods, U. S. Geological Survey Water-Supply Paper 257, 23—30.
14. Tolman C. F., 1937. Ground water, McGraw-Hill, New York, 1—25.
15. Blanchard R., 1906. La Flandre, étude géographique de la plaine flamande en France, Belgique et Hollande, Danel, Lille, 8.
16. Hagen G., 1853. Handbuch der Wasserbaukunst, I, Bornträger, Koenigsberg.
17. Norton W. H., 1897. Artesian wells of Iowa, Iowa Geological Survey, 6, 122—134.
18. Krynine P. D., 1960. On the antiquity of sedimentation and hydrology (with some moral conclusions), Bull. Geolog. Soc. of America, **71**, 1721—1726.
19. Adams F. D., 1938. The birth and development of the geological sciences, Dover, New York, 426—460.
20. Baker M. N., Horton R. E., 1936. Historical development of ideas regarding the origin of springs and ground water, Transactions American Geophysical Union, **17**, 395—400.
21. Mariotte E., 1717. Oeuvres de Mr. Mariotte, 2 vols, Leiden.
22. Dampier-Whetham W. C. D., 1931. A history of science and its relations with philosophy and religions, Macmillan, New York.
23. Darcy H., 1856. Les fontaines publiques de la ville de Dijon, V. Dalmont, Paris.
24. Sheppard T., 1917. William Smith, his maps and memoirs, Proceedings Yorkshire Geological Society, 19, new series, 75—253.
25. Daubrée A., 1887. Les eaux souterraines, aux époques anciennes et à l'époque actuelle, Dunod, Paris, 3 vols.
26. Dupuit J., 1863. Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables, 2ed., Dunod, Paris.
27. Thiem A., 1906. Hydrologische Methoden, Gebhardt, Leipzig.
28. Forchheimer Ph., 1886. Über die Ergebigkeit von Brunnen Anlagen und Sickerschlitzen, Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur Vereins zu Hannover, **32**, 539—564.
29. Slichter C. S., 1899. Theoretical investigation of the motion of ground water, U.S. Geological Survey. 19th Annual Report, 2. 295—384.
30. Hall H. P., 1954. A historical review of investigations of seepage toward wells, Journal Boston Society Civil Engineers, 251—311.
31. Muskat M., 1937. The flow of homogeneous fluids through porous media, McGraw-Hill, New York, J. W. Edwards, Ann Arbor, 1946 (см. русский перевод: Маскет М., Течение однородных жидкостей в пористой среде, Гостоптехиздат, М.— Л., 1949).

32. Hubbert M. K., 1940. The theory of ground-water motion, Journal of Geology, November, December.
33. Harr M. E., 1962. Ground water and seepage, McGraw-Hill, New York.
34. Павловский Н. Н., 1956. Собр. соч., т. 2. Движение грунтовых вод, Изд-во АН СССР, Л.
35. De Wiest R. J. M., 1964. Educational facilities in ground-water hydrology and geology, Ground Water, 2, 18—24.
36. Cap P. A., 1961. Les oeuvres complètes de Bernard Palissy—Des eaux et fontaines, Albert Blanchard, Paris, 436—483.
37. Jones P. B., Walker Y. D., Harden R. W., McDaniels. L. L., 1963. The development of the science of hydrology, Texas Water commission, Circular 63-03, 14.
38. Hackett O. M., 1964. The father of modern ground-water hydrology, Ground Water, 2, 2—5.

ГЛАВА 2

Основы гидрологии суши

Гидрогеология, тема предлагаемого учебника,— часть более широкой области знания — гидрологии. Изучающий гидрогеологию не только обязан знать эту науку и представлять ее место среди других наук, но должен установить связь гидрогеологии с другими разделами гидрологии. Поэтому необходимо понимать, как совершается круговорот воды в природе и в каком соотношении находятся его составные элементы. Общая картина круговорота воды [1], изображенная на фиг. 2.1, сейчас представляется настолько ясной, что нам даже трудно понять незнание ее в течение многих веков.

Вода испаряется с поверхности огромных водоемов — океанов — и возвращается туда же. При внутреннем круговороте вода испаряется с поверхности материков и возвращается на землю в виде атмосферных осадков, чтобы снова превратиться в пар, и т. д. При общем круговороте вода испаряется с поверхности океана и образует облака, которые перемещаются в глубь континента, водяные пары в них конденсируются и вновь выпадают на землю. Затем вода по рекам и под землей снова стекает в океан. До сих пор не доказано, что количество воды на земном шаре уменьшается. Если перефразировать хорошо известный закон физики, сформулированный А. Л. Лавуазье, «Rien ne se perd, rien ne se crée» [1], — вода не исчезает, но и не создается вновь. Для человека важно физическое состояние природной воды (жидкое, а не твердое или газообразное), в котором он может ее использовать, а также качество воды. Запасы воды на земном шаре ограничены, а потребность в ней все возрастает, и в недалеком будущем потребление воды превысит ее ресурсы. Поэтому сейчас очень большое значение придают охране вод и борьбе с их загрязнением. До недавнего времени гидрология развивалась недостаточно быстро, и гидрологи не могли справиться с решением проблем, связанных с рациональной эксплуатацией водных ресурсов. Гидрологией занимались больше по призванию, без соответствующего образования, и даже в наши дни имеется еще очень мало научных центров по подготовке специалистов-гидрологов на университетском уровне. Чтобы дать новый толчок развитию гидрологии и способствовать научным исследованиям в этой области, ЮНЕСКО решила провести Международное гидрологическое десятилетие [2].

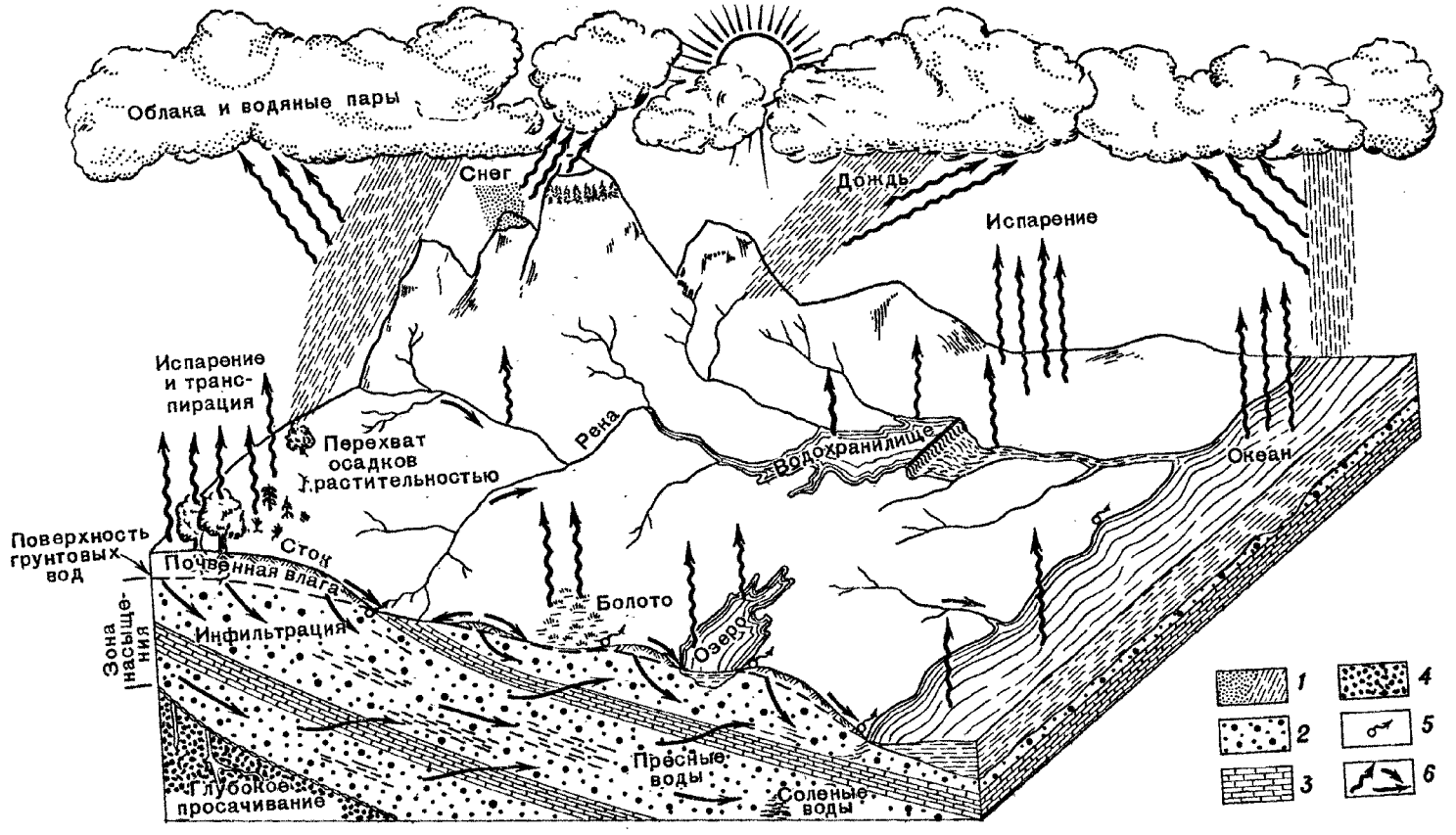
В этой главе автор рассматривает взаимосвязь поверхностных и подземных вод, чтобы привлечь внимание гидрогеологов к вопросам гидрологии суши.

РЕЧНОЙ БАССЕЙН

Речной бассейн — площадь, с которой сток поступает в главный водоток (или отрезок водотока) и его притоки [3]. Границы речного бассейна и границы находящегося под ним бассейна подземных вод иногда не совпадают. Бассейн реки Миссисипи самый большой в США. Он простирается от Скали-

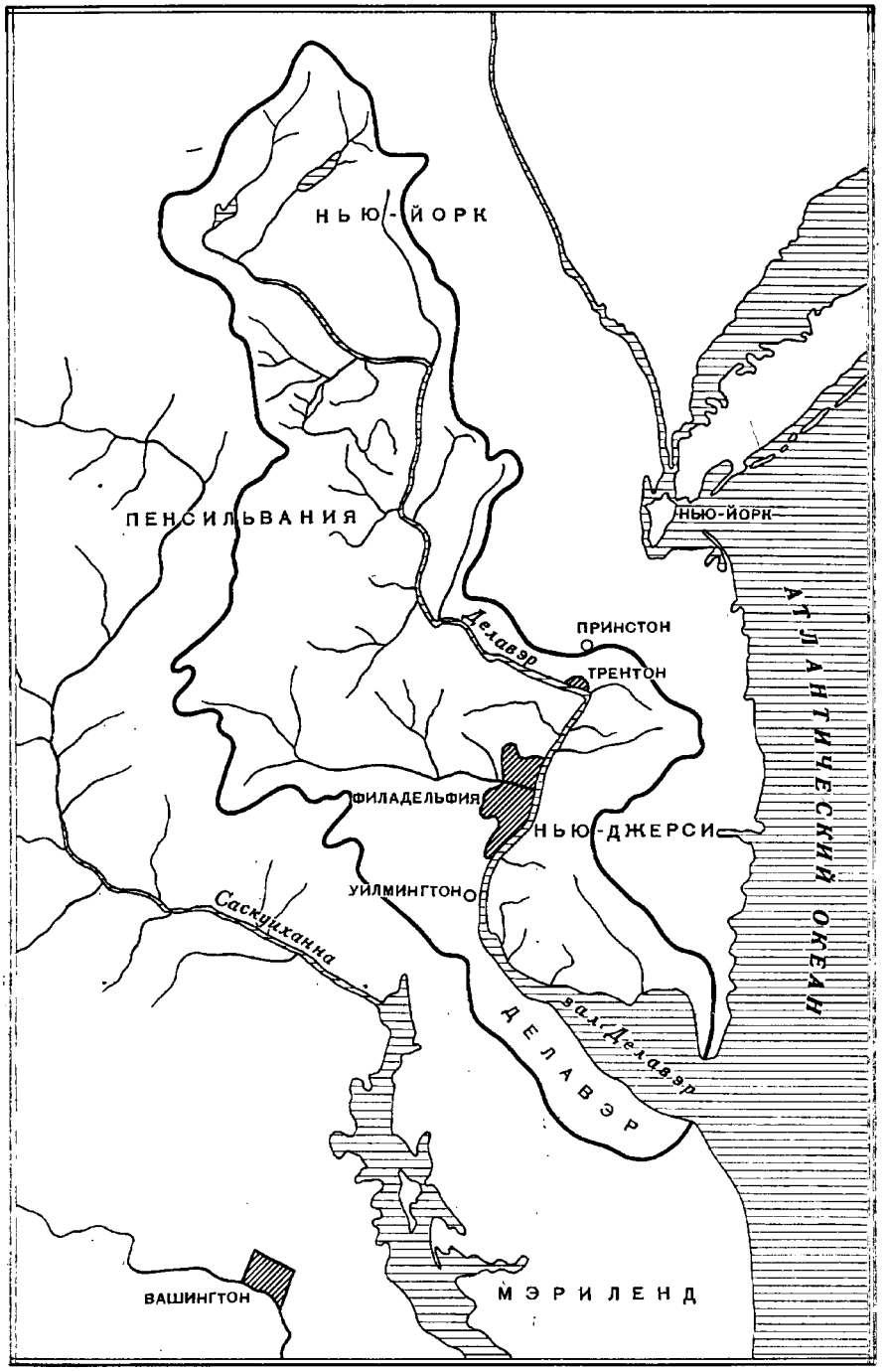
---

[1] «Ничто не исчезает, ничто не создается» (*франц.*). — *Прим. перев.*



Ф и г. 2.1. Круговорот воды в природе.

1 — осадки; *2* — водопроницаемые породы; *3* — слабопроницаемые породы; *4* — непроницаемые породы; *5* — источник; *6* — направление движения воды и водяных паров.



Ф и г. 2.2. Бассейн реки Делавэр.

стых гор до Аппалачей и включает бесчисленные речные бассейны — от огромного бассейна мутной Миссури до малых водосборов, питающих многочисленные притоки. Каждый водоток, даже маленький ручеек, обладает своим водосборным бассейном. Форма больших речных бассейнов обычно веерообразная и напоминает расположение жилок в листе дерева, малые бассейны могут иметь самые разнообразные очертания. Речной бассейн ограничен водоразделом, отделяющим его от соседних бассейнов. Водоразделы можно легко найти на топографической карте. Бассейн притока всегда входит в состав бассейна главной реки, которая, как, например, река Делавэр (фиг. 2.2), впадает непосредственно в море. Речной бассейн служит предметом многочисленных гидрологических исследований (изучение взаимосвязи атмосферных осадков и стока, расчет стока с учетом трансформации паводка, прогноз паводка и др.). Для этого необходимо знать геоморфологию речного бассейна.

2.1. ФИЗИКО-ГЕОГРАФИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕЧНОГО БАССЕЙНА И ЕГО КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Морфология, или физические особенности и формы, речного бассейна подробно рассматривается в учебниках геоморфологии [3, 4]; здесь даются только основные морфологические характеристики речного бассейна.

Площадь водосбора — площадь его горизонтальной проекции, определенная планиметрированием, из которой исключены бессточные области.

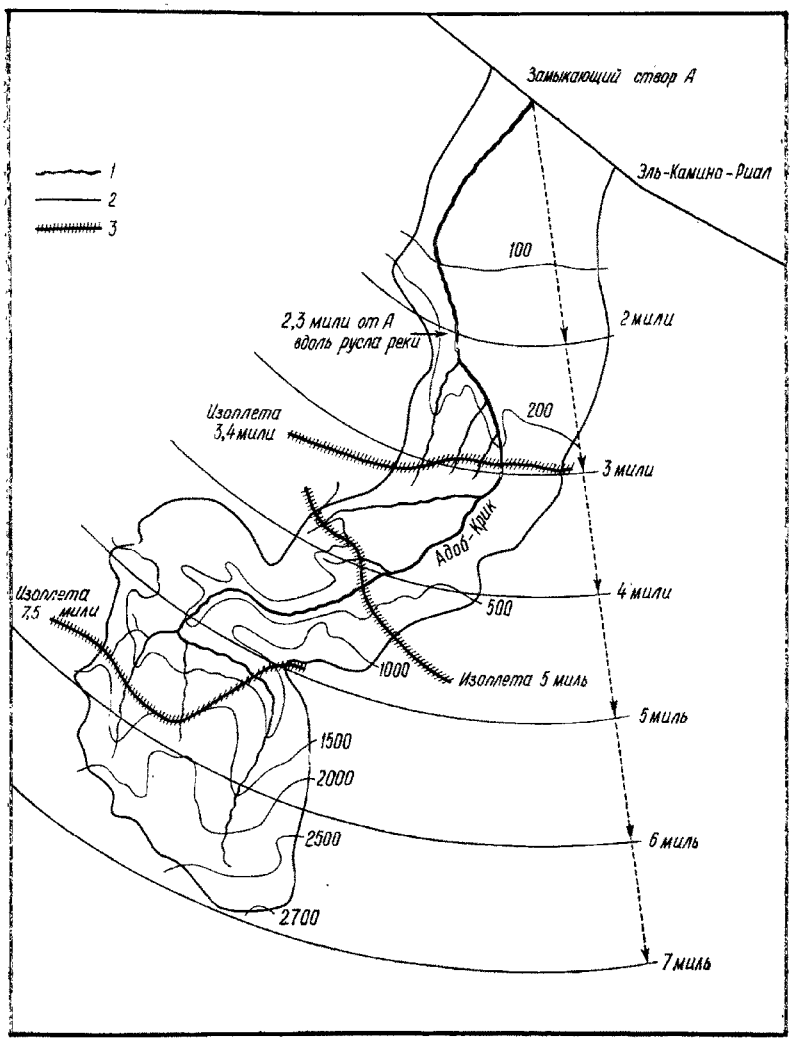
Густота речной сети D_d выражается отношением общей длины рек бассейна к площади бассейна:

$$D_d = \frac{\Sigma L}{A_d}, \tag{2.1}$$

где ΣL — общая длина рек бассейна, A_d — площадь бассейна. Обычно реки подразделяют в зависимости от постоянства их течения. *Постоянные реки* содержат воду в течение круглого года, за исключением периодов очень сильных засух. *Пересыхающие водотоки* несут воду большую часть года, но периодически пересыхают вследствие испарения и инфильтрации воды в берега и дно реки. *Временные водотоки* имеют сток только после сильных дождей или снеготаяния. Поскольку данные о густоте речной сети используют в связи с изучением паводков, при вычислении величины D_d необходимо учитывать все типы рек. Значение D_d служит характеристикой поверхностного стока; в большинстве случаев этот параметр колеблется от величин менее 1 мили на кв. милю для бассейнов со слабо расчлененным рельефом до значений более 5 миль на кв. милю для бассейнов с сильно расчлененным рельефом. Густота речной сети небольшого бассейна реки Адоб-Крик с площадью водосбора 11 кв. миль, расположенного у подножия гор Санта-Клара около Стэнфордского университета в городе Пало-Альто, штат Калифорния, равна 2,18 мили на кв. милю (фиг. 2.3). На этой фигуре также показаны три изоплеты. Изоплета — линия, каждая точка которой находится на равном расстоянии от замыкающего створа по руслу реки или ее притоков. График, изображенный на фиг. 2.4, дает представление о процентном соотношении площади бассейна за пределами изоплет вверх по течению и общей площади водосбора в зависимости от значения изоплет. Зависимость между площадью водосбора и расстоянием от замыкающего створа используют при вычислении распределения стока во времени. 52% водосборной площади реки Адоб-Крик располагается выше точки, которая делит русло реки пополам.

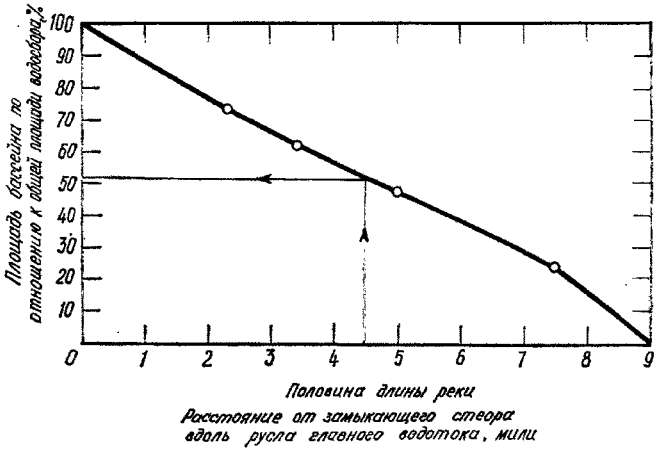
На фиг. 2.5 изображены кривые распределения площади водосбора по высоте [1]. По этим кривым можно судить о профиле бассейна и использо-

[1] Такие кривые называют гипсографическими. — *Прим. ред.*



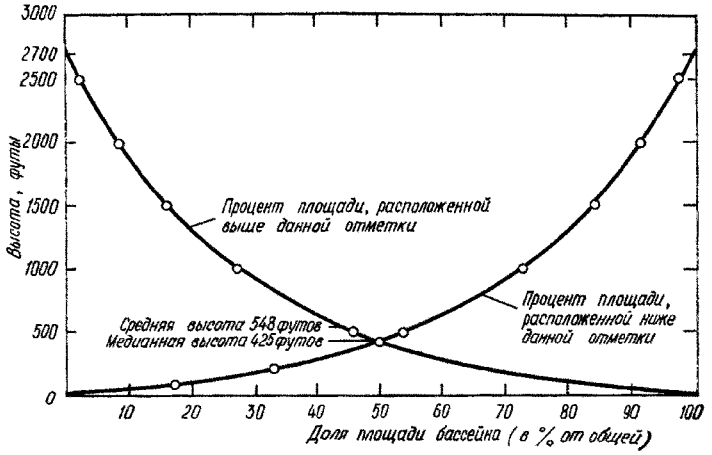
Ф и г. 2.3. Бассейн реки Адоб-Крик около города Пало-Альто, штат Калифорния (площадь 11 кв. миль, плотность речной сети D_d=2,18 мили на кв. милю).

1 — русло реки и ее притоков; *2* — горизонтали; *3* — изоплеты.



Ф и г. 2.4. Распределение площади бассейна реки Адоб-Крик около города Пало-Альто, штат Калифорния, в зависимости от расстояния от замыкающего створа.

вать их для сравнения отдельных водосборов. Данные для построения таких кривых получают путем планиметрирования на топографической карте площадей, ограниченных соседними горизонталями и водораздельной линией; затем строят график зависимости между средними высотами и соответствующими им площадями, выраженными в процентах от всей площади бассейна (фиг. 2.3). Удовлетворительные результаты могут быть получены, если наложить кальку с достаточно частой прямоугольной сеткой на топографическую карту (фиг. 2.6) и подсчитать количество пересечений сетки в пределах каждой высотной зоны. Если имеются данные о количестве осадков на различных высотах, этот метод с успехом применяют при вычислении средней суммы осадков, выпадающих на площади водосбора. *Медианная высота* речного



Ф и г. 2.5. Кривые распределения площади водосбора реки Адоб-Крик по высоте.

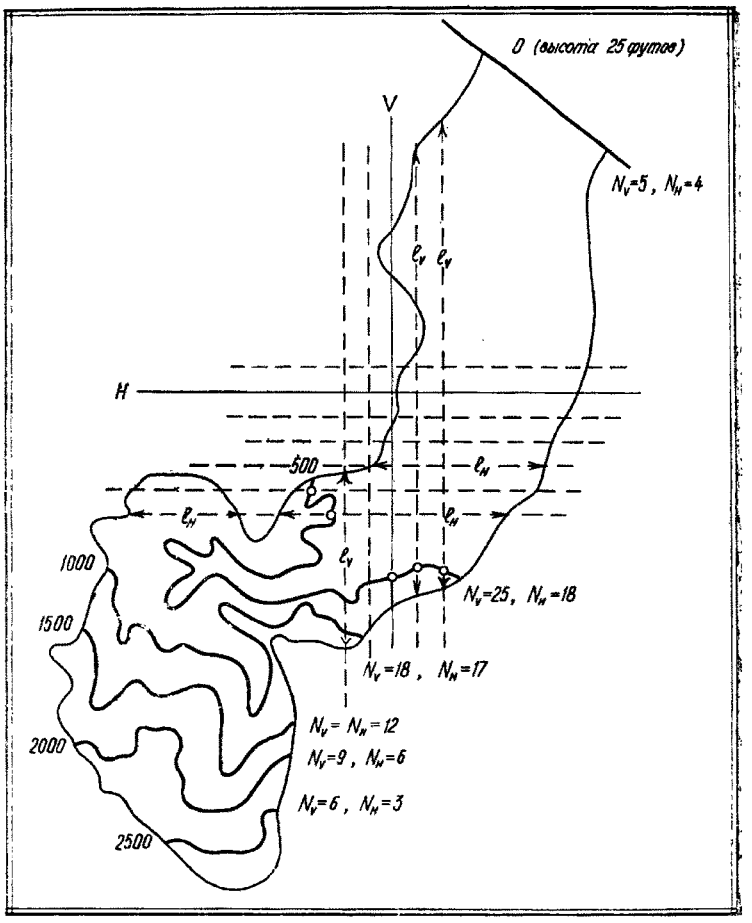
бассейна определяется по гипсографической кривой как высота, выше и ниже которой располагается половина площади бассейна. *Среднюю высоту* речного бассейна получают умножением средних высот на соответствующие им площади и делением суммы этих произведений на общую площадь бассейна.

Продольный профиль реки (фиг. 2.7) выражает взаимосвязь высот русла главного водотока и расстояний от них до замыкающего створа. *Общий уклон* между двумя точками русла реки есть частное от деления общего падения между этими точками на расстояние между ними (фиг. 2.7). *Средний уклон* реки — линия, пересекающая продольный профиль реки так, что площади, лежащие выше и ниже линии продольного профиля, равны (фиг. 2.7). Продольный профиль и средний уклон реки характеризуют особенности русла реки, но не определяют формы речного бассейна в целом.

Хортон [5] описал метод вычисления уклона речного бассейна (фиг. 2.6). Он заключается в следующем: на топографическую карту накладывают кальку с прямоугольной сеткой, на ней измеряют длину каждой линии сетки в границах бассейна и подсчитывают количество точек пересечения линий сетки с горизонталями. Уклон бассейна s в любом направлении вычисляют по формуле

$$s = \frac{N \sec \theta}{l} \Delta Z, \qquad (2.2)$$

где N — общее количество точек пересечения линий сетки с горизонталями в обоих направлениях; l — общая длина линий сетки в обоих направлениях; ΔZ — интервал горизонталей; θ — угол между горизонталями и линиями сетки. Введение секанса θ представляет собой попытку вычислить уклон



Ф и г. 2.6. Средний уклон бассейна реки Адоб-Крик.

Уклоны:

в направлении V

$\Sigma N_V=75$

$\Sigma l_V=53{,}2$ мили

$\Delta Z=500$ футов

$$S_V=\frac{\Sigma N_V \Delta Z}{\Sigma l_V}=$$

$$=\frac{75\times 500 \text{ футов}}{53{,}2\times 5280 \text{ футов}}=$$

$=0{,}133$ фута/фут

в направлении H

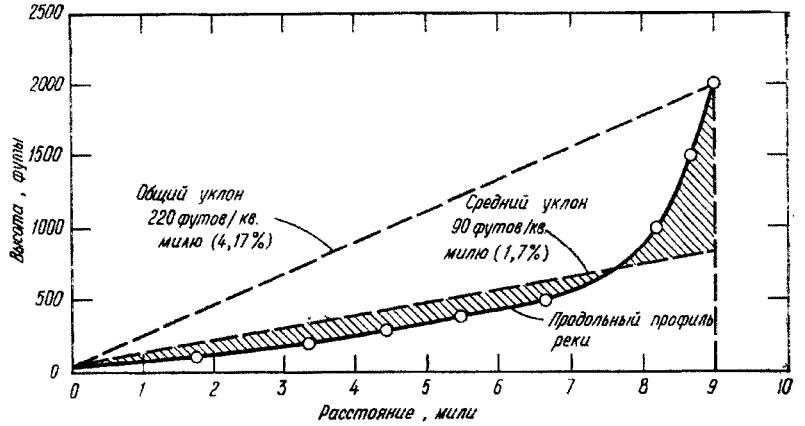
$\Sigma N_H=60$

$\Sigma l_H=54{,}1$ мили

$\Delta Z=500$ футов

$$S_H=\frac{60\times 500 \text{ футов}}{54{,}1\times 5280 \text{ футов}}=$$

$=0{,}105$ фута/фут

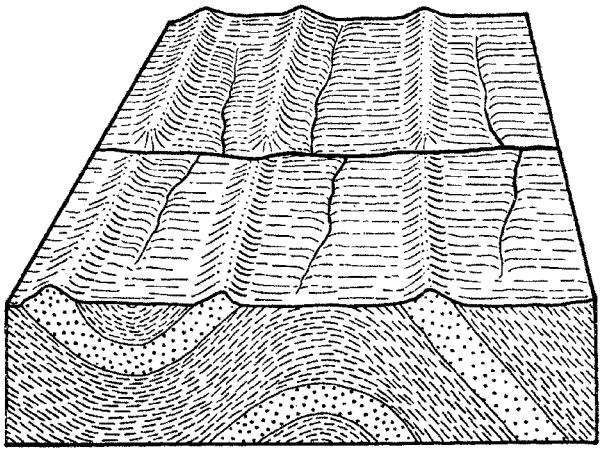


Ф и г. 2.7. Продольный профиль русла главного водотока бассейна реки Адоб-Крик.

по нормали к горизонтали. На практике определить секанс 0 трудно, и обычно этой величиной пренебрегают; за уклон бассейна принимают среднее арифметическое уклонов местности, вычисленных отдельно в вертикальном и горизонтальном направлениях.

2.2. ФИЗИКО-ГЕОГРАФИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕЧНОГО БАССЕЙНА И ЕГО КАЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Более столетия назад Плейфер установил, что реки могут образовывать глубокие долины. С течением времени реки во взаимодействии со стихийными силами природы — атмосферными процессами, ледниками, морскими волнами — изменили форму рельефа. Эрозия поверхности земли, появление рытвин после сильных дождей, перенос реками огромных количеств ила в озера,



Фиг. 2.8. Решетчатый тип речной сети (по Литу и Джадсону [3]).
Показана возможность питания водоносных горизонтов.

водохранилища и дельты — все эти явления происходят по закону природы, получившему название закона Плейфера. Большинство долин, вероятно, образовалось в результате деятельности рек.

Для качественной характеристики речных долин используют понятие *эрозионного цикла* [3], который подразделяется на три основные стадии юности, зрелости и старости.

Молодая река активно и быстро размывает свое русло. Она течет с большой критической скоростью и перемещает наносы, приносимые ее притоками. Берега такой реки становятся крутыми, русло приобретает V-образную форму, пойма не образуется. Молодые реки типичны для горных районов, имеют водопады и пороги.

Река достигает стадии зрелости, когда скорость ее течения в определенном месте замедляется и она уже не размывает русло в глубину, а начинает образовывать узкую пойму. Переход от зрелости к старости условен.

Реки в стадии старости характеризуются медленным, спокойным течением, обширной поймой, широким поясом меандрирования и образуют дельты при впадении в море. Миссисипи, Рейн, Нил принадлежат к этому типу рек (особенно в низовьях). Река может достичь различных стадий развития в разных местах своего русла, например зрелости — в среднем течении, юности — в верховье [3].

По рисунку речной сети легко выяснить возможность питания водоносных горизонтов в пределах речного бассейна. Речная сеть имеет *дендриче-*

скую, или древовидную, форму, когда коренные породы, представленные горизонтально залегающими осадочными или массивными вулканическими или метаморфическими породами, противостоят эрозии. *Прямоугольный рисунок* речной сети свидетельствует о том, что коренные породы, подстилающие речные отложения, пересечены трещинами, образующими зоны наименьшего сопротивления, которые сильно подвержены эрозии и через которые вода свободно просачивается. *Решетчатая речная сеть* свидетельствует о том, что район сложен перемежающимися слоями водопроницаемых и водонепроницаемых пород. На фиг. 2.8 представлен поперечный разрез решетчатой системы и показаны условия питания подземных вод.

АТМОСФЕРНЫЕ ОСАДКИ

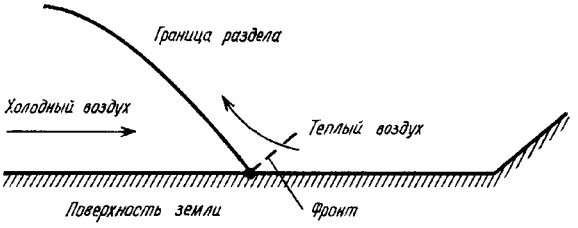
В результате конденсации водяного пара, содержащегося в атмосфере, на поверхность выпадают осадки в виде дождя, снега и града. Осадки характеризуются количеством, интенсивностью и продолжительностью.

2.3. ТИПЫ АТМОСФЕРНЫХ ОСАДКОВ

Существует три типа осадков: циклонические конвективные и орографические.

Циклонические осадки

Эти осадки связаны с областями низкого давления, которые перемещаются под действием вращения Земли и влиянием Солнца. Обычно циклонические осадки бывают фронтальными. Они называются так, потому что при пересечении с земной поверхностью наклонной границы раздела между массами



Ф и г. 2.9. Циклонические осадки.

теплого и холодного воздуха образуется фронт, который представляет собой воображаемую плоскость, перпендикулярную к границе раздела в точках пересечения последней с поверхностью земли (фиг. 2.9). Осадки теплого фронта образуются при вытеснении клина холодного воздуха надвигающимся теплым воздухом. В этом случае, как показано на фиг. 2.9, фронт перемещается влево. Осадки теплого фронта могут быть слабыми или умеренными и выпадают на значительной площади. Осадки холодного фронта образуются при вытеснении теплого воздуха холодным у поверхности земли. Эти осадки выпадают в виде ливней обычно вблизи фронта. Циклонические осадки — наиболее распространенный тип атмосферных осадков на земном шаре.

Конвективные осадки

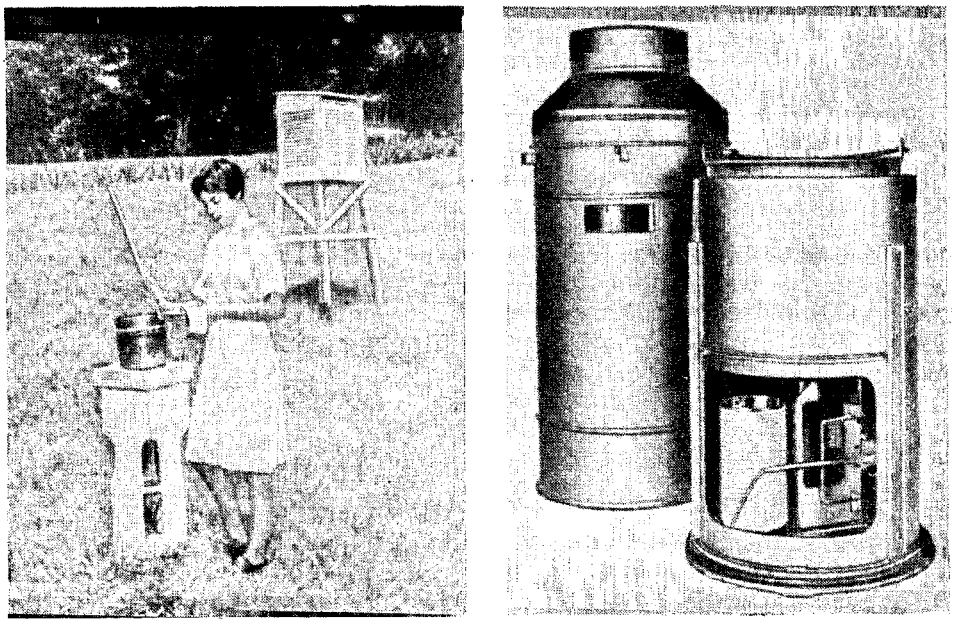
Такие осадки образуются в результате поднятия влажного воздуха с земной поверхности, где он нагревается солнцем. Поднимаясь, нагретый воздух расширяется и охлаждается; содержащийся в нем водяной пар конденсируется и выпадает в виде осадков. Конвективные осадки характерны для тропических и больших континентальных областей. Примером служат Великие равнины в США, где летом проходят грозовые ливни.

Орографические осадки

Эти осадки вызваны подъемом воздуха на определенную высоту в горных районах. Когда поднимающийся воздух входит в соприкосновение со склонами гор, наблюдается тот же эффект, что и при поднятии воздуха в случае конвективных осадков. Орографические барьеры также усиливают интенсивность и распределение циклонических осадков.

2.4. ИЗМЕРЕНИЕ АТМОСФЕРНЫХ ОСАДКОВ

Осадки, вероятно, — первое гидрологическое явление, измеренное человеком, поскольку для их учета не нужно большого количества приборов. Данные об осадках собирались в Индии еще в IV в. до н. э. Сведения об осадках использовались для оценки стока при отсутствии измерений расхода



а б

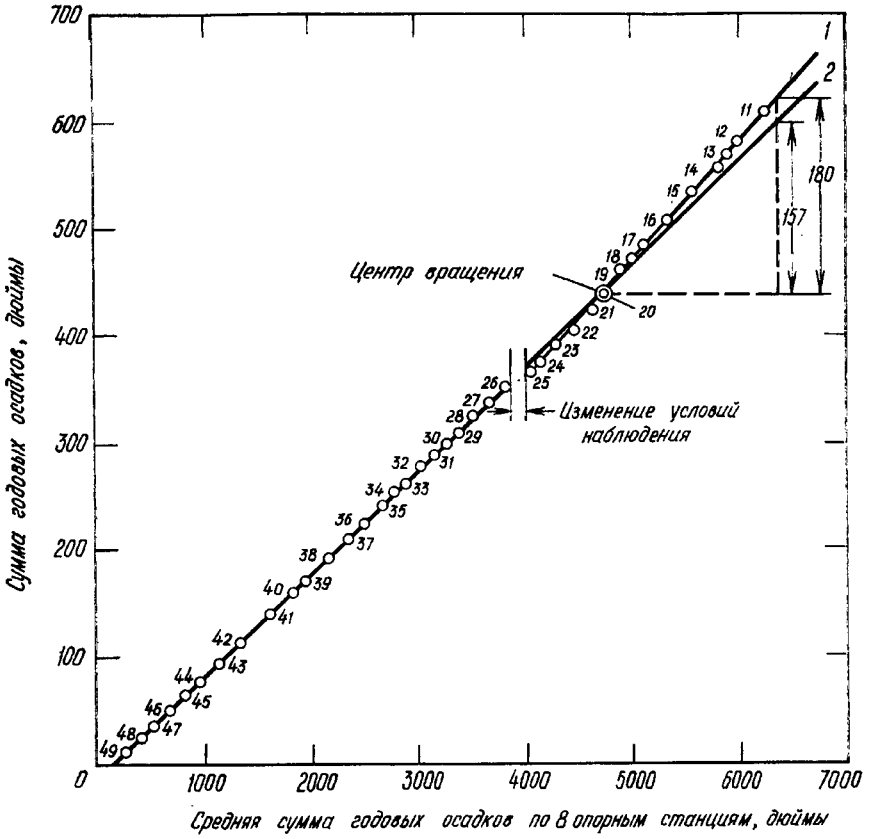
Ф и г. 2.10. Стандартный 8-дюймовый дождемер (*а*) и плювиограф (*б*).

рек. В США информацию об атмосферных осадках собирают и публикуют Бюро погоды, Управление мелиорации, Инженерный корпус армии США, а также управления по водным ресурсам отдельных штатов. В Бостоне осадки непрерывно измеряют с 1750 г.; данные о стоке реки Кротон регистрируются с 1870 г. Эти наблюдения — самые продолжительные в США. Изучение зависимости между осадками и стоком — одна из основных целей гидрологии. На эту взаимосвязь оказывают влияние многие параметры (см. раздел 2.15), которые усложняют определение размеров стока по имеющимся данным о выпавших осадках.

Интенсивность выпадения осадков изучают с целью прогноза ливней, вызывающих паводки. Осадки учитываются с помощью осадкомеров — дождемеров и плювиографов. Стандартный дождемер Бюро погоды США состоит из цилиндрического сливного бака диаметром 8 дюймов, воронкообразного приемника такого же диаметра, соединенного с мерной трубкой, поперечное сечение которой равно $^1/_{10}$ сечения приемника (фиг. 2.10а).

Когда в приемник попадает 1 дюйм дождя, мерная трубка заполняется на высоту 10 дюймов. Осадки измеряют линейкой, градуированной с точностью до сотой дюйма. В 1958 г. в США насчитывалось около 11 000 дождемеров различной конструкции [6]. В то же время применялось 3500 плювиографов (фиг. 2.10б), которые непрерывно регистрируют количество выпадающих осадков, тем самым отражая их интенсивность.

Прежде чем использовать многолетние данные об осадках для какой-либо практической цели, необходимо убедиться в их надежности. Достоверность



Ф и г. 2.11. Двойная интегральная кривая для суммы годовых осадков (Пало-Альто, штат Калифорния).

Графическая корреляция: кривую (*1*) поворачивают вокруг точки 20 до совмещения с кривой (*2*); числовая корреляция: данные до 1920 г. помножают на коэффициент $\frac{157}{180}$.

получаемых данных зависит от расположения осадкомеров на местности, их типа, метода наблюдения и изменений в окружающей обстановке. Все эти факторы можно учесть, построив двойную интегральную кривую. Для этого составляют график зависимости между суммой годовых или сезонных осадков по конкретной станции и средним количеством осадков для группы опорных станций. Резкое отклонение интегральной кривой указывает момент, когда произошли изменения в наблюдениях на станции. Ранее полученные данные необходимо исправить, чтобы увязать их с более поздними результатами (фиг. 2.11). Наклон кривой не может быть вызван изменением метеорологических условий, так как последнее затронуло бы не только станцию, но и прилегающую к ней территорию.

2.5. СРЕДНЯЯ СУММА АТМОСФЕРНЫХ ОСАДКОВ ПО ПЛОЩАДИ

Среднюю высоту слоя осадков, выпавших в течение одного дождя, сезона или года на определенной площади, вычисляют на основании показаний осадкомеров в отдельных пунктах. Получение средней суммы осадков, близкой к истинной величине, прежде всего обусловлено густотой измерительной сети. В зависимости от используемого метода на вычисления могут повлиять рельеф местности и ливневые характеристики. Простейший способ определения средней по площади суммы осадков — арифметическое осреднение данных измерений в отдельных пунктах. Однако в этом методе не учитываются такие факторы, как густота измерительной сети, рельеф местности, ливневые характеристики. Если станции распределены неравномерно, для расчета среднего слоя осадков применяют метод взвешивания Тиссена [7]. При этом на карте точки, указывающие местоположение каждой станции, соединяют прямыми линиями, которые образуют сеть треугольников. Через середины сторон треугольников проводят перпендикуляры и получают полигоны (фиг. 2.12). Количество осадков для каждой станции умножают на площадь соответствующего полигона, произведения суммируют и делят на общую площадь и таким образом получают среднюю высоту слоя осадков бассейна. Ниже приводятся расчеты для бассейна (фиг. 2.12). Однако метод

Полигон	Площадь A, кв. мили	Осадки P, дюймы, для каждой станции	$P \times A$
1	15,48	0,9	13,93
2	45,36	1,5	68,04
3	38,16	2,8	106,85
4	57,96	1,8	104,33
5	36,72	2,2	80,78
6	33,12	3,1	102,67
7	33,12	3,9	129,17
8	1,80	3,0	5,40
9	23,04	3,8	87,55
10	23,04	4,1	94,46
11	2,88	2,1	6,05
12	33,12	2,9	96,05
13	27,00	3,0	81,00
14	20,16	1,8	36,29
15	9,72	3,1	30,13
	$A_d = 400{,}68$		$\Sigma P \times A = 1042{,}70$

Средняя сумма осадков бассейна: $\frac{\Sigma P \times A}{A_d} = 2{,}60$ дюйма.

Тиссена не учитывает влияния рельефа местности на количество осадков. В этом отношении выгодно отличается метод изогиет [6]. На карте проводят линии равных сумм осадков, или изогиеты. Среднее количество осадков между двумя соседними изогиетами умножают на площадь между соответствующими изогиетами; полученные произведения суммируют и делят на общую площадь бассейна. В результате получают среднюю сумму осадков для всего бассейна (фиг. 2.13).

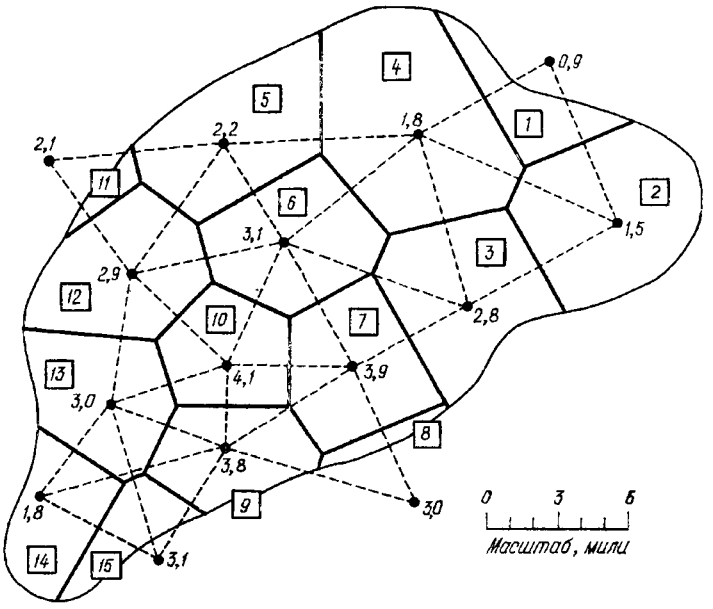
Точность метода изогиет во многом зависит от опыта исследователя, знания им рельефа местности и имеющихся данных о ливневых осадках.

Пример расчета суммы осадков бассейна по методу изогиет (фиг. 2.13)

Зона	Площадь A, кв. мили	Осадки $P_{ср}$, дюймы	$P_{ср} \times A$
I	21,24	0,95	20,18
II	84,96	1,50	127,44
III	150,12	2,50	375,30
IV	107,28	3,50	375,48
V	24,48	4,10	100,37
VI	12,60	1,80	22,68
	A_d=400,68		$\Sigma P_{ср} \times A$=1021,45

Средняя сумма осадков бассейна: $\frac{\Sigma P_{ср} \times A}{A_d} =$ = 2,55 дюйма.

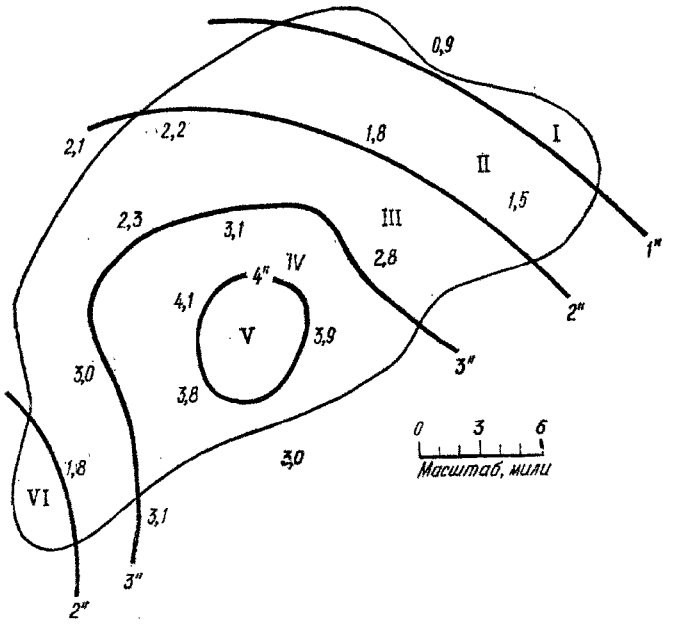
Для площадей до 200 кв. миль в случае равномерного распределения дождемерных станций при вычислении средней суммы осадков применяют метод арифметического осреднения. В районах площадью от 200 до



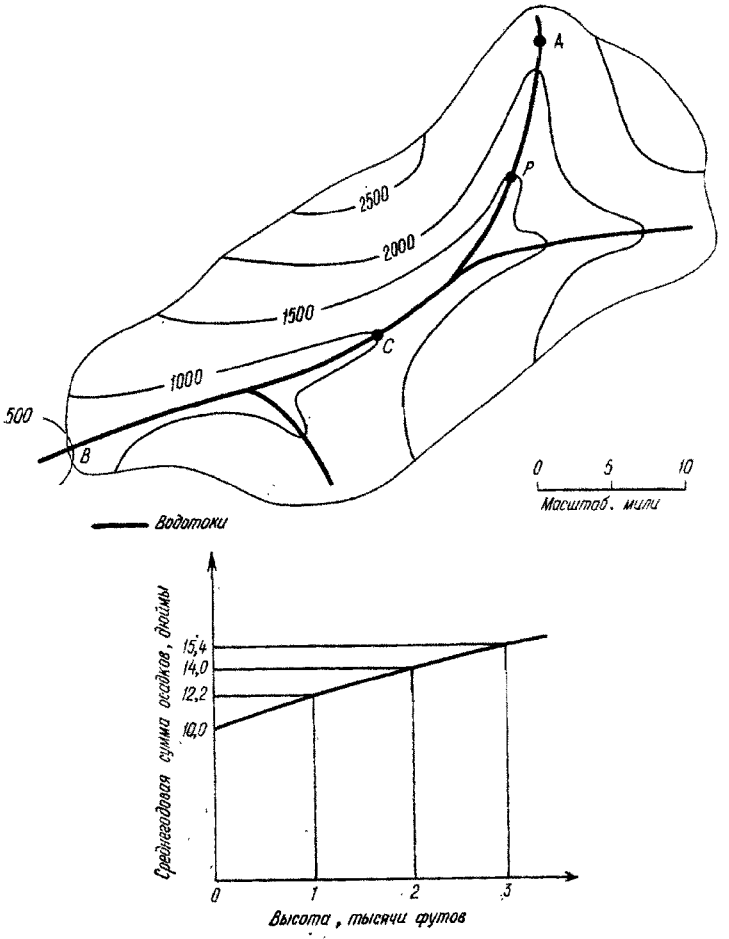
Фиг. 2.12. Метод Тиссена для вычисления средней суммы осадков бассейна.

2000 кв. миль с небольшой ролью рельефа местности в образовании осадков можно использовать метод Тиссена. Для больших областей лучшие результаты дает метод изогиет.

При вычислении средней суммы осадков бассейна влияние рельефа легко учесть, если наложить на карту бассейна кальку с нанесенной на ней прямо-



Ф и г. 2.13. Метод изогиет для вычисления средней суммы осадков бассейна.



Ф и г. 2.14. Влияние рельефа местности на количество осадков.

угольной сеткой по способу, используемому при вычислении распределения площадей и уклона речного бассейна. На основании полученных данных строят график (фиг. 2.14) и составляют таблицу (табл. 2.1).

Таблица 2.1

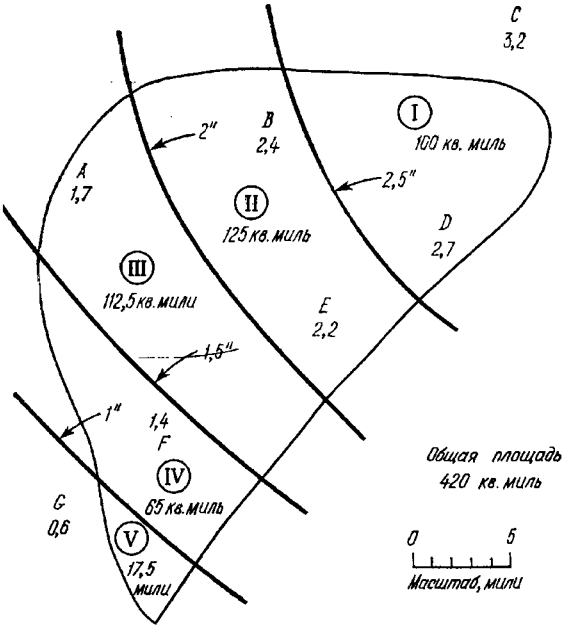
Среднегодовая сумма осадков

Высота, сотни футов	Точки пересечения линий сетки между соседними горизонталями t	Среднегодовая сумма осадков, дюймы		
		высота, сотни футов	количество осадков p	t
5	66	7,5	11,6	66
10	225	12,5	12,8	225
15	184	17,5	13,6	184
20	212	22,5	14,4	212
25	43	27,5	15,2	43
30	$\Sigma t = 730$			

Среднегодовая сумма осадков бассейна: $P = \frac{\Sigma p \times t}{\Sigma t} = 13{,}5$ дюйма.

2.6. АНАЛИЗ ВЗАИМОСВЯЗИ СЛОЯ, ПЛОЩАДИ И ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ АТМОСФЕРНЫХ ОСАДКОВ

Знание максимального количества ливневых осадков различной продолжительности, выпадающих на разных площадях, необходимо для решения



Фиг. 2.15. Анализ взаимосвязи слоя, площади и продолжительности осадков бассейна.

многих гидрологических и гидротехнических задач, например при проектировании строительства дренажных труб и изучении влияния уровня воды в реке на подземный сток. Для этого анализируют данные непрерывных наб-

людений нескольких ливней. Ниже приводится анализ типичного ливня, выпавшего на всей территории бассейна.

Максимальное количество осадков различной продолжительности определяют по данным плювиографов. Территорию бассейна разделяют изогиетами на зоны и определяют среднюю сумму осадков, выпавших в каждой зоне. Затем для площадей бассейна оценивают средние высоты слоя осадков различной продолжительности. В полулогарифмическом масштабе строят график зависимости средних высот слоя осадков каждой продолжительности от сумм площадей. По полученным результатам строят кривую или для каждой продолжительности записывают формулу Хортона, выражающую зависимость слоя осадков от площади их распространения [8]; при этом проанализированные данные о ливневых осадках можно экстраполировать. Ниже приводится пример использования этого метода [6].

На карте речного бассейна (фиг. 2.15) проведены изогиеты 1,0; 1,5; 2,0 и 2,5 дюйма, разделяющие бассейн на пять зон (I—V), и указаны площади этих зон. Анализируют только зоны I—IV. Табл. 2.2. составлена на основании полученных результатов.

Таблица 2.2

Данные, полученные по методу изогиет

Зона	Площадь, кв. мили	Среднее количество осадков, дюймы	Объем осадков, дюймы × × кв. мили	Сумма площадей, кв. мили	Сумма объемов осадков, дюймы × × кв. мили	Высота слоя осадков, дюймы
I	100,0	2,85	285	100,0	285	2,85
II	125,0	2,25	281	225,0	566	2,52
III	112,5	1,75	197	337,5	763	2,26
IV	65,0	1,25	81	402,5	844	2,10
V	17,5	0,80	14	420,0	858	2,04

Данные плювиографов по станциям *A*, *B*, *D*, *E*, *F*, расположенным внутри бассейна, и станциям *C* и *G* — за пределами последнего, приведены в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Суммы осадков по станциям, дюймы

Время суток, часы	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
4.00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
6.00	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8.00	0,6	0,5	0,0	0,0	0,0	0,2	0,0
10.00	0,9	0,8	0,0	0,0	0,3	0,5	0,2
12.00	1,2	1,2	0,6	0,2	0,8	0,8	0,3
14.00	1,4	1,5	1,1	0,6	1,2	1,1	0,5
16.00	1,7	1,7	1,7	1,2	1,4	1,2	0,6
18.00	1,7	2,1	2,2	1,7	2,0	1,3	0,6
20.00	1,7	2,4	2,9	2,2	2,2	1,4	0,6
22.00	1,7	2,4	3,2	2,7	2,2	1,4	0,6
24.00	1,7	2,4	3,2	2,7	2,2	1,4	0,6

По данным табл. 2.3 составлена табл. 2.4 максимальных количеств осадков, выпавших за 4, 8 и 12 *час*, для всех станций. Например, количество осадков на станции *A*, выпавшее в течение 8 *час* (с 4 до 12), равно 1,2 дюйма.

Таблица 2.4

Максимальное количество осадков, выпавшее за определенные периоды, по станциям

Продолжительность, *час*	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
4	0,6	0,8	1,2	1,1	0,9	0,6	0,3
8	1,2	1,5	2,3	2,1	1,7	1,1	0,6
12	1,7	2,1	3,2	2,7	2,2	1,3	0,6

Средняя сумма ливневых осадков для каждой зоны определена по данным табл. 2.3:

$$\text{I} = \frac{C+2D}{3}, \qquad \text{II} = \frac{E+1{,}5B}{2{,}5},$$

$$\text{III} = \frac{A+F+E}{3}, \qquad \text{IV} = \frac{A+G+7F}{9}.$$

Полученные результаты приведены в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Сумма осадков в дюймах для каждой зоны

Время суток, часы	I	II	III	IV
4.00	0,0	0,0	0,0	0,0
6.00	0,0	0,0	0,13	0,04
8.00	0,0	0,3	0,26	0,22
10.00	0,0	0,60	0,56	0,51
12.00	0,3	1,04	0,93	0,80
14.00	0,8	1,38	1,23	1,07
16.00	1,4	1,58	1,43	1,20
18.00	1,9	2,06	1,66	1,27
20.00	2,4	2,32	1,76	1,35
22.00	2,9	2,32	1,76	1,35
24.00	2,9	2,32	1,76	1,35

При сравнении данных третьей графы табл. 2.2 и величин нижнего ряда табл. 2.5 видно, что результаты, полученные простым арифметическим осреднением и более сложным способом, достаточно хорошо совпадают.

В табл. 2.6 приводятся средние высоты слоя осадков продолжительностью 4, 8 и 12 *час* для сумм площадей I, I + II, I + II + III, I + II + + III + IV.

Данные табл. 2.6 получаем по следующим формулам:

$$\text{I}+\text{II} = \frac{\text{I}\times 100+\text{II}\times 125}{225},$$

$$\text{I}+\text{II}+\text{III} = \frac{\text{I}\times 100+\text{II}\times 125+\text{III}\times 112{,}5}{337{,}5},$$

$$\text{I}+\text{II}+\text{III}+\text{IV} = \frac{\text{I}\times 100+\text{II}\times 125+\text{III}\times 112{,}5+\text{IV}\times 65}{402{,}5}.$$

Очевидно, что данные нижнего ряда табл. 2.6 близко совпадают с величинами последней графы табл. 2.2. На основании табл. 2.6 определяют среднюю сумму осадков. Например, средняя сумма осадков в зоне I при продол-

Таблица 2.6

Суммы осадков в дюймах

Время суток, часы	I	I + II	I + II + III	I + II + III + IV
4.00	0,0	0,0	0,0	0,0
6.00	0,0	0,0	0,04	0,04
8.00	0,0	0,17	0,17	0,16
10.00	0,0	0,33	0,41	0,40
12.00	0,3	0,71	0,78	0,75
14.00	0,8	1,12	1,16	1,10
16.00	1,4	1,50	1,47	1,36
18.00	1,9	2,00	1,88	1,71
20.00	2,4	2,35	2,16	1,94
22.00	2,9	2,58	2,30	2,06
24.00	2,9	2,58	2,30	2,06

жительности 4 *час* (между 12.00 и 16.00 или 14.00 или 18.00 *час*) равняется 1,1 дюйма (табл. 2.7).

Таблица 2.7

Средняя сумма осадков в дюймах для сумм площадей

Продолжительность, час	I (100 кв. миль)	I + II (225 кв. миль)	I + II + III (337,5 кв. мили)	I + II + III + IV (402,5 кв. мили)
4	1,1	0,88	0,75	0,70
8	2,1	1,67	1,47	1,31
12	2,9	2,25	1,99	1,78

По данным табл. 2.7 строят график в полулогарифмическом масштабе и получают зависимости, близкие к прямолинейным (фиг. 2.16). Однако для малых площадей линейная экстраполяция кривых невозможна. Она дала бы максимальные высоты слоя осадков на площади 10 кв. миль, которые значительно превышали бы данные станции C, что неприемлемо. В этом случае лучше использовать формулу Хортона, выражающую зависимость высоты слоя осадков от площади их распространения [8]:

$$\overline{P} = P_0 e^{-kA^n}, \qquad (2.3)$$

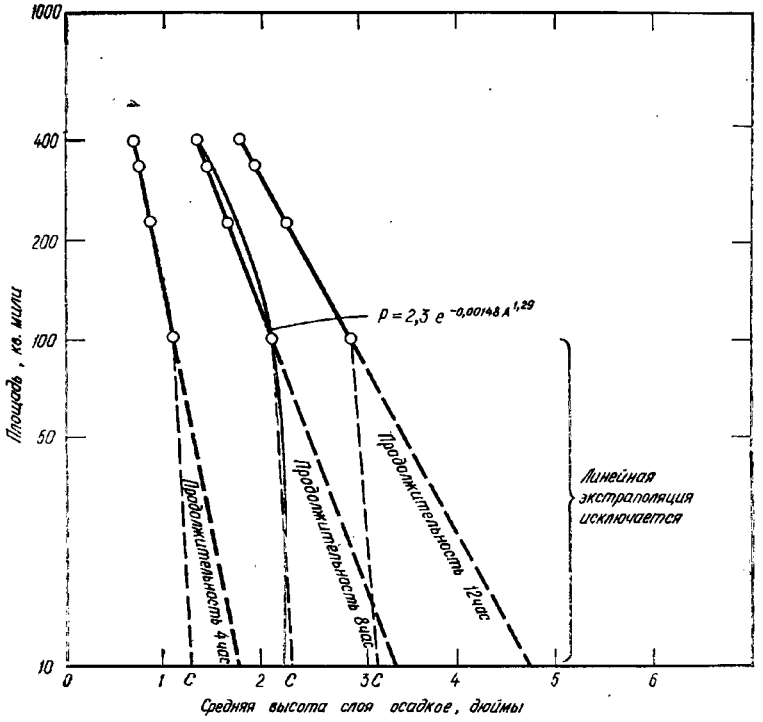
где $\overline{P}$ — средняя высота слоя осадков данной продолжительности в дюймах на площади A в кв. милях; P_0 — наибольшее количество осадков в центре ливня; k и n — постоянные для определенного ливня. При данной величине P_0 эти постоянные можно определить, если известны величины $\overline{P}$ и A для ливней одинаковой продолжительности. Подставим эти величины в уравнение (2.3) и получим два уравнения с двумя неизвестными k и n.

Для ливня 8-часовой продолжительности выбираем две пары величин: $\overline{P}_1 = 2{,}1$ дюйма, $A_1 = 100$ кв. миль и $\overline{P}_2 = 1{,}3$ дюйма, $A_2 = 400$ кв. миль, принимая величину максимального количества осадков $P_0 = 2{,}3$ дюйма

на данной станции при 8-часовой продолжительности. Подставив эти величины в уравнение (2.3) и решив два уравнения, получаем $n = 1{,}29$ и $k = 0{,}00148$. Для 8-часовой продолжительности осадков формула зависимости высоты слоя осадков от площади их распространения имеет вид

$$\overline{P} = 2{,}3e^{-0{,}00148A^{1.29}}. \qquad (2.4)$$

При $A = 10$ кв. миль уравнение (2.4) дает приемлемую величину $\overline{P} = 2{,}23$ дюйма.



Ф и г. 2.16 Кривые взаимосвязи слоя, площади и продолжительности осадков.

Описанные выше расчеты, взятые из данных Инженерного корпуса армии США [9] и Бюро погоды США, относятся к ливневым осадкам бассейна реки Пассейик, штат Нью-Джерси.

2.7 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АТМОСФЕРНЫХ ОСАДКОВ

Количество осадков зависит от географического положения местности и времени года. Больше всего осадков выпадает в районе экватора. С увеличением широты местности их количество уменьшается. Горы, крупные озера, океаны оказывают большее влияние на распределение осадков, чем расстояние до экватора. Во многих районах осадки имеют сезонный характер, который почти не изменился за период наблюдений. В северо-западной части тихоокеанского побережья США среднемесячная сумма осадков составляет около 6 дюймов зимой и менее 1 дюйма летом. На Великих равнинах, наоборот, летом выпадает максимум осадков (в среднем около 3 дюймов в месяц), зимой средняя сумма осадков меньше 1 дюйма. На фиг. 2.17 [10] показано среднегодовое количество осадков на территории США по данным за период 1899—1938 гг.

ИСПАРЕНИЕ И ТРАНСПИРАЦИЯ

В результате процессов испарения, транспирации и сублимации огромное количество воды, выпадающее на земную поверхность, возвращается в атмосферу в виде пара. Указанные процессы — разновидности одного явления [11], обусловленного энергией солнца, без которой был бы невозможен круговорот воды в природе. Молекулы воды при испарении отрываются с водной поверхности или влажной почвы под действием солнечной радиации и превращаются в водяной пар. Сублимация отличается от этого явления: вода в твердом состоянии (снег или лед), минуя жидкую фазу, переходит непосредственно в пар. Ежегодно миллиарды тонн снега, лежащего на земной поверхности, деревьях, крышах и т. д., превращаются в пар. Воду испаряют животные посредством легких. Растения тоже выделяют водяной пар, т. е. транспирируют. В гл. 1 уже говорилось о потребности сельскохозяйственных культур в воде. Большая часть воды, поглощаемой растениями, уходит в атмосферу, поэтому испарение с растительного покрова может быть не меньше испарения с водной поверхности такого же размера. Растения потребляют воду, как и люди, но в отличие от них не загрязняют ее. В этом отношении интересна роль некоторых трав и деревьев.

Считают, что потери на испарение и транспирацию (суммарное испарение) носят региональный характер. В масштабе земного шара общий объем потерь воды на суммарное испарение должен быть равен общей сумме осадков — 95 000 куб. миль в год. Вюст [12] подсчитал, что ежегодно около 80 000 куб. миль воды испаряется с поверхности океанов и только примерно 15 000 куб. миль испаряется с поверхности озер и суши, в то же время на земную поверхность ежегодно выпадает около 24 000 куб. миль атмосферных осадков. На основании этих данных, зная площадь поверхности суши и всей Земли, можно вычислить количество осадков и испарение в дюймах, а также определить общий сток с поверхности суши в океаны в дюймах или акрофутах на акр. Площадь суши (в кв. милях) по континентам распределяется следующим образом:

Азия	17 000 000
Африка	11 500 000
Северная Америка	8 300 000
Южная Америка	6 800 000
Антарктида	6 000 000
Австралия и Океания	4 000 000
Европа	3 800 000
Общая площадь континентов	57 400 000

Полагая, что расстояние по экватору равно 24 902 мили, а окружность Земли по меридиану составляет 24 860 миль, подсчитываем площадь Земли как среднюю двух сфер, т. е. $197{,}4 \times 10^6$ кв. миль. Площадь поверхности Земли составляет $197{,}0 \times 10^6$ кв. миль [11]. Следовательно, океаны занимают примерно 140×10^6 кв. миль, или 70,8% поверхности Земли.

Ежегодно с океанов испаряется

$$E_0 = \frac{80\,000 \times 5280 \times 12}{140 \times 10^6} = 36{,}25 \text{ дюйма воды.}$$

Годовое суммарное испарение с поверхности суши составляет

$$E_c = \frac{15\,000 \times 5280 \times 12}{57{,}4 \times 10^6} = 16{,}55 \text{ дюйма.}$$

Годовые осадки над океанами

$$P_0 = \frac{71\,000 \times 5280 \times 12}{140 \times 10^6} = 32{,}25 \text{ дюйма.}$$

Годовые осадки над поверхностью суши

$$P_c = \frac{24\,000 \times 5280 \times 12}{57{,}4 \times 10^6} = 26{,}55 \text{ дюйма.}$$

В глобальном масштабе среднегодовое изменение запасов воды в верхних слоях земной коры незначительно, суммарный же годовой сток с поверхности суши равен примерно 24 000 куб. миль — 15 000 куб. миль = 9000 куб. миль, или около 10,0 дюймов (т. е. 0,83 акрофута на акр).

Приведенные вычисления основаны на следующих зависимостях:

Для всей поверхности Земли

$$E_0 + E_c = P_0 + P_c. \tag{2.5}$$

Для поверхности суши

$$P_c = E_c + \text{сток}. \tag{2.6}$$

В численном выражении уравнение (2.6) для территории США имеет вид [13]:

30 дюймов (осадки) = 21 дюйм (суммарное испарение) + 9 дюймов (сток).

Ежегодно с 1 кв. мили поверхности земли в атмосферу испаряется 2,2 млн. *m* влаги, на что идет огромное количество солнечной энергии.

Испарение необходимо также учитывать при расчете подземного стока [14], особенно в условиях неустановившегося движения подземных вод в засушливые периоды. На фиг. 2.18 приведена карта среднегодового испарения с поверхности озер США.

2.8. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ИСПАРЕНИЕ

Скорость, с которой молекулы воды отрываются от поверхности жидкости (испарение), зависит от температуры, относительной влажности воздуха, скорости ветра, атмосферного давления и степени загрязнения воды. Испарение, возможно, наиболее часто наблюдаемое явление в повседневной жизни, описанное в учебниках элементарной физики. Когда молекулы воды отрываются от поверхности нагретой воды в закрытом пространстве, они смешиваются с молекулами воздуха. По закону Дальтона, общее давление этой смеси равно сумме парциального давления паров воды, называемого упругостью пара, и парциального давления сухого воздуха. При насыщении пространства водяным паром упругость его достигает максимума и называется упругостью насыщенного пара, которая увеличивается с температурой. Величины упругости насыщенного водяного пара содержатся в психрометрических таблицах, составленных Бюро погоды США [15]. На фиг. 2.20 показаны графики зависимости упругости насыщенного пара от температуры, где упругость пара выражена в миллибарах (при температурах от 0 до 50° F) и в дюймах ртутного столба (при 50—100° F). В природных условиях испарение с влажной поверхности регулируется атмосферой. Испарение происходит до насыщения воздуха водяным паром. Скорость испарения $\frac{dE}{dt}$ пропорциональна разности между упругостью насыщенного пара e_s и существующим давлением пара e_a в воздухе над испаряющей поверхностью. Эта разность давлений представляет собой упругость насыщенного пара при точке росы, т. е. при температуре, когда воздух достигает состояния насыщения, что происходит, если он охлаждается при неизменном давлении и данном содержании водяного пара. Следовательно, максимальную скорость испарения можно выразить как

$$\frac{dE}{dt} = K\,(e_s - e_a), \tag{2.7}$$

где K — коэффициент пропорциональности. Уравнение (2.7) верно, если водная поверхность и воздух имеют одну и ту же температуру. Если температура воды ниже температуры воздуха, испарение будет происходить до момента, когда величина e_a станет равной e_w, т. е. упругости насыщенного пара при температуре испаряющей поверхности воды, при этом e_w меньше e_s. Но если температура воды превышает температуру воздуха, e_w больше e_s, и конденсация произойдет лишь тогда, когда скорость испарения превысит скорость, даваемую уравнением (2.7). Избыточный пар обычно образует туман и увеличивает относительную влажность, которую определяют как отношение количества водяных паров, находящихся в воздухе, к количеству паров, насыщающих пространство при данной температуре. Относительная влажность пропорциональна упругости пара при постоянной температуре. Отсюда

$$\frac{dE}{dt} = K\left(\frac{100\% - \text{Относительная влажность}}{100\%}\right). \tag{2.8}$$

При снижении температуры относительная влажность воздуха увеличивается, а скорость испарения уменьшается.

Как известно, ветер способствует испарению, сдувая молекулы воды, которые поднимаются над испаряющей поверхностью, и тем самым уменьшает упругость пара e_a. Влияние скорости ветра на испарение выражено эмпирически:

$$\frac{dE}{dt} = K'\left(1 + \frac{W}{10}\right), \tag{2.9}$$

где W — скорость ветра в милях/час на высоте 25 футов над поверхностью земли. Уравнение Мейера [16] объединяет уравнения (2.7) и (2.9):

$$\frac{dE}{dt} = C(e_s - e_a)\left(1 + \frac{W}{10}\right), \tag{2.10}$$

где скорость испарения $\frac{dE}{dt}$ выражена в дюймах/сутки, C — коэффициент, равный 0,36 для озер глубиной до 25 футов и 0,50 для влажной поверхности почвы, луж, неглубоких испарителей; e_s, e_a, W определены выше.

Ежедневные колебания атмосферного давления оказывают на испарение небольшое влияние. Увеличение испарения на 20% происходит лишь при уменьшении атмосферного давления на 30—20 дюймов ртутного столба.

Испарение воды уменьшается пропорционально количеству растворенных в ней твердых веществ. При равенстве других условий морская вода с общей минерализацией 35 000 ч. на 1 млн. будет испаряться медленнее пресной.

В заключение необходимо отметить, что испарение с земной или какой-либо другой твердой поверхности отличается от испарения с водной поверхности степенью влагонасыщенности этих поверхностей, т. е. наличием на них воды. Влагонасыщенность поверхности озер и рек равна 100%, в то время как земная поверхность будет иметь такую влагонасыщенность только сразу после выпадения осадков.

2.9. ИСПАРЕНИЕ С ПОВЕРХНОСТИ ВОДОЕМОВ

Определение испарения по водному балансу

При оценке испарения с поверхности водоема используют закон сохранения массы. Баланс водоема за данный период времени выражен в виде

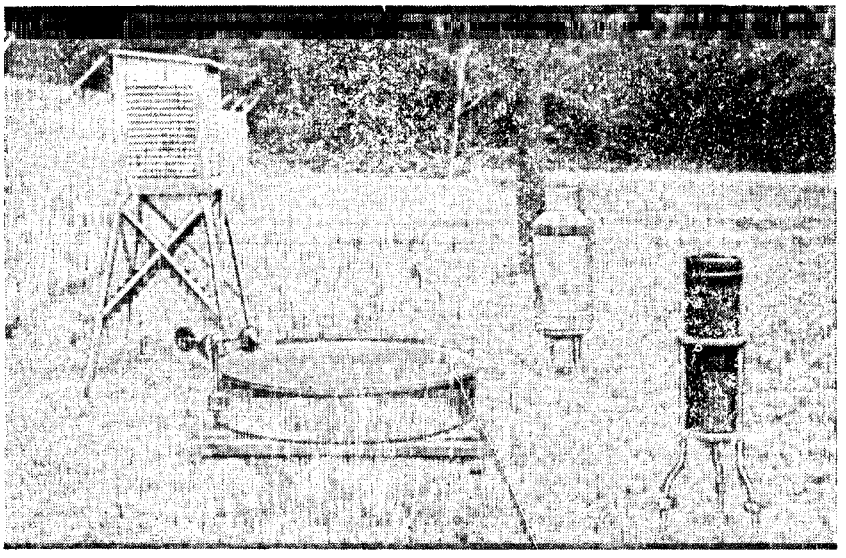
$$P + I = E + \frac{\Delta S}{A_{\text{ср}}} + O, \tag{2.11}$$

где P — осадки, выпадающие на поверхность водоема; I — поверхностный и подземный приток к водоему; O — поверхностный и подземный отток из водоема; $\frac{\Delta S}{A_{ср}}$ — изменение запаса воды в водоеме на единицу его площади, средней между площадью в начале и конце данного периода времени; E — испарение за время наблюдений. Теоретически все величины, входящие в уравнение (2.11), за исключением E, можно измерить непосредственно. Величину E определяют по уравнению (2.11), однако ошибки при измерении P, $\frac{\Delta S}{A_{ср}}$, поверхностных составляющих O и I скажутся на точности величины E. Кроме того, как это будет ясно из дальнейшего, подземные составляющие O и I не так легко оценить. Если они большие или их трудно определить, величины E, получаемые по уравнению (2.11), могут оказаться ненадежными. Следовательно, описанный метод больше подходит для вычисления годовых или месячных показателей, а не величин для коротких (суточных) периодов.

Испарение с поверхности водоема также определяют методом теплового баланса [17] и при помощи теории массопереноса [18].

Измерение испарения с помощью испарителей

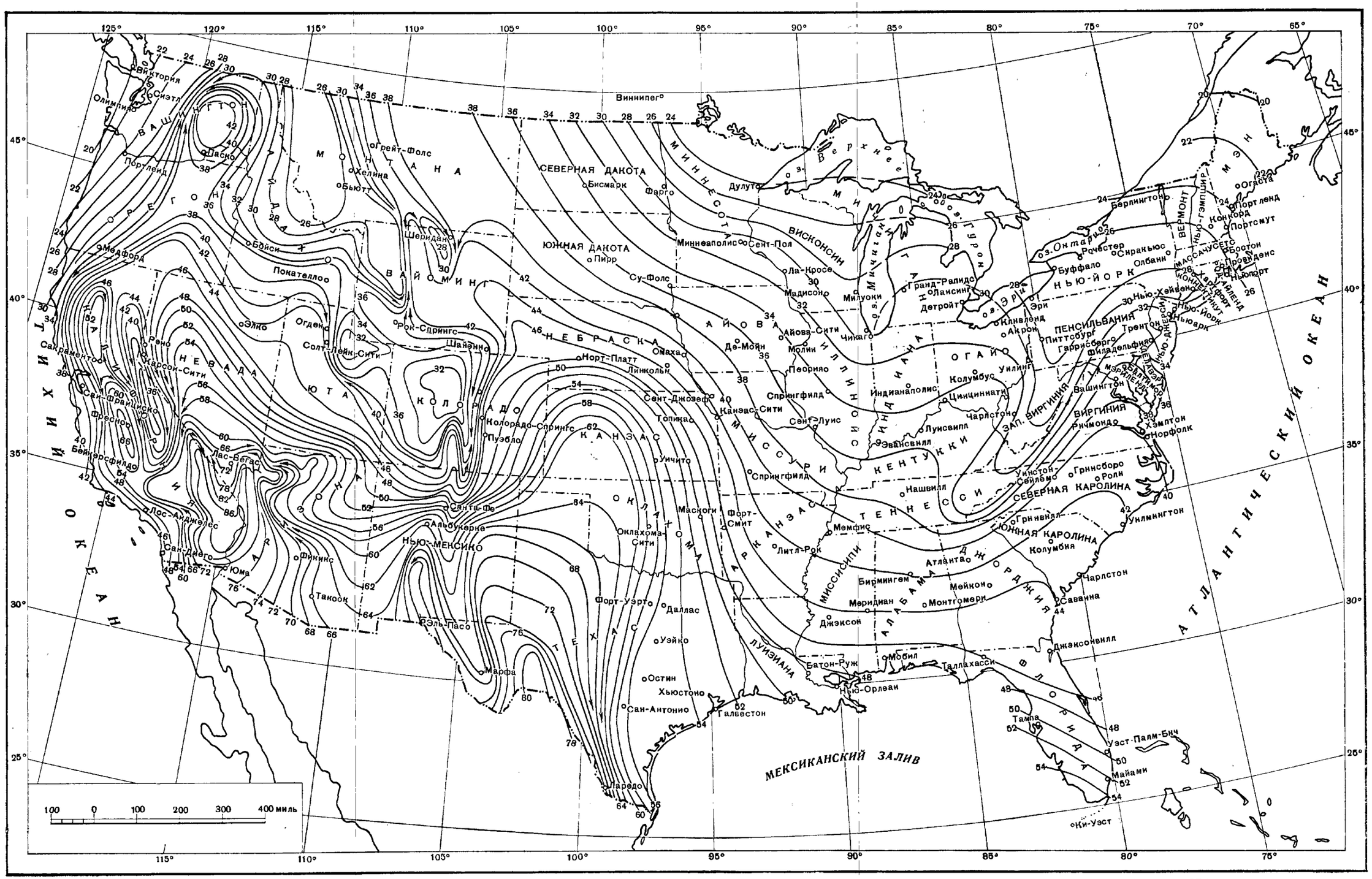
Наиболее распространенный метод оценки испарения заключается в установлении зависимости между испарением с поверхности испарителя,



Фиг. 2.19. Испарительная площадка класса A в Лендисвилле, штат Пенсильвания. Термометр в будке, испаритель с анемометром, плювиограф и стандартный 8-дюймовый дождемер.

расположенного около водоема, и испарением с поверхности водоема, определенной как можно точнее. Соотношени еиспарения с поверхности озера и испарения с поверхности испарителя для периодов длительностью в месяц или год определяется коэффициентом испарителя. Итак, об испарении с большой водной поверхности можно судить по величине испарения с поверхности испарителя. По степени экспозиции различают следующие типы испарителей: заглубленные, плавучие и наземные. Первые вкапывают в грунт около водоема, вторые плавают на поверхности воды. Наиболее распространен стандартный испаритель класса A Бюро погоды США. Он изготовляется


Среднегодовое количество осадков в дюймах
100 0 100 200 300 400 миль
ТИХИЙ ОКЕАН
АТЛАНТИЧЕСКИЙ ОКЕАН
МЕКСИКАНСКИЙ ЗАЛИВ
Виннипег
Сиэтл
Портленд
Спокан
Грейт-Фолс
Хелина
Бьютт
Бойсе
Медфорд
Покателло
Шеридан
Бисмарк
Фарго
Дулут
Пирр
Миннеаполис
Сент-Пол
Су-Фолс
Ла-Кросс
Мадисон
Милуоки
Гранд-Рапидс
Лансинг
Детройт
Чикаго
Рок-Спрингс
Шайенн
Норт-Платт
Омаха
Де-Мойн
Айова-Сити
Молин
Лиикольн
Пеория
Сент-Джозеф
Спрингфилд
Индианаполис
Колумбус
Цинциннати
Уилинг
Эри
Кливленд
Акрон
Буффало
Рочестер
Сиракьюс
Олбани
Берлингтон
Портленд
Конкорд
Портсмут
Бостон
Провиденс
Ньюпорт
Ньюарк
Филадельфия
Трентон
Питтсбург
Гаррисберг
Вашингтон
Ричмонд
Норфолк
Хэмптон
Эвансвилл
Луисвилл
Сент-Луис
Топика
Канзас-Сити
Колорадо-Спрингс
Пуэбло
Денвер
Солт-Лейк-Сити
Огден
Элко
Рено
Карсон-Сити
Сакраменто
Сан-Франциско
Фресно
Бейкерсфилд
Лас-Вегас
Лос-Анджелес
Сан-Диего
Финикс
Таксон
Санта-Фе
Альбукерке
Оклахома-Сити
Маскоги
Форт-Смит
Литл-Рок
Мемфис
Нашвилл
Атланта
Бирмингем
Мобил
Монтгомери
Мейкон
Колумбия
Гринвилл
Уилмингтон
Чарлстон
Савана
Джэксонвилл
Тампа
Уэст-Палм-Бич
Майами
Ки-Уэст
Таллахасси
Джэксон
Батон-Руж
Ньюорлеан
Хьюстон
Галвестон
Остин
Сан-Антонио
Даллас
Форт-Уэрт
Уэйко
Эль-Пасо
Марфа
Ларедо
Меридиан
Уинстон-Сейлем
Гринсборо
Роли
Шарлотт
Гастония
Спартанбург
Гринвилл
Колумбия
Чарлстон
Саванна
Джэксонвилл
Тампа
Уэст-Палм-Бич
Майами
Ки-Уэст
Таллахасси
Мобил
Батон-Руж
Ньюорлеан
Хьюстон
Галвестон
Остин
Сан-Антонио
Ларедо
Даллас
Форт-Уэрт
Уэйко
Эль-Пасо
Марфа
Таксон
Финикс
Санта-Фе
Альбукерке
Оклахома-Сити
Маскоги
Форт-Смит
Литл-Рок
Мемфис
Нашвилл
Атланта
Бирмингем
Мобил
Монтгомери
Мейкон
Колумбия
Гринвилл
Уилмингтон
Чарлстон
Савана
Джэксонвилл
Тампа
Уэст-Палм-Бич
Майами
Ки-Уэст
Таллахасси
Джэксон



Ф и г. 2.18. Среднее годовое испарение с поверхности озер США в дюймах за период с 1946 по 1955 г. (по данным U.S. Weather Bureau Technical Paper, 37.)

из оцинкованного железа и не окрашивается, диаметр его 4 фута и высота 10 дюймов. Устанавливают его на деревянную раму; дно испарителя должно находиться на высоте 12 дюймов от поверхности грунта. Чтобы определить испарение с поверхности водоема, умножают величину испарения, полученную с помощью этого испарителя, на коэффициент, равный 0,70—0,75.

Данные по испарению публикуются Бюро мелиорации, Министерством земледелия (Управлением растениеводства) и Бюро погоды США.

На фиг. 2.19 показана испарительная площадка класса *А* Бюро погоды США.

Влияние испарения с поверхности водохранилищ на сток

Испарение с поверхности искусственных водоемов оказывает значительное влияние на один из элементов круговорота воды в природе — сток, описанный в разделе 2.13. После строительства водохранилища, если объем испарения превышает сумму осадков, сток всегда уменьшается. Если осадки превышают испарение, сток обычно увеличивается, за исключением случаев, когда коэффициент стока данного района до сооружения водохранилища был относительно высоким, тогда возможно уменьшение стока. Коэффициент стока (эмпирически определяемый фактор), умноженный на сумму осадков, дает объем стока. Коэффициент стока может быть самым различным. В полузасушливом районе, где условия для стока неблагоприятны, водосборный бассейн имеет коэффициент стока, равный 0,05; в областях с постоянными обильными осадками он может достигать 0,35. Коэффициент стока для озера равен 1. Для примера вычислим общее увеличение или уменьшение стока в результате строительства водохранилища, используя данные табл. 2.8.

Таблица 2.8

Влияние водохранилища на сток

Водохранилище	Озеро Мид (Аризона—Невада)	Шаста (Северная Калифорния)	Норрис (Теннесси)	Росс (штат Вашингтон)
Площадь, акры	146 500	26 000	40 000	1895
Годовые осадки, дюймы	7	40	50	80
Годовое испарение по испарителю, дюймы	120	65	44	32
Коэффициент стока	0,05	0,20	0,30	0,35
Коэффициент испарителя	0,7	0,7	0,7	0,7
Увеличение или уменьшение стока, акрофут/год	944 275 (уменьшение)	29 750 (уменьшение)	14 000 (увеличение)	4640 (увеличение)

Пример вычисления.

Озеро Мид. *а*. Сток до сооружения водохранилища: Осадки на площади будущего водохранилища × Коэффициент стока $= \frac{7}{12} \times 146\,500 \times 0{,}05 = 4275$ акрофутов.

б. Сток после строительства водохранилища: Осадки на площади водохранилища — — Испарение с поверхности водохранилища $= (7 - 0{,}7 \times 120)\,\frac{146\,500}{12} =$ $= -940\,000$ акрофутов.

Изменение стока: Вторая величина — Первая величина $= (-940\,000) + (-4275) =$ $= -944\,275$ акрофутов (уменьшение).

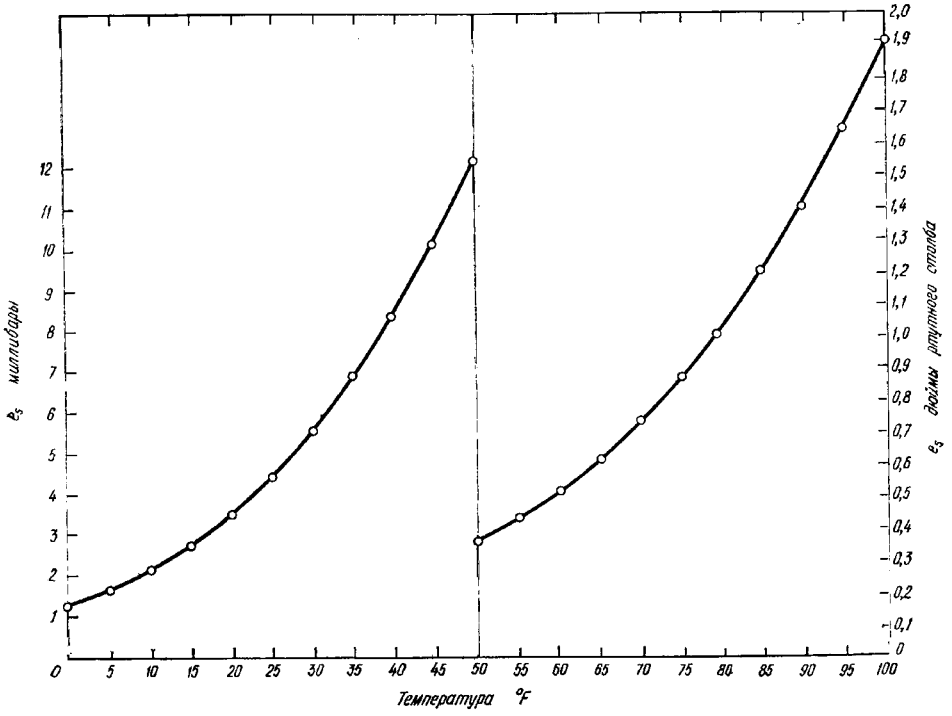
Озеро Норрис. *а*. Сток до сооружения водохранилища: $\frac{50}{12} \times 40\,000 \times 0{,}3 = 50\,000$ акрофутов.

б. Сток после сооружения водохранилища: $(50 - 0{,}7 \times 44) \times \frac{40\,000}{12} =$ $= 64\,000$ акрофутов.

Изменение стока $= 64\,000 - 50\,000 = 14\,000$ акрофутов (увеличение).

2.10. МЕСЯЧНОЕ ИСПАРЕНИЕ

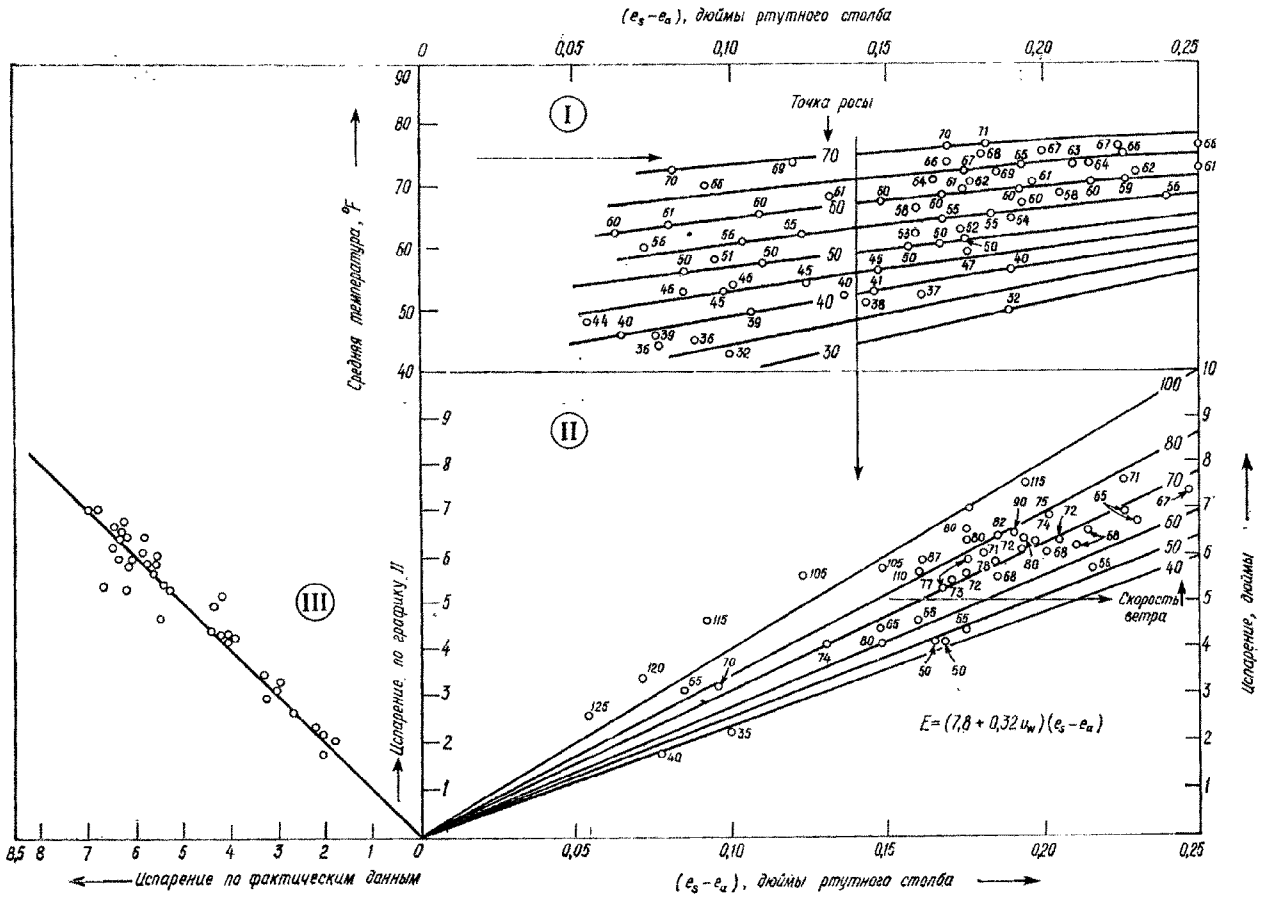
Формулу месячного испарения, подобную уравнению Мейера для суточного испарения, можно вывести на основании данных стандартной испарительной площадки класса *A* путем графической корреляции, описанной Линслеем и др. [12]. На графике представлены следующие данные: темпе-



Ф и г. 2.20. Зависимость упругости водяного пара от температуры.

ратура воздуха, точка росы, скорость ветра и испарение для площадки в виде месячных величин за ряд лет. Чтобы оценить месячное испарение, необходимо установить графическую зависимость между температурой воздуха, точкой росы и скоростью ветра и вывести уравнение для этой графической зависимости.

Допустим, что закон Дальтона применим к нашим данным и что температура воды равна температуре воздуха. Семейство кривых для точки росы в квадранте I (фиг. 2.21) построено по графикам для e_s (фиг. 2.20); по оси ординат отложена средняя температура, по оси абсцисс — разница в упругости водяного пара $(e_s - e_a)$, параметр — точка росы. Семейство кривых в квадранте II (фиг. 2.21) отражает зависимость испарения от скорости ветра; здесь по оси ординат отложено испарение, по оси абсцисс — разница в упругости водяного пара $(e_s - e_a)$. Эти кривые представляют собой почти прямые линии, проходящие через основание координат. Их уравнения будут установлены ниже. У каждой точки обозначено ее численное значение. Кривые помечены соответствующей величиной определенного параметра. После построения двух семейств кривых точность полученных данных проверяют путем построения графика зависимости между величинами испарения, найденными по кривым, и величинами испарения по фактическим данным (квадрант III). При хорошей сходимости результатов точки в квадранте III должны равномерно распределяться по обе стороны биссектрисы угла, образованного осью абсцисс и осью ординат; при полной сходимости точки располагаются прямо на биссектрисе. В целом на фиг. 2.21 данные имеют хорошую сходимость.



Ф и г. 2.21. Коаксиальная зависимость между месячным испарением и средней температурой, точкой росы и скоростью ветра.

В противном случае распределение точек в квадранте III показало бы, как исправить положение кривых в квадрантах I и II. Теперь найдем уравнение, дающее те же результаты, что и графики фиг. 2.21. По аналогии с уравнением (2.10)

$$E = (a + bv_w)(e_s - e_a), \tag{2.12}$$

где E — месячное испарение в дюймах; v_w — скорость ветра в милях/час; e_s, e_a, как и ранее, в дюймах ртутного столба; a и b — постоянные, которые определяются путем выбора двух из шести кривых квадранта II, т. е. кривые для $v_w = 60$ и 80 миль/час.

$E = 7$ дюймов для $e_s - e_a = 0{,}25$ дюйма ртутного столба и $v_w = 60$ миль/час; $E = 8{,}6$ дюйма для $e_s - e_a = 0{,}25$ дюйма ртутного столба и $v_w = 80$ миль/час. Подставляем эти значения в уравнение (2.12) и находим решение для a и b. Получаем искомое уравнение

$$E = (7{,}8 + 0{,}32v_w)(e_s - e_a). \tag{2.13}$$

2.11. ТРАНСПИРАЦИЯ

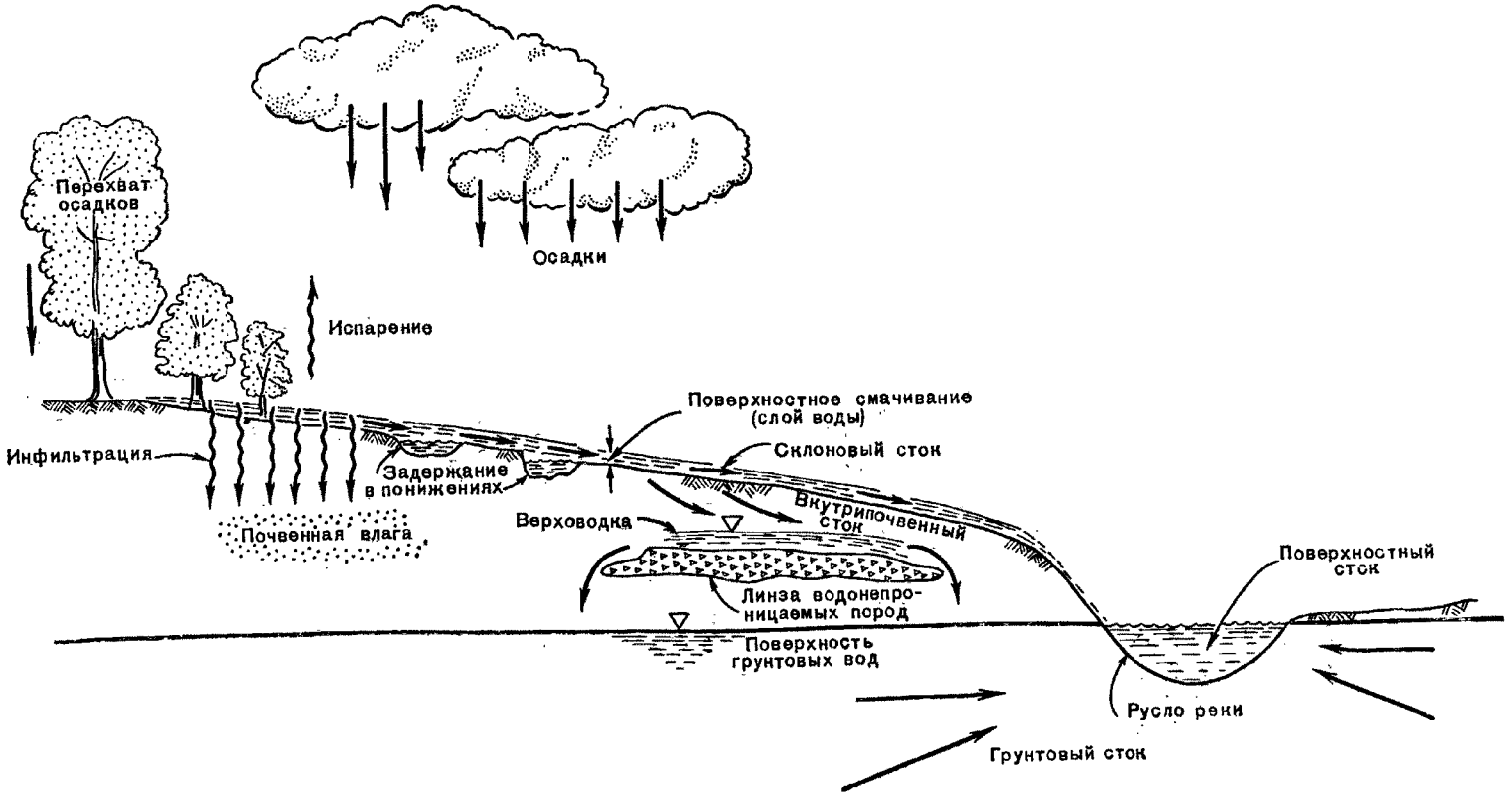
Транспирация — процесс переноса воды из растений в атмосферу в виде водяного пара — зависит в основном от тех же факторов, которые регулируют испарение: температуры воздуха, скорости ветра и солнечной радиации. Транспирация бывает различной в зависимости от типа и густоты растительного покрова, а также от влажности почвы. Некоторое количество воды должно поступать к корням растений. Его определяют по коэффициенту завядания, т. е. той влажности почвы (см. раздел 3.5), при которой растение завядает необратимо, так что рост его не может возобновиться даже при поступлении влаги. Коэффициент завядания изменяется от 0,9% для крупнозернистых песков до 16% и более для суглинков [19]. Влажность, превышающая удельную влагоемкость почвы (см. раздел 3.7), часто губительно действует на растения, но в диапазоне между влажностью завядания и удельной влагоемкостью транспирация относительно мало зависит от влажности почвы. В почве, насыщенной водой, или в открытой воде большинство растений произрастать не могут.

Транспирацию измеряют в лаборатории, для чего почву в горшках или сосудах, куда высажены растения, покрывают воском, который препятствует испарению с поверхности почвы. Уменьшение веса сосуда с растением вследствие транспирации служит мерой транспирации. Как и в случае испарителей, для перехода от лабораторных данных к полевым необходим определенный коэффициент. Описанный метод неприменим к растениям с неглубокой корневой системой.

Измерение суммарного испарения, или водопотребления (т. е. общего количества воды, поглощенной растительностью и испарившейся в процессе транспирации или использованной для построения тканей плюс испарение с почвы), производится в больших баках. Количество воды, необходимое для поддержания постоянных условий влажности в баке во время роста растения, и определяет ее потребление.

СТОК

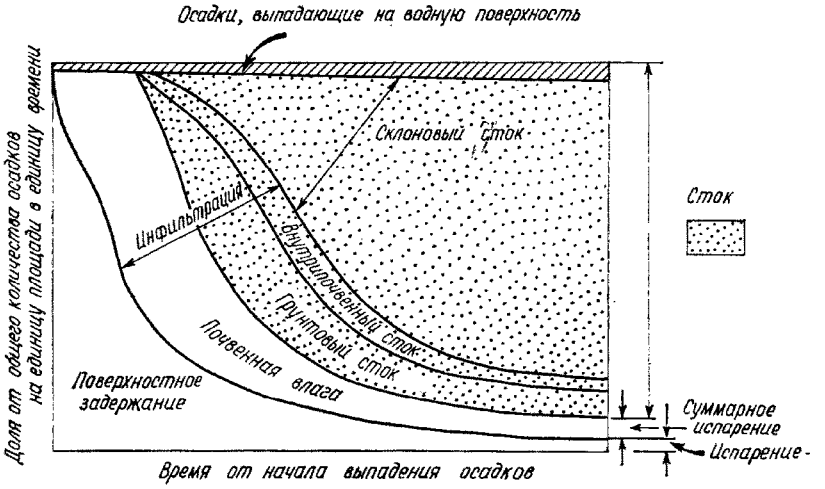
Под стоком понимают сумму поверхностного и части подземного стока, поступившей в реки. Поверхностный сток равен общему количеству осадков за вычетом величины поверхностного задержания и инфильтрации, т. е. движения воды в грунт. Зависимость между осадками и стоком имеет большое практическое значение. В связи с этим необходимо ясно представить роль стока в круговороте воды в природе.



Ф и г. 2,22. Схема цикла стока.

2.12. ЦИКЛ СТОКА

Цикл стока заключается в распределении осадков с момента их выпадения до достижения ими речных русел или возвращения в атмосферу вследствие испарения и транспирации. Относительные величины составляющих, на которые можно расчленить количество осадков, выпавших за определенный



Ф и г. 2.23. Распределение осадков в процессе стока для ливня средней интенсивности.

ливень, зависят от физических особенностей и условий земной поверхности, как природных, так и искусственных, а также от характеристик ливня. В начале ливня значительное количество осадков перехватывается растительностью. Вода, задерживаемая деревьями и другими растениями, обычно легко сдувается ветром и испаряется. Осадки слабой интенсивности и небольшой продолжительности могут быть полностью перехвачены растительностью, просочиться под землю. После испарения, стекания воды, задержанной растительностью, заполнения водой понижений, и когда интенсивность осадков у поверхности грунта превысит его инфильтрационную способность, начинается склоновый сток (фиг. 2.22). Поверхность земли покрывается тонким слоем воды, называемым поверхностным смачиванием. Как только склоновый сток поступит в русло реки, он становится уже поверхностным стоком.

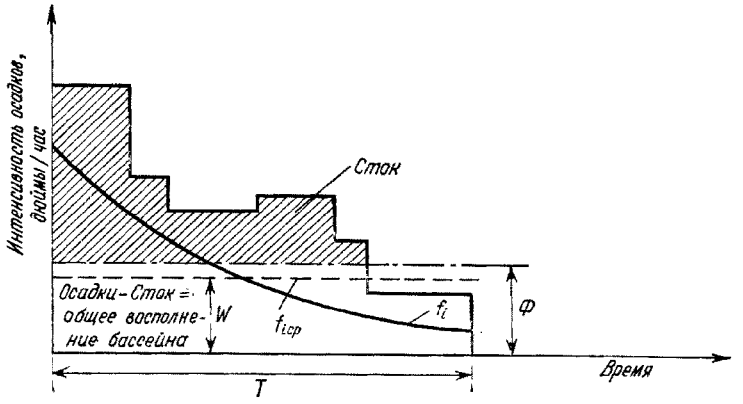
Часть воды, которая инфильтровалась в грунт, движется в горизонтальном направлении по линзам относительно непроницаемых пород на небольшой глубине в виде внутрипочвенного стока по направлению к руслу реки. Другая часть просачивается до поверхности грунтовых вод и тоже проникает в речное русло (так называемый подземный, или грунтовый сток). Некоторое количество воды остается выше уровня грунтовых вод в зоне аэрации (см. раздел 3.7).

На фиг. 2.23 показана доля участия равномерных осадков средней интенсивности в стоке. Часть осадков выпадает на водную поверхность реки. Как только осадки попадают на землю, они перехватываются растительностью или скапливаются в понижениях, а часть их начинает испаряться. Эти три группы осадков составляют поверхностное задержание. Когда растительный покров уже не в состоянии удерживать влагу, а понижения заполнены водой, она начинает инфильтроваться в грунт. После этого появляется склоновый сток. Спустя продолжительное время задержавшаяся на земной поверхности вода будет только испаряться. Почвенная влага расходуется на суммарное испарение через корни растений и с почвы вследствие разницы температур на поверхности почвы и ниже ее. Подземные воды начинают рав-

номерно поступать в реки. Явление инфильтрации заслуживает особого внимания, так как оно лежит в основе метода оценки стока по осадкам, более эффективного, чем метод, использующий коэффициенты стока.

Инфильтрация

Роль инфильтрации в круговороте воды в природе описана Хортоном [20]. Он определяет инфильтрационную способность f_p как максимальную



Ф и г. 2.24. Индексы инфильтрации Ф и W.

скорость, с которой грунт может поглотить влагу при данных условиях. По Хортону, инфильтрационная способность уменьшается экспоненциально во времени от максимальной начальной величины до постоянной. Действительная скорость инфильтрации f_i всегда меньше f_p, за исключением случая, когда интенсивность осадков i равна или превышает f_p. Она также уменьшается по мере насыщения грунта и набухания его глинистых частиц. Скорость инфильтрации зависит от таких факторов, как состояние поверхности грунта, густота растительного покрова, температура, химический состав воды, поступающей в грунт, физические свойства грунта (пористость, гранулометрический состав, связность и др.), интенсивность осадков (осадки высокой интенсивности вызывают уплотнение грунта).

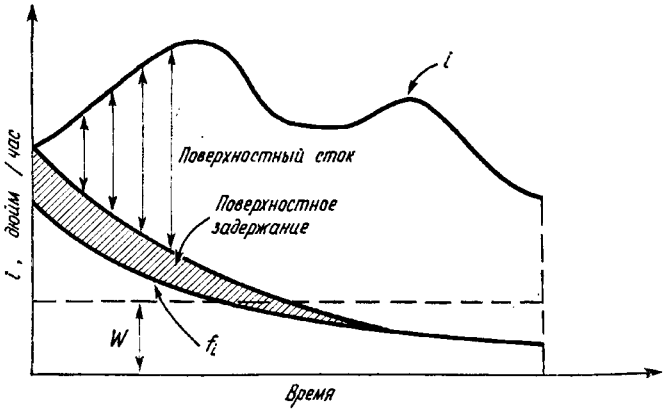
Инфильтрационный метод определения стока основан на использовании индексов инфильтрации. Индекс Ф, определяемый как средняя интенсивность осадков, на графике фиг. 2.24 представляет собой ординату горизонтальной линии. Заштрихованная площадь, расположенная выше этой линии, дает величину стока. Остальная часть общего количества осадков расходуется на восполнение запасов воды в бассейне, поверхностное задержание и инфильтрацию. К сожалению, в индекс Ф входит величина поверхностного задержания, хотя при ливнях большой продолжительности она незначительна, а значение индекса Ф приближается к средней скорости инфильтрации $f_{i\,\text{ср}}$. В связи с этим вводится индекс W — средняя скорость инфильтрации в течение того времени, когда интенсивность осадков превышает инфильтрационную способность:

$$W = \frac{F_i}{T} = \frac{1}{T}(P - Q_s - S_e), \tag{2.14}$$

где F_i — общая инфильтрация; T — время, в течение которого интенсивность осадков превышает инфильтрационную способность; P — осадки; Q_s — поверхностный сток; S_e — поверхностное задержание.

Данные по инфильтрации можно с успехом использовать для оценки максимального паводочного стока, который составляет значительную часть

поверхностного. Во время паводков начальная влажность грунта обычно равна постоянной величине и кривая инфильтрационной способности также постоянна. При равномерных осадках с интенсивностью, превышающей инфильтрационную способность (фиг. 2.25), поверхностный сток определяют по данным об осадках и инфильтрации следующим образом. Оценивают индекс W и кривую инфильтрации накладывают на график осадков. Определяют поверхностное задержание и прибавляют его к инфильтрации,



Ф и г. 2.25. Оценка поверхностного стока по осадкам и индексу *W*.

в результате получают поверхностный сток, представленный на графике областью между кривой осадков и кривой поверхностного задержания и инфильтрации.

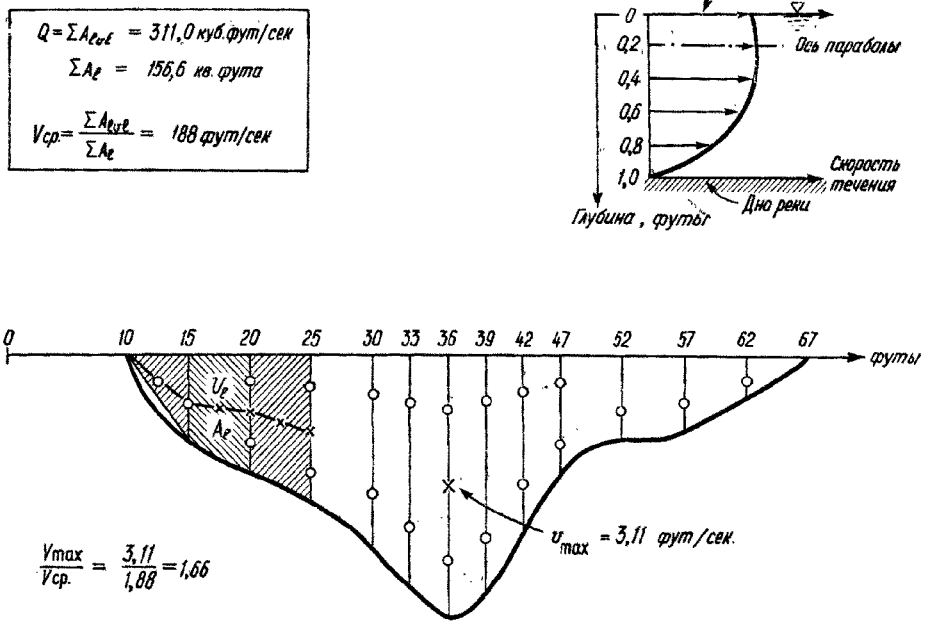
2.13. РЕЧНОЙ СТОК

При изучении стока необходимо располагать данными по речному стоку. Ниже приведены измерения речного стока, зависимость между уровнем и расходом воды в реке и произведена экстраполяция этих данных.

Речной сток определяют на гидрометрической станции следующим путем. Измеряют уровень воды и вводят полученные величины в зависимость между уровнем и расходом, графическое изображение которой называется кривой расходов. Эту кривую строят на основании измерений с помощью вертушки средней скорости течения в поперечном сечении реки у станции для ряда состояний потока при различных уровнях воды. На ось ординат наносят уровень воды, на ось абсцисс — расход. На фиг. 2.26 показано, как рассчитывать расход воды в реке. Поскольку скорость течения воды на различных глубинах не одинакова, среднюю скорость течения по любой вертикали (фиг. 2.26) получают по измерениям скорости на глубине 0,6 для верхнего слоя воды и по средней величине скоростей течения на глубинах 0,2 и 0,8 для глубоких вод.

На всех крупных реках Геологическая служба США и организации штатов установили водомерные посты. Уровень воды в реке легко измерить простой водомерной рейкой с нанесенными на ней делениями в футах и десятых долях фута. Водомерные рейки часто делят на три части, которые предназначены для определения низкого, среднего и высокого уровней. Для удобства чтения показаний применяют также наклонные рейки. Нулевой уровень воды в реке берется произвольно. Иногда он соответствует среднему уровню моря, но обычно за нуль графика водомерного поста принимают самый низкий уровень, полученный по измерениям на посту. Водомерная рейка недорога и легка в эксплуатации.

После выпадения ливней на площади водосборного бассейна уровень воды в реке резко изменяется. В этом случае непрерывные замеры уровня производят посредством самописцев, в которых движение поплавка реги-



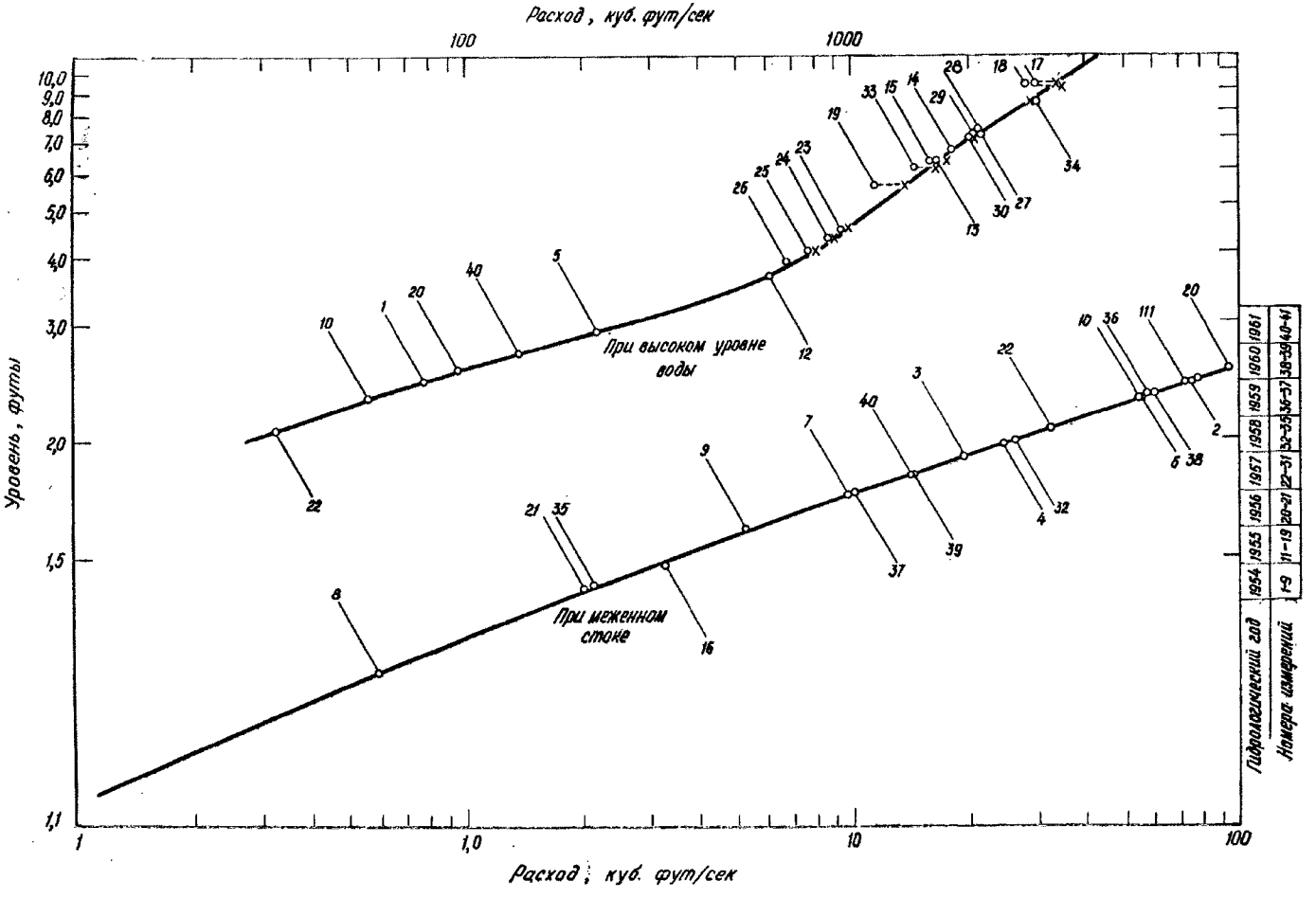
Ф и г. 2.26. Вычисление расхода воды в реке.

стрируется на графике. Самописцы уровня устанавливают в будках на гидрометрических станциях (фиг. 2.27). На соотношение между уровнями и расхо-



Ф и г. 2.27. Гидрометрическая станция на реке Стонибрук в Принстоне, штат Нью-Джерси.

дами влияют физико-географические особенности русла реки вниз по течению от гидрометрической станции. Если это влияние сказывается на небольшом расстоянии по руслу, оборудуется простой гидрометрический створ. Когда на зависимость между уровнем и расходом влияют характеристики русла на значительном расстоянии, строят контрольный гидрометрический створ.

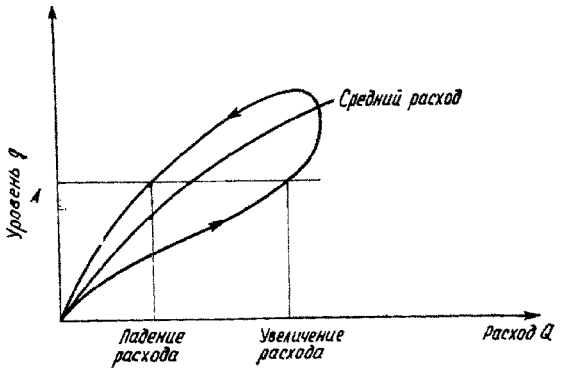


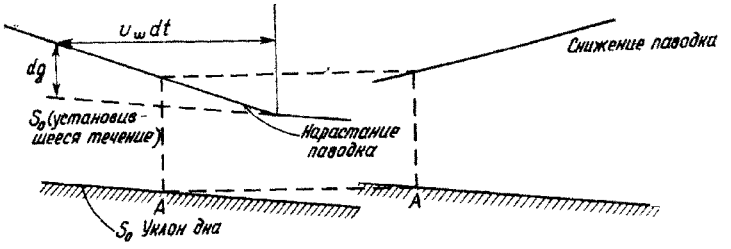
Ф и г. 2.28. Кривые расхода для реки Стонибрук в Принстоне.
Площадь водосборного бассейна равна 44 кв. милям.

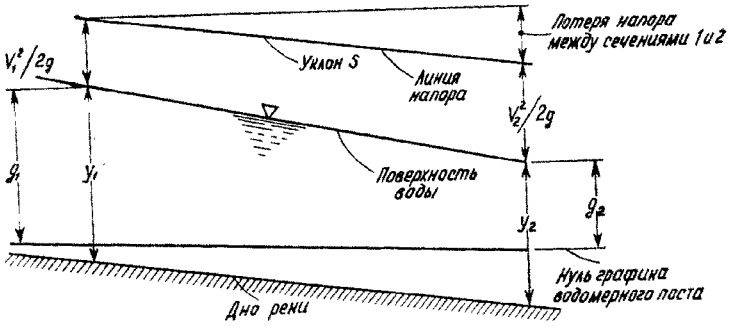
Размыв и отложения изменяют характеристики русла, так что со временем русло в контрольном створе изменяется, что сказывается на форме кривой расходов. Станция, изображенная на фиг. 2.27, имеет постоянный контрольный гидрометрический створ для межени, состоящий из бетонного водослива с неглубоким V-образным отверстием для измерения вытекающей воды. Для наблюдений при сильных паводках сооружен специальный мостик, сжимающий речной поток.

Кривые расхода

На реках с постоянными руслом и уклоном линии напора зависимость между уровнем и расходом воды устойчива (фиг. 2.28). Однако соотношение







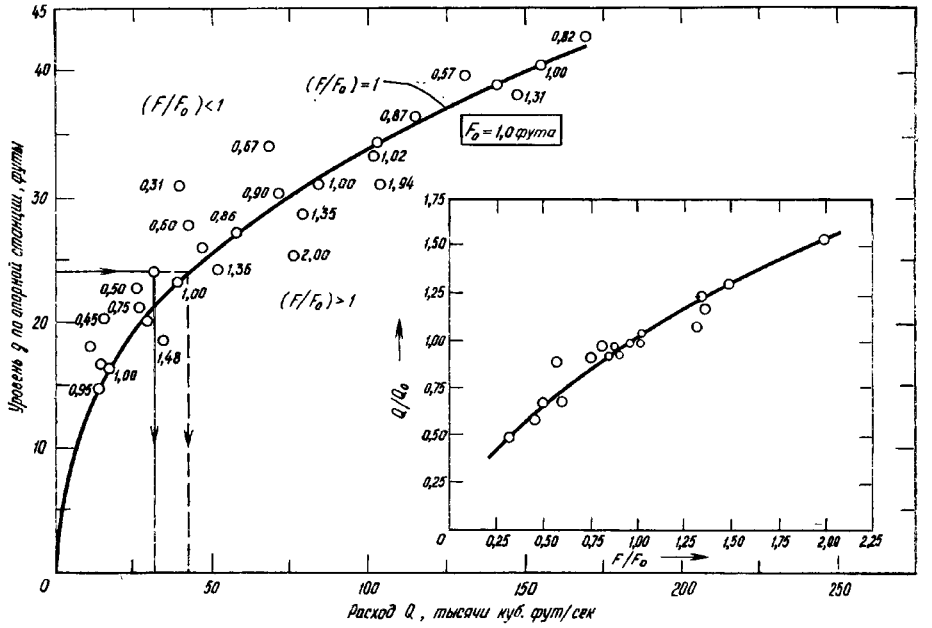
Ф и г. 2.29. Уровень, расход и уклон воды в реке.

между уровнем и расходом меняется, когда паводочная волна нарастает и падает, а также при подпоре. Расход зависит и от уклона линии напора (фиг. 2.29). Поскольку скоростной напор невелик, уклон линии напора

приблизительно соответствует уклону поверхности воды (фиг. 2.29), который легче измерить. Выражение для расхода с учетом уклона можно вывести с помощью формулы Маннинга [23]

$$Q = A\frac{1{,}49}{n}R^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}, \tag{2.15}$$

где Q — расход в кубических футах в секунду, A — площадь поперечного сечения потока в квадратных футах, R — гидравлический радиус (в футах)—



Ф и г. 2.30. Кривая расходов при постоянном падении уровня.

отношение A к смоченному периметру (линии контакта сечения A с дном реки и берегами), S — уклон, n — коэффициент шероховатости Маннинга. Выводим соотношение для любых двух расходов Q и Q_0 при одном и том же уровне, но разных уклонах S и S_0:

$$\frac{Q}{Q_0} = \left(\frac{S}{S_0}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{2.16}$$

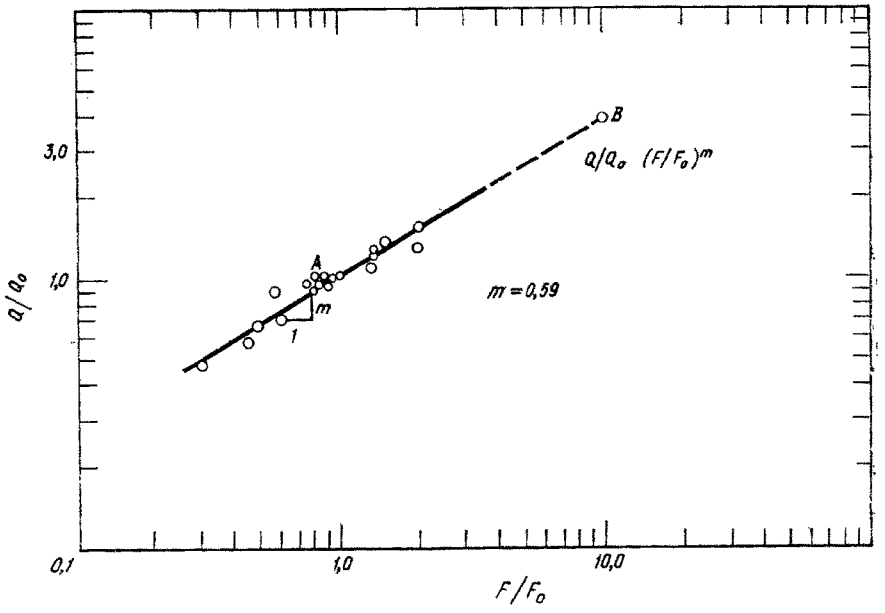
Если уклон линии напора заменить в первом приближении на $\frac{F}{L}$, где F — падение уровня воды между основной (опорной) гидрометрической станцией и дополнительным постом, расположенном на расстоянии L вниз по течению, уравнение (2.16) принимает вид

$$\frac{Q}{Q_0} = \left(\frac{F}{F_0}\right)^{m}, \tag{2.17}$$

где показатель степени также равен примерно $\frac{1}{2}$.

Теперь можно построить кривую постоянного падения уровня. Допустим, что все величины Q_0 соответствуют постоянному падению уровня F_0, равному 1 футу. Производим ряд измерений с помощью вертушки на опорной станции и на дополнительном створе, расположенном вниз по течению, и строим график (фиг. 2.30) зависимости между уровнем воды на опорной станции и соответствующим расходом; около каждой точки ставим значение $\frac{F}{F_0}$. Величины $\frac{F}{F_0} > 1$ и $\frac{F}{F_0} < 1$ образуют два поля таким образом, что

кривая $\frac{F}{F_0} = 1$ служит границей между этими полями. Находим для каждого уровня по опорной станции расход Q_0, соответствующий Q (фиг. 2.30). Данные, полученные по уравнению (2.17), наносим на график в логарифми-



Ф и г. 2.31. Определение m в уравнении (2.17):

$$m=\frac{\lg_{10}\left(\frac{Q}{Q_0}\right)_B-\lg_{10}\left(\frac{Q}{Q_0}\right)_A}{\lg_{10}\left(\frac{F}{F_0}\right)_B-\lg_{10}\left(\frac{F}{F_0}\right)_A}=\lg_{10}3{,}9=0{,}59.$$

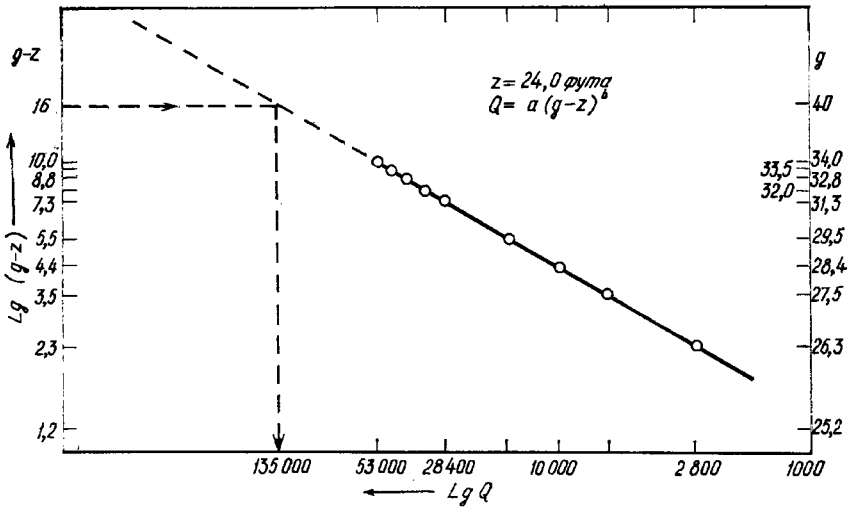
ческом масштабе (фиг. 2.31). Показатель степени m определяют как уклон прямой, построенной по этим данным. Зная m и используя данные одновременных измерений уровня на опорном и дополнительном створах, любой расход Q находят с помощью уравнения (2.17) и кривой постоянного падения. Расход Q также находят по кривой зависимости между $\frac{Q}{Q_0}$ и $\frac{F}{F_0}$ (фиг. 2.30). Для данного уровня воды на опорной станции кривая постоянного падения дает Q_0, а по кривой связи $\frac{Q}{Q_0}$ и $\frac{F}{F_0}$ получают $\frac{Q}{Q_0}$ с учетом падения уровня. Из табл. 2.9, где представлены данные фиг. 2.30, видно, что оба метода дают близкие результаты.

Таблица 2.9

Расход по кривой постоянного падения уровня

Уровень на опорной станции, футы	Падение уровня, футы	Расход, *куб.фут/сек* (по уравнению 2.17)	Расход, *куб.фут/сек* (по кривой связи $\frac{Q}{Q_0}$ с $\frac{F}{F_0}$)
34	1,5	130 000	135 000
34	0,5	68 700	66 000
26	0,8	46 800	47 200

Кривую расхода для нормального падения уровня на опорной станции получают при больших падениях уровня в реке. Пусть Q_n — нормальный расход, соответствующий нормальному падению F_n. Производят ряд одновременных измерений Q и F, и уровни по опорной станции наносят на график в зависимости от соответствующих величин расхода; при этом около каждой точки указывают значение $\frac{F}{F_n}$. Затем строят кривую нормального падения



Ф и г. 2.32. Логарифмическая экстраполяция кривой расходов.

и дополнительную кривую. С помощью этих двух кривых определяют Q для любого данного уровня и падения уровня по опорной станции.

Когда на станции отсутствует подпор, но резко изменяется уровень под действием паводочной волны [21] (фиг. 2.29), уклон поверхности воды будет не S_0, как в случае установившегося течения, а $S + \frac{dg}{v_w dt}$, где dg — изменение уровня за данный период времени dt, v_w — скорость паводочной волны. По полученным данным вычерчивают кривую расходов Q_0 в условиях отсутствия паводочной волны $\left(\frac{dg}{dt} = 0\right)$ и поправочную кривую зависимости между $\frac{Q}{Q_0}$ и $\frac{dg}{dt}$.

Экстраполяция кривых расхода

Иногда уровни паводков достигают таких размеров, что нельзя производить никаких измерений расхода воды. В этом случае проводят экстраполяцию существующих кривых расхода. Наилучший способ — использовать уравнение для кривой расхода в виде

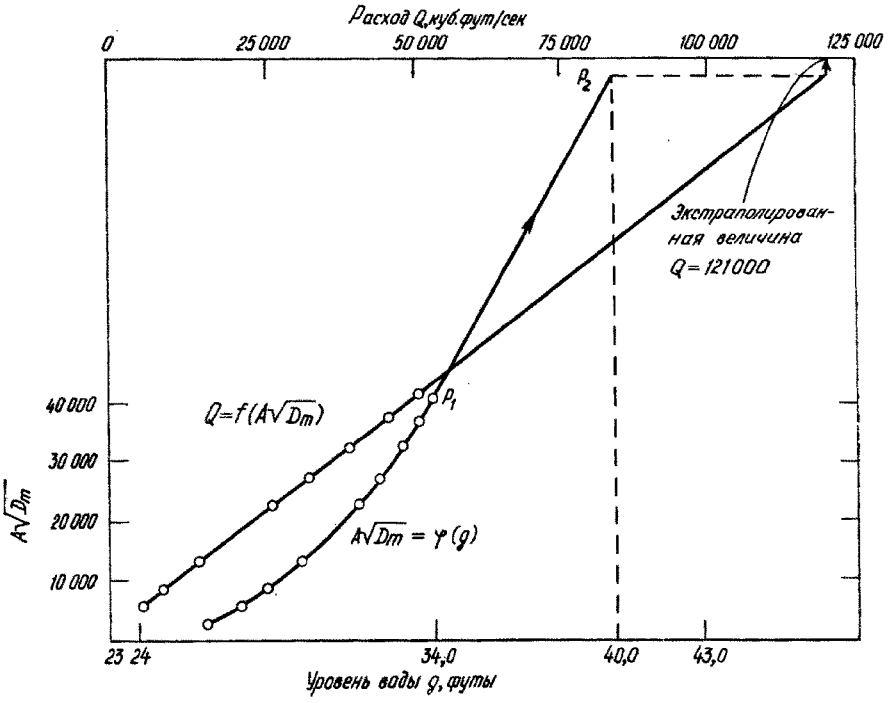
$$Q = a(g - z)^b, \tag{2.18}$$

где a и b — постоянные; z — приблизительная величина уровня для нулевого расхода, которую можно определить по графику методом проб и ошибок; g — уровень воды; Q — расход. Это уравнение дает график с прямолинейной зависимостью в логарифмическом масштабе (фиг. 2.32).

Другой метод экстраполяции, предложенный Стивенсом, основан на формуле Шези [23]

$$Q = ACR^{\frac{1}{2}}S^{\frac{1}{2}}, \tag{2.19}$$

где Q — расход в кубических футах в секунду; A — площадь поперечного сечения потока в квадратных футах; R — гидравлический радиус в футах; S — уклон линии напора; C — коэффициент шероховатости Шези. Если допустить, что величина $S^{\frac{1}{2}}$ постоянна для станции, а величину R заменить



Ф и г. 2.33. Экстраполяция кривой расходов по методу Стивенса.

на среднюю глубину D_m, уравнение (2.19) примет вид

$$Q = kA\sqrt{D_m}, \tag{2.20}$$

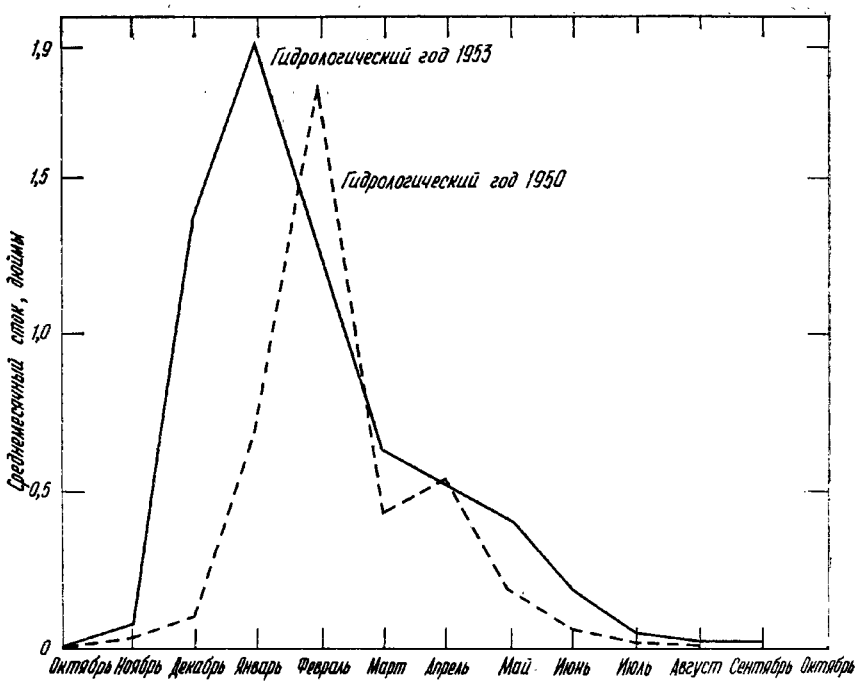
где k — постоянная. Зависимость между измеренными величинами Q и $A\sqrt{D_m}$ выражена прямой линией (фиг. 2.33). На этом же графике значения $A\sqrt{D_m}$ можно представить как функцию уровня g. Затем легко графически исключить величину $A\sqrt{D_m}$ между ее зависимыми переменными Q и g. Этот метод дает надежные результаты, если площадь и ширина сечения потока измерены достаточно близко к уровню, для которого производится экстраполяция Q. На фиг. 2.33, где отсутствуют данные между точками P_1 и P_2, экстраполяция неопределенна. При уровне 40 футов на опорной станции логарифмическая экстраполяция дает Q = 135 000 *куб. фут/сек* (по методу Стивенса Q = 121 000 *куб. фут/сек*).

Источники и обработка данных о стоке

Геологическая служба США ежегодно публикует данные о речном стоке для 14 бассейнов страны в виде «Докладов по водным ресурсам». Она также сотрудничает с Управлением водных запасов штата Калифорния и Управлением охраны природных ресурсов и экономического развития штата Нью-Джерси в издании материалов по запасам поверхностных вод различных штатов [24]. Кроме этих организаций, информацию о речном стоке поставля-

ют Инженерный корпус армии США, Управление водного хозяйства в долине реки Теннесси и местные участки по регулированию паводков.

В Геологической службе США для удобства расчетов принят гидрологический год — период с 1 октября по 30 сентября, т. е. время от начала осенне-зимнего подъема до конца летней межени. Гидрологический год обозначается календарным годом, в котором он кончается. Расход измеряют



Фиг. 2.34. Данные по стоку для реки Арройо-Секо около Соледада, штат Калифорния.

Площадь водосбора 241 кв. миля; длительность наблюдений — с ноября 1901 г. по сентябрь 1953 г.; средний годовой расход 170 *куб. фут/сек*; максимальный отмеченный расход 22 000 *куб. фут/сек*; средний годовой сток 9,55 дюйма (по данным U. S. Geol. Surv. Water Supply Papers 1181, 1285).

в кубических футах в секунду. Объем стока обычно выражают в акрофутах (1 акрофут — количество воды, покрывающее площадь 1 акр слоем 1 фут) или в *сек/фут/сутки* (объем, получаемый при расходе 1 *куб. фут/сек* в течение 1 суток, равный 86 400 куб. футов). Акрофут содержит 43 560 куб. футов; таким образом, примерно 2 акрофута равны 1 *сек/фут/сутки*. Единица измерения кубический фут в секунду с квадратной мили используется реже. Она определяется как среднее количество кубических футов воды, стекающее за 1 *сек* с каждой квадратной мили водосбора, при условии, что сток распределен равномерно во времени и по площади. Сток в дюймах — высота слоя воды (в дюймах), который покрыл бы площадь бассейна за данный период времени при условии равномерного распределения воды по всей площади. Этой мерой удобно пользоваться при сравнении данных о стоке, осадках и испарении. В метрической системе расход выражен в кубических метрах в секунду, а объем стока — в кубических метрах.

Доклады по водным ресурсам Геологической службы США обычно дают среднесуточный расход в кубических футах в секунду, а среднемесячный — в кубических футах в секунду или в секундо-футо-сутках за месяц. На фиг. 2.34 показан месячный сток в дюймах для реки Арройо-Секо около Соледада, штат Калифорния.



Фиг. 2.35. Средний годовой сток в дюймах для территории США.

Колебания стока в США зависят преимущественно от географических условий и времени года. На влажном Востоке США средний годовой сток равен 10—30 дюймам, или 40—70% годовых осадков. Средний годовой сток рек восточных штатов превышает 1,0 *куб. фут/сек* с 1 кв. мили. На засушливом юго-западе средний годовой сток составляет 0,25—10 дюймов (менее 0,1 куб. *фут/сек* с 1 кв. мили), или 1—40% годового количества осадков. На Великих равнинах средний годовой сток колеблется от менее 0,1 (Северная и Южная Дакоты) до более 1,0 *куб. фут/сек* с 1 кв. мили (Арканзас). Сезонные изменения стока зависят в основном от распределения осадков и таяния снега. Реки, питаемые талыми водами, имеют максимальный расход в мае и июне. При дождевом питании максимальный расход в реках совпадает с периодом сильных дождей. На фиг. 2.35 показан средний годовой сток для территории США.

2.14. ГИДРОГРАФЫ

Гидрограф — график изменения во времени расхода гидравлических или гидрологических систем, таких, как река, водосборный бассейн, ливневый паводок. С помощью гидрографа изучают колебания стока, происходящие в течение разных периодов времени — от нескольких часов (гидрограф ливневого паводка) до года (гидрограф годового расхода реки). По гидрографу, отражающему изменение речного стока в результате выпадения осадков на площади водосборного бассейна реки, судят о количестве осадков, непосредственно поступивших в реку в виде так называемого ливневого стока. Анализ ливней различной продолжительности, выпавших в разнообразных условиях,— первый шаг в установлении зависимости между осадками и стоком в пределах данного бассейна.

Построение гидрографа

В бездождный период расход реки уменьшается (фиг. 2.36), но как только над водосборным бассейном постоянного водотока проходит сильный ливень, плавно падающая кривая гидрографа реки изменяет свою форму в соответствии с интенсивностью осадков, скоростью инфильтрации, объемом просочившейся воды, дефицитом влажности почвы, продолжительностью осадков и другими характеристиками ливня и водосборного бассейна. Ниже кратко описаны четыре случая зависимости составляющих стока (склоновый сток, внутрипочвенный сток, подземный сток и осадки, выпадающие на поверхность водотоков) от различных параметров.

Случай 1

Интенсивность осадков i меньше скорости инфильтрации f_i.

Объем просочившейся воды F_i меньше дефицита влажности почвы.

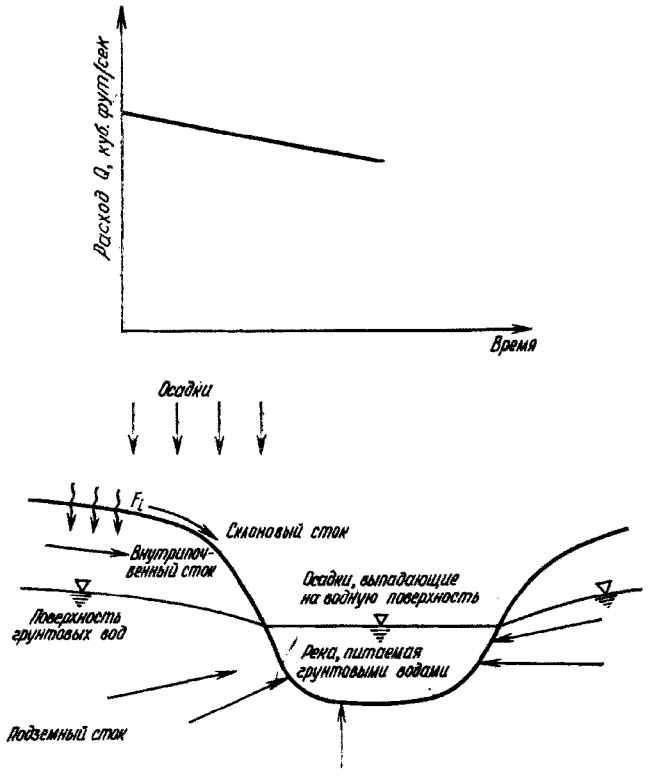
Чтобы в реку после ливня поступило пополнение от внутрипочвенного и подземного стока, объем просочившейся воды F_i должен превышать дефицит влажности почвы. На основании нашего определения полевой влагоемкости (см. раздел 3.7) дефицит влажности почвы — объем воды, требуемый для доведения влажности почвы до полевой влагоемкости.

Склоновый сток возможен, если интенсивность осадков i превышает скорость инфильтрации f_i; следовательно, некоторое повышение расхода (фиг. 2.37, *а*) вызвано выпадением осадков на поверхность реки.

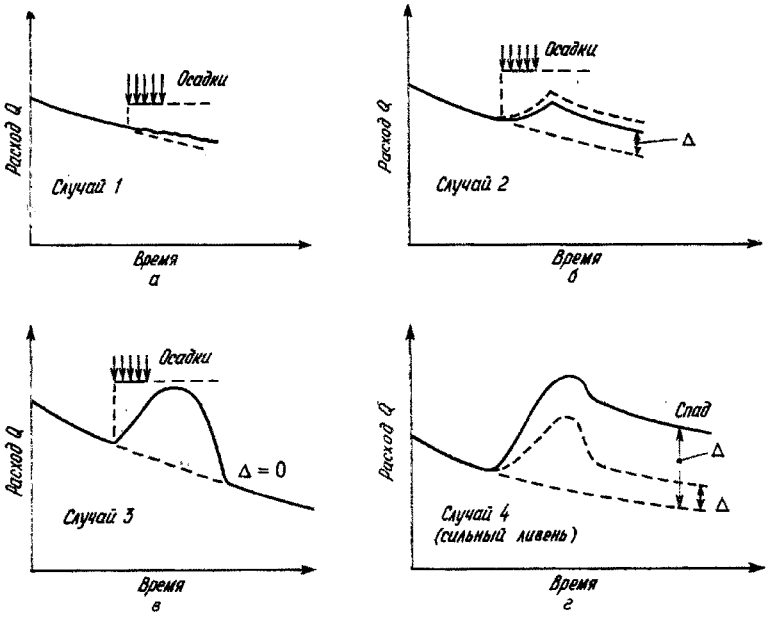
Случай 2

Интенсивность осадков i меньше скорости инфильтрации f_i.

Объем просочившейся воды F_i больше дефицита влажности почвы.



Ф и г. 2.36. Гидрограф реки, питаемой грунтовыми водами, до выпадения осадков и составляющие стока в реку после дождя.



Ф и г. 2.37. Построение гидрографа.

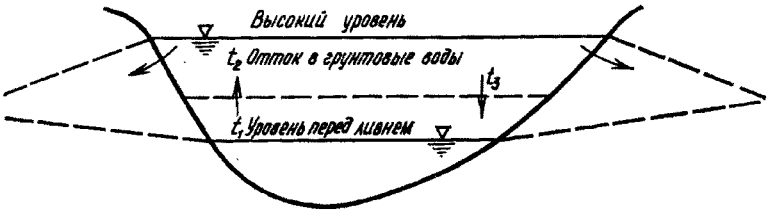
Подземное питание (Δ) возможно, если объем просочившейся воды превышает дефицит влажности почвы.

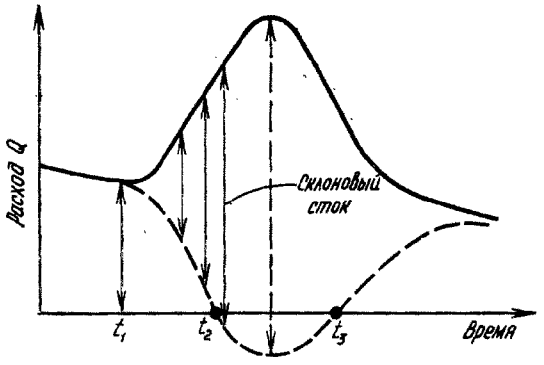
Как только влажность почвы достигнет полевой влагоемкости, в реку начинают поступать воды внутрипочвенного и подземного стока, вызванного ливнем. Гидрограф этого стока в сумме с осадками, выпавшими на водную поверхность, изображен на фиг. 2.37, *б*.

Случай 3

Интенсивность осадков i больше скорости инфильтрации f_i.

Объем просочившейся воды F_i меньше дефицита влажности почвы.





Ф и г. 2.38. Гидрограф реки, питающей грунтовые воды.

Река пополняется склоновым стоком и осадками, выпавшими на водную поверхность, но сверх регулярного подземного питания с площади водосбора грунтовые воды, которые образуются путем инфильтрации осадков от ливня, в русло реки не поступают (фиг. 2.37, *в*).

Случай 4

Интенсивность осадков i больше скорости инфильтрации f_i. Объем просочившейся воды F_i больше дефицита влажности почвы.

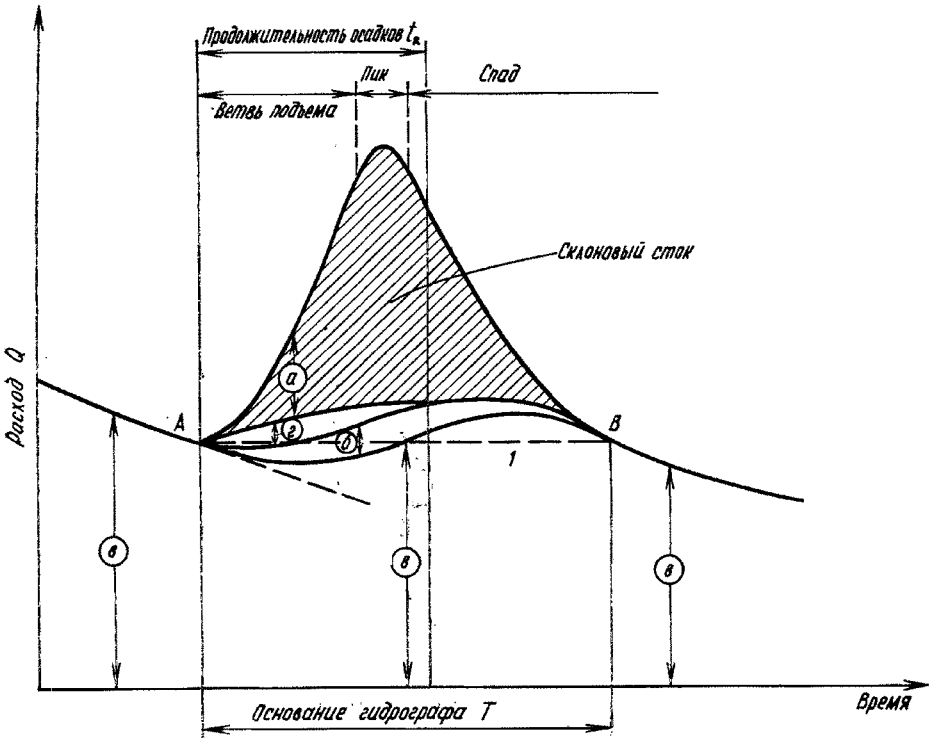
Такое положение наблюдается во время сильного ливня. В реку поступают осадки, выпавшие на водную поверхность, склоновый и внутрипочвенный сток, а также грунтовые воды (фиг. 2.37, *г*). Подземное питание реки становится отрицательным, когда река пополняет грунтовые воды (фиг. 2.38).

Расчленение гидрографа

На гидрографе фиг. 2.39 показаны различные виды питания реки: а) склоновый сток; б) внутрипочвенный сток; в) подземный сток; г) осадки, выпадающие на поверхность реки. Пополнение реки осадками, выпавшими на водную поверхность, прекращается после дождя. В зависимости от условий кривая подземной составляющей речного стока занимает на гидрографе

различное положение (фиг. 2.38 и 2.39). В этих крайних случаях доля склонового стока в питании реки также изменяется в больших пределах.

Построить гидрограф относительно просто, поскольку для этого необходимо иметь данные, получаемые на гидрометрических станциях. Труднее расчленить его на составляющие стока. Для простоты при расчленении гидро-



Ф и г. 2.39. Расчленение гидрографа реки по видам ее питания.

графа осадки, выпадающие на водную поверхность, внутрипочвенный сток и склоновый сток объединяют в одно целое под названием непосредственный, или ливневый, сток. Задача сводится к выделению непосредственного стока и подземного питания. Кривая гидрографа (фиг. 2.39) обычно имеет следующие части: ветвь подъема, участок пика и ветвь спада.

Горизонтальную линию, соединяющую точку начала ветви подъема A с точкой B на ветви спада, называемую основанием гидрографа (фиг. 2.39), можно считать в первом приближении границей между непосредственным стоком и подземным питанием.

Более сложный метод расчленения гидрографа основан на анализе ветви спада. Барнес [25] установил, что ветвь спада гидрографа определенного бассейна выражается уравнением, имеющим постоянный вид для различных ливней, в котором единственная переменная величина — константа спада K_r,

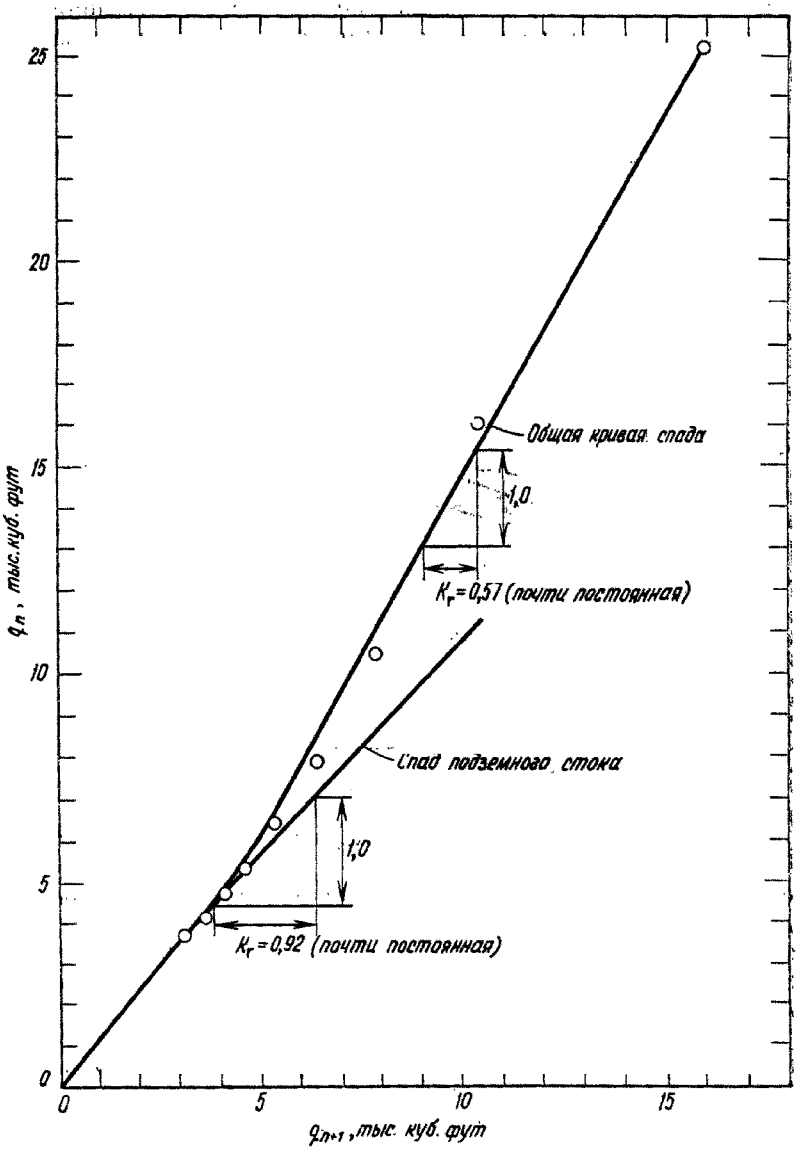
$$q_1 = q_0 K_r \tag{2.21}$$

или

$$q_t = q_0 K_r^t, \tag{2.22}$$

где t — интервал времени между начальным расходом q_0 и q_t. Изменения K_r вызваны неравномерным распределением осадков по площади и разным соотношением величин непосредственного стока и подземного питания, кото-

рые влияют на форму ветви спада. Лангбейн [26] предложил метод выделения подземной составляющей из общего спада (фиг. 2.40). Для этого строят график зависимости между средними расходами за одни сутки q_n и такими

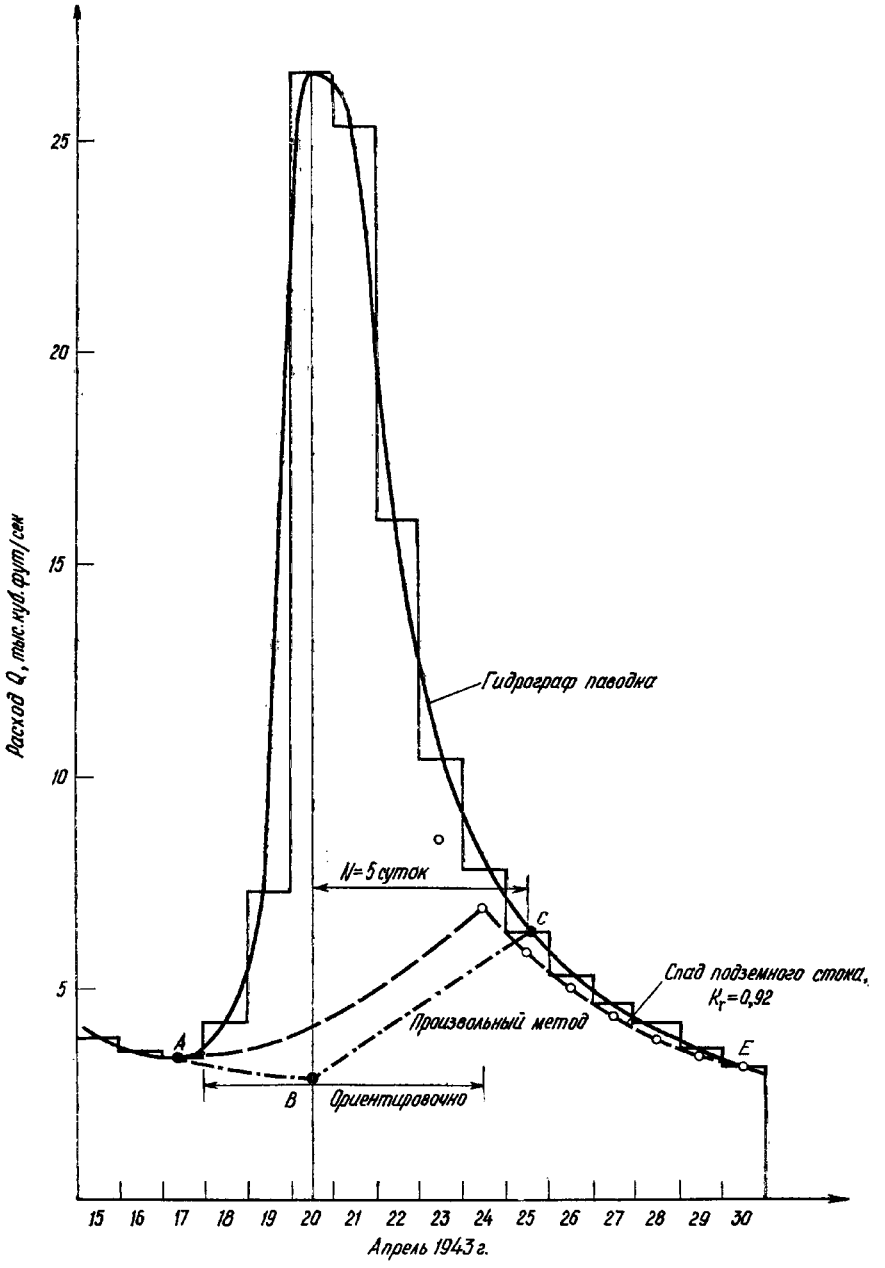


Ф и г. 2.40. Спад подземного стока и общая кривая спада.
Река Потомак у По-По, штат Западная Виргиния. Паводок 17 апреля 1943 г.

же величинами за последующие сутки q_{n+1} (n может изменяться от 0 до t — — 1 по уравнениям 2.21 и 2.22). При больших расходах график дает прямую линию, по которой можно определить константу K_r для всего спада в соответствии с уравнением (2.21). Величину K_r проверяют путем построения графика зависимости $\lg q_t$ от t. Из уравнения (2.22) следует, что

$$\lg q_t = \lg q_0 + t \lg K_r. \qquad (2.23)$$

Это уравнение представляет собой уравнение прямой линии с угловым коэффициентом K_r.



Ф и г. 2.41. Расчленение гидрографа реки Потомак у По-По, штат Западная Виргиния.

Паводок 17 апреля 1943 г. Сток с площади 3109 кв. миль. Объем стока (по произвольному методу) $70{,}1 \times 10^3$ *сек/фут/сутки*, или 139×10^3 ($70{,}1 \times 1{,}98 \times 10^3$) акрофутов, или $0{,}84 \left(\frac{139 \text{ акрофутов} \times 12 \times 10^3}{3109 \times 640 \text{ акров}}\right)$ дюйма. Объем стока (по кривой спада подземного питания) $65{,}5 \times 10^3$ *сек/фут/сутки*, или 0,78 дюйма.

Для межени, когда паводок уже спал, зависимость между q_n и q_{n+1} также выражается прямой, по которой определяют константу K_r для спада подземного стока. На фиг. 2.41 показана кривая спада подземного стока, построенная по данным, приходящимся на конец паводка, когда наблюдается спад только подземного питания; при этом была использована константа $K_r = 0{,}92$. Ординаты кривой спада подземного стока вычисляют от точки E гидрографа паводка (фиг. 2.41), которая принята за конец непосредственного стока. Время пика кривой спада подземного питания и форма ветви подъема выбраны произвольно. Следовательно, хотя описанный метод считается аналитическим, в действительности он полуаналитический.

Кроме простого способа расчленения непосредственного стока и подземного питания с помощью горизонтальной линии, проходящей через начальную точку ветви подъема, что приводит к завышению времени непосредственного стока, часто используют следующий метод. Ветвь спада, наблюдаемого перед подъемом (фиг. 2.41), продолжают от точки A до точки B, расположенной под пиком паводка. На ветви спада гидрографа паводка находят точку C, дающую расход через N суток после прохождения пика. Затем точки B и C соединяют прямой линией. Этот метод произволен, но для нахождения N существует формула

$$N = (A_d)^{0,2}, \tag{2.24}$$

где N — время в сутках; A_d — площадь водосборного бассейна в квадратных милях [12].

Из изложенного видно, что гидрограф расчленяют довольно произвольно. Прежде всего это объясняется множеством форм, которые может иметь гидрограф подземного стока, что вызвано чередованием питания реки подземными водами и пополнения подземных вод речными.

Форма гидрографа

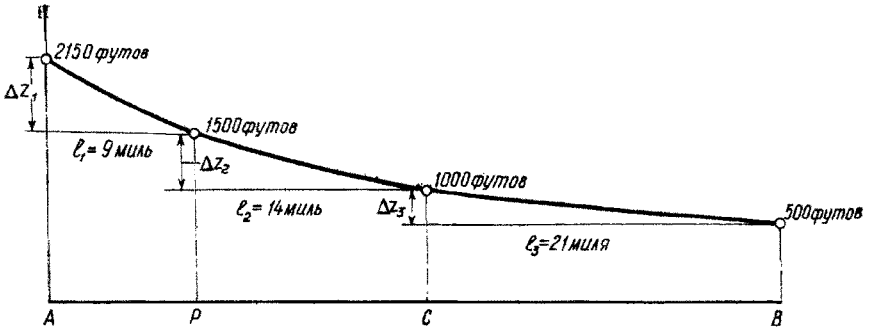
Ветвь подъема, пик и начальный участок спада определяются склоновым стоком. Эту часть гидрографа можно отождествить с гидрографом непосредственного стока, и его форма зависит от таких характеристик ливня, как продолжительность, распределение по площади, интенсивность, а также от конфигурации бассейна.

Основание гидрографа охватывает период времени между началом подъема и моментом, когда непосредственный сток практически равен нулю. Шерман [27] считает, что гидрографы паводков, вызванных ливнями в пределах бассейна, имеют одинаковые основания. Исходя из этого допущения, он строит единичный гидрограф (см. раздел 2.16). Основание гидрографа находят по уравнению

$$T = t_R + t_c, \tag{2.25}$$

где t_R — продолжительность ливня; t_c — время концентрации для водосборного бассейна, т. е. время, за которое вода проходит расстояние от самой дальней точки бассейна до замыкающего створа. Эту величину для дренирующего русла определяют с помощью формулы Маннинга или Шези (уравнения 2.15 или 2.19). Если пренебречь шероховатостью русла, площадью сечения потока и гидравлическим радиусом, то в первом приближении средняя скорость течения V пропорциональна квадратному корню из S (уклон линии напора). Время концентрации t_c для водосборного бассейна (фиг. 2.14) вычисляют, построив профиль русла реки (фиг. 2.42) и полагая, что время прохождения воды от одной точки к другой вдоль профиля пропорционально $\frac{l}{V}$ или $\frac{l}{\sqrt{S}}$, где l — длина пути, пройденного водой, или (для небольших укло-

нов русла), длина горизонтальной проекции этого пути. Согласно фиг. 2.42, $S \simeq \frac{\Delta z}{l}$. Если время прохождения воды от A до C составляет 3 *час* 29 *мин*



Фиг. 2.42. Время концентрации t_c для водосборного бассейна (фиг. 2.14).

(3,48 *час*), то время концентрации вычисляют по формуле

$$t_c = t_{AC} \frac{\sum_{1}^{3} \frac{l^{\frac{3}{2}}}{(\Delta z)^{\frac{1}{2}}}}{\sum_{1}^{2} \frac{l^{\frac{3}{2}}}{(\Delta z)^{\frac{1}{2}}}}. \qquad (2.26)$$

Время концентрации для рассматриваемого бассейна (фиг. 2.14 и 2.42) равно 8 *час*.

Мейер [25] определяет время концентрации как период от начала ливня до момента, когда сток становится постоянным. В таком случае t_c будет иметь другую величину. Здесь принято определение, используемое Шерманом, и в разделе 2.16 описан единичный гидрограф, предложенный этим исследователем.

Неравномерное распределение осадков по площади отражается на форме гидрографа. Когда значительная часть осадков скапливается вдали от низовьев бассейна, ветвь подъема полога (фиг. 2.43, *а*). При выпадении осадков преимущественно в нижней части бассейна гидрограф имеет крутой подъем (фиг. 2.43, *б*). Очертания бассейна при равномерном распределении осадков также влияют на форму гидрографа (фиг. 2.43, *г*, *д*, *е*). Двойной пик гидрографа (фиг. 2.43, *в*) вызван колебаниями интенсивности осадков. На фиг. 2.44 показано влияние продолжительности, распределения и интенсивности осадков на форму гидрографов ливней, выпавших над водонепроницаемой площадкой для стоянки автомобилей. Ниже приводятся характеристики этих ливней.

Ливни, неравномерно распределенные по площади

Ливень 1. Продолжительность 15 *мин*, интенсивность 2,0 *дюйм/час* в северной части участка и 1,0 *дюйм/час* — в южной.

Ливень 2. Продолжительность 15 *мин*, интенсивность 1,0 *дюйм/час* в северной части участка и 2,0 *дюйм/час* — в южной.

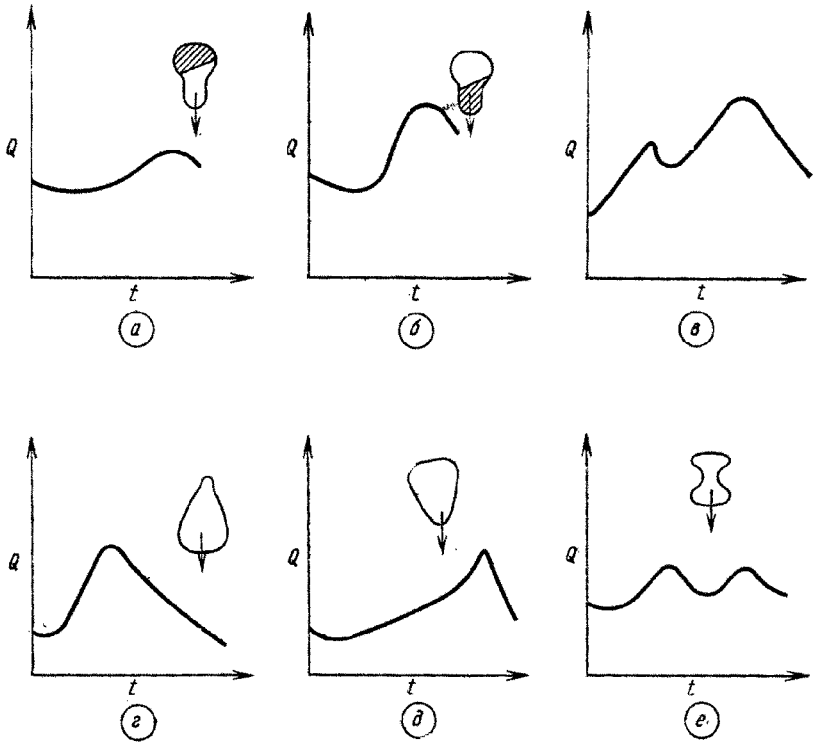
Б. Ливни переменной интенсивности

Ливень 3. Равномерно распределен по площади, первые 10 *мин* интенсивность 2,0 *дюйм/час*, вторые 10 *мин* — 1,0 *дюйм/час*.

Ливень 4. Равномерно распределен по площади, первые 10 *мин* интенсивность 1,0 *дюйм/час*, вторые 10 *мин* — 2,0 *дюйм/час*.

В. Ливни различной продолжительности

Ливень 5. Равномерно распределен по площади, постоянная интенсивность 1,0 *дюйм/час* в течение 10 *мин*.



Ф и г. 2.43. Различные формы гидрографа.

Ливень 6. Равномерно распределен по площади, постоянная интенсивность 1,0 *дюйм/час* в течение 20 *мин*.

Ливень 7. Равномерно распределен по площади, постоянная интенсивность 1,0 *дюйм/час* в течение 40 *мин*.

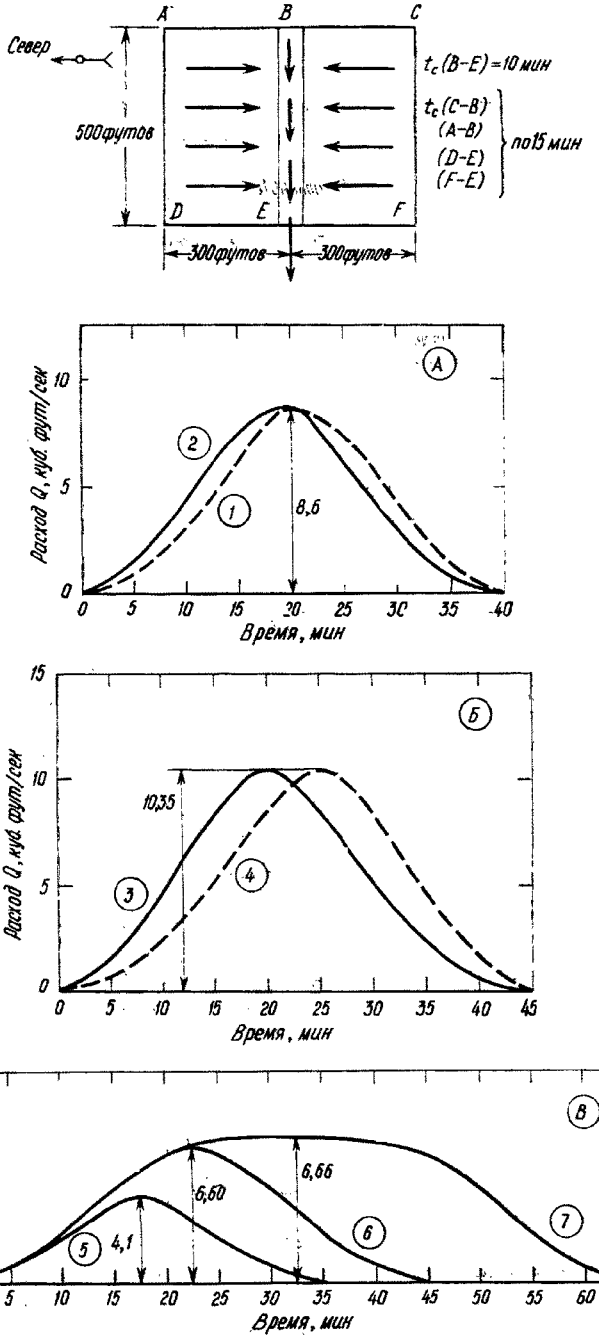
Необходимо отметить, что время концентрации изменяется в зависимости от интенсивности осадков, хотя для упрощения расчетов его считают постоянным.

2.15. ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ОСАДКАМИ И СТОКОМ

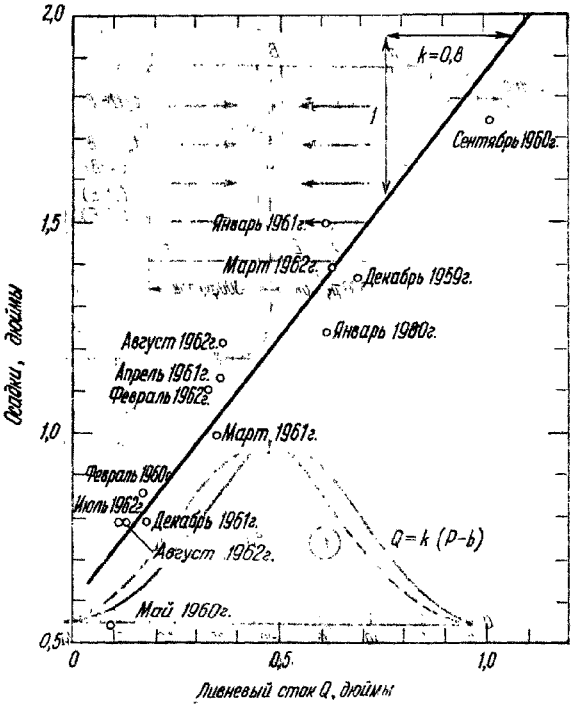
Соотношение между осадками и стоком зависит от многих факторов: характеристик осадков и водосборного бассейна, температуры, времени года. Следовательно, для прогноза стока от данного ливня известного объема и продолжительности не достаточно иметь одну установленную зависимость.

Тем не менее на протяжении многих лет для оценки стока в процентах от ливневых осадков использовались безразмерные коэффициенты стока. Данные о стоке наносили на график (фиг. 2.45) в зависимости от осадков, измеренных на близлежащей станции для ряда ливней, и строили кривую в соответствии с уравнением

$$Q = k(P - b) \quad \text{при} \quad P \geqslant b, \tag{2.27}$$

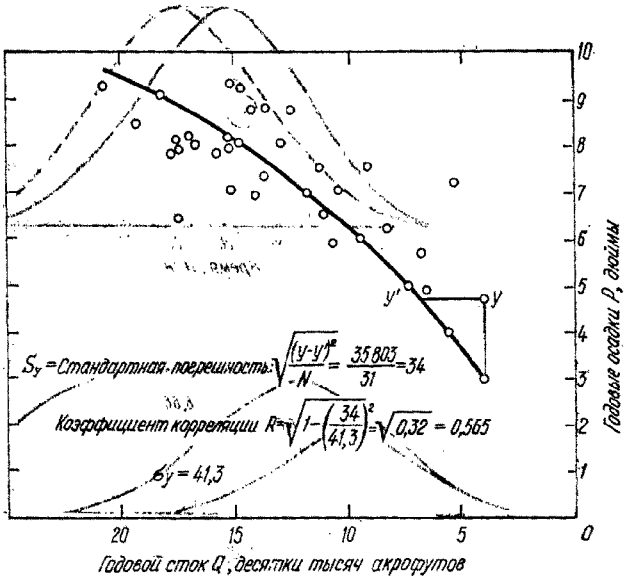


Ф и г. 2.44. Гидрографы стока с участка, занятого под стоянку автомобилей, для различных характеристик дождя.



Ф и г. 2.45. Зависимость между ливневым стоком и осадками у Спрус-Ран, штат Нью-Джерси.

$y-y'$	$(y-y')^2$
28	784
-4	16
86	7 396
19	361
14	196
16	256
5	25
72	5 184
14	196
25	625
34	1 156
10	100
70	4 900
20	400
40	1 600
19	361
16	256
7	49
36	1 296
30	900
18	324
26	676
18	324
32	1 024
28	784
34	1 156
45	2 025
42	1 764
38	1 444
15	225
0	0
Σ 861	35 803



Ф и г. 2.46. Зависимость между годовыми осадками у Грин-Ривер, штат Вайоминг, и годовым стоком у Линвуд, штат Юта.
Кривая построена с помощью метода наименьших квадратов.

где Q — непосредственный сток в дюймах; P — слой ливневых осадков в дюймах; b — количество задерживаемых осадков, не дающих стока; k — коэффициент стока. При наличии данных о речном стоке из гидрографа стока реки исключают подземную составляющую и получают гидрограф ливневого паводка.

На фиг. 2.46 приведена кривая зависимости между осадками и стоком, построенная с помощью метода наименьших квадратов [29] в соответствии с уравнением

$$Q = a + b \cdot P + c \cdot P^2, \tag{2.28}$$

где Q — годовой сток; P — годовые осадки; a, b, c — коэффициенты. Это соотношение вернее, если осадки за предыдущий год не P^2, а P_{-1}.

Способ, показанный на фиг. 2.45, используют при проектировании небольших гидротехнических сооружений, расчете коллекторов для отвода ливневых вод с водонепроницаемых площадей, таких, как стоянки для автомобилей, покрытия аэродромов, где дренаж более или менее постоянен. Однако данные о взаимосвязи осадков и стока в природных условиях, предшествующих ливню, целесообразнее отражать в виде графиков, подобных изображенному на фиг. 2.46.

Условия первоначального увлажнения

При расчете сезонной или годовой зависимости между осадками и стоком используют следующие показатели первоначального увлажнения: начальный подземный сток, дефицит влажности почвы, данные об испарении по испарителю до выпадения осадков для ряда ливней и сумму осадков за предыдущий сезон.

Колер и Линслей [28] ввели в употребление индекс предшествующего увлажнения, дающий численное выражение условиям увлажнения почвы до выпадения осадков. При этом предполагается, что почвенная влажность уменьшается логарифмически со временем в периоды, когда осадки отсутствуют. Эти исследователи предложили уравнение

$$I_t = I_0 k^t, \tag{2.29}$$

где I_0 — первоначальная величина индекса предшествующего увлажнения; I_t — величина индекса предшествующего увлажнения спустя t суток (обе величины выражены в дюймах слоя воды); k — постоянная спада, колеблющаяся от 0,85 до 0,98. Аналогия между уравнениями (2.29) и (2.22) очевидна. Из уравнения (2.29) следует, что индекс предшествующего увлажнения для любых суток равен индексу предыдущих суток, умноженному на постоянную k. К этой величине прибавляют осадки, выпавшие в течение суток.

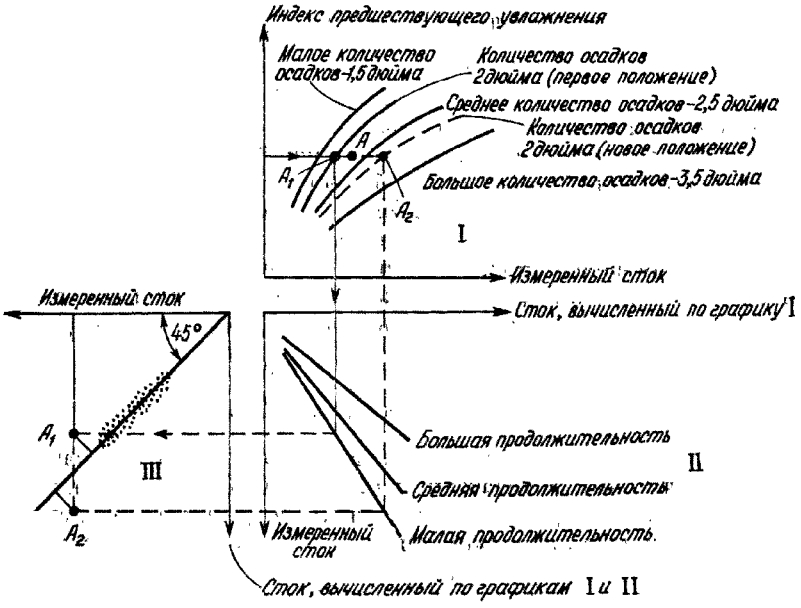
Применение индекса предшествующего увлажнения не ограничено прогнозом стока по отдельным ливням. Его используют также при установлении годовых зависимостей между стоком и осадками; в этом случае индекс носит сезонный характер.

Коаксиальные зависимости между ливневыми осадками и стоком

При построении коаксиальных зависимостей между ливневыми осадками и стоком способом, описанным в разделе 2.10, необходимо учитывать следующие параметры: индекс предшествующего увлажнения, продолжительность ливня, неделя года и др. На фиг. 2.47 показаны зависимости с учетом индекса увлажнения и продолжительности ливня.

В квадранте I (фиг. 2.47) представлена зависимость между индексом предшествующего увлажнения и измеренным стоком для разных количеств осадков. Данные об осадках расположены на кривых, соответствующих мало-

му, среднему и большому количеству осадков (1,5; 2; 2,5; 3,5 дюйма). В квадранте II показана зависимость между стоком, вычисленным с помощью индекса увлажнения и кривых равных сумм осадков квадранта I, и измеренным стоком. На этом графике проведены кривые для разной продолжительности ливня. Располагая данными о количестве выпавших осадков, их продолжи-



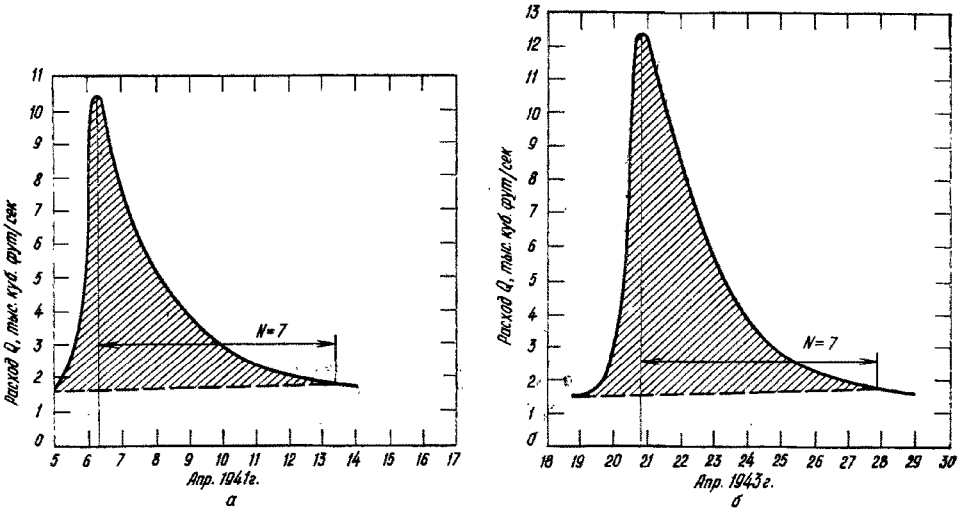
Ф и г. 2.47. Коаксиальная зависимость между осадками и стоком при данном индексе предшествующего увлажнения и продолжительности ливня.

тельности и зная индекс предшествующего увлажнения, посредством зависимостей I и II можно прогнозировать сток от любого ливня. Чтобы проверить достоверность графических зависимостей, строят график III связи между стоком, вычисленным по графикам I и II, и измеренным стоком. Если точки располагаются рядом вблизи биссектрисы угла, образованного осями графика III, построенные кривые верны. В противном случае кривым квадрантов I и II необходимо найти новое положение. Для примера показано перемещение точки A, расположенной в квадранте I. Если точку A перенести в положение A_1 на кривую для слоя осадков в два дюйма, то, согласно квадранту III, величина стока для точки A, вычисленная по кривым I и II, гораздо меньше измеренного стока. Если точку A расположить на новой кривой для слоя осадков в два дюйма (точка A_2), квадрант III покажет, что сток, определенный по кривым I и II, превышает измеренный сток. Теперь можно найти положение точки A в квадранте III, где погрешность меняет знак (или становится равной нулю), и определить точное место точки A в квадранте I. Эту операцию необходимо повторить несколько раз для различных групп данных; кроме того, возможно перемещение кривых квадранта II. Как только будут удовлетворены требования квадранта III, можно считать, что полученные зависимости верны.

2.16. ЕДИНИЧНЫЕ ГИДРОГРАФЫ

Принцип построения единичного гидрографа для ливня определенной продолжительности в пределах данного водосборного бассейна был предложен Шерманом [27]. Он считает, что время концентрации t_c постоянно для

всего бассейна и, следовательно, основания гидрографов непосредственного стока от ливней равной продолжительности одинаковы. Ливневые характеристики, влияющие на форму гидрографа, были описаны выше. Форма единичного гидрографа зависит от средних характеристик ряда ливней равной продолжительности. Площадь, ограниченная кривой единичного гидрографа и осью времени, равна одному дюйму непосредственного стока с площади



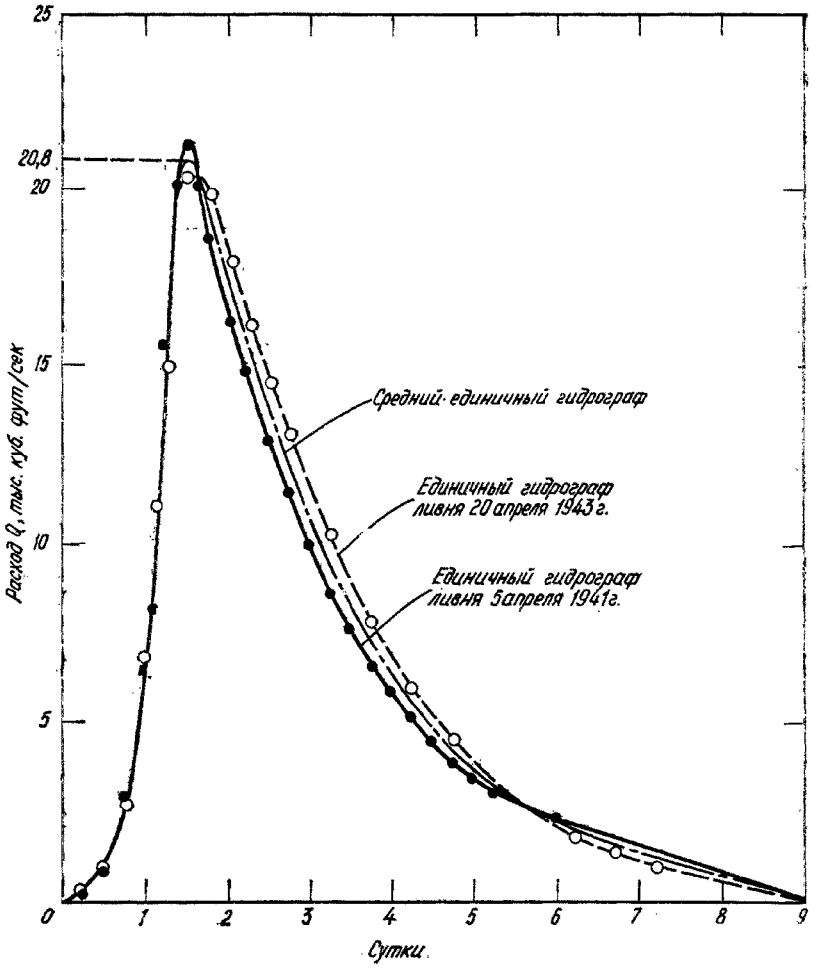
Ф и г. 2.48. Гидрографы ливней 5 апреля 1941 г. (*а*) и 20 апреля 1943 г. (*б*), каждый продолжительностью 18 *час*.

Река Потомак около Спрингфилда, штат Западная Виргиния. Площадь водосборного бассейна 1471 кв. миля. Объем непосредственного стока с площади бассейна: *а* — 166 × 10^7 куб. футов, или 0,485 дюйма; *б* — 214 × 10^7 куб. футов, или 0,625 дюйма.

водосборного бассейна. Единичные гидрографы незаменимы при прогнозировании паводочного стока. Располагая единичным гидрографом ливня определенной продолжительности для какого-либо бассейна, можно построить гидрограф любого ливня такой же продолжительности в этом же бассейне путем умножения значения ординат единичного гидрографа на величину слоя ливневого стока. Следовательно, если можно прогнозировать общий непосредственный сток от ливня, то, имея единичный гидрограф ливня определенной продолжительности, нетрудно определить пик паводка. Иглесон [51] нашел единичные гидрографы для отдельных площадок, с которых отводятся ливневые воды.

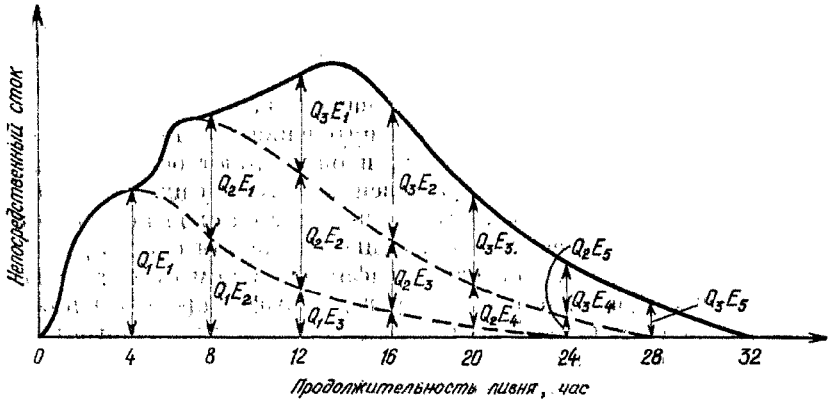
Единичный гидрограф строят следующим образом. На графики наносят данные о ливнях примерно одинаковой интенсивности и равной продолжительности, дающих значительный сток, и определяют основания гидрографов. Затем вычисляют объем непосредственного стока (фиг. 2.48, *а*, *б*) и ординаты гидрографов непосредственного стока делят на слой непосредственного стока в дюймах. Гидрографы ливней, приведенные для одного дюйма непосредственного стока, наносят на один график и по ним строят средний единичный гидрограф (фиг. 2.49). На этом гидрографе осреднены пики только двух ливней, но обычно для построения среднего единичного гидрографа используют данные о более чем двух ливнях.

Описанным способом строят простые гидрографы непосредственного стока, имеющие только один пик. Если у гидрографа ливня несколько пиков, выделяют гидрографы для каждого пика отдельно, которые строят по изложенному выше методу. На фиг. 2.50 показан способ построения единичного



Ф и г. 2.49. Средний единичный гидрограф для ливней продолжительностью 18 *час* каждый.

Река Потомак около Спрингфилда, штат Западная Виргиния.



Ф и г. 2.50. Построение единичного гидрографа для ливня с несколькими пиками.

гидрографа ливня с несколькими пиками. Общую продолжительность ливня делят на равные периоды, которые служат основаниями отдельных гидрографов, затем для каждого из этих гидрографов находят сток (Q_1, Q_2, Q_3). Полагая, что Q_1, Q_2, Q_3 — доли общего стока от ливня соответственно в первый, второй и третий периоды, получают ряд уравнений:

$$\begin{aligned} q_1 &= Q_1E_1, \\ q_2 &= Q_1E_2 + Q_2E_1, \\ q_3 &= Q_1E_3 + Q_2E_2 + Q_3E_1, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned} \tag{2.30}$$

где q_1, q_2, q_3, . . ., q_n — ординаты гидрографа для равных периодов времени; E_1, E_2 E_3, . . ., E_n — ординаты единичного гидрографа для соответствующих равных периодов времени. Итак, для каждой из трех долей стока имеем одинаковый единичный гидрограф, т. е. отрезки E_1, E_2, E_3 и т. д. во всех долях стока равны. Ординаты этих долей стока следующие:

1) Q_1E_1, Q_1E_2, Q_1E_3, . . ., Q_1E_n,
2) Q_2E_1, Q_2E_2, Q_2E_3, . . ., Q_2E_n,
3) Q_3E_1, Q_3E_2, Q_3E_3, . . ., Q_3E_n.

Единичные гидрографы для ливней различной продолжительности

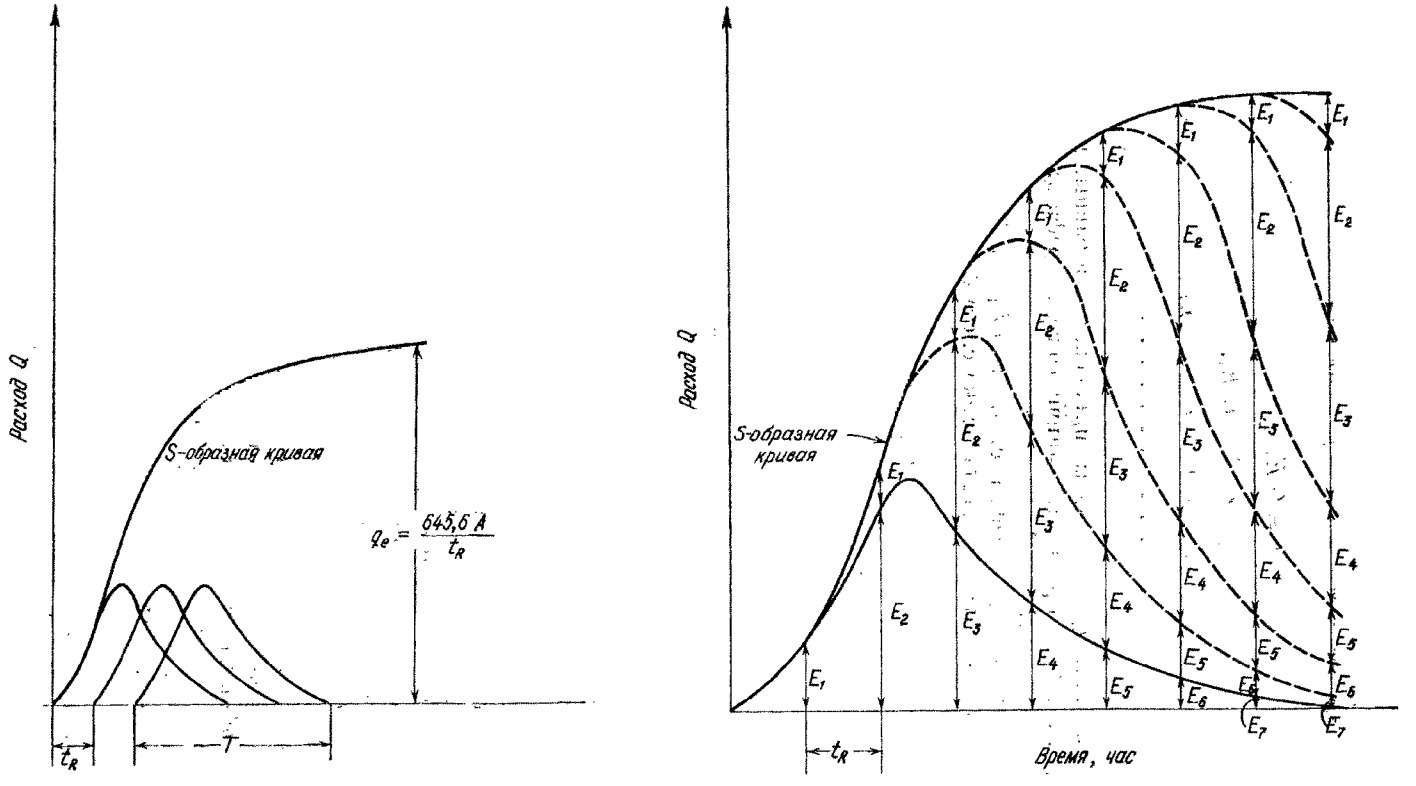
Очевидно, что для водосборного бассейна построить общий единичный гидрограф невозможно. Его строят для ливней определенной продолжительности. Часто исследователям, располагающим единичным гидрографом ливня той или иной продолжительности t_R, необходимо получить единичный гидрограф для ливня другой продолжительности. Так, для построения единичного гидрографа ливня продолжительностью $2t_R$ по гидрографу ливня продолжительностью t_R используют способ, основанный на уравнении (2.25). К гидрографу ливня продолжительностью t_R, основание которого смещено на время t_R, прибавляют два таких же единичных гидрографа. В результате получают гидрограф для стока слоем в 2 дюйма, делят его ординаты на 2, что дает единичный гидрограф для ливня продолжительностью $2t_R$.

Построение единичного гидрографа ливня малой продолжительности по имеющемуся единичному гидрографу ливня большой продолжительности осуществляют с помощью S-образной интегральной кривой [12]. Эта кривая представляет собой гидрограф, составленный из бесконечного ряда единичных гидрографов для продолжительности t_R, смещенных на исходный интервал времени. Предельная ордината S-образной кривой соответствует расходу 1 дюйм за t_R *час* [12]. Ординаты S-образной кривой становятся постоянными при расходе (фиг. 2.51):

$$q_e = \frac{1 \text{ дюйм} \times A \text{ кв. миль}}{t_R \text{ час}} = \frac{24A \times 26{,}9 \text{ сек/фут/сутки}}{t_R \text{ сутки}} = \frac{645{,}6A}{t_R}, \tag{2.31}$$

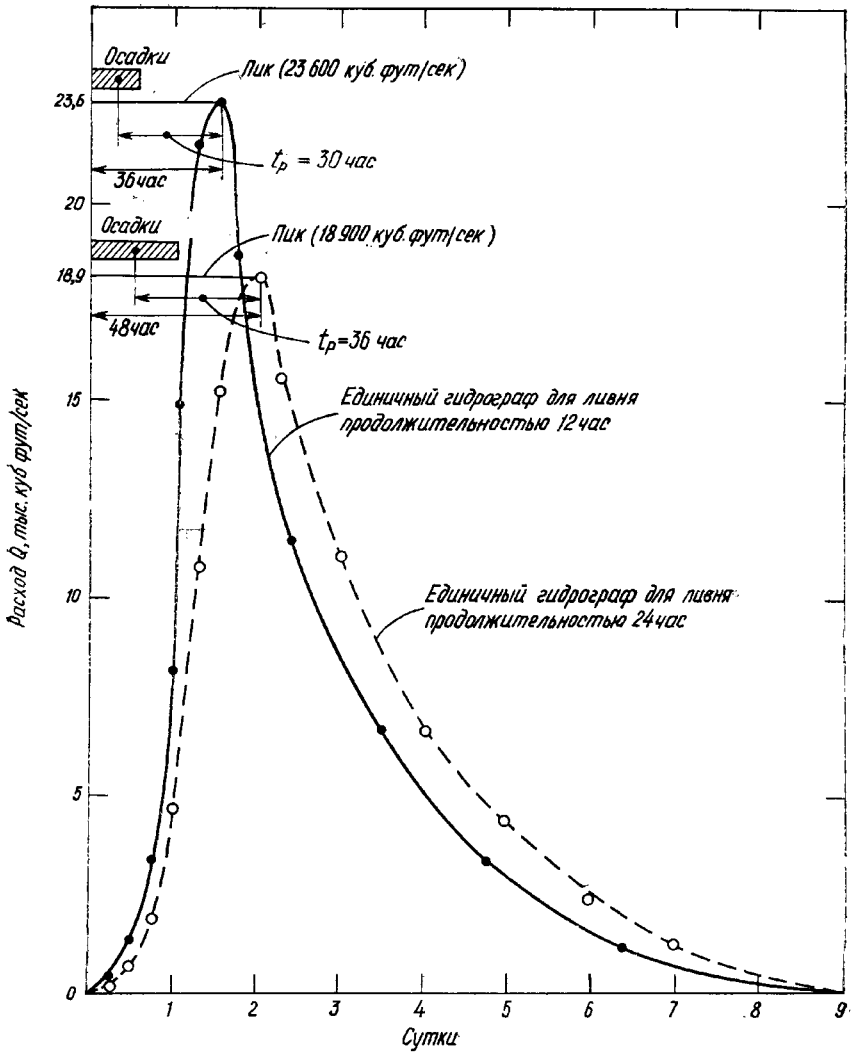
где q_e — расход в кубических футах в секунду; A — площадь водосборного бассейна; t_R — продолжительность осадков.

Итак, при построении S-образной кривой ординаты смещены на t_R *час* и их прибавляют к исходному гидрографу.



Ф и г. 2.51. Построение S-образной интегральной кривой

Для построения единичного гидрографа ливня продолжительностью t'_R находят разность ординат двух S-образных кривых для продолжительностей t_R и t'_R *час*. Полученную разность ординат умножают на отношение $\frac{t_R}{t'_R}$. Этот



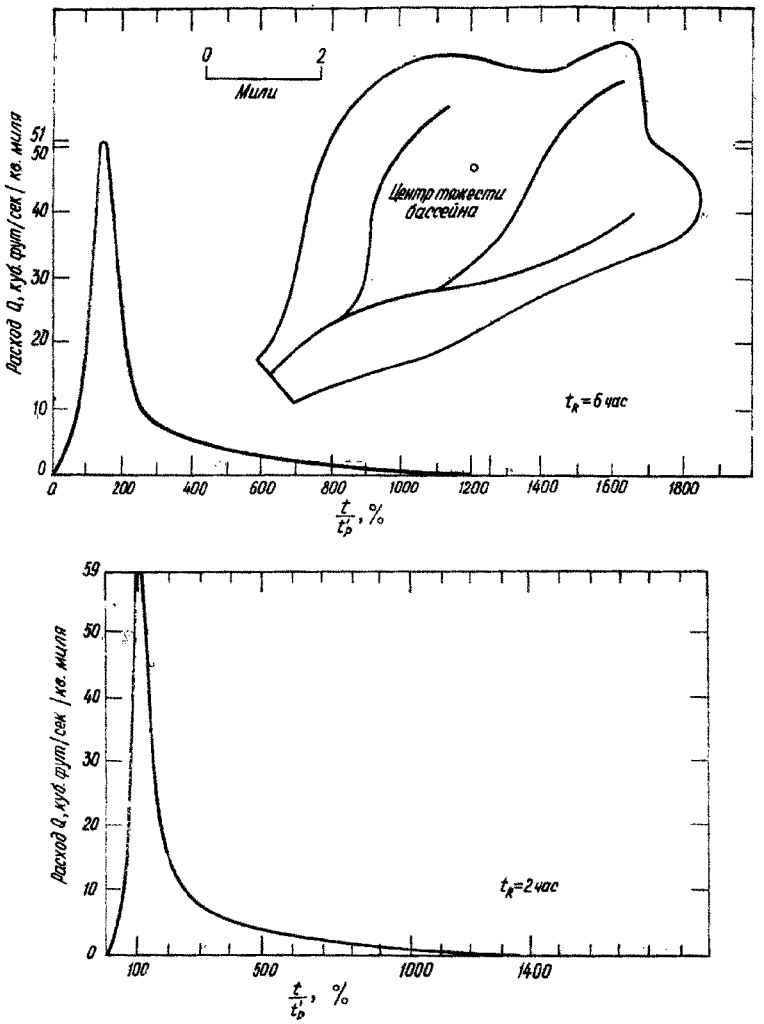
Ф и г. 2.52. Единичные гидрографы ливней продолжительностью 12 и 24 *час*. Построены с помощью S-образной кривой и единичных гидрографов ливней продолжительностью 18 *час*. Река Потомак около Спрингфилда, штат Западная Виргиния.

метод был использован при построении единичных гидрографов для ливней продолжительностью 18 *час* (фиг. 2.49), 12 и 24 *час* (фиг. 2.52) в пределах одного водосборного бассейна.

Синтезированные единичные гидрографы

Время запаздывания определяют как период t_p (фиг. 2.52) между временем выпадения основной массы осадков и пиком стока. Снайдер [30] первым построил синтезированный единичный гидрограф, используя это понятие. Гидрограф необходим при отсутствии данных о поверхностном стоке с площади водосборного бассейна, что типично для большинства малых бассейнов

США. Чтобы построить единичный гидрограф, надо знать время пика, расход пика и основание гидрографа. Эти данные зависят от особенностей водо-



Ф и г. 2.53а. Синтезированные единичные гидрографы ливней продолжительностью 6 и 2 *час*.

Построены по методу Снайдера. Водосборный бассейн площадью 29 кв. миль в Аппалачах.

сборного бассейна. Снайдер предложил следующую эмпирическую формулу для бассейнов Аппалачей, которая верна только в этом районе:

$$t_p = C_t (LL_c)^{0,3}, \tag{2.32}$$

где t_p — время запаздывания в часах; L — длина главного водотока бассейна от замыкающего створа до водораздела в милях; L_c — расстояние вдоль главного водотока от замыкающего створа до точки, расположенной как можно ближе к центру тяжести бассейна. Коэффициент C_t колеблется от 1,8 до 2,2, при этом с увеличением уклона бассейна величина C_t уменьшается.

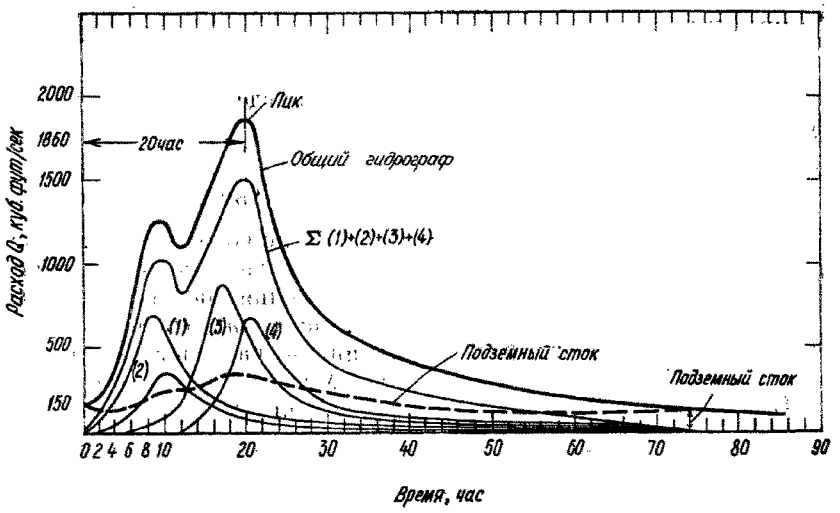
Для эталонной продолжительности осадков t_R Снайдер предложил формулу

$$t_R = \frac{t_P}{5,5}. \tag{2.33}$$

Расход пика единичного гидрографа q_P при такой продолжительности осадков он определил по формуле

$$q_P = \frac{645{,}6 C_P A}{t_P}, \qquad (2.34)$$

где q_P выражено в кубических футах в секунду; A — площадь водосборного бассейна в квадратных милях; C_P — коэффициент, изменяющийся от



Фиг. 2.53б. Гидрограф стока для небольшого бассейна в Аппалачах.
Начальный расход 150 *куб. фут/сек*. Подземное питание уменьшается при $K_r = 0{,}88$. При построении использованы единичные гидрографы (фиг. 2.53а).

Время, час	Сток, дюймы
0—2	0,40
2—4	0,20
4—6	0
6—12	0,60
12—14	0,40

0,56 до 0,69; 645,6 — переводной множитель, взятый из уравнения (2.31). Для основания единичного гидрографа T (в сутках) Снайдер предложил выражение

$$T = 3 + 3\frac{t_P}{24}. \qquad (2.35)$$

Чтобы построить единичный гидрограф для ливня продолжительностью t_R, достаточно использовать уравнения (2.32) — (2.35). При другой продолжительности осадков t'_R время запаздывания определяют по уравнению

$$t'_P = t_P + \frac{t'_R - t_R}{4}. \qquad (2.36)$$

Линслей [31] нашел, что коэффициенты C_t и C_P для водосборных бассейнов Запада США значительно отличаются от приведенных выше величин по Аппалачам.

На фиг. 2.53а показан пример применения метода Снайдера для построения синтезированных единичных гидрографов ливней продолжительностью 6 и 2 *час* на площади небольшого бассейна в Аппалачах. Коэффициенты C_t и C_P равны соответственно 2,0 и 0,6. Исходные данные по бассейну следующие: $A = 29$ кв. миль, $L = 9$ миль; $L_c = 5{,}2$ мили; $t_p = 6{,}32$ *час* (по уравнению 2.32); $t_R = 1{,}15$ *час* (по уравнению 2.33); $t'_P = 7{,}35$ *час* (по уравнению 2.36) при $t'_R = 6$ *час* и 6,53 *час* (по уравнению 2.36) при $t'_R = 2$ *час*; $T = 3{,}94$ суток при $t'_R = 6$ *час* и 3,82 суток при $t_R = 2$ *час*.

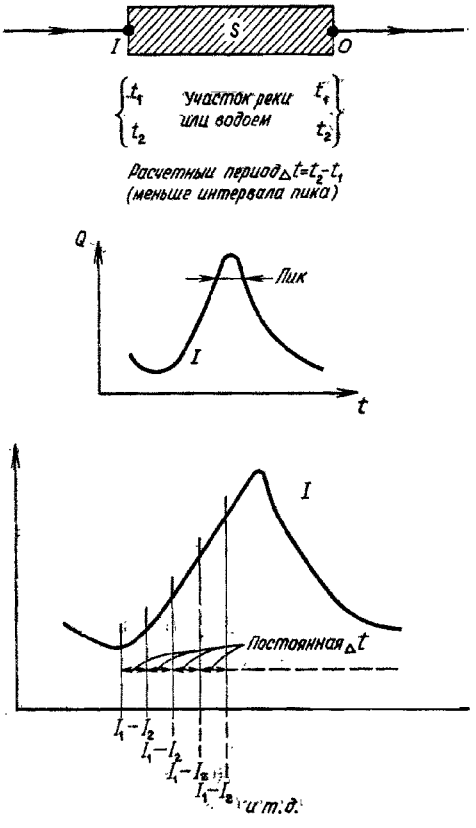
Для ливня продолжительностью 6 *час* интервал времени от начала подъема до пика равен $\frac{t'_R}{2} + t_P = 3 + 7{,}53 = 10{,}53$ *час*, а для ливня продолжительностью 2 *час* этот интервал составляет $1 + 6{,}53 = 7{,}53$ *час*.

$q_P = 1480$ *куб. фут/сек* (по уравнению 2.34), $t'_P = 7{,}35$ *час* при $t'_R = 6$ *час* и $q_P = 1710$ *куб. фут/сек* (по уравнению 2.34), $t'_P = 6{,}53$ *час* при $t'_R = 2$ *час*.

На единичных гидрографах, представленных на фиг. 2.53а, расход выражен в кубических футах в секунду с квадратной мили, а время — в процентах от запаздывания. Эти гидрографы были использованы для построения общего гидрографа ливня с заданным распределением осадков во времени (фиг. 2.53б).

2.17. РАСЧЕТ ТРАНСФОРМАЦИИ ПАВОДКА

Изучение движения паводочной волны в русле водотока — крайне трудная задача. Это объясняется не только изменением расхода во времени по мере продвижения паводка вниз по течению, но также свойствами русла и влиянием расходов боковых притоков. Массо [32] первый решил дифференциальные уравнения для неустановившегося течения в руслах с постоянным по длине сечением. И в настоящее время графический метод Массо — наиболее удобный способ интегрирования дифференциальных уравнений для расчета речного стока. Однако для упрощения инженерных расчетов дифференциальные уравнения заменяют на уравнения в конечных разностях, полагая, что расход изменяется постепенно, а объем воды в пределах участка русла представляет разность между притоком и оттоком.



Фиг. 2.54. Схема расчета трансформации паводка.

Накопление воды в русле оказывает тормозящее влияние на паводочную волну, что приводит к снижению пика паводка и, следовательно, увеличению основания его гидрографа. Цель расчета паводка любым из существующих способов — правильно оценить затухание паводочной волны.

По существу, любой участок реки или водоем можно представить в виде схемы, показанной на фиг. 2.54, где I и O — расходы соответственно притока и оттока. Эти величины связаны с последовательными промежутками времени постоянной продолжительности Δt, которые называют периодами расчета паводка. Величины I и O, относящиеся к началу расчетного периода, обозначают индексом 1, а эти же величины, относящиеся к концу промежутка времени, — индексом 2. Период $\Delta t = t_2 - t_1$ выбирают достаточно малым, чтобы при расчетах как можно полнее учесть пик гидрографа

притока (фиг. 2.54). Объем воды в реке или водоеме обозначают символом S.

В начале расчета известны следующие величины: I_1 и I_2, так как имеется гидрограф притока; O_1 — отток в момент t_1; S_1 — объем воды в момент t_1.

Для каждого периода Δt неизвестны величины: O_2 — отток в момент t_2 и S_2 — объем воды в момент t_2.

Гидролога в основном интересует величина O_2, но, чтобы ее найти, необходимо решить одновременно два уравнения: одно — для O_2, другое — для S_2. Уравнение неразрывности, или сохранения массы воды на участке реки или в водоеме за расчетный период Δt, имеет вид

$$I_{ср} - O_{ср} = \frac{\Delta S}{\Delta t}. \qquad (2.37)$$

При достаточно малой продолжительности Δt средние I и O можно приблизительно выразить как

$$I_{ср} = \frac{I_1 + I_2}{2}, \quad O_{ср} = \frac{O_1 + O_2}{2},$$

тогда уравнение (2.37) записывают в виде

$$\frac{I_1 + I_2}{2} - \frac{O_1 + O_2}{2} = \frac{S_2 - S_1}{\Delta t}. \qquad (2.38)$$

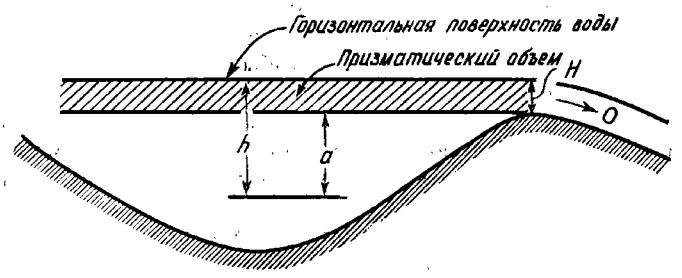
Уравнение для O_2 можно выразить как

$$O_2 = f(S_2). \qquad (2.39)$$

В полной форме это уравнение получают при расчете паводочной волны, проходящей через большое водохранилище.

Расчет трансформации паводка в большом водохранилище

Полагая, что поверхность большого водохранилища горизонтальна (фиг. 2.55), устанавливают простую зависимость между объемом воды S,



Фиг. 2.55. Расчет трансформации паводка, проходящего через большое водохранилище.

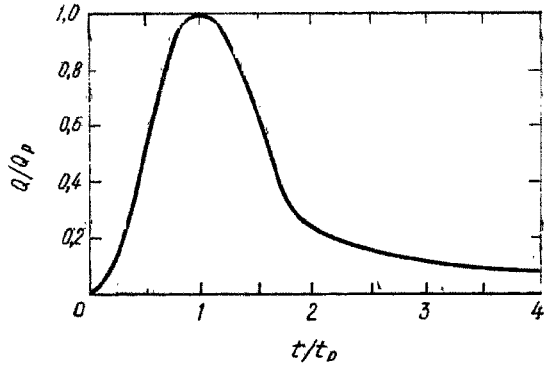
участвующим в паводке, и стоком O, удаляемым через водосброс. Сток O представляет собой функцию от уровня воды над гребнем водослива:

$$O = CLH^{\frac{3}{2}}, \qquad (2.40)$$

где C — коэффициент водослива; L — ширина водослива; H — напор на водосливе. Объем воды S также можно вычислить как функцию от H: $S = f(H)$, суммируя произведения площадей водной поверхности, взятых на контурной карте, и приращений ΔH. Устранив H из последнего уравнения и уравнения (2.40), получают уравнение, идентичное (2.39).

На основании фиг. 2.55 проводят следующие расчеты: из уравнений $O = f_1(H)$ и $S = f_2(h)$ при $h = a + H$ (величина a может быть различной и даже равняться нулю) находят $O = f_3(S)$.

Пример расчета. Чтобы предотвратить перелив паводочных вод через плотину при максимальном расходе паводка 14 000 *куб. фут/сек*, который возможен в среднем один раз за тысячу лет, проектируют водослив с округлым гребнем шириной $L = 200$ футов. Коэффициент водослива C равен 3,6,



Фиг. 2.56. Безразмерный единичный гидрограф Коммонса.
Q_p — максимальный расход паводка, t_p — время максимального расхода.

а соотношения площадей водной поверхности водохранилища и напоров воды H над гребнем водослива следующие:

H, футы	A акры
0	1400
5	1420
10	1450

Допустим, что в самых неблагоприятных условиях, когда при наступлении паводка водная поверхность водохранилища находится на уровне гребня водослива, необходимо найти максимальную высоту, которую займут паводочные воды над водосливом. Чтобы определить нужную высоту гребня водослива, вычитают величину слоя паводочных вод над водосливом из величины максимально допустимого уровня воды в водохранилище. При большом паводке могут потребоваться дополнительные земляные работы в водохранилище, что удорожит мероприятия по защите от паводочных вод [1].

Для решения этой задачи применили гидрограф притока с основанием $T = 3$ *суткам*, а форму кривой I определили с помощью безразмерного гидрографа Коммонса [33] (фиг. 2.56). Расчетный период приняли равным 2 *час*.

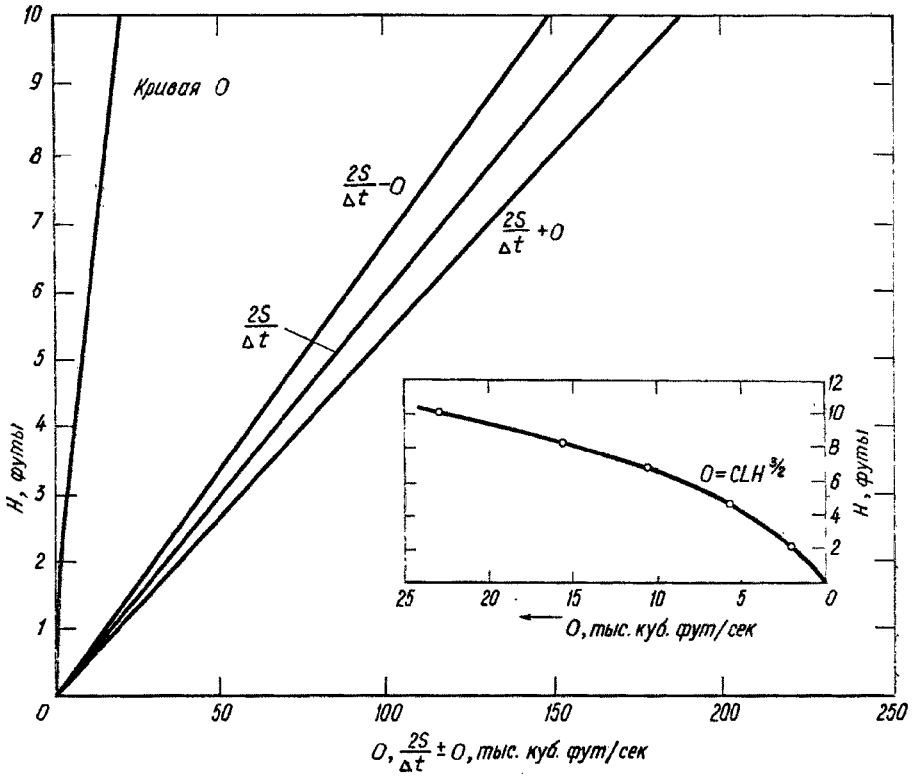
Уравнение (2.38) переписали как

$$(I_1 + I_2) + \left(\frac{2S_1}{\Delta t} - O_1\right) = \frac{2S_2}{\Delta t} + O_2. \qquad (2.41)$$

В начале каждого последующего вычисления для расчетного периода все члены левой части уравнения (2.41) известны, поэтому известна и правая часть уравнения. Величины O (в кубических футах в секунду) вычислили для различных значений H по уравнению (2.40), где L и H выражены в фу-

[1] С подобной проблемой автор столкнулся в 1956 г., будучи инженером-гидравликом Бельгийского общества финансирования транспорта и промышленности. Ему поручили перерасчет водослива земляной плотины, расположенной ниже водохранилища Некакса в Мексике. Наиболее трудной задачей оказался прогноз паводка. В качестве консультанта был приглашен Ф. Снайдер.

гах. Эти величины нанесли на график (фиг. 2.57). С помощью табл. 2.10 построили кривые $\frac{2S}{\Delta t}$ и $\frac{2S}{\Delta t} \pm O$ (фиг. 2.57). В этой таблице каждое приращение ΔH равно 2 футам. Поскольку $\Delta t = 2$ *час* $= \frac{D\,(ay)}{12}$ и 1 *сек/фут/сутки* $= 2$ акрофутам, то $\frac{2S}{\Delta t} = 12\,(A_1 + A_2)$. Последняя величина выражена в куби-



Ф и г. 2.57. Графическое построение величины $\frac{2S}{\Delta t} \pm O$ и кривая расхода для водослива

ческих футах в секунду, если A_1 и A_2 — площади водной поверхности в акрах, соответствующие напорам H_1 и H_2.

В табл. 2.11 показан расчет трансформации паводка по этапам. В начале каждого этапа вычисление левой части уравнения (2.41) дает общее зна-

Таблица 2.10

Зависимость между $\frac{2S}{\Delta t}$ и H

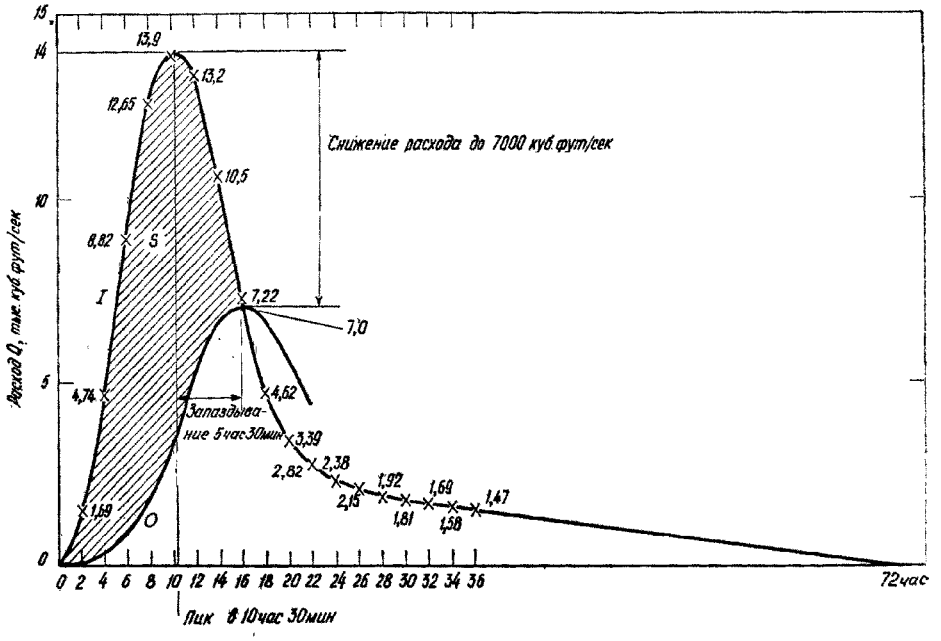
H, футы	0	2	4	6	8	10
O, тыс. *куб. фут/сек*	0	2,05	5,75	10,6	16,3	22,9
A, тыс. акров	1,4	1,408	1,416	1,426	1,438	1,450
$A_1 + A_2$		2,808	2,824	2,842	2,864	2,888
$A_1 + A_2$ (сумма)		2,808	5,632	8,474	11,338	14,226
$\frac{2S}{\Delta t}$, тыс. *куб. фут/сек*		33,7	67,5	101,5	136,2	171,0

Таблица 2.11

Расчет трансформации паводка в большом водохранилище

t_1, час	$t_2 = t_1 + \Delta t$, час	I_1, тыс. куб. фут/сек	I_2, тыс. куб. фут/сек	$I_1 + I_2$ тыс. куб. фут/сек	$\frac{2S_1}{\Delta t} - O_1$, тыс. куб. фут/сек	$\frac{2S_2}{\Delta t} + O_2$, тыс. куб. фут/сек.	H_1, футы	H_2, футы	O_2, тыс. куб. фут/сек
0	2	0	1,69	1,69	0	1,60	0	0,08	0,05
2	4	1,69	4,74	6,43	1,0	7,43	0,08	0,40	0,30
4	6	4,74	8,82	1,56	6,0	19,56	0,40	1,05	0,90
6	8	8,82	12,65	21,47	15,0	36,47	1,05	1,95	2,00
8	10	12,65	13,90	26,55	29,0	55,55	1,95	2,90	3,40
10	12	13,90	13,20	27,10	44,0	71,10	2,90	3,85	5,40
12	14	13,20	10,50	23,70	58,0	81,70	3,85	4,40	6,70
14	16	10,50	7,22	17,72	66,0	83,72	4,40	4,50	7,00
16	18	7,22	4,62	11,84	68,0	79,84	4,50	4,35	6,60
18	20	4,62	3,39	8,08	65,0	73,01	4,35	3,95	5,60
20	22	3,39	2,82	6,21	60,0	66,21	3,95	3,60	4,50
22	24	2,82	2,38	5,20					
24	26	2,38	2,15	4,53					
26	28	2,15	1,92	4,07					
28	30	1,92	1,81	3,73					
30	32	1,81	1,69	3,50					
32	34	1,69	1,58	3,27					
34	36	1,58	1,47	3,05					
36	38	1,47							

чение правой части этого уравнения. Далее расчет проводится следующим образом. Например, значению $t_2 = 8$ *час* соответствует величина $\frac{2S_2}{\Delta t} + O_2 =$



Фиг. 2.58. Расчет трансформации паводка по кривым I и O.

$= 36{,}47 \times 10^3$ *куб. фут/сек*. Этой величине на графике фиг. 2.57 соответствует $H_2 = 1{,}95$ фута, а кривая расхода для водослива внутри графика

2.57 дает величину $O_2 = 2{,}00 \times 10^3$ *куб. фут/сек*. На следующем этапе величине H_1, равной 1,95 фута, соответствует значение $\frac{2S_1}{\Delta t} - O_1 = 29{,}0 \times 10^3$ *куб. фут/сек* (фиг. 2.57). К этой величине прибавляют значения I_1 и I_2 для $t_2 = 10$ *час* и находят новую величину $\frac{2S_2}{\Delta t} + O_2$ и т. д. Вычисления продолжают до получения величины максимального оттока, и по результатам строят график, изображенный на фиг. 2.58. График показывает, что между пиком притока и пиком оттока время запаздывания составляет 5 *час* 30 *мин*, а снижение максимального расхода паводка ($I - O$) равно 7000 *куб. фут/сек*. Необходимо отметить, что кривая притока I должна пройти через пик кривой оттока O, потому что величина S достигает максимума при $I = 0$, при максимальном значении H водохранилища и, следовательно, при максимальной величине O. Максимальной величине H (4,50 фута) соответствует $O = 7000$ *куб. фут/сек* (кривая расхода для водослива на фиг. 2.57). Разность между величинами I и O дает объем воды S (заштрихован на фиг. 2.58).

Описанный метод применим также, когда водохранилище оборудовано затвором, но в этом случае уравнение (2.38) несколько изменяет свой вид:

$$I_{ср} - O_{ср} - O_c = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \qquad (2.42)$$

где O_c — регулируемый отток; другие обозначения прежние.

Расчет трансформации паводка в речных руслах

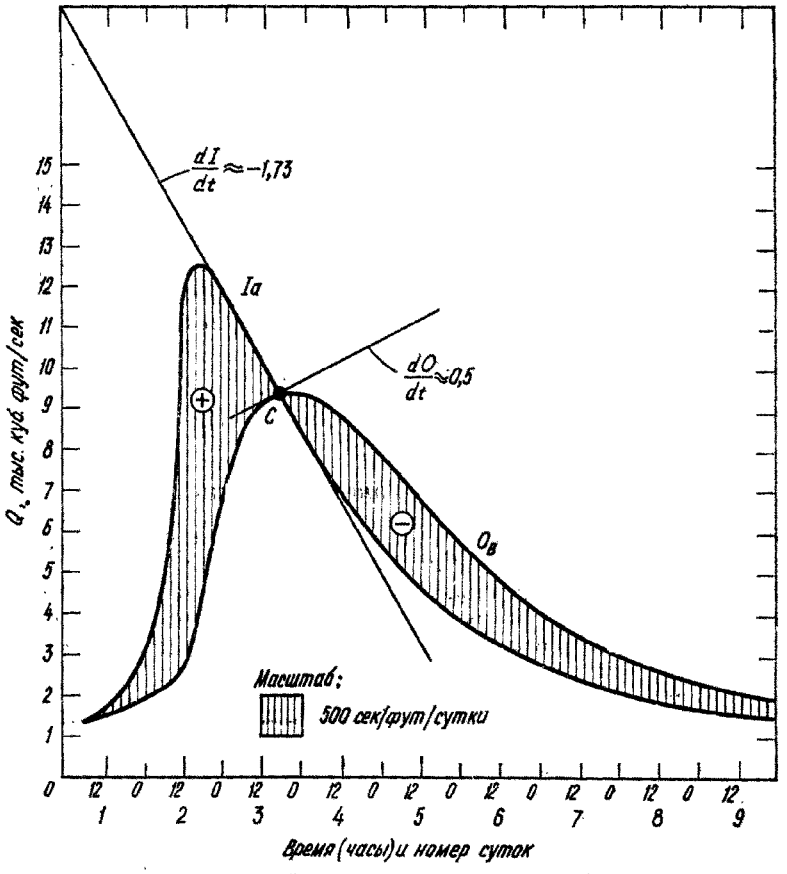
При расчете трансформации паводка в водохранилище, водную поверхность которого считают горизонтальной, объем воды, участвующий в паводке, рассматривают в виде призмы. Объем воды на участке реки во время прохождения паводочной волны разделяют на призматический объем, ограниченный дном и линией, параллельной дну реки, и клинообразный объем,

Объем S как функция времени

Время		Число приращений квадратов	Сумма квадратов	Объем, *сек/фут/сутки*
номер суток	часы			
1	12	1	1	20
	0	13	14	280
2	12	73	87	1740
	0	189	276	5520
3	12	70	346	6920
	18 (пик)	6	352	7040
	0	—6	346	6920
4	12	—36	310	6200
	0	—51	259	5180
5	12	—51	208	4160
	0	—46	162	3240
6	12	—42	120	2400
	0	—36	84	1680
7	12	—27	57	1140
	0	—21	36	720
8	12	—14	22	440
	0	—11	11	220
9	12	—10	1	20

x (по маскингемскому методу):
$x(-1{,}73) = (1 - x)\,0{,}5$,
$x(1{,}73 + 0{,}5) = +0{,}5$,
$x = 0{,}224$.

расположенный между призматическим объемом и поверхностью воды. В связи с этим здесь нельзя использовать простую зависимость объема от расхода воды, применимую для водохранилищ. Клинообразный объем увеличивает объем воды в реке в период подъема паводочной волны и уменьшает его на спаде паводка. Это влияние клинообразного объема учитывают, вводя



Ф и г. 2.59. Расчет трансформации паводка через участок реки AB.

в уравнение объема величины как притока, так и оттока. Маккарти [33] предложил следующее уравнение:

$$S = K[xI + (1-x)O], \tag{2.43}$$

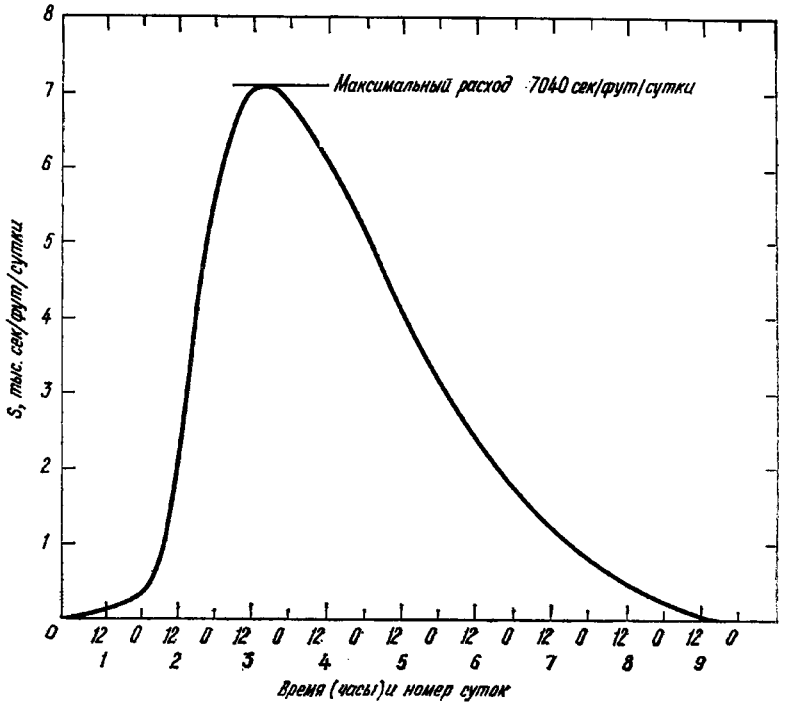
где постоянная x — весовой коэффициент, выражающий относительное влияние I и O; K — коэффициент объема, выражающий отношение объема к расходу, имеет размерность времени. Постоянную x определяют по гидрографу притока I_A и гидрографу оттока O_B для участка реки AB (фиг. 2.59). S достигает максимума, когда кривые I_A и O_B пересекаются в точке C. В этой точке $\frac{dS}{dt} = 0$. Дифференцируя уравнение (2.43), получают

$$\frac{1}{K}\frac{dS}{dt} = x\frac{dI}{dt} + (1-x)\frac{dO}{dt}. \tag{2.44}$$

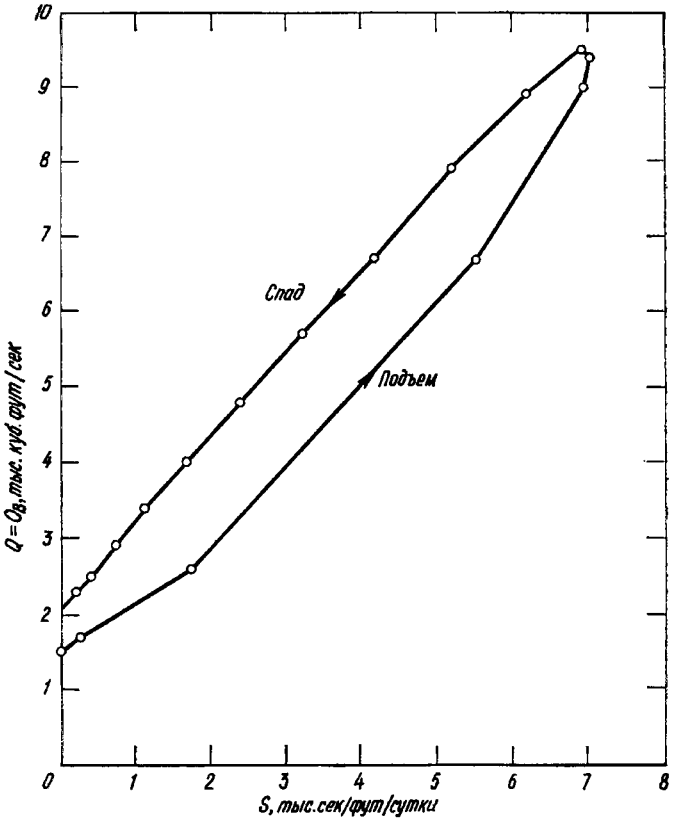
Отсюда

$$x\left(\frac{dI}{dt}\right)_C = -(1-x)\left(\frac{dO}{dt}\right)_C. \tag{2.45}$$

Величины $\left(\frac{dI}{dt}\right)_C$ и $\left(\frac{dO}{dt}\right)_C$ определяют по касательным к кривым гидрографов

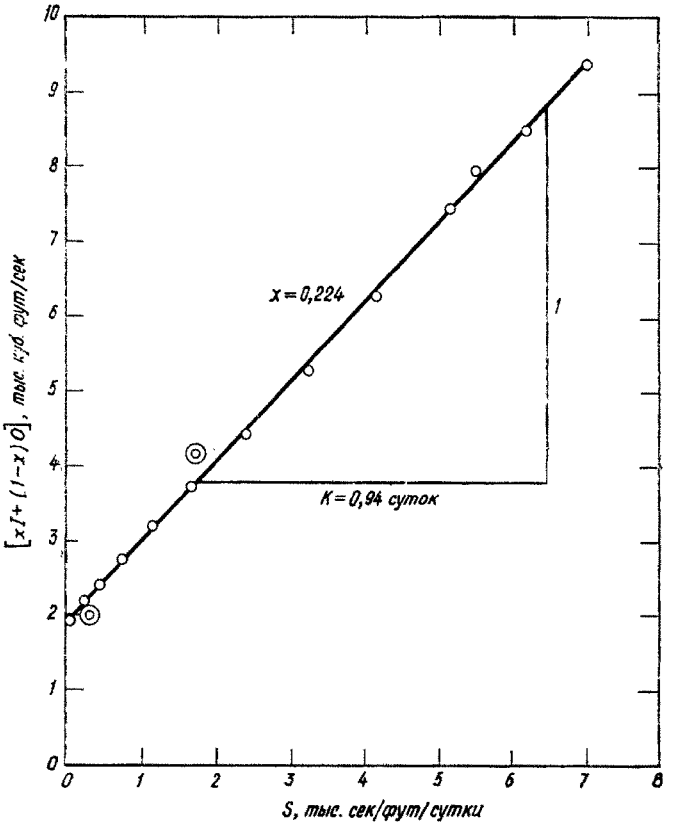


Ф и г. 2.60. Кривая объема как функция времени при движении паводка вниз по участку реки.



Ф и г. 2.61. Объем как функция оттока на замыкающем створе участка реки.

в точке C. Затем по уравнению (2.45) определяют значение x. Например, на фиг. 2.59, где приведены гидрографы паводка, проходящего через участок реки AB, значение x составляет 0,224. Объем S на этом участке реки вычислили в зависимости от времени путем подсчета площади между кривыми I_A



Ф и г. 2.62. График зависимости между $[xI + (1 - x)\,O]$ и S для величины $x = 0{,}224$ (см. фиг. 2.59).

и O_B в виде квадратов для постоянных приращений времени $\Delta t = 2{,}4$ *час*. Эти вычисления (см. фиг. 2.59) сведены в вышеприведенную таблицу.

Полученные результаты представлены графически на фиг. 2.60 и 2.61. На петле объема (фиг. 2.61) указаны ветви подъема и спада. Чтобы получить K, строят график зависимости между величинами $[xI + (1 - x)O]$ и S для $x = 0{,}224$ (фиг. 2.62). Этот график дает прямую линию, и величину K определяют по уклону этой линии.

Коэффициенты K и x используют в так называемом маскингемском методе расчета трансформации паводка на участке реки. Определив K и x, вводят S из уравнения (2.43) в уравнение (2.38) и получают

$$O_2 = c_0 I_2 + c_1 I_1 + c_2 O_1, \tag{2.46}$$

где

$$\begin{aligned} c_0 &= -\frac{Kx - 0{,}5\Delta t}{K - Kx + 0{,}5\Delta t}; \\ c_1 &= \frac{Kx + 0{,}5\Delta t}{K - Kx + 0{,}5\Delta t}; \\ c_2 &= \frac{K - Kx - 0{,}5\Delta t}{K - Kx + 0{,}5\Delta t}. \end{aligned} \tag{2.47}$$

Сумма коэффициентов $c_0 + c_1 + c_2 = 1$.

Уравнение (2.46) представляет собой формулу маскингемского метода. Итак, определив K и x, величины c_0, c_1, c_2 вычисляют по уравнению (2.47). Для данного гидрографа I и начальной величины O_1, используя уравнение (2.46), легко найти поэтапно значение O_2.

Боковой, или местный, приток на участке реки между верхним и замыкающим створами нетрудно учесть, когда боковой приток сконцентрирован около одного из створов. Если боковой приток поступает в русло ближе к верхнему створу, его величину прибавляют к величине I, а затем вычисляют общий расход на участке реки. Когда боковой приток поступает в русло главным образом у замыкающего створа, вначале рассчитывают расход, а затем боковой приток прибавляют к величине O.

2.18. АНАЛИЗ ПОВТОРЯЕМОСТИ ВЕЛИЧИН СТОКА

Гидротехническое сооружение необходимо спроектировать так, чтобы оно выдержало максимальные паводки. Подобно любому строению, находящемуся под рабочей нагрузкой, гидротехническое сооружение должно обладать запасом прочности. В отличие от коэффициентов безопасности, предусмотренных строительными нормами для сооружений с небольшим диапазоном нагрузок, запас прочности гидротехнических сооружений колеблется в широких пределах. При проектировании гидротехнических сооружений, нарушение нормальной работы которых не представляет опасности для жизни населения, максимальный расход рассчитывают, исходя из соображений экономии. Если пропускная способность такого гидротехнического сооружения оказывается недостаточной, то путем анализа предполагаемых разрушений от паводков можно определить срок службы сооружения и выяснить целесообразность дополнительных затрат на расширение его размеров. Такой расчет позволяет спроектировать максимально эффективное сооружение. При расчете же водосброса плотины, подпирающей огромное водохранилище, ниже которого расположены населенные пункты, надо предусмотреть, чтобы ни один паводок не превысил пропускную способность водосброса в течение срока службы сооружения или даже более длительного периода. Рассчитывают, что за этот период, называемый средним интервалом повторяемости, очень крупный паводок может быть один раз в 1000 лет. Период повторяемости вероятного максимального паводка находят путем оценки предельного количества ливневых осадков, внося поправку на влажность и экстраполируя характеристики ливня [34].

Поправка на влажность представляет собой поправку к наблюдаемому ливню, учитывающую количество осадков, которое может выпасть при максимальном насыщении атмосферы влагой. Экстраполяция ливневых характеристик заключается в переносе данных наблюдений над ливневыми осадками с одной площади на другую, для которой такие данные отсутствуют, с учетом разницы в конкретных метеорологических условиях и рельефе.

Иногда образование паводков происходит вследствие изменения интенсивности и продолжительности ливней. Однако, как считает Паулюс [34], «в результате максимизации ливней путем поправки к ним на влажность и отбора наиболее критических хронологических последовательностей данные по стоку завышаются до нелепости. Перенос ливневых характеристик и поправка на влажность для большинства бассейнов дают максимальные значения возможных паводков, достаточно высоких (за исключением особых случаев) для использования в проектировании». Следовательно, применяя гидрометеорологические данные при проектировании гидротехнических сооружений, приходится идти на определенный риск.

Вероятное максимальное количество осадков [34] определяют по результатам анализа взаимосвязи слоя, площади и продолжительности осадков

(см. раздел 2.6), которые выпали или могли бы выпасть над водосборным бассейном. При этом вносят поправку на максимальную влажность.

Гидрологическое явление с повторяемостью через N лет

При расчетах необходимо знать период времени, через который ожидается какое-либо гидрологическое явление, происходящее в среднем один раз за N лет. Другими словами, оно отмечается один раз за период или интервал повторяемости T_r, равный N лет, т. е. N — среднее число лет, в течение которых величина наблюдаемого явления останется данной или превысит ее. Так, при расчете паводка, повторяющегося через N лет, используют ряд величин годовых паводков за имеющийся период наблюдений. При этом выбирают максимальные паводочные расходы определенного гидрологического года, а пиками второго и более низкого порядков этого года пренебрегают, даже если они превышают максимальные расходы других лет. Такой ряд величин дает действительное распределение переменных, для которых можно получить функции распределения. Следовательно, этот ряд переменных можно применить для точного анализа. В некоторых эмпирических методах, описанных ниже, используются данные о паводках, расходы которых больше принятого максимума, что позволяет включить в расчеты пики, превышающие исходный за данный год всего лишь в два-три раза, но значительно большие максимальных расходов за другие годы. Величины этих паводков образуют неполный ряд, который не дает истинного распределения, поскольку паводки выбраны по величине, а не по их повторяемости. Применяя неполный ряд, необходимо удостовериться, что два явления, следующие одно за другим в пределах гидрологического года, независимы. Поэтому для многопикового ливня надо выбрать один максимум.

При вычислениях периода повторяемости T_r применяют как ряды годовых величин, так и неполные ряды переменных. Расчет можно проводить несколькими методами:

а) по так называемому калифорнийскому методу [35]

$$T_r = \frac{t}{m'}, \tag{2.48}$$

где t — число лет наблюдений; m' — номер члена ряда в порядке убывания (самая большая величина занимает первое место в ряду, т. е. ее порядковый номер $m' = 1$);

б) по формуле Хазена [36]

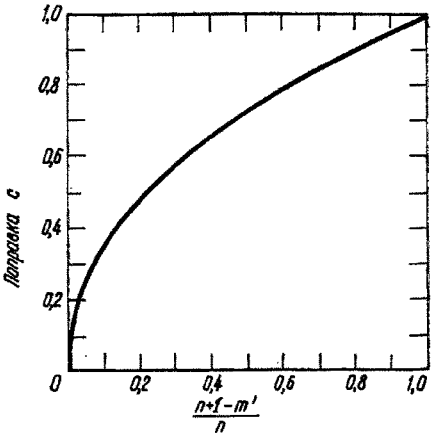
$$T_r = \frac{2t}{2m' - 1}; \tag{2.49}$$

в) по формуле Гамбела [37]

$$T_r = \frac{t}{m' + c - 1}. \tag{2.50}$$

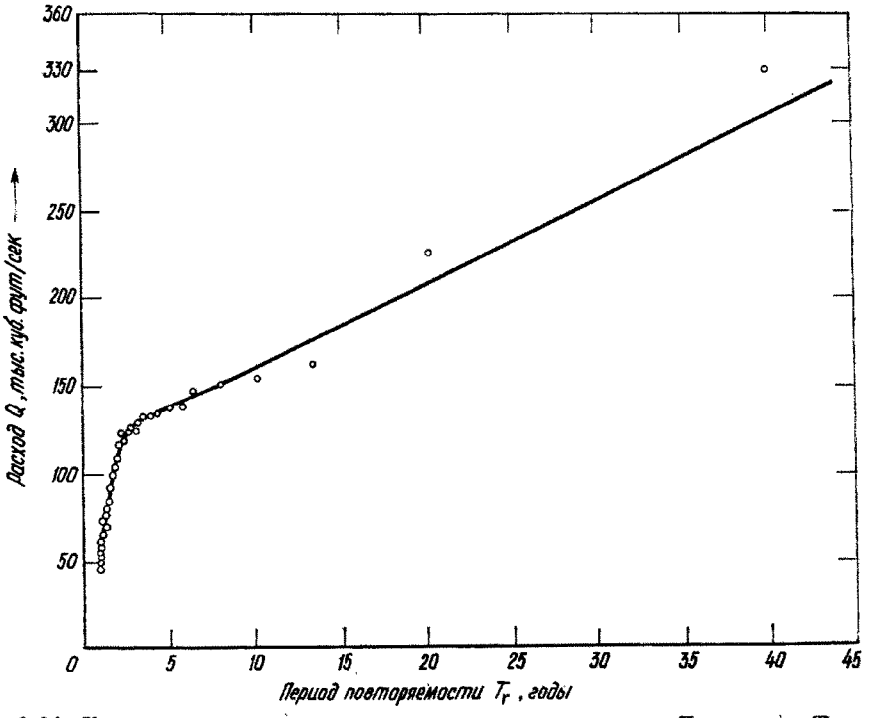
Здесь c — поправка, представляющая собой функцию величины $\frac{n+1-m'}{n}$, где n — число членов ряда наблюдений в течение t лет (фиг. 2.63). Значения периодов повторяемости, вычисленные по приведенным формулам, наносят на график в зависимости от соответствующих величин расходов и по полученным точкам строят кривую. Для коротких периодов повторяемости $T_r \leqslant \leqslant \frac{t}{5}$ результаты, полученные с помощью уравнений (2.48), (2.49) и (2.50), колеблются в одном диапазоне, поэтому по ним легко построить кривую (см. фиг. 2.64 и табл. 2.12, где приведены данные о годовых паводках реки Делавэр у Трентона, штат Нью-Джерси). Однако чем больше по величине гидрологическое явление, тем менее точно можно вычислить период его повто-

ряемости по различным формулам. Поэтому при расчете периода повторяемости паводка, превышающего любой, повторяемость которого известна (фиг. 2.64), экстраполяция кривой повторяемости дает неверные результаты.



Ф и г. 2.63. Значения поправки c для вычисления T_r на основании распределения максимальных расходов (по Гамбелу).

В целях более надежной экстраполяции кривой повторяемости рекомендуется использовать полный ряд наблюдений, применяя теоретический метод Гамбела [38], описанный ниже.



Ф и г. 2.64. Кривая повторяемости годовых паводков на реке Делавэр у Трентона, штат Нью-Джерси, за период 1921—1960 гг. ($t = 40$, $n = 40$).

Пусть X — переменная экспоненциального распределения, экстремальные значения которой имеют выборки m равного объема s. По теории экстре-

Таблица 2.12

Годовые паводки на реке Делавэр у Трентона, штат Нью-Джерси, за период 1921—1960 гг.
($t=40$, $n=40$, по формуле Гамбела)

Порядковый номер m'	Год	Расход Q, тыс. *куб. фут/сек*	Период повторяемости T_r, годы	Порядковый номер m'	Год	Расход Q, тыс. *куб. фут/сек*	Период повторяемости T_r, годы
1	1955	329	40	21	1922	105	1,93
2	1936	227	20,20	22	1939	99,5	1,86
3	1942	161,2	13,56	23	1947	98,5	1,78
4	1925	154	10,09	24	1929	84,8	1,69
5	1940	151,6	8,16	25	1959	84,8	1,69
6	1933	147	6,74	26	1946	82,3	1,58
7	1949	139,1	5,78	27	1945	82,2	1,50
8	1953	139	5,06	28	1952	82,2	1,50
9	1951	133,2	4,50	29	1934	80,0	1,40
10	1956	133	4,04	30	1950	79,8	1,35
11	1924	132	3,68	31	1944	78,0	1,32
12	1935	129	3,41	32	1957	77,5	1,27
13	1948	125,6	3,15	33	1923	74,8	1,23
14	1938	125	2,92	34	1937	74,2	1,21
15	1960	124	2,70	35	1932	66,1	1,16
16	1927	123	2,53	36	1941	56,8	1,14
17	1943	118,9	2,40	37	1931	53,2	1,10
18	1928	116	2,25	38	1926	48,1	1,07
19	1958	108	2,13	39	1930	47,4	1,05
20	1921	108	2,03	40	1954	46,3	1,02

мальных величин, когда m и s стремятся к бесконечности, суммарная вероятность P того, что любой из экстремумов m будет меньше X, выражена формулой

$$P=e^{-e^{y}}, \tag{2.51}$$

где e — основание натуральных логарифмов; y — приведенная случайная переменная

$$y=a(X-X_f). \tag{2.52}$$

Моду распределения X_f и параметр дисперсии a для конечного числа выборок m Гамбел определяет как

$$X_f=\overline{X}-\sigma_x\frac{\overline{y}_m}{\sigma_m}, \tag{2.53}$$

$$a=\frac{\sigma_m}{\sigma_x}, \tag{2.54}$$

где $\overline{X}$ — среднее арифметическое; σ_x — среднее квадратичное отклонение; y_m и σ_m — функции объема выборок m (табл. 2.13).

Уравнение (2.51) выражает вероятность неповторения явления. Период повторяемости вычисляют по формуле

$$T_r=\frac{1}{1-P}. \tag{2.55}$$

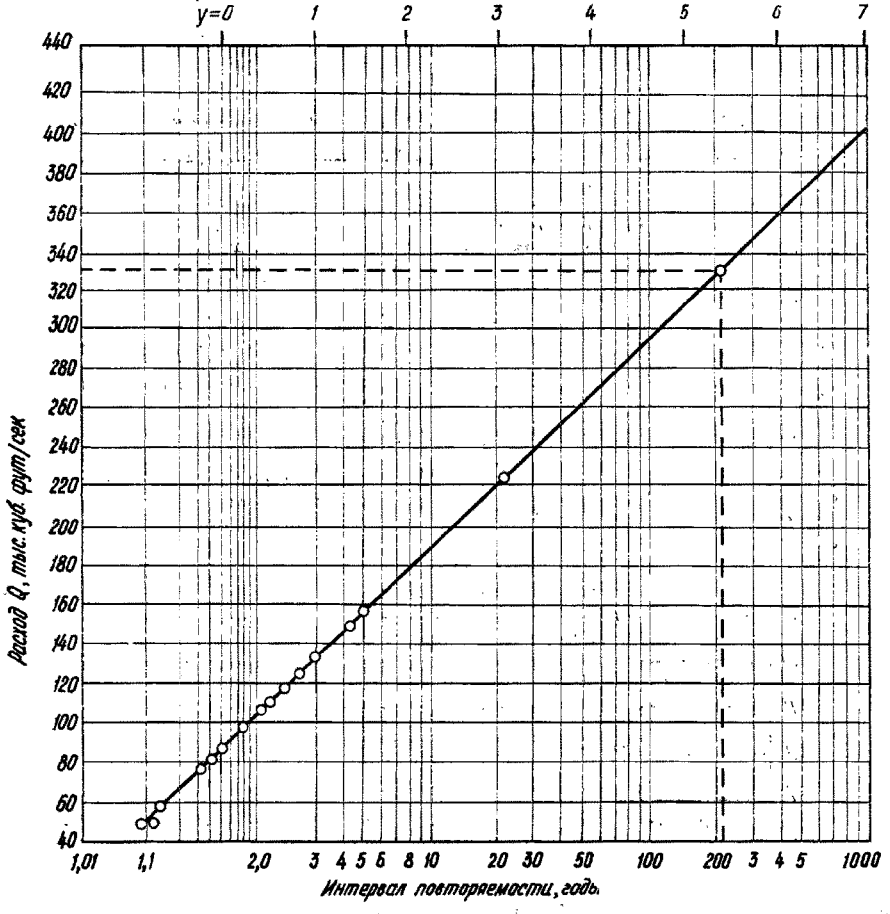
Пауэлл [39] применил клетчатку вероятности Гамбела (фиг. 2.65) для построения кривой повторяемости паводков в виде прямой линии. При построении графика на этой клетчатке необходимо отметить, что приведенная случайная переменная (уравнение 2.52) представляет собой линейную функцию от X. Поэтому линейный масштаб для y нанесен вдоль верхней абсциссы гра-

Таблица 2.13

Средние величины и средние квадратичные отклонения приведенных экстремумов
(по Гамбелу)

m	$\bar{y}_m$	σ_m	m	$\bar{y}_m$	σ_m
20	0,52	1,06	80	0,56	1,19
30	0,54	1,11	90	0,56	1,20
40	0,54	1,14	100	0,56	1,21
50	0,55	1,16	150	0,56	1,23
60	0,55	1,17	200	0,57	1,24
70	0,55	1,19	∞	0,57	1,28

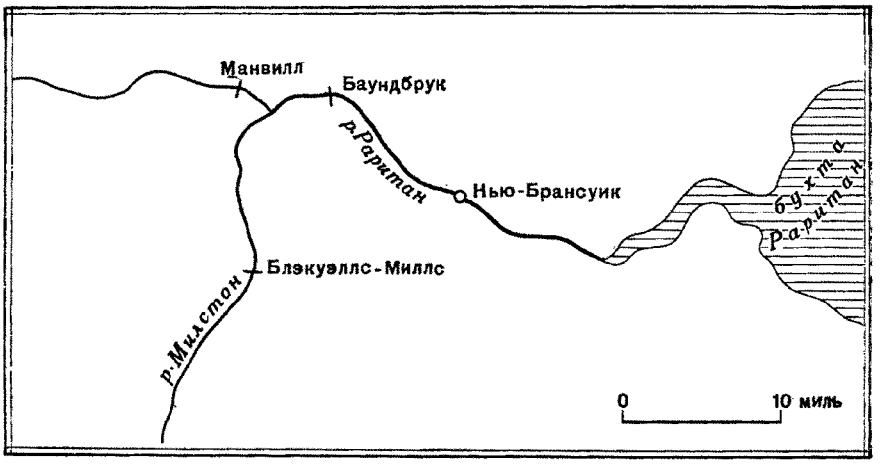
фика. Значения T_r составляют ряд от минимума 1,01 до максимума 1000. Последняя величина вполне приемлема для данной задачи. Соответствующие

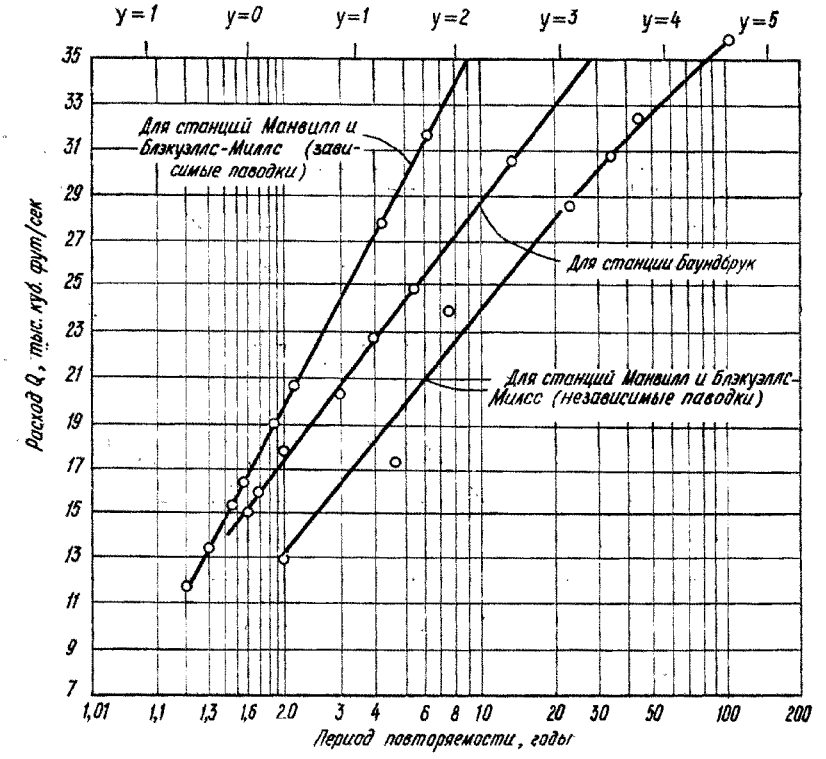


Фиг. 2.65. Кривая повторяемости паводков на реке Делавэр у Трентона, штат Нью-Джерси.

Построена на клетчатке вероятности по теоретическому методу Гамбела для периода наблюдений 1921—1960 гг. Интервал T_r для паводка 1955 г. с расходом 329 000 *куб. фут/сек* равен 232 годам

значения P и y вычисляют по уравнениям (2.55) и (2.51). Величины y откладывают на верхней абсциссе. Значения T_r показаны на нижней абсциссе.





Ф и г. 2.66. Кривые повторяемости паводков на реках Раритан и Милстон у гидрометрических станций Баундбрук, Манвилл и Блэкуэллс — Миллс, штат Нью-Джерси, за 10-летний период наблюдений (1945—1954 гг.).

На фиг. 2.65 изображена кривая повторяемости паводков для реки Делавэр у Трентона, штат Нью-Джерси, за 40-летний период наблюдений (1921—1960 гг.), построенная по теоретическому методу Гамбела. Интервал повторяемости для паводка 1955 г. с максимальным из зарегистрированных расходом 329 000 *куб. фут/сек* составляет 232 года, для паводка с расходом 360 000 *куб. фут/сек* период повторяемости равен 400 годам, для паводка с расходом примерно 400 000 *куб. фут/сек* — 1000 лет.

На фиг. 2.66 показан график повторяемости годовых максимальных расходов для реки Раритан и ее притока Милстон в штате Нью-Джерси. Наблюдения проводились в течение 10 лет (1945—1954 гг.) на гидрометрических станциях Манвилл и Баундбрук, расположенных на реке Раритан соответственно вверх и вниз по течению от места слияния рек Раритан и Милстон, и на станции Блэкуэллс-Миллс, расположенной на реке Милстон. Повторяемость паводков определяли на основании данных: а) наблюдений только на станции Баундбрук; б) наблюдений на станциях Блэкуэллс-Миллс и Манвилл; при этом предполагалось, что на обеих реках паводки равной вероятности повторения происходят одновременно и их суммарный расход ниже места слияния рек представляет собой сумму расходов паводков двух рек с общим периодом повторяемости; в) наблюдений на станциях Блэкуэллс-Миллс и Манвилл; при этом паводки на обеих реках считали полностью независимыми. Вероятность наступления одновременно двух паводков при их независимости равна произведению вероятностей наступления каждого из них.

Периоды повторяемости паводка с максимальным расходом 35 000 *куб. фут/сек* или выше, рассчитанные указанным путем, составляют: а) 29,4 года, б) 9 лет, в) 90 лет (фиг. 2.66).

Теоретическое распределение периода повторяемости

Томас [40] исследовал теоретическое распределение периода повторяемости, исходя из вероятности J повторения гидрологического явления через N лет. Явление с периодом повторяемости в N лет не обязательно будет происходить через каждые N лет, оно может повториться и через меньший интервал. Вероятность повторения явления через N лет уменьшается с уменьшением возможного интервала повторяемости. Это соотношение, иллюстрированное табл. 2.14, основано на уравнении

$$J = 1 - P^N, \tag{2.56}$$

где J — вероятность повторяемости явления; P — вероятность того, что явление никогда не произойдет; P^N — вероятность того, что явление не произойдет через N лет.

Таблица 2.14

Теоретическое распределение периода повторяемости
(по Томасу)

Средний период повторяемости	Фактический период повторяемости T_r, превышенный на различное время, %						
	1	5	25	50	75	95	99
2	8	5	3	1	0	0	0
5	22	14	7	3	1	0	0
10	45	28	14	7	3	0	0
30	137	89	42	21	8	2	0
100	459	300	139	69	29	5	1
1 000	4 620	3 001	1 400	693	288	51	10
10 000	46 200	30 001	14 000	6932	2880	513	100

Табл. 2.14 показывает, например, что вероятность того, что паводок повторяемостью в 1000 лет не произойдет через 10 лет, равна 99%, а вероятность неповторения этого паводка через 4620 лет составляет 1%.

Томас подсчитал также средние периоды повторяемости с различной степенью вероятности (табл. 2.15) как функцию числа лет наблюдений t и порядкового номера явления в убывающем ряду m'. Так (см. табл. 2.15).

Таблица 2.15

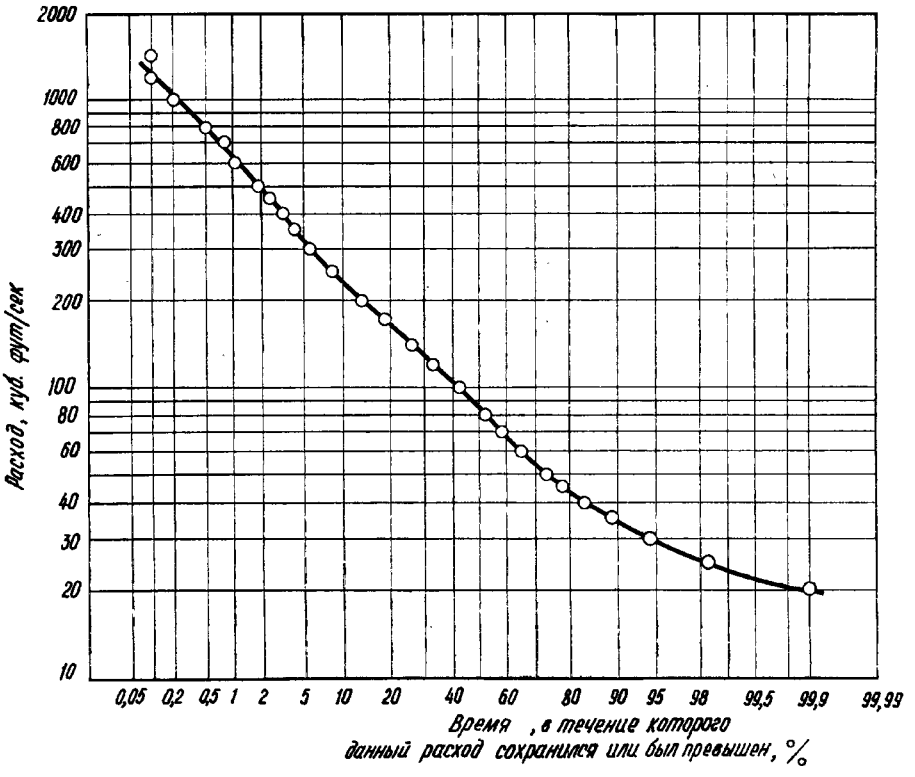
Средние периоды повторяемости с различной степенью вероятности
(по Томасу [40])

Порядковый номер явления в убывающем ряду m'	Число лет наблюдений t	Вероятность, %				
		1	25	50	75	99
1	2	1,11	2,00	3,41	7,46	200
	3	1,28	2,70	4,85	10,9	299
	5	1,66	4,13	7,73	17,9	498
	10	2,71	7,73	14,9	35,3	996
	15	3,78	11,3	22,1	52,6	1490
	20	4,86	14,9	29,4	70,0	1990
	30	7,03	22,1	43,8	104	2980
	60	13,5	43,8	87,0	209	5970
2	3	1,06	1,48	2,00	3,06	17,0
	4	1,16	1,84	2,59	4,12	23,8
	6	1,42	2,57	3,78	6,20	37,4
	11	2,13	4,41	6,76	11,4	71,1
	16	2,87	6,27	9,74	16,6	105
	21	3,61	8,12	12,7	21,8	138
	31	5,11	11,8	18,7	32,2	206
	61	9,62	23,0	36,6	63,4	408
3	4	1,05	1,32	1,63	2,19	7,10
	5	1,12	1,56	2,00	2,78	9,47
	7	1,31	2,06	2,75	3,95	14,1
	12	1,86	3,32	4,62	6,86	25,6
	17	2,44	4,59	6,48	9,76	37,2
	22	3,03	5,86	8,35	12,6	48,6
	32	4,21	8,41	12,1	18,4	71,6
	62	7,76	16,1	23,3	35,8	140
4	5	1,03	1,24	1,46	1,83	4,50
	6	1,09	1,42	1,73	2,24	5,78
	8	1,25	1,80	2,27	3,04	8,26
	13	1,70	2,77	3,63	5,02	14,4
	18	2,18	3,74	5,00	7,00	20,5
	23	2,67	4,72	6,36	8,98	26,6
	33	3,66	6,67	9,07	12,9	38,7
	63	6,63	12,5	17,2	24,8	75,2
5	6	1,03	1,19	1,36	1,64	3,40
	7	1,08	1,34	1,57	1,95	4,23
	9	1,21	1,64	2,00	2,55	5,85
	14	1,59	2,43	3,07	4,05	9,81
	19	2,01	3,22	4,14	5,54	13,7
	24	2,43	4,02	5,21	7,02	17,7
	34	3,28	5,60	7,35	9,99	25,5
	64	5,86	10,4	13,8	18,9	49,0

вероятность повторения явления максимальной величины в среднем каждые 15 лет при продолжительности наблюдений в 20 лет составляет 25%, а вероятность того, что это явление будет повторяться примерно через каждые 2000 лет, составляет 99%.

Кривые продолжительности расходов

Кривая продолжительности расходов (фиг. 2.67) представляет собой интегральную кривую повторяемости [1]. Она показывает время в процентах

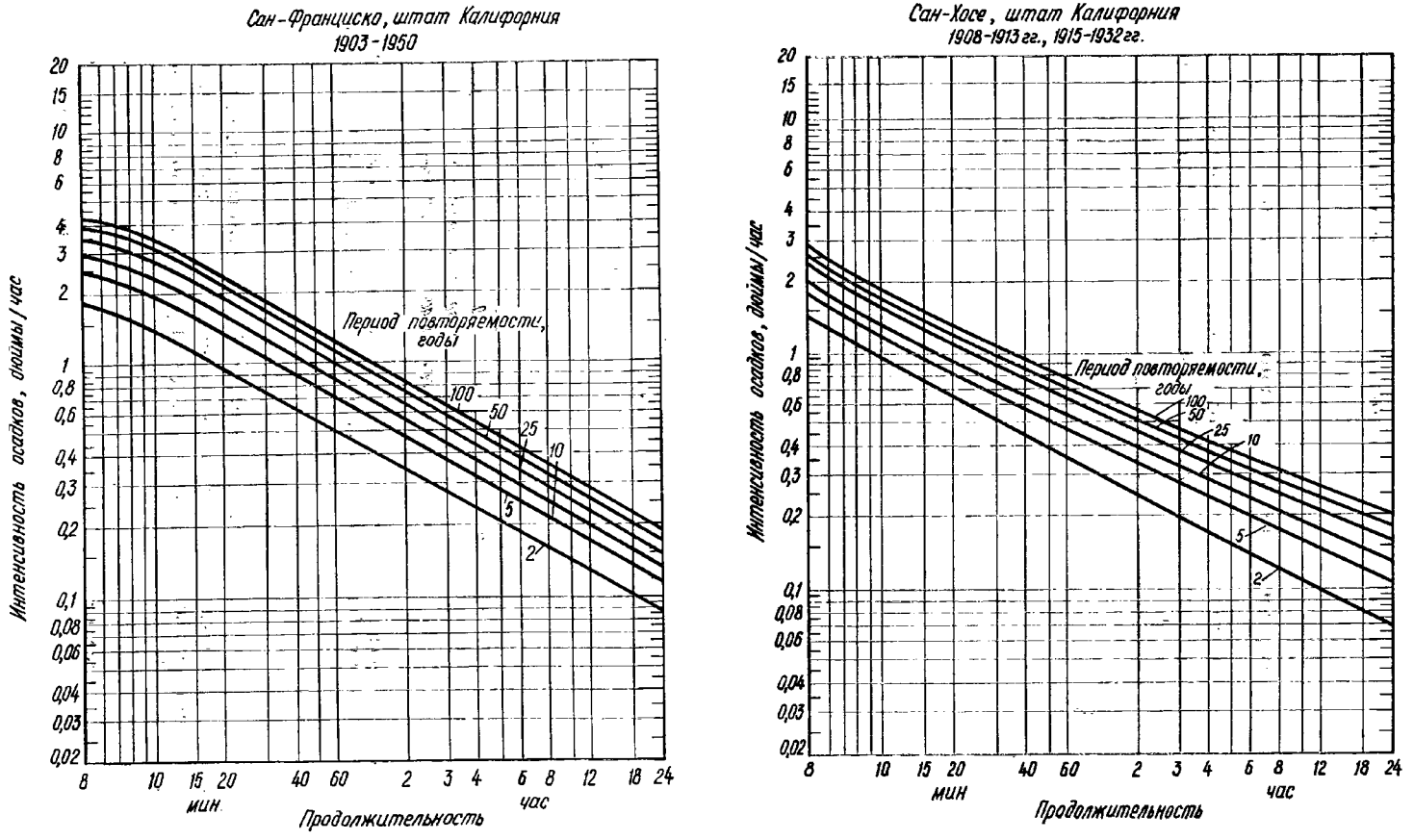


Фиг. 2.67. Кривая продолжительности суточных расходов для реки Южный Раритан около Хай-Бридж, штат Нью-Джерси, за период наблюдений 1918—1958 гг., построенная на логарифмической клетчатке вероятности.

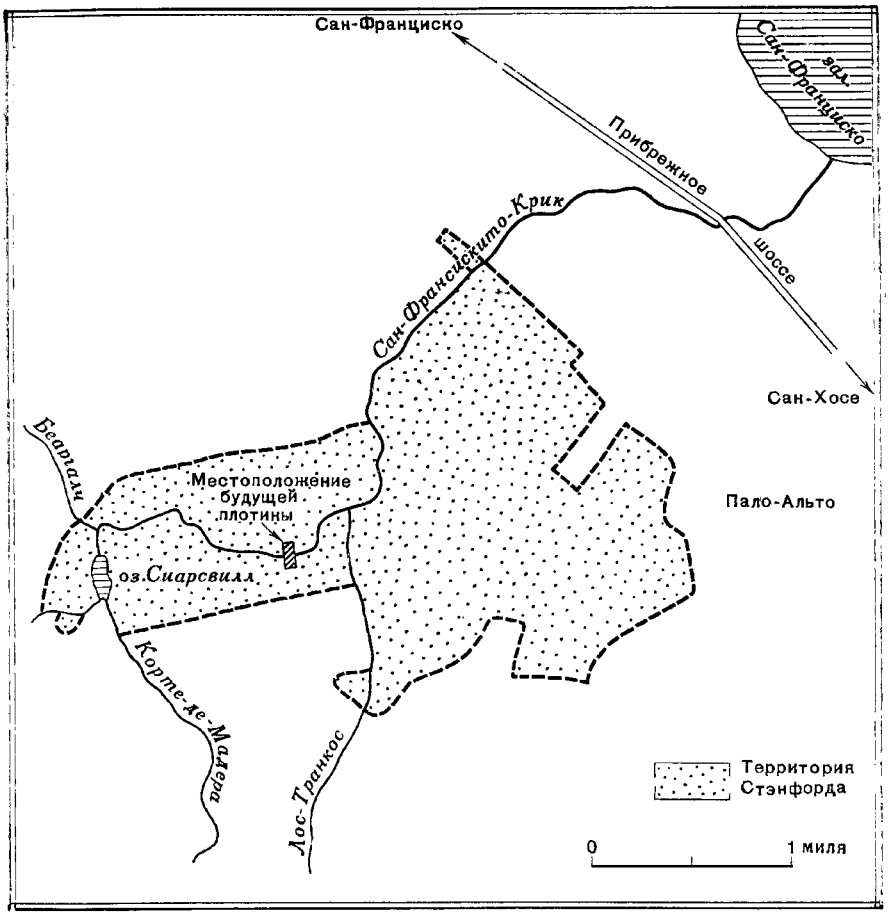
от периода наблюдений, в течение которого данный расход сохранялся или был превышен. При этом используется полный ряд данных, т. е. результаты измерений всех суточных расходов, которые неизбежно взаимосвязаны и, следовательно, не могут быть использованы для прогноза паводков, поскольку для этой цели данные наблюдений должны быть независимы. Кривую продолжительности расходов используют, когда необходимо определить обеспеченную, или основную, мощность гидроэлектростанции, при которой выработка энергии гарантирована на расчетное время или на 95% этого времени. Кривую продолжительности расходов применяют также для сравнения различных водотоков.

---

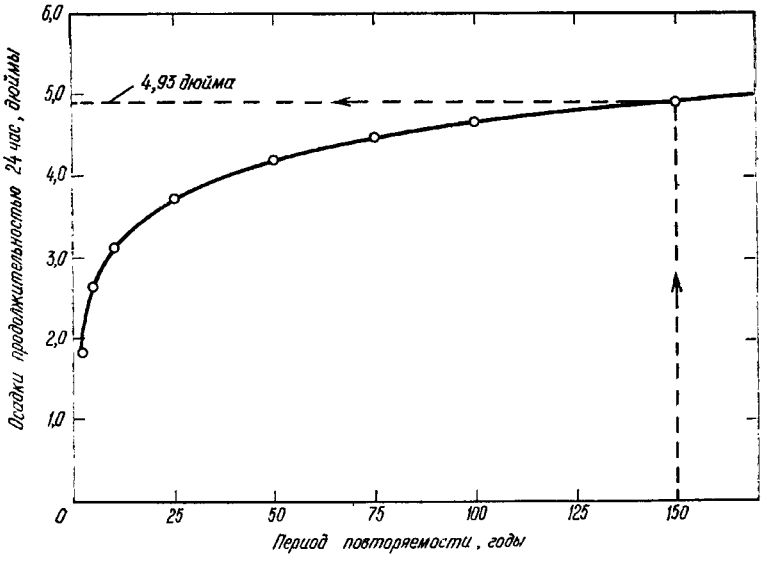
[1] Для построения кривой продолжительности необходимо последовательно просуммировать абсциссы графика повторяемости.— *Прим. ред.*



Фиг. 2.68. Кривые зависимости между интенсивностью, продолжительностью и повторяемостью осадков [41].



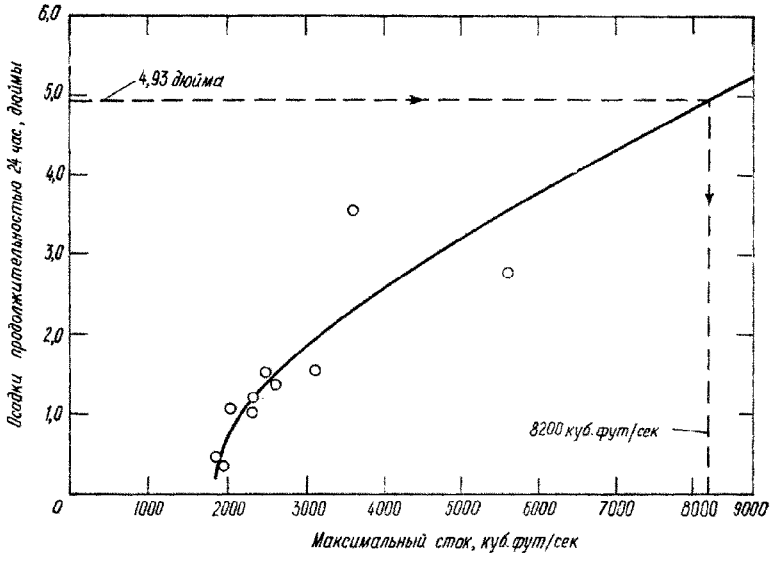
Ф и г. 2.69. Местоположение будущей плотины на реке Сан-Франсискито-Крик около Пало-Альто, штат Калифорния.



Ф и г. 2.70. Зависимость между максимальными осадками продолжительностью 24 час и периодом повторяемости для Пало-Альто, штат Калифорния.

Кривые зависимости между интенсивностью, продолжительностью и повторяемостью осадков

Специалисты Бюро погоды США [41], проводя анализ повторяемости методом экстремальных значений по Гамбелу, построили ряд кривых (фиг. 2.68), показывающих интенсивность осадков в зависимости от продолжительности для значений периода повторяемости T_r от 2 до 100 лет. Де Уист и Уотерс [42] применили эти кривые для оценки расчетного паводка с периодом повторяемости в 150 лет, определенным сотрудниками Инженерного корпуса армии США для участка на реке Сан-Франсискито-Крик вблизи Пало-Альто, штат Калифорния, где было намечено строительство плотины



Фиг. 2.71. Зависимость между максимальным стоком реки Сан-Франсискито-Крик и осадками для Пало-Альто, штат Калифорния.

(фиг. 2.69). К 1955 г. замеры расходов на реке Сан-Франсискито-Крик проводились лишь в течение 17 лет. Для инженерных расчетов на 150-летний период экстраполяция такого небольшого количества данных далеко не достаточна. Но для изучаемого района имелись данные об осадках за последние 53 года. Пользуясь этими сведениями, специалисты построили кривые зависимости между максимальными осадками за определенный интервал времени и периодами повторяемости для каждого крупного ливня. Располагая данными за 53-летний период, можно достаточно точно оценить осадки с периодом повторяемости 150 лет. При составлении кривой зависимости между максимальными осадками за 24 *час* у Пало-Альто и периодом повторяемости (фиг. 2.70) была использована серия кривых, изображенная на фиг. 2.68, что значительно облегчило расчеты. Данные по Сан-Франциско и Сан-Хосе усреднили, так как в доклад Бюро погоды [41] данные для Пало-Альто не включены. Путем экстраполяции кривой (фиг. 2.70) нашли, что слой максимальных осадков за 24 *час* с периодом повторяемости 150 лет равен 4,93 дюйма. Затем, используя материалы докладов по водным ресурсам Геологической службы США, построили график зависимости между имеющимися данными о десяти самых крупных паводках и соответствующими величинами осадков продолжительностью 24 *час* (фиг. 2.71), несмотря на значительный разброс точек для больших расходов. Максимальный сток в результате выпадения осадков с периодом повторяемости 150 лет оказался равным

8200 *куб. фут/сек*, что близко к величине 8400 *куб. фут/сек*, определенной специалистами Инженерного корпуса.

Описанный выше метод представляет собой удобный способ удлинения короткого ряда наблюдений над стоком реки при расчетах для длительных промежутков времени. Однако при этом допускается, что ливень с периодом повторяемости 150 лет вызывает паводок с таким же интервалом повторяемости, а это может и не произойти вследствие изменения предшествующих условий и влияния других факторов.

2.19. ВОДОХРАНИЛИЩА

Водохранилища строят на реках для орошения, использования водной энергии, коммунального водоснабжения, защиты от паводков и регулирования стока. Емкость водохранилища, предназначенного для регулирования стока, может быть различной в зависимости от продолжительности регулирования — сезонного (в течение одного года) или многолетнего [43]. В первом случае нужный объем воды относительно невелик, хотя при использовании очищенных сточных вод для увеличения стока в меженный период на их разбавление требуется в четыре раза больше пресной воды. Запас воды в водохранилище с многолетним регулированием временами превышает средний годовой сток в два раза. Водохранилища комплексного назначения сооружают как для сезонного накопления (регулирование паводков), так и для многолетнего регулирования (накопление воды для последующего использования).

Водохранилище, которое образуется после строительства плотины на реке Сан-Франсискито-Крик (фиг. 2.69), будет содержать 13 100 акрофутов воды, причем 71% этого объема пойдет исключительно на регулирование паводков, а 29% останется в резерве.

Иногда для производства электроэнергии используют часть запаса водохранилища, предназначенного для накопления и последующего потребления воды.

Проектирование водохранилища

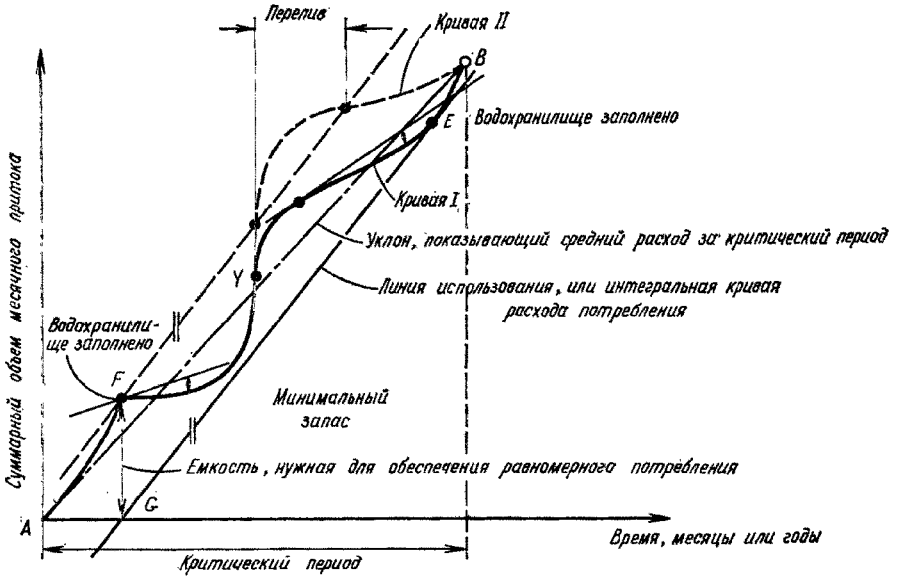
При проектировании водохранилища и определении обеспеченного расхода сбрасываемой воды необходимо решить две основные задачи — найти ряд наименьших величин годового стока за приемлемый период времени (обычно от 50 до 100 лет) и построить интегральные кривые стока и расхода потребления воды для ряда засушливых лет по месячным наблюдениям. Часто исследователи располагают данными по речному стоку за непродолжительный период времени, порядка 10 лет, в связи с чем возникает необходимость экстраполировать результаты наблюдений на период большей продолжительности.

Один из методов приведения наблюдений к многолетнему ряду заключается в сопоставлении сведений о стоке реки, на которой намечено строительство водохранилища, с данными по стоку соседних рек, где велись более продолжительные наблюдения. В результате получают корреляционную зависимость между данными по стоку рек.

Другой метод экстраполяции сводится к сравнению стока реки с осадками, измеренными на близлежащих метеорологических станциях, или с какими-либо другими сведениями об осадках.

Для вывода корреляционных зависимостей применяют данные годовых наблюдений, поскольку их используют при определении критического засушливого периода, который может длиться два года. Точность расчетов значительно выше, когда критический период находится в пределах интервала, для которого имеются результаты непосредственных измерений.

Предварительный расчет водохранилища весьма удобно проводить с помощью интегральной кривой (фиг. 2.72), выражающей зависимость между суммарными объемами месячного притока воды (с поправкой на средние потери) и продолжительностью критического периода в месяцах. Интегральная кривая дает возможность вычислить в первом приближении нужный объем водохранилища, поскольку все поправки, такие, как поправки на испарение и фильтрацию, вносятся к средней площади водохранилища и среднему уровню воды в нем. Точный учет месячных потерь необходимо проводить на основании данных по эксплуатации водохранилища. Для этого воссоздают на модели картину эксплуатации водохранилища, которая будет в течение критического периода при условии соблюдения правил эксплуатации.



Ф и г. 2.72. Использование интегральной кривой в предварительном расчете водохранилища.
E — водохранилище опорожнено.

Иногда возникает необходимость экстраполировать данные о месячных расходах с помощью зависимости между осадками и стоком. Если берут данные по гидрометрической станции, не расположенной вблизи плотины, то к ним должна быть введена поправка на боковой приток. По интегральной кривой можно получить отрицательный расход после того, как к наблюдаемому расходу в верхней части водохранилища, намеченного к строительству, будут сделаны поправки на фильтрацию и испарение и на разницу между величинами стока до и после сооружения водохранилища (см. раздел 2.21) и потребностью в минимальном стоке вниз по течению.

Интегральная кривая расхода потребления, называемая также линией использования, касается кривой стока (фиг. 2.72) в точке *E* (когда водохранилище опорожнено). Максимальное расхождение *FG* между двумя кривыми определяет объем воды, необходимый для обеспечения равномерного потребления воды в данном конкретном случае. Разумеется, если потребление изменится во времени, линия использования станет кривой. На фиг. 2.72 изображены две возможные интегральные кривые стока (кривые *I* и *II*), имеющие общую часть *AY*. Линия, проведенная через точку *F* (когда водохранилище заполнено) параллельно линии использования, показывает, что водохранилище выходит из берегов в случае кривой *II*. Если учесть, что наклон линии *AB* отражает средний расход в течение критического периода,

становится очевидным, что за пределами критического периода водохранилище все время будет заполнено и возможен перелив больших количеств воды через его берега. Следовательно, проектируя водохранилище, прежде всего необходимо предусмотреть, чтобы и при сильной засухе потребности в воде были удовлетворены.

Обеспеченный сток воды из водохранилища представляет собой максимально возможный постоянный расход. Если требуется найти обеспеченный сток при данной емкости водохранилища, проводят касательные к интегральной кривой стока, максимальное отклонение которых от интегральной кривой характеризует запас воды в водохранилище. Обеспеченный сток определяют по касательной с минимальным уклоном. Бывает так, что стоимость строительства водохранилища с нужным обеспеченным стоком оказывается очень высокой, тогда обеспеченный сток снижают до величины, допускающей периодическую нехватку воды. Часто с такой ситуацией встречаются при расчете ирригационных сооружений.

При проектировании водохранилища необходимо учитывать постоянно растущую потребность в воде и уменьшение объема водохранилища вследствие отложения наносов. Заиление не только уменьшает полезную емкость водохранилища, но и увеличивает потери на суммарное испарение.

Уменьшение емкости водохранилища вследствие отложения наносов

От интенсивности осаждения наносов часто зависит срок службы водохранилища. Однако точно определить скорость отложения наносов трудно; наблюдения показали, что она постепенно уменьшается. Также важно обнаружить основные площади осаждения [44], особенно если водохранилище выполняет две функции — регулирование паводков и накопление воды, причем когда верхний бьеф водохранилища предназначен для регулирования паводков. Установлено, что значительное количество наносов оседает у входа в водохранилище на небольших глубинах и захватывает большую часть объема водоема, предназначенного для регулирования паводков.

Чтобы прогнозировать уменьшение емкости водохранилища, необходимо знать скорость притока наносов. Для этого вычисляют средний годовой приток наносов (табл. 2.16). Величину среднего годового притока наносов

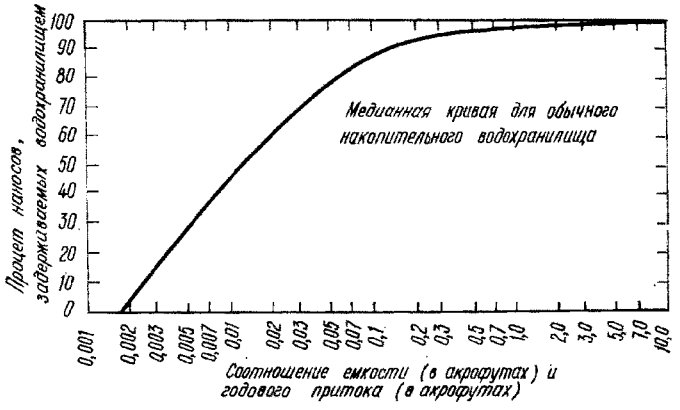
Таблица 2.16

Время, необходимое для заполнения озера Мид наносами на 80% его емкости

Емкость, тысячи акрофутов	Соотношение емкости и притока наносов $\frac{C}{I}$	Задерживающая способность, %		Годовое количество отложившихся наносов, тысячи акрофутов	Приращение объема водохранилища, тысячи акрофутов	Время заполнения наносами, годы
		при данном $\frac{C}{I}$	средняя для приращения $\frac{C}{I}$			
27 930	2,15	98				
			98	194	4930	25,5
23 000	1,78	98				
			97,5	193	5750	30
17 250	1,33	97				
			97	192	5750	30
11 500	0,88	97				
			96,5	191	5900	31
5 600	0,43	96				
(20% первоначальной емкости)					Итого:	116,5 года

часто получают путем экстраполяции, поскольку данные опробования наносов немногочисленны. Обычно на реке, где планируется строительство водохранилища для накопления запасов воды, защиты от паводков или производства электроэнергии, сооружают гидрометрическую станцию. Данные, собранные на станции за несколько лет, прошедшие между предварительными исследованиями и строительством гидротехнического сооружения, экстраполируют.

Перенесенные наносы обычно измеряют количеством частей на миллион в весовом выражении. Общий вес наносов, осевших в водохранилище, переводят в объем для того, чтобы вычислить емкость водохранилища после отложения наносов. Для этого необходимо определить объемный вес отложившихся наносов, который увеличивается с глубиной, так как наносы при этом



Ф и г. 2.73. Задерживающая способность водохранилища в зависимости от соотношения емкости и притока наносов (по Бруну).

уплотняются. По Бондюрану [44], объемный вес ила, песка и их смеси составляет 70—100 *фунт/куб. фут*. Глинистые наносы осаждаются по-разному: дисперсные частицы глины обычно оседают очень медленно, а коагулированные частицы, наоборот, быстро. Глина может быть тиксотропной (т. е. твердой в спокойном состоянии и жидкой при механическом воздействии). В таком случае частицы глины оседают быстро, но их подхватывает плотный поток мутной воды, который движется по дну водохранилища. Бондюран приводит следующие величины объемного веса глинистых отложений в коагулированном или тиксотропном состоянии для озера Мид: от 7 *фунт/куб. фут* у поверхности и до 30 *фунт/куб. фут* на глубине 50 футов. Данные об объемном весе тиксотропной глины, осевшей ниже 50 *футов*, отсутствуют, хотя наносы простираются до глубины 150 футов и более. Бондюран считает, что наносы озера Мид выходили бы из его пределов, если на определенных высотах в плотине имелись бы пропускные отверстия. Мнение этого ученого, повидимому, правильно, особенно в свете результатов, полученных французскими инженерами на плотинах в Алжире. Там очень мелкозернистые наносы, состоящие на 85—99% из ила и глины с удельным весом 1,4—1,5, успешно удалялись через горизонтальные отверстия, пробуренные в нижней части плотины.

Брун [46] изучал задерживающую способность водохранилищ в зависимости от соотношения между емкостью водохранилища и годовым притоком наносов, причем задерживающая способность оказалась пропорциональной количеству наносов, осевших в водохранилище. Брун проанализировал данные примерно по 40 водохранилищам и на их основе построил медианную кривую для обычных накопительных водохранилищ (фиг. 2.73). Эту кривую можно использовать при определении продолжительности службы водохра-

нилища. В табл. 2.16 приведено время заполнения озера Мид наносами на 80% его объема. По данным Маддока [43], емкость и средний годовой приток воды в озеро Мид составляют соответственно 27 930 000 и 12 987 000 акрофутов, средний годовой приток наносов равен 198 000 акрофутов. Если ежегодно из озера удалять 10% отложений, оно будет заполнено наносами на 80% через 128 лет. В этих вычислениях скорость притока наносов в водохранилище завышена, поэтому срок его службы будет более продолжительным.

ГИДРОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ШТАТЕ НЬЮ-ДЖЕРСИ

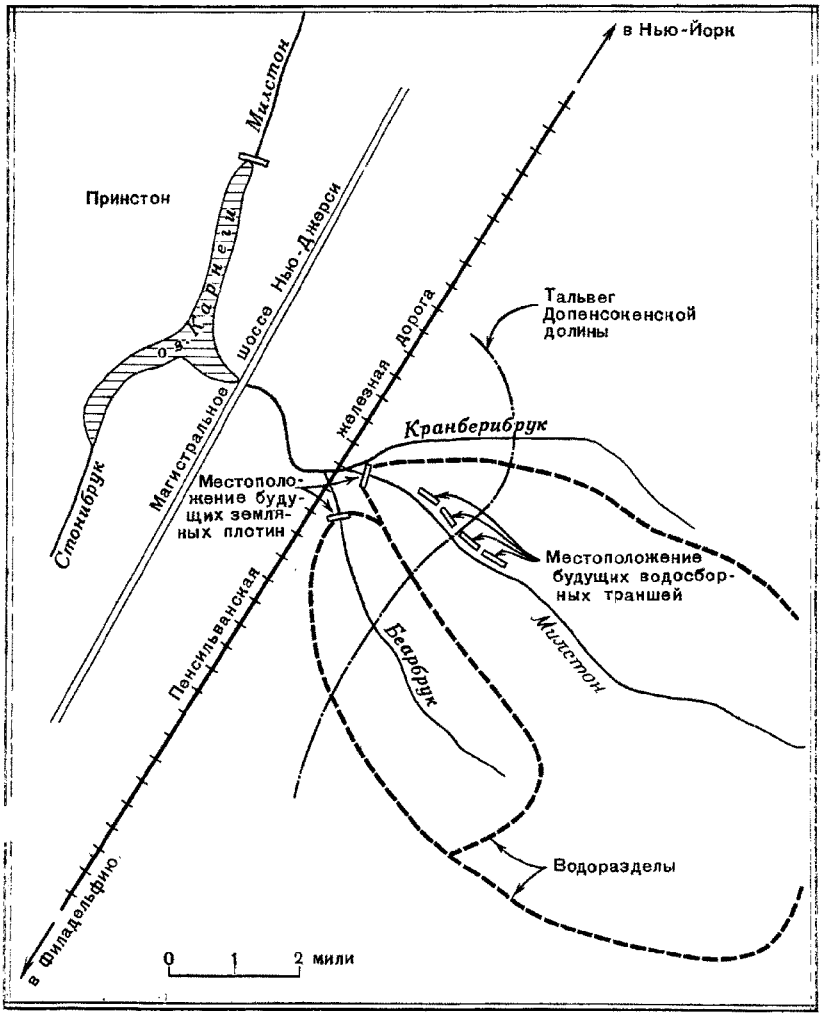
2.20. ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО ЭКСПЛУАТАЦИИ ВОДОНОСНОГО ГОРИЗОНТА ОКОЛО ПРИНСТОНА

Воды реки, протекающей через рыхлые осадочные породы, находятся в постоянном взаимодействии с водами, заполняющими пустоты этих пород. Таким образом, возможна эксплуатация водоносных слоев, или горизонтов, примыкающих к реке. Взаимосвязь поверхностных и подземных вод и характер движения последних в значительной степени зависят от уровня воды в реках, пересекающих бассейн подземных вод, а также от коэффициента фильтрации водоносных пород. Характер движения подземного потока можно изменить, построив на реках гидротехнические сооружения.

Для густонаселенных районов с развитой промышленностью качество и количество воды жизненно важно. Знать влияние поверхностных вод на формирование подземных вод необходимо для рационального использования воды и успешной борьбы с ее загрязнением, поскольку загрязняющие вещества слишком часто сбрасывают в поверхностные водотоки, откуда они проникают под землю раньше, чем достигнут океана. При изучении пенсокенского водоносного горизонта около Принстона, штат Нью-Джерси, основное внимание следует обратить на качество воды и определить его эксплуатационные запасы. Для осуществления этих исследований на относительно больших гидрологических системах проводят анализ установившегося движения подземных вод (см. раздел 3.2), основанный на использовании средних годовых или месячных величин осадков, испарения, поверхностного стока и данных о коэффициенте фильтрации. Работа такого рода находится в компетенции инженера-консультанта [47]. Можно показать математически, что такие факторы, как испарение и питание, благодаря которым образуется купол грунтовых вод, не играют значительной роли, если установившееся движение происходит в мощных водоносных горизонтах, обладающих постоянным напором. Однако, прежде чем принять решение о целесообразности того или иного проекта воссоздания сильно истощенных запасов небольших водных систем, обязательно проводят анализ неустановившегося движения (см. раздел 3.2) на основании данных о приходных и расходных элементах водного баланса, зависящих от времени. Истощение запасов воды возможно вследствие продолжительной засухи и больших заборов воды в течение критического периода, который короче интервала времени, необходимого для стабилизации движения подземных вод. Изучение неустановившегося движения нельзя проводить без достаточного знания гидрологии поверхностных вод исследуемого бассейна.

В бассейне верхнего течения реки Милстон (фиг. 2.74), представляющего собой часть низменной равнины, простирающейся от эстуария реки Рариган до реки Делавэр ниже Трентона, распространены так называемые пенсокенские отложения. Территория этого района сложена преимущественно крупнозернистым песком с включениями гравия и небольшими примесями глинистых пород. Когда-то в результате снижения базиса эрозии главной рекой бассейна здесь образовалась долина нижнего течения реки Делавэр.

В течение длительного периода главная река и ее притоки размыли меловые породы долины, лежащие на марготи-раританском основании. Реки переносили обломки подвергшихся размыву пород и откладывали их в низовьях. Мелкие наносы уносились далее вниз по течению, а более тяжелые пески



Ф и г. 2.74. Географическое положение водосборного бассейна верхнего течения реки Милстон, штат Нью-Джерси.

и крупный гравий постепенно заполняли глубокую большую впадину, образованную главным водотоком и врезанную вплоть до нижних слоев марготи-раританского горизонта. Намывные отложения долины главной реки в основном состоят из переработанных осадочных пород мелового возраста, носящих название пенсокенских, в связи с чем долину часто называют Допенсокенской. Образованная таким путем низменность, пересекающая весь штат Нью-Джерси, на участке между магистральным шоссе Нью-Джерси и озером Карнеги у Принстона редко превышает высоту 120 футов над уровнем моря. Водоразделы верхнего течения реки Милстон и реки Беарбрук находятся на высоте 80 футов (фиг. 2.74). Ниже отметки 150 футов почти вся территория водосбора сложена весьма пористыми пенсокенскими отложениями, водопроницаемость которых так высока, что даже при очень сильных ливнях почти не остается следов поверхностного стока, а на свежевспаханных полях отсут-

ствуют рытвины и промоины. Следовательно, не без основания можно допустить, что здесь примерно 50% среднего годового количества осадков (около 45 дюймов) просачивается в бассейн подземных вод. Средний сток с квадратной мили на той части территории бассейна реки Милстон, которая сложена пенсокенскими отложениями, гораздо больше стока с остальной площади водосбора, дренируемой поверхностным водотоком. На основе этого делается вывод, что подземные воды распространены за пределами поверхностного водосбора. Воды подземного бассейна поступают в русло реки Милстон.

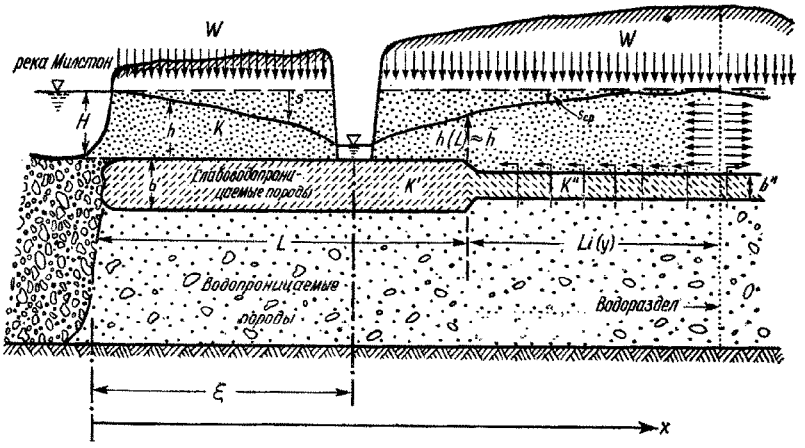
Покойный Г. Санфорд [47] использовал данные по стоку реки Нешаник у Ревилля (округ Хантертон, к северо-западу от Принстона), дренирующей бассейн с характеристиками, близкими водосбору нижнего течения реки Милстон, для оценки расхода последней. Расход реки Милстон составил около 141 млн. галл/сутки. Вычтя эту величину из общего расхода реки Милстон, Санфорд нашел средний расход, равный 98 млн. галл/сутки, для участка реки Милстон выше озера Карнеги; для водосборного бассейна верхнего течения реки Милстон и реки Беарбрук (фиг. 2.74) суточный расход оказался равным 56 млн. галл.

В изучаемом районе питание подземных вод происходит преимущественно в дождливый сезон с начала ноября по конец мая, в результате чего уровень подземных вод поднимается и подземное питание рек увеличивается. В итоге же общие потери пресных вод, уносимых в океан, возрастают. Чтобы уменьшить эти потери, составляющие значительную долю речного расхода, равного 56 млн. галл/сутки, Санфорд предложил построить две невысокие земляные плотины на реках Милстон и Беарбрук несколько выше их слияния (фиг. 2.74). Вода, удерживаемая этими плотинами, достигнет уровня 70 футов, а гребень плотины будет примерно на 10 футов выше. Повышение уровня воды в реках вызовет уменьшение гидравлического градиента подземных вод и, следовательно, снизит подземное питание рек. Одновременно предусмотрена откачка подземных вод, чтобы высвободить в водоносном горизонте емкости для задержания еще большего количества инфильтровавшихся осадков, которые выпадают в течение зимне-весеннего сезона, или для пополнения запасов подземных вод за счет инфильтрации бурного летнего стока речных вод. Итак, предлагаемый проект сводится по существу к накоплению воды в пределах берегов и русел [53] указанных рек с целью снижения потерь пресной воды, сносимой в океан. Этот проект типичен для Приатлантической низменности в пределах территории США, где огромные количества пресной воды уходят в океан и где планы сохранения и рационального использования этого минерального богатства все еще ждут своего осуществления. В недалеком будущем в этом густонаселенном районе с сильно развитой промышленностью, простирающемся между Вашингтоном и Нью-Йорком, будет ощущаться недостаток воды.

Для забора подземных вод Санфорд предложил с помощью землесосов выкопать глубокие водосборные траншеи параллельно руслу реки Милстон на глубину 50 футов ниже уровня воды на участке реки, подпертом плотиной. Этот ученый наметил места для строительства четырех траншей — по две по обоим бортам Допенсокенской долины (фиг. 2.74). Чтобы оценить расход воды, поступающей из водоносного горизонта в траншеи, Санфорд предложил провести длительную откачку из опытной траншеи длиной 1000 футов и глубиной 15 футов, вырытой на месте планируемых постоянных траншей. Он полагал, что траншея такого размера обеспечит откачку воды с расходом не менее 5 млн. галл/сутки. Исследования, проведенные Отделением поверхностных вод Геологической службы США, расположенным в городе Трентоне, штат Нью-Джерси, показали, что расход реки выше участка опытной траншеи значительно превышает величину 5 млн. галл/сутки.

Де Уист [47] с помощью математической модели (фиг. 2.75) проверил предположение Санфорда относительно стабилизации притока воды к тран-

шеям, а также изучил возможность использования групп скважин для откачки подземных вод. В марте 1964 г., когда автор писал этот учебник, он занимался аналитическими исследованиями неустановившегося движения и изу-



Фиг. 2.75. Математическая модель схематизированных природных условий притока воды в траншею около реки Милстон, штат Нью-Джерси.

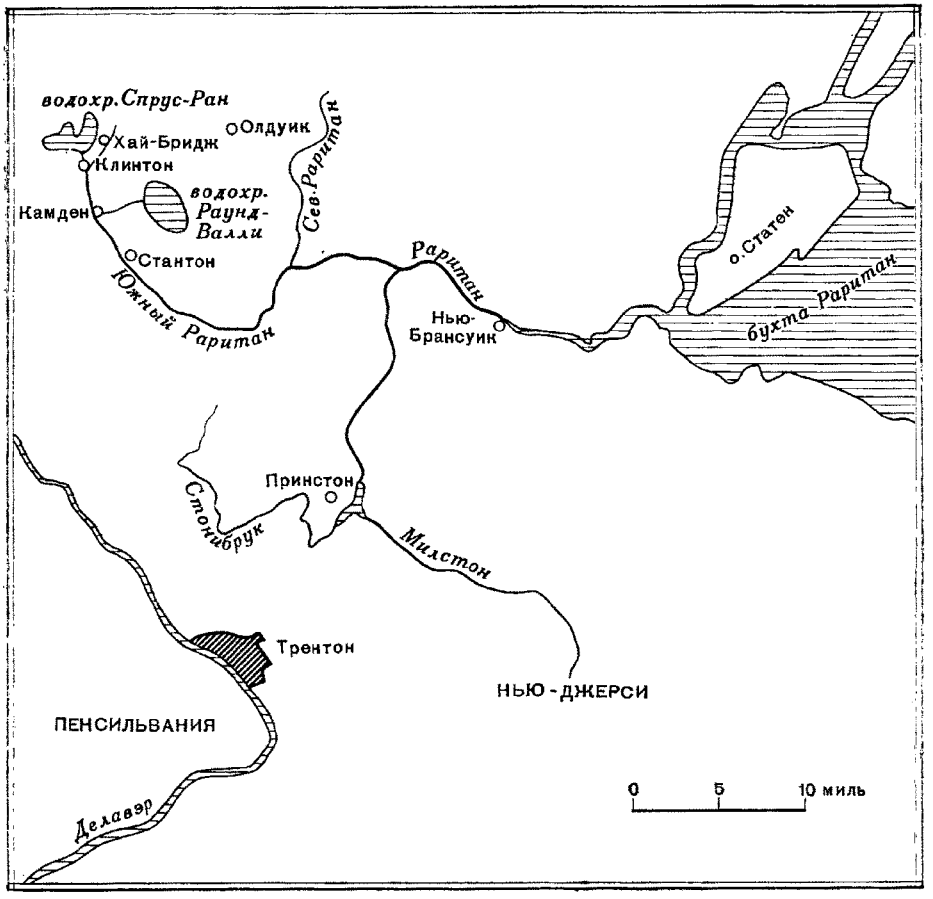
чал на электрических моделях гидрологические условия района предполагаемого строительства.

2.21. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ С ЦЕЛЬЮ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАСЧЕТНОГО ПАВОДКА ПОВТОРЯЕМОСТЬЮ ОДИН РАЗ В 1000 ЛЕТ ДЛЯ ВОДОСБРОСА ВОДОХРАНИЛИЩА СПРУС-РАН, ШТАТ НЬЮ-ДЖЕРСИ

Водохранилище Спрус-Ран образовалось в результате возведения плотины на месте слияния притоков реки Южный Раритан — рек Малхокауэй-Крик и Спрус-Ран (фиг. 2.76). Строительство проводилось в соответствии с Законом о водных ресурсах штата Нью-Джерси от 1958 г., предусматривающего строительство различных сооружений для накопления и регулирования водных запасов, чтобы удовлетворить в настоящее время и ближайшем будущем потребности в воде населения северо-восточной части штата, примыкающей к Нью-Йорку, и района долины реки Раритан [48]. Закон 1958 г. часто упоминается в связи со строительством водохранилища Раунд-Валли в стороне от реки Раритан, которое было сооружено согласно этому закону.

Ожидается, что водохранилище Спрус-Ран комплексного назначения даст 11 млрд. галл. воды для регулирования стока с различными целями. В марте 1964 г. строительство водохранилища находилось в стадии завершения. Водохранилище возникло в результате сооружения земляной укатанной плотины с противофильтрационным ядром поперек долины реки Спрус-Ран при слиянии последней с рекой Малхокауэй-Крик. В коренных породах в седловине у южного края плотины сооружен водосбросный канал, способный пропускать паводок, превышающий расчетный максимальный расход рек Спрус-Ран и Малхокауэй-Крик в $2\ ^1/_2$ раза. Вследствие отсутствия данных наблюдений над стоком этих рек для расчетов были использованы средние данные по стоку, полученные на гидрометрических станциях Хай-Бридж и Стантон, расположенных на реке Южный Раритан. По данным доклада Управления охраны природных ресурсов и экономического развития штата Нью-Джерси [48], расчетный паводок с периодом повторяемости один раз в 1000 лет составляет 24 000 *куб. фут/сек.*

Автор [49] провел предварительный расчет упомянутого паводка повторяемостью один раз в 1000 лет, используя вышеописанные методы. Результаты расчетов кратко излагаются ниже.



Фиг. 2.76. Географическое положение водохранилища Спрус-Ран, штат Нью-Джерси.

а. Имеющиеся гидрологические данные

1. Гидрографы уровней реки Спрус-Ран у Клинтона, площадь водосбора 41,3 кв. мили, 4-летний период наблюдений (1959—1962 гг.).

2. Суточное количество осадков и величины индекса предшествующих осадков у Олдуика за период 1957—1962 гг.

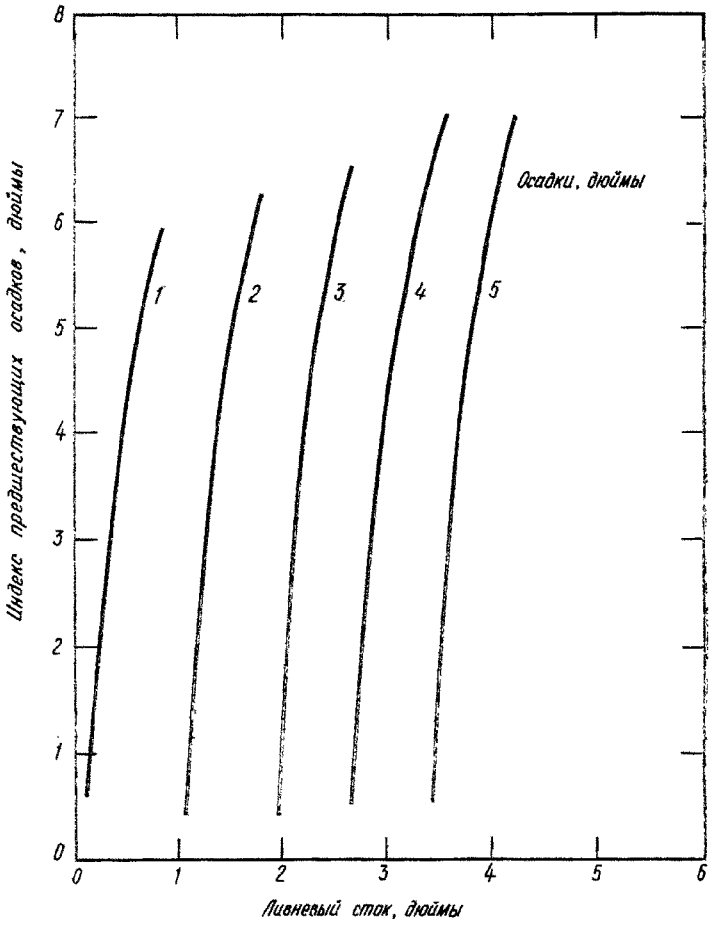
3. Суточное количество осадков у Клинтона за 15-летний период (1943—1957 гг.).

4. Часовое количество осадков у Трентона за весь 20-летний период (1943—1962 гг.), на который экстраполированы данные о стоке.

б. Методы расчета

Для построения коаксиальной зависимости (такого же типа, что и показанная на фиг. 2.45) между суммой осадков и величиной стока при данном индексе предшествующих осадков и продолжительности ливня было отобрано 14 ливней из наблюдений 1959—1962 гг. Однако в этот период не отмечалось ни одного ливня, давшего обильные осадки, поэтому, когда на гидрографе ливневый сток был отделен от подземного и построен график зависимос-

ти ливневого стока от осадков, измеренных на расположенной неподалеку станции в Олдуике, полученная зависимость оказалась почти прямолинейной (фиг. 2.45) и не связанной с условиями предшествующего увлажнения при коэффициенте стока $k = 0{,}8$. Такая высокая величина коэффициента стока полностью соответствует физико-географическим особенностям изу-



Ф и г. 2.77. Взаимосвязь стока и осадков в зависимости от индекса предшествующих осадков для реки Спрус-Ран, штат Нью-Джерси.

чаемого водосбора и его положению в предгорьях Киттатин. Вместо корреляционной зависимости (схожей с показанной на фиг. 2.47), которую невозможно было установить, автор получил кривые, изображенные на фиг. 2.77. По оси абсцисс он отложил величины ливневого стока для 14 отобранных паводков периода наблюдений 1959—1962 гг. на реке Спрус-Ран у Клинтона, а на ось ординат нанес значения индекса предшествующих осадков по наблюдениям в Олдуике. Около каждой из полученных кривых указано количество ливневых осадков на станции в Олдуике. Затем по ежегоднику «Климатологические данные для штата Нью-Джерси», составленному Бюро погоды США, были найдены максимальные количества годовых осадков, отмеченные в Клинтоне за 1943—1957 гг. и в Олдуике за 1957—1958 гг. Значения индекса предшествующих осадков вычислили для каждого случая, используя указанный источник, а ливневый сток определили по данным фиг. 2.45, при этом учли, что для всех максимальных годовых паводков (за исключением паводков

в июне 1945 г. и августе 1955 г.) индекс предшествующих осадков был умеренным. Данные по осадкам для периодов 1943—1957 гг. (Клинтон) и 1957—1962 гг. (Олдуик) нанесли на график (фиг. 2.77). Сравнение графиков, изображенных на фиг. 2.45 и 2.77, показывает, что приращение стока для ливня в июле 1945 г. составило 1,8—2,1 дюйма при индексе предшествующих осадков 3,93 и 3,3—4,0 дюйма для ливня 19 августа 1955 г. при индексе предшествующих осадков 7,15.

Продолжительность ливней в Клинтоне и Олдуике оценена по часовым осадкам, выпавшим в это же время в Трентоне. Продолжительности ливней осреднили до 8 и 14 *час*, поскольку такая продолжительность, по-видимому, типична для большинства ливней. По данным наблюдений над паводками реки Спрус-Ран за 1959—1962 гг. построили единичные гидрографы для 8- и 14-часовой продолжительностей осадков, на основании чего был определен максимальный расход, вызванный каждым ливнем периода 1943—1958 гг. Таким образом получили ряд из 20 годовых величин максимальных паводков, который проанализировали, используя теоретический метод Гамбела. Для паводка повторяемостью один раз в 1000 лет расчеты дали величину 16 600 *куб. фут./сек*, по данным же Управления охраны природных ресурсов и экономического развития штата Нью-Джерси расход такого паводка оказался равным 24 000 *куб. фут/сек*. Паводок 1955 г. имеет период повторяемости 28 лет, а паводок 1955 г. для реки Делавэр в Трентоне — 232 года, последний определен на основании 40-летних наблюдений (фиг. 2.65). Однако период повторяемости паводка 1955 г. на реке Делавэр в Трентоне по наблюдениям за 1943—1962 гг. составляет всего лишь 99 лет. Поскольку паводок 1955 г. на реке Спрус-Ран, определенный по результатам последних наблюдений, имеет период повторяемости всего лишь 28 лет, а эта цифра расходится с величиной 100 лет, найденной с достаточным основанием по данным за 20-летний период, становится ясным, что величина расхода 16 600 *куб. фут/сек* для расчетного паводка продолжительностью один раз в 1000 лет занижена и что величина 24 000 *куб. фут/сек* для этого паводка реальна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jones P. B., Walker G. D. et al., 1963. The development of the science of hydrology, Texas Water Commission, Circular 63-03.
2. Batisse M., 1963. Le programme de recherches a long-terme de l'UNESCO dans le domaine de l'hydrologie scientifique, Jour. of Hydrology, 1, 166—176.
3. Leet L. D., Judson S., 1958. Physical Geology, Prentice-Hall, 159—197.
4. Lobeck A. K., 1939. Geomorphology, an introduction to the study of landscapes, McGraw-Hill, 155—183.
5. Horton R. E., 1926. Discussion of paper, Flood flow characteristics, by C. S. Jarvis, ASCE Transactions, 89, 1081—1086.
6. Linsley R. K., Kohler M. A., Paulhus J. L., 1958. Hydrology for engineers, Chapt. 3, McGraw-Hill, New York.
7. Thiessen A. H., 1911. Precipitation for large areas, Monthly Weather Review, 39, 1082—1084.
8. Horton R. E., 1924. Discussion on distribution of intense rainfall, ASCE Transactions, 87, 578—585.
9. Corps of Engineers, U.S. Army, 1945. Storm rainfall in the United States, Depth-area-duration data, War Department.
10. Miller D. W., Geraghty J. J., Collins R. S., 1962. Water atlas of the United States, Water Information Center, Port Washington, Long Island, New York.
11. Krick I. P., Fleming R., 1954. Sun, sea and sky, J. B. Lippincott Co., Philadelphia and New York, 15—39.
12. Linsley R. K., Kohler M. A., Paulhus J. L. H., 1949. Applied hydrology, McGraw-Hill, New York (см. русский перевод: Линслей Р. К., Колер М. А., Паулюс Д. Л. Х. Прикладная гидрология, Гидрометеоиздат, Л., 1962).
13. Leopold L. B., Langbein W. B., 1960. A primer on water, U.S. Geological Survey.

14. Полубаринова-Кочина П. Я., 1952. Теория движения грунтовых вод, ГТТИ, М.
15. U.S. Weather Bureau, 1941, Psychrometric Tables, Circular 235.
16. Meyer A. F., 1942. Evaporation from Lakes and Reservoirs, Minnesota Resources Commission, St. Paul, Minn.
17. McEwen G. F., 1930. Results of Evaporation Studies, Scripps Institute of Oceanography, Technical Series, 2, 401—415.
18. Anderson E. R., Anderson L. J., Marciano J. J., 1950. A Review of Evaporation Theory and Development of Instrumentation, U.S. Navy Electronics Laboratory Report 159, 3—37.
19. Baker D., Conkling H., 1930. Water Supply and Utilization, Wiley, New York.
20. Horton R. E., 1933. The Role of Infiltration in the Hydrologic Cycle, Transactions American Geophysical Union, 14, 446—460.
21. Gilcrest B. R., 1950. Flood Routing, in Engineering Hydraulics, Chapt. X, 635—710, Rouse H. (Ed.), Wiley, New York.
22. Stevens J. C., 1907. A Method of Estimating Stream Discharge from a Limited Number of Gagings, Engineerings News, 52—53.
23. Posey C. J., 1950. Gradually Varied Channel Flow, in Engineering Hydraulics, Chapt. IX, 589—634, Rouse H. (Ed.), Wiley, New York.
24. New Jersey (State of), Department of Conservation and Economic Development, Surface Water Supply of New Jersey, Stream Flow Records, October 1955 to September 1960, 1963. Special Report 20.
25. Barnes B. S., 1940. Discussion of Analysis of Runoff Characteristics by O. H. Meyer, ASCE Transactions, 105, 106.
26. Langbein W. B., 1940. Some Channel Storage and Unit Hydrograph Studies, Transactions American Geophysical Union, 21, 620—627.
27. Sherman L. K., 1932. Streamflow from Rainfall by the Unit-Graph Method, Engineering News Record, 108, 501—505.
28. Kohler M. A., Linsley R. K., 1951. Predicting the Runoff from Storm Rainfall, U.S. Weather Bureau Research Paper 34.
29. Hoel P. G., 1947. Introduction to Mathematical Statistics, 126—129, Wiley, New York.
30. Snyder F. F., 1938. Synthetic Unit Hydrographs. Transactions American Geophysical Union, 19, Part 1, 447—454.
31. Linsley R. K., 1943. Applications of Synthetic Unit Graphs in the Western Mountain States, Transactions American Geophysical Union, 24, Part 2, 580—587.
32. Massau J., 1900. Mémoire sur l'intégration graphique des équations aux dérivées partielles, Annales de l'Association des Ingénieurs Sortis des Ecoles Spéciales de Gand, 23, 95.
33. McCarthy G. T., 1938. The Unit Hydrograph and Flood Routing, Conference of North Atlantic Division, U.S. Corps of Engineers.
34. Paulhus J. L. H., Gilman C. S., 1953. Evaluation of Probable Maximum Precipitation, Transactions American Geophysical Union, 34, 701—708.
35. California Department of Public Works, 1923. Flow in California Streams, Bulletin 5.
36. Hazen A., 1930. Flood Flows, Wiley, New York.
37. Gumbel E. J., 1943. On the Plotting of Flood Discharges, Transactions American Geophysical Union, 24, Part II, 699—719.
38. Gumbel E. J., 1954. Statistical Theory of Extreme Values and Some Practical Applications, U.S. National Bureau of Standards, Applied Mathematics, Series 33.
39. Powell R. W., 1943. A Simple Method of Estimating Flood Frequency, Civil Engineering, 13, 105—107.
40. Thomas H. A., Jr., 1948. The Reliability of Hydrologic Predictions, a paper presented at the meeting of the American Geophysical Union, Cambridge, Mass., September 1947. См. также Frequency of Minor Floods, Journ. Boston Society of Civil Engineers, 35, 425—442.
41. U.S. Weather Bureau, Technical Paper 25, Rainfall Intensity-Duration-Frequency Curves for the United States, Alaska, the Hawaiian Islands and Puerto Rico, 1955.
42. De Wiest R. J. M., Watters G., 1958.
An Investigation into Proposals for Flood Control on San Franciscquito Creek, Student Report, Civil Engineering 262, Stanford University, Spring Quarter.
43. Maddock Th., 1947. Reservoir Problems with Respect to Sedimentation, Proceedings of the Federal Inter-Agency Sediment Conference, 9—17, Denver.
44. Bondurant D. C., 1959. Réservoir sédimentation, barrages et bassins de retenue, Colloquium 14, 185—195, Université de Liège, Belgium.
45. Thévenin J., 1959. Etude de la sédimentation des barragesréservoires en Algérie et moyens mis en oeuvre pour préserver les capacités, Colloquium 14, 227—264, Université de Liége, Belgium.
46. Brune G. M., 1953. Trap Efficiency of Reservoirs, Transactions American Geophysical Union, 34, 407—418.

47. De Wiest R. J. M., 1963. Replenishment of Aquifers Intersected by Streams, ASCE Journal of the Hydraulics Division, 165—191.
48. New Jersey, State of, Department of Conservation and Economic Development, Division of Water Policy and Supply, Special Report 15, August 1958.
49. De Wiest R. J. M., 1964. Preliminary Study of the 1000 year-Design Flood for the Spillway of Spruce Run Lake Reservoir, Paper presented at the 10th Annual Meeting of the New Jersey Academy of Sciences, Seton Hall University, April 4.
50. Gray D. M., 1961. Synthetic Unit Hydrograph for Small Watersheds, ASCE Journal of the Hydraulics Division, 33—54.
51. Eagleson P. S., 1962. Unit Hydrograph Characteristics for Sewered Areas, ASCE Journal of the Hydraulics Division, 1—25.
52. Mesnier G. N., Iseri K. T., 1963. Selected Techniques in Water Resources Investigations, USGS Water Supply Paper 1669-Z, 1—64.
53. Cooper H. H., Rorabaugh M. I., 1963. Ground-Water Movements and Bank Storage due to Flood Stages in Surface Streams, USGS Water Supply Paper 1536-J, 343—366.

ГЛАВА 3

Поток подземных вод

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

3.1. ВВЕДЕНИЕ

Поток подземных вод — важный объект гидрогеологии, но всего лишь частный случай течения жидкостей в пористых средах. При изучении подземного потока многие понятия, относящиеся к течению жидкостей через пористые среды, употребляют, не давая им четких определений. Это нередко затрудняет восприятие материала читателем, имеющим недостаточную подготовку в области механики жидкостей, в частности и механики сплошных сред в целом. Иногда, употребляя какое-либо элементарное понятие, например *влажность пористой среды*, не указывают, какая влажность имеется в виду — объемная или весовая. А это немаловажно, так как почвоведы чаще всего используют термин *объемная влажность*, а грунтоведы, которых интересует больше механическая сторона вопроса, предпочитают термин *весовая влажность*. Некоторые другие понятия так знакомы, что сущность их, как правило, не объясняют. Ниже для облегчения чтения даны определения таких понятий.

3.2. ГЛАВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД

Изучение потока подземных вод можно свести к следующим вопросам: пространственный характер подземного потока, зависимость подземного потока от времени, границы области подземного потока, свойства среды и жидкости.

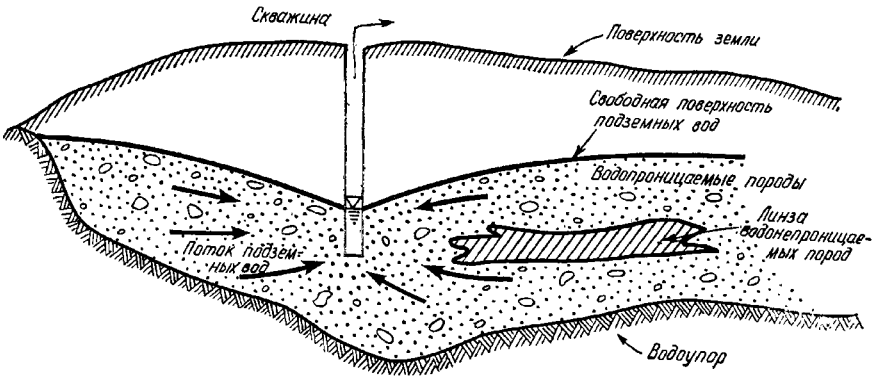
Пространственный характер потока подземных вод

В природных условиях подземный поток трехмерный (фиг. 3.1). Это означает, что если бы можно было измерить скорость воды, фильтрующейся через грунт, и представить эту скорость в виде вектора [1], длина которого пропорциональна величине скорости и который параллелен направлению потока подземных вод, то в разных точках потока векторы оказались бы в разных плоскостях. Другими словами, вектор скорости в любой точке имеет составляющие вдоль трех основных осей координат x, y, z, или скорость — функция от x, y, z. На фиг. 3.1 приведена схема поперечного сечения потока по оси скважины, причем любое другое положение секущей плоскости на этой же оси даст несколько иную картину. Можно определить действительную скорость воды в порах грунта, но она не будет той скоростью, которая входит в уравнения движения подземного потока (см. разд. 4.2).

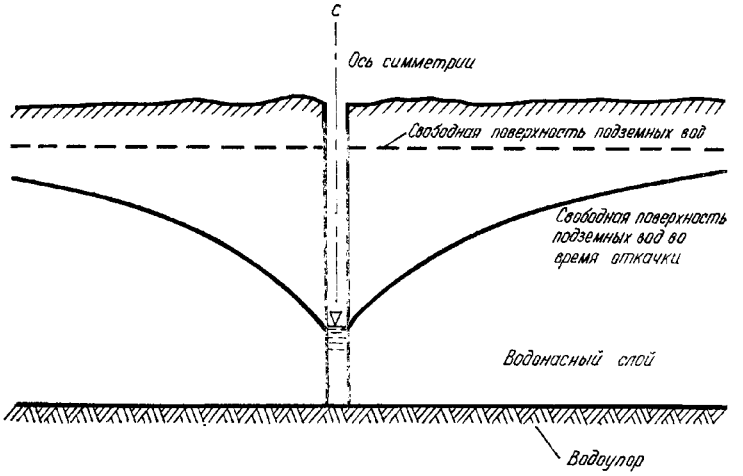
Трудность решения гидрогеологических задач зависит от степени сложности движения потока подземных вод. Практически невозможно решить аналитическим путем задачу расчета природного трехмерного потока подземных вод, если характер потока не позволяет выразить его движение в виде уравнения для двухмерного потока (фиг. 3.2). Существует особый

---

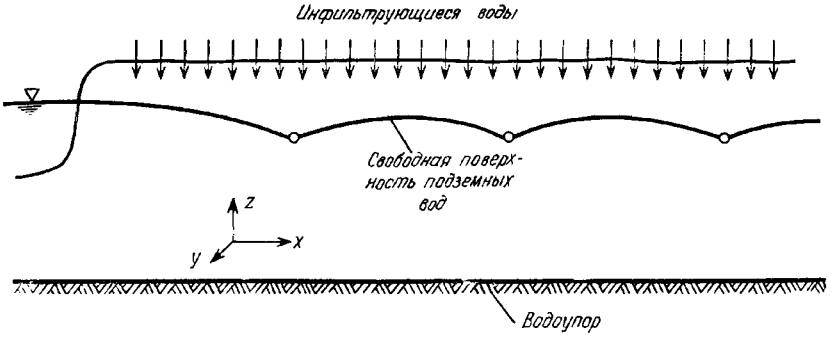
[1] Вектор — отрезок прямой определенной величины и направления.



Ф и г. 3.1. Трехмерный поток подземных вод, направленный к скважине.



Ф и г. 3.2. Трехмерный поток подземных вод, направленный к скважине, в условиях симметричной воронки депрессии.



Ф и г. 3.3. Горизонтальные дрены, параллельные условно бесконечной прямоугольной канаве (в направлении оси y).

Когда поток находится далеко от концов дрен и канавы, его считают не зависящим от оси y, т. е. двухмерным.

вид потока, векторы скорости которого почти копланарны. Тогда задачу решают как двухмерную (фиг. 3.3). Такое допущение часто делают при решении большинства инженерных задач, но и двухмерные задачи трудно решить из-за сложности граничных условий. В этом случае двухмерную задачу сводят к одномерной. Очевидно, что при таком ступенчатом преобразовании в гидрогеологические расчеты вкрадываются значительные ошибки.

В нашем учебнике описаны методы решения только двухмерных задач, преобразованных из трехмерных путем введения в них некоторых допущений.

Зависимость потока подземных вод от времени

Подземный поток характеризуется скоростью, давлением, плотностью, температурой и вязкостью воды, фильтрующейся через породы водоносного горизонта. Эти характеристики при решении гидрогеологических задач представляют собой неизвестные переменные, изменяющиеся в пространстве и времени, т. е. их значения различны в зависимости от местоположения рассматриваемой точки в водоносном горизонте с течением времени. При этом, если неизвестные или зависимые переменные — функции только пространственных или независимых переменных x, y, z, движение подземных вод будет установившимся. Если указанные неизвестные также функции времени, движение подземных вод будет неустановившимся, т. е. зависимым от времени. Последнее усложняет решение задачи, так как время до некоторой степени играет роль четвертого измерения. Однако нельзя сказать, что время усложняет решение задачи в той же степени, что и увеличение размерности. Обычно легче решить задачу для двухмерного потока при неустановившемся движении, чем трехмерную задачу в случае установившегося движения [1]. Поэтому здесь рассматриваются задачи двухмерного типа.

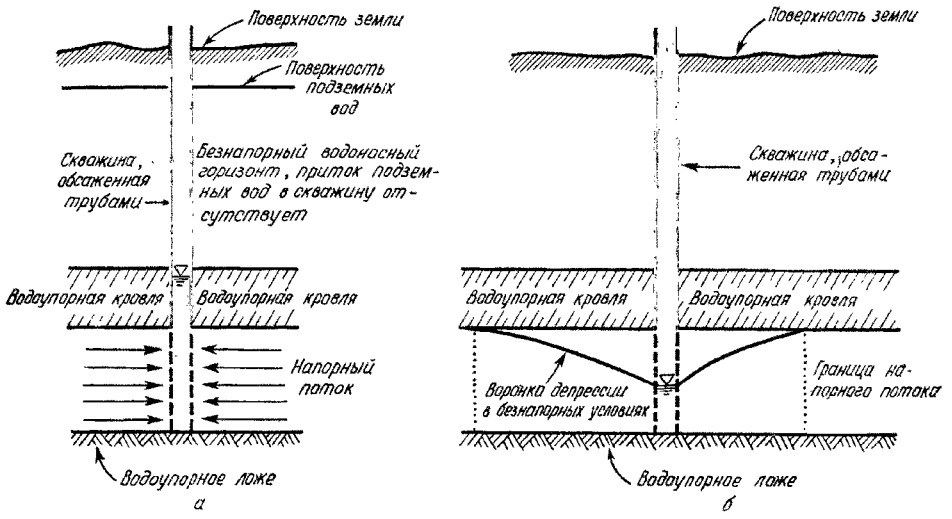
Установившееся движение подземных вод описано в гл. 5. Его можно рассматривать как граничный случай неустановившегося движения, когда время стремится к бесконечности, или характеризовать средними параметрами неустановившегося движения за данный период.

Границы области потока подземных вод

Поток подземных вод напорный, когда границы среды, через которую фильтруется вода, неподвижны при различных состояниях потока. Поток подземных вод безнапорный, если он имеет свободную поверхность, положение которой изменяется в зависимости от состояния потока. Безнапорный поток иногда называют потоком со свободной поверхностью (или потоком грунтовых вод.— *Ред.*) Как показано на фиг. 3.4, поток подземных вод может переходить из напорных условий в безнапорные и наоборот. На фиг. 3.4, *а* изображена совершенная скважина, оборудованная фильтром, причем вода отбирается из нижнего напорного пласта. Вода также скапливается выше водоупорной кровли пласта. Если бы скважина была пройдена до этого водоупора и здесь оборудована фильтром, в нее поступили бы безнапорные воды. Фиг. 3.4, *б* показывает, как при большом отборе воды из напорного пласта вблизи скважины образуется зона безнапорных вод, а область за пределами воронки депрессии остается напорной. При откачке с меньшим расходом безнапорные условия потока исчезают.

---

[1] Дифференциальные уравнения для подземного потока содержат члены со вторыми производными от пространственных переменных и с первыми производными времени.



Ф и г. 3.4. Приток подземных вод к скважине:
а — приток напорных вод; *б* — вблизи скважины поток подземных вод безнапорный, за пределами воронки депрессии — напорный.

Свойства среды и жидкости

Среда называется изотропной, если ее свойства в любой точке одинаковы во всех направлениях. Среда анизотропна, когда ее свойства изменяются в различных направлениях. Среда имеет неоднородное строение, если ее характер, свойства или условия изотропии и анизотропии неодинаковы в разных точках. Среда однородна, если ее характер, свойства, изотропные или анизотропные условия постоянны в любой ее точке.

Жидкость однородна, если она находится в одной фазе. Смесь соленой воды и пресной считают однородной, хотя плотность смеси в разных ее точках различна. Однако дисперсная смесь нефти и воды неоднородна. Если допустить, что нефть и вода — несмешивающиеся жидкости, то по обе стороны от границы их раздела поток можно считать однородным.

Если среда неоднородна, то такое ее свойство, как водопроницаемость (разд. 4.5), приводит к возникновению неоднородного потока.

Поток подземных вод бывает насыщенным или ненасыщенным. Поток насыщен, если пустоты среды полностью заполнены жидкостью, в противном случае поток ненасыщенный. Поток глубоких подземных вод всегда насыщен. Внимание гидрогеологов и специалистов по водоснабжению привлекает именно такой поток. Выше зоны насыщения расположена ненасыщенная область, представляющая большой интерес для почвоведов и агрономов, а также для инженеров-строителей (например, в случае дренажа дорожных оснований). Здесь рассматривается только насыщенный поток подземных вод.

3.3. ТЕРМИНЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ВОДОНОСНЫЕ И ВОДОНЕПРОНИЦАЕМЫЕ СЛОИ

Водоносный горизонт — слой горных пород, содержащий в пустотах или порах воду, которую экономически выгодно отбирать и использовать для водоснабжения. К водоносным породам относят, например, рыхлые аллювиальные отложения песка и гравия, песчаники.

Водоупор — слой водонепроницаемых пород, практически не пропускающих воду (хотя сами они могут быть насыщены водой). Водоупор изоли-

рует водоносные слои, с которыми он граничит. Примером водонепроницаемых пород служат сланцы.

Слабоводопроницаемый слой — слой горных пород, очень медленно пропускающих воду по сравнению с водоносным горизонтом. На больших площадях через слабоводопроницаемые слои, разделяющие водоносные горизонты, инфильтруется большое количество воды. Маломощные слои глин, переслаивающиеся с песками, образуют слабоводопроницаемые толщи.

3.4. СТРОЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД И ГРУНТОВ

Под действием различных сил, описанных в гл. 4, вода накапливается и перемещается в водоносных породах и грунтах, представляющих собой пористую среду. Эта среда имеет твердый скелет, состоящий из твердых минеральных частиц; поры или пустоты между ними могут быть заполнены водой, газом или органическим веществом. В нашем учебнике термин *горная порода* означает сцементированную, или уплотненную, пористую среду, например песчаник или известняк, а под грунтом понимается неуплотненный, или рыхлый, несцементированный материал, а именно песок, гравий, глина.

Пористость, коэффициент пористости

Данный объем V_0 пористой среды содержит объем V_s твердого материала и объем V_v пустот. Последний может быть заполнен водой объемом V_w, газом или органическим веществом объемом V_g. *Пористость* n определяют как

$$n = \frac{V_v}{V_0}. \tag{3.1}$$

Коэффициент пористости e представляет собой отношение

$$e = \frac{V_v}{V_s}. \tag{3.2}$$

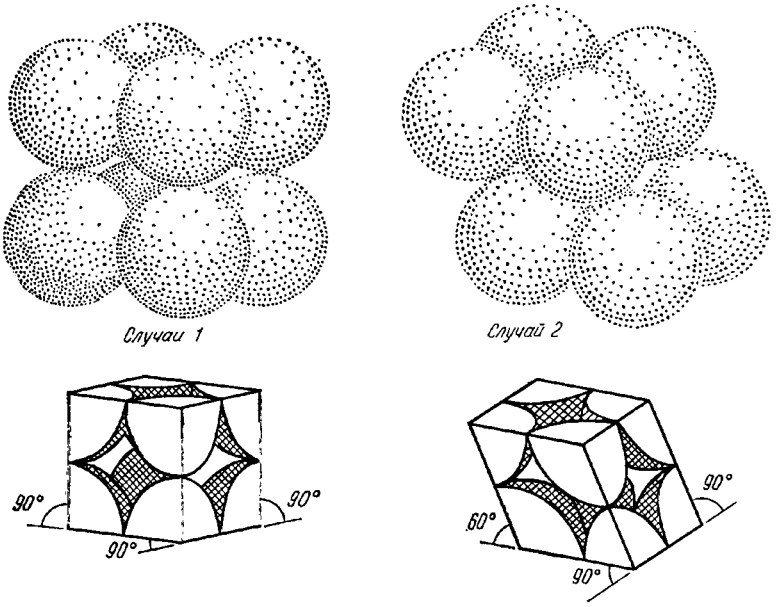
Пористость и коэффициент пористости связаны выражением

$$e = \frac{n}{1-n} \tag{3.3}$$

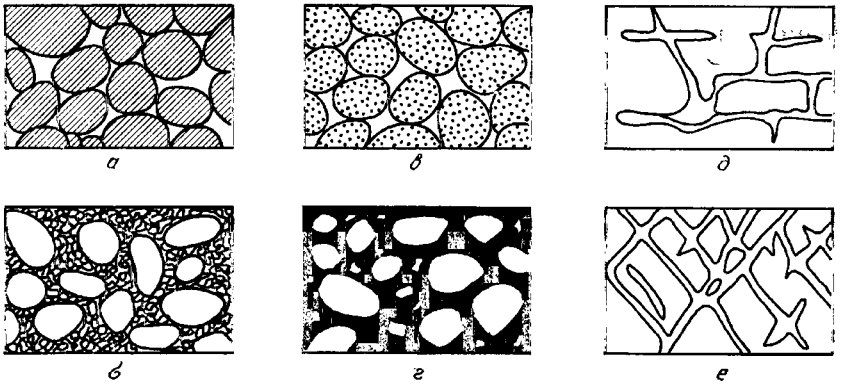
Коэффициент пористости обычно используют в механике грунтов. По сравнению с величинами пористости его численные значения колеблются в большем диапазоне. Так, пористость естественного грунта изменяется от 0,3 до 0,6, а соответствующий коэффициент пористости — 0,43—1,5. При изучении потока подземных вод понятие *коэффициент пористости* почти не употребляют, а под пористостью часто понимают эффективную пористость, определение которой дается ниже (см. раздел 3.7).

Пористость уплотненных пород зависит от степени их цементации, растворения и трещиноватости. Величина пористости грунтов зависит от расположения, формы и размера их частиц. Небольшие частицы заполняют промежутки между частицами большого диаметра, в результате образуется среда с неоднородным гранулометрическим составом, обладающая меньшей пористостью по сравнению со средой, частицы которой хорошо отсортированы. Если частицы одинаковы и правильной шаровидной формы, то при их кубическом расположении они имеют наименее плотное сложение, а при ромбоэдральном расположении их укладка наиболее плотная. В первом случае пористость среды будет равна 0,476, во втором — 0,26 (фиг. 3.5) [1]. При расположениях, промежуточных между описанными, пористость изменяется в указанных пределах. На фиг. 3.6 показано несколько видов пор в горных породах и грунтах и зависимость пористости от текстуры послед-

них. Пористость влияет на водоносность пород, а также на их водопропускную способность.



Ф и г. 3.5. Кубическое (случай 1) и ромбоэдрическое (случай 2) расположение частиц грунта шаровидной формы (по Грейтону и Фрейзеру).



Ф и г. 3.6. Схематическое изображение различных видов пор в грунтах и горных породах. Зависимость пористости от текстуры грунта и породы.

а — хорошо отсортированные осадки с высокой пористостью; *б* — плохо отсортированные осадки с малой пористостью; *в* — хорошо отсортированные осадки, сложенные гравием, пористым по своей природе, вследствие чего эти отложения обладают очень высокой пористостью; *г* — относительно хорошо отсортированные осадки, пористость которых уменьшена вследствие заполнения пор цементирующим материалом; *д* — порода, пористость которой увеличилась в результате растворения; *е* — порода с пористостью, обусловленной трещиноватостью (по Мейнцеру: Meinzer O. E., Geol. Surv. Water-Supply Paper 489, 1923).

Однако зависимость между пористостью и водопроницаемостью непроста. На величину водопроницаемости, помимо пористости, действуют и другие факторы. Размер пор, так же как и размер частиц, имеет важное значение для водопропускной способности пласта. Пески с относительно большими окатанными частицами или зернами угловатого вида могут обладать меньшей пористостью, чем глины, сложенные очень мелкими пластинчатыми частицами с большой удельной поверхностью. Последнее обстоятельство активи-

зирует молекулярные силы между частицами глины и воды. Несмотря на небольшую пористость, у песков хорошая водопроницаемость и они образуют водоносные горизонты, а глины служат водоупорами или в лучшем случае пропускают небольшие количества воды. Методы измерения пористости изложены в ряде учебников [2, 3].

3.5. НЕКОТОРЫЕ ВОДНЫЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГОРНЫХ ПОРОД И ГРУНТОВ

Влажность

В механике грунтов весовая влажность w определяется как

$$w = \frac{W_w}{W_s} \tag{3.4}$$

где W_w — вес воды; W_s — вес твердых частиц в данном объеме пористой среды. В почвоведении за объемную влажность c принимают отношение объема воды, находящейся в порах, к объему пористой среды:

$$c = \frac{V_w}{V_0} \tag{3.5}$$

Степень насыщения

Степень насыщения представляет собой отношение объема воды к объему пор

$$S = \frac{V_w}{V_v}. \tag{3.6}$$

Уравнения (3.1), (3.5) и (3.6) связаны простой зависимостью:

$$S = \frac{c}{n}. \tag{3.7}$$

Объемный вес

Объемным весом называют вес единицы объема породы (γ). Объемный вес представляет собой отношение общего веса W породы к ее объему V_0

$$\gamma = \frac{W}{V_0}. \tag{3.8}$$

Чтобы отличить объемный вес воды от объемного веса твердого вещества, к символу γ приписывают соответственно индексы w (γ_w) и s (γ_s).

Удельный вес

Удельный вес — отношение веса единицы объема породы к единице веса чистой воды при 4° С. Часто единицу веса чистой воды заменяют объемным весом воды γ_w (удельный вес воды равен 1); тогда удельный вес G будет выражен в виде

$$G = \frac{\gamma}{\gamma_w}. \tag{3.9}$$

Удельный вес твердого вещества обозначают G_s. Объемный вес можно выразить уравнением [4]:

$$\gamma = \frac{G_s + Se}{1+e}\gamma_w. \tag{3.10}$$

Обычно индекс у символа G опускают, и уравнение (3.10) принимает вид

$$\gamma = \frac{G + Se}{1 + e} \gamma_w. \qquad (3.10^*)$$

Плотность

Плотность определяют как массу вещества, отнесенную к ее объему, и обычно обозначают греческой буквой ρ. Вес тела равен массе, умноженной на ускорение силы тяжести $W = Mg$. Разделив обе части этого равенства на V_0:

$$\frac{W}{V_0} = \frac{M}{V_0} g,$$

получим

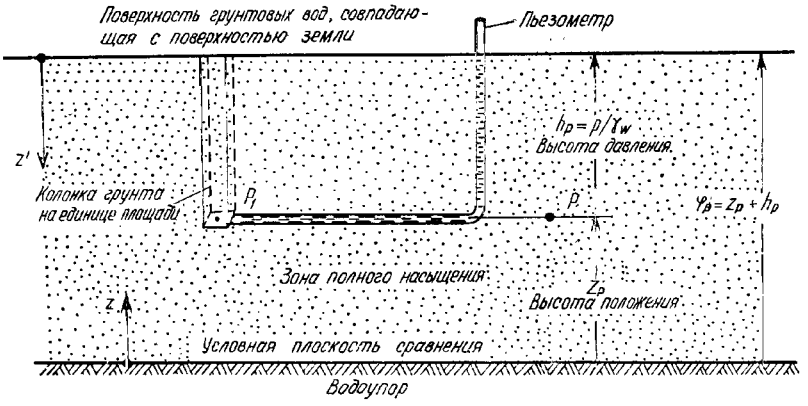
$$\gamma = \rho g. \qquad (3.11)$$

Удельная поверхность

Удельная поверхность — отношение поверхности всех частиц грунта к их объему. Если грунт сложен шаровидными частицами с одинаковым диаметром d, удельная поверхность частиц равняется $\frac{6}{d}$. Удельная поверхность обратно пропорциональна диаметру частиц грунта. Следовательно, глины обладают большей удельной поверхностью, чем пески.

3.6. ПОРОВОЕ ДАВЛЕНИЕ И НАПРЯЖЕНИЕ СКЕЛЕТА ГРУНТА. НАТЯЖЕНИЕ ГРУНТОВОЙ ВЛАГИ. ПЬЕЗОМЕТРИЧЕСКИЙ НАПОР. ПОВЕРХНОСТЬ ГРУНТОВЫХ ВОД

Давление, испытываемое водой в порах насыщенного грунта (фиг. 3.7), называется поровым давлением. Поровое давление p, например в точ-

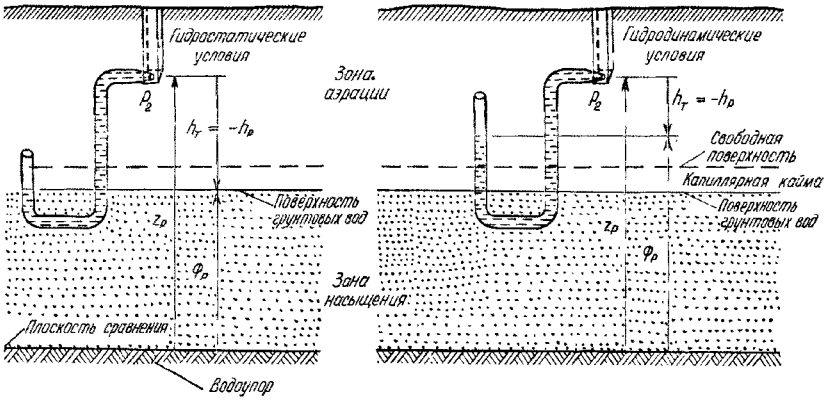


Фиг. 3.7. Пьезометрический напор в зоне насыщения.

ке P (фиг. 3.7), выражают помощью высоты h_P столба воды над этой точкой. Высоту давления h_P измеряют в пьезометре. Над точкой P высота давления считается положительной, ниже точки P — отрицательной. Поровое давление в точке P_1 (фиг. 3.7) положительно и равно $\gamma_w h_P$. Поровое давление в точке P_2 (фиг. 3.8) отрицательно и равно $\gamma_w h_T$, или $-\gamma_w h_P$. Точка P_2 находится в зоне аэрации. В этом случае отрицательное поровое

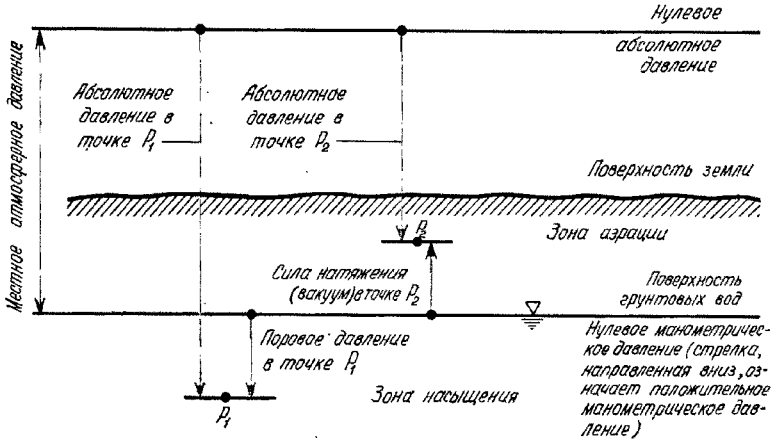
давление часто называют силой всасывания или натяжением грунтовой влаги, а пьезометр — тензометром.

В нашем учебнике под давлением понимается манометрическое давление. Если имеется в виду абсолютное давление, это специально оговари-



Ф и г. 3.8. Пьезометрический напор в зоне аэрации $\varphi_P = z_P + h_T = z_P - h_P$.
При гидростатических условиях $\varphi_p = \varphi$ у поверхности грунтовых вод, при гидродинамических условиях $\varphi_p > \varphi$.

вается. Манометрическое и абсолютное давления связаны следующим отношением: Абсолютное давление = Местное атмосферное давление +



Ф и г. 3.9. Виды давления.

+ Манометрическое давление. Положительное манометрическое давление представляет собой поровое давление, а отрицательное манометрическое давление — силу натяжения, или вакуум. Абсолютное давление всегда положительно (фиг. 3.9). Поверхность грунтовых вод (фиг. 3.9) находится под атмосферным или нулевым манометрическим давлением.

Высота z_P точки P (фиг. 3.7) над условной плоскостью сравнения называется высотой положения, которая выражена положительной величиной выше плоскости сравнения и отрицательной — ниже нее. Сумма высоты положения и высоты давления называется пьезометрическим напором, или пьезометрическим потенциалом φ. Пьезометрический напор описан в разделах 4.7 и 4.14.

Суммарное давление, или напряжение пористой среды, в точке P_1 (фиг. 3.7) несколько искусственно определяют как макроскопическое давление [4], т. е. вес колонки грунта над точкой P_1, оказывающий давление на единицу площади. Таким образом, общее напряжение (давление) пористой среды равно сумме порового давления и интергранулярного напряжения. Под последним понимают напряжение скелета грунта.

Интергранулярное напряжение можно определить только как разницу между суммарным напряжением и поровым давлением, поскольку скелет, состоящий из твердых частиц, передает напряжение от частицы к частице через их контакт, в связи с чем трудно найти поверхность, на которую действует напряжение скелета грунта. Такое определение вполне удовлетворительно. Когда поверхность грунтовых вод совпадает с поверхностью земли (фиг. 3.7), то, измерив высоту колонки грунта z', суммарное напряжение определяют уравнением (3.10*)

$$\text{Суммарное напряжение} = \frac{\text{Вес колонки грунта}}{\text{Площадь основания колонки}} = \frac{\text{Площадь } \gamma z'}{\text{Площадь}} = \frac{G+Se}{1+e}\gamma_w z'. \tag{3.12}$$

Учтя, что поровое давление в точке P_1

$$p = \gamma_w z', \tag{3.13}$$

получаем

$$\text{Интергранулярное напряжение} = \left(\frac{G+Se}{1+e} - 1\right)\gamma_w z'. \tag{3.14}$$

При $S = 1$ (полное насыщение)

$$\text{Интергранулярное напряжение} = \frac{G-1}{1+e}\gamma_w z'. \tag{3.15}$$

Как показывает уравнение (3.15), интергранулярное напряжение представляет собой нагрузку на единицу площади.

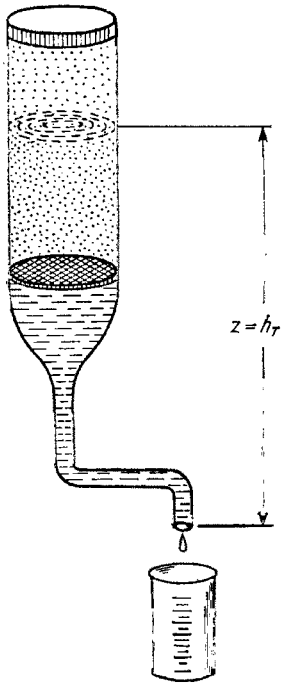
Подобные вычисления можно проводить и для точки P_2, расположенной в зоне аэрации (фиг. 3.8). Интергранулярное напряжение в точке P_2 превышает суммарное напряжение в этой точке на величину $\gamma_w h_T$. В гидростатических условиях приток воды от точки P_2 к поверхности грунтовых вод отсутствует. Об этом свидетельствует равенство пьезометрического напора в точке P_2 и на поверхности грунтовых вод. Поэтому h_T имеет бо́льшую величину. При движении воды от точки P_2 к поверхности грунтовых вод поток находится в гидродинамических условиях и, следовательно, пьезометрический напор в точке P_2 должен быть больше напора грунтовых вод. Поэтому h_T меньше, чем в гидростатических условиях.

3.7. ЗОНЫ АЭРАЦИИ И НАСЫЩЕНИЯ. КАПИЛЛЯРНАЯ КАЙМА

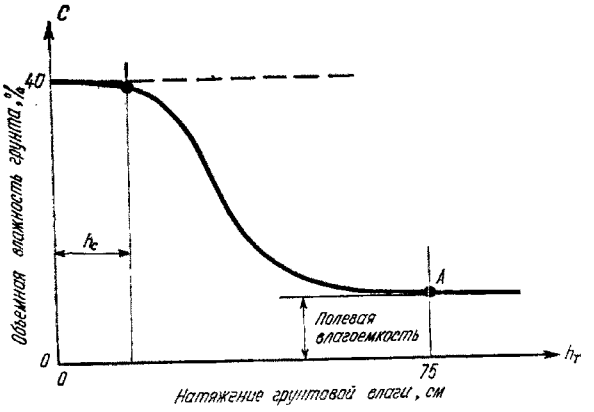
Часто поверхность грунтовых вод определяют как границу между зоной насыщения и зоной аэрации. К последней относится и капиллярная кайма, расположенная непосредственно над поверхностью грунтовых вод. Грунт капиллярной зоны, по существу, насыщен водой, которая удерживается в подвешенном состоянии силами всасывания [5]. Эта зона иногда достигает большой мощности, поэтому верхнюю границу капиллярной каймы можно считать свободной поверхностью подземных вод, отделяющую зону насыщения от зоны аэрации.

Высоту капиллярной каймы определяют по кривой десорбции [6]. Данные для получения этой кривой получают следующим образом. В сосуд

(фиг. 3.10) помещают колонку грунта и заливают его водой; когда вода начнет свободно вытекать из сосуда, подачу воды прекращают и оставляют грунт сохнуть в течение недели, при этом предусматривают защиту от испарения. Затем определяют объемную влажность c грунта на различных глубинах колонки. На фиг. 3.11 показана кривая зависимости между объемной влажностью c грунта и натяжением грунтовой влаги h_T, называемая кривой десорбции. При равновесии h_T численно равно высоте z образца над плоскостью истечения воды (фиг. 3.10). Кривая десорбции выполаживается вдоль горизонтальной асимптоты, характе-

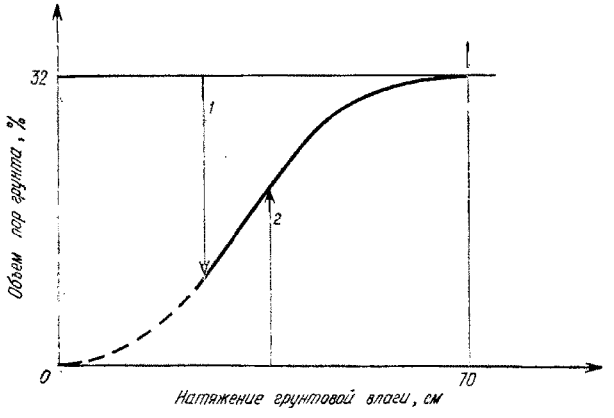


Фиг. 3.10. Прибор для измерения натяжения грунтовой влаги.



Фиг. 3.11. Зависимость объемной влажности грунта от натяжения грунтовой влаги (кривая десорбции, полученная по данным опыта фиг. 3.10).

ризующей влажность, ниже которой вода уже не вытекает из грунта под действием силы тяжести. Эту влажность почвоведы называют полевой влаго-

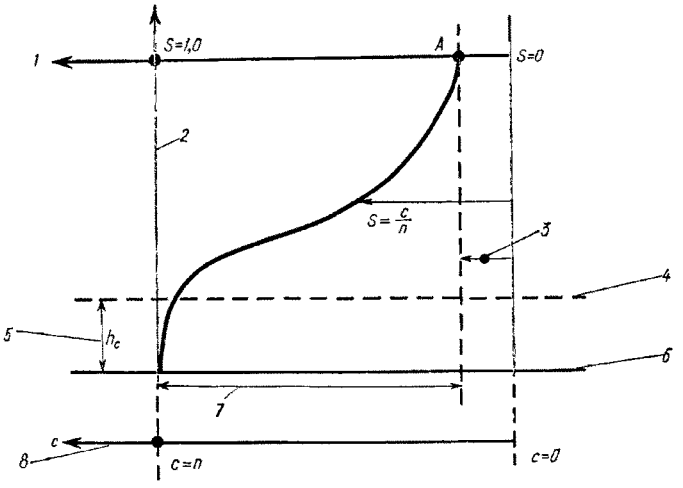


Фиг. 3.12. Зависимость натяжения грунтовой влаги от объема порового пространства, из которого вытекает вода.

1 — объем пор грунта, из которого выходит вода; *2* — объем воды, вытекающей из грунта.

емкостью, а гидрологи — удельной влагоемкостью. Высоту h_c капиллярной каймы определяют по точке на кривой (фиг. 3.11), для которой c составляет,

например, 99% своей максимальной величины в начале опыта. По кривой десорбции получают графическую зависимость между натяжением грунтовой влаги и поровым пространством, из которого вытекает вода (фиг. 3.12 [7]). Эта кривая упрощена для малых величин натяжения грунтовой влаги вследствие ошибок, вкравшихся при измерении небольших объемов воды. На



Ф и г. 3.13. Влажность и степень насыщения грунта в зависимости от высоты над поверхностью грунтовых вод.

1 — степень насыщения S; *z* — высота над поверхностью грунтовых вод; *3* — полевая влагоемкость; *4* — свободная поверхность; *5* — капиллярная кайма; *6* — поверхность грунтовых вод; *7* — эффективная пористость, или удельная водоотдача S_y; *8* — объемная влажность.

фиг. 3.13 показаны влажность и степень насыщения песка в зависимости от высоты над поверхностью грунтовых вод. Эффективная пористость, или удельная водоотдача S_y [45, 46], определяется как пористость за вычетом полевой влагоемкости [8]. В соответствии с нашим определением давление на свободной поверхности подземных вод равно атмосферному минус $\gamma_w h_c$.

3.8 ВИДЫ ВОДЫ В ГОРНЫХ ПОРОДАХ И ГРУНТАХ

Нет единого мнения относительно употребления терминов, обозначающих виды воды в горных породах и грунтах. Тодд [16] определяет зону аэрации как область, занятую подвешенными, или вадозными, водами. Шоллер [38] понимает под вадозными водами «все воды, которые просачиваются главным образом через земную поверхность на определенную глубину, а затем, спустя относительно небольшой промежуток времени, снова выходят на поверхность. Следовательно, вадозные воды перемещаются, т. е. они подвержены действию гидродинамических сил».

В США термин *гравитационная вода* означает воду, вытекающую из грунта под действием силы тяжести, поэтому к области распространения гравитационных вод относят иногда и зону аэрации [16]. Советские специалисты [9] определяют этот вид воды как свободную воду, на которую не действуют силы притяжения к поверхности твердых частиц, и называют ее грунтовой водой, т. е. водой зоны насыщения, которая передвигается под действием силы тяжести и гидродинамического давления.

Лебедев [в 9, стр. 21] выделил четыре вида воды в грунтах и горных породах:

1. *Водяной пар.* Он заполняет все свободные пустоты грунта и передвигается из областей с повышенным давлением к областям с более низким давлением.

2. *Гигроскопическая вода.* Эта вода конденсируется на поверхности частиц грунта. При соприкосновении с влажным воздухом частицы грунта адсорбируют влагу, объем грунта будет увеличиваться до тех пор, пока не достигнет состояния максимальной гигроскопичности. В этих условиях пески увеличивают свой объем примерно до 1% веса сухого вещества, пылеватый грунт — до 7%, глины — до 17%. Гигроскопическая вода может передвигаться в грунте, только переходя в парообразное состояние.

3. *Пленочная вода.* Она образуется на частицах грунта под влиянием молекулярных сил сцепления. Эта вода удерживается с большой силой и не может быть удалена даже центрифугированием с ускорением, в 70 тысяч раз превышающим ускорение силы тяжести. Пленочная вода способна передвигаться от более толстых пленок к более тонким. Сила тяжести не оказывает влияния на движение пленочной влаги, и она замерзает только при —1,5° С. Пленочная вода удаляется при высушивании грунта.

4. *Гравитационная вода.* Как определено выше, эта вода представляет собой воду зоны насыщения. К гравитационной воде относят грунтовую и капиллярную воду (см. разд. 4.15). В нашем учебнике рассматриваются преимущественно грунтовые воды.

ВЗАИМОСВЯЗЬ ПОДЗЕМНЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОД

3.9. ВВЕДЕНИЕ

При планировании строительства сооружений для рационального использования и охраны водных ресурсов необходимо учитывать взаимодействие подземных и поверхностных вод — двух категорий водных запасов, которые в прошлом считались самостоятельными и рассматривались изолированно друг от друга [10]. При эксплуатации поверхностных вод обычно исходили из данных наблюдений над стоком в течение ряда лет и игнорировали запасы и разгрузку подземных вод, поскольку до недавнего времени отсутствовали методы учета запаздывания подземного питания рек. Подобным же образом многие гидрогеологические исследования сводились лишь к изучению распространения и качества подземных вод и оценке производительности скважин. Апсон [11] рассматривает три проблемы, возникающие при изучении взаимосвязи подземных и поверхностных вод:

1) оценка влияния изменений режима реки на гидрогеологические условия;

2) относительная возможность использования поверхностных и подземных вод для определенных целей;

3) измерение речного расхода для оценки запасов подземных вод.

В качестве примера проблемы первого типа Апсон рассматривает водосборный бассейн реки Ипсвич в штате Массачусетс. Его интересует влияние землечерпательных работ в русле реки, проводимых с целью понижения дна, на производительность водозаборных скважин, вскрывающих водоносный горизонт, который гидравлически связан с рекой и служит источником ее подземного питания.

Примером проблемы второго типа служат исследования, проведенные Апсоном в бассейне реки Блэкстон, также в штате Массачусетс. Здесь рассматривается вопрос о возможности закачки речных вод в скважины для пополнения водоносного горизонта, гидравлически связанного с рекой.

В качестве примера проблемы третьего рода приводятся исследования в водосборном бассейне реки Покатак, штат Род-Айленд. Отмечается, что в результате геологического картирования бассейна, анализа данных по существующим скважинам и определения характера, мощности и распространения водоносных пород можно найти подземные воды и даже оценить возможную производительность отдельных скважин. Однако указан-

ными методами нельзя оценить имеющиеся запасы подземных вод. В этой связи приобретают значение количественные методы, такие, как измерение поверхностного стока.

Взаимосвязь подземных и поверхностных вод была изучена автором на примере пенсокенского водоносного горизонта [12].

Ниже рассмотрены два вопроса, которые особенно связаны с совместным использованием поверхностных и подземных вод,— эксплуатационные запасы подземных вод и пополнение подземных вод.

3.10. ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ ЗАПАСЫ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

Понятие *эксплуатационные* (длительные, постоянные, гарантированные, продолжительные) *запасы* [1] подземных вод обычно используют при балансовых расчетах, не требующих сложных математических расчетов. Термин *длительные запасы* применяют как синоним термина *гарантированные*, или *надежные*, *запасы*, определенный Мейнцером [14] как «количество (расход) воды, которое можно извлечь из водоносного горизонта для использования, не истощая его запасов до такой степени, когда отбор воды становится экономически невыгодным или пагубным для запасов подземных вод и их качества».

Конклинг [15] несколько видоизменил это определение, введя в него понятие величины среднегодового пополнения: «Гарантированные запасы представляют собой количество воды, которое можно извлечь из водоносного горизонта в течение года при условии, что: а) отбираемое количество воды не превысит величины среднегодового питания водоносного горизонта; б) уровень подземных вод не понизится до такой степени, когда стоимость откачки превысит допустимый предел; в) уровень подземных вод не понизится до отметки, когда возможно вторжение вод нежелательного качества».

Понятие *гарантированные запасы* многие специалисты подвергли изменениям, в том числе Манн [13] и Тодд [16]. Последний дает широкое определение: «Гарантированные запасы подземных вод — количество воды, которое можно извлекать из водоносного горизонта ежегодно без нежелательных последствий». Эксплуатацию подземных вод необходимо осуществлять так, чтобы не истощить полностью запасы водоносного горизонта, при этом откачка должна быть экономически выгодной, а качество воды — хорошее. Кроме того, эксплуатация должна проводиться в соответствии с водным законодательством.

Определяя эксплуатационные запасы подземных вод, гидролог обязан учитывать, что гидрогеологические условия с течением времени изменяются и что обеспеченный дебит также зависит от гидравлических характеристик эксплуатационных скважин [17]. Следовательно, эксплуатационные запасы непостоянны и их размеры следует время от времени переоценивать.

Точный учет эксплуатационных запасов требует расчета водного баланса эксплуатируемого водоносного горизонта [16, 18, 19, 20]. Расчет баланса основан на равновесии между количеством воды, поступающим в водоносный горизонт, содержащимся в нем и выходящим из него. За период наблюдений Δt изменение запасов влаги в водоносном горизонте ΔS, приток и отток из водоносного горизонта связаны следующим равенством:

$$\text{Величина притока} = \text{Величина оттока} + \frac{\Delta S}{\Delta t}. \qquad (3.16)$$

[1] В СССР под эксплуатационными запасами понимают количество подземных вод (в *м*³/*сутки*), которое может быть получено постоянными или временными, рациональными в технико-экономическом отношении водозаборными сооружениями при заданном режиме эксплуатации и качестве воды, удовлетворяющем требованиям в течение всего расчетного срока водопотребления.— *Прим. ред.*

При расчетах необходимо учитывать следующие приходные элементы водного баланса [18, 20]:

1) приток из смежных водоносных горизонтов;

2) пополнение путем глубокой инфильтрации дождевых вод за вычетом потерь на испарение и транспирацию;

3) пополнение речными водами и склоновым стоком;

4) инфильтрация оросительных вод (около 30% оросительных вод, подаваемых на поля);

5) искусственное пополнение подземных вод.

Среди расходных статей водного баланса водоносного горизонта обычно учитывают следующие:

1) откачиваемая вода;

2) отток в смежные водоносные горизонты;

3) разгрузка естественным путем, родники;

4) испарение с поверхности грунтовых вод;

5) вода, отводимая за границы бассейна.

Из расходных элементов баланса наиболее трудно учесть отток воды в смежные водоносные горизонты и испарение с поверхности грунтовых вод [18]. Бейкер [20] считает, что существует качественный и количественный подход к эксплуатации водоносного горизонта, связанный с его водопроводимостью. При качественном подходе полагают, что водоносный горизонт обладает достаточной водопроводимостью, позволяющей откачивать воду с заданной производительностью. При количественном подходе (когда расход выражается объемом воды, извлекаемым в течение суток, недели, месяца или более длительного периода) водопроводимость становится ограничивающим фактором и определяет производительность откачки, в результате чего произойдет допустимое понижение уровня воды в скважине или скважинах.

Эксплуатационные запасы можно увеличить путем усиления пополнения или уменьшения естественного оттока. Бейкер описал успешные мероприятия по увеличению емкости безнапорного водоносного горизонта способом интенсивных откачек в период пониженного питания длительностью в несколько лет. Во влажный период дополнительные емкости водоносного горизонта заполняются инфильтрующимися речными водами, которые в противном случае были бы потеряны для дальнейшего использования. Этот принцип увеличения емкости водоносного горизонта в течение сезона, а не нескольких лет лежит в основе исследований пенсокенского водоносного горизонта, проведенных автором [12] около Принстона, штат Нью-Джерси.

Сатклиф [19], изучивший крупный водоносный горизонт в Иране около Тегерана, предложил термин *продолжительные запасы*. Основной источник питания этого водоносного горизонта — сток с гор, где выпадает огромное количество осадков, обусловленное рельефом местности. Но здесь наблюдаются значительные потери на суммарное испарение вследствие высоких температур на земной поверхности. Определение продолжительных запасов по Сатклифу основано на следующем:

1. Средний годовой сток горных рек оценивают по графику зависимости осадков от высоты местности и по установленным потерям на близлежащих водосборных площадях. Процент поверхностного стока, идущий на питание подземных вод, определяют в зависимости от рельефа местности.

2. В условиях длительной засухи годовое пополнение можно оценить по сезонным колебаниям уровня грунтовых вод (Величина изменения запасов грунтовых вод = Интенсивность падения уровня грунтовых вод × Площадь водоносного горизонта × Удельная водоотдача).

3. Расход потока подземных вод, проходящего через всю толщу водоносного горизонта, оценивают на основании данных о коэффициенте филь-

трации (получаемых с помощью опытной откачки), уклоне поверхности грунтовых вод и поперечном сечении водоносного горизонта (см. разд. 4.5 и 6.1).

Сатклиф считает, что продолжительные запасы составляют около половины количества воды, пополнившего водоносный горизонт в течение одного года. Бейкер дает более осторожное определение: гарантированные запасы — количество воды, равное годовому пополнению, при условии отсутствия естественного оттока из водоносного горизонта.

Более подробное описание факторов, влияющих на эксплуатационные (гарантированные) запасы подземных вод, читатель найдет в статье Манна [13].

3.11. ИСКУССТВЕННОЕ ПОПОЛНЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

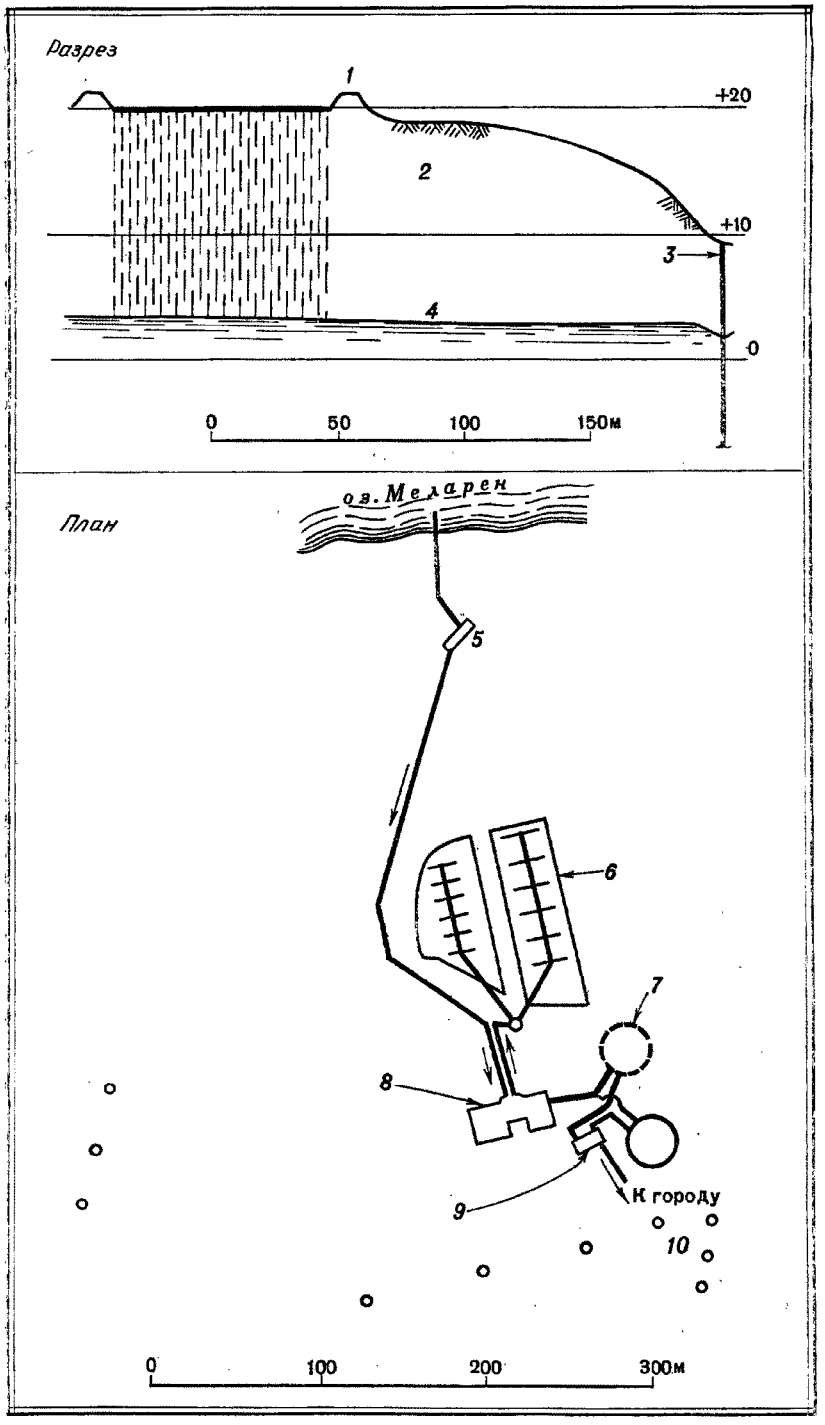
Искусственное пополнение, или питание, подземных вод, имеющее целью предотвратить преждевременное истощение водоносных горизонтов, применяется в Европе с XIX в.— вначале в Шотландии и Франции, позднее в Англии, Германии и Швеции [21, 22]. В штате Нью-Джерси на водопроводной станции Перт-Амбой в течение более пятидесяти лет проводится искусственное пополнение олдбриджского песчаного водоносного горизонта верхнемелового возраста [23], из которого отбирается от 4 до 5 млн. галл. воды в сутки.

Основная цель искусственного пополнения — сохранение водных запасов, вторая цель — повышение качества воды (например, для снижения жесткости природных подземных вод используют мягкую речную воду). Источником пополнения служат: ливневый сток; речная вода; подземная вода, использованная для охлаждения; отработанные промышленные воды; очищенные сточные воды. Для повышения эффективности пополнения предназначенную для этого воду обычно подвергают предварительной обработке химическими веществами или пропускают через скорые песчаные фильтры, а иногда делают и то и другое. Искусственное пополнение осуществляют различными методами разлива воды по поверхности земли (бассейновый метод, метод канав и борозд, метод затопления) и методами налива или нагнетания воды в колодцы, скважины, котлованы и траншеи.

Для улучшения качества воды, идущей на пополнение, рекомендуется строить инфильтрационные бассейны так, чтобы их дно находилось как можно дальше от поверхности грунтовых вод. В этом случае инфильтрующаяся вода, проходя через большой объем наполненного воздухом грунта, подвергается биохимической очистке. Грунт обладает удивительной способностью задерживать и уничтожать многочисленные микроорганизмы, присутствующие в неочищенных поверхностных водах [22].

На фиг. 3.14 показана схема сооружения для искусственного пополнения в Вестеросе (Швеция), построенного в 1953 г. [21]. Здесь воду для пополнения откачивают из озера Меларен и направляют по трубам к песчаным фильтрам для предварительной очистки, откуда она подается к инфильтрационным бассейнам, дно которых расположено примерно в 15 *м* над уровнем грунтовых вод. Поверхностные воды, просачивающиеся в грунт, полностью очищаются, поскольку на своем пути к водозаборным скважинам они проходят под землей в общей сложности около 200 *м*.

Искусственное пополнение подземных вод в скандинавских странах стало необходимостью вследствие истощения запасов подземных вод. В этих странах водоносные горизонты приурочены исключительно к гравийным ледниковым отложениям, а территория сложена преимущественно изверженными породами, покрытыми почти непроницаемыми моренными суглинками или глинами, препятствующими фильтрации подземных вод.



Ф и г. 3.14. Сооружение для искусственного пополнения запасов подземных вод в Вестеросе (Швеция) [21, стр. 231].

1 — борт инфильтрационного бассейна; *2* — песок и гравий; *3* — водозаборная скважина; *4* — уровень грунтовых вод; *5* — насосная станция для откачки воды из озера; *6* — инфильтрационные бассейны; *7* — сборные резервуары для чистой воды; *8* — установка для предварительной обработки воды на скорых песчаных фильтрах; *9* — насосная станция, подающая воду в городской водопровод; *10* — водозаборные скважины.

В табл. 3.1 [22] приведены основные данные по искусственному пополнению подземных вод в Швеции. Таблица показывает, как улучшается качество воды после фильтрации через грунт. Обращает внимание высокая

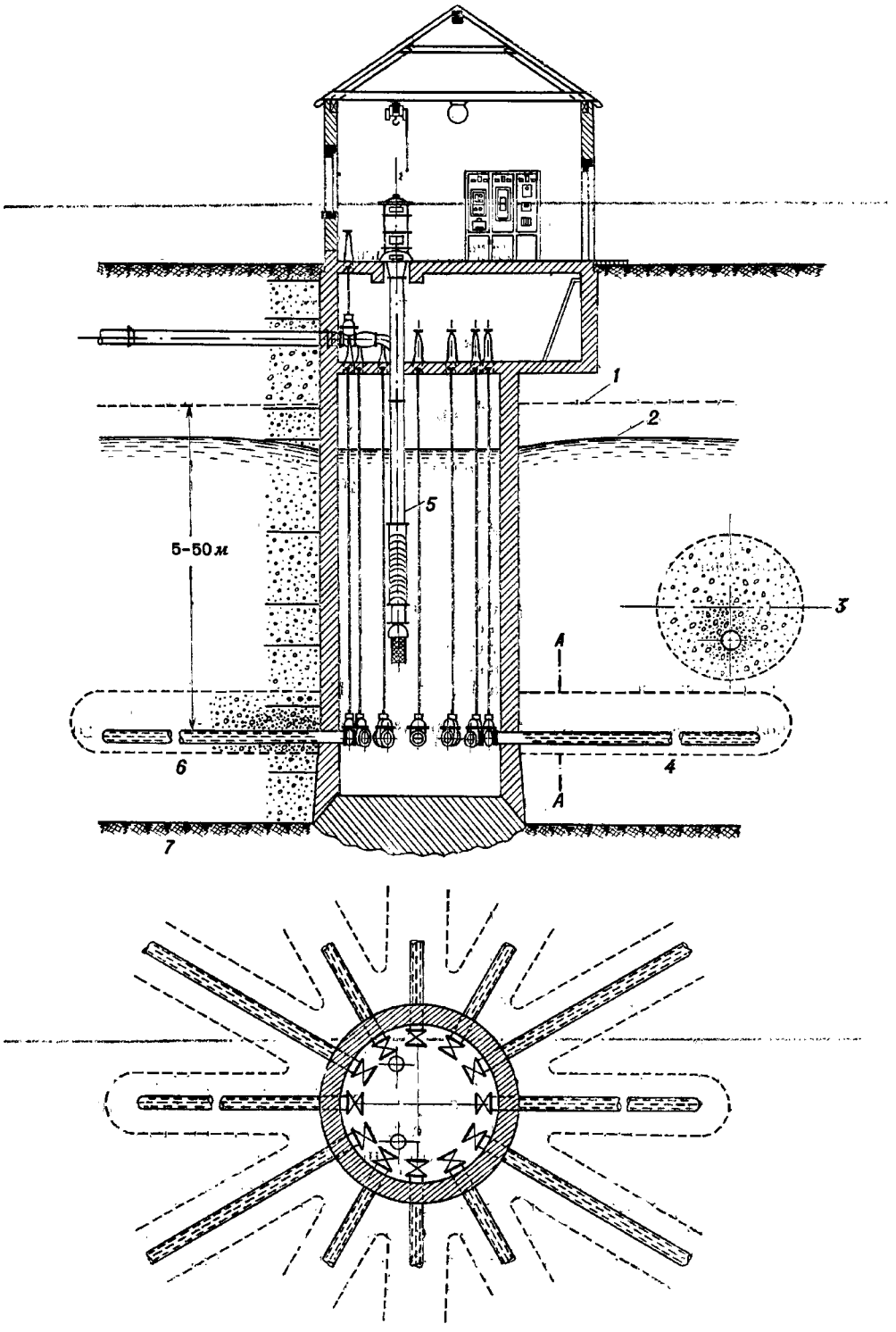
Таблица 3.1

Данные по искусственному пополнению запасов подземных вод в Швеции

	Единица измерения	Минимальная величина	Средняя величина	Максимальная величина
Высота дна инфильтрационного бассейна над уровнем грунтовых вод	*м*	2	8	30
Эффективный диаметр частиц природного песка d_{10} (приблизительно)	*мм*	0,2	0,4	1,7
Скорость инфильтрации	*м/сутки*	1,5	6	16
Расстояние от инфильтрационного бассейна до водозаборных скважин	*м*	100	400	1700
Характеристики неочищенной воды, предназначенной для пополнения:				
Цветность	Градусы платиново-кобальтовой шкалы	5	27	70
Окисляемость (содержание $KMnO_4$)	ч. на 1 млн.	11	25	55
Бактерии коли (кишечные палочки)	Штук в 100 $см^3$	10	650	2000
Желатиновые бактерии	Штук в 1 $см^3$	200	1200	3300
Характеристики откачиваемых подземных вод:				
Цветность	Градусы платиново-кобальтовой шкалы	<5	6	15
Окисляемость (содержание $KMnO_4$)	ч. на 1 млн.	4	9	21
Бактерии коли (кишечные палочки)	Штук в 100 $см^3$	0	0	8
Желатиновые бактерии	Штук в 1 $см^3$	0	0	33

средняя скорость инфильтрации, порядка 20 *фут/сутки*, что значительно превышает величину 2 *фут/сутки*, которую Грут [24] на основании данных почти сорока опубликованных статей считает минимально приемлемой.

Эффективность искусственного пополнения зависит в основном от *инфильтрационной способности* грунта [25]. Этот термин не надо путать с термином *фильтрация*, применяемым в зарубежной литературе в значении «движение жидкости (включая подземные воды) в пористой среде». По данным Лаборатории засоления США [24] *скорость инфильтрации* определяется как максимальная интенсивность, с которой грунт в определенном состоянии за данное время может пропустить воду, разлитую по поверхности небольшим слоем. *Инфильтрация* — просачивание воды с поверхности земли в грунт. Скорость инфильтрации, например, при искусственном пополнении с помощью котлованов сильно зависит от способности грунта пропускать воду. Сьютер [26] описывает работу опытного сооружения для искусственного пополнения в Пеории, штат Иллинойс, где вырыт котлован размером



Фиг. 3.15. Схема колодца с горизонтальными фильтрами системы Реннея [27, стр. 233].

1 — статический уровень грунтовых вод; *2* — динамический уровень грунтовых вод; *3* — разрез по линии *А,А*; *4* — горизонтальная перфорированная труба диаметром 200 *мм*; *5* — центробежный насос с вертикальным валом; *6* — горизонтальная перфорированная труба с естественным гравийным фильтром, образовавшимся вокруг нее в результате выноса мелкозернистого материала; *7* — водоупор.

40 × 62,5 фута с наклонными стенками. Дно котлована находится на 10 футов ниже меженного уровня воды в реке Иллинойс. В котлован самотеком поступает отфильтрованная и хлорированная речная вода. Производительность сооружения 7—15 млн. *галл/сутки/акр*. Уровень грунтовых вод расположен на глубине 15 футов ниже дна котлована. Питание подземных вод происходит преимущественно через стенки котлована, поскольку дно быстро кольматируется; очищают его путем соскабливания.

Для искусственного пополнения используют также шахтные колодцы с горизонтальными фильтрами системы Реннея (фиг. 3.15) [27]. Одно из преимуществ этих колодцев — эффективность борьбы с засорением фильтров. В период пополнения все клапаны 10—20 горизонтальных перфорированных труб открыты, поэтому скорость входа поверхностных вод в водоносный горизонт небольшая. Во время очистки фильтров путем откачки скорость воды, поступающей в трубу фильтра, значительно возрастает по сравнению со скоростью входа при пополнении водоносного горизонта, поскольку каждый фильтр очищают отдельно, открывая соответствующий клапан, при этом клапаны других фильтров закрыты. Скорость входа воды, равная 0,8 *мм/сек* [27], должна быть меньше предельной скорости поступления воды при очистке. Скорость движения воды при очистке должна превышать минимальную скорость 2,1 *мм/сек*, при которой не происходит вымывания частиц, отложившихся в порах водоносных пород в процессе пополнения.

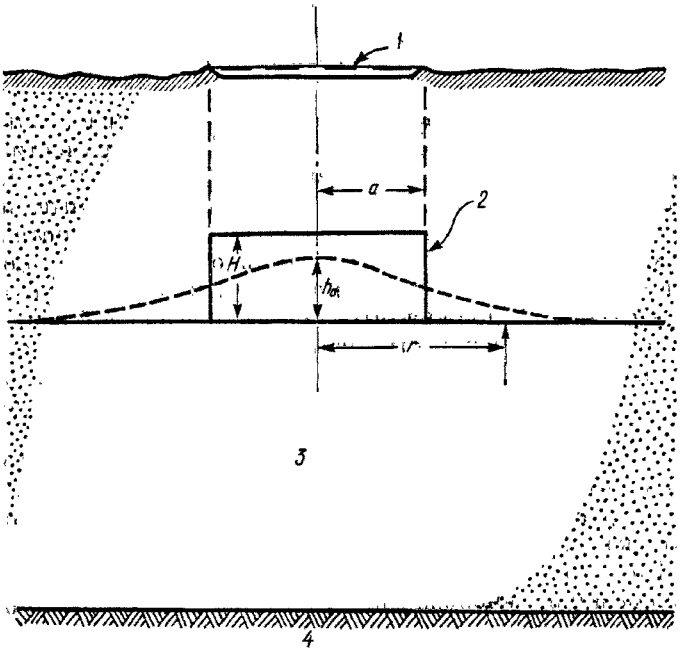
Горизонтальные фильтры устанавливают на глубине от 15 до 160 футов ниже уровня грунтовых вод, длина фильтра может достигать 250 футов. Очистку фильтров необходимо проводить, когда коэффициент фильтрации грунта, окружающего фильтры, снизится до 60% своей первоначальной величины. Полубаринова-Кочина [9, стр. 170, 556] дает количественный анализ кольматации, уменьшающей коэффициент фильтрации и скорость просачивания воды в грунт.

Грут [24] на опытах с инфильтрометрами и Шифф [29], изучавший текстуру и структуру грунтов и их химические свойства, получили сведения, позволяющие классифицировать участки для разлива воды по поверхности земли с целью искусственного пополнения подземных вод. Шифф, изучив инфильтрационную способность грунтов в свете закона Дарси (см. раздел 4.4), рекомендует определенный метод пополнения для каждого отдельного случая. Когда грунт имеет высокий коэффициент фильтрации, надо использовать бассейновый метод, метод борозд и канав и метод затопления. Если поверхностный грунт плохо пропускает воду, целесообразно высаживать в нем растения и обрабатывать его органическими остатками и химическими веществами, что увеличивает скорости инфильтрации от 0,5 до 1—1,5 *фут/сутки*. Такого рода обработку рекомендуется проводить на больших площадях, где грунт на глубине обладает значительно большей водопроницаемостью по сравнению с поверхностным грунтом.

Максимально допустимая мутность воды для пополнения в пределах бассейна составляет 25 куб. футов осадка на 1 акрофут [29]. Если у грунтов, залегающих на небольшой глубине, меньшая проницаемость, чем у поверхностных, для пополнения применяют длинные узкие инфильтрационные площадки или узкие траншеи, по которым распределяют воду. Если глубоко залегающие грунты, проницаемость которых меньше поверхностных, препятствуют просачиванию воды по направлению к грунтовым водам, рекомендуется применять методы разлива по всей площади или по отдельным полосам, а также метод траншей. В этом случае образуются подвешенные водоносные горизонты, воды которых пригодны для использования и в конце концов достигнут уровня грунтовых вод [29].

Опыты [30], проведенные в Бейкерсфилде, штат Калифорния, показали, что при пополнении с помощью бассейнов или котлованов дно последних

желательно покрывать фильтрующим материалом, который кольматируется на некоторую глубину и тем самым предохраняет поры нижележащего грунта от закупорки, в результате чего скорости инфильтрации остаются довольно высокими. При этом кольматация фильтрующего материала не должна достигнуть такого уровня, когда стоимость очистки его методом всасывания или с помощью скреперов превысит разумную величину.



Фиг. 3.16. Схема растекания бугра грунтовых вод в условиях инфильтрации из круглого бассейна [36, гл. 3].

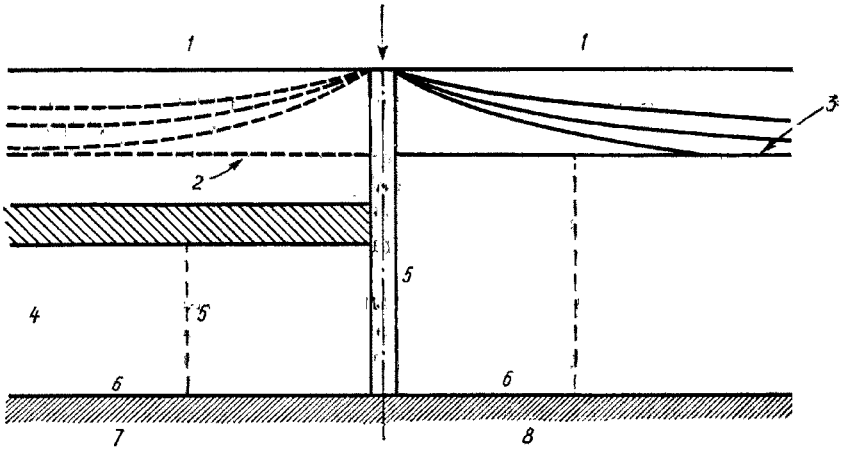
1 — инфильтрационный бассейн; *2* — схематизированный «диск» грунтовых вод; *3* — водоносный горизонт; *4* — водоупор.

Аналитические исследования [36, 37] по пополнению запасов подземных вод путем разлива помогли провести оптимальные расчеты и выяснить относительные преимущества того или иного метода пополнения. Биттингер [36] на основании имеющихся данных наблюдений вывел уравнение для вычисления подъема уровня подземных вод вблизи водоема Олдс, представляющего собой большой инфильтрационный бассейн на северо-востоке штата Колорадо. Здесь в течение 128-суточного периода, с 3 декабря 1959 г. по 11 апреля 1960 г., при скорости инфильтрации около 1 фут/сутки в водоносный горизонт поступило 8400 акрофутов воды. На фиг. 3.16 показан схематический разрез области фильтрации бассейна Олдс. Растекание образовавшегося бугра грунтовых вод высотой h_0 по оси инфильтрационного бассейна можно выразить как

$$\frac{h_0}{H} = 1 - e^{\frac{a^2}{4\alpha t}}, \tag{3.17}$$

где H — высота «диска» грунтовых вод; e — коэффициент пористости; a — радиус инфильтрационного бассейна; $\alpha_1 = \frac{KD}{S_y}$, где K — коэффициент фильтрации водоносных пород, D — средняя мощность водоносного горизонта, S_y — удельная водоотдача (см. раздел 3.7); t — время. Биттингер вывел также общую формулу для формы бугра грунтовых вод как функции времени.

Теория и практика искусственного пополнения подземных вод с помощью нагнетательных скважин изучены Бауманом [31]. На фиг. 3.17 схематически показано пополнение с помощью скважины: слева — в условиях напорного водоносного горизонта, справа — в условиях водоносного горизонта со свободной поверхностью. Бауман отмечает, что неустановившееся движение подземных вод при искусственном пополнении посредством нагнетательной скважины сложнее изучить, чем неустановившееся движение воды к скважине при откачке. Бугор подземных вод, образованный в результате пополнения безнапорного горизонтально расположенного водоносного пласта, перемещается радиально во все стороны от центра пополнения,



Фиг. 3.17. Схема искусственного пополнения подземных вод с помощью скважины (по Бауману).

1 — поверхность земли; *2* — пьезометрическая поверхность; *3* — свободная поверхность подземных вод; *4* — природная подземная вода; *5* — искусственно образованная вода; *6* — водоупор; *7* — напорный водоносный горизонт; *8* — безнапорный водоносный горизонт.

т. е. нагнетательной скважины, в виде волны. Скорость движения этой волны может значительно превысить скорость движения природных грунтовых вод.

Нагнетательные скважины были успешно использованы Участком по борьбе с паводками округа Лос-Анджелес, штат Калифорния, с целью предотвратить вторжение морских вод в западный водоносный горизонт. В результате закачки создается барьер пресных подземных вод [31], препятствующий проникновению соленых вод в глубь материка; при этом барьер должен находиться вне пределов клина морских вод, поскольку в противном случае он будет способствовать продвижению соленых вод в сторону материка.

ВОДНОЕ ЗАКОНОДАТЕЛЬСТВО В США

Пользование водой регулируется в США различными законами, установленными во второй половине XIX в. как в государственном масштабе, так и на уровне штатов. Инженеру эти законы кажутся довольно туманными по сравнению с конкретными функциями, которые он обычно выполняет, поскольку водное законодательство таково, что часто предоставляет возможность судьям выносить взаимоисключающие решения.

Потребление воды увеличивается с ростом населения и промышленности. Вполне естественно, что временами спрос на воду превышает ее ресурсы, и в будущем количество судебных тяжб, связанных с использованием воды,

непременно возрастет. В основе большинства конфликтов лежит конкуренция в потреблении воды для различных целей [32]. При разрешении споров, связанных с использованием воды, часто возникают две проблемы: первая — в какой области использовать воду, если цели использования несовместимы; вторая — если вода предназначена для одной сферы использования, то кому из претендентов отдать предпочтение.

Кроме проблем, присущих любому водному законодательству, последнее осложнено в США особенностями конституции страны, по которой государственная власть разделена между федеральным правительством и правительствами штатов, что создает дополнительные трудности юридического характера. Закон о пустынных землях 1877 г. и Закон о мелиорации 1902 г.— наиболее важные законодательные акты, регулирующие использование водных ресурсов в США.

Водное законодательство США подразделяет подземные воды на две категории: подземные водотоки и просачивающиеся воды [33]. Судьи имеют тенденцию считать все подземные воды просачивающимися, так что сторона, утверждающая обратное, должна доказать существование подземного водотока. Использование вод подземных водотоков регулируется теми же законами, что и пользование речными водами.

Пользование просачивающимися водами регламентируется следующими правовыми положениями.

1. Законом общего права, основанным на принципе, по которому землевладелец имеет абсолютное право на эксплуатацию всех полезных ископаемых, в том числе и подземных вод, заключенных в недрах принадлежащего ему участка земли.

2. Преимущественным правом лица, первым начавшего использовать воду. В этом случае право на пользование водой не зависит от собственности на землю.

3. Нормой разумно необходимого использования, в соответствии с которой землевладелец имеет право на умеренное пользование просачивающимися водами в пределах своего участка земли и должен учитывать равные права других землевладельцев, участки которых находятся над тем же источником подземных вод. В Калифорнии принято так называемое равное право землевладельцев на использование воды.

Право землевладельца на использование воды

Право на использование подземных вод связано с правом владения участком земли, расположенным над водоносным горизонтом. Право на использование воды прибрежной полосы принадлежит землевладельцу в силу того, что его земли граничат с рекой. Понятие о праве владельца прибрежной полосы на использование воды возникло в Англии в первой половине XIX в. Поскольку в то время Англия не ощущала нехватки воды, основная выгода, извлекаемая владельцем прибрежной полосы, заключалась в сохранности речного стока вблизи его земли, который не уменьшался количественно и не ухудшался качественно. Право владельца прибрежной полосы на использование воды, относящееся по своему характеру к узуфрукту[1], нельзя потерять по причине его неиспользования.

Преимущественное право на использование воды

В основе этого права лежат два положения: первое — время в соответствии с принципом «первый по времени имеет преимущественное право», второе — использование воды для личной выгоды. Тот, кто прекращает

[1] Пользование без права собственности (лат. usufructus от usus — пользование и fructus — плод, доход).

пользование водой, через определенный период теряет право на дальнейшее ее использование.

Возникновение преимущественного права относится к периоду, когда в Калифорнии началась добыча золота. В 1855 г. это право было признано Верховным судом Калифорнии [35]. В настоящее время преимущественное право на использование воды принято в семнадцати западных штатах.

Закон о пустынных землях 1877 г. дал санкцию применять преимущественное право по всей территории США, при этом отдельные штаты могли сами определять границы применимости преимущественного права и права землевладельца на использование воды. Впоследствии существование преимущественного права подтвердил Закон о мелиорации 1902 г. Статья 2339 этого закона гласит: «Признанные права на использование воды рек или недр общественных земель следует отстаивать и защищать. Если водопользователь, потребляющий воду в соответствии с преимущественным правом, не причиняет ущерба запасам вышеупомянутой, от него нельзя потребовать изменить систему пользования водой или использовать занимаемую им землю для других целей, чтобы снизить потребление воды и улучшить положение других водопользователей». В период недостатка воды тот, кто получил право на использование воды последним, теряет его первым.

Право использовать воду, основанное на давности

Право пользования водой, приобретенное на основании владения землей или приоритета, может быть утеряно водопользователями вследствие потребления воды другими лицами вопреки желанию первых. В этом случае лица, которые используют воду открыто, с ведома лиц, обладающих правами на воду, но заявивших претензию слишком поздно, приобретают право использовать воду, основанное на давности.

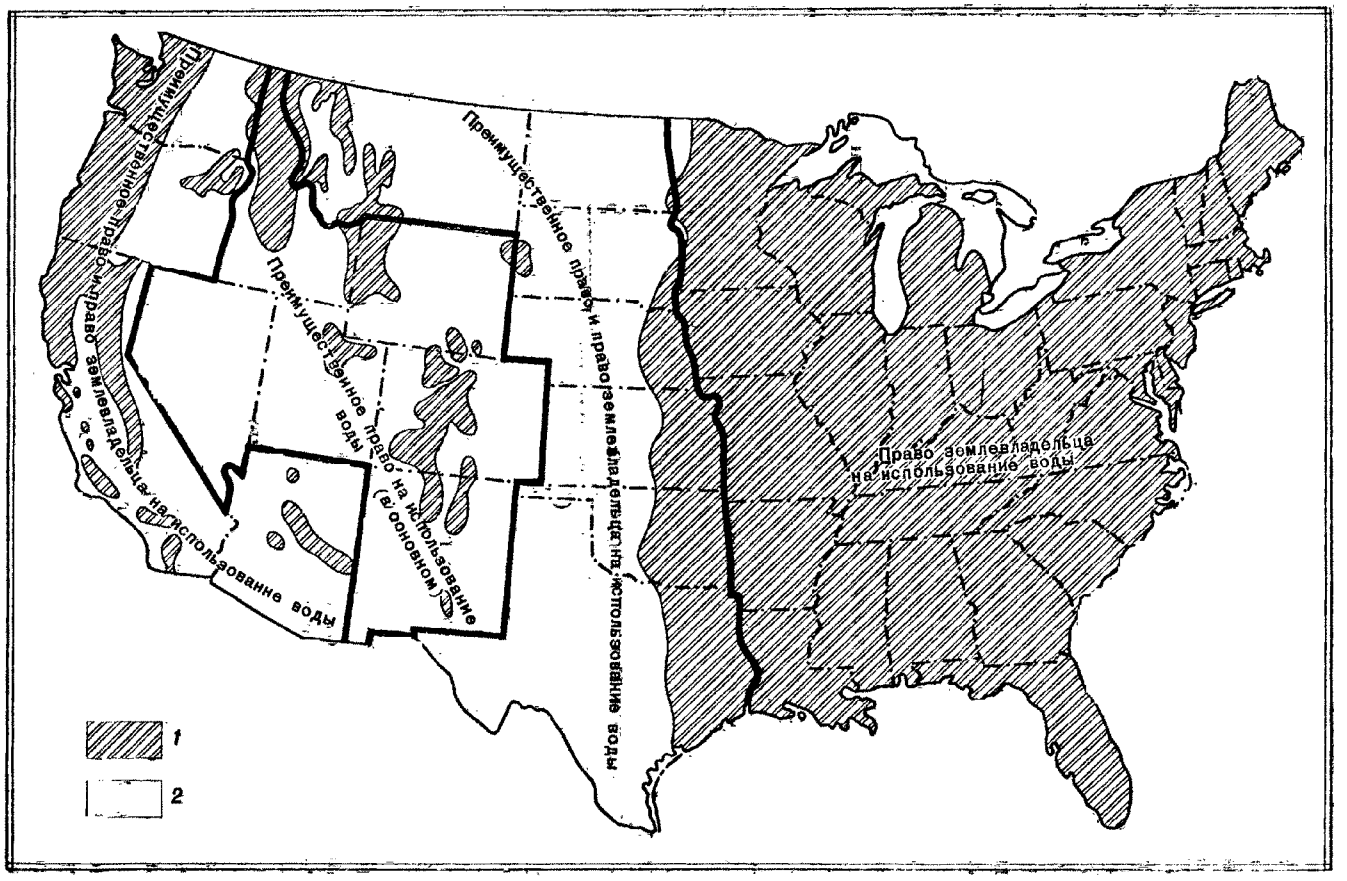
При разборе иска города Пасадена против города Алхамбра в 1938—1949 гг. суд руководствовался положениями трех видов права на использование подземных вод (право землевладельца, преимущественное право и право, основанное на давности). Суд вынес следующее решение. Преимущественное право можно получить только в случае избытка подземных вод. Избыточные подземные воды нельзя использовать на основании права давности, поскольку при этом отсутствует посягательство на право землевладельца. Избыточные подземные воды можно транспортировать из пределов бассейна по трубам и каналам. В случае нехватки воды право землевладельца превалирует над правом приоритета, но может быть заменено правом, основанным на давности. Суд постановил, что вследствие сильного истощения водных запасов водоотбор из бассейна Реймонд должен быть ограничен до размеров эксплуатационных запасов.

Заключение

В восточных штатах, обладающих избытком воды, распространено преимущественно право землевладельца на использование воды, хотя в густонаселенных районах, таких, как северная часть штата Нью-Джерси, где запасов подземных вод не хватает суды стремятся ограничить размеры использования воды землевладельцами разумно необходимой нормой или возложить на водопользователя бремя доказывания, так, он должен доказать, что в результате откачки из его скважины не произойдет значительного понижения уровня в соседних скважинах.

На засушливом Западе преобладает преимущественное право на использование воды. Однако штаты Тихоокеанского побережья и Великих равнин признают как право землевладельца, так и право приоритета.

На фиг. 3.18 [35] показаны границы распространения прав на использование воды. Эти границы в основном совпадают с климатическими зонами.



Ф и г. 3.18. Границы распространения прав на использование воды в США (по Томасу [35])
1 — области избыточного увлажнения; *2* — области недостаточного увлажнения

ЛИТЕРАТУРА

1. Graton L. C., Fraser H. J., 1935. Systematic packing of spheres with particular relation to porosity and permeability, and experimental study of the porosity and permeability of clastic sediments, Journal of Geology, 43, 785.
2. Pirson S. J., 1958. Oil reservoir engineering, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 30—44.
3. Scheidegger A. E., 1960. The physics of flow through porous media, Macmillan, New York, 8—12 (см. русский перевод: Шейдеггер А. Э., Физика течения жидкостей через пористые среды, Гостоптехиздат, М., 1960).
4. Taylor D. W., 1948. Fundamentals of soil mechanics, Wiley, New York, chapt. 7. (см. русский перевод: Тейлор Д. В., Основы механики грунтов, Госстройиздат, М., 1960).
5. Brutsaert W. H., Taylor G. S., Luthin J. N., 1961. Predicted and experimental water table drawdown during tile drainage, Hilgardia, 31, November, 389—418.
6. Day P. R., Luthin J. N., 1956. A numerical solution of the differential equation of flow for a vertical drainage problem, Proceedings American Society of Soil Science, 20, October, 443—447.
7. Luthin J. N., Worstell R. V., 1957. The falling water table in tile drainage, a laboratory study, Proceedings American Society of Soil Science, 21, 580—584.
8. Smith W. O., 1961. Mechanism of gravity drainage and its relation to specific yield of uniform sands, U.S. Geological Survey Professional Paper 402-A.
9. Полубаринова-Кочина П. Я., 1952. Теория движения грунтовых вод, ГТТИ, М.
10. Glover R. E., 1960. Ground water-surface water relationships, Western Resources Conference, Boulder, Colorado, August 24, 1960.
11. Upson J. E., 1959. Ground-water problems in New York and New England, ASCE Journal of the Hydrailics Division, June, 1—12.
12. De Wiest R. J. M., 1963. Replenishment of aquifers intersected by streams, ASCE Journal of the Hydraulics Division, November.
13. Mann J. F., 1961. Factors affecting the safe yield of ground-water basins, ASCE Journal of the Irrigation and Drainage Division, September, 63—69.
14. Meinzer O. E., 1923. Outline of ground water hydrology with definitions, U.S. Geological Survey Water-Supply Paper 494 (см. русский перевод: Мейнцер О. Э., Гидрогеологические понятия, определения и термины, Госгеолразведиздат, М., 1933).
15. Conkling H., 1946. Utilization of ground-water storage in stream system development, ASCE Transactions, 111, 275.
16. Todd D. K., 1959. Ground water hydrology, Wiley, New York, 336.
17. Bogomolov G. V., Plotnikov N. A., 1956. Classification des ressources d'eaux souterraines et évaluation de leurs réserves, IASH, Symposia Darcy, Dijon, September 20—26, 1956, 2, 263—271.
18. Mortier F., 1957. Eléments pour l'établissement du Bilan de la nappe phréatique de la plaine des Triffa, General Assembly of Toronto, IASH Publication 44, 115—134.
19. Sutcliffe J. V., Rangeley W. R., 1960. An estimation of the long term yield of a large aquifer at Tehran, General Assembly of Helsinki, IASH Publication 52, 264—271.
20. Baker D. M., 1950. Safe yield of ground-water reservoirs, Assemblée Générale de Bruxelles, IASH, 2, 160—164.
21. Jansa O. V., 1951. Artificial ground-water supplies of Sweden, IASH Publication 33, 227—237.
22. Jansa O. V., 1954. Artificial ground-water supplies of Sweden, report 2, IASH Publication 37, 269—275.
23. Barksdale H. C., De Buchananne G. D., 1946. Artificial recharge of productive ground-water aquifers in New Jersey, Economic Geology, 41, 7, 726—737.
24. Groot C. R., 1960. Feasibility of artificial recharge at Newark, Delaware, Journal American Water Works Association, 52, 6, 749—755.
25. Pioger R., 1954. Etude quantitative de l'infiltration, IASH Publication 37, 248—258.
26. Suter M., 1954. High-rate artificial ground-water recharge at Peoria, Illinois, IASH Publication 37, 219—224.
27. Wegenstein M., 1954. La recharge de nappes souterraines au moyen de puits centraux et galeries d'alimentation horizontales, IASH Publication 37, 232—237.
28. Toth J., 1962. A theory of groundwater motion in small drainage basins in Central Alberta, Canada, Journal of Geophysical Research, 67, October, 4375—4387.
29. Schiff L., 1956. The Darcy law in the selection of water-spreading systems for ground-water recharge, IASH Publication 41, 99—110.
30. Schiff L., 1957. The use of filters to maintain high infiltration rates in aquifers for ground-water recharge, IASH Publication 44, 217—221.
31. Baumann P., 1963. Theoretical and practical aspects of well recharge, ASCE Transactions, 128, part I, 739—764.

32. Ely, Northcutt, 1963. Legal problems in development of water resources, 57th Meeting of Princeton University Conference, May, 89—94.
33. Report of president's water resources policy commission. Water Resources Law, III, 1950.
34. Baker D. M., Conkling H., 1930. Water supply and utilization, Wiley, New York, chapt. 8, 12.
35. Thomas H. E., 1955. Water rights in areas of ground-water mining, U.S. Geological Survey Circular 347, Washington, D.C.
36. Bittinger M. W., Trelease F. J., 1960. The development and dissipation of a ground-water mound beneath a spreading basin, 1960 Winter Meeting of American Society of Agricultural Engineers, Memphis, Tenn., December 4—7.
37. Baumann P., 1952. Ground-water movement controlled through spreading, ASCE Transactions, 117, 1042—1074.
38. Schoeller H., 1962. Les eaux souterraines, Masson, Paris.
39. Walton W. C., 1964. Potential yield of aquifers and ground-water pumpage, Journal American Water Works Association, 56, February, 172—186.
40. Walton W. C., 1964. Future water-level declines in deep sandstone wells in Chicago region, Ground-Water, 2, 13—20.
41. Todd D. K., 1964. Economics of ground water recharge by nuclear and conventional means, Report UCRL-7850, Lawrence Radiation Laboratory, Livermore, California, 1—135.
42. Stern W., Jacobs M., Schmorak S., 1956. Hydrogeological investigations in the Southern Coastal Plain of Israel, Hydrological Service of Israel, Jerusalem, Israel.
43. Goldschmidt M. J., Jacobs M., 1958. Precipitation over and replenishment of the Yarqon and Nahal Halteninim underground catchments, Hydrological Service of Israel, Jerusalem, Israel.
44. Goldschmidt J. J., 1959. On the water balances of several mountain underground water catchments in Israel and their flow patterns, Hydrological Service of Israel, Jerusalem, Israel.
45. Smith W. O., 1961. Mechanism of gravity drainage and its relation to specific yield of uniform sands, USGS Professional Paper 402-A.
46. Johnson A. J., Prill R. C., Morris D. A., 1963. Specific yield — column drainage and centrifuge moisture content, USGS Water Supply Paper 1662-A, 1—60.

ГЛАВА 4

Основы теории движения подземных вод

4.1. ВВЕДЕНИЕ

Подземные воды находятся в постоянном движении. Непрерывно происходит их разгрузка в реки, колодцы, скважины; они выходят на поверхность земли в виде источников. Питаются подземные воды в результате инфильтрации атмосферных осадков, речных и оросительных вод, а также путем искусственного пополнения. Подземные воды перемещаются за счет разности в энергетическом потенциале, или разности напоров от мест с более высокими уровнями к местам с более низкими уровнями. В соответствии с известным законом физики подземные воды в пределах своей гидравлической системы стремятся достичь такого положения, когда их энергетический потенциал будет минимальным. В этом случае подземные воды находятся в гидростатических условиях только теоретически, причем в течение непродолжительного времени. При движении из области более высокого гидростатического давления к области более низкого давления вода теряет энергию вследствие трения о частицы грунта на пути фильтрации в пористой среде.

Изучение движения подземных вод началось с экспериментов, цель которых — получить количественные данные о скорости движения и расходе подземных вод в различных геологических условиях. Позднее аналитическим путем были выведены основные законы движения подземных вод. В нашем учебнике детально изложены только линейные законы фильтрации, т. е. законы линейной зависимости скорости фильтрации от величины потери напора (вследствие трения) на единицу длины пути фильтрации. Эта последняя величина называется гидравлическим градиентом. Линейным законам фильтрации подчиняются такие природные явления, как ламинарное движение воды в песчаных водоносных горизонтах или просачивание через земляные насыпи. Однако они не могут точно характеризовать турбулентное движение воды вблизи скважины или подземный поток в трещиноватых породах и кавернозных известняках, хотя в последнем случае законы ламинарного движения часто используют в первом приближении для характеристики турбулентного движения. В свете вышеизложенного относительно линейной зависимости между потерей напора и скоростью фильтрации очевидно сходство между потоком подземных вод и ламинарным течением жидкости в трубе.

Изучать течение жидкости в трубе первым начал Хаген, работа которого была опубликована в 1839 г., а вскоре, в 1840 г., появился труд Пуазейля; его именем был назван закон ламинарного течения жидкости в трубе. Однако честь открытия основного закона движения подземных вод принадлежит Анри Дарси [1], который сделал свое открытие также на основании экспериментов. Работа Дарси вышла в свет в 1856 г. Законы Пуазейля и Дарси так схожи, что аналитическая форма первого из них, полученная Ф. Нейманом и Э. Хагенбахом [в 2] в 1858—1860 гг., помогает глубже понять закон Дарси.

Согласно классической механике изотермической жидкости, при расчете фильтрации подземных вод необходимо в каждой точке найти три

составляющие скорости движения жидкости, давление и плотность жидкости, т. е. пять неизвестных величин, определяющих движение жидкости. При этом допускается, что вода — несжимаемая жидкость (при вычислении же так называемого коэффициента запаса напорного водоносного горизонта [1] сжимаемость воды учитывается). Это допущение упрощает уравнение состояния жидкости, поскольку плотность становится постоянной величиной. Теперь для решения задач об однофазном трехмерном потоке надо знать только четыре неизвестные (три составляющие скорости фильтрации и давление жидкости). Теоретически эту задачу можно решить с помощью трех уравнений движения Навье — Стокса и уравнения неразрывности, которое выражает закон сохранения массы движущейся воды. При этом необходимо допустить, что скелет грунта — скопление не связанных геометрически правильных трубок призматической формы. В действительности путь фильтрации далеко не идеален, он извилист, изобилует ответвлениями, которые часто пересекаются.

Закон Дарси в своей первоначальной форме не учитывал этих особенностей пористой среды. Во-первых, этот закон рассматривает фиктивную скорость движения жидкости, или удельный расход [2], через данное сечение пористой среды, а не действительную скорость движения жидкости между частицами грунта. Во-вторых, закон Дарси учитывает средние гидравлические величины, а не местные гидродинамические величины скорости движения жидкости.

Основная причина этого допущения скрыта в характере эксперимента Дарси, в котором использовалась цилиндрическая трубка, заполненная песком, что позволило измерять только средние гидравлические величины.

4.2. ЛАМИНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ (ТЕЧЕНИЕ ПУАЗЕЙЛЯ)

Рассмотрим установившееся ламинарное движение несжимаемой жидкости через цилиндрическую трубку с площадью круглого поперечного сечения A, куда вставлены пьезометры на расстоянии dl один от другого. Через сечения *1* и *2* (фиг. 4.1) жидкость проходит с одинаковой средней скоростью V. В этом случае линии тока параллельны оси цилиндрической трубки, но скорости потока вдоль этих линий не одинаковы. Движение жидкости вблизи стенок трубки, под действием силы трения замедляется, у самих стенок скорость движения жидкости равна нулю. Сила трения, приходящаяся на единицу площади соприкосновения слоев жидкости, внешние поверхности которых удалены одна от другой на расстояние dy (фиг. 4.2), и необходимая для поддержания разности скоростей dv на основе закона трения Ньютона, равна

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} . \qquad (4.1)$$

В этой формуле μ — коэффициент динамической вязкости жидкости. Силу τ называют также сопротивлением и касательным напряжением трения. В любом сечении цилиндрической трубки (фиг. 4.2) распределение скоростей движения жидкости одно и то же. Продольный разрез по оси трубки дает возможность показать это распределение скоростей. Если ось y, указывающую расстояние от стенки трубки, заменить на ось r, нормальную

---

[1] Этот американский термин соответствует термину *упругая водоотдача* μ^*, принятому в отечественной гидрогеологической литературе.— *Прим. ред.*

[2] В СССР используется термин *скорость фильтрации* [7, стр. 24].

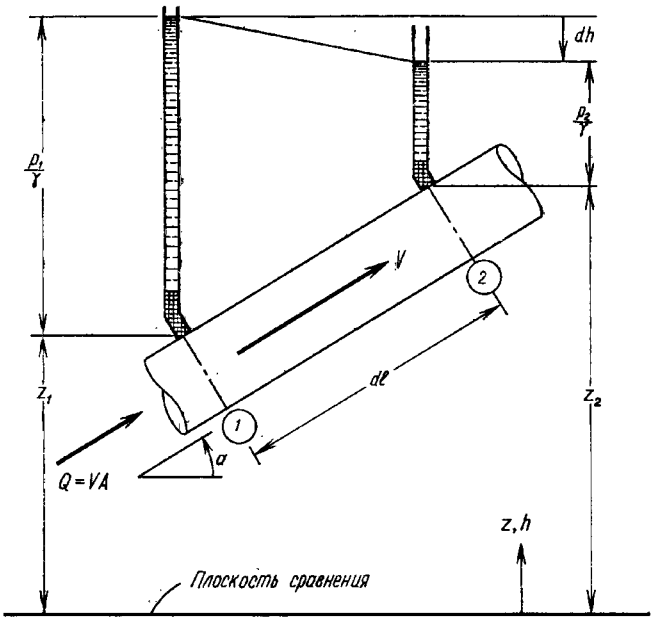
к центральной оси трубки, то $dy = -dr$ и

$$\tau = -\mu \frac{dv}{dr}. \qquad (4.1^*)$$

Рассмотрим уравнение Бернулли для струи жидкости, проходящей через трубку, изображенную на фиг. 4.1:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{L,\,1-2}, \qquad (4.2)$$

где z_1 и z_2 — высоты исследуемой точки потока над выбранной плоскостью сравнения, выраженные положительной величиной, соответственно для



Фиг. 4.1. Установившееся ламинарное движение жидкости в цилиндрической трубке (течение Пуазейля).

сечений *1* и *2*; p_1 и p_2 — гидростатическое давление соответственно в сечениях *1* и *2*; γ — объемный вес жидкости; v_1 и v_2 — местные скорости движения жидкости; g — ускорение силы тяжести; $h_{L,\,1-2}$ — потеря напора между сечениями *1* и *2*. Сумма $z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}$ или $z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$ характеризует полную энергию (или напор) струи жидкости, отнесенную к единице ее массы в любой точке потока. Уравнение Бернулли выражает закон сохранения энергии струи жидкости, или постоянства напора. Масса жидкости, перемещаясь от сечения *1* к сечению *2*, на своем пути теряет напор под влиянием силы трения. Члены уравнения Бернулли (слева направо) называются высотой положения, высотой давления (или пьезометрической высотой) и скоростным напором. В рассматриваемом случае $v_1 = v_2$, поэтому из уравнения (4.2) члены, обозначающие скоростной напор, можно исключить. Обозначив пьезометрический напор через

$$h = z + \frac{p}{\gamma} + \text{const}, \qquad (4.2^*)$$

уравнение (4.2) можно записать в виде

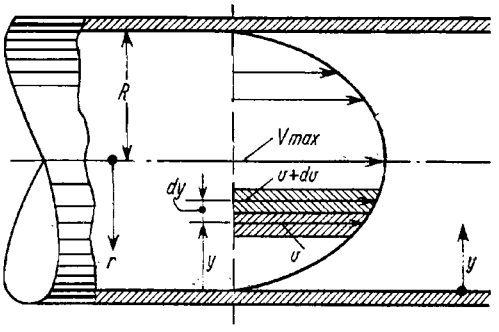
$$h_2 - h_1 = dh = -h_{L,\,1-2}. \qquad (4.3)$$

В описываемом случае (фиг. 4.1) поток перемещается от области с большим напором в область с меньшим напором. Чтобы жидкость текла в указанном направлении, она должна подаваться в трубку под давлением, превышающим давление на выходе ее из трубки. Если наклонить трубку в другую сторону так, чтобы сечение *2* находилось ниже сечения *1*, жидкость будет течь в основном под действием силы тяжести от области с меньшим напором к области с большим напором. В гидравлике абсолютную величину $\frac{dh}{dl}$ называют гидравлическим градиентом. В американской литературе эту величину обычно обозначают символом S, но поскольку коэффициент запаса и величина понижения уровня подземных вод, которые часто встречаются в гидрогеологических расчетах, всегда обозначаются символами S и s, для гидравлического градиента используют символ S^*:

$$S^* = -\frac{dh}{dl}. \tag{4.4}$$

Перед этой величиной должен стоять знак минус, если ее вводят в дифференциальные уравнения, поскольку величина dh всегда отрицательна и в силу того, что дифференциал представляет собой разность между конечной и начальной величинами.

Отсутствие знака минус перед величиной гидравлического напора может привести к ошибкам даже при составлении элементарных дифференциальных



Ф и г. 4.2. Распределение скоростей движения жидкости в цилиндрической трубке (течение Пуазейля).

уравнений. Например, рассмотрим схему струйки жидкости, протекающей в цилиндрической трубке радиусом r и длиной dl (фиг. 4.3). При установившемся движении жидкости должно быть равновесие действующих сил. Эти силы следующие: разность напоров dh в сечениях *1* и *2*, сила давления у входа в трубку $-\gamma dh$, результирующая сила давления жидкости на площадь сечения трубки $-\gamma dh\pi r^2$, сила сопротивления движению жидкости $\tau 2\pi r dl$ [τ определяется из уравнения (4.1*)].

Равновесие сил требует равенства

$$-\gamma\, dh\, \pi r^2 = -\mu \frac{dv}{dr} 2\pi r\, dl. \tag{4.5}$$

Если силу тяжести и силу давления рассматривать отдельно, получим тот же результат. Равновесие сил по оси l дает

$$p\pi r^2 - (p + dp)\, \pi r^2 - \tau 2\pi r\, dl - \gamma \pi r^2\, dl \sin\alpha = 0.$$

Поскольку $\sin\alpha = \frac{dz}{dl}$, имеем

$$-\pi r^2 (dp + \gamma\, dz) = \tau 2\pi r\, dl.$$

По существу, это выражение соответствует уравнению (4.5).

В уравнение (4.5) вводим символ S^* и в итоге получаем

$$dv = -\frac{S^*\gamma}{2\mu} r\, dr.$$

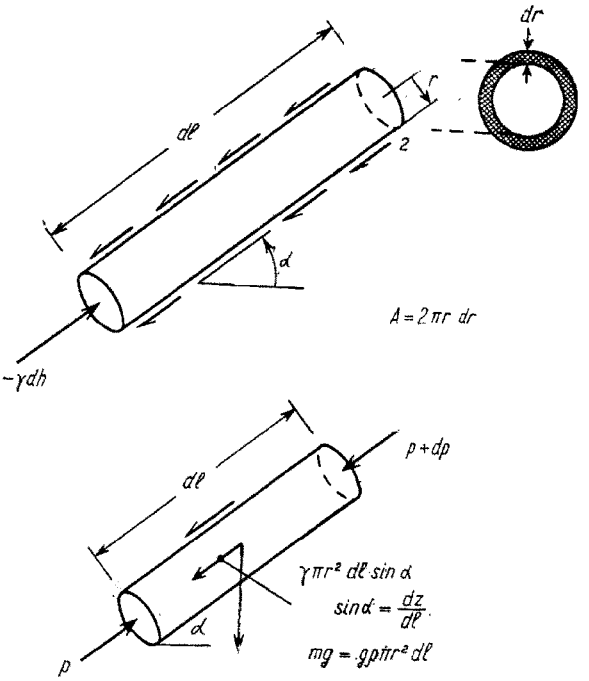
Это обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка можно проинтегрировать:

$$v = -\frac{S^*\gamma}{4\mu} r^2 + C.$$

Постоянная C определяется граничным условием $v = 0$ при $r = R$. Поэтому

$$v = \frac{S^*\gamma}{4\mu}(R^2 - r^2). \tag{4.6}$$

Полученное уравнение выражается параболой, вершина которой находится на оси цилиндрической трубки. В любой точке оси $r = 0$, а скорость дви-



Ф и г. 4.3. Элементарная струйка жидкости (течение Пуазейля).

жения жидкости максимальна:

$$v = v_{\max} = \frac{S^*\gamma}{4\mu} R^2.$$

Расход Q через трубку получают интегрированием расходов через всю площадь кольцевого сечения трубки шириной dr:

$$Q = \int_0^R v 2\pi r\, dr = \frac{S^*\gamma\pi}{2\mu} \int_0^R (R^2 - r^2)\, r\, dr = \frac{S^*\gamma\pi R^4}{8\mu}. \tag{4.7}$$

Уравнение (4.7) преобразовываем с помощью общих формул

$$Q = AV$$

и

$$A = \pi R^2.$$

Следовательно,

$$Q = \frac{S^* \gamma R^2}{8\mu} A, \tag{4.8}$$

а средняя скорость ламинарного движения жидкости

$$V = \frac{S^* \gamma R^2}{8\mu} = \frac{1}{2} V_{\max}. \tag{4.9}$$

Если в уравнение (4.9) ввести выражение

$$K' = \frac{\gamma R^2}{8\mu}, \tag{4.10}$$

то

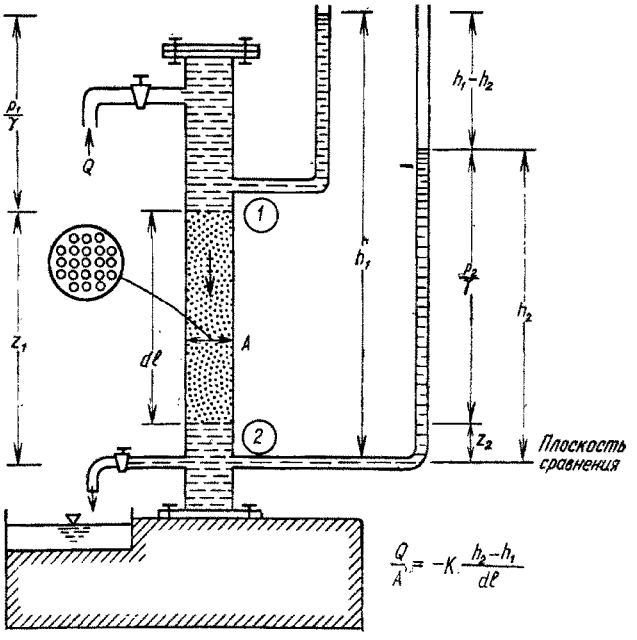
$$V = S^* K'. \tag{4.11}$$

Очевидно, что угол наклона α трубки не имеет значения, а использование величины гидравлического градиента в предложенной форме [уравнение (4.4)] дает положительную величину Q.

Если сравнить вышеприведенные уравнения с положениями, описанными в разделе 4.4, становится очевидным сходство законов Пуазейля и Дарси.

4.3. ПОВЕРХНОСТНАЯ И ОБЪЕМНАЯ ПОРИСТОСТЬ

Вследствие сложности путей фильтрации в природных условиях ламинарное движение воды через пористую среду удобнее изучать в цилиндрической трубке. Вода будет двигаться через цилиндрическую трубку (фиг. 4.4),



Ф и г. 4.4. Прибор для изучения движения воды в пористой среде в соответствии с законом Дарси (по Губберту).

наполненную зернистым грунтом между сечениями (сетками) *1* и *2*, только при разнице напоров в этих сечениях. На высоте z в пределах фильтрующего материала площадь пор в сечении трубки площадью A равна A_p или $A_p(z)$.

Так называемая поверхностная пористость $n(z)$ представляет собой отношение

$$n(z)=\frac{A_p(z)}{A}, \tag{4.12}$$

где $A_p(z)$ — сумма площадей всех пор в сечении z; A — площадь поперечного сечения трубки. Каждое из сечений пористой среды в трубке имеет различную поверхностную пористость, но средняя величина $n(z)$ между сечениями *1* и *2* постоянна [7] и равна средней объемной пористости

$$n=\frac{V_v}{V_0}=\frac{V_v}{V_v+V_s}=\frac{1}{1+\frac{1}{e}}, \tag{4.13}$$

где V_v — объем всех пор; V_0 — общий объем пористого материала; V_s — объем частиц грунта; $e=\frac{V_v}{V_s}$ — коэффициент пористости. Поскольку нас интересуют только средние величины скоростей фильтрации, а следовательно, и пористости, в дальнейшем мы будем использовать среднюю величину пористости $n(z)$, или n. Скорость фильтрации воды V через пористую среду представляет собой отношение расхода Q к площади поперечного сечения A этой среды

$$V=\frac{Q}{A}.$$

Расход Q через сечение A можно выразить также в виде произведения действительной скорости движения воды в порах V_p и площади пор A_p

$$Q=V_pA_p.$$

Следовательно,

$$V=nV_p. \tag{4.14}$$

Понятие *скорость фильтрации* обычно используют при математическом выражении законов фильтрации. Действительную скорость движения подземных вод можно получить по уравнению (4.14) после нахождения величины скорости фильтрации.

4.4. ЗАКОН ДАРСИ

Дарси [1] провел опыты по фильтрации воды в вертикальной цилиндрической трубке, наполненной песком. Условия эксперимента Дарси показаны на фиг. 4.4. На основании исследований движения воды через горизонтальные слои песка Дарси сделал вывод, что расход воды Q пропорционален потере напора при фильтрации h_1-h_2, обратно пропорционален длине пути фильтрации dl и пропорционален коэффициенту K, который зависит от природы песка. Закон Дарси можно выразить формулой

$$Q=K\frac{A(h_1-h_2)}{dl}=-K\frac{A\,dh}{dl}=KAS^*, \tag{4.15}$$

где A — площадь поперечного сечения фильтрующего материала; $h=z+\frac{p}{\gamma}+\text{const}$ — пьезометрический напор; S^* — гидравлический градиент [см. уравнение (4.4)]. Тогда скорость фильтрации будет выражена в виде

$$V=\frac{Q}{A}=S^*K=-K\frac{d\left(z+\frac{p}{\gamma}\right)}{dl}. \tag{4.16}$$

Скорость фильтрации — фиктивная скорость движения воды, называется также удельным расходом. Если сравнить уравнения (4.11) и (4.16),

видно, что скорость фильтрации аналогична средней скорости V движения жидкости по закону Пуазейля при условии аналогии величин K' и K, которую можно доказать анализом размерности.

4.5. КОЭФФИЦИЕНТ ФИЛЬТРАЦИИ

Из уравнения (4.15) следует, что коэффициент K имеет размерность скорости $\left[\frac{L}{T}\right]$. Об аналогии коэффициентов K' и K свидетельствует также то, что коэффициент K зависит не только от свойств грунта, но также и от свойств жидкости, в частности объемного веса γ и вязкости μ. Присутствие величины R в уравнении (4.10) говорит о том, что коэффициент K зависит от величины, характеризующей длину. Этой величиной может быть средний размер пор грунта d. На основании уравнения (4.10) можно сделать лишь вывод, что коэффициент K — функция γ, μ, d. В этой зависимости имеется безразмерная постоянная, или коэффициент формы C, учитывающий влияние слоистости, укладки и расположения частиц, гранулометрического состава и пористости грунта [4]. Пусть

$$K = C\gamma^{x_1}\mu^{x_2}d^{x_3}. \tag{4.17}$$

Все величины этого равенства можно выразить в одной из двух основных систем: масса $[M]$ — длина $[L]$ — время $[T]$ или сила $[F]$ — длина $[L]$ — время $[T]$. Обе системы связаны первым законом Ньютона — сила равна произведению массы на ускорение силы тяжести,— и их нетрудно преобразовать одну в другую. Использование первой системы в уравнении (4.17) дает

$$[M]^0[L][T]^{-1} = C\left(\frac{[M]}{[L^2][T^2]}\right)^{x_1}\left(\frac{[M]}{[L][T]}\right)^{x_2}[L]^{x_3}.$$

Эта функциональная зависимость верна с точки зрения размерности, если показатели степени величин $[M]$, $[L]$, $[T]$ в обеих частях уравнения будут одни и те же. Составляем систему из трех уравнений:

$$\begin{aligned} [M] &\rightarrow \quad x_1 + x_2 = 0, \\ [L] &\rightarrow \quad -2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ [T] &\rightarrow \quad -2x_1 - x_2 = -1 \end{aligned}$$

Эта система уравнений имеет одно решение: $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$. Следовательно,

$$K = Cd^2\frac{\gamma}{\mu}. \tag{4.18}$$

Коэффициент K называют по-разному: эффективной проницаемостью [5], коэффициентом водопроницаемости [4, 6], коэффициентом фильтрации [7] и гидравлической проводимостью. Термин *гидравлическая проводимость* по аналогии с терминами *теплопроводность* и *электропроводность* получил широкое распространение.

Используется также коэффициент проницаемости k, который зависит от параметров, характеризующих только пористую среду:

$$k = Cd^2. \tag{4.19}$$

Коэффициент фильтрации K и коэффициент проницаемости k соотносятся следующим образом:

$$K = k\frac{\gamma}{\mu}. \tag{4.18*}$$

Коэффициент фильтрации выражают различными единицами в зависимости от того, в какой области он применяется, а также от принятых в разных странах систем мер: в *см/г/сек* (механика грунтов), в *галл/сутки/кв. фут* (гидрогеология).

В нефтяном деле коэффициент проницаемости k выражают в единицах, называемых *дарси*.

Исходя из уравнений (4.16) и (4.18*), закон Дарси для горизонтального потока можно записать в следующем виде:

$$V = \frac{Q}{A} = -\frac{k}{\mu}\frac{dp}{dl},$$

или

$$k = \frac{\mu \frac{Q}{A}}{\frac{dp}{dl}}. \tag{4.20}$$

Используя уравнение (4.20), находим

$$1\ дарси = \frac{\frac{1\ сантипуаз \times 1\ см^3/сек}{1\ см^2}}{1\ атм/см}.$$

Единица проницаемости *дарси* имеет размерность площади $[L^2]$. Учитывая, что 1 *сантипуаз* = 0,01 *пуаз* = 0,01 *дин/сек/см*^{2} и 1 *атм* = 1,0132 $\times$ $\times 10^6$ *дин/см*^{2}, получим

$$1\ дарси = 0{,}987 \times 10^{-8}\ см^2,$$

или

$$1\ дарси = 1{,}062 \times 10^{-11}\ кв.\ фут.$$

На основании уравнения (4.18) записываем

$$K = \frac{kg}{\nu}, \tag{4.21}$$

где $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ — кинематическая вязкость флюида; ρ — плотность флюида. Единицы *дарси* легко перевести в *галл/сутки/кв. фут*. Зная температуру флюида, значения ν можно найти в таблицах физических свойств жидкостей и газов [11].

Для измерения коэффициента фильтрации Геологическая служба США использует единицу *мейнцер*, названную так в честь покойного О. Э. Мейнцера. Эта единица определяется как расход воды в *галл/сутки* через площадь поперечного сечения 1 *кв. фут* при гидравлическом градиенте, равном 1, и температуре 60° F. Отдел водных ресурсов Геологической службы США применяет также *полевой коэффициент фильтрации*. Эту единицу определяют как расход воды в *галл/сутки* через поперечное сечение водоносного пласта мощностью 1 *фут* и шириной 1 *миля* при гидравлическом градиенте, равном 1 *фут/миля*, при полевой температуре [27].

Уравнение (4.18) предполагает, что пористый материал и вода химически и физически устойчивы, однако это неверно. Ионный обмен на поверхности глины и коллоидов вызывает изменения объема скелета грунта, что в свою очередь отражается на размере и форме пор. Сильные колебания давления вызывают расширение или сжатие пород водоносного горизонта. Подземные воды при движении со средней или большой скоростями перемещают коллоиды и мелкие частицы глины. Движение воды приводит также к растворению или отложению минеральных веществ. В результате относительно небольших изменений в давлении и температуре газы выходят из раствора и закупоривают поровое пространство, тем самым снижая коэффициент фильтрации грунта.

В табл. 4.1, 4.2 приведены значения коэффициентов фильтрации и проницаемости для различных пород и грунтов, в табл. 4.3 — соотношения между этими коэффициентами.

Таблица 4.1

Средние значения коэффициента фильтрации K и коэффициента проницаемости k

Вид грунта	K, *см/сек*	k, *дарси*	K, *галл/сутки/кв. фут*
Гравий	$1—10^2$	$10^3—10^5$	$10^4—10^6$
Пески (хорошо водопроницаемые)	$10^{-3}—1$	$1—10^3$	$10—10^4$
Глинистые и мелкозернистые пески (слабоводопроницаемые)	$10^{-6}—10^{-3}$	$10^{-3}—1$	$10^{-2}—10$

Таблица 4.2

Типичные значения коэффициентов проницаемости k и фильтрации K

Породы и грунты	k, *дарси*	K, *мейнцер*
Глинистый известняк (пористость 2%)	$1{,}0 \times 10^{-4}$	$1{,}80 \times 10^{-3}$
Известняк (пористость 16%)	$1{,}4 \times 10^{-1}$	2,50
Илистый песчаник (пористость 12%)	$2{,}6 \times 10^{-3}$	$4{,}74 \times 10^{-2}$
Грубый песчаник (пористость 12%)	1,1	19,90
Песчаник (пористость 29%)	2,4	43,60
Очень мелкозернистый песок (хорошо отсортированный)	9,9	$18{,}00 \times 10$
Среднезернистый песок (очень хорошо отсортированный)	$2{,}6 \times 10^2$	$4{,}60 \times 10^3$
Крупнозернистый песок (очень хорошо отсортированный)	$3{,}1 \times 10^3$	$5{,}80 \times 10^4$
Гравий (очень хорошо отсортированный)	$4{,}3 \times 10^4$	$7{,}88 \times 10^5$
Монтмориллонит	10^{-5}	10^{-4}
Каолинит	10^{-3}	10^{-2}

Таблица 4.3

Соотношения между единицами измерения фильтрации и проницаемости [1]

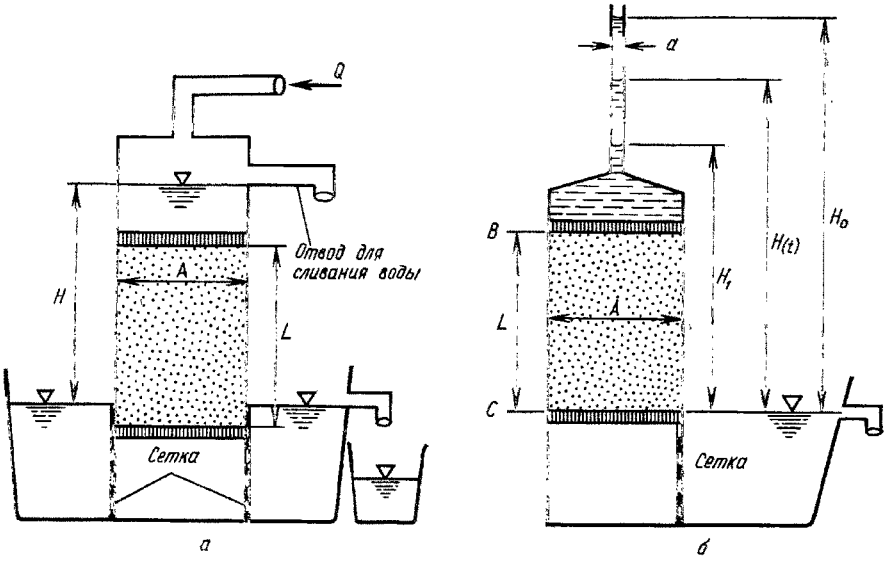
1 *дарси* $= 9{,}87 \times 10^{-9}$ *см*^{2} $= 1{,}062 \times 10^{-11}$ *кв. фут*
10^{-10} *см*^{2} $= 1{,}012 \times 10^{-2}$ *дарси*
0,1 *см/сутки* $= 1{,}15 \times 10^{-6}$ *см/сек* $\sim 1{,}18 \times 10^{-11}$ *см*^{2} (для воды при 20° C)
1 *см/сек* $\sim 1{,}02 \times 10^{-5}$ *см*^{2} (для воды при 20° C)
1 *дарси* $= 18{,}2$ *мейнцер* (для воды при 60° F)
1 *мейнцер* $= 0{,}134$ *фут/сутки* $= 4{,}72 \times 10^{-5}$ *см/сек* $\sim 5{,}5 \times 10^{-2}$ *дарси* (для воды при 60° F).

[1] См. приложение В. — *Прим. ред.*

4.6. ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ФИЛЬТРАЦИИ

Коэффициент фильтрации определяют различными лабораторными и полевыми методами [26, 35, 42]. Измерение коэффициента фильтрации в полевых условиях описывается ниже. С помощью полевого метода определяют среднюю величину коэффициента фильтрации для всего водоносного горизонта. В лабораторных условиях коэффициент фильтрации измеряют посредством так называемых пермеаметров. В эти приборы помещают образцы водоносных пород, взятые из различных точек водоносного горизонта, и пропускают через них воду при постоянном или изменяющемся напоре. Струк-

тура таких образцов обычно нарушена, но даже если использовать образцы с ненарушенной структурой, полученная величина K не будет характеризовать средний коэффициент фильтрации пород водоносного горизонта. В пермеаметры как с постоянным, так и с падающим напором воду подают или к верхнему, или к нижнему торцу образца грунта. В первом случае поток будет нисходящим, во втором — восходящим. На фиг. 4.5, *а* показан пермеаметр с постоянным напором, на фиг. 4.5, *б* — пермеаметр с падающим напором. Чтобы свести до минимума закупорку пор воздухом и чужеродным веществом, перед началом испытания на водопроницаемость образцы



Ф и г. 4.5. Приборы для определения коэффициента фильтрации.
а — пермеаметр с постоянным напором; *б* — пермеаметр с падающим напором.

грунта насыщают дистиллированной водой, свободной от газа. В нормальных условиях вода содержит определенное количество воздуха (при комнатной температуре и атмосферном давлении в 1 $м^3$ воды находится около 20 $л$ воздуха). При повышении температуры или уменьшении атмосферного давления воздух из раствора выходит. Это обстоятельство снижает надежность показаний пермеаметров с переменным напором, поскольку водопроницаемость, регистрируемая этими приборами, зависит от количества защемленного воздуха, образовавшегося в результате разницы в поровом давлении по мере падения напора в образце [4, стр. 121]. Пермеаметры с постоянным напором обычно содержат гораздо большее количество защемленного воздуха, что объясняется прохождением большого количества воды через эти приборы. В пермеаметре с постоянным напором вода течет при постоянном напоре через образец площадью A и длиной L. Расход Q измеряется путем взвешивания количества воды, которое поступит в мерный стакан за время t. Потеря напора dh в образце по абсолютной величине равна разности напоров H между верхним и нижним уровнями воды. Из закона Дарси следует, что

$$K = \frac{QL}{AH}. \qquad (4.22)$$

Пермеаметры с постоянным напором дают удовлетворительные результаты только при определении коэффициента фильтрации относительно проницаемых грунтов, поскольку измерять небольшие расходы описанным

способом трудно. Пермеаметры с падающим напором устраняют это неудобство. В них коэффициент фильтрации определяется по скорости, с которой опускается уровень воды в трубке (фиг. 4.5, *б*). В течение периода t_1 начальный уровень воды H_0 падает до уровня H_1. Если сечение C — плоскость сравнения, то напор в этом сечении равен нулю, а напор в сечении B есть величина H в сумме $L + (H - L)$, где L — высота положения; $(H - L)$ — пьезометрическая высота. Удельный расход можно выразить как

$$V = \frac{KH}{L}.$$

Расход через площадь A есть $Q = \frac{AKH}{L}$. По условию неразрывности расход Q должен иметь ту же величину, что и в трубке. Здесь скорость, с которой падает уровень воды, равна

$$v = -\frac{dH}{dt},$$

так как H измеряется вверх от плоскости сравнения, в связи с чем dH отрицательно. Отсюда следует, что

$$AK\frac{H}{L} = -a\frac{dH}{dt}$$

Разделение переменных и интегрирование дает

$$-a\int_{H_0}^{H_1}\frac{dH}{H} = K\frac{A}{L}\int_{t_0}^{t_1} dt,$$

или

$$K = 2{,}3\,\frac{aL}{At_1}\lg_{10}\frac{H_0}{H_1}. \qquad (4.23)$$

Многие исследователи изучали влияние различных факторов на проницаемость и, следовательно, на коэффициент фильтрации как экспериментально, так и теоретически. Козени [12] исследовал влияние пористости, Хазен [13] — размера пор, Цункер [14] — коэффициента пористости. Крупный вклад в изучение фильтрации внесли Слихтер [15, 16], Фэр и Хач [17], Роуз [18, 19], Бахметев и Федоров [20].

Уравнение (4.18) показывает, что коэффициент фильтрации зависит от свойств жидкости. Поэтому коэффициент фильтрации определенного грунта изменяется в зависимости от фильтрующейся жидкости. Коэффициент фильтрации можно определить по коэффициенту проницаемости, используя какой-либо газ (например, воздух). Для этого коэффициент проницаемости k достаточно умножить на величину g/ν. Однако Клинкенберг [30] показал, что проницаемость пористой среды по отношению к жидкости и газу не одна и та же. В соответствии с теорией проскальзывания скорость слоя газа у поверхности твердых частиц не равняется нулю, поэтому проницаемость среды по отношению к газу выше проницаемости по отношению к жидкости. Клинкенберг вывел следующее уравнение для пористой среды, заполненной газом:

$$k_a = k\left(1 + \frac{b}{\bar{p}}\right), \qquad (4.19)$$

где k_a — кажущаяся проницаемость (в данном случае газопроницаемость); k — коэффициент проницаемости; b — постоянная; $\bar{p}$ — среднее давление в образце. Таким образом, коэффициент проницаемости для высоких давлений можно найти путем экстраполяции данных по газопроницаемости, полученных для низких давлений.

Глина и пылеватый грунт имеют разную проницаемость по отношению к различным флюидам. Степень проницаемости изменяется в следующем порядке: высокая для воздуха, меньше для рассолов и самая низкая для дистиллированной воды. Разница в величинах проницаемости для воздуха и воды объясняется тем, что гидратация глин и других грунтов вызывает набухание твердых частиц, что способствует закупорке пор. Воздухопроницаемость и водопроницаемость глинистых осадков могут различаться более чем в 100 раз. Такое же расхождение наблюдается и между проницаемостью для рассолов и дистиллированной воды, что также связано с влиянием частичной гидратации. Молекулы воды, находящиеся на поверхности глины, стремятся быть в осмотическом равновесии с флюидами, заполняющими поры. Если флюид — рассол, на глинистых частицах скапливаются очень небольшие количества молекул, в этом случае эффективный объем глинистых частиц мал. При уменьшении концентрации ионов в поровом флюиде образуется новое равновесие, при котором вокруг каждой глинистой частицы группируется гораздо большее количество молекул воды. Таким образом, эффективный объем глины увеличивается с уменьшением порового пространства и проницаемости.

4.7. ПОТЕНЦИАЛ СКОРОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ

В условиях, показанных на фиг. 4.4, вода перемещается из области более низкого давления к области более высокого давления. Плоскость сравнения высот положения и давления выбрана произвольно. Энергия (напор) в сечениях *1* и *2* (фиг. 4.4) также определяется по отношению к этой плоскости, т. е. в пределах одной произвольной постоянной. Но разность напоров в сечениях *1* и *2* не зависит от этой произвольной постоянной. Зная напоры в рассматриваемых сечениях, можно определить величины давления во всей системе потока. Пьезометрические напоры в сечениях *1* и *2* слагаются из высот положения z_1 и z_2 и высот давления (пьезометрических высот) $\frac{p_1}{\gamma}$ и $\frac{p_2}{\gamma}$. Кинетическая энергия (скоростной напор) $\frac{v^2}{2g}$ для сечений *1* и *2* одинакова и незначительна по сравнению с величинами напоров $h_1 = z_1 + \frac{p_1}{\gamma}$ и $h_2 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma}$. Таким образом, при рассмотрении разности пьезометрических напоров в сечениях *1* и *2* величинами скоростных напоров можно пренебречь.

Пьезометрический напор h представляет собой скалярную величину, т. е. в любой точке среды эта величина выражается только числом, тогда как векторная величина требует также указания направления. В предлагаемой теории рассматривается векторная величина градиента Ф, полученная из скалярной величины Ф. Запишем уравнение (4.15) в векторной форме:

$$\mathbf{V} = -K \operatorname{grad} h. \tag{4.24}$$

Эта формула верна для двухмерного и трехмерного потоков. Если величина K постоянна, т. е. если пористая среда однородна и изотропна, а фильтрующаяся жидкость имеет постоянную плотность и вязкость, уравнение (4.24) принимает следующий вид:

$$\mathbf{V} = -\operatorname{grad} \Phi, \tag{4.25}$$

где

$$\Phi = Kh = K\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) + \text{const}. \tag{4.26}$$

Величина Ф называется потенциалом скорости фильтрации и имеет размерность $\left[\frac{L^2}{T}\right]$. Ниже будет показано, что потенциал скорости Ф можно связать определенным путем с функцией тока Ψ той же размерности. При решении задач о двухмерном потоке обычно рассматривают пористые среды, или водоносные пласты, ширина которых равна единице. В этом случае функцию тока Ψ выражают в единицах расхода на единицу ширины водоносного пласта. Вследствие произвольности выбора плоскости сравнения высот положения и давления в уравнение (4.26) вводится произвольная дополнительная постоянная. Эту постоянную обычно опускают, но иногда и используют, придавая ей определенную величину. Понятие потенциала скорости с успехом применяют при решении задач, когда K — постоянная величина, что часто наблюдается в практике гражданского строительства. Однако теория движения подземных вод будет полнее, если удельный расход (скорость фильтрации) получать с помощью градиента потенциала силового поля. Использование этого понятия описано ниже. В заключение еще раз напомним, что уравнение (4.25) верно только при постоянном коэффициенте фильтрации K и, следовательно, не выражает закона Дарси для всех случаев.

4.8. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЗАКОНА ДАРСИ

По закону Дарси скорость фильтрации V пропорциональна коэффициенту фильтрации и гидравлическому градиенту, представляющему собой отрицательную величину. Действительная скорость движения воды в порах грунта равна $\frac{V}{n}$, где n — пористость грунта. Закон Дарси был установлен впервые опытным путем. Впоследствии несколько исследователей, среди которых Губберт [8] занимает почетное место, вывели формулу Дарси на основании общих уравнений Навье — Стокса для движения вязкой жидкости. Доказательство закона Дарси проводилось этими учеными на статистической основе при упрощении сложной картины фильтрации. Эти исследователи подтвердили предположение, что по своей природе закон Дарси — эмпирический вариант уравнений Навье — Стокса. Ниже приводится доказательство закона Дарси, принадлежащее автору [9], которое скорее эвристическое, чем строгое.

Рассмотрим уравнения Навье — Стокса в двухмерной форме:

$$\frac{1}{n}\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{u}{n^2}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{v}{n^2}\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{\rho n}\nabla^2 u \tag{4.27}$$

и

$$\frac{1}{n}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{u}{n^2}\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{v}{n^2}\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\mu}{\rho n}\nabla^2 v-g, \tag{4.28}$$

где величины $\frac{u}{n}$, $\frac{v}{n}$ — компоненты действительной скорости движения воды через пористую среду $\frac{V}{n}$. В эти уравнения можно ввести статистические средние, определяемые следующими корректными в смысле размерности соотношениями:

$$\left.\begin{aligned}\nabla^2 u&=-\frac{1}{c}\frac{u}{L^2},\\ \nabla^2 v&=-\frac{1}{c}\frac{v}{L^2},\end{aligned}\right\} \tag{4.29}$$

где L можно рассматривать как характеристику длины, например размер пор среды; c — безразмерный параметр.

Если

$$\left.\begin{aligned}u&=-\frac{\partial\Phi}{\partial x},\\ v&=-\frac{\partial\Phi}{\partial z},\end{aligned}\right\} \tag{4.30}$$

то уравнения Навье—Стокса принимают вид

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{n}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{1}{n^2}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\right]&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{c\rho d^2 n}\frac{\partial\Phi}{\partial x},\\ -\frac{1}{n}\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{1}{n^2}\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\right]&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\mu}{c\rho d^2 n}\frac{\partial\Phi}{\partial z}-g. \end{aligned}\right\} \quad (4.31)$$

Если μ и ρ постоянны, оба уравнения можно проинтегрировать, причем они будут иметь один интеграл:

$$-\frac{1}{n}\frac{\partial\Phi}{\partial t}+n^2\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\right]+\frac{p}{\rho}-\frac{\mu\Phi}{c\rho n d^2}+gz=F(t). \quad (4.32)$$

Для установившегося движения, при условии, что инерционными членами, которые выражают кинетическую энергию жидкости, можно пренебречь, уравнение (4.32) сокращается до выражения

$$\Phi=k\frac{\gamma}{\mu}\left(\frac{p}{\gamma}+z\right)+\text{const}, \quad (4.33)$$

где

$$k=cnd^2. \quad (4.34)$$

Это уравнение, по существу, тождественно уравнению (4.19). Уравнение (4.34) соответствует уравнению (6.20) для коэффициента проницаемости из книги Тейлора [4, стр. 111]. Если в него ввести обозначения, принятые в нашем учебнике, уравнение примет следующий вид:

$$k=C^1e^2nd^2,$$

где e — коэффициент пористости. Очевидно, что оба уравнения сходны. Следовательно, уравнение (4.33) тождественно уравнению (4.26).

4.9. ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ ЗАКОНА ДАРСИ

При движении воды через трубы переход от ламинарного течения к турбулентному характеризуется определенными величинами числа Рейнольдса, которое выражает соотношение сил инерции и внутреннего трения. При значении числа Рейнольдса меньшем 2100, называемом критическим, движение жидкости в трубе всегда ламинарное. Для движения жидкости в пористой среде число Рейнольдса обозначают символом

$$N_R=\frac{VD}{\nu}, \quad (4.35)$$

где V — удельный расход; ν — коэффициент кинематической вязкости жидкости; D — средний, или эффективный, диаметр частицы грунта. Эффективный диаметр d_{10} соответствует диаметру отверстия сита, через которое при просеивании пройдет 10% (по весу) частиц исследуемого грунта.

Как видно из раздела 4.8, силы инерции закон Дарси не учитывает. Ламинарная фильтрация характеризуется низкими скоростями, турбулентное движение происходит при более высоких скоростях и требует нелинейной, квадратичной (или почти квадратичной) зависимости между скоростью движения и потерей напора. Следовательно, при турбулентном движении закон Дарси неприменим. Однако опыты, проведенные Линдквистом [21], показали, что при действии инерционных сил закон Дарси неверен даже для ламинарного режима фильтрации. Число, при котором происходят отклонения от закона Дарси вследствие действия инерционных сил, Линдквист обозначил символом N_R^*. Линдквист нашел, что для среды с частицами диаметром от 1 до 5 *мм* при пористости 38% число N_R^* составляет около 4. Для этой же среды верхний предел числа Рейнольдса $N_{R(кр)}$, выше которого течение всегда турбулентное, оказался равным более 180.

Результаты этих экспериментов подтвердил Шнеебели [29], который, так же как и Линдквист, использовал символы N_R^*, $N_{R(кр)}$ и D (средний диаметр

частицы грунта). Для среды, состоящей из шарообразных частиц с постоянным диаметром $d = 27$ *мм*, $k = 6{,}13 \times 10^{-3}$ *см*^{2}, $n = 39\%$, при температуре фильтрующейся воды 20° С величина N_R^* оказалась равной около 5, $N_{R(\text{кр})}$ — около 60. Для раздробленного камня с эквивалентным диаметром обломков $d_e = 37$ *мм*; $k_e = 11{,}5 \times 10^{-3}$ *см*^{2}, $n = 47\%$ при температуре воды 20° С N_R^* равно примерно 2; $N_{R(\text{кр})}$, так же как и для шарообразных частиц, составляет около 60. Эквивалентный диаметр d_e определяют из отношения

$$\frac{d_e^2}{d^2} = \frac{k_e}{k},$$

где d^2 — квадрат диаметра шарообразных частиц; k_e — коэффициент проницаемости раздробленного камня; k — коэффициент проницаемости грунта, состоящего из шарообразных частиц. Переписываем это уравнение:

$$\frac{d_e^2}{k_e} = \frac{d^2}{k} = \frac{1}{C},$$

где C — постоянная (см. уравнение 4.19).

На основании этих и других подобных экспериментов можно сделать вывод, что переход от ламинарного движения к турбулентному происходит следующим образом: ламинарное движение, где преобладают силы сопротивления (трения), переходит сначала в ламинарное, где значительны силы инерции, а затем в турбулентное. При откачке воды из скважины отклонения от ламинарного течения наблюдаются в непосредственной близости от скважины, где скорости движения воды максимальны. Исследования турбулентного движения около фильтров скважин были проведены Энгелундом [22]. Значительные отклонения от закона Дарси происходят, если грунт содержит большое количество глины или коллоидных веществ [33].

4.10. УРАВНЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МАССЫ ЖИДКОСТИ

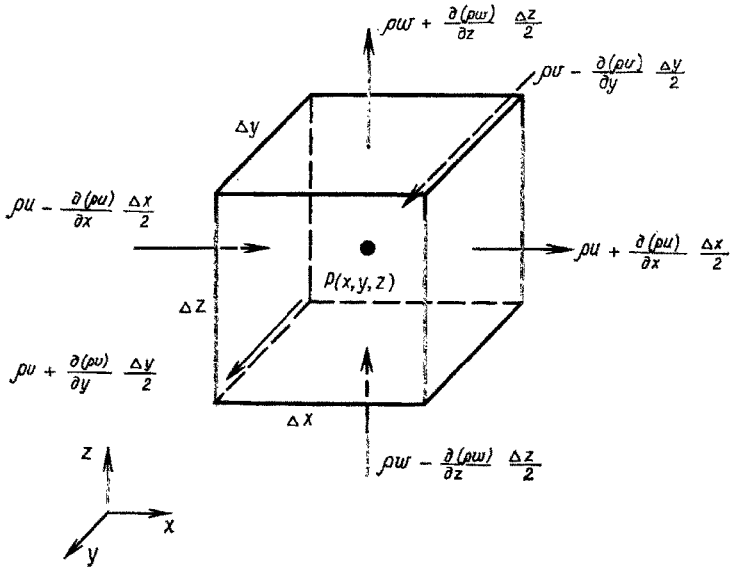
Фильтрация через пористые среды подчиняется не только закону сохранения энергии, но и закону сохранения массы. Вывод уравнения сохранения массы жидкости, приведенный ниже, взят автором преимущественно из работы Джейкоба [23].

Рассмотрим элементарный параллелепипед пористой среды, полностью насыщенной жидкостью с плотностью ρ (фиг. 4.6). Пусть удельный расход $V(x, y, z)$, представляющий собой векторную величину, в центре P выделенного элементарного объема имеет составляющие $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$, $w(x, y, z)$. Чтобы найти расход массы потока жидкости через стороны элементарного объема, удельный расход через эти стороны необходимо отнести к удельному расходу в центре параллелепипеда P или к его составляющим. Это осуществляется путем разложения функций $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$, $w(x, y, z)$ в ряд Тейлора. Поскольку эти функции содержат более чем одну переменную, необходимо ввести частную производную, которая отличается от простой производной тем, что в процессе дифференцирования только она считается переменной, а другие переменные принимаются постоянными. Разложение ряда Тейлора дает функцию от u:

$$u\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y, z\right) = u(x, y, z) + \frac{\Delta x}{2}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \ldots .$$

Заметим, что производные всех порядков оцениваются в точке P. Обычно разложение в ряд прекращают после линейного члена в Δx, а членами более высокого порядка пренебрегают. Расход массы жидкости через элементарную площадь ΔA выражают как $\rho V_n \Delta A$, где V_n — компонент скорости, нормальный к площади ΔA. Поскольку ρ может быть функцией $\rho(x, y, z)$, чтобы вычислить расход массы жидкости через стороны элементарного

объема, необходимо рассмотреть произведения ρu, ρv, ρw. Это осуществляется, например, для потока в направлении x путем замены u на ρu в вышеприведен-



Ф и г. 4.6. Элементарный параллелепипед полностью насыщенной пористой среды.

ном ряде Тейлора. Члены ряда Тейлора показаны на фиг. 4.6. Закон сохранения массы элементарного объема требует следующего соотношения:

Расход массы втекающей жидкости = Расход массы вытекающей жидкости + + Накопление массы жидкости. (4.36)

Приращения расхода массы втекающей жидкости следующие:

$$\text{в направлении } x\text{: } \left[\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right]\Delta y\Delta z,$$

$$\text{в направлении } y\text{: } \left[\rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y}\frac{\Delta v}{2}\right]\Delta x\Delta z,$$

$$\text{в направлении } z\text{: } \left[\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\frac{\Delta z}{2}\right]\Delta x\,\Delta y.$$

Чтобы получить общий расход массы втекающей жидкости, эти приращения необходимо сложить.

Приращения массы расхода вытекающей жидкости следующие:

$$\text{в направлении } x\text{: } \left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right]\Delta y\Delta z,$$

$$\text{в направлении } y\text{: } \left[\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y}\frac{\Delta y}{2}\right]\Delta x\Delta z,$$

$$\text{в направлении } z\text{: } \left[\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\frac{\Delta z}{2}\right]\Delta x\Delta y.$$

Для получения общего расхода массы вытекающей жидкости эти приращения складывают.

Из вышеприведенного следует:

Расход массы втекающей жидкости — Расход массы вытекающей жидкости =

$$= -\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right]\Delta x\Delta y\Delta z. \qquad (4.37)$$

Эта величина представляет собой накопление массы жидкости. Масса жидкости ΔM, содержащаяся в элементарном объеме ΔV_0, равна

$$\Delta M = n\rho \Delta x \Delta y \Delta z,$$

где n — пористость среды (см. разд. 4.3), ρ — плотность жидкости. Величины n и Δz изменяются в результате вертикального сжатия или расширения среды, величина ρ изменяется как во времени, так и в пространстве. В водоносных же горизонтах с переменным расходом горизонтальные размеры изменяются незначительно благодаря давлению окружающей среды. Отсюда следует, что

$$\frac{\partial(\Delta M)}{\partial t} = \left[n\rho \frac{\partial(\Delta z)}{\partial t} + \rho \Delta z \frac{\partial n}{\partial t} + n \Delta z \frac{\partial p}{\partial t} \right] \Delta x \Delta y. \tag{4.38}$$

Введем в члены, заключенные в прямые скобки, правой части уравнения (4.38) символы, обозначающие сжимаемость водоносного горизонта α [1], сжимаемость жидкости β [2] и поровое давление p. Рассмотрим каждый из этих членов отдельно.

Первый член $n\rho \frac{\partial(\Delta z)}{\partial t}$. Вертикальная сжимаемость скелета грунта $\alpha = \frac{1}{E_s}$, где E_s — объемный модуль упругости скелета грунта. Напряжение σ_z скелета грунта в вертикальном направлении называется интергранулярным давлением или напряжением [4, стр. 126]. По определению

$$E_s = -\frac{d\sigma_z}{\frac{d(\Delta z)}{\Delta z}} = \frac{1}{\alpha},$$

отсюда

$$d(\Delta z) = -\alpha \Delta z \, d\sigma_z$$

и

$$\frac{\partial(\Delta z)}{\partial t} = -\alpha(\Delta z) \frac{\partial \sigma_z}{\partial t}. \tag{4.39}$$

Второй член $\rho \Delta z \frac{\partial n}{\partial t}$. Объем твердых частиц пористой среды $\Delta V_s = (1 - n) \Delta x \Delta y \Delta z$ можно считать постоянным, поскольку сжимаемость отдельных частиц значительно меньше сжимаемости их скелета, что рассмотрено выше, а также меньше сжимаемости воды. Полная производная этой величины равна нулю:

$$d(\Delta V_s) = d[(1-n) \Delta x \Delta y \Delta z] = 0.$$

Горизонтальные размеры элементарного объема Δx и Δy не изменяются по сравнению с размером Δz по вертикали. Поэтому $\Delta x \Delta y$ в полной производной считается постоянной, в связи с чем в ней остаются только два члена:

$$\Delta z d(1-n) + (1-n) d(\Delta z) = 0$$

или

$$dn = \frac{1-n}{\Delta z} d(\Delta z)$$

---

[1] В советской гидрогеологической литературе этой величине соответствует коэффициент объемной упругости воды β_b — *Прим. ред.*

[2] В СССР принят термин *коэффициент объемной упругости горных пород, слагающих водоносный горизонт* β_c. — *Прим. ред.*

и

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1-n}{\Delta z}\frac{\partial (\Delta z)}{\partial t}. \tag{4.40}$$

Введя в это выражение правую часть уравнения (4.39), получаем

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -(1-n)\alpha\frac{\partial \sigma_z}{\partial t}. \tag{4.41}$$

На основании формулы (4.41) становится ясным, что величины $n\rho\frac{\partial(\Delta z)}{\partial t}$ и $\rho\Delta z\frac{\partial n}{\partial t}$ не независимы, но выражают следствие одной и той же причины, а именно вертикального сжатия среды.

Третий член $n\Delta z\frac{\partial p}{\partial t}$. Сжимаемость жидкости, или обратная величина ее модуля объемной упругости, равна

$$\beta = -\frac{\frac{d(\Delta V_v)}{\Delta V_v}}{dp}.$$

Уравнение закона сохранения массы записываем в виде

$$\rho\Delta V_v = \rho_0\Delta V_{v_0} = \text{const},$$

где ρ_0, ΔV_{v_0} — постоянные исходные величины соответственно плотности и элементарного объема жидкости. Полное дифференцирование этого уравнения дает

$$\rho d(\Delta V_v) + (\Delta V_v)\, d\rho = 0,$$

или

$$-\rho(\Delta V_v)\beta\, dp + (\Delta V_v)\, d\rho = 0$$

и

$$\rho\beta\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t}, \tag{4.42}$$

где p — поровое, или нейтральное, давление, т. е. давление, испытываемое водой в порах.

Интергранулярное давление и поровое давление дают суммарное давление. Это давление численно равно весу вещества, приходящегося на единицу площади, при условии, что давлением вышележащих слоев пренебрегают. Следовательно,

$$\sigma_z + p = \text{const} \tag{4.43}$$

и

$$d\sigma_z = -dp.$$

Переписываем уравнение (4.38):

$$\frac{\partial(\Delta M)}{\partial t} = [n\rho\alpha + \rho(1-n)\alpha + n\rho\beta]\,\Delta x\Delta y\Delta z\frac{\partial p}{\partial t}.$$

Уравнение неразрывности, выражающее закон сохранения массы жидкости, принимает вид

$$-\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right] = \rho(\alpha + n\beta)\frac{\partial p}{\partial t}. \tag{4.44}$$

4.11. ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Разлагаем в ряд левую часть уравнения (4.44):

$$-\rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) - \left(u\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\frac{\partial \rho}{\partial y} + w\frac{\partial \rho}{\partial z}\right). \tag{4.45}$$

Второй член выражения (4.45) обычно очень мал по сравнению с первым [23],

поэтому им можно пренебречь, особенно при небольшом градиенте потока с малой величиной $\frac{\partial h}{\partial z}$. На основании формулы (4.2*)

$$h = z + \frac{p}{\gamma} + \text{const}$$

получаем следующие частные производные:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{p}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x},$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho g \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{p}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial y},$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1\right) + \frac{p}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial z}.$$

Подставив эти производные в частные производные, полученные из выражения

$$d\rho = \rho\beta\, dp,$$

имеем [1]

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{1-\beta p}\beta\rho^2 g \frac{\partial h}{\partial x} \approx \beta\rho^2 g \frac{\partial h}{\partial x},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{1}{1-\beta p}\beta\rho^2 g \frac{\partial h}{\partial y} \approx \beta\rho^2 g \frac{\partial h}{\partial y},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{1}{1-\beta p}\beta\rho^2 g \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1\right) \approx \beta\rho^2 g \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1\right).$$

Закон Дарси (уравнение 4.24) выражаем в виде

$$u = -K\frac{\partial h}{\partial x},$$

$$v = -K\frac{\partial h}{\partial y},$$

$$w = -K\frac{\partial h}{\partial z}.$$

На основании уравнения (4.2*)

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{1-\beta p}\rho g \frac{\partial h}{\partial t} \approx \rho g \frac{\partial h}{\partial t}.$$

При постоянном K уравнение (4.44) принимает вид

$$K\rho\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2}\right) + K\beta\rho^2 g\left[\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)^2 - \frac{\partial h}{\partial z}\right] =$$

$$= \rho^2 g\,(\alpha + n\beta)\frac{\partial h}{\partial t}. \qquad (4.46)$$

При небольшом градиенте потока и очень малой величине $\frac{\partial h}{\partial z}$ вторым членом левой части уравнения (4.46) можно пренебречь. Первый член записываем в виде $K\rho\nabla^2 h$, где

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

представляет собой оператор Лапласа. Тогда уравнение (4.46) в конечной форме

$$\nabla^2 h = \frac{S_s}{K}\frac{\partial h}{\partial t}, \qquad (4.47)$$

[1] Для практических значений p в случае движения подземных вод и для $\beta = 3{,}3 \times 10^6$ *кв.дюйм/фунт* отношение $\frac{1}{1-\beta p}$ в первом приближении может быть приравнено к единице.

где

$$S_s = \rho g (\alpha + n\beta) \tag{4.48}$$

представляет собой удельный запас [1]. Эта величина, как видно из уравнения (4.47), имеет размерность $\left[\frac{1}{L}\right]$, и ее можно рассматривать как количество воды, которое вышло из единицы объема водоносного горизонта при падении напора на единицу принятых измерений. В уравнении (4.48) величина $\rho g\alpha$ выражает количество воды, вышедшее из водоносного горизонта в результате сжатия скелета грунта на единицу объема при падении напора, равном единице; $\rho g n\beta$ — количество воды, вышедшее из водоносного горизонта вследствие расширения воды на единицу объема при падении напора, равном единице. Заметим, что $\beta > 0$ при уменьшении порового давления и результирующего расширения воды.

Для напорного водоносного горизонта мощностью b коэффициент запаса S [2]:

$$S = S_s b. \tag{4.49}$$

Коэффициент водопроводимости водоносного горизонта T определяется как

$$T = Kb, \tag{4.50}$$

где K — коэффициент фильтрации; b — мощность водоносного горизонта. Поскольку $\frac{S_s}{K} = \frac{S}{T}$, уравнение (4.47) принимает вид

$$\nabla^2 h = \frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t}. \tag{4.51}$$

Величины S и T называют постоянными напорного водоносного горизонта. Безразмерный коэффициент запаса S определяют как количество воды, которое способно вытечь из колонки водоносного горизонта, имеющей поперечное сечение, равное единице, при падении напора на единицу. При вычислении коэффициента запаса S необходимо учитывать сжимаемость воды. На фиг. 4.7 показана физическая сущность коэффициента запаса. Снижение напора h в данной точке напорного водоносного горизонта обычно происходит в результате откачки воды, сопровождаемой уменьшением порового давления.

Уравнения (4.47) и (4.51) представляют собой общие уравнения для неустановившегося движения воды соответственно в безнапорном и напорном водоносных горизонтах.

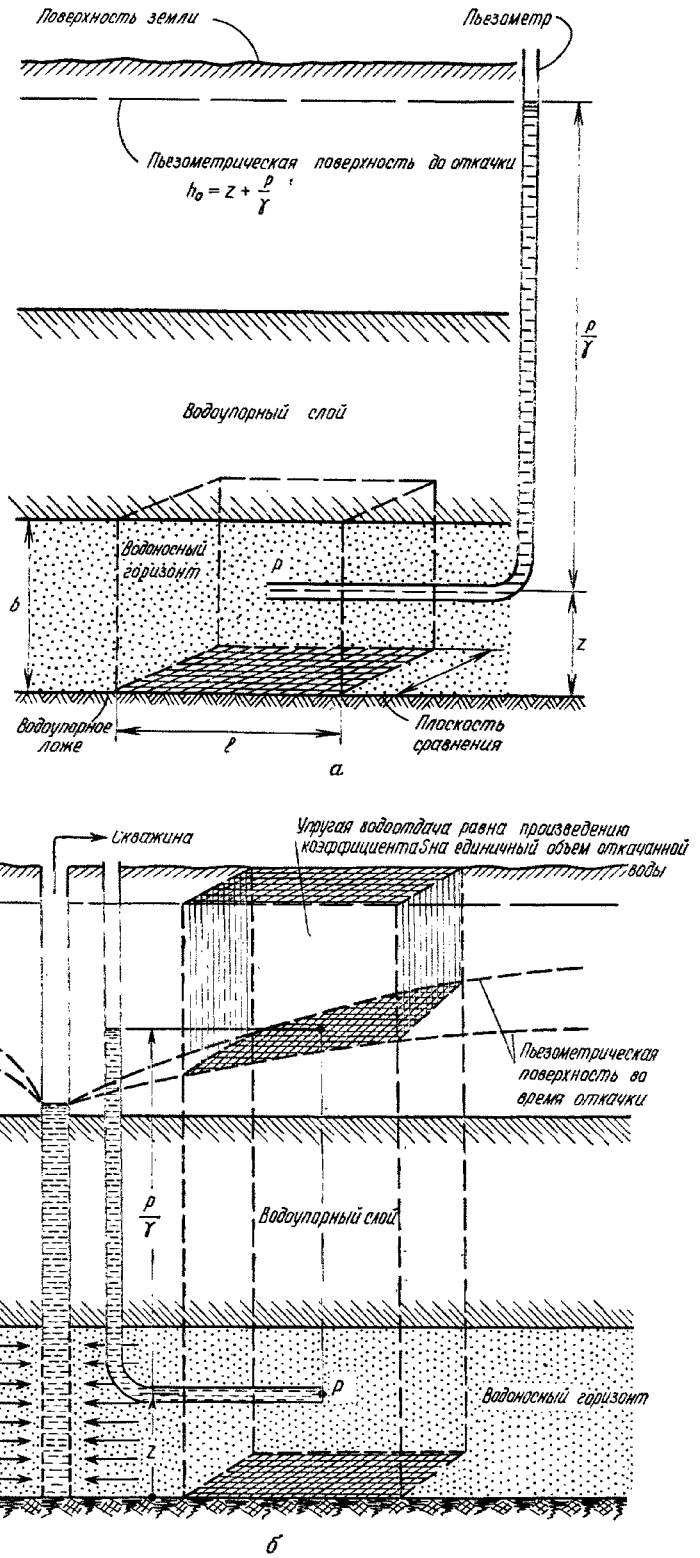
Уравнение (4.47) для безнапорного песчаного водоносного горизонта можно упростить, поскольку сжимаемость песка имеет значение только тогда, когда песок полностью насыщен и находится в напорных условиях. В безнапорных условиях сжимаемость песка и воды не играет особой роли по сравнению с небольшими нарушениями или вертикальными перемещениями свободной поверхности, которые влияют на характер потока. Для безнапорного потока членом $\frac{S_s}{K}\frac{\partial h}{\partial t}$ в уравнении (4.47) можно пренебречь. В результате получаем так называемое уравнение Лапласа как для установившегося, так и для неустановившегося движения:

$$V^2 h = 0. \tag{4.52}$$

---

[1] В советской гидрогеологической литературе этому термину соответствует *коэффициент упругоемкости пласта*, обычно обозначаемый символом β^*, который численно характеризует изменение упругого запаса жидкости в единице объема пласта при изменении пластового давления на 1 *атм*. — *Прим. ред.*

[2] См. прим. 1 на стр. 140.— *Прим. ред.*



Ф и г. 4.7. Физическая сущность коэффициента запаса S напорного водоносного горизонта в естественных (*а*) и нарушенных (*б*) условиях.

Задачи о неустановившемся движении, которое зависит как от времени, так и от координат пространства [10, 24, 25, 43], здесь не рассматриваются.

Уравнение (4.52) верно для установившегося движения напорных подземных вод, что следует из уравнения (4.51), которое показывает независимость напора h от времени t. Математические операции, изложенные выше, были проведены на гидродинамической основе. Ниже уравнение (4.52) для установившегося движения подземных вод со свободной поверхностью будет преобразовано на основе гидравлической теории с допущениями Дюпюи, а также будет изложено определение коэффициентов S и T по опытным откачкам.

4.12. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ СОХРАНЕНИЯ МАССЫ ЖИДКОСТИ

Уравнение (4.47) можно изменить так, чтобы оно учитывало внешние силы, действующие на элементарную массу жидкости (фиг. 4.6). Эти силы, которые изменяются во времени, следующие: влияние атмосферного давления, воздействие приливов и отливов, давление, оказываемое весом проходящего поезда, и др. При выводе уравнения (4.47) атмосферное давление принимают постоянным, поэтому удобно использовать относительное поровое давление p. Однако при изменении атмосферного давления p_a необходимо учитывать абсолютное поровое давление p':

$$p' = p + p_a. \tag{4.52*}$$

Зависимость величины p_a от времени выражают путем умножения величины среднего атмосферного давления p_{a0} на произвольную функцию времени $1 + f(t)$:

$$p_a = p_{a0}[1 + f(t)]. \tag{4.53}$$

Уравнение (4.43) заменяют на формулу

$$\sigma_z + p' = \text{Статическое избыточное давление} + p_{a0}[1 + f(t)], \tag{4.54}$$

или если в первом приближении $p' - p_{a0} = p$ [см. уравнение (4.52*)], то

$$\sigma_z + p = \text{Статическое избыточное давление} + p_{a0} f(t). \tag{4.55}$$

Уравнение (4.2) переписывают в виде

$$h = z + \frac{p'}{\gamma} - \frac{p_{a0}}{\gamma}[1 + f(t)] + \text{const}, \tag{4.56}$$

или

$$h = z + \frac{p}{\gamma} - \frac{p_{a0}}{\gamma} f(t) + \text{const}. \tag{4.57}$$

На основании уравнения (4.55) после дифференцирования по t получаем

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial t} + p_{a0}\frac{\partial f(t)}{\partial t}. \tag{4.58}$$

Если величину $\frac{\partial \sigma_z}{\partial t}$ ввести в правую часть уравнения сохранения массы, то

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = \rho(\alpha + n\beta)\frac{\partial p}{\partial t} - \alpha\rho p_{a0}\frac{\partial f}{\partial t}. \tag{4.59}$$

Дифференцирование в частных производных уравнения (4.57) по t при $\rho\beta \ll 1$ дает

$$\rho g \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} - p_{a0}\frac{\partial f}{\partial t}. \tag{4.60}$$

Уравнение (4.59) можно написать в виде

$$-\left[\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z}\right] = \rho\alpha\left(\frac{\partial p}{\partial t} - p_{a0}\frac{\partial f}{\partial t}\right) + \rho n\beta\frac{\partial p}{\partial t} - \rho n\beta p_{a0}\frac{\partial f}{\partial t} + \rho n\beta p_{a0}\frac{\partial f}{\partial t}$$

или

$$-\left[\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z}\right] = \rho^2 g(\alpha + n\beta)\frac{\partial h}{\partial t} + \rho n\beta p_{a0}\frac{\partial f}{\partial t}. \tag{4.61}$$

Левую сторону уравнения (4.61) можно преобразовать так же, как и уравнение (4.44), и, если принять те же допущения, что и при выводе уравнения (4.47), последнюю формулу можно заменить уравнением

$$\nabla^2 h = \frac{S_s}{K}\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{n\beta}{K} p_{a0}\frac{\partial f}{\partial t}. \tag{4.62}$$

Уравнение (4.62) решаем методом суперпозиции, или наложения течений. Допустим, что решение имеет вид

$$h(x, y, z, t) = h_1(x, y, z, t) + h_2(x, y, z, t), \tag{4.63}$$

тогда $h_1(x, y, z, t)$ должно удовлетворять уравнению

$$\nabla^2 h_1 = \frac{S_s}{K}\frac{\partial h_1}{\partial t} \tag{4.64}$$

при граничных и начальных условиях решения уравнения (4.62). В то же самое время $h_2(x, y, z, t)$ должно удовлетворять уравнению

$$\nabla^2 h_2 = \frac{S_s}{K}\frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{n\beta}{K} p_{a0}\frac{\partial f}{\partial t} \tag{4.65}$$

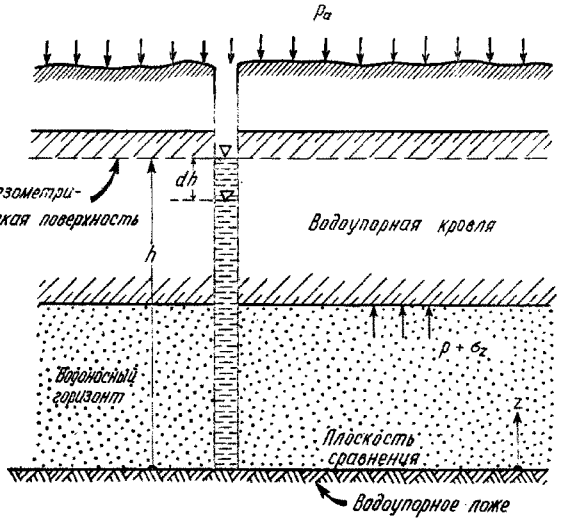
при граничных и начальных условиях, равных нулю.

В уравнении (4.65) член $\frac{n\beta}{K} p_{a0}\frac{\partial f}{\partial t}$ играет роль вынуждающей функции. Решить уравнение (4.65) можно методом подбора параметров [31].

Описанный способ решения рекомендуется использовать для оценки влияния во времени таких внешних нагрузок, как вес проходящего поезда, приливно-отливные колебания и др.

Барометрическая эффективность

На уровни воды в скважинах влияют внешние нагрузки, теория действия которых изложена выше. Одна из причин таких нагрузок — изменение атмосферного



Ф и г. 4.8. Влияние изменения атмосферного давления на уровень напорных подземных вод. Барометрическая эффективность.

давления. При длительной опытной откачке атмосферное давление p_a^* может увеличиться до $p_a^* + dp_a^*$; при этом уровень воды снизится на величину dh, которую для условий, показанных на фиг. 4.8, вычисляют следующим путем [23].

Заменяем уравнение (4.57) на эквивалентное выражение

$$h = z + \frac{p}{\gamma} - \frac{p_a^*(t)}{\gamma} + \frac{p_{a0}}{\gamma}, \tag{4.66}$$

где $\frac{p_{a0}}{\gamma}$ — постоянная. Также

$$\sigma_z + p = \text{постоянное избыточное давление} + p_a^*(t). \tag{4.67}$$

Дифференцирование уравнений (4.66) и (4.67) дает

$$dp = dp_a^* + \gamma\, dh \tag{4.68}$$

и

$$dp = dp_a^* - d\sigma_z. \tag{4.69}$$

На основании уравнений (4.68) и (4.69) получаем

$$\frac{\gamma\, dh}{dp_a^*} = \frac{dp - dp_a^*}{dp_a^*} = \frac{-d\sigma_z}{dp + d\sigma_z} = -\frac{\frac{d\sigma_z}{dp}}{1 + \frac{\partial \sigma_z}{dp}}. \tag{4.70}$$

Рассмотрим элементарный объем ΔV_0 (фиг. 4.6) при условии, что водоносный горизонт полностью насыщен:

$$\Delta V_0 = \Delta V_v + \Delta V_s. \tag{4.71}$$

Дифференцирование уравнения (4.71) дает

$$d(\Delta V_0) = d(\Delta V_v). \tag{4.72}$$

Разделив обе части этого уравнения на $n(\Delta V_0) = \Delta V_v$, получим

$$\frac{d(\Delta V_0)}{n(\Delta V_0)} = \frac{d(\Delta V_v)}{\Delta V_v}. \tag{4.73}$$

Вводим вертикальную сжимаемость скелета грунта α и сжимаемость жидкости β:

$$\alpha = -\frac{\frac{d(\Delta z)}{\Delta z}}{d\sigma_z} = -\frac{\frac{d(\Delta V_0)}{\Delta V_0}}{d\sigma_z}, \tag{4.74}$$

где $\Delta V_0 = \Delta x \Delta y \Delta z$, причем величины Δx и Δy считаются постоянными;

$$\beta = -\frac{\frac{d(\Delta V_v)}{\Delta V_v}}{dp}. \tag{4.75}$$

Отсюда

$$\frac{d(\Delta V_0)}{\Delta V_0} = -\alpha\, d\sigma_z$$

и

$$\frac{d(\Delta V_v)}{\Delta V_v} = -\beta\, dp.$$

Подставив эти выражения в уравнение (4.73), получим

$$-\alpha \frac{d\sigma_z}{n} = -\beta\, dp$$

и

$$\frac{d\sigma_z}{dp} = \frac{n\beta}{\alpha}. \tag{4.76}$$

Введя последнюю формулу в уравнение (4.70), получим выражение барометрической эффективности

$$\frac{dh}{dp_a^*} = -\frac{1}{\gamma}\frac{n\beta}{\alpha + n\beta}. \tag{4.77}$$

Уравнение (4.77) показывает, что при $dp_a^* > 0$ величина $dh < 0$. Эта зависимость подтверждается наблюдениями в природных условиях. Физическое толкование этого явления дает Жуковский [в 7, стр. 29]. Он считает, что при уменьшении атмосферного давления уровень воды в скважинах поднимается. Однако уравнение (4.77) полностью не объясняет этого явления, поскольку величина dh в этом уравнении постоянна [1].

[1] Трактовка уравнения (4.77) автором неверна. См., например, работу Г. Н. Каменского и др. «Режим подземных вод», ОНТИ, М., 1938, где достаточно подробно описано изменение дебитов родников под влиянием атмосферного давления.— *Прим. ред.*

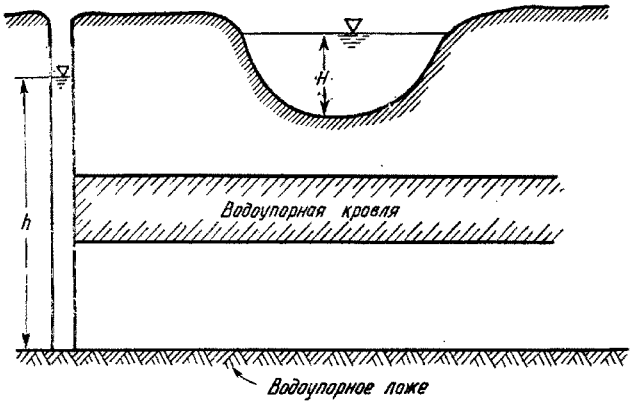
Влияние приливов и отливов на уровень подземных вод

Если допустить, что давление γH на дне эстуария передается, согласно закону Паскаля, напорному водоносному горизонту (фиг. 4.9), то

$$p+\sigma_z = \text{Статическое избыточное давление} + \gamma H, \tag{4.78}$$

При изменении уровня воды в реке на величину dH

$$dp + d\sigma_z = \gamma\, dH. \tag{4.79}$$



Фиг. 4.9. Схема условий влияния приливов и отливов на уровень воды в скважине.

Из уравнения (4.2*) следует, что $dp = \gamma\, dh$. Отсюда

$$\frac{\gamma\, dh}{\gamma\, dH} = \frac{dp}{dp + d\sigma_z}.$$

Используя уравнение (4.76), получим

$$\frac{dh}{dH} = \frac{\alpha}{\alpha + n\beta}. \tag{4.80}$$

На основании сравнения уравнений (4.80) и (4.77) имеем

$$\left|\frac{\gamma\, dh}{dp_a^*}\right| + \frac{dh}{dH} = 1,$$

что дает возможность вычислить величину изменений уровня воды в скважине dh под влиянием прилива или отлива.

4.13. ЛИНИИ ТОКА И ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ЛИНИИ. СИЛОВОЙ ПОТЕНЦИАЛ ГУББЕРТА

При выводе уравнения (4.24) производную $\frac{\partial h}{\partial l}$ из уравнения (4.16) заменили на grad h, а удельный расход V выразили векторной величиной V. Легкость вывода уравнения (4.24) объясняется тем, что рассматриваемая задача одномерная. Переход от скалярного уравнения к векторному был осуществлен путем умножения обеих частей уравнения на единичный вектор u_l в направлении l:

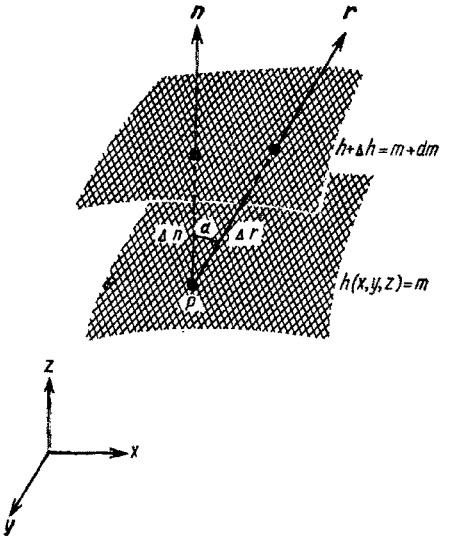
$$V u_l = -K \frac{dh}{dl} u_l,$$

или

$$\mathrm{V} = -K \operatorname{grad} h.$$

При одномерном потоке понятия *градиент напора* и *производная по направлению* совпадают. Ниже эти понятия применены для решения двухмерных и трехмерных задач. Выражение $h\,(x, y, z) = m$ в трехмерной форме характеризует нижнюю поверхность, изображенную на фиг. 4.10. Если параметр m увеличен на приращение Δm, то h увеличивается на приращение Δh, и выражение $h + \Delta h = m + \Delta m$ должно характеризовать другую поверхность. Из точки P на поверхности $h\,(x, y, z) = m$ проведем линию n, перпендикулярную этой поверхности, так чтобы она пересекла поверхность $h + \Delta h = m + \Delta m$. Отрезок прямой n между поверхностями обозначим через Δn. Тогда градиент напора определяем как $\operatorname{grad} h = \lim\limits_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta h}{\Delta n}\,\mathbf{u}_n$, где $\mathbf{u}_n$— единичная нормаль. Градиент напора представляет собой производную h по направлению n, нормальному к поверхности $h\,(x, y, z) = m$ в точке P. Специфическая особенность градиента напора заключается в том, что он всегда характеризует максимальную величину производной по направлению. Чтобы удостовериться в этом, берем производную D в каком-либо другом направлении, например $\mathbf{r}$:

$$\underset{\mathbf{r}}{Dh} = \lim_{\Delta r \to 0} \frac{\Delta h}{\Delta r}\,\mathbf{u}_{\mathbf{r}}. \qquad (4.81)$$



Ф и г. 4.10. Физическое объяснение градиента напора $\operatorname{grad} h\,(x, y, z)$ в случае трехмерной задачи.

Поскольку $|\Delta r| > |\Delta n|$, то указанный предел меньше градиента напора. Фиг. 4.7 показывает, что величина составляющей градиента напора в любом направлении равна величине производной по этому направлению. Поскольку $\Delta n = \Delta r \cos \alpha$, то, подставив это выражение в уравнение (4.81), получим

$$(\operatorname{grad} h) \cos \alpha = \underset{\mathbf{r}}{Dh}.$$

Поверхности $h\,(x, y, z)$ для различных величин параметра m называются поверхностями уровня.

При пересечении двух поверхностей уровня плоскостью $z = \text{const}$ образуются контурные кривые $h\,(x, y) = m'$ и $h + \Delta h = m' + \Delta m'$ (фиг. 4.11). Такое расположение кривых напоминает расположение горизонталей на топографической карте. В рассматриваемом случае градиент напора можно определить как в трехмерной задаче. Градиент напора направлен вдоль линии, перпендикулярной кривой $h = m'$ в точке P.

Каждый вектор можно разложить на составляющие в системе координат. Если $\mathbf{u}_x$, $\mathbf{u}_y$, $\mathbf{u}_z$— единичные векторы вдоль осей x, y, z, то разложение $\operatorname{grad} h$ дает

$$\operatorname{grad} h = (\operatorname{grad} h)_x\,\mathbf{u}_x + (\operatorname{grad} h)_y\,\mathbf{u}_y + (\operatorname{grad} h)_z\,\mathbf{u}_z.$$

Но согласно вышеизложенному, составляющие градиента напора в любом направлении представляют собой производные по этому направлению. Следовательно, $(\operatorname{grad} h)_x = \frac{\partial h}{\partial x}$ и т. д. Поэтому

$$\operatorname{grad} h = \frac{\partial h}{\partial x}\,\mathbf{u}_x + \frac{\partial h}{\partial y}\,\mathbf{u}_y + \frac{\partial h}{\partial z}\,\mathbf{u}_z. \qquad (4.82)$$

Располагая этими элементами векторного исчисления, можно найти зависимость между эквипотенциальными поверхностями и линиями тока в трехмерном потоке или между эквипотенциальными линиями и линиями тока в двухмерном потоке.

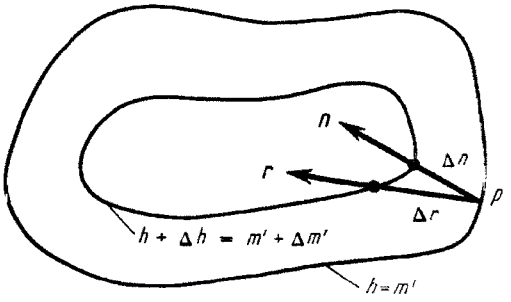
Напомним, что пьезометрический напор воды (уравнение 4.2*)

$$h = z + \frac{p}{\gamma} + \text{const}$$

рассматривается как энергия (или потенциал), отнесенная к единице веса воды. Потенциал скорости [уравнение (4.26)]

$$\Phi = Kh = K\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) + \text{const}$$

называется так потому, что его градиент имеет размерность скорости.



Фиг. 4.11. Физическое объяснение градиента напора grad h (x, y) в случае двухмерной задачи.

Губберт [3] использует понятие *силовой потенциал*, который для воды записывается в виде

$$\Phi^* = gh = g\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) + \text{const} = \frac{g}{K}\Phi + \text{const}. \qquad (4.83)$$

Величина grad Φ^* представляет собой силу, отнесенную к единице массы жидкости. Фактически величина Φ^* — потенциал, приходящийся на единицу массы жидкости, полученный из общей формулы

$$\Phi^* = g\int_{z_0}^{z} dz + \int_{p_0}^{p} \frac{dp}{\rho},$$

где кинетическая энергия $\frac{v^2}{2g}$ не учтена; величина ρ должна быть только функцией от p, чтобы иметь однозначно определенную величину Φ^*. Этот случай относится к воде, когда $\rho = \text{const}$, что позволяет провести интегрирование второго члена вышеприведенной формулы. Для исходных величин $z_0 = p_0 = 0$ уравнение (4.83) выводится сразу. Градиент силового потенциала будет

$$\text{grad}\,\Phi^* = g\,(\text{grad}\,z) + \frac{1}{\rho}(\text{grad}\,p),$$

или

$$-\text{grad}\,\Phi^* = \boldsymbol{g} - \frac{1}{\rho}(\text{grad}\,p), \qquad (4.85)$$

поскольку grad $z = \boldsymbol{u}_z$ [см. уравнение (4.82)] и $g\boldsymbol{u}_z = -\boldsymbol{g}$, при этом $\boldsymbol{u}_z$ направлено вверх против действия силы тяжести. Уравнение (4.85) представляет собой уравнение силового потенциала для единицы массы жидкости. Из левой части этого уравнения видно, что на единицу массы жидкости

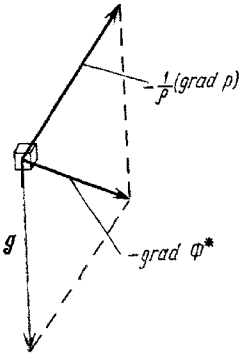
действует сила, идущая от поверхностей с более высокой величиной Ф* к поверхностям с более низкой величиной Ф* и перпендикулярная к этим поверхностям. Правая часть уравнения (4.85) показывает, что эта сила имеет две составляющие: силу тяжести и действие градиента давления жидкости. В уравнении (4.85) только величина g имеет определенное направление, а векторы $\frac{1}{\rho}$ (grad p) и —grad Ф* могут иметь произвольные направления (фиг. 4.12).

В большинстве случаев фильтрации подземных вод величина —grad Ф* всего лишь малая часть величины g, поэтому линия $-\frac{1}{\rho}$ (grad p) становится почти вертикальной, в связи с чем поверхности равного давления можно считать почти горизонтальными. Как показано на фиг. 4.12, только в особом случае, когда

$$-\frac{1}{\rho}(\text{grad } p) = -g,$$

$$\text{grad } \Phi^* = 0,$$

что указывает на гидростатическое равновесие. Векторы — grad p образуют векторное поле, которое во всех точках нормально к изобарическим поверхностям $p = \text{const}$. Векторы — grad Ф* образуют семейство линий поля, или векторное поле, которое во всех точках нормально к эквипотенциальным поверхностям Ф* = const. Теперь увяжем векторное поле с линиями тока. Вспомним, что линия тока представляет собой линию, которая касательна в каждой своей точке к вектору скорости частицы жидкости, находящейся в этой точке.



Фиг. 4.12. Графическое изображение сил, действующих на единицу массы жидкости (см. уравнение 4.85).

Губберт [3] дает закон Дарси в следующем виде:

$$\mathbf{V} = -\frac{K}{g}\text{grad}\,\Phi^*. \qquad (4.86)$$

Если K — постоянная, как в случае однородной изотропной среды при фильтрации через нее воды, то V будет иметь то же направление, что и —grad Ф*, т. е. линии тока будут нормальны к поверхностям или линиям Ф* = const. Но для анизотропных сред, когда K различно в разных направлениях, линии тока в целом будут наклонны к направлению —grad Ф* и, следовательно, не перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям или линиям. Подставив в уравнение (4.25) величину

$$\Phi = \frac{K}{g}\Phi^* + \text{const},$$

взятую из уравнения (4.83), получим

$$\mathbf{V} = -\frac{K}{g}\text{grad}\,\Phi^* - \frac{\Phi^*}{g}\text{grad}\,K.$$

Таким образом, уравнение (4.25) совместимо с уравнением (4.86) и, следовательно, верно лишь при grad $K = 0$ или $K = \text{const}$. Этот случай, если не будет оговорено особо, встречается на протяжении всего учебника. В обычных условиях применимо уравнение (4.86), а уравнение (4.25) не имеет силы. В нашем учебнике, как было отмечено в разделе 4.7, потенциал скорости рассматривается в соответствии с классической гидродинамикой, что имеет свои преимущества. Дифференциальная форма закона Дарси, которая важна для уяснения различных понятий потенциала, описана Джонсом [32].

Как будет показано далее, ортогональность линий тока и эквипотенциальных линий при решении двухмерных задач облегчает построение гидродинамических сеток, представляющих собой графический метод решения уравнения Лапласа. Из гидродинамики известно, что функция потенциала скорости удовлетворяет этому уравнению в случае безвихревого потока жидкости. Наличие потенциала, по-видимому, находится в противоречии с тем, что в двигающемся потоке подземных вод, представляющих собой вязкую жидкость, преобладают силы внутреннего трения, а сам поток имеет вихревой характер. Этот парадокс можно объяснить тем, что только удельный расход выводится из потенциала. В отдельных каналах, образуемых порами, поток действительно вязкий и полностью аналогичен течению Пуазейля. Однако предполагается, что при большом количестве каналов вихревое движение жидкости в отдельных пустотах уравновешивается и в результате образуется безвихревой поток [23].

4.14. ДРУГИЕ СИЛЫ, ВЫЗЫВАЮЩИЕ ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ

Выше было описано движение подземных вод под действием сил тяжести и давления. Эти силы преобладают в насыщенных средах и представляют для гидрогеологов главный интерес. Воду в зоне аэрации изучают преимущественно почвоведы и агрономы. В зоне аэрации вода подвержена действию других сил, некоторые из которых кратко описаны ниже.

В ненасыщенном грунте движение воды вызывается разностью температур. Это явление называют термоосмосом. Вода не движется до тех пор, пока влажность грунта не будет значительно ниже влажности, необходимой для полного насыщения пор грунта. В некоторых среднезернистых песках оптимальная влажность, при которой происходит миграция воды, составляет 1—6% общего веса песка [34]. После того как грунт будет насыщен водяным паром, последний при охлаждении конденсируется. Водяной пар мигрирует в результате молекулярной диффузии по направлению к области конденсации. Под действием молекулярной диффузии также происходит испарение влаги в более нагретом слое грунта. Лебедев [в 7, стр. 21] считает конденсацию водяных паров, перемещающихся в грунте, одной из причин образования подземных вод, особенно в глубоких горизонтах. Однако впоследствии было выяснено, что водяной пар глубинного происхождения не представляет собой значительного источника подземных вод; исключение составляют области, расположенные вблизи современных вулканов.

Другая причина движения воды в ненасыщенных грунтах заключается в увеличении силы поверхностного натяжения, которое происходит при снижении температуры. Увеличение поверхностного натяжения усиливает капиллярное притяжение в направлении теплового потока. Движение воды под действием температурного градиента, вероятно, представляет собой сочетание движения жидкости по капиллярам и перемещение водяного пара. Тот факт, что соли не переносятся, указывает на существование движения водяных паров. Многие исследователи считают, что перенос воды в парообразной форме требует гораздо больше энергии, чем перемещение воды в виде жидкости по капиллярам. Очевидно, что большая часть воды переносится по капиллярам, а вода в парообразной форме перемещается только на короткие расстояния.

При температуре ниже точки замерзания поровая вода превращается в лед. Этому явлению даны различные объяснения. Согласно одному из них, пленка воды на растущем кристалле льда имеет пониженную температуру, а следовательно, и более сильное поверхностное натяжение, поэтому капиллярная вода, соприкасаясь со льдом, будет притягиваться к растущему кристаллу льда. Движение воды, связанное с ростом ледяных кристаллов,

может происходить в среде, которая гораздо ближе к насыщению, чем в случае движения воды по капиллярам и в виде пара. Соли могут перемещаться в зону замерзания под действием температурного градиента, что указывает на существование связанной системы капиллярной воды в области накопления подземного льда.

В образовании больших количеств подземных вод термоосмос играет второстепенную роль. Накопление влаги под асфальтовыми мостовыми и изменение теплопроводности грунтов, в которых проложены электрические кабели, представляют собой инженерные задачи, решение которых связано с термоосмосом. Если уровень грунтовых вод находится недалеко от поверхности земли, в холодные периоды часть воды может выйти на поверхность земли, а позже испариться в атмосферу. Образование льда под действием термоосмоса — важная инженерная проблема в субарктических и арктических районах, а также в областях с низкими температурами. Кроме того, в северных широтах в результате образования льда уменьшаются запасы подземных вод и изменяется их напор.

Если приложить электрический потенциал источника постоянного тока к насыщенному водой тонкодисперсному грунту, например каолиниту, то начнется движение воды от положительного к отрицательному электроду. Это явление называется электроосмосом. Электроосмотическая проводимость, выраженная в виде объема воды, проходящего в одну секунду через единицу площади при электрическом градиенте, равном одному вольту на сантиметр, во много раз превышает гидравлическую проводимость мелкозернистых пылеватых грунтов и тонкодисперсных глин. В настоящее время электроосмос привлекает внимание как метод дренирования мелкозернистых осадочных пород. Под влиянием электроосмоса могут перемещаться небольшие количества воды в природных условиях, когда происходят значительные изменения природного электрического потенциала, например при окислении сульфидных минералов.

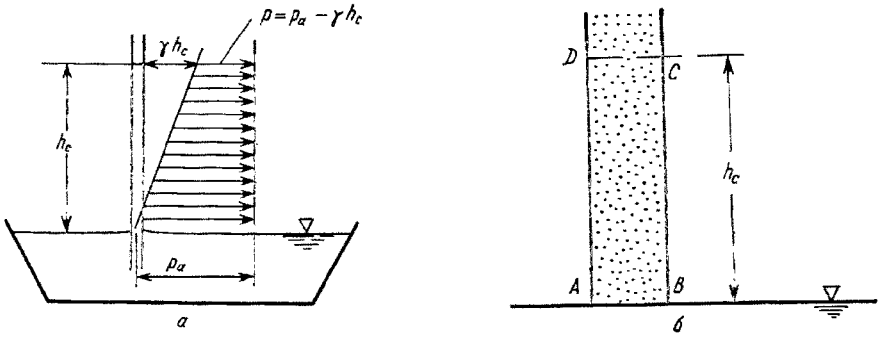
Если два типа воды имеют различную минерализацию и разделены слабопроницаемой перегородкой, вода будет перемещаться из области с низкой концентрацией в область высокой концентрации растворенных химических веществ. Движение воды будет продолжаться до тех пор, пока минерализация воды не станет одинаковой по обеим сторонам перегородки или какая-либо сила, например гидростатическое давление, не уравняет химическую силу. Стремление воды двигаться по направлению к области с повышенной концентрацией химических веществ называется осмосом. Молекулы воды непрерывно проходят через полупроницаемую перегородку в обоих направлениях, но под действием повышенной концентрации ионов на одной из сторон движение воды в направлении стороны с меньшей концентрацией замедляется. В результате вода начинает двигаться к области с большей минерализацией. Значение осмоса для перемещения природных подземных вод еще не выяснено. Поглощение подземных вод растительностью частично объясняют действием осмоса. Осмотическое давление также вызывает значительную разность гидравлического напора. В горизонтах пресных подземных вод, которые отделены от моря отложениями глины, осмотическое давление может превышать 10 *атм*. Такое давление, несомненно, усиливает фильтрацию воды из водоносного горизонта в океан. Если в результате откачки уровень подземных вод окажется ниже уровня моря, осмотическое давление способно воспрепятствовать вторжению морских вод в водоносный горизонт через глинистую перегородку.

4.15. КАПИЛЛЯРНЫЕ СИЛЫ

Капиллярные силы действуют в результате стремления молекул воды прилегать к поверхности твердых веществ, а также поверхностного натяжения воды. Поверхностное натяжение возникает под действием сил

молекулярного притяжения на поверхности жидкости, когда последняя соприкасается с флюидом, с которым она не смешивается (например, вода и воздух). При этом свободная поверхность жидкости стремится занять минимальную площадь. Такое явление называется скин-эффектом, или поверхностным эффектом, и выражается силой, действующей на единицу длины границы между свободной поверхностью жидкости и твердым веществом. Если круглую трубку небольшого диаметра $2r$, смоченную жидкостью, частично погрузить в сосуд, содержащий жидкость, последняя поднимается до высоты h_c над свободной поверхностью жидкости в сосуде (фиг. 4.13, *а*).

Формулы капиллярного поднятия, приводимые в большинстве учебников, содержат некоторые упрощающие допущения относительно физических



Фиг. 4.13. Капиллярное поднятие воды в пустой трубке (*а*) и в трубке, заполненной песком (*б*).
P_a — атмосферное давление.

свойств воды и капиллярной трубки. Во-первых, предполагается, что капиллярное поднятие происходит в ограниченный период времени. Вязкость воды в трубке служит причиной возникновения силы, вызывающей движение воды вверх по капилляру, которое замедляется по экспоненциальному закону. Следовательно, для достижения теоретически стабильной высоты капиллярного поднятия требуется неопределенный период времени. Во-вторых, допускается существование угла контакта между поверхностью воды и твердым веществом. Однако изогнутая поверхность воды сопрягается с поверхностью твердого вещества постепенно, а угол контакта образуется линией, касательной к поверхности воды в точке соприкосновения с поверхностью твердого вещества. Поскольку большинство природных грунтов имеет неровную поверхность, использование понятия микроскопического угла контакта при решении гидрологических задач представляется несколько искусственным.

Если обозначить поверхностное натяжение символом σ, максимальную высоту капиллярного поднятия через h_c, радиус трубки символом r, угол контакта через θ, плотность воды символом ρ, ускорение силы тяжести через g, то вертикальная составляющая силы, действующей вверх внутри трубки, равна $\sigma 2\pi r\cos\theta$, а сила, действующая вниз, представляет собой вес воды $\pi r^2 h_c \rho g$. Если указанные силы уравновешены, то высота капиллярного поднятия будет

$$h_c = \frac{2\sigma\cos\theta}{r\gamma}. \qquad (4.87)$$

Если для воды величина поверхностного натяжения составляет примерно $\sigma = 75$ *дин/см*, $\cos\theta \approx 1{,}0$ и $\gamma = 1$ *г/см*^{3} при соприкосновении со стеклом

или кварцем при температуре 20° С, то уравнение (4.87) упрощаем до следующей формулы:

$$h_c = \frac{0{,}153}{r}, \tag{4.88}$$

где h_c и r выражены в сантиметрах. Если стеклянная трубка имеет радиус 0,01 *мм*, теоретическая высота поднятия воды будет несколько более 1,5 *м*. Поры большинства мелкозернистых рыхлых грунтов имеют приблизительно такой радиус, а максимальная высота капиллярного поднятия в этих грунтах составляет около 1—2 *м*. В песке вода поднимается на высоту 0,1—1,0 *м*. В гравии высота капиллярного поднятия менее 0,1 *м*. Высота капиллярного поднятия зависит от температуры воды, а также от минерального состава, ориентации, формы и укладки частиц грунта. В тонкодисперсной глине высота капиллярного поднятия равна в среднем 2—4 *м*. Водопроницаемость такой глины настолько мала, что для капиллярного поднятия воды в ней до максимального уровня требуется много лет. Если открытый конец трубки, наполненный песком, погрузить в воду (фиг. 4.13, *б*), вода в трубке будет подниматься под действием капиллярных сил. Давление в сечении трубки AB равно атмосферному, поэтому поровое давление в трубке ниже атмосферного (давление в сечении CD равно атмосферному). В капиллярной зоне между AB и CD вода находится под действием силы натяжения. При атмосферном давлении, равном нулю, давление в капиллярной зоне считается отрицательным. Скелет грунта подвержен вертикальному сжатию в той же мере, что и стенки капиллярной трубки. В капиллярной зоне давление скелета грунта превышает общее давление в грунте на величину, равную капиллярному натяжению воды. В сечении CD поровое давление наименьшее:

$$p = p_a - \gamma h_c. \tag{4.89}$$

Как считают советские исследователи [7, стр. 32], это условие соблюдено на свободной поверхности подземных вод. Аверьянов [в 7, стр. 188] использовал видоизмененную форму уравнения (4.89)

$$p = p_a - \alpha\gamma h_c,$$

где α — число, меньшее единицы, зависящее от насыщенности грунта. Для большинства случаев Аверьянов предлагает брать $\alpha = 0{,}3$, поскольку высота капиллярного поднятия в лабораторных экспериментах завышается по сравнению с высотой капиллярного поднятия, наблюдаемого в природных условиях [37].

ЛИТЕРАТУРА

1. Darcy H., 1856. Les fontaines publiques de la ville de Dijon, V. Dalmont, Paris.
2. Rouse H., Ince S., 1957. History of hydraulics, Iowa Institute of Hydraulic Research, 161.
3. Hubbert M. K., 1953. Entrapment of petroleum under hydrodynamic conditions, Bulletin of American Association Petroleum Geologists, 37, 1954—2026.
4. Taylor D. W., 1948. Fundamentals of soil mechanics, Wiley, New York (см. русский перевод: Тейлор Д. В., Основы механики грунтов, Госстройиздат, М., 1960).
5. Muskat M., 1937. The flow of homogeneous fluids through porous media, McGraw-Hill, New York, 72 (см. русский перевод: Маскет М., Течение однородных жидкостей в пористой среде, Гостоптехиздат, М.— Л., 1949).
6. Todd D. K., 1959. Groundwater hydrology, New York, Wiley, 50.
7. Полубаринова-Кочина П. Я., 1952. Теория движения грунтовых вод, ГТТИ, М.
8. Hubbert M. K., 1956. Darcy's law and the field equations of the flow of underground fluids, Transactions American Institute Mining and Metallurgical Engineers, 207, 222—239.

9. De Wiest R. J. M., 1959. Unsteady state phenomena in flow through porous media, Civil Engineering Department, Stanford University, Technical Report 3, 5.
10. Krayenhoff van de Leur D. A., 1962. A study of nonsteady ground-water flow, II, Computation methods for flow to drains, Ingenieur, 74, 285—292.
11. Hatschek, 1928. The viscosity of liquids, D. Van Nostrand, Princeton.
12. Kozeny J., 1927. Wasserkraft und Wasserwirtschaft, 22, 86.
13. Hazen A., 1911. Discussion of dams on sand foundations by A.C. Koenig, Transactions American Society Civil Engineers, 73, 199.
14. Zunker F., 1930. Das Verhalten des Bodens zum Wasser, Handbuch der Bodenlehre, Band 6, von E. Blanck, Springer, Berlin, 152.
15. Slichter C. S., 1899. Theoretical investigation of the motion of ground waters, USGS 19th Annual Report, Part 2, Washington, D.C., 295—384.
16. Slichter C. S., 1902. The motion of underground waters, USGS Water-Supply Paper 67, Washington, D.C. (см. русский перевод: Slichter Ch. S., Подземные воды, Спб., тип. М. И. Акинфиева, 1912).
17. Fair G. M., Hatch L. P., 1933. Fundamental factors governing the streamline flow of water through sand, Journal American Water Works Association, 25, 1551—1565.
18. Rose H. E., 1945. An investigation into the laws of flow of fluids through beds of granular materials, Proceedings of Institute of Mechanical Engineers, 153, 141—148.
19. Rose H. E., 1945. On the resistance coefficient — Reynolds number relationship for fluid flow through a bed of granular material, Proceedings of Institute of Mechanical Engineers, 153, 154—168.
20. Bakhmeteff B. A., Feodoroff N. V., 1937. Flow through granular media, Journal Applied Mechanics, 4A, 97—104; 5A, 86—90.
21. Lindquist E., 1933. On the flow of water through porous soil, Premier Congrès des grands barrages, Stockholm, 81—101.
22. Engelund F., 1953. Transactions of Danish Academy of Technical Sciences, 3.
23. Jacob C. E., 1950. Flow of ground water, Engineering Hydraulics by H. Rouse (Ed.), Wiley, New York, 321—386.
24. Krayenhoff van de Leur D. A., 1962. Some effects of the unsaturated zone on nonsteady free-surface ground-water flow as studied in a scaled granular model, Journal of Geophysical Research, 67, October, 4347—4362 (см. русский перевод: Крайенгофф ван де Лер Д. А., Исследование в фильтрационном лотке влияния зоны неполного насыщения на неустановившееся движение подземных вод со свободной поверхностью, сб. «Вопросы гидрогеологических расчетов», изд-во «Мир», М., 1964).
25. De Wiest R. J. M., 1960. Unsteady flow through an underdrained earth dam, Journal of Fluid Mechanics, 8, 1—9.
26. Bentall R., 1963. Methods of collecting and interpreting ground-water data, USGS Water-Supply Paper 1544-H, 1—97.
27. Wenzel L. K., 1942. Methods for determining permeability of water-bearing materials, USGS Water-Supply Paper 887, 7—11.
28. Hubbert M. K., 1940. The theory of ground-water motion, Journal of Geology, XLVIII, 8, 819—822.
29. Schneebeli G., 1955. Expériences sur la limite de validité de la loi de Darcy et l'apparition de la turbulence dans un écoulement de filtration, La Houille Blanche, 10, 2, 141—149.
30. Klinkenberg L. J., 1941. The permeability of porous media to liquids and gases, American Petroleum Institute, Drilling and Production Practice, 200—214.
31. De Wiest R. J. M., 1961. On the theory of leaky aquifers, Journal of Geophysical Research, 66, December, 4257—4262.
32. Jones K. R., 1962. On the differential form of Darcy's law, Journal of Geophysical Research, 67, 2, 731—732.
33. Swartzendruber D., 1962. Non-Darcy flow behavior in liquid-saturated porous media, Journal of Geophysical Research, 67, December, 5205—5213.
34. Hadley W. A., Eisenstadt R., 1955. Thermally acutated moisture migration in granular media, Transactions American Geophysical Union, 36, 4, 615—623.
35. Betall R., 1963. Methods of determining permeability, transmissibility and drawdown, USGS Water Supply Paper 1536-I, 243—341.
36. Donnan W. W., Aronovici, V. S., 1961. Field measurement of hydraulic conductivity, ASCE Journal of the Irrigation and Drainage Division, June, 1—13.
37. Bouwer H., 1961. Variable head technique for seepage meters, ASCE Journal of the Irrigation and Drainage Division, March, 31—44.
38. Bouwer H., Myers L. E., Rice R. C., 1962. Effect of velocity on seepage and its measurements, ASCE Journal of Irrigation and Drainage Division, September. 1—14.

39. Bouwer H., 1963. In-place measurement of soil hydraulic conductivity in the absence of a water table, Proceedings, International Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, 2nd Asian Regional Conference, Tokyo, Japan, May 1—4, 1963, 1, 130—133.
40. Bouwer H., Rice R. C., 1964. Simplified procedure for calculation of hydraulic conductivity with the double-tube method, Proceedings, Soil Science Society of America, 28, 133—134.
41. Bouwer H., 1964. Measuring horizontal and vertical hydraulic conductivity of soil with the double-tube method, Proceedings, Soil Science Society of America, 28, 19—23.
42. Irmay S., Bear J., Zaslavsky D., 1962. Determination of hydraulic conductivity of soils by means of infiltration rings, Technicon, Haifa, Israel.
43. Krayenhoff van de Leur D. A., 1958. A study of nonsteady ground-water flow with special reference to a reservoir coefficient, Ingenieur, 70, 87—94.

ГЛАВА 5

Установившееся движение подземных вод

5.1. ВВЕДЕНИЕ

Движение подземных вод считается установившимся, если его характеристики не изменяются во времени. Установившееся движение подземных вод в пределах какой-либо области возможно, когда вдоль границ этой области определенные условия, называемые граничными, остаются неизменными во времени. Движение подземных вод приобретает неустановившийся характер вследствие нарушений режима потока, например в результате отбора воды из скважины, но со временем оно стабилизируется.

Рассмотрим переход от неустановившегося движения к установившемуся при откачке воды из скважины, вскрывшей водоносный горизонт, расположенный на острове. Как только в скважине, законченной бурением, устанавливается пьезометрический уровень, начинают откачку, в результате которой уровень воды в скважине падает в течение определенного периода до момента, когда дебит и понижение уровня становятся постоянными. Движение воды к скважине с этого момента приобретает установившийся характер. Точность данных об установившемся движении подземных вод зависит от длительности периода наблюдений; при этом колебаниями уровня в вышележащем водоносном горизонте, связанными с приливо-отливными явлениями, можно пренебречь. Если изменения напора подземных вод малы или незначительны, их движение в первом приближении часто рассматривают как установившееся.

Для решения некоторых задач достаточно получить средние величины таких зависимых переменных, как давление и скорость потока. Поэтому граничные условия усредняют для определенного интервала времени, и решение для установившегося движения находят с учетом этих граничных условий. Исключение времени как независимой переменной упрощает уравнение (4.51)

$$\nabla^2 h = 0. \tag{5.1}$$

Уравнение (5.1) в данной области и для заданных граничных условий рассматривается в теории потенциала, которая выходит за рамки нашего учебника. Однако уравнение (5.1) можно решить аналитически, если геометрические очертания границ потока подземных вод и аналитические условия этих границ относительно просты. Для решения уравнения (5.1) надо, чтобы величина h или ее производная по нормали $\frac{\partial h}{\partial n}$ (n означает нормаль к границе области потока) или линейная комбинация обеих величин были известны для всей границы области потока. При этом достаточно знать величину h для некоторых участков вдоль границы потока и величину $\frac{\partial h}{\partial n}$ или линейную комбинацию этих величин, характеризующую другие участки границы потока.

Геометрию потока считают простой, когда область его распространения имеет форму прямоугольника или круга. Граничные условия считаются простыми, если $h = \text{const}$ и $\frac{\partial h}{\partial n} = \text{const}$. При решении большинства гидро-

геологических задач такие идеальные условия обычно отсутствуют и аналитический путь решения становится невозможным или трудоемким. Когда аналитические методы решения очень сложны, вместо них используют приближенные графические, полуграфические, итерационные методы, а также различные виды моделирования.

Один из широко применяемых графических методов заключается в построении гидродинамической сетки при данных граничных условиях (см. разд. 5.3). Этот метод имеет определенные преимущества с точки зрения быстроты выполнения и диапазона применимости, особенно в случае сложных границ потока. Построить гидродинамическую сетку для решения графическим путем уравнения Лапласа относительно просто при решении задач для определенных границ и напорного потока, но этим методом несколько труднее пользоваться при решении задач для безнапорных потоков, когда положение свободной поверхности подземных вод неизвестно.

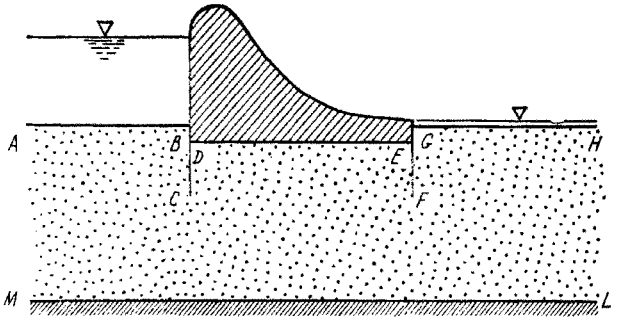
Гидродинамическая сетка представляет собой график, состоящий из двух семейств кривых особого характера: линий тока, показывающих путь движения воды, и эквипотенциальных линий, соединяющих точки с равным потенциалом, или напором. Использование гидродинамической сетки ограничено изучением двухмерной фильтрации в пористой среде, характерной для основного потока, и анализом трехмерных потоков с осевой или с радиальной симметрией. Гидродинамическую сетку впервые применил Форхгеймер [6] для изучения фильтрации под бетонной плотиной.

5.2. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Наиболее часто встречающиеся границы потока подземных вод и условия, которые должны выполняться вдоль этих границ, описаны различными авторами [1, 2 (стр. 46), 15]. Ниже приводится краткое описание граничных условий.

Границы с равным потенциалом, или напором

В двухмерном потоке границы с равным потенциалом представляют собой линии AB и GH (фиг. 5.1), отделяющие пористую среду от области, занимаемой водой. Поскольку водоем, подпираемый бетонной плотиной, велик, а фильтрация в дно мала, можно считать, что гидростатический закон



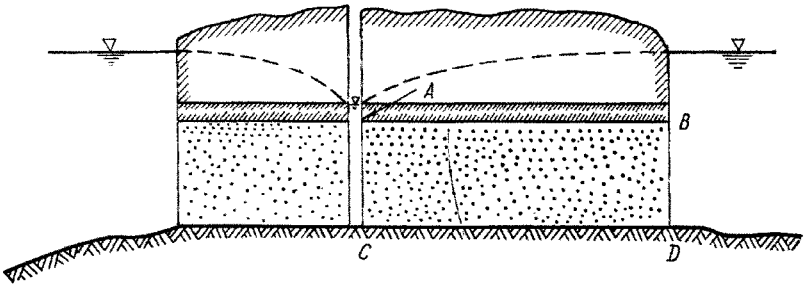
Фиг. 5.1. Условия фильтрации под бетонной плотиной при постоянных границах.

верен для всей водной массы. За плотиной вода просачивается на поверхность выше линии GH и там застаивается. Следовательно, и в этом случае действует гидростатический закон. Описанные границы соответствуют аналитическим условиям: $h = \text{const}$, $K = \text{const}$, $\Phi = \text{const}$, что следует из уравнения (4.26).

Непроницаемые границы

Непроницаемыми границами фильтрационного потока служат подземный контур *BCDEFG* гидротехнического сооружения и водоупор *ML* (фиг. 5.1). Эти границы представляют собой линии тока и соответствуют аналитическому условию $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$, или $\Psi = \text{const}$. Величина Ψ называется функцией тока [см. уравнение (5.7)].

На фиг. 5.1 показаны только границы с равным потенциалом и непроницаемые границы. Эти границы полностью охватывают область движения. Такие же границы существуют и в случае притока воды к скважине, заложенной в водоносном горизонте, расположенном на острове (фиг. 5.2), при условии что поток остается напорным даже вблизи скважины. Если бы скважина была расположена в центре острова, поток к скважине имел бы ради-

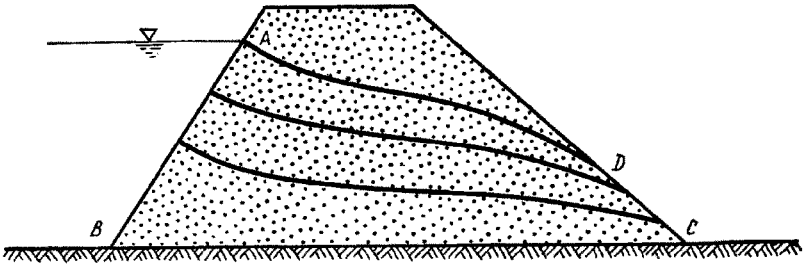


Фиг. 5.2. Приток воды к скважине, пройденной в напорном водоносном горизонте, расположенном на острове.

альную симметрию. Тогда достаточно было бы проанализировать область *ABCD*, ограниченную двумя линиями тока и двумя эквипотенциальными линиями.

Свободная поверхность

При фильтрации воды через земляные плотины и по направлению к скважине, вскрывающей безнапорный водоносный горизонт, роль капиллярной каймы в увеличении расхода можно не учитывать. При решении многих строительных задач, в том числе описанных в этой главе, часто считают, что свободная поверхность воды и поверхность грунтовых вод совпадают. Уравнение для вычисления свободной поверхности представляет



Фиг. 5.3. Фильтрационный поток со свободной поверхностью в земляной плотине.

собой одну из неизвестных решаемой задачи. Трудности при определении положения свободной поверхности несколько облегчаются тем, что вдоль этой границы должны быть удовлетворены два условия: постоянное давление и требование, чтобы линия свободной поверхности представляла собой

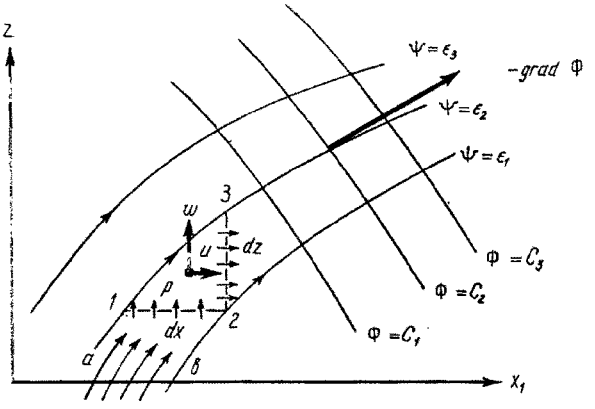
линию тока установившегося движения подземных вод при отсутствии притока влаги на свободную поверхность или испарения с нее. На фиг. 5.3 линия AD служит линией свободной поверхности.

Поверхность высачивания

На фиг. 5.3 свободная поверхность пересекает низовой откос плотины в точке D над пятой плотины. Вода в этой точке выходит из пористой среды наружу и начинает стекать струйками вниз по поверхности откоса вдоль линии DC. Эта поверхность называется поверхностью высачивания. Линия DC не является линией тока, поскольку она сама пересечена линиями тока, которые на ней кончаются. Более того, линии тока по определению не могут пересекаться. На фиг. 5.3 также показаны две линии тока, проходящие между свободной поверхностью и водоупором. Основное свойство поверхности высачивания заключается в том, что давление на ней всегда равно атмосферному. Высачивание наблюдается и вдоль обсадных труб скважин на участке между динамическим уровнем воды и уровнем воды в затрубном пространстве.

5.3. СВОЙСТВА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СЕТОК

В разделе 4.13 было показано, что линии тока ортогональны к эквипотенциальным линиям в однородной и изотропной среде, для которой верен закон Дарси. При постоянном коэффициенте фильтрации K линии тока



Фиг. 5.4а. Линии тока и эквипотенциальные линии.

везде касательны к вектору скорости [см. уравнения (4.25) и (4.86)]. В случае двухмерного потока при потенциале скорости Φ составляющие скорости u и w выражаются как

$$\left.\begin{aligned} u &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \\ w &= -\frac{\partial \Phi}{\partial z}. \end{aligned}\right\} \tag{5.2}$$

Вначале рассмотрим семейство эквипотенциальных линий $\Phi = C_1$, C_2, C_3, ... Касательная вдоль любой линии $\Phi = C$ имеет уклон $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{\Phi=C}$, который находят с помощью полного дифференциала $\Phi = C$

$$d\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x}\,dx + \frac{\partial \Phi}{\partial x}\,dz = 0,$$

или

$$\left(\frac{dz}{dx}\right)_{\Phi} = -\frac{\dfrac{\partial \Phi}{\partial x}}{\dfrac{\partial \Phi}{\partial z}} = -\frac{u}{w}. \tag{5.3}$$

Если взять две соседние линии тока a и b (фиг. 5.4а), образующие полосу, или трубку, тока с расходом dq, условие неразрывности требует, чтобы этот расход проходил через сечения *1—2* и *2—3*, причем в первом сечении действует составляющая скорости w, а во втором — составляющая u. В первом приближении если величинами $\frac{\partial u}{\partial x} dx\, dz$ и $\frac{\partial w}{\partial z} dz dx$ пренебречь как членами второго порядка, то в соответствии с принципом неразрывности получим

$$\left.\begin{aligned} dq = w\,dx = u\,dz, \\ w\,dx - u\,dz = 0, \end{aligned}\right\} \tag{5.4}$$

где dx и dz — компоненты хорды элементарной дуги длиной ds вдоль линии тока. С другой стороны, уравнение неразрывности (4.44) для двухмерного потока несжимаемой жидкости при установившемся движении сокращается до выражения

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \tag{5.5}$$

Это уравнение показывает, что уравнение (5.4) получено из полного дифференциала (см. руководство по вычислению дифференциальных уравнений [3]). Пусть

$$w = \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad u = -\frac{\partial \Psi}{\partial z}. \tag{5.6}$$

Очевидно, что эти величины удовлетворяют уравнению (5.5) и, если их подставить в уравнение (5.4), получим

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Psi}{\partial z} dz = d\Psi = 0.$$

Отсюда функция тока

$$\Psi(x, z) = \text{const}. \tag{5.7}$$

Переписываем уравнение (5.4):

$$\left(\frac{dz}{dx}\right)_{\Psi} = \frac{w}{u}. \tag{5.8}$$

При сравнении этого уравнения с уравнением (5.4) очевидна ортогональность линий тока и эквипотенциальных линий.

Сравним уравнения (5.1) и (5.6) и, устранив величины u и w, получим уравнения Коши — Римана

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}. \end{aligned}\right\} \tag{5.9}$$

Эти уравнения показывают, что сложный потенциал $W(z_1) = \Phi(x, z) + i\Psi(x, z)$ представляет собой аналитическую функцию $z_1 = x + iz$. Функции Φ и Ψ называются сопряженными гармоническими функциями. Можно показать, что функция тока Ψ удовлетворяет уравнению Лапласа, если принять условие безвихревого потока [4]

$$\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0. \tag{5.10}$$

Подстановка величин u и w [см. уравнение (5.6)] в это уравнение дает

$$\nabla^2 \Psi = 0. \tag{5.11}$$

Использование гидродинамических сеток возможно при следующих условиях:

1) установившееся движение;

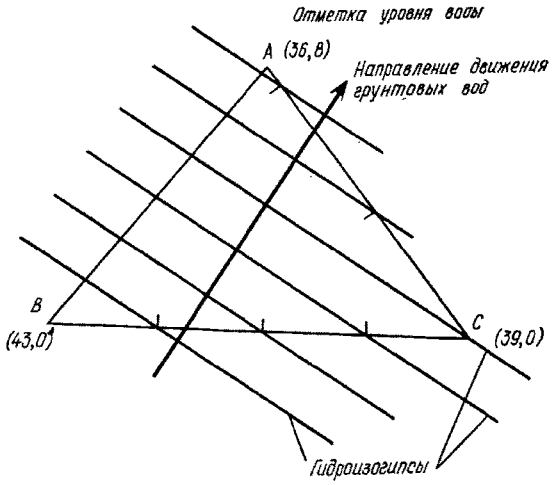
2) пористая среда должна быть однородной;

3) жидкость должна считаться несжимаемой с постоянной плотностью и вязкостью;

4) закон Дарси должен быть применим.

Вышеизложенные соображения относительно линий тока и эквипотен-

циальных линий можно с успехом использовать при наблюдениях статического уровня воды в трех скважинах, расположенных близко одна к другой и не лежащих на одной линии (фиг. 5.4б). На основании данных об уровнях



Ф и г. 5.4б. Определение направления движения грунтовых вод.

воды в этих скважинах можно провести гидроизогипсы [1]. Линия, перпендикулярная к гидроизогипсам, показывает направление движения грунтовых вод. Направление движения потока грунтовых вод можно также представить в виде параллельных линий, которые образуют гидродинамическую сетку.

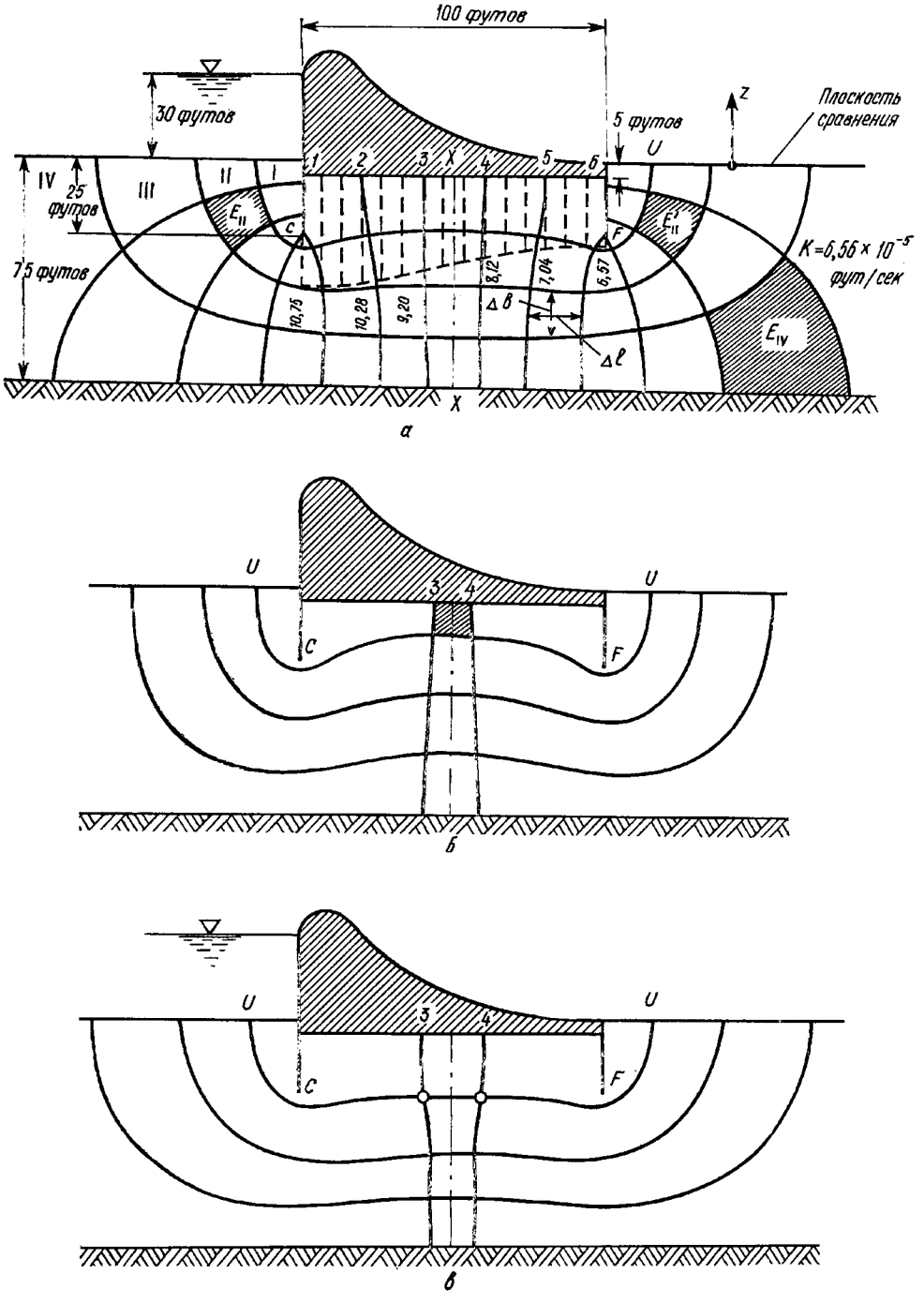
5.4. ПОСТРОЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СЕТКИ

Как уже было сказано, гидродинамическая сетка состоит из двух семейств взаимно ортогональных линий, расположенных так, что обычно линии тока кончаются на линиях равного потенциала, частично очерчивая область фильтрации. При наличии поверхности высачивания гидродинамическая сетка выглядит несколько иначе.

Какого-либо одного способа построения гидродинамической сетки не существует, поскольку число линий тока и эквипотенциальных линий, используемых для построения сетки, очень велико, а функции Ψ и Φ непрерывно изменяются. Обычно для построения сетки выбирают несколько типичных линий каждого семейства. Однако, как следует из формулы расхода потока, отношение числа линий тока и падений потенциала постоянно для любой задачи. Как только будет отобрано определенное число линий тока и эквипотенциальных линий, можно приступать к построению гидродинамической сетки. А. Казагранде [5] советует брать четыре-пять линий тока и такое же число эквипотенциальных линий. При построении гидродинамической сетки более опытные исследователи могут использовать дробное число элементов сетки E. Но менее опытным делать этого не следует. Только случайно гидродинамическая сетка может состоять из целого числа квадратов.

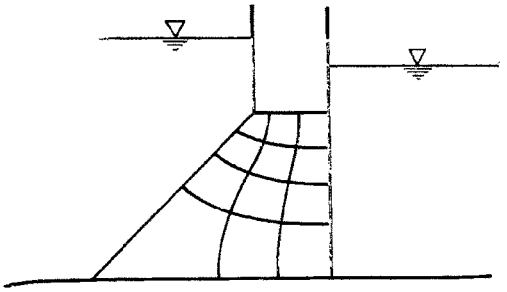
На фиг. 5.5, *а* показан разрез водосливной плотины со шпунтовыми стенками на обоих концах. Поскольку это гидротехническое сооружение достаточно длинное и располагается перпендикулярно фильтрационному потоку, последний можно считать двухмерным. Такое допущение возможно при длине фильтрации, превышающей поперечный размер сооружения, например, в 1,5 раза. При построении гидродинамической сетки автор использовал четыре трубки тока. Легко найти, что в рассматриваемом слу-

[1] Гидроизогипсы — линии, соединяющие точки равных уровней грунтовых вод. — *Прим. ред.*



Ф и г. 5.5. Фильтрация под плотиной со шпунтовыми стенками:
а — гидродинамическая сетка; *б* — пробная линия тока U — U расположена слишком высоко; *в* — пробная линия тока U — U расположена слишком низко.

чае пористая среда, заполненная жидкостью, симметрична примерно по оси $X - X$, так что одна половина сетки должна быть зеркальным отражением другой. Вначале проводим верхнюю линию тока $U - U$. Ее положение пробное, поскольку еще надо оставить место для трех трубок тока. Предварительно их можно расположить так, чтобы они пересекали ось $X - X$. Затем начинаем строить криволинейные квадраты [1] (почему именно квадраты, а не прямоугольники, будет объяснено ниже), образованные эквипотенциальными линиями *3* и *4* и выбранными линиями тока. Если положение верхней линии тока оказалось удачным, это означает, что вся сетка будет построена правильно. На фиг. 5.5, *б* показано, что если верхняя линия тока расположена очень высоко, построение криволинейных квадратов на оси $X - X$ становится невозможным, по крайней мере когда



Ф и г. 5.6. Асимметричная гидродинамическая сетка.

число трубок тока ограничено четырьмя. Если верхнюю линию тока расположить слишком низко (фиг. 5.5, *в*), эквипотенциальные линии *3* и *4* начнут сходиться и не будут перпендикулярны верхней линии тока. Другая трудность при построении сетки заключается в близости линий тока к концам шпунтовых стенок в точках C и F. Эти точки занимают особое положение в гидродинамической сетке. Из гидродинамики известно, что скорость потенциального потока, обтекающего тупой угол, становится бесконечно большой в вершине этого угла. Такой скоростью подземные воды обладать не могут, поскольку, как отмечено ранее, поток подземных вод имеет вихревой характер. Однако вблизи концов шпунтовых стенок скорость потока все же значительна, вследствие чего закон Дарси здесь неприменим. Следовательно, линия тока может проходить очень близко к концам шпунтовых стенок. Элементы сетки около концов шпунтовых стенок также имеют своеобразные очертания.

Выше были даны рекомендации, как начать построение симметричной гидродинамической сетки. В ходе построения сетки приходится пользоваться методом подбора, меняя положение линий тока.

Согласно фиг. 5.6, построить сетку при отсутствии симметрии труднее. Более подробное описание построения гидродинамической сетки читатель найдет в книгах Полубариновой-Кочиной [2, стр. 488] и Тейлора [7].

5.5. РАСХОД ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА

Для вычисления расхода фильтрационного потока под гидротехническим сооружением (фиг. 5.5, *а*) используют гидродинамическую сетку. Как было указано выше, элементы гидродинамической сетки представляют собой криволинейные квадраты, средние расстояния между противоположными сторонами которых равны [7]. Обозначим полосы, или трубки, тока,

[1] Криволинейный элемент сетки имеет форму квадрата, если его стороны ортогонально пересекаются и если отрезки линий, соединяющих центры противоположных сторон, одинаковой длины.

расположенные между соседними линиями тока, цифрами I, II, III, IV и рассмотрим три элемента E_{II}, E'_{II}, E_{IV}. Расходы воды через эти элементы соответственно будут

$$\Delta q_{II} = K\Delta h_{II}\left(\frac{\Delta b}{\Delta l}\right)_{II},$$

$$\Delta q'_{II} = K\Delta h'_{II}\left(\frac{\Delta b}{\Delta l}\right)'_{II},$$

$$\Delta q_{IV} = K\Delta h_{IV}\left(\frac{\Delta b}{\Delta l}\right)_{IV}.$$

Если отношение расстояний между противоположными сторонами элемента $\frac{\Delta b}{\Delta l} = \text{const}$, то расход $\Delta q = \text{const}$ и потеря потенциала $\Delta h = \text{const}$ для этих трех элементов. Поскольку эти элементы выбраны произвольно и типичны для сетки, $\Delta q = \text{const}$ и $\Delta h = \text{const}$ для любого элемента сетки. Если отношение $\frac{\Delta b}{\Delta l}$ равно единице, n_s — число полос тока, $n_d = \frac{H_t}{\Delta h}$ (где H_t — суммарная разность напоров) — число падений потенциала, тогда расход Q на единицу ширины плотины равен

$$Q = n_s\Delta q = n_s K\Delta h,$$

или

$$Q = \frac{n_s}{n_d} KH_t. \tag{5.12}$$

Гидродинамическая сетка также дает возможность определить поровое давление и скорость фильтрации в пористой среде при условии, что известна величина напора h. Для этой цели получают дискретные средние величины h для каждого криволинейного квадрата сетки, а не постоянно изменяющиеся величины h, которые вычисляют аналитически. По мере деления элементов сетки дискретные величины h уточняются. При нахождении h в любой точке надо помнить, что полный напор теряется вдоль линий тока между верхним и нижним бьефами. Напор в начале линии тока определяется по отношению к плоскости сравнения. Потерю напора между этой начальной точкой и точкой, для которой надо найти величины давления и скорости фильтрации, определяют с помощью числа падений потенциала между этими двумя точками и величины $\frac{H_t}{n_d}$. Вычислив h и зная z, по формуле $h = z + \frac{p}{\gamma}$ получим величину p. Численные значения величин для случая, показанного на фиг. 5.5, *а*, следующие: $n_s = 4$; $n_d = 12{,}2$; $K = 2 \times 10^{-3}$ *см/сек* $= 6{,}56 \times 10^{-5}$ *фут/сек*; $H_t = 30$ *фут*; $\Delta h = \frac{30}{12{,}2} = 2{,}46$ *фут*; $Q = \frac{4}{12{,}2} \times 6{,}56 \times 10^{-5}$ *фут/сек* $\times 30$ *фут* $= 6{,}45 \times 10^{-4}$ *куб. фут/сек/фут*. Так называемое взвешивающее давление p на

Таблица 5.1

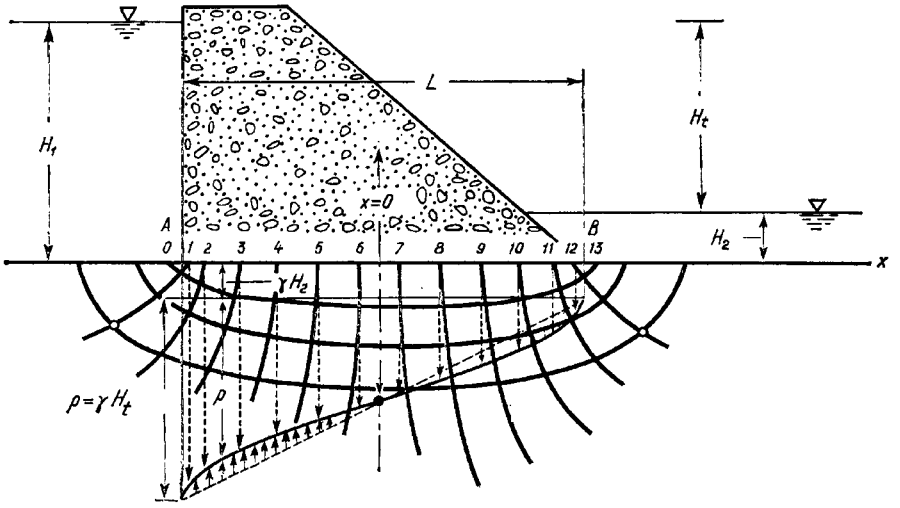
Точки	h, футы	$\frac{p}{\gamma}$, футы	p, *фунт/кв. дюйм*
1	$30 - 4{,}1 \times 2{,}46 = 19{,}92$	24,92	10,75
2	18,69	23,69	10,28
3	16,23	21,23	9,20
X	15,00	20,00	8,66
4	13,77	18,77	8,12
5	11,31	16,31	7,04
6	10,08	15,08	6,57

основание плотины вычисляется для точек *1—6*. Давление распределено симметрично оси $X - X$. Поскольку на линии основания $z = -5$ *фут*, $p = \gamma (h + 5)$. Результаты этих вычислений приведены в табл. 5.1.

Влияние взвешивающего давления сказывается около подошвы низового откоса плотины. Поскольку объемный вес бетона больше объемного веса воды приблизительно в 2,5 раза, каждые 2,5 фута высоты взвешивающего давления нейтрализуются слоем бетона в 1 фут. Это условие не удовлетворено в точке *6*, где толщина бетона достигает только 5 футов, а высота взвешивающего давления равна 15,08 фута. Следовательно, толщину основания этой плотины в нижнем бьефе необходимо увеличить или пробурить отверстия для уменьшения давления на основание.

5.6. ПЛОТИНА НА ГРУНТЕ НЕОГРАНИЧЕННОЙ МОЩНОСТИ

На фиг. 5.7 представлен разрез бетонной плотины длиной L, подпирающей водохранилище при разности напоров H_t. Плотина опирается на слой однородного грунта неограниченной мощности. Хотя такой случай, по-видимому, имеет только теоретическое значение, полученная гидродинамическая



Ф и г. 5.7. Плотина на грунте неограниченной мощности.

сетка очень похожа на сетку движения воды под аналогичной плотиной, лежащей на слое грунта, мощность которого над водоупором равна по крайней мере $2L$. Ясно, что величина фильтрации будет бесконечно большой, если мощность слоя, на который опирается плотина, бесконечна. Однако, если водоупор находится на большой, но все же конечной глубине, можно вычислить фильтрационный расход между подошвой плотины и точкой, расположенной в нижнем бьефе, при этом достаточно провести несколько полос тока. Результат, полученный графическим путем, можно сравнить с аналитическим решением. Задача, описанная в предыдущем разделе, для своего решения требует использования эллиптических функций. В рассматриваемом случае следует применить метод конформного отображения с помощью элементарных функций. Линии тока и эквипотенциальные линии представляют собой соответственно эллипсы и гиперболы с общими фокусами в точках A и B.

Уравнения для эквипотенциальных линий находят с помощью комплексных переменных [2, стр. 74]

$$\frac{\left(\frac{2x}{L}\right)^2}{\cos^2\varphi_1}-\frac{\left(\frac{2z}{L}\right)^2}{\sin^2\varphi_1}=1, \tag{5.13}$$

где

$$\varphi_1=\frac{\pi\Phi}{KH_t}=\frac{\pi h}{H_t}. \tag{5.14}$$

В последнем уравнении

$$h=\frac{p}{\gamma}+z-H_2. \tag{5.15}$$

Уравнение (5.15) можно получить из уравнения (4.2*), где постоянная $C=-H_2$ выбрана так, чтобы вдоль нижнего бьефа $h=0$, а вдоль верхнего бьефа $h=H_t$. Уравнения для линий тока следующие:

$$\frac{\left(\frac{2x}{L}\right)^2}{ch^2\psi_1}+\frac{\left(\frac{2z}{L}\right)}{sh^2\psi_1}=1, \tag{5.16}$$

где

$$\psi_1=\frac{\pi\Psi}{KH_t}. \tag{5.17}$$

Для построения гидродинамической сетки, показанной на фиг. 5.7, уравнения (5.13) и (5.16) не использовались. Эту сетку построили графическим способом, изложенным в разделе 5.4. Между точками B и C проходят три линии тока, а число падений потенциала между верхним и нижним бьефами равно 11,2. Фильтрационный расход через площадь, расположенную в нижнем бьефе за подошвой плотины между точками B и C, определяют по формуле (5.12); он равен $Q=0{,}268\,KH_t$. Полубаринова-Кочина [2, стр. 76] приводит аналитическое выражение для фильтрационного расхода в виде

$$Q=\frac{KH_t}{\pi}\ln=\frac{x_c+\sqrt{x_c^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2}}{\frac{L}{2}}. \tag{5.18}$$

Для условий, показанных на фиг. 5.7, где $x_c=0{,}735\,L$, уравнение (5.18) дает $Q=0{,}306\,KH_t$. Величина Q, полученная графическим методом, меньше Q, полученной аналитическим путем, примерно на 13%. При сравнении гидродинамической сетки, построенной графически, с сеткой, полученной с помощью уравнений (5.13) и (5.16), видно, что линии тока (фиг. 5.7) проведены слишком близко к линии основания плотины. В связи с этим нижняя линия тока и пересекающие ее эквипотенциальные линии не ортогональны.

Распределение давления вдоль основания плотины получают с помощью уравнений (5.13), (5.14), (5.15), в которые введена величина $z=0$, характеризующая высоту над линией основания плотины. Из уравнения (5.13)

$$\frac{2x}{L}=\cos\varphi_1,$$

отсюда

$$\frac{\pi}{H_t}\left(\frac{p}{\gamma}-H_2\right)=\cos^{-1}\frac{2x}{L},$$

или

$$p=\gamma H_2+\gamma\frac{H_t}{\pi}\cos^{-1}\frac{2x}{L}. \tag{5.19}$$

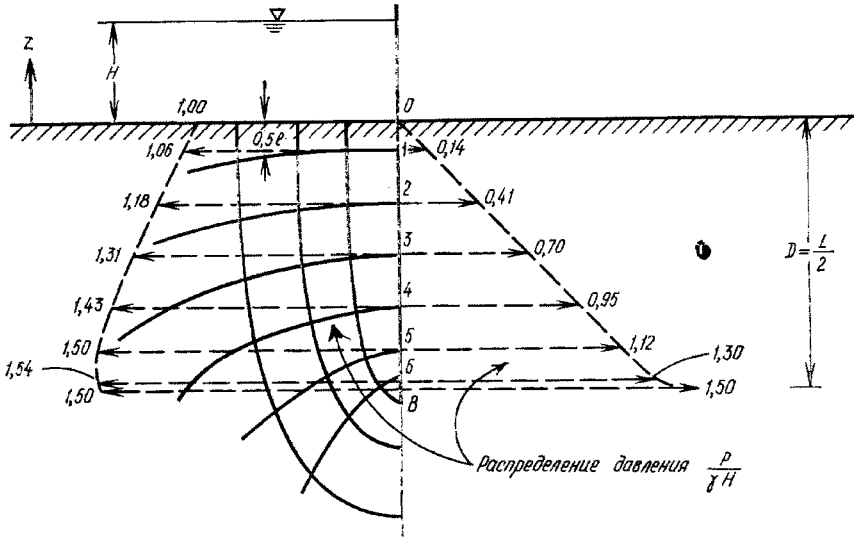
Это распределение фильтрационного давления на основание плотины нанесено на фиг. 5.7 с помощью гидродинамической сетки. Вычисления по уравнению (5.19) показывают, что величина давления, полученная при помощи сетки, отличается на 10%.

Фиг. 5.7 показывает, что форма кривой давления отличается от трапецеидальной формы, которая была принята в первом приближении.

Необходимо обратить внимание на величину постоянной из уравнения (4.2*), которая представлена в уравнении (5.15). В нашем учебнике эта постоянная почти всегда равна нулю. Величина $-H_2$ из уравнения (5.15) совместима с величиной, приведенной Полубариновой-Кочиной [2, стр. 74—76].

5.7. ШПУНТ В ГРУНТЕ БЕСКОНЕЧНОЙ ГЛУБИНЫ

Форма гидродинамической сетки зависит от геометрии и граничных условий пористой среды, а не от величины действующего напора или разности напоров в верхнем и нижнем бьефах. Это свойство сетки можно использовать при построении сетки фильтрации под шпунтом (фиг. 5.8) по сетке,



Ф и г. 5.8. Шпунт в грунте бесконечной глубины.

описанной в предыдущем разделе. Правая половина гидродинамической сетки, показанной на фиг. 5.7, находится в квадранте, ограниченном отрицательной осью z и положительной осью x с непроницаемым отрезком OB, представляющим собой линию тока. Остальная часть оси x и вся ось z — линии равного потенциала. Левая половина сетки, показанной на фиг. 5.8, ограничена двумя взаимно ортогональными линиями равного потенциала — горизонтальной линией поверхности грунта и вертикальной линией, часть которой служит непроницаемой границей (отрезок OB). Следовательно, квадранты, показанные на фиг. 5.7 и 5.8, имеют сходные очертания и характер их граничных условий одинаков, поэтому гидродинамические сетки в этих случаях должны быть одинаковы. Чтобы построить гидродинамическую сетку (фиг. 5.8), достаточно принять глубину шпунта $D = OB = \frac{L}{2}$ и повернуть сетку, изображенную на фиг. 5.7, по часовой стрелке на угол 90°, сохраняя при этом положение линий тока и эквипотенциальных линий.

При вращении оси x и z остаются неподвижными. Как и ранее, плоскостью сравнения для высоты положения служит поверхность грунта.

Распределение давления $\frac{p}{\gamma H}$, выраженного безразмерной величиной, на обеих сторонах шпунтовой стенки вычисляют по формуле $h = z + \frac{p}{\gamma}$. Для точек $n = 1$—7

$$h_n = z_n + \frac{p_n}{\gamma},$$

$$h_n = H - \lambda_n H,$$

где λ_n — отношение числа падений потенциала между плоскостью сравнения и точкой n к общему числу падений потенциала n_d. Распределение давления зависит от соотношения $\frac{H}{D}$, и его надо вычислять в каждом отдельном случае. Для условий, показанных на фиг. 5.8, это соотношение равно единице.

5.8. ОСОБЫЕ ТОЧКИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СЕТКИ

При построении гидродинамической сетки возникают трудности, когда в некоторых точках величины u и w [см. уравнения (5.3) и (5.8)] равны нулю или бесконечности. В этом случае ортогональность линий тока и эквипотенциальных линий нарушается. Различают три категории таких особых точек, которые наблюдаются в следующих условиях:

1. Линии тока и эквипотенциальные линии не перпендикулярны, что обычно происходит, когда линия тока идет вдоль границы.
2. Линии тока или эквипотенциальные линии имеют разрыв в уклоне на границе.
3. Поток имеет источник или сток. В этом случае скорость в точечном источнике или стоке становится бесконечно большой, поскольку квадраты вокруг этой точки становятся бесконечно малыми. Примеры особых точек этой категории будут приведены в гл. 6.

Категорию 1 можно подразделить на два случая в зависимости от величины угла α внутри пористой среды между линией тока и эквипотенциальной линией (угол α может быть меньше или больше 90°).

Угол $\alpha < 90°$ у входной поверхности плотины (фиг. 5.9, *а*). Легко доказать, что скорость фильтрации в точке A должна стремиться к нулю, если разделить элемент потока, прилежащий к точке A, на большое количество фрагментов. При этом расход фильтрационного потока делят поровну между полосами тока, полученными в результате деления элемента. Тогда

$$a_1 < 2a_2,$$

$$\frac{a_1}{a_2} = k2 \quad \text{при} \quad k < 1.$$

При дальнейшем делении

$$\frac{a_2}{a_3} = k2,$$

отсюда

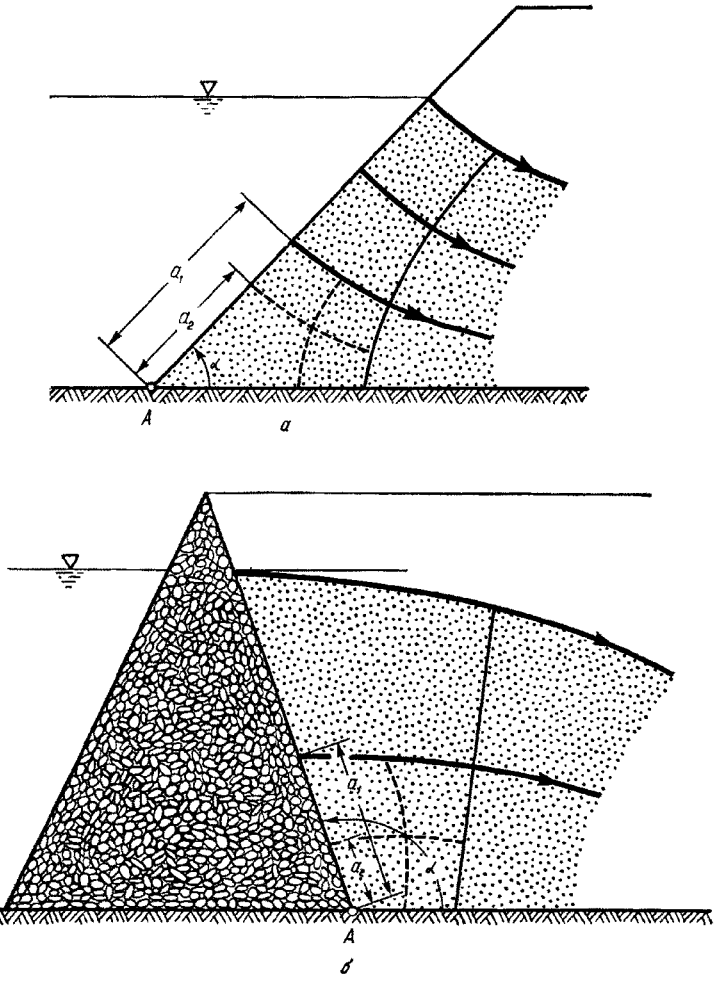
$$\frac{a_1}{a_3} = k^2 2^2$$

и в общем виде

$$\frac{a_1}{a_{n+1}} = k^n 2^n. \tag{5.20}$$

С другой стороны, если расход через элемент, прилежащий к точке A, $q_1 = V_1 a_1$,

$$V_2 = \frac{\frac{1}{2} q_1}{a_2} = V_1 \frac{a_1}{2a_2}.$$



Ф и г. 5.9. Особые точки гидродинамической сетки:
а — в точке A скорость фильтрации равна нулю; *б* — в точке A скорость фильтрации бесконечно большая.

Подобным образом

$$V_3 = V_2 \frac{a_2}{2a_3} = V_1 \frac{a_1}{2^2 a_3},$$

и на основании уравнения (5.20)

$$V_{n+1} = V_1 \frac{a_1}{2^n a_{n+1}} = V_1 k^n. \qquad (5.21)$$

Это уравнение показывает, что $\lim\limits_{n\to\infty} V_{n+1} = V_A = 0$, поскольку $k < 1$.

Угол $\alpha > 90°$ у входной поверхности плотины, укрепленной каменной наброской. При делении элемента, прилежащего к точке A, имеем

$$\frac{a_1}{a_2} = \beta 2 \quad \text{при} \quad \beta > 1.$$

При дальнейшем делении элемента, как и в случае $\alpha < 90°$,

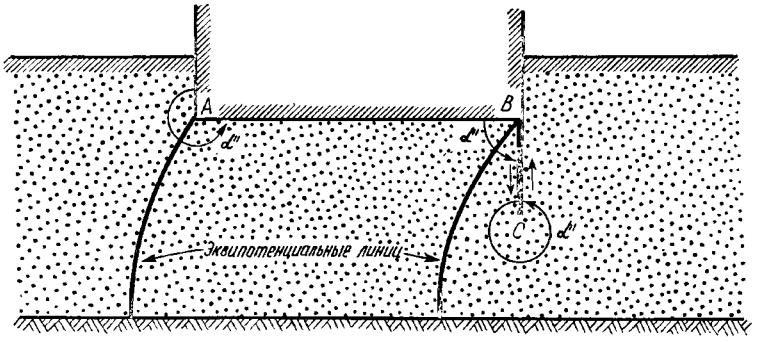
$$\frac{a_1}{a_{n+1}} = \beta^n 2^n.$$

Также получаем

$$V_{n+1} = V_1 \beta^n. \tag{5.22}$$

Из этого уравнения видно, что $\lim\limits_{n\to\infty} V_{n+1} = V_A = \infty$, потому что $\beta > 1$.

На фиг. 5.10 показаны особые точки A, B, C категории 2. Эквипотенциальные линии, проходящие через точки A и B, не могут быть ортого-



Ф и г. 5.10. Разрыв в уклоне линии тока вдоль границы.

нальны к обеим ветвям линии тока. В рассматриваемом случае при $\alpha'' > 180°$ скорость фильтрации бесконечно большая, при $\alpha'' < 180°$ скорость фильтрации равна нулю.

Фактически эти примеры представляют собой лишь особые случаи категории 1.

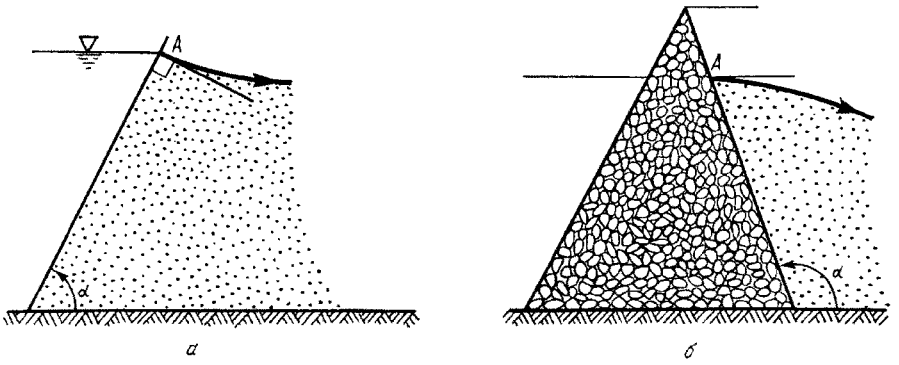
5.9. СЕТКИ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Безнапорный поток не имеет четко определенной верхней границы, и в этом случае положение верхней линии тока находят с помощью приближенных методов. Верхняя линия тока одновременно представляет собой и линию равного давления. Эквипотенциальные линии пересекаются с верхней линией тока ортогонально к ней, при этом $\Delta h = \Delta z$.

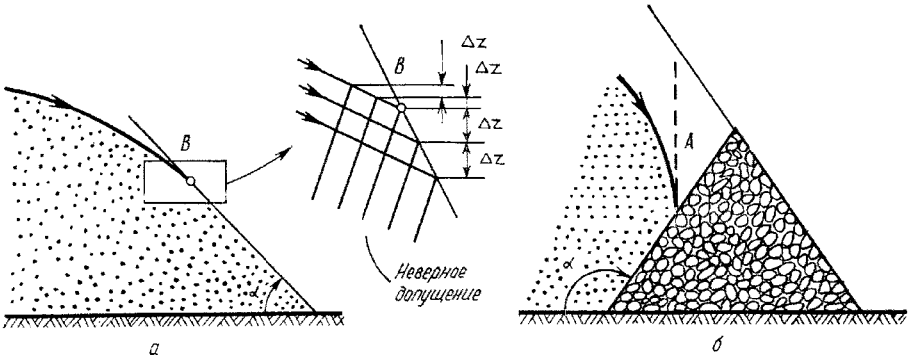
Линия свободной поверхности должна также удовлетворять условиям верхового (фиг. 5.11) и низового откосов плотины (фиг. 5.12). В точке A (фиг. 5.11, *б*) линия свободной поверхности вначале должна быть горизонтальной, поскольку она не может идти вверх против силы тяжести при постоянном атмосферном давлении. Следовательно, точка A — особая точка, где скорость фильтрации равна нулю, так как угол между линией тока и эквипотенциальной линией меньше 90°.

На фиг. 5.12, *а* линия свободной поверхности касательна к линии высачивания в точке B. Если предположить, что это не так, то около точки B при пересечении равноотстоящих эквипотенциальных линий двумя линиями с различными уклонами величины Δz должны быть одинаковы, что невоз-

можно. Эквипотенциальные линии находятся на равном расстоянии одна от другой, так как они показаны в виде прямых линий.



Фиг. 5.11. Положение линии свободной поверхности со стороны верхового откоса плотины.



Фиг. 5.12. Положение линии свободной поверхности со стороны низового откоса плотины.

На фиг. 5.12, *б* линия свободной поверхности при пересечении с линией высачивания касательна к вертикальной линии, проходящей через точку A. Это означает, что вблизи точки A эквипотенциальные линии горизонтальны.

5.10. ПЛОТИНА С НАКЛОННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ВЫСАЧИВАНИЯ. ДОПУЩЕНИЯ ДЮПЮИ

При нахождении уравнения свободной поверхности и определении длины линии высачивания a и расхода Q через плотину (фиг. 5.13) А. Казагранде [5] использовал допущения Дюпюи.

Эти допущения, которые применимы и для движения воды к скважине, вскрывающей безнапорный водоносный горизонт, следующие:

а) в любом вертикальном разрезе фильтрация горизонтальна;

б) скорость фильтрации постоянна по всей мощности потока $z_f(x)$;

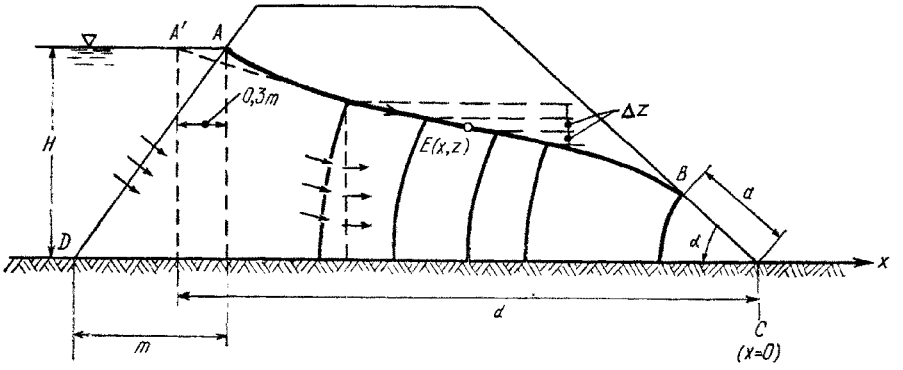
в) скорость фильтрации на свободной поверхности можно выразить как $v = -K\frac{\partial h}{\partial x}$, а не $v = -K\frac{\partial h}{\partial s}$. Это допущение приемлемо для малых уклонов свободной поверхности.

При решении задач о потоке со свободной поверхностью очень важно понять характер переменных, чтобы избежать серьезных ошибок [15]. В задачах о двухмерном потоке h — зависимая переменная, а x и z — независимые

переменные. Внутри области фильтрации

$$h(x, z) = z + \frac{p(x, z)}{\gamma}.$$

При рассмотрении напора в точке на свободной поверхности может возникнуть путаница в связи с использованием символа z. Если допустить, что атмосферное давление постоянно, то на свободной поверхности $h(x) = z_f(x) + \text{const}$. К символу z приписывают индекс f, чтобы отличить высоту



Ф и г. 5.13. Земляная плотина с поверхностью высачивания.

положения свободной поверхности, представляющей функцию x, от высоты положения точки, выбранной произвольно внутри области фильтрации и не зависящей от x.

Чтобы применить параболу Дюпюи (см. разд. 5.14) к свободной поверхности, действительную входную точку A сдвигают влево от точки A' на расстояние 0,3 m, где m — горизонтальная проекция линии AD смоченной части плотины в верхнем бьефе. Условная входная точка A' находится на расстоянии d от подошвы низового откоса плотины. Координаты точек A' и B соответственно следующие: $-d, H$ и $-a\cos\alpha$, $a\sin\alpha$.

При допущениях Дюпюи расход на единицу ширины плотины в любом сечении равен

$$Q = -Kz_f \frac{dz_f}{dx},$$

если в первом приближении на свободной поверхности

$$\frac{dh}{dx} \cong \frac{dz_f}{dx}.$$

Эта аппроксимация очень подходит для слегка наклонной поверхности грунтовых вод, где

$$\frac{1}{\gamma}\frac{dp}{dx} \cong 0.$$

По условию неразрывности такой же расход должен проходить через сечение в точке B, где (поскольку линия свободной поверхности касательна к линии поверхности высачивания)

$$-\left(\frac{dz_f}{dx}\right)_B = \operatorname{tg}\alpha.$$

Следовательно,

$$-Kz_f\frac{dz_f}{dx} = Ka\sin\alpha\operatorname{tg}\alpha. \qquad (5.23)$$

Чтобы найти a, интегрируют уравнение (5.23) в пределах от A' до B:

$$\int_{A'}^{B} z_f\, dz_f = -a \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha \int_{A'}^{B} dx,$$

или

$$\frac{1}{2}(a^2 \sin^2\alpha - H^2) = -a \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha\,(-a\cos\alpha + d).$$

Решение этого квадратного уравнения для a дает

$$a = \frac{d}{\cos\alpha} - \sqrt{\frac{d^2}{\cos^2\alpha} - \frac{H^2}{\sin^2\alpha}}. \tag{5.24}$$

Уравнение свободной поверхности находят путем интегрирования уравнения (5.23) в пределах от A' до E (x, z_f):

$$\frac{1}{2}(z_f^2 - H^2) = -a \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha\,(x + d).$$

Это уравнение представляет собой параболу с вершиной на оси x, когда

$$x = -d + \frac{1}{2}\frac{H^2}{a \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha} = -\frac{a}{2}\cos\alpha^1.$$

Расход фильтрационного потока равен

$$Q = Ka \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha. \tag{5.25}$$

Вышеописанный приближенный метод дает точные результаты для небольших значений α, порядка менее 30°. При $30° < \alpha < 60°$ Л. Казагранде [9] применил изложенную выше теорию, используя два первых допущения Дюпюи (пункты *а* и *б*), полагая, что скорость фильтрации у свободной поверхности постоянна и равна

$$v = -K\frac{\partial h}{\partial s} = -K\frac{dz}{ds}.$$

На основании этого выражения

$$Q = Ka \sin^2\alpha, \tag{5.26}$$

где

$$a = s_0 - \sqrt{s_0^2 - \frac{H^2}{\sin^2\alpha}} \tag{5.27}$$

и

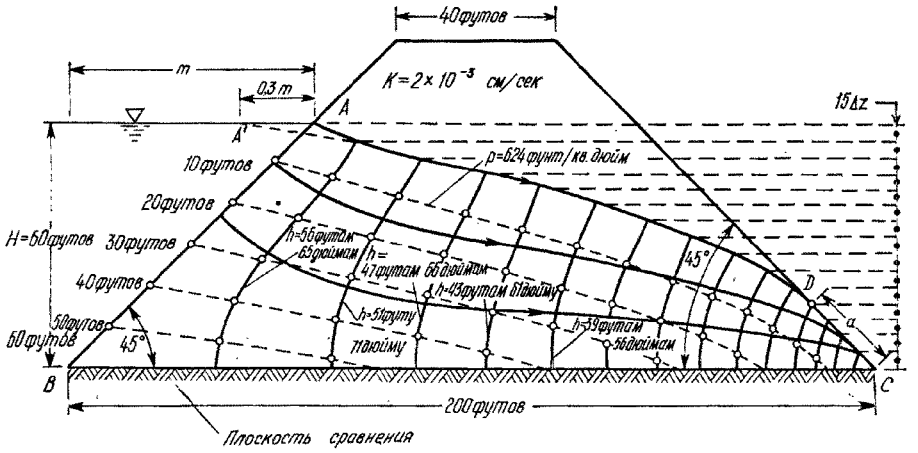
$$s_0 = \sqrt{H^2 + d^2}.$$

Ниже приводятся результаты расчетов для условий, показанных на фиг. 5.14. Поверхность высачивания земляной плотины наклонена под углом 45°. Сетку фильтрации под этой плотиной построили графическим путем в направлении от поверхности высачивания после того, как была найдена условная входная точка A' и напор H разделили на 15 равных величин Δz. После вычисления длины линии a по уравнению (5.27) через точки A' и D

---

[1] Для доказательства второго равенства достаточно показать, что $\frac{1}{2}\frac{H^2}{a \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha} = d - \frac{a}{2}\cos\alpha$. Если величину $\frac{a}{2}\cos\alpha$ вычесть из каждого члена и результирующее уравнение умножить на $\alpha \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha$, получим $\frac{1}{2}(a^2 \sin^2\alpha - H^2) = -a \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha \times (-a\cos\alpha + d)$, что было получено выше.

провели параболу. Были получены следующие результаты: $K = 2 \times \times 10^{-3}$ *см/сек* $= 6{,}67 \times 10^{-5}$ *фут/сек*; $a = 22$ *фут*; $n_f = 3$; $n_d = 14{,}8$; $Q = 7{,}97 \times 10^{4}$ *куб.фут/сек* на единицу длины плотины (определена с помощью графического метода); $Q = 7{,}20 \times 10^{-4}$ *куб. фут/сек* на единицу длины



Фиг. 5.14. Фильтрация через земляную плотину.

плотины [по уравнению (5.26)]; $Q = 10{,}2 \times 10^{-4}$ *куб. фут/сек* на единицу длины плотины [по уравнению (5.25)].

На сетку нанесены линии равного давления, соответствующие глубинам 10, 20, 30, 40 и 50 футов ниже поверхности воды. На эквипотенциальных линиях указаны величины полного напора h_n. Так же были измерены высоты положения h_n — 50 футов, h_n — 40 футов, h_n — 30 футов и т. д., так что высоту давления можно указать на каждой эквипотенциальной линии.

5.11. ГРУНТЫ РАЗЛИЧНОЙ ВОДОПРОНИЦАЕМОСТИ

Когда поток, пройдя через грунт с коэффициентом фильтрации K_1, пересекает границу грунта с другим коэффициентом фильтрации K_2, линии тока преломляются подобно лучам света (фиг. 5.15).

Рассмотрим полосу тока, образованную линиями тока, которые проходят через точки A и B. По условию неразрывности вся жидкость, текущая между этими линиями тока в грунте I, пересекает границу грунтов, входит в грунт II и остается там между преломленными линиями тока. Другими словами, нормальные компоненты средних скоростей в полосе тока по обеим сторонам границы должны быть одинаковы. Обозначим углы, образованные линией тока при пересечении с границей грунтов, символами θ_1 и θ_2. Равенство $V_{1,n} = V_{2,n}$ выразим в следующем виде:

$$K_1 \frac{(\Delta h_1)_{AB}}{C_1 B} \cos\theta_1 = K_2 \frac{(\Delta h_2)_{AB}}{AC_2} \cos\theta_2. \tag{5.28}$$

Разность напоров между A и B однозначна, следовательно,

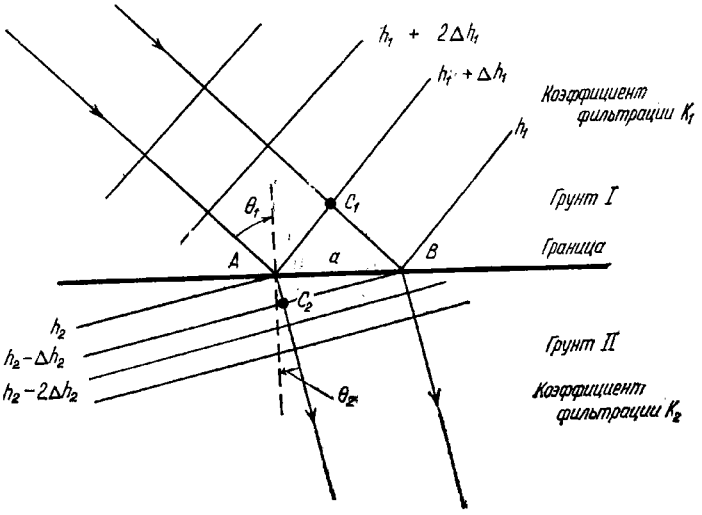
$$(\Delta h_1)_{AB} = (\Delta h_2)_{AB}.$$

Кроме того, $C_1B = a \sin\theta_1$ и $AC_2 = a \sin\theta_2$. Подставив эти величины в уравнение (5.28), получим

$$\frac{K_1}{\operatorname{tg}\theta_1} = \frac{K_2}{\operatorname{tg}\theta_2}. \tag{5.29}$$

Эта зависимость показывает, что движение воды происходит из крупнозернистого грунта в мелкозернистый [10]. Элементы потока в грунте I имеют

форму квадрата, а в грунте II — форму прямоугольника. Если нужно построить гидродинамическую сетку, состоящую из квадратов, и иметь одинаковые значения расходов по обеим сторонам границы грунтов, то

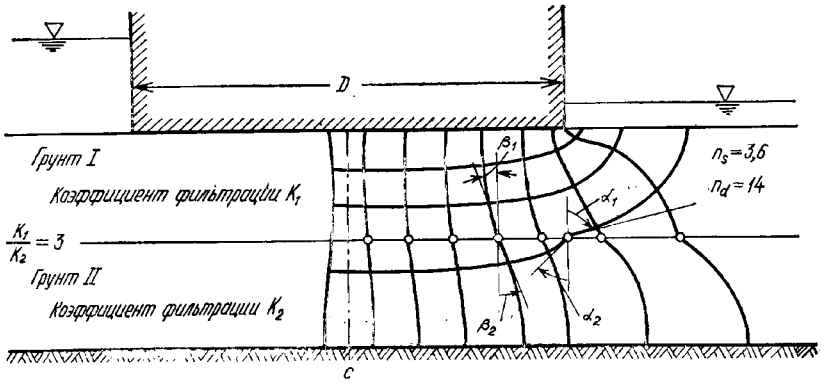


Фиг. 5.15 Преломление линий тока на границе грунтов различной водопроницаемости.

зависимость между падениями напора должна быть следующая:

$$\frac{\Delta h_2}{\Delta h_1} = \frac{K_1}{K_2}. \tag{5.30}$$

На фиг. 5.16 показана гидродинамическая сетка фильтрации в грунте, состоящем из двух слоев с различными коэффициентами фильтрации. Отме-



Фиг. 5.16 Сетка фильтрации в грунте различной водопроницаемости.

тим, что в этом случае эквипотенциальные линии преломляются в соответствии с формулой

$$\frac{\operatorname{tg}\beta_1}{\operatorname{tg}\beta_2} = \frac{K_2}{K_1},$$

где $\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_2 + \beta_2 = 90°$.

На фиг. 5.16 преломляется только одна линия тока, и, поскольку $K_2 < K_1$, эта линия при пересечении границы слоев наклоняется более

круто. Однако линия тока быстро становится параллельной водоупору и непроницаемому основанию плотины. Третья полоса тока целиком образуется в грунте I, но по направлению к центру основания она на 80% проходит в грунте I и на 20% — в грунте II. Нижняя полоса тока очерчена лишь на 60%. Поскольку $K_2 = \frac{1}{3} K_1$, полоса тока в грунте II будет состоять из элементов, ширина которых превышает их длину в три раза.

Читателю в качестве упражнения предлагается построить сетку с аналогичными граничными условиями, но при $K_1 = \frac{1}{3} K_2$. По-видимому, лучший способ характеристики фильтрации в рассмотренном случае заключается в построении гидродинамической сетки из квадратных элементов для области с более высоким коэффициентом фильтрации и экстраполяции этой сетки через границу грунтов. Описание построения гидродинамической сетки в схожих условиях и в анизотропной среде с помощью электролитической модели читатель найдет в работе Тодда и Бэра [11].

5.12. АНИЗОТРОПНЫЙ ГРУНТ

Осадочные породы обычно отлагаются таким образом, что водопроницаемость образовавшейся пористой среды в одном направлении больше водопроницаемости в другом. Такое явление наблюдается в большинстве слоистых грунтов, где фильтрационный поток движется быстрее вдоль плоскостей напластования, чем поперек последних. Грунт, водопроницаемость которого не одинакова в различных направлениях, называется анизотропным. Если анизотропность грунта меняется от одной точки к другой, то грунт имеет неоднородное строение. Если анизотропность грунта одинакова в различных его точках, грунт считают однородным. Простым случаем анизотропности считается такой, когда водопроницаемость среды в данной плоскости гораздо больше водопроницаемости в направлении, перпендикулярном к этой плоскости. Однако и в этом случае гидродинамическая сетка представляет собой удобный способ характеристики фильтрационного потока.

Для двухмерного потока в соответствии с законом Дарси

$$u = -K_x \frac{\partial h}{\partial x},$$

$$w = -K_z \frac{\partial h}{\partial z}.$$

Если эти величины подставить в уравнение (4.44) при $\rho = \text{const}$ для случая установившегося движения, получим следующее уравнение:

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0. \tag{5.31}$$

Это уравнение отличается от уравнения Лапласа, но его можно превратить в таковое путем простого изменения масштаба.

Допустив, что $K_x > K_z$, введем новую переменную

$$x_t = x \sqrt{\frac{Kz}{Kx}}, \tag{5.32}$$

т. е. уменьшим расстояния в направлении большей водопроницаемости. Преобразовываем уравнение (5.31):

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x_t} \frac{\partial x_t}{\partial x} = \sqrt{\frac{K_z}{K_x}} \frac{\partial h}{\partial x_t},$$

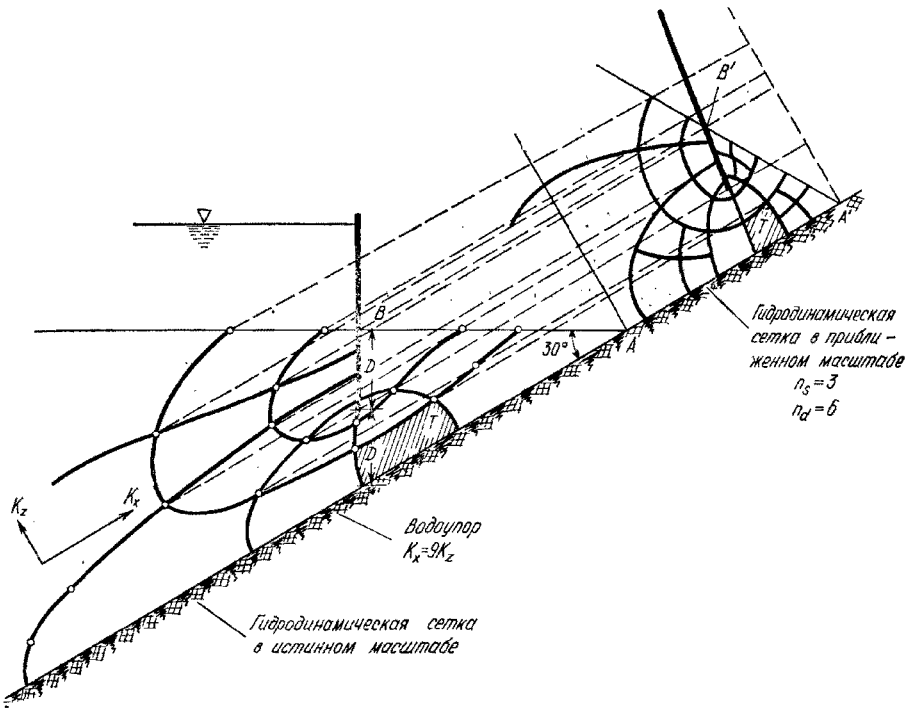
$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \sqrt{\frac{K_z}{K_x}} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x_t} = \sqrt{\frac{K_z}{K_x}} \frac{\partial}{\partial x_t} \frac{\partial h}{\partial x_t} \frac{\partial x_t}{\partial x} = \frac{K_z}{K_x} \frac{\partial^2 h}{\partial x_t^2}.$$

Теперь уравнение (5.30) записываем в виде

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x_t^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0. \tag{5.33}$$

Это уравнение представляет собой уравнение Лапласа с переменными x_t и z.

В рассматриваемом случае (фиг. 5.17) гидродинамическую сетку строят следующим образом. Вначале вычерчивают сетку в преобразованном мас-



Ф и г. 5.17. Сетка фильтрации в анизотропном грунте.

штабе, а затем — в истинном. Следует заметить, что внешние элементы потока в более глубокой части области потока необычны. Скорости в этой области становятся меньше, а площадь притока увеличивается. Верхняя эквипотенциальная линия должна кончаться ортогонально к непроницаемому основанию. Если K_{tr} — коэффициент фильтрации преобразованной среды, то расход через эту среду равен

$$Q = \frac{n_s}{n_d} K_{tr} H. \tag{5.34}$$

Сравним два элемента, помеченные буквой T. Расход через элемент преобразованной среды равен

$$q = K_{tr} a \frac{\Delta h}{a}, \tag{5.35}$$

где a — средний линейный размер квадрата.

Такой же расход проходит через соответствующий элемент в природном сечении в направлении, где K_{max}. Очевидно, что длина этого элемента

равна $a\sqrt{\frac{K_x}{K_z}}$. Отсюда

$$q = K_x \frac{a\Delta h}{a\sqrt{\frac{K_x}{K_z}}}. \tag{5.36}$$

Неизвестную величину K_{tr} находим из уравнений (5.35) и (5.36):

$$K_{tr} = \sqrt{K_x K_z}.$$

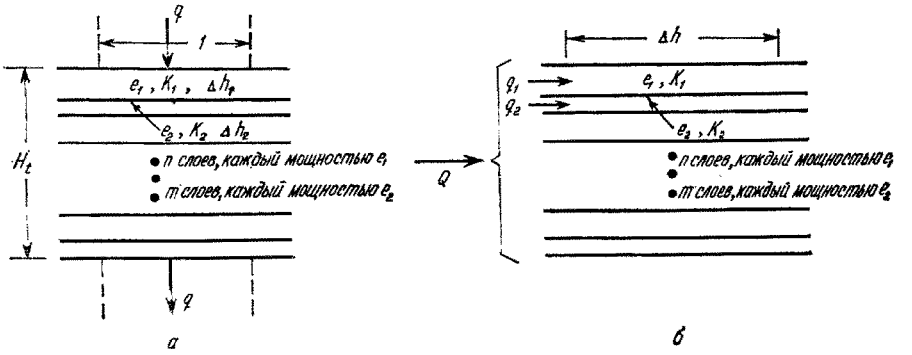
И наконец, получаем

$$Q = \frac{n_s}{n_d}\sqrt{K_x \cdot K_z} \cdot H. \tag{5.37}$$

Параметры, указанные на фиг. 5.17, имеют следующие значения: $K_z = 10^{-5}$ *см/сек*; $K_x = 9\,K_z$; глубина шпунта $D = 10$ *м*; $H = 5$ *м*; $n_s = 3$; $n_d = 6$; $Q = 7{,}5 \times 10^{-7}$ *м*^{3}*/сек* на единицу длины шпунта, или 65 *л/сутки*.

5.13. МНОГОСЛОЙНАЯ ТОЛЩА

Тонкие, не выдержанные по мощности слои с относительно высоким коэффициентом фильтрации, такие, как крупный песок, обычно переме-



Ф и г. 5.18. Многослойная толща

жаются с менее проницаемыми линзами глинистых песков. В этом случае необходимо знать максимальную, минимальную и общую водопроницаемость такой системы.

Рассмотрим фиг. 5.18, *а*, где схематично изображена толща, состоящая из n слоев, каждый мощностью e_1, и m слоев, каждый мощностью e_2. Пусть Δh_1 — потеря напора в слое мощностью e_1, Δh_2 — потеря напора в слое мощностью e_2. Расход q в направлении, перпендикулярном к слоям, через единицу площади будет

$$q = K_1 \frac{\Delta h_1}{e_1} \cdot 1 = K_2 \frac{\Delta h_2}{e_2} \cdot 1. \tag{5.38}$$

Общая потеря напора в многослойной толще есть

$$H_t = n\Delta h_1 + m\Delta h_2,$$

или

$$H_t = q\left(\frac{ne_1}{K_1} + \frac{me_2}{K_2}\right) \tag{5.39}$$

Расход также можно выразить так:

$$q = K_{\min}\frac{H_t}{ne_1 + me_2} \tag{5.40}$$

Исключение $\frac{H_t}{q}$ из уравнений (5.39) и (5.40) дает

$$\frac{H_t}{q}=\frac{ne_1}{K_1}+\frac{me_2}{K_2}=\frac{ne_1+me_2}{K_{\min}}$$

и

$$K_{\min}=\frac{ne_1+me_2}{\frac{ne_1}{K_1}+\frac{me_2}{K_2}}$$

Эта формула в видоизмененной форме верна и для толщ, сложенных более чем двумя различными слоями:

$$K_{\min}=\frac{\sum\limits_i e_i}{\sum\limits_i \frac{e_i}{K_i}}. \tag{5.41}$$

Теперь найдем максимальную водопроницаемость. Расходы q_1 и q_2 (фиг. 5.18, б) через соответствующие слои будут

$$q_1=K_1\frac{\Delta h}{\Delta l}e_1,\ q_2=K_2\frac{\Delta h}{\Delta l}e_2.$$

Полный расход равен

$$Q=nq_1+mq_2=(nK_1e_1+mK_2e_2)\frac{\Delta h}{\Delta l}. \tag{5.42}$$

Этот расход можно выразить в виде

$$Q=K_{\max}(ne_1+me_2)\frac{\Delta h}{\Delta l}. \tag{5.43}$$

Величину $K_{\max}$ находим по уравнениям (5.42) и (5.43):

$$K_{\max}=\frac{nK_1e_1+mK_2e_2}{ne_1+me_2}.$$

Эта формула применима также к толще, сложенной более чем двумя различными слоями:

$$K_{\max}=\frac{\sum\limits_i K_ie_i}{\sum\limits_i e_i}, \tag{5.44}$$

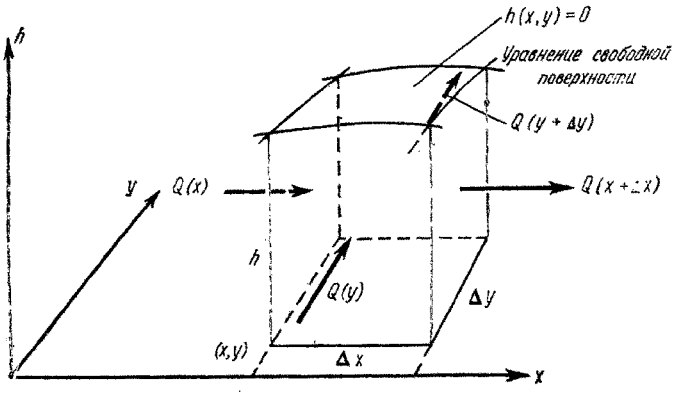
где $\sum\limits_i$ — сумма соответствующих величин рассматриваемых параметров слоев.

На фиг. 5.18 величины имеют следующие значения: $e_1 = 16{,}66$ *фут*; $e_2 = 10$ *фут*; $K_1 = 0{,}05 \times 10^{-4}$ *см/сек*; $K_2 = 75 \times 10^{-9}$ *см/сек*; $n = m$; $K_{\min} = 2 \times 10^{-7}$ *см/сек*; $K_{\max} = 32 \times 10^{-7}$ *см/сек*.

5.14. ДОПУЩЕНИЯ ДЮПЮИ И УРАВНЕНИЕ $\nabla^2 h^2 = 0$ ДЛЯ БЕЗНАПОРНОГО ПОТОКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД

В разделе 4.11 было показано, что пьезометрический напор h удовлетворяет уравнению Лапласа (4.52) на основании гидродинамического закона как для напорных, так и для безнапорных водоносных горизонтов. Отмечалось также, что уравнение (4.52) можно преобразовать для безнапорного потока с помощью допущений Дюпюи в соответствии с гидравлической теорией.

Рассмотрим призму, изображенную на фиг. 5.19, нижняя грань которой параллельна направлению потока, а верхняя представляет собой свободную поверхность грунтовых вод. Плоскость сравнения для h совпадает с поверхностью непроницаемого слоя, подстилающего водоносный горизонт. В допущениях Дюпюи $h(x, y)$ — высота свободной поверхности над



Фиг. 5.19. Условия неразрывности в случае безнапорного водоносного горизонта.

плоскостью сравнения, а также напор в любой точке вертикальной линии, опущенной из любой точки свободной поверхности. Допущения Дюпюи приемлемы, когда свободная поверхность имеет небольшую кривизну. Тогда, если рассматривать поток в направлении оси x, то h в сечении через ось x (параллельно оси y) можно считать средней величиной напора в этом сечении. Расход через элементарную площадь сечения поперек x, например $h\Delta y$, будет

$$Q(x) = -K\frac{\partial h}{\partial x} h\,\Delta y. \tag{5.45}$$

Расход через элементарную площадь сечения поперек $x + \Delta x$ выражен в виде

$$Q(x+\Delta x) = -K\frac{\partial h}{\partial x} h\,\Delta y + \Delta x\frac{\partial}{\partial x}\left(-K\frac{\partial h}{\partial x} h\,\Delta y\right) + \ldots. \tag{5.46}$$

Разность расходов втекающей и вытекающей воды при постоянной величине K равна

$$\Delta x\,\Delta y\,K\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right) = \Delta x\,\Delta y\,K\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial h^2}{\partial x}\right).$$

Подобным образом находим разность расходов втекающей и вытекающей воды в направлении y:

$$K\,\Delta x\,\Delta y\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial h^2}{\partial y}\right).$$

Допустим, что поток в вертикальном направлении отсутствует. В соответствии с принципом неразрывности разность между расходами втекающей и вытекающей воды должна равняться изменению объема воды, или накоплению воды, внутри призмы.

Накопление равно нулю, если внутри призмы отсутствуют источники и стоки, как это всегда и бывает, но все же последние могут находиться на границах области потока (см. гл. 6).

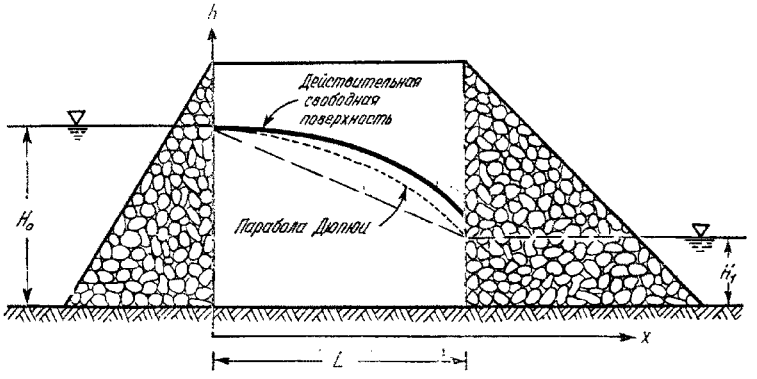
Отсюда

$$\Delta x\,\Delta y\frac{K}{2}\left[\frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2}\right] = 0$$

и

$$\nabla^2 h^2 = 0. \tag{5.47}$$

Для случая, когда происходит питание грунтовых вод путем инфильтрации атмосферных осадков, уравнение (5.47) нетрудно видоизменить.



Ф и г. 5.20. Движение воды со свободной поверхностью через земляную плотину.

Если интенсивность питания на единицу площади обозначить символом W $\left(\text{размерность } \frac{L}{T}\right)$, интенсивность питания призмы (фиг. 5.19) будет $W\Delta x \Delta y$. Закон сохранения массы требует, чтобы

$$\Delta x\, \Delta y \frac{K}{2}\left[\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2}\right] + W\Delta x\, \Delta y = 0,$$

или

$$\nabla^2 h^2 + \frac{2W}{K} = 0. \tag{5.47*}$$

Ниже описано движение воды со свободной поверхностью через прямоугольную земляную плотину (фиг. 5.20) при отсутствии питания. Сокращаем уравнение (5.47) до выражения

$$\frac{d^2 h^2}{dx^2} = 0.$$

Интегрирование этого обыкновенного дифференциального уравнения дает

$$h^2 = Ax + B, \tag{5.48}$$

где A и B — постоянные интегрирования, которые надо определить. Постоянную A получаем из уравнения (5.48) путем дифференцирования:

$$A = 2h\frac{dh}{dx}.$$

На основании допущений Дюпюи расход через любое вертикальное сечение равен

$$Q = -Kh\frac{dh}{dx}.$$

Отсюда

$$A = -\frac{2Q}{K}.$$

Постоянную B определяем при условии, что $x = 0$ и $h = H_0$. Следовательно,

$$B = H_0^2.$$

Уравнение свободной поверхности представляет собой параболу

$$h^2 = -\frac{2Q}{K}x + H_0^2. \tag{5.49}$$

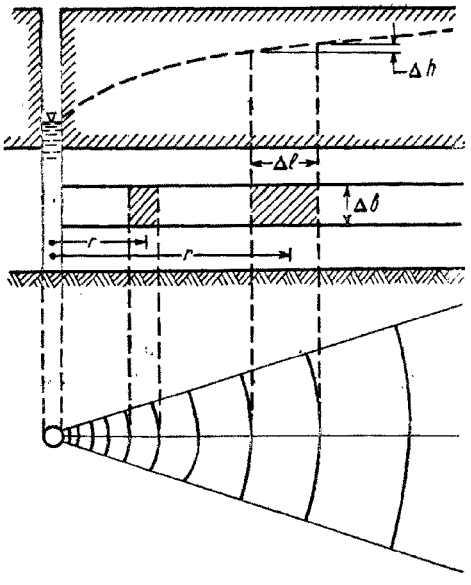
Если пренебречь существованием поверхности высачивания на низовом откосе плотины, то Q определяют из уравнения (5.49) и на основании того, что $h = H_1$ при $x = L$:

$$Q = \frac{K}{2L}(H_0^2 - H_1^2). \tag{5.50}$$

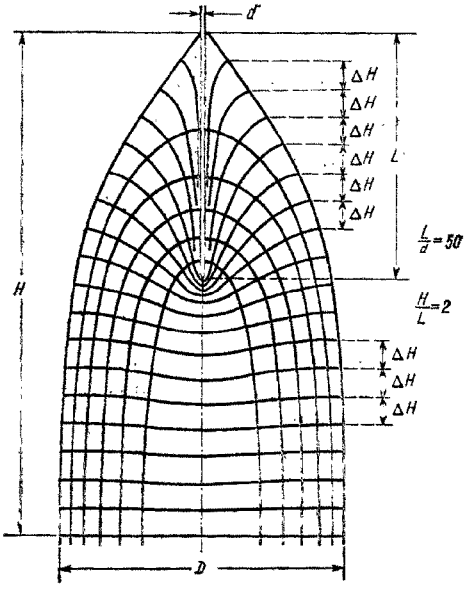
Можно доказать, что расход по уравнению (5.50) получен точно независимо от наличия поверхности высачивания. Это доказательство проделал Чарный [в 12]. Результат уравнения (5.50) был получен ранее Маскетом [1, стр. 377] без допущений Дюпюи.

5.15. РАДИАЛЬНЫЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ СЕТКИ

Движение воды к скважине или от нее в напорных или безнапорных условиях можно представить в виде одинаковых гидродинамических сеток



Фиг. 5.21 Радиальная сетка горизонтального движения воды к скважине.



Фиг. 5.22. Сетка установившегося движения при наливе в скважину, пройденную в безнапорном водоносном горизонте [2, стр. 496]

для всех сечений, проведенных по радиусу через ось скважины. Иногда такое движение подземных вод называют осесимметричным [2, стр. 493]. В этом случае можно построить два типа гидродинамических сеток: сетки в вертикальной плоскости, включающей ось скважины, и сетки в любой плоскости, перпендикулярной к оси скважины. Линии тока сетки второго типа подобны лучам, сходящимся к скважине, а эквипотенциальные линии представляют собой концентрические окружности. Если поток напорный, (фиг. 5.21), тогда сетка горизонтального движения, т. е. сетка второго типа, одинакова для любой плоскости, перпендикулярной к скважине. Если поток безнапорный, сетки движения в плоскостях, перпендикулярных к оси скважины, подобны.

Рассмотрим сетку, изображенную на фиг. 5.21. Здесь отношение $\frac{\Delta b}{\Delta l}$ для каждого элемента обратно пропорционально радиусу, что следует из того, что расход Δq во внутренней трубке тока

$$\Delta q = 2\pi r\, \Delta b K \frac{\Delta h}{\Delta l}, \tag{5.51}$$

где Δh взято в абсолютном значении. Чтобы все элементы имели равный расход при одинаковой величине Δh, очевидно, отношение $r\,\frac{\Delta b}{\Delta l}$ должно быть постоянным.

Читатель может самостоятельно закончить сетку вертикального потока (фиг. 5. 21), располагая сеткой горизонтального потока, а затем проверить постоянство вышеупомянутого отношения.

Принцип сохранения постоянства отношения $r\,\frac{\Delta b}{\Delta l}$ был также соблюден при построении сетки, показанной на фиг. 5.22. Эквипотенциальные линии этой сетки пересекают свободную поверхность через равные интервалы ΔH.

Полный расход (фиг. 5.21) получают на основании того, что $Q = n_s \Delta q$ и $H_t = n_d \Delta h$:

$$Q = 2\pi K \frac{n_s}{n_d} \left(r \frac{\Delta b}{\Delta l}\right) H_t. \tag{5.52}$$

Гидродинамическая сетка (фиг. 5.22) показывает, что линии тока становятся почти параллельными и вертикальными на глубине, превышающей длину скважины в два раза. Насберг [в 2, стр. 495], который первым построил такую сетку, считает, что на глубине 2 L влияние поверхности грунтовых вод на рисунок сетки при нагнетании незначительно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Muskat M., 1937. The flow of homogeneous fluids through porous media, McGraw-Hill, New York, Edwards Brothers, Ann Arbor, Mich., 1946 (см. русский перевод: Маскет М., Течение однородных жидкостей в пористой среде, Гостоптехиздат, М.— Л., 1949).
2. Полубаринова-Кочина П. Я., 1952. Теория движения грунтовых вод, ГТТИ, М.
3. Wayland H., 1957. Differential equations applied in science and engineering, Van Nostrand, Princeton, 67.
4. Rouse H., 1959. Advanced mechanics of fluids, Wiley, New York, 73.
5. Casagrande A., 1937. Seepage through dams, Journal of New England Water Works Association, June; 1940, Journal of Boston Society of Civil Engineers, 295—337.
6. Forchheimer P., 1914. Hydraulik, Teubner, Berlin, 417—418 (см. русский перевод: Форхгеймер Ф., Гидравлика, ОНТИ, М.— Л., 1935).
7. Taylor D. W., 1948. Fundamentals of soil mechanics, Wiley, New York, 156 (см. русский перевод: Тейлор Д. В., Основы механики грунтов, Госстройиздат, М., 1960).
8. Nelson R. W., 1961. Design of interceptor drains in heterogeneous soils, ASCE Journal of the Irrigation and Drainage Division, December, 41—53.
9. Casagrande L., 1934. Näherungsverfahren zur Ermittlung der Sickerung in geschütteten Dämmen auf undurchlässiger Sohle, Bautechnik, 15.
10. Hubbert M. K., 1940. The theory of ground-water motion, Journal of Geology, 846.
11. Todd D. K., Bear J. C., 1961. Seepage through layered anisotropic porous media, ASCE Journal of the Hydraulics Division, May, 31—57.
12. De Wiest R. J. M., 1963. Russian contributions to the theory of ground-water flow, Ground Water, 1, 1, 44—48.
13. Nelson R. W., 1962. Steady Darcian transport of fluids in heterogeneous partially saturated porous media, I. Mathematical and numerical formulation, Report HW-72335 Ptl, Hanford Atomic Products Operation, General Electric, Richland, Washington, 1—30.
14. Reisenauer A. E., Nelson R. W., Knudsen C. N., 1963. Steady Darcian transport of fluids in heterogeneous partially saturated porous media, II. The computer program, Report HW-72335 Pt2, Hanford Atomic Products Operation, General Electric, Richland, Washington, 1—83.
15. Dicker D., 1963. Discussions on transient development of the free surface in a homogeneous earth dam, Geotechnique, 13, 3, 260—262.

ГЛАВА 6

Динамика потока подземных вод в районе скважины

Основные закономерности движения подземных вод, изложенные в гл. 4 и 5, использованы в предлагаемой главе для решения задач движения подземных вод к скважинам и от скважин. При простых граничных условиях можно использовать уравнения (4.52) и (5.47), не прибегая к таким методам математического анализа, как разделение переменных, введение преобразований и функций Грина, метод конформного отображения. Результаты, получаемые с помощью этих методов, приводятся лишь как справочный материал и в аналитическом отношении недостаточно разработаны. Подробное описание указанных методов выходит за рамки нашего учебника. Функции потенциала и тока используются на основании ограниченного материала (см. гл. 4 и 5). Гидрогеологические расчеты скважин детально изложены в ряде имеющихся руководств и тщательно разработаны различными исследователями. Здесь повторяется материал, ставший классическим при изучении движения подземных вод. Рассматриваются наиболее схематизированные граничные условия. Тем не менее практические задачи поддаются удовлетворительному решению с помощью уравнений, выведенных для этих схематизированных граничных условий, хотя получаемое решение — всего лишь первое приближение к реальным природным условиям. В разделах 6.1—6.6 рассматривается установившееся движение подземных вод, а в разделах 6.7—6.11 — некоторые задачи, относящиеся к неустановившемуся движению подземных вод. Подробно описаны водоносные горизонты в условиях перетекания.

УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

6.1. ДВИЖЕНИЕ РАДИАЛЬНОГО ПОТОКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД К СКВАЖИНЕ

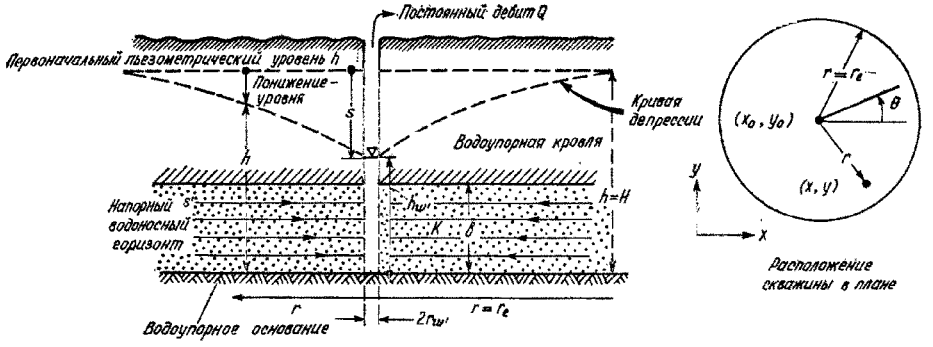
Напорный поток подземных вод

Допустим, что откачка из скважины ведется при постоянном дебите Q (фиг. 6.1) и что граничные условия определяют одинаковый характер падения пьезометрического напора h под влиянием откачки в любом вертикальном сечении, проведенном через ось скважины. Этим определяется радиальная симметрия потока подземных вод, т. е. независимость его от величины угла θ в полярных координатах, началом которых служит точка на оси скважины, и постоянство пьезометрического напора по периметру любой окружности, плоскость которой перпендикулярна к оси скважины, с центром на оси скважины. Такие условия наблюдаются, когда скважина пройдена в центре кругового водоносного горизонта, сложенного однородными изотропными породами. Если скважина совершенная, линии тока s' параллельны водоупорному основанию в любой точке потока подземных вод. Дебит рассматриваемой скважины Q равен расходу потока, проходящего

через цилиндрический водоносный горизонт радиусом r и мощностью b:

$$Q = -K\frac{\partial h}{\partial s'}2\pi rb = K\frac{dh}{dr}2\pi rb. \tag{6.1}$$

Разделив переменные, можем проинтегрировать уравнение (6.1). Поскольку это дифференциальное уравнение первого порядка с одной независимой



Ф и г. 6.1. Движение радиального потока подземных вод к совершенной скважине в напорном водоносном горизонте.

переменной, должно быть удовлетворено лишь одно граничное условие:

$$h = H \text{ при } r = r_e. \tag{6.2}$$

Однако в целях более строгого математического решения лучше рассматривать уравнения (6.1) и (6.2) как граничные условия для решения уравнения Лапласа (4.52) в следующем виде:

$$\frac{d^2h}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dh}{dr} = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dh}{dr}\right) = 0. \tag{6.3}$$

Интегрируя уравнение (6.3), на основании уравнения (6.1) получим

$$r\frac{dh}{dr} = \frac{Q}{2\pi Kb} = \text{const}. \tag{6.4}$$

Интегрируя уравнение (6.4) в соответствии с граничным условием (6.2), получим

$$\int_h^H dh = \frac{Q}{2\pi Kb}\int_r^{r_e}\frac{dr}{r},$$

или

$$H - h = \frac{Q}{2\pi Kb}\ln\frac{r_e}{r}. \tag{6.5}$$

Разность между первоначальным пьезометрическим уровнем H и уровнем воды в скважине h_w после откачки с определенной производительностью Q называют понижением уровня и обычно обозначают символом s. При решении гидрогеологических задач нас интересует больше величина понижения уровня, чем абсолютная величина напора h. Поскольку рассматриваемый водоносный горизонт напорный, за плоскость сравнения напоров принята поверхность водоупорного основания. Заметим, что символом s' на фиг. 6.1 обозначены линии тока. Произведение $Kb = T$ представляет собой коэффициент водопроводимости водоносного горизонта [см. уравнение (4.50)]. Этот коэффициент имеет размерность $\frac{L^2}{T}$ и выражен в *галл/сутки/кв. фут*.

Переписываем результат интегрирования уравнения (6.4):

$$h=\frac{Q}{2\pi Kb}\ln r+\text{const}. \tag{6.6}$$

Это выражение не согласуется с представлением о цилиндрической поверхности равных напоров, т. е. когда скважина проходит строго вертикально через центр участка водоносного горизонта цилиндрической формы с радиусом влияния r_e. Как отмечает Полубаринова-Кочина [6, стр. 413], понятие *радиус влияния* [40] неопределенно. Окружность, описанная радиусом влияния, представляет собой не что иное, как вертикальную проекцию цилиндрической области постоянного напора, не находящейся под влиянием откачки.

Из уравнения (6.6) следует, что величина h неограниченно возрастает с увеличением r. В природных условиях величина r для неограниченных водоносных горизонтов достигает очень больших значений, а h остается относительно малой и обычно ограничена отметкой уровня, на которой происходит питание водоносного горизонта. Вследствие этого уравнение (6.6) применимо лишь при небольших радиусах влияния. Другими словами, установившееся радиальное движение подземных вод к скважине, описываемое уравнением (6.6), происходит лишь на коротком расстоянии от скважины. Установившееся радиальное движение подземных вод в водоносных горизонтах, размеры которых по простиранию приближаются к бесконечности, невозможно ни теоретически, ни практически.

Уравнения (6.5) и (6.6) сохраняют свою силу, пока центр скважины расположен в точке (x_0, y_0), так как очевидно, что

$$r^2=(x-x_0)^2+(y-y_0)^2.$$

В соответствии с этим уравнение (6.6) может быть преобразовано:

$$h(x, y)=\frac{Q}{4\pi Kb}\ln[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2]+C. \tag{6.7}$$

Уравнение (6.7) позволяет вычислить величину напора h в некоторой точке (x, y), необходимого для того, чтобы обеспечить дебит скважины Q с центром в точке (x_0, y_0).

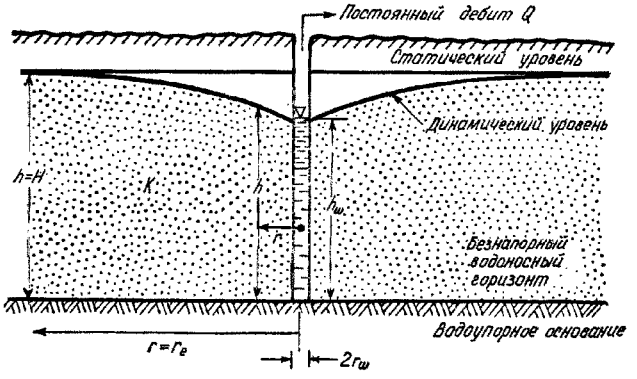
Уравнение (6.5) известно под названием уравнения установившегося движения или уравнения Тима [1]. Оно позволяет определить величину Q при заданном K и наоборот, если значения h или s измерены в двух наблюдательных скважинах. Одна из скважин может быть эксплуатационной. Тогда если обозначить высоту уровня воды в откачивающей скважине через h_w, радиус влияния скважины через r_w, а символом h_1 обозначить напор в наблюдательной скважине, находящейся на расстоянии r_1 от центральной, то справедливо уравнение

$$K=\frac{Q}{2\pi b(h_1-h_w)}\ln\frac{r_1}{r_w} \tag{6.8}$$

Уравнение (6.8) имеет ограниченное применение, поскольку местные гидравлические условия в скважине и около нее сильно влияют на величины h_w и r_w. Значения r_w и h_w необходимо выбирать с большой осторожностью и пользоваться ими следует лишь тогда, когда другие методы анализа неприменимы. Чтобы понижения уровня были значительными и легко поддавались измерению, желательно пользоваться двумя наблюдательными скважинами, расположенными достаточно близко к центральной скважине. Хотя уравнение (6.8) по своей природе построено на гипотетических предпосылках, уравнения такого типа широко применяются для полевых определений коэффициента фильтрации K водоносных пород.

Безнапорный поток подземных вод

Принимая условия, аналогичные только что описанным, т.е. наличие скважины, пройденной в однородном изотропном водоносном горизонте до водоупорного основания, ламинарный характер движения подземных вод и коаксиальное расположение границы равных напоров, можно вывести уравнение понижения уровня в безнапорном водоносном горизонте (фиг. 6.2).



Фиг. 6.2. Движение радиального потока подземных вод к скважине в безнапорном водоносном горизонте.

Обозначим через h высоту уровня грунтовых вод над поверхностью водоупора. Тогда в соответствии с уравнением (5.47) записываем

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dh^2}{dr}\right)=0. \tag{6.9}$$

В рассматриваемом случае первое граничное условие

$$Q=2\pi rhK\frac{dh}{dr},\quad \text{или}\quad r\frac{dh^2}{dr}=\frac{Q}{\pi K}, \tag{6.10}$$

непосредственно вытекает из допущений Дюпюи, если $-\frac{dh}{ds'}=\frac{dh}{dr}$.

Второе граничное условие есть

$$h=H \text{ при } r=r_e.$$

Последовательно интегрируя уравнение (6.9), получим

$$H^2-h^2=\frac{Q}{K\pi}\ln\frac{r_e}{r}, \tag{6.11}$$

или

$$h^2=\frac{Q}{\pi K}\ln r+\text{const} \tag{6.12}$$

и

$$h^2(x,\ y)=\frac{Q}{2\pi K}\ln\left[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2\right]+C. \tag{6.12*}$$

Уравнения (6.11) и (6.12) не учитывают поверхности высачивания выше уровня воды в скважине. Поскольку эти уравнения основаны на допущениях Дюпюи, они не описывают точно кривую депрессии в непосредственной близости от скважины, где значительная кривизна свободной поверхности подземных вод не увязывается с этими допущениями. Заменим уравнение (6.8) выражением

$$K=\frac{Q}{\pi\left(h_1^2-h_w^2\right)}\ln\frac{r_1}{r_w}, \tag{6.13}$$

которое позволяет определять величины K или Q, если одна из них известна.

Замечания, сделанные в отношении уравнения (6.8), относятся также к уравнению (6.13). Уравнения (6.5) и (6.11) для радиального потока можно обобщить и распространить на случай, когда радиальная симметрия отсутствует. Для этого требуется ввести понятие среднего напора $\bar{h}_e$ на окружности радиуса r_e. Тогда для напорного потока

$$\bar{h}_e - h = \frac{Q}{2\pi K b} \ln \frac{r_e}{r}, \qquad (6.5^*)$$

где $\bar{h}_e = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h_e \theta d\theta$ — средний напор на окружности радиуса r_e.

Аналогичным образом для безнапорного потока получим

$$\bar{h}_e^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r_e}{r}. \qquad (6.11^*)$$

Эти выражения получены путем решения уравнения Лапласа в полярных координатах r, θ.

6.2. ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИЕ СКВАЖИНЫ

Уравнения (6.7) и (6.12*) можно легко распространить на случай нескольких взаимодействующих скважин в количестве $i = 1, 2, \ldots, n$, расположенных в точках с координатами x_i, y_i. Это следует из линейного характера уравнения Лапласа, допускающего наложение решений. Например, в случае напорного потока величина h принимается за напор, необходимый в некоторой точке (x, y) для поддержания дебита Q_i скважины i, расположенной в точке (x_i, y_i). Отсюда

$$h_i = \frac{Q_i}{4\pi K b} \ln [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] + C_i.$$

Для обеспечения суммарного дебита $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ всех скважин требуется напор $h(x, y) = \sum_{i=1}^{n} h_i$. Следовательно,

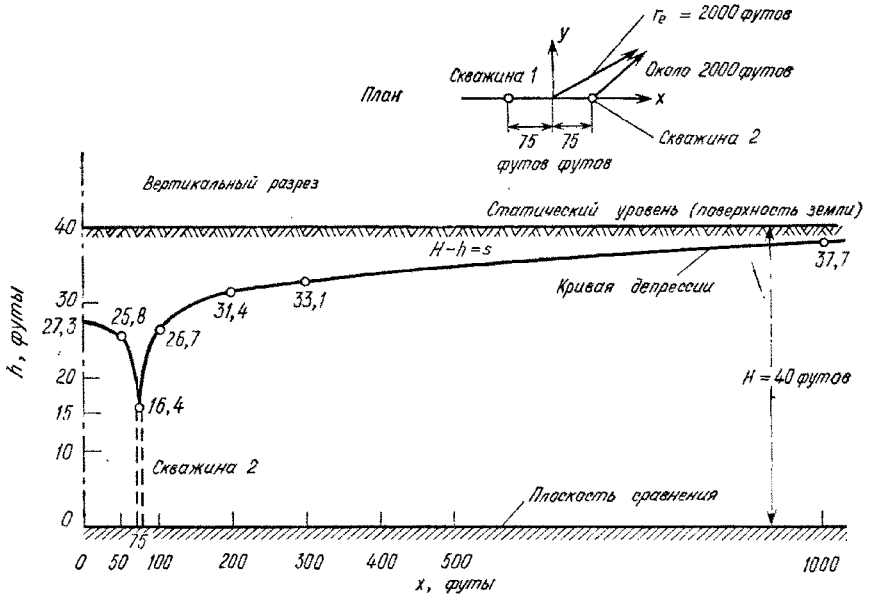
$$h(x, y) = \frac{1}{4\pi K b} \sum_{i=1}^{n} Q_i \ln [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] + C, \qquad (6.14)$$

где C — произвольная постоянная.
Соответствующая формула для безнапорного потока:

$$h^2(x, y) = \frac{1}{2\pi K} \sum_{i=1}^{n} Q_i \ln [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] + C. \qquad (6.15)$$

Ниже приведен пример расчетов в случае двух взаимодействующих скважин (фиг. 6.3), пробуренных на расстоянии 150 футов одна от другой в водоносном пласте, сложенном песком с коэффициентом фильтрации $K = 500 \times 10^{-4}$ *см/сек* и лежащем на горизонтальном водоупоре. Статический уровень подземных вод над водоупором составляет 40 футов. Дебит каждой скважины равен $Q = 30$ *галл/мин*. При этом дебите в пределах цилиндрической области с радиусом $r_e = 2000$ футов движение подземных вод установившееся. Вне пределов этого цилиндра первоначальный напор 40 футов остается неизменным. Радиус каждой из двух скважин равен 1 футу. Допустим, что для каждой из двух скважин радиус цилиндра, за пределами которого первоначальный напор не испытывает влияния откачки, равен приблизительно 2000 футам.

Требуется: а) построить кривую депрессии на вертикальной плоскости, проведенной через оси двух скважин; б) определить, насколько уровень в каждой из двух действующих скважин будет выше уровня при работе одной скважины в этих же условиях; в) доказать в общем виде, что на достаточно большом расстоянии от куста скважин понижение уровня будет приблизительно таким же, что и при откачке из одиночной скважины (с дебитом,



Ф и г. 6.3. Кривая депрессии на вертикальной плоскости, проведенной через оси двух скважин в условиях свободной поверхности подземных вод.

Скважина 1, не показанная на разрезе, находится влево от оси схемы. Она вызывает понижение уровня, которое представляет собой зеркальное отображение депрессии, изображенной на схеме.

равным суммарному дебиту куста скважин), расположенной в центре куста скважин. Это положение применимо к установившемуся движению как напорных, так и безнапорных подземных вод.

Перечисленные задачи решаем следующим путем.

а. Выбираем систему координат таким образом, чтобы их начало $x = 0$, $y = 0$ располагалось на середине прямой, соединяющей обе скважины, и чтобы вертикальная плоскость, проведенная через оси скважин, подчинялась уравнению $y = 0$.

На основании уравнения (6.15) получаем

$$h^2 = \frac{1}{2\pi K}[Q_1 \ln (x+75)^2 + Q_2 \ln (x-75)^2] + C.$$

После подстановки значений K, Q_1, Q_2 имеем

$$h^2 = 65 \text{ кв. футов } [\ln (x+75)^2 + \ln (x-75)^2] + C.$$

Произвольная постоянная C определяется граничным условием $h = 40$ футам при $x = 2000$ футам. При этих значениях $C = -380$ кв. футам. В конечном виде уравнение кривой депрессии в плоскости, проведенной через оси двух скважин, имеет вид

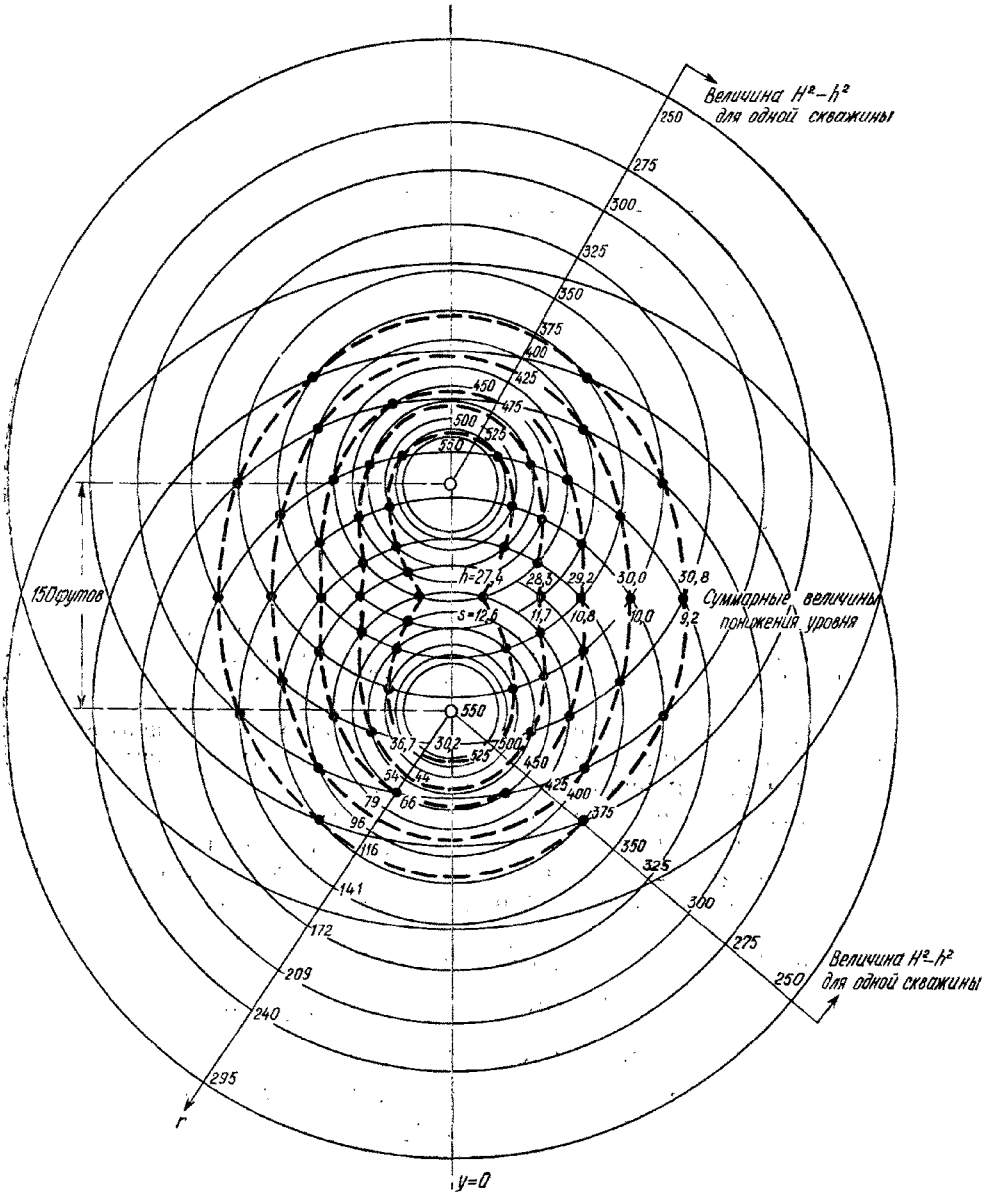
$$h^2 = 65 \text{ кв. футов } [\ln (x+75)^2 + \ln (x-75)^2] - 380 \text{ кв. футов.}$$

Вследствие симметрии суммарной кривой депрессии скважина 1 не показана на разрезе. Кривая депрессии скважины 1 представляет собой зеркальное отображение кривой депрессии скважины 2. Понижение уровня в каждой из скважин составляет 40 футов — 16,4 фута = 23,6 фута.

б. Если бы работала только одна скважина, то, согласно уравнению (6.11), при $r_w = 1$ фут

$$H^2 - h_w^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln r_e = 995 \text{ кв. футов.}$$

Затем находим уровень воды в этой скважине $h_w = 24{,}6$ фута. Следовательно, уровень воды в каждой из двух взаимодействующих скважин превысит уровень воды в эквивалентной скважине на 24,6 фута — 16,4 фута = 8,2 фута.



Ф и г. 6.4. Понижение уровня воды в двух взаимодействующих скважинах.
Суммарные изогипсы понижения уровня $H^2 - h^2$ показаны пунктирными линиями.

в. Пусть координаты центра куста скважин будут

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}, \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{n}.$$

Требуется доказать, что выражение $Q \ln \left[\left(x-\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2+\left(y-\frac{\Sigma y_i}{n}\right)^2\right]$, представляющее собой величину, пропорциональную напору или понижению уровня в любой точке (x, y) в случае одиночной скважины, пройденной в центре куста скважин и имеющей дебит $Q=\sum_{i=1}^{n} Q_i$, в пределе становится равным выражению $\sum_{i=1}^{n} Q_i \ln [(x-x_i)^2+(y-y_i)^2]$, которое пропорционально напору в некоторой точке (x, y) в случае n скважин, причем коэффициенты пропорциональности в обоих выражениях одинаковы. Это положение справедливо, так как координаты x и y сильно возрастают, если скважины разбросаны вокруг начала координат на больших расстояниях. Поэтому величины x_i, y_i, $\frac{\Sigma x_i}{n}$, $\frac{\Sigma y_i}{n}$ становятся ничтожно малыми по сравнению с координатами x и y наблюдательной скважины, удаленной на значительное расстояние от куста скважин. Оба выражения стремятся к общему пределу $Q \lg r^2$.

На фиг. 6.4 для обеих скважин приведены изогипсы понижения уровня H^2-h^2 со значениями 250, 275, 300, 325, ..., 550 кв. футов. Также построены методом суперпозиции изогипсы H^2-h^2 со значениями 650, 700, 750, 800, 850 кв. футов (пунктирные линии), отражающие совместную работу двух скважин по понижению уровня. На каждой из этих суммарных изогипс указаны напор h и величина понижения уровня s. Величины напора на пересечениях суммарных изогипс H^2-h^2 с плоскостью $y=0$ можно определить по кривой депрессии, показанной на фиг. 6.3.

6.3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖДУ ОТКАЧИВАЮЩЕЙ И ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СКВАЖИНАМИ

Центр скважины, из которой производится откачка, лежит на оси x на расстоянии x_0 от начала координат, а центр поглощающей скважины — на расстоянии $-x_0$ (фиг. 6.5). Дебит откачивающей скважины равен Q. Дебит поглощающей скважины принимается равным $-Q$. С помощью поглощающей скважины проводится пополнение напорного водоносного горизонта.

Уравнение (6.14) сокращаем до выражения

$$h=\frac{Q}{4\pi Kb}\ln\frac{(x-x_0)^2+y^2}{(x-x_0)^2+y^2}+C. \tag{6.16}$$

Постоянная C определяется из условия, что при очень большом r ($r \to \infty$) напор H не испытывает влияния скважин. Поэтому $C=H$, откуда следует, что $h=H$ при $x=0$, $y=0$. В окончательном виде уравнение для напора h имеет вид

$$h=\frac{Q}{4\pi Kb}\ln\frac{(x-x_0)^2+y^2}{(x+x_0)^2+y^2}+H. \tag{6.17}$$

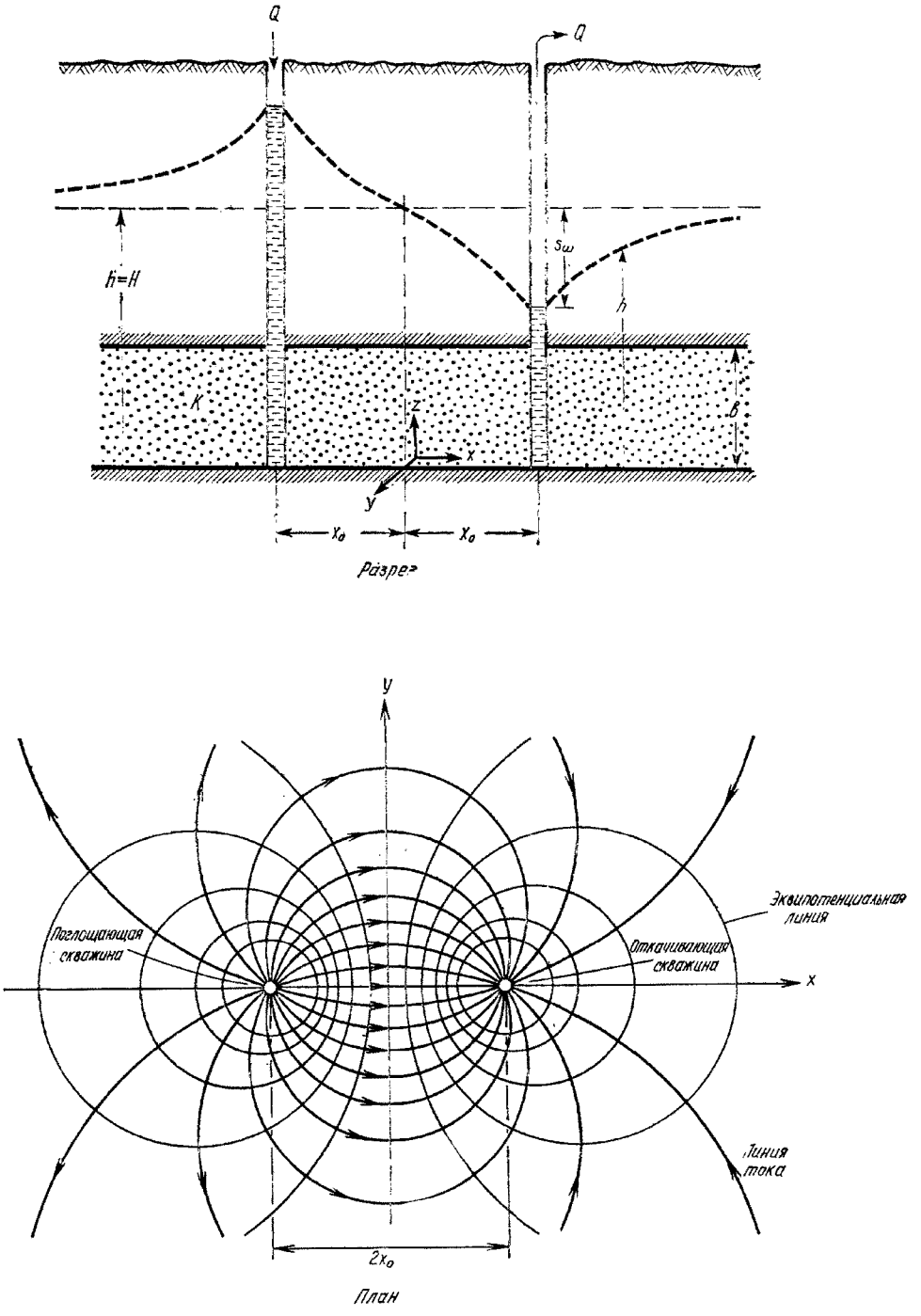
Согласно уравнению (6.17), уравнение эквипотенциальных линий для $h=$ $=\text{const}$ записывается в виде

$$e^{\frac{4\pi Kb(h-H)}{Q}}=\frac{(x-x_0)^2+y^2}{(x+x_0)^2+y^2}=m=\text{const}. \tag{6.18}$$

После преобразования получим

$$x^2+y^2-2xx_0\frac{1+m}{1-m}+x_0^2=0. \tag{6.19}$$

Уравнение (6.19) представляет собой семейство окружностей с центрами, лежащими в точках $\left(x_0\frac{1+m}{1-m}, 0\right)$, и с радиусами $\frac{2x_0\sqrt{m}}{1-m}$. Поскольку линии тока



Фиг. 6.5. Взаимодействие откачивающей и поглощающей скважин в напорном водоносном горизонте.

должны быть перпендикулярны эквипотенциальным линиям, следует, что они представляют собой окружности с центрами, лежащими на оси y [2, 3] (фиг. 6.5).

Величину понижения уровня в скважине, обозначенную через s_w, определяют из уравнения (6.17) при $x = x_0 - r_w$ и $y = 0$:

$$s_w = H - h_w = \frac{Q}{4\pi Kb} \ln \frac{(2x_0 - r_w)^2}{r_w^2} \approx \frac{Q}{2\pi Kb} \ln \frac{2x_0}{r_w} .$$

Сопоставление этого выражения с уравнением (6.5) показывает, что в первом приближении это понижение уровня равно понижению уровня в скважине, расположенной в центре кругового водоносного горизонта радиусом $2x_0$.

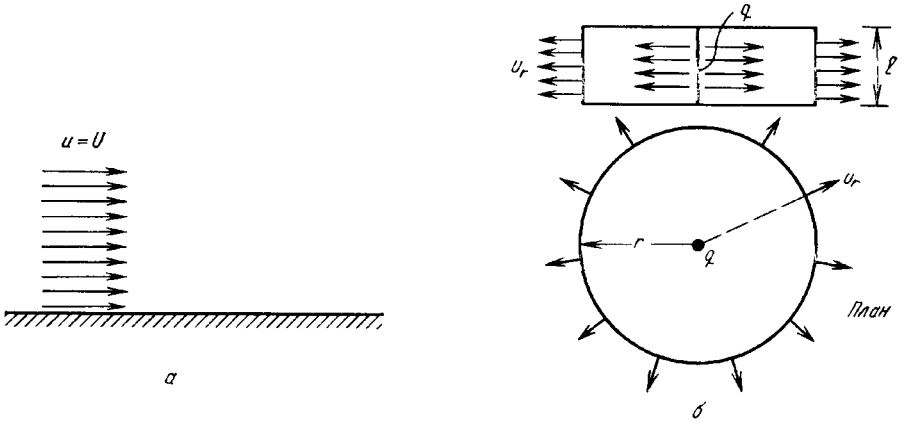
6.4. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД. ИСТОЧНИКИ И СТОКИ

Характер рассматриваемого материала требует введения гидродинамических понятий *плоскопараллельное движение* (плоский поток), *источники* и *стоки*. В гидрогеологии их эквивалентами будут *равномерное движение*, *приток воды к скважине и движение воды от скважины*. Стоит кратко остановиться на выводе выражений для функций Ф и Ψ применительно к методу отображений. Напомним, что уравнения Коши — Римана (5.9) можно записать в полярных координатах. Составляющие dx, dz отрезка ds в декартовых координатах заменяют на составляющие dr, $rd\theta$ в системе полярных координат. Уравнения (5.9) в полярных координатах имеют вид

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} , \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} &= -\frac{\partial \Psi}{\partial r} . \end{aligned}\right\} \qquad (6.20)$$

Плоскопараллельное движение

Этот вид движения жидкости представлен на фиг. 6.6,*а* в форме потока идеальной жидкости, текущей вдоль бесконечной стенки с постоянной скоростью U. Скорости движения отдельных струек равны скорости движения



Ф и г. 6.6. Плоскопараллельное движение идеальной жидкости (*а*). Линейный источник в пространстве цилиндрической формы (*б*).

всего потока, т. е. $u = U$. Следовательно, на основании уравнений (5.9)

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial \Phi}{\partial x} &= U, \text{ или } \Phi = -Ux + c, \\ -\frac{\partial \psi}{\partial z} &= U, \text{ или } \Psi = -Uz + c. \end{aligned}\right\} \qquad (6.21)$$

Гидрогеологическим эквивалентом этого вида течения жидкости будет равномерное движение подземных вод при постоянном гидравлическом градиенте S^*. На основании этой аналогии преобразуем уравнения (6.21):

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial \Phi}{\partial x} &= KS^*, \text{ или } \Phi = -KS^*x + c, \\ -\frac{\partial \Psi}{\partial z} &= KS^*, \text{ или } \Psi = -KS^*z + c. \end{aligned}\right\} \quad (6.22)$$

Источники и стоки

Рассмотрим движение жидкости из линейного источника, совпадающего с осью пространства цилиндрической формы, заполненного идеальной жидкостью (фиг. 6.6,*б*). Обозначив интенсивность источника на единицу его длины через q, находим

$$q = 2\pi r \cdot l \cdot v_r, \quad (6.23)$$

где $v_r = -\frac{\partial \Phi}{\partial r}$ — радиальная скорость фильтрации.

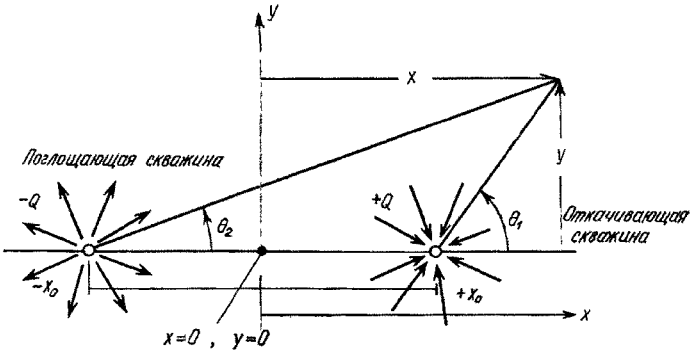
Интегрируя уравнение (6.23), на основании первого из двух уравнений (6.20) получим

$$\left.\begin{aligned} \Phi &= -\frac{q}{2\pi} \ln r + c, \\ \Psi &= -\frac{q}{2\pi} \theta + c. \end{aligned}\right\} \quad (6.24)$$

Уравнения (6.24) характеризуют линейный источник и его аналог — поглощающую скважину. Если q заменить на $-q$, получим уравнения для линейного стока

$$\left.\begin{aligned} \Phi &= \frac{q}{2\pi} \ln r + c, \\ \Psi &= \frac{q}{2\pi} \theta + c. \end{aligned}\right\} \quad (6.25)$$

Аналогия с притоком воды к скважине следует непосредственно из уравнения (6.6), если $q = \frac{Q}{b}$ — расход на единицу мощности водоносного горизонта, а $\Phi = Kh$. Эта аналогия указывает на необходимость использовать понятие потенциала скорости фильтрации.



Фиг. 6.7. Расположение откачивающей и поглощающей скважин в плане.

Приведенные уравнения функций потенциала и тока применяют при наложении фильтрационных течений. Ниже эти уравнения применены к двум скважинам равной производительности, одна из которых поглощающая, а из другой производится откачка (фиг. 6.7). Функцию тока Ψ для удельного

расхода подземного потока на единицу мощности водоносного горизонта непосредственно получают из уравнений (6.24) и (6.25):

$$\Psi = \frac{q}{2\pi}\theta_1 + \frac{-q}{2\pi}\theta_2 + c = \frac{q}{2\pi}(\theta_1 - \theta_2) + c. \qquad (6.26)$$

Ниже дается уравнение линий тока для $\Psi = \Psi/(q/2\pi) = \text{const}$, т. е. $\theta_1 - \theta_2 = \text{const}$. Численные значения углов θ_1 и θ_2 можно получить из простых тригонометрических соотношений фиг. 6.7.

Для уравнения линий тока удобнее всего воспользоваться соотношением

$$\operatorname{tg}(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\operatorname{tg}\theta_1 - \operatorname{tg}\theta_2}{1 + \operatorname{tg}\theta_1 \operatorname{tg}\theta_2} = \frac{\dfrac{y}{x - x_0} - \dfrac{y}{x + x_0}}{1 + \dfrac{y^2}{x^2 - x_0^2}} = n = \text{const}. \qquad (6.27)$$

После преобразования это уравнение принимает вид

$$x^2 + y^2 - 2y\frac{x_0}{n} - x_0^2 = 0. \qquad (6.28)$$

Уравнение (6.28) представляет собой уравнение окружностей, изображенных на фиг. 6.5, центры которых находятся в точке $\left(0, \frac{x_0}{n}\right)$, а радиусы равны $x_0\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}$.

6.5. СКВАЖИНА В УСЛОВИЯХ РАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

Рассмотрим напорный водоносный горизонт мощностью $b = 100$ *фут*, вода в котором фильтруется с постоянной скоростью $KS^* = 6{,}9$ *фут/сутки* $= 8 \times 10^{-5}$ *фут/сек*. Производительность откачки из скважины, пройденной до водоупорного основания, составляет $Q = 107{,}5$ *галл/мин*, или $q = \frac{Q}{b} = 24 \times 10^{-3}$ *кв. фут/сек*. Эти величины необходимы для определения водораздела подземных вод, движущихся к скважине.

Линии тока $\Psi = \text{const}$ определяют путем суммирования значений Ψ_u для равномерного движения подземных вод и значений Ψ_w для движения воды к скважине в точках пересечения линий (фиг. 6.8):

$$\Psi_u = -KS^* y + C = -8 \times 10^{-5}\, y \text{ кв. фут/сек},$$

где, согласно допущению, $C = 0$. Линии $\Psi_u = \text{const}$ представлены на фиг. 6.9 в виде параллельных прямых для $y = 0, \pm 25, \pm 50, \ldots, \pm 200$ футов,

$$\Psi_w = \frac{q}{2\pi}\theta + C = 24\frac{\theta}{2\pi} \times 10^{-3} \text{ кв. фут/сек},$$

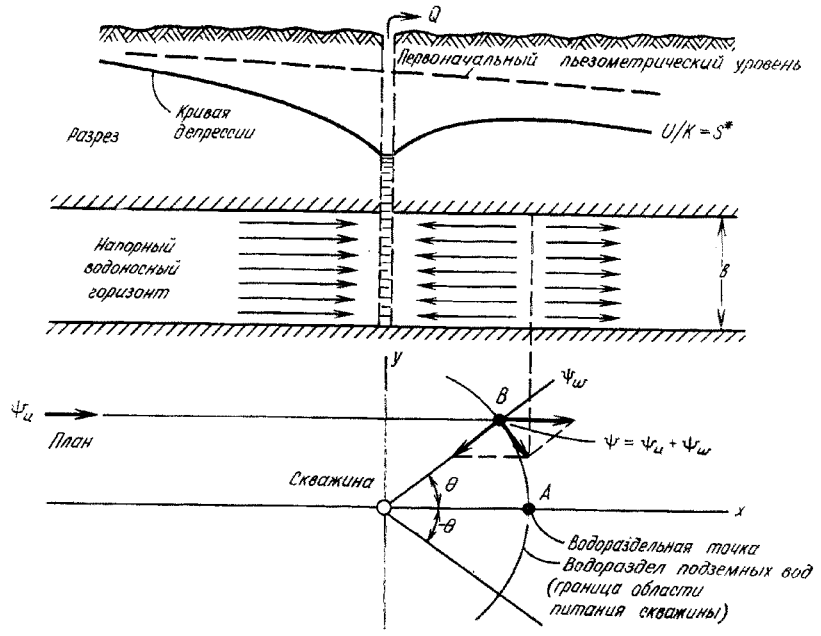
где $C = 0$.

На фиг. 6.9 величина угла θ по отношению к оси x меняется в пределах от 0 до π в направлении, обратном движению часовой стрелки, и от 0 до $-\pi$ — по часовой стрелке. Скважина расположена в начале координат. Значения для лучей $\Psi_w = \text{const}$ получены при $C = 0$. Например, при $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$\Psi_w = \frac{q}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{2} = 6 \times 10^{-3} \text{ кв. фут/сек}.$$

Линию тока проводят, соединяя точки с равными суммами функций тока. В частности, полагая $C = 0$ в выражениях для Ψ_u и Ψ_w, получают водораздел подземных вод в виде линии тока $\Psi = 0$, проходящей через точку A.

При других значениях постоянной C значения Ψ будут другими. В любой точке водоносного горизонта, например B (фиг. 6.8), можно построить два вектора скорости фильтрации: один — горизонтальный, постоянной длины, и другой — по величине обратно пропорциональный r (согласно уравнению 6.23) и направленный в сторону начала координат. Результирующей



Фиг. 6.8. Скважина в условиях равномерного движения подземных вод.

этих двух векторов будет касательная к линии тока, проходящей через точку B. В точке A оба вектора имеют противоположные направления. Если векторы равны, точка A водораздельная. Положение точки A определяется из равенства

$$\frac{q}{2\pi x_s} = KS^*. \tag{6.29}$$

В данном случае ордината

$$x_s = \frac{24 \times 10^{-3} \text{ кв. фут/сек}}{2\pi \times 8 \times 10^{-5} \text{ фут/сек}} = 47{,}7 \text{ фут}.$$

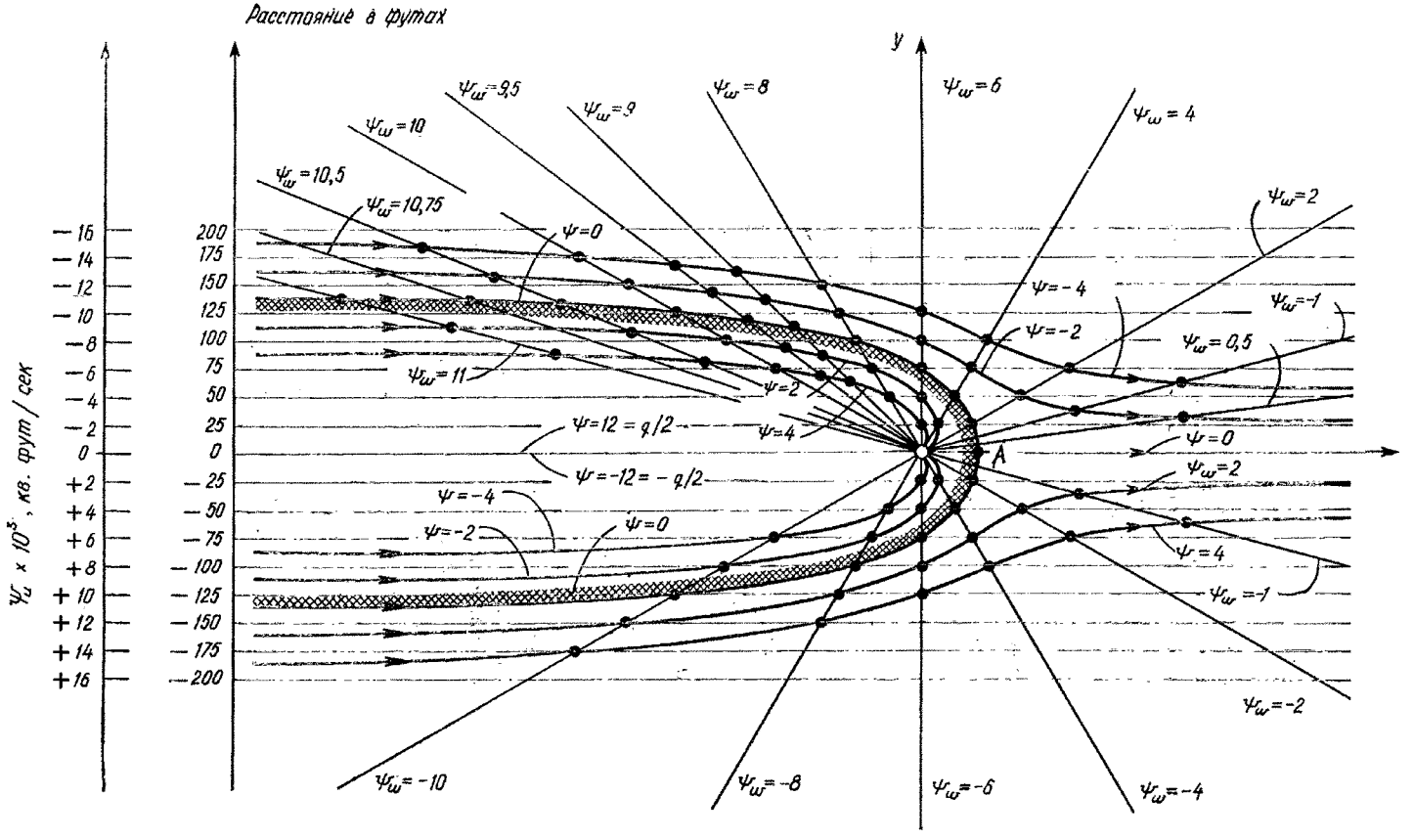
Линия водораздела подземных вод служит границей области питания скважины. На фиг. 6.9 показано, что ширина области питания $2y$ на бесконечно большом расстоянии от скважины приближается к $2 \times 150 = 300$ фут. Эта цифра подтверждается следующим условием:

$$\Psi = \frac{q}{2\pi}\theta - KS^* y. \tag{6.30}$$

На границе области питания $\Psi = 0$ и $\theta = \pi$. На основании уравнения (6.30)

$$2y = \frac{q}{KS^*} = \frac{24 \times 10^{-3} \text{ кв. фут/сек}}{8 \times 10^{-5} \text{ фут/сек}} = 300 \text{ фут}.$$

Из вышесказанного становится очевидным, что положение границы области питания скважины определяется как интенсивностью равномерного движения подземных вод, так и притоком последних к скважине. Соотношение этих параметров весьма важно при изучении взаимодействия между

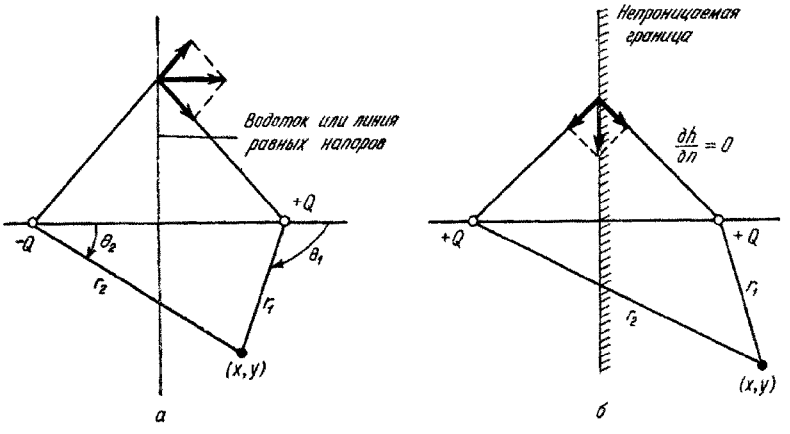


Ф и г. 6.9. Метод графического построения линий тока в условиях равномерного движения подземных вод.
Значения функций тока Ψ_ω и Ψ увеличены в 1000 раз.

поглощающими скважинами и скважинами, из которых производится откачка, в условиях равномерного движения подземных вод. Для каждого этого соотношения существует определенное критическое расстояние между откачивающей и поглощающей скважинами, при превышении которого прекращается их взаимодействие [2, стр. 348, 349].

6.6. МЕТОД ОТОБРАЖЕНИЙ

Если одиночная откачивающая скважина расположена около водотока, влияние границы, представляющей собой русло водотока, можно заменить влиянием воображаемой поглощающей скважины, расположенной на противоположной стороне водотока на таком же расстоянии от границы, на котором находится действительная скважина. (Подобное расположение



Ф и г. 6.10. Метод отображений:
а — скважина расположена около водотока; *б* — около непроницаемой границы.

показано на фиг. 6.5.) Таким образом, систему «скважина — водоток» заменяют системой «скважина — воображаемая скважина с отрицательным дебитом», причем обе системы имеют одинаковые граничные условия. Такой искусственный прием называется методом отображений. Этот метод позволяет использовать уравнения (6.5) и (6.6) для водоносных горизонтов большой протяженности. Если применить уравнение (6.6) как к действительной, так и к воображаемой скважине, то в соответствии с фиг. 6.10,*а* получим

$$h = \frac{Q}{2\pi Kb} \ln r_1 + \text{const},$$

$$h = -\frac{Q}{2\pi Kb} \ln r_2 + \text{const}.$$

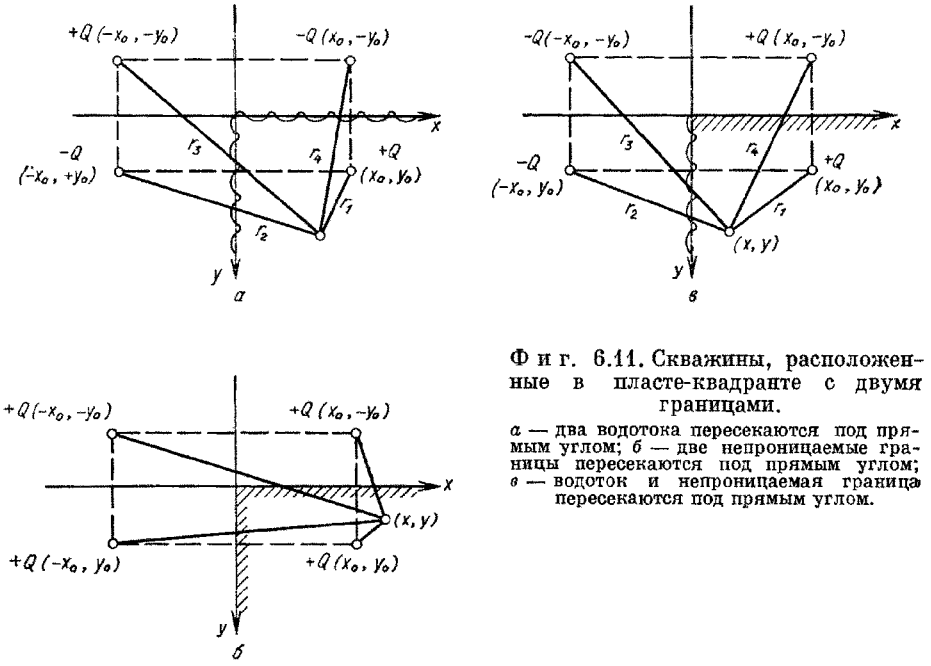
Напор всей системы будет

$$h = \frac{Q}{2\pi Kb} \ln \frac{r_1}{r_2} + C,$$

где C, как и ранее, определяется граничным условием на достаточно большом расстоянии от скважины. Для очень больших значений r_1 и r_2, т. е. когда $\lg \frac{r_1}{r_2}$ стремится к нулю, напор h не изменяется и остается равным статическому уровню H. Следовательно, $C = H$, и, наконец, оперируя для удобства квадратами расстояний, получаем

$$H - h = \frac{Q}{4\pi Kb} \ln \frac{r_2^2}{r_1^2}. \qquad (6.31)$$

Это уравнение тождественно уравнению (6.17). Корректность уравнения (6.31) можно доказать путем расчета расхода, проходящего через цилиндр радиусом r_2 и высотой b, коаксиальной с воображаемой скважиной. Этот расход выражается интегралом $\int_0^{2\pi} bK\left(-\frac{\partial h}{\partial r_2}\right) r_2 d\theta_2$. Если в этот интеграл подставить выражение для h, получаемое из уравнения (6.31), найдем величину Q. Когда откачка проводится из скважины, пройденной в полуограниченном водоносном горизонте и расположенной около непроницаемой границы, то можно



Ф и г. 6.11. Скважины, расположенные в пласте-квадранте с двумя границами.

а — два водотока пересекаются под прямым углом; *б* — две непроницаемые границы пересекаются под прямым углом; *в* — водоток и непроницаемая граница пересекаются под прямым углом.

доказать, что непроницаемая граница служит линией тока, если поместить воображаемую скважину с положительным дебитом против действительной скважины (фиг. 6.10,*б*). С помощью метода суперпозиции получим

$$H-h=\frac{Q}{2\pi Kb}\ln\frac{r_e^2}{r_1r_2}.$$

Заменив величины r_e и H на r_w и h_w, находим

$$h-h_w=\frac{Q}{2\pi Kb}\ln\frac{r_1r_2}{r_w^2}. \qquad (6.32)$$

Метод отображений можно применить и к решению задач, когда границы водоносных горизонтов пересекаются под прямым углом, образуя квадранты, прямоугольники и полосы [5]. Для таких полос и прямоугольников используют бесконечный ряд отображений, поскольку одно отображение, удовлетворяющее условиям вдоль одной границы, нарушает условия потока вдоль других границ. Это обстоятельство устраняется путем построения новых отображений. Таким образом может быть получено множество воображаемых скважин. Описанный метод подробно разобран Феррисом и др. [3]. На фиг. 6.11 показано расположение скважины в квадрантах с двумя границами и системы воображаемых скважин в каждом из следующих случаев:

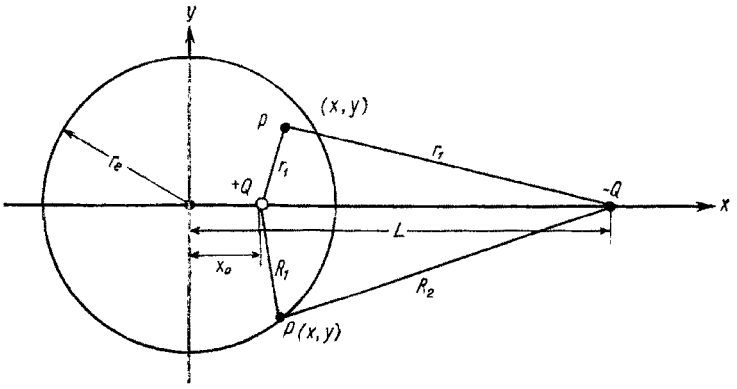
а) скважина находится около пересечения двух прямолинейных каналов; *б*) скважина расположена около пересечения двух прямолинейных непроницаемых границ; *в*) скважина находится около пересечения канала с непроницаемой границей.

В случае *а* напор h находят методом суперпозиции:

$$\left.\begin{aligned} H-h &= \frac{Q}{4\pi T}\left(\ln\frac{r_e^2}{r_1^2}-\ln\frac{r_e^2}{r_2^2}+\ln\frac{r_e^2}{r_3^2}-\ln\frac{r_e^2}{r_4^2}\right), \\ H-h &= \frac{Q}{4\pi T}\ln\frac{r_2^2 r_4^2}{r_1^2 r_3^2}, \\ H-h &= \frac{Q}{4\pi T}\ln\frac{[(x+x_0)^2+(y-y_0)^2]\,[(x-x_0)^2+(y+y_0)^2]}{[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2]\,[(x+x_0)^2+(y+y_0)^2]}. \end{aligned}\right\} \qquad (6.33)$$

Вывод аналогичных выражений для случаев *б* и *в* предоставляется читателю.

В качестве еще одного примера рассмотрим приток воды к скважине, эксцентрично расположенной в круговом водоносном горизонте с постоянным напором H вдоль его



Фиг. 6.12. Движение подземных вод к скважине, расположенной вне центра кругового водоносного горизонта.

границы (фиг. 6.12). Воображаемую скважину с отрицательным дебитом помещаем на расстоянии L от начала координат. Из теории инверсии [6, стр. 177] известно, что $L=\frac{r_e^2}{x_0}$. Это положение основано на следующих соображениях. Пусть r_e^* — искомый радиус влияния воображаемой скважины, $r_e^* = \lambda r_e$, причем величина λ не известна. Методом суперпозиции получим

$$H-h=\frac{Q}{4\pi T}\ln\frac{r_e^2}{r_1^2}-\frac{Q}{4\pi T}\ln\frac{r_e^{*2}}{r_2^2}=\frac{Q}{4\pi T}\ln\frac{r_2^2}{r_1^2}\,\frac{1}{\lambda^2}.$$

Координаты любой точки P внутри окружности радиусом r_e обозначим через (x, y). Если точка лежит на самой окружности, должно быть удовлетворено граничное условие $h = H$; координаты такой точки будут (X, Y), а векторы, определяющие положение этой точки, будут $r_1 = R_1$ и $r_2 = R_2$. Указанное граничное условие требует

$$\ln\frac{R_2^2}{R_1^2}\,\frac{1}{\lambda^2}=0 \text{ или } R_2^2=\lambda^2 R_1^2.$$

Поэтому

$$(L-X)^2+Y^2=\lambda^2\,[(X-x_0)^2+Y^2].$$

После преобразования это уравнение принимает вид

$$X^2+Y^2-2\,\frac{(L-x_0\lambda^2)\,X}{1-\lambda^2}=\frac{x_0^2\lambda^2-L^2}{1-\lambda^2}. \qquad (6.34)$$

Уравнение (6.34) представляет собой уравнение окружности, удовлетворяющее условию $h = H$ по всему ее периметру. Боковая граница кругового водоносного горизонта также удовлетворяет этому условию. Поэтому уравнение (6.34) в виде

$$X^2 + Y^2 = r_e^2$$

требует, чтобы

$$L = x_0\lambda^2,$$

$$x_0^2\lambda^2 - L^2 = (1-\lambda^2)\, r_e^2.$$

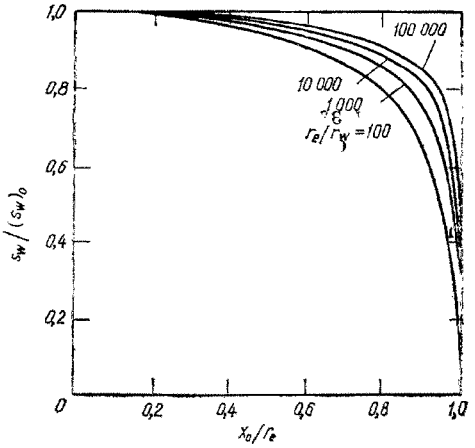
Эти два уравнения, устанавливающие связь между λ и L, имеют следующие решения:

$$L = \frac{r_e^2}{x_0},$$

$$\lambda = \frac{r_e}{x_0}.$$

И наконец, величина понижения уровня $s = H - h$ будет

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{r_2^2}{r_1^2} \frac{x_0^2}{r_e^2}. \qquad (6.35)$$



Фиг. 6.13. Зависимость отношения понижений уровня в скважине, расположенной эксцентрично, и в скважине, расположенной в центре кругового водоносного горизонта, от эксцентриситета.

Понижение уровня в эксцентрично расположенной скважине сравнивают с понижением уровня в скважине с таким же дебитом, пройденной через центр кругового водоносного горизонта. Результаты этого сравнения приведены на фиг. 6.13 [2, стр. 357]. Понижение уровня $(s_w)_0$ в скважине, расположенной в центре кругового водоносного горизонта, вычисляют по уравнению (6.5)

$$(s_w)_0 = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{r_e}{r_w}.$$

Уравнение (6.35) преобразовывают, умножая выражение под логарифмом на величину $\frac{r_e}{r_w} \cdot \frac{r_w}{r_e}$ и учитывая, что у скважины $r_1 = r_w$ и $r_2 \approx L - x_0$.

В результате этого преобразования получают

$$s_w = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{(L-x_0)}{r_w} \cdot \frac{x_0}{r_e} \cdot \frac{r_e}{r_w} \cdot \frac{r_w}{r_e} = \frac{Q}{2\pi T}\left[\ln \frac{r_e}{r_w} + \ln \frac{x_0 (L-x_0)}{r_e^2}\right] =$$

$$= \frac{Q}{2\pi T}\left[\ln\left(1 - \frac{x_0^2}{r_e^2}\right) + \ln \frac{r_e}{r_w}\right].$$

Отсюда

$$\frac{s_w}{(s_w)_0} = \frac{\ln \frac{r_e}{r_w} + \ln\left(1 - \frac{x_0^2}{r_e^2}\right)}{\ln \frac{r_e}{r_w}}. \qquad (6.36)$$

Полубаринова-Кочина [6, стр. 417] вычисляет отношение дебитов скважин, расположенных эксцентрично и в центре кругового водоносного горизонта, при одинаковом понижении уровня как функцию эксцентриситета

$$\frac{Q_e}{Q_c} = \frac{\ln \frac{r_e}{r_w}}{\ln \frac{r_e}{r_w} + \ln\left(1 - \frac{x_0^2}{r_e^2}\right)}.$$

Этот результат согласуется с решением уравнения (6.36).

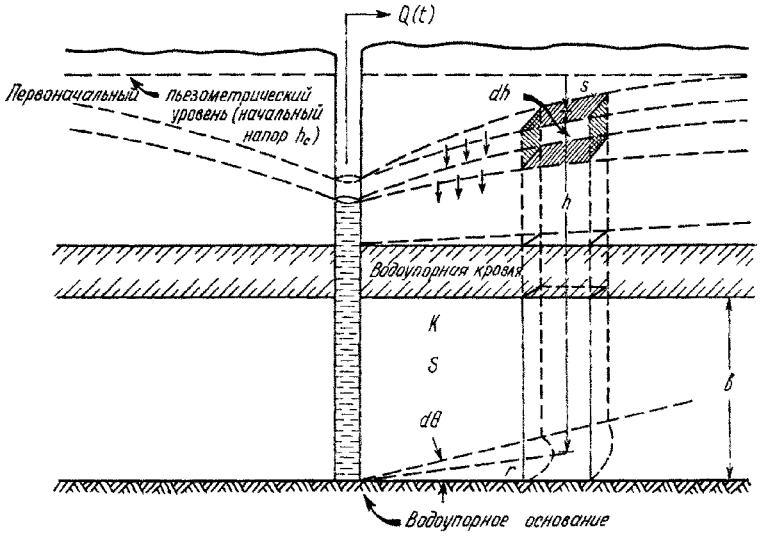
Применение метода отображений не ограничено случаями напорного потока подземных вод. В качестве примера расчета приведем дебит скважины, находящейся на расстоянии x_0 от канала, вскрывшего безнапорный водоносный горизонт на всю его мощность:

$$Q = \frac{(H^2 - h_w^2)\,\pi K}{\ln \frac{2x_0}{r_w}}.$$

НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

6.7. ДВИЖЕНИЕ РАДИАЛЬНОГО ПОТОКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД К СКВАЖИНЕ В БЕЗГРАНИЧНОМ НАПОРНОМ ВОДОНОСНОМ ГОРИЗОНТЕ

Эту задачу изучал Тейс [7] по аналогии с тепловым потоком, притекающим к стоку в проводящей пластинке. Он дал решение задачи для водоносного горизонта бесконечной протяженности при отсутствии питания через боковые границы, причем предполагалось, что весь расход водоносного горизонта обеспечивается имеющимся запасом воды. Согласно определению



Ф и г. 6.14. Неустановившееся движение подземных вод к скважине в безграничном водоносном горизонте.

коэффициента запаса (см. разд. 4.11), расход водоносного горизонта равен произведению коэффициента запаса на интенсивность падения напора, проинтегрированную по всей площади, находящейся под влиянием откачки.

Применительно к условиям, показанным на фиг. 6.14,

$$dQ = -Sr\,d\theta\,dr\,\frac{\partial h}{\partial t},$$

или в общем виде

$$Q(t) = -S\int_{r_w}^{\infty}\int_{0}^{2\pi} r\,\frac{\partial h(r,\theta,t)}{\partial t}\,d\theta\,dr.$$

В водоносном горизонте бесконечной протяженности, вскрытом одиночной скважиной, распределение напора радиально-симметричное. Следовательно,

$$Q = -2\pi S\int_{r_w}^{\infty} r\,\frac{\partial h(r,t)}{\partial t}\,dr. \qquad (6.37)$$

Из этого уравнения следует, что для постоянства величины интеграла падение напора должно происходить непрерывно по мере увеличения с течением времени площади влияния скважины. Этот процесс должен происходить,

если производительность откачки постоянна и величина S остается постоянной в первом приближении в ходе откачки. Вследствие этого в напорном водоносном горизонте бесконечной протяженности не может быть установившегося движения.

Тейс заменил скважину математическим стоком постоянной интенсивности и дал решение уравнения (4.51), которое можно переписать в виде

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r}=\frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t} \tag{6.38}$$

при граничных условиях

$$h\to h_0 \text{ при } r\to\infty \text{ и } t>0,$$

$$\lim_{r\to 0}\left(r\frac{\partial h}{\partial r}\right)=\frac{Q}{2\pi T},$$

и при начальном условии

$$h(r,\ 0)=h_0 \text{ при } t\leqslant 0.$$

Начальное условие показывает, что напор подземных вод до начала откачки был постоянным. Тогда находим следующее решение:

$$h=h_0-\frac{Q}{4\pi T}\int\limits_{\frac{r^2S}{4Tt}}^{\infty}\frac{e^{-x}\,dx}{x}. \tag{6.39}$$

Интеграл уравнения (6.39) по нижнему пределу интегрирования дает величину

$$u=\frac{r^2S}{4Tt}, \tag{6.40}$$

которая протабулирована как интегральная показательная функция $-Ei\,(-u)$ [8] или $-Ei\,(-x)$ (см. прилож. Б, табл. Б.1). Нетрудно удостовериться, что уравнение (6.39) представляет собой решение уравнения (6.38) при вышеуказанных условиях путем подстановки выражения для h в дифференциальное уравнение. Экспоненциальный интеграл можно представить в виде сходящегося ряда, тогда величина понижения уровня, полученная из уравнения (6.39), будет

$$s=h_0-h=\frac{Q}{4\pi T}[-Ei\,(-u)]=\frac{Q}{4\pi T}\left[0{,}5772-\ln u+\right.$$

$$\left.+u-\frac{u^2}{2\cdot 2!}+\frac{u^3}{3\cdot 3!}-\frac{u^4}{4\cdot 4!}+\ldots\right]. \tag{6.41}$$

Понижение уровня в скважине находят из уравнения (6.41) при $r=r_w$:

$$s_w=\frac{Q}{4\pi T}\left[-Ei\left(-\frac{r_w^2S}{4Tt}\right)\right]. \tag{6.42}$$

Если дебит Q не постоянный, величину s_w можно определить как сумму произведений приращений понижения уровня на соответствующие им приращения дебита Q.

Уравнение (6.39) известно под названием уравнения Тейса для неустановившегося движения подземных вод. Хотя вывод этого уравнения основывается на некоторых допущениях, которые редко наблюдаются в полевых условиях, тем не менее уравнение Тейса применяется достаточно успешно при определении коэффициента водопроводимости T и коэффициента запаса S. К числу ограничивающих допущений, принимаемых при выводе этой формулы, относится условие проходки скважины на полную мощность водоносного горизонта, а также бесконечная его протяженность по площади. Кроме того,

водоносный горизонт принимается однородным и изотропным, диаметр скважины должен быть бесконечно малым, а откачка мгновенной с падением напора в водоносном горизонте.

Венцель [9] затабулировал интегральную показательную функцию $W(u)$ (которая называется также функцией скважины) для диапазона величин u от 10^{-15} до 9,9. Таблица 6.1 представляет собой таблицу Венцеля в сокращенном виде. Эту таблицу используют при вычислении коэффициентов T и S с помощью графического метода Тейса [7] по данным опытных откачек.

Таблица 6.1

Значения функции $W(u)$
(по Венцелю)

u	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
	0,219	0,049	0,013	0,0038	0,0011	0,00036	0,00012	0,000038	0,00
$\times 10^{-1}$	1,82	1,22	0,91	0,70	0,56	0,45	0,37	0,31	0,26
$\times 10^{-2}$	4,04	3,35	2,96	2,68	2,47	2,30	2,15	2,03	1,92
$\times 10^{-3}$	6,33	5,64	5,23	4,95	4,73	4,54	4,39	4,26	4,14
$\times 10^{-4}$	8,63	7,94	7,53	7,25	7,02	6,84	6,69	6,55	6,44
$\times 10^{-5}$	10,94	10,24	9,84	9,55	9,33	9,14	8,99	8,86	8,74
$\times 10^{-6}$	13,24	12,55	12,14	11,85	11,63	11,45	11,29	11,16	11,04
$\times 10^{-7}$	15,54	14,85	14,44	14,15	13,93	13,75	13,60	13,46	13,34
$\times 10^{-8}$	17,84	17,15	16,74	16,46	16,23	16,05	15,90	15,76	15,65
$\times 10^{-9}$	20,15	19,45	19,05	18,76	18,54	18,35	18,20	18,07	17,95
$\times 10^{-10}$	22,45	21,76	21,35	21,06	20,84	20,66	20,50	20,37	20,25
$\times 10^{-11}$	24,75	24,06	23,65	23,36	23,14	22,96	22,81	22,67	22,55
$\times 10^{-12}$	27,05	26,36	25,96	25,67	25,44	25,26	25,11	24,97	24,86
$\times 10^{-13}$	29,36	28,66	28,26	27,97	27,75	27,56	27,41	27,28	27,16
$\times 10^{-14}$	31,66	30,97	30,56	30,27	30,05	29,87	29,71	29,58	29,46
$\times 10^{-15}$	33,96	33,27	32,86	32,58	32,35	32,17	32,02	31,88	31,76

Метод Тейса

Полагая $-Ei(-u) = W(u)$ и применяя систему единиц, принятую в США для гидрогеологических расчетов, переписываем уравнение (6.41):

$$s = \frac{114,6Q}{T} W(u), \tag{6.43}$$

$$u = \frac{1,87S}{T} \frac{r^2}{t}, \tag{6.44}$$

где s — понижение уровня в наблюдательной скважине, вызванное откачкой воды с постоянным дебитом, футы; Q — дебит скважины, из которой производится откачка, *галл/мин*; T — коэффициент водопроводимости, *галл/сутки/фут*; r — расстояние от скважины, из которой производится откачка, до наблюдательной скважины, футы; S — коэффициент запаса (безразмерная величина); t — время после начала откачки, сутки.

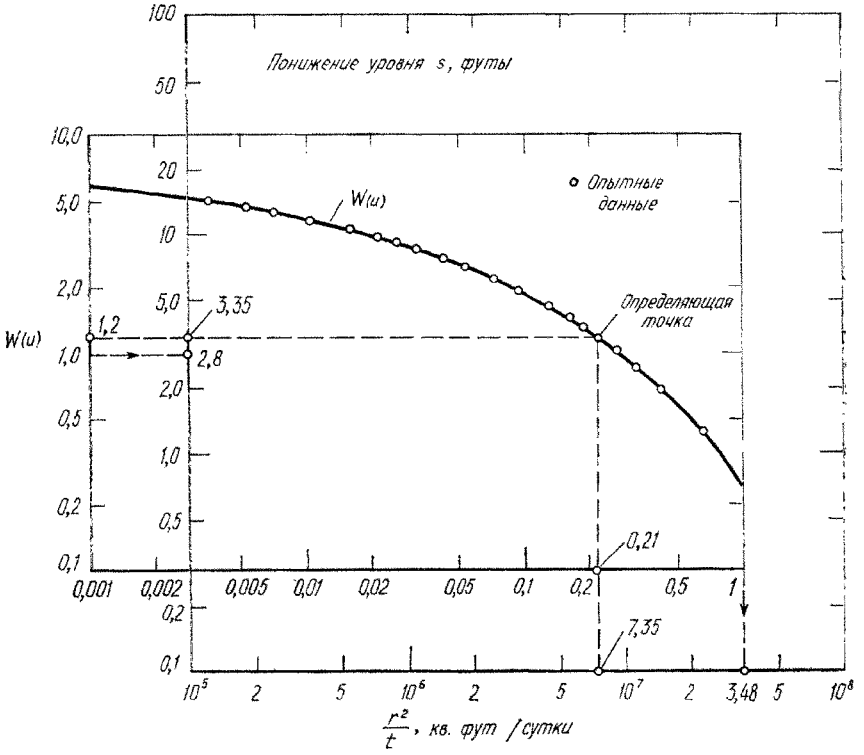
Из уравнений (6.43) и (6.44) следует:

$$\lg s = \lg W(u) + \lg \frac{114,6Q}{T}, \tag{6.45}$$

$$\lg \frac{r^2}{t} = \lg u + \lg \frac{T}{1,87S}. \tag{6.46}$$

Это преобразование формул целесообразно осуществить для разделения постоянных $\frac{114,6Q}{T}$, $\frac{T}{1,87S}$ и переменных. Логарифмическая форма выражений принята для удобства построения графика, поскольку переменные имеют широкий диапазон значений.

Тейс применял следующий графический метод суперпозиции. На логарифмической бумаге вначале строят кривую зависимости $W(u)$ от u (фиг. 6.15). Эту кривую, называемую эталонной, получают по данным табл. 6.1. Затем на такой же логарифмической бумаге чертят кривую понижения уровня s в зависимости от $\frac{r^2}{t}$. Если дебит Q постоянный, из уравнений (6.45) и (6.46) видно, что $W(u) = f(u)$, а $s = f\left(\frac{r^2}{t}\right)$. Следующая операция заключается в наложении кривой опытных данных $s = f\left(\frac{r^2}{t}\right)$ на эталонную кривую $W(u) = f(u)$ и их совмещении. Графики перемещают параллельно осям координат до тех пор, пока бо́льшая часть опытной кривой не



Фиг. 6.15. Графический метод суперпозиции Тейса для решения уравнения неустановившегося движения подземных вод.

совместится с эталонной кривой. На участке совмещения кривых произвольно выбирают так называемую определяющую точку, с помощью которой на соответствующих осях находят искомые значения s, $W(u)$, $\frac{r^2}{t}$, u. Подставив эти величины в уравнения (6.43) и (6.44), определяют значения коэффициента запаса S и коэффициента водопроводимости T. Как только значения S и T определены, для проверки правильности положения кривых делают расчет величин $\frac{T}{1{,}87\,S}$ и $\frac{114{,}6\,Q}{T}$. Согласно уравнениям (6.43) и (6.44), эти величины соответствуют параметрам $\frac{r^2}{t}$ и s при $u = 1$ и $W(u) = 1$, что свидетельствует о правильном положении кривых, показанных на фиг. 6.15. Ниже приводится пример расчета по методу Тейса.

Из совершенной скважины проводится откачка производительностью 500 *галл/мин*. Понижения уровня в наблюдательной скважине, расположенной на расстоянии 175 футов от скважины, из которой производится откачка, замеряются через промежутки от 2 *мин* до 6 *час*. Данные этих измерений сведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Данные измерений понижения уровня в наблюдательной скважине при $r = 175$ *фут*

Время после начала откачки t		Понижение уровня s в наблюдательной скважине	$\frac{r^2}{t}$, *кв. фут/сутки*
минуты	сутки		
0	0	0	∞
2	$1{,}39 \times 10^{-3}$	1,2	$2{,}20 \times 10^{7}$
3	$2{,}09 \times 10^{-3}$	1,9	$1{,}47 \times 10^{7}$
4	$2{,}78 \times 10^{-3}$	2,45	$1{,}10 \times 10^{7}$
5	$3{,}48 \times 10^{-3}$	2,90	$8{,}80 \times 10^{6}$
6	$4{,}17 \times 10^{-3}$	3,35	$7{,}35 \times 10^{6}$
7	$4{,}86 \times 10^{-3}$	3,65	$6{,}31 \times 10^{6}$
8	$5{,}57 \times 10^{-3}$	4,10	5.51×10^{6}
10	$6{,}96 \times 10^{-3}$	4,60	$4{,}4 \times 10^{6}$
14	$9{,}72 \times 10^{-3}$	5,50	$3{,}16 \times 10^{6}$
18	$1{,}25 \times 10^{-2}$	6,15	$2{,}45 \times 10^{6}$
24	$1{,}67 \times 10^{-2}$	7,00	$1{,}84 \times 10^{6}$
30	$2{,}09 \times 10^{-2}$	7,75	$1{,}47 \times 10^{6}$
40	$2{,}78 \times 10^{-2}$	8,50	$1{,}10 \times 10^{6}$
50	$3{,}48 \times 10^{-2}$	9,00	$8{,}8 \times 10^{5}$
60	$4{,}17 \times 10^{-2}$	9,50	$7{,}36 \times 10^{5}$
80	$5{,}57 \times 10^{-2}$	10,05	$5{,}50 \times 10^{5}$
120	$8{,}33 \times 10^{-2}$	10,30	$3{,}68 \times 10^{5}$
180	$1{,}25 \times 10^{-1}$	10,50	$2{,}45 \times 10^{5}$
240	$1{,}67 \times 10^{-1}$	10,65	$1{,}83 \times 10^{5}$
360	$2{,}50 \times 10^{-1}$	10,80	$1{,}22 \times 10^{5}$

Строим эталонную кривую и накладываем на нее опытную кривую. Определяющая точка даст значения $u = 0{,}21$; $\frac{r^2}{t} = 7{,}35 \times 10^{6}$ *кв. фут/сутки*; $s = 3{,}35$ *фут*; $W(u) = 1{,}2$. По уравнению (6.43) находим

$$T = \frac{114{,}6 \times 500 \times 1{,}2}{3{,}35} = 20\,500 \text{ галл/сутки/фут},$$

а по уравнению (6.44)

$$S = \frac{0{,}21 \times 20\,500}{1{,}87 \times 7{,}35 \times 10^{6}} = 0{,}000315.$$

Такие же результаты могли бы быть получены, если выбрать произвольную точку $s = 1$ *фут*, $\frac{r^2}{t} = 10^{5}$ *кв. фут/сутки*, для которой $u = 2{,}9 \times 10^{-3}$, $W(u) = 0{,}355$.

Для проверки наложения кривых определяют величины

$$\frac{T}{1{,}87S} = \frac{20\,500}{1{,}87 \times 0{,}000315} = 3{,}48 \times 10^{7} \text{ кв. фут/сутки},$$

$$\frac{114{,}6Q}{T} = \frac{114{,}6 \times 500}{20\,500} = 2{,}80 \text{ фут}.$$

Согласно фиг. 6.15, эти значения величины $\frac{r^2}{t}$ и s соответствуют значениям $u = 1$ и $W(u) = 1$.

Фиг. 6.15 указывает на то, что замеры проводились почти в идеальных условиях. На результатах измерений иногда сказывается влияние граничных факторов — либо питания речными водами, либо непроницаемой границы [10]. При наличии питания понижение уровня будет меньше, чем при его отсутствии. В этом случае кривая опытных данных будет расположена ниже эталонной, причем отклонение будет более заметным с течением времени после начала откачки. Фиг. 6.15 также может служить для определения величины s как функции $\frac{1}{t}$, поскольку была использована только одна наблюдательная скважина.

Метод Джейкоба

При малых значениях u (т. е. когда r мало, а t велико) по сравнению с величиной $\ln u$ сходящийся ряд в уравнении (6.41) можно сократить до первых двух его членов. Поскольку $\ln 1{,}78 = 0{,}5772$, уравнение (6.41) принимает вид

$$s = \frac{Q}{4\pi T}\left(\ln\frac{1}{u} - \ln 1{,}78\right),$$

или в десятичных логарифмах

$$s = \frac{2{,}30Q}{4\pi T}\lg\frac{2{,}25Tt}{r^2S}. \qquad (6.47)$$

Джейкоб [2, 11] первый предложил это упрощение, которое ограничивается значениями u, не превышающими 0,01. Следовательно, данные табл. 6.2 не вполне пригодны для аппроксимирования. Уравнение (6.47) применимо: 1) к наблюдениям в одиночной скважине через различные промежутки времени; 2) к одновременным наблюдениям в нескольких скважинах через определенный промежуток времени; 3) к наблюдениям в нескольких скважинах через различные промежутки времени. Ниже приведены примеры расчетов в каждом из перечисленных случаев.

1. Когда наблюдения проводятся в одиночной скважине, в уравнении (6.47) переменной величиной будет только t:

$$s = \frac{2{,}30Q}{4\pi T}\lg\frac{2{,}25T}{r^2S} + \frac{2{,}30Q}{4\pi T}\lg t. \qquad (6.48)$$

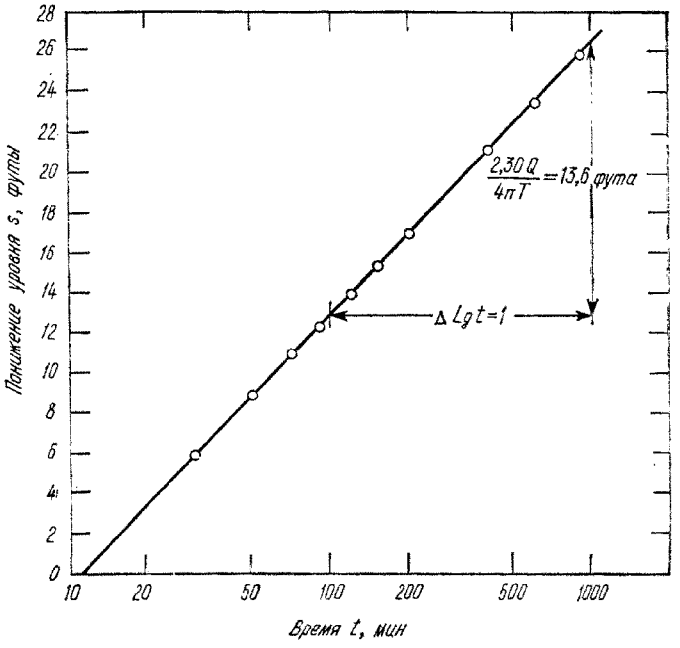
Это уравнение представляет собой уравнение прямой линии, которое можно представить в виде графика зависимости между s и $\lg t$, построенного в полулогарифмическом масштабе (фиг. 6.16). На этом графике уклон прямой линии равен $\frac{2{,}30Q}{4\pi T}$, и его определяют как вертикальную проекцию отрезка прямой между двумя точками на оси времени, имеющими ординаты, отличающиеся одна от другой по величине своих логарифмов на единицу, например соответствующие логарифмам 1000 и 100. Коэффициент водопроводимости T находят по уклону прямой, коэффициент запаса — по любой точке прямой и по уравнению (6.47). Если известна величина T, то S также можно определить по отрезку t_0 прямой линии на оси $\lg t$. В уравнении (6.47) s становится равным 0 при

$$\frac{2{,}25Tt_0}{r^2S} = 1. \qquad (6.49)$$

Ниже приведены данные наблюдений в скважине, находящейся на расстоянии 50 футов от скважины, из которой производится откачка интенсивностью 250 *галл/мин*.

Периоды между наблюдениями, *мин*	30	50	70	90	120	150	200	400	600	900
Понижение уровня, футы	6,5	9,0	11,0	12,4	14,1	15,4	17,0	21,2	23,6	26,0

Необходимо найти коэффициент водопроводимости T и коэффициент запаса S для данного водоносного горизонта.



Фиг. 6.16. Метод Джейкоба для графического решения уравнения неустановившегося движения в случае одиночной наблюдательной скважины.

По уклону прямой на фиг. 6.16 находим

$$\frac{2,30Q}{4\pi T} = 13,6 \text{ фут},$$

$$T = \frac{2,30}{\pi} \times \frac{250}{449} \text{ куб. фут/сек} \times \frac{1}{13,6} \text{ фут} = 7,48 \times 10^{-3} \text{ кв. фут/сек} =$$

$$= 4860 \text{ галл/сутки/фут}.$$

Коэффициент запаса определяем по уравнению (6.49):

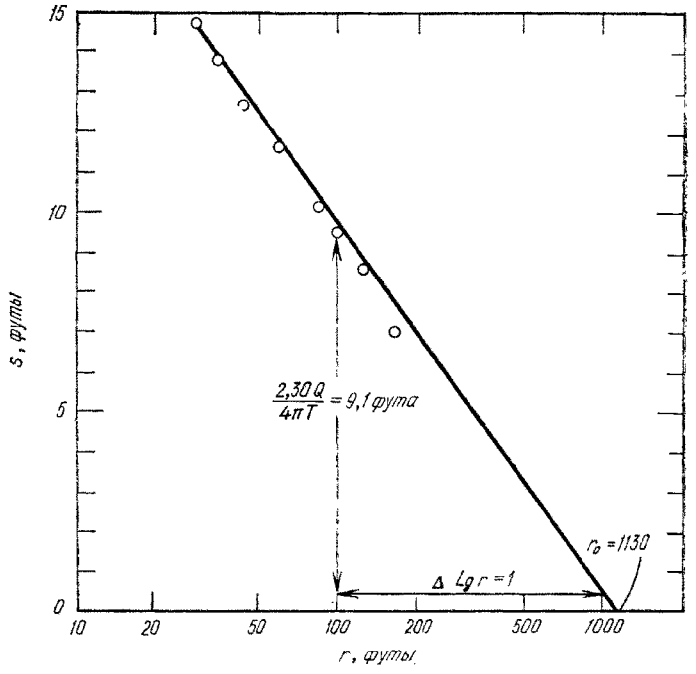
$$S = \frac{2,25 \times 7,48 \times 10^{-3} \text{ кв. фут/сек} \times 672 \text{ сек}}{2500 \text{ кв. фут}} = 0,00045.$$

Определив величины T и S, проверяем, действительно ли величина u достаточно мала для всех данных, для чего можно рассмотреть точку, соответствующую $t = 30$ *мин*.

2. В уравнении (6.47) переменной будет только r:

$$s = \frac{2,30Q}{4\pi T} \lg \frac{2,25Tt}{S} - \frac{2,30Q}{2\pi T} \lg r. \qquad (6.50)$$

Это уравнение представляет собой уравнение прямой линии. Строим график зависимости между s и $\lg r$ в полулогарифмическом масштабе (фиг. 6.17). Уклон прямой линии равен $\frac{2{,}30Q}{2\pi T}$. Его находят так же, как и в первом случае. Величину T определяют по уклону прямой линии, величину S — по



Фиг. 6.17. Метод Джейкоба для графического решения уравнения неустановившегося движения в случае нескольких наблюдательных скважин при одновременных замерах.

любой точке прямой и по уравнению (6.47). Также коэффициент запаса S можно определить по отрезку r_0 прямой на оси $\lg r$. В уравнении (6.45) при $s = 0$

$$\frac{2{,}25Tt}{r_0^2 S} = 1. \tag{6.51}$$

Ниже в таблице приведены данные по понижению уровня в нескольких наблюдательных скважинах. Наблюдения велись одновременно во всех скважинах через промежутки в два часа. Производительность равнялась 350 *галл/мин*.

Номер наблюдательной скважины	1	2	3	4	5	6	7	8
Расстояние наблюдательной скважины от центральной, футы	29	35	44	60	85	100	125	163
Понижение уровня в наблюдательной скважине, футы	14,9	13,8	12,7	11,7	10,1	9,6	8,6	7,0

Требуется определить величины T и S. По уклону прямой на фиг. 6.17 находим $\frac{2{,}30Q}{2\pi T} = 9{,}1$ фута; $T = \frac{2{,}30}{2\pi} \times \frac{350}{449}$ *куб. фут/сек* $\times \frac{1}{9{,}1 \text{ фута}} =$

$= 3{,}14 \times 10^{-2}$ *кв.фут/сек* $= 20\,400$ *галл/сутки/фут*. По уравнению (6.51)

$$S = \frac{2{,}25 \times 3{,}14 \times 10^{-2} \text{ кв. фут/сек} \times 2 \times 3600 \text{ сек}}{1030^2 \text{ кв. фут}} = 0{,}00048.$$

Судя по вычисленным величинам S и T, значения u достаточно малы для скважин 1—7.

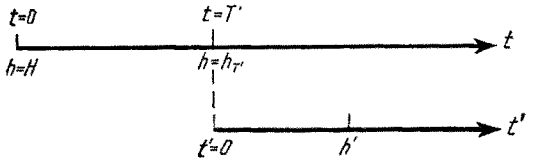
3. Как показал Джейкоб [2], по данным о понижении уровня в нескольких наблюдательных скважинах, полученным через различные промежутки времени, можно построить график суммарного понижения уровня в зависимости от логарифмов соответствующих величин $\frac{t}{r^2}$. При этом уравнение (6.47) переписывают в виде

$$s = \frac{2{,}30Q}{4\pi T} \lg \frac{2{,}25T}{S} + \frac{2{,}30Q}{4\pi T} \lg \frac{t}{r^2}.$$

На графике в полулогарифмическом масштабе это уравнение представлено прямой линией, по уклону которой определяют коэффициент водопроводимости T. Коэффициент запаса S находят так же, как и в первых двух случаях.

Метод Тейса для определения гидрогеологических параметров по анализу восстановления уровня

Тейс [7] и Венцель [9] показали, что гидрогеологические параметры можно определить с помощью уравнения неустановившегося движения по данным анализа восстановления уровня в скважинах после прекращения откачки



Ф и г. 6.18. Оси времени для расчетов гидрогеологических параметров по анализу восстановления уровня.

из них. Если производить откачку из скважины с постоянной интенсивностью, а затем ее прекратить, то уровень воды в скважине с наиболее низкого уровня $h_{T'}$ в момент прекращения откачки за время T' поднимется и достигнет величины $h' > h_{T'}$. На фиг. 6.18 время $t' = 0$ соответствует $t = T'$. Если H — первоначальный уровень, наблюдавшийся в скважине до начала откачки, то величина $H - h' = s'$ характеризует так называемое остаточное понижение уровня. Чтобы вычислить остаточное понижение уровня, допустим, что откачка продолжается с производительностью Q во время $t > T'$, а при $t = T'$ начинается нагнетание с расходом $-Q$, которое налагается на дебит скважины, из которой производится откачка, в результате чего начиная с момента $t = T'$ дебит становится равным 0. Следовательно,

$$s' = (H - h) + (h - h') = \frac{Q}{4\pi T}\left[\int_{\frac{r^2S}{4Tt}}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x}\,dx - \int_{\frac{r^2S}{4Tt}}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x}\,dx\right]. \qquad (6.52)$$

Если $\frac{r^2S}{4Tt'}$ достаточно мало, аппроксимирование, сделанное при выводе уравнения (6.47), верно и в этом случае. Поэтому

$$s' = \frac{2{,}30Q}{4\pi T}\left[\lg \frac{2{,}25Tt}{r^2S} - \lg \frac{2{,}25Tt'}{r^2S}\right] = \frac{2{,}30Q}{4\pi T} \lg \frac{t}{t'}. \qquad (6.53)$$

Это уравнение представляет собой прямую линию на графике, построенном в полулогарифмическом масштабе, по уклону которой определяют коэффициент водопроводимости T. Это возможно, если график построен для зависимости остаточного понижения уровня от $\lg\frac{t}{t'}$. Величину S определяют по остаточному понижению уровня во время прекращения откачки.

6.8. ВЛИЯНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ХАРАКТЕР НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД К СКВАЖИНЕ

Метод отображений

Уравнения, выведенные в разд. 6.7, применимы к расчетам гидрогеологических параметров только бесконечных водоносных горизонтов. Такие водоносные горизонты встречаются редко, и обычно приходится учитывать влияние близлежащих водотоков и непроницаемых границ. Положения, рассмотренные в разделе 6.6, применимы и в случае неустановившегося движения. Пусть, например, происходит неустановившееся движение подземных вод к скважине, находящейся у реки, как это показано на фиг. 6.10,*а*. На противоположной стороне реки помещают воображаемую скважину с дебитом $-Q$. В этом случае понижение уровня равно

$$s=\frac{Q}{4\pi T}\left[-Ei\left(-\frac{r_1^2S}{4Tt}\right)\right]-\frac{Q}{4\pi T}\left[-Ei\left(-\frac{r_2^2S}{4Tt}\right)\right]. \qquad (6.54)$$

Неустановившееся движение подземных вод к скважине будет происходить в первые моменты после начала откачки, пока еще не наступил устойчивый гидродинамический режим. Для оценки момента наступления установившегося движения сравнивают величины u и $\ln u$ в обеих частях уравнения (6.54). Заменив члены этого уравнения их аппроксимированными логарифмическими величинами, исключают из уравнения величину времени и получают уравнение установившегося движения, подобное уравнению (6.31):

$$s=\frac{Q}{4\pi T}\left[\ln\frac{2{,}25Tt}{r_1^2S}-\ln\frac{2{,}25Tt}{r_2^2S}\right]=\frac{Q}{4\pi T}\ln\frac{r_2^2}{r_1^2}.$$

Этот вывод свидетельствует о том, что граница, через которую происходит питание водоносного горизонта, стремится компенсировать неустановившийся режим движения подземных вод. Метод отображений в случае неустановившегося движения подземных вод применим и в других условиях, аналогичных рассмотренным в разделе 6.6.

ПЕРЕТЕКАНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

В природных условиях водоносные горизонты не всегда ограничены совершенно водонепроницаемыми слоями. При изучении условий питания водоносных горизонтов было доказано, что их производительность часто превышает величину восполнения, определенную в областях питания этих горизонтов. Установили также, что такие водоносные горизонты перекрыты слабоводопроницаемыми слоями, через которые в региональном масштабе просачивается большое количество воды, способствующее восполнению запасов подземных вод. Над слабопроницаемыми слоями может скапливаться вода, как, например, в голландских польдерах. Иногда они перекрыты более проницаемыми слоями, кровля которых бывает водонепроницаемой или слабопроницаемой.

Вода из основного водоносного горизонта просачивается через слабопроницаемые породы в нижележащий горизонт. При изменении соотношения напоров в этих водоносных пластах возможно подпитывание основного

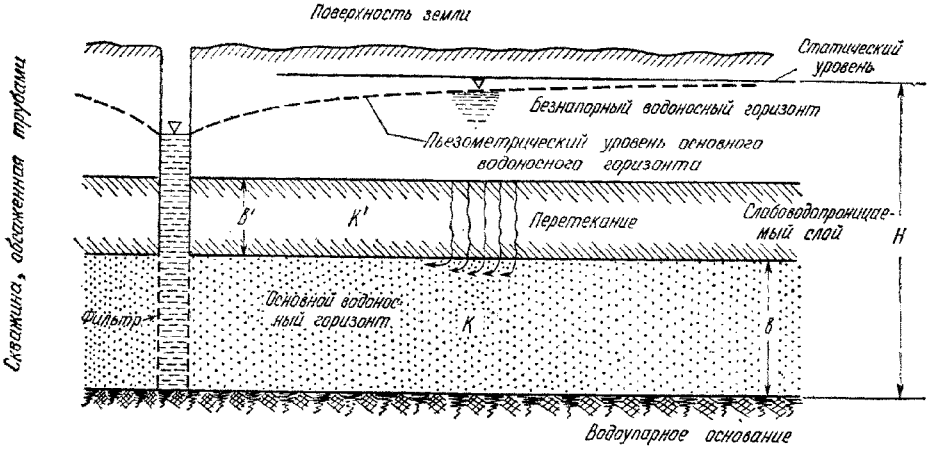
водоносного горизонта снизу. Просачивание воды в основной водоносный горизонт или из него через ограничивающие слабопроницаемые слои называется перетеканием.

Это явление было подвергнуто математическому анализу сначала голландскими гидрологами и инженерами [12, 13], а позднее Джейкобом [14] и Хантушем [15]. В 1954—1964 гг. Хантуш сначала в сотрудничестве с Джейкобом [5, 17—19], а затем самостоятельно [16, 20—28] разработал теорию перетекания подземных вод. Первый значительный вклад советских ученых в эту область, по-видимому, принадлежит Мятиеву [29], который проанализировал взаимодействие водопроницаемых пластов, разделенных слабопроницаемыми породами [6, стр. 436].

Хотя эти исследования в высшей степени аналитические, все же представляется возможным упростить некоторые граничные условия и рассматривать указанные вопросы применительно к более простым для практики случаям [31, 32]. В частности, Уолтон [33] применил теорию перетекания в условиях штата Иллинойс. Как отмечают Джейкоб [14] и де Уист [41], перетекание происходит в гораздо больших размерах при линзообразном строении разделяющих слабопроницаемых слоев (например, в осадочных породах прибрежных равнин) по сравнению с хорошо выдержанными слоями.

6.9. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА С УЧЕТОМ ПЕРЕТЕКАНИЯ

Рассмотрим фиг. 6.19, где ради простоты изображено перетекание только сверху. Слабоводопроницаемый слой перекрыт песком, в котором скапливается вода. Величина бокового притока достаточна для поддержания почти



Фиг. 6.19. Водоносный горизонт в условиях перетекания.

постоянного напора, несмотря на перетекание в основной водоносный горизонт [14]. Кровля водоупорного основания принята за плоскость сравнения $x - y$. До отбора воды из основного водоносного горизонта напор h в нем был постоянным и равным высоте H уровня грунтовых вод. Напор h после отбора воды из основного водоносного горизонта показан кривой пунктирной линией. Поскольку вода, находящаяся над слабопроницаемым слоем, характеризуется, согласно принятому допущению, постоянным напором H, между кровлей и подошвой слабопроницаемого слоя существует разность напоров, что вызывает перетекание через этот слой. Так как коэффициент фильтрации K основного водоносного горизонта гораздо больше коэффициента фильтрации K' слабопроницаемого слоя, можно с уверенностью допустить, что вода

фильтруется в вертикальном направлении через слабопроницаемый слой, затем поток отклоняется под углом более 90° и продолжает двигаться горизонтально в основном водоносном горизонте в соответствии с принципами, изложенными в разделе 5.11. Для установившегося движения подземных вод уравнение неразрывности (4.44) принимает вид

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0. \tag{6.55}$$

Горизонтальные составляющие скорости u и v изменяются в соответствии с их расстоянием от водоупора, однако, если эти изменения небольшие, для превращения данной задачи в гидравлическую [6, стр. 431] введем средние величины скоростей u и v, которые обозначим через $\bar{u}$ и $\bar{v}$:

$$\left.\begin{aligned}\bar{u}(x,\ y)&=\frac{1}{b}\int_0^b u(x,\ y,\ z)\,\partial z,\\ \bar{v}(x,\ y)&=\frac{1}{b}\int_0^b v(x,\ y,\ z)\,\partial z.\end{aligned}\right\} \tag{6.56}$$

Слово *гидравлический* означает, что процесс усреднения производится в направлении оси z, что позволяет пренебречь независимой переменной z. Если составляющие скорости — функции трех независимых переменных x, y, z, они называются гидродинамическими. В этом упрощенном случае уравнение (6.55) легко проинтегрировать вдоль оси z по высоте водоносного горизонта. В результате получаем

$$\left.\begin{aligned}\int_0^b \frac{\partial u}{\partial x}\,\partial z&=\frac{\partial}{\partial x}\int_0^b u\,\partial z=b\frac{\partial \bar{u}}{\partial x},\\ \int_0^b \frac{\partial v}{\partial y}\,\partial z&=\frac{\partial}{\partial y}\int_0^b v\,\partial z=b\frac{\partial \bar{v}}{\partial y},\end{aligned}\right\} \tag{6.57}$$

а также

$$\int_0^b \frac{\partial w}{\partial z}\,\partial z=w(b)-w(0), \tag{6.58}$$

где $w(b)$ — значение вертикальной скорости на кровле, $w(0)$ — на подошве основного водоносного горизонта. В рассматриваемом случае $w(0)=0$, поскольку допускается, что подошва основного водоносного горизонта совершенно непроницаема. Чтобы найти $w(b)$, напор h усредняется по мощности основного водоносного горизонта:

$$\bar{h}(x,\ y)=\frac{1}{b}\int_0^b h(x,\ y,\ z)\,dz. \tag{6.59}$$

Так как допускается, что напор H грунтовых вод, расположенных над слабопроницаемым слоем, по существу остается постоянным, вертикальную скорость $w(b)$ можно выразить с помощью закона Дарси:

$$w(b)=+\frac{K'}{b'}(\bar{h}-H), \tag{6.60}$$

где знак «+» означает, что величина $w(b)$ измерена против направления z. Интегрирование уравнения (6.55) дает

$$b\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}+\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}\right)+w(b)=0. \tag{6.61}$$

При

$$\left.\begin{aligned}\bar{u} &= -K\frac{\partial \bar{h}}{\partial x}\,,\\ \bar{v} &= -K\frac{\partial \bar{h}}{\partial y}\end{aligned}\right\} \tag{6.62}$$

по аналогии с уравнением (4.24) подставляем значение w (b) из уравнения (6.60) в уравнение (6.61):

$$-Kb\left(\frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial y^2}\right)+\frac{K'}{b'}(\bar{h}-H)=0,$$

или

$$\nabla^2 \bar{h}-\frac{K'}{Kbb'}(\bar{h}-H)=0. \tag{6.63}$$

Если сравнить это уравнение с уравнением (5.1), то видно, что значение h представлено своим средним значением $\bar{h}$ и что в $\bar{h}$ имеется дополнительный линейный член (линейное перетекание). В дальнейшем вместо $\bar{h}$ будем писать h, считая это значение средним. Пусть $s = H - h$, как обычно, есть понижение уровня, тогда $\nabla^2 h = -\nabla^2 s$ и уравнение (6.63) принимает вид

$$\nabla^2 s-\frac{s}{B^2}=0, \tag{6.64}$$

где

$$B=\sqrt{\frac{Kbb'}{K'}} \tag{6.65}$$

называется фактором перетекания [5].

По аналогии с уравнением (4.51) уравнение (6.63) можно записать для условий неустановившегося движения в виде

$$\nabla^2 \bar{h}-\frac{K'}{Kbb'}(h'-H)=\frac{S}{T}\frac{\partial \bar{h}}{\partial t}\,,$$

или

$$\nabla_s^2-\frac{s}{B^2}=\frac{S}{T}\frac{\partial s}{\partial t}\,. \tag{6.66}$$

Фактор перетекания B введен только для удобства вычисления. В действительности большое численное значение фактора перетекания означает, что объем перетекающей воды незначителен, и наоборот. Для характеристики объема перетекающей воды обычно используют числовой коэффициент перетекания $\frac{K'}{b'}$. Этот коэффициент характеризует объем воды, протекающий через единицу поверхности раздела между основным водоносным горизонтом и слабопроницаемым слоем при условии, что разница между напором основного водоносного горизонта и слоя, из которого происходит перетекание, равна единице. Значения коэффициентов перетекания для артезианского бассейна Розуэлл в штате Нью-Мексико, приведенные Хантушем [20], изменяются в пределах от $4{,}8 \times 10^{-8}$ до 10^{-10} *сек*$^{-1}$. Уолтон [33] для ледниковых отложений южной части штата Иллинойс дает величины от $3{,}5 \times 10^{-7}$ до 8×10^{-9} *сек*$^{-1}$.

6.10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВОДОНОСНЫХ ГОРИЗОНТОВ В УСЛОВИЯХ ПЕРЕТЕКАНИЯ

Учитывая, что за счет перетекания можно откачать дополнительно из глубоких скважин значительное количество воды (например, до 11% в макуокетском водоносном горизонте в северо-восточной части штата Иллинойс, что составляет 8 400 000 *галл/сутки* [33]), едва ли надо объяснять, почему

в данной главе рассматриваются существующие методы определения коэффициента перетекания и других параметров водоносного горизонта. Два из этих методов, описанных ниже, полностью соответствуют методам для условий, когда перетекание отсутствует; эти методы стали применять повсеместно. Третий метод, разработанный Хантушем [20], требует обоснования некоторых свойств кривой депрессии при неустановившемся движении подземных вод (см. приложение А).

Метод эталонной кривой в случае понижения уровня при неустановившемся движении подземных вод

Хантуш и Джейкоб [17] дали решение уравнения (6.66) для однородного безграничного по простиранию водоносного горизонта, вскрытого на полную мощность скважиной бесконечно малого диаметра; при этом они учли допущения, принятые при выводе уравнения (6.66). Эти допущения по аналогии с таковыми, сделанными Тейсом (см. разд. 6.7), предусматривают линейное перетекание, постоянство напора в водоносном пласте, из которого идет перетекание, и горизонтальное преломление линий тока перетекающей воды.

Это решение следующее:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W\left(u, \frac{r}{B}\right), \tag{6.67}$$

где

$$W\left(u, \frac{r}{b}\right) = \int_u^\infty \frac{1}{x} e^{-x - \frac{r^2}{4B^2 x}} dx \tag{6.68}$$

представляет собой функцию скважины для артезианских водоносных горизонтов с перетеканием и где

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}.$$

При $B \to \infty$, т. е. когда перетекание $\to 0$, уравнение (6.68) сводится к уравнению (6.39), из чего следует, что в этих случаях можно использовать метод графической суперпозиции, подобный методу Тейса, если значения $W\left(u\frac{r}{B}\right)$ будут затабулированы. Таблица значений этой функции составлена Хантушем [20] (см. приложение Б, табл. Б.2). Хантуш [20] предложил метод, по которому используется ряд наблюдений, проведенных в одной скважине. Время t выражено в минутах, расход Q — в *галл/мин*, коэффициент водопроводимости T — в *галл/сутки/фут*, понижение уровня s — в футах, расстояние от центральной до наблюдательной скважины r — в футах. Формулы, используемые в методе Хантуша, следующие:

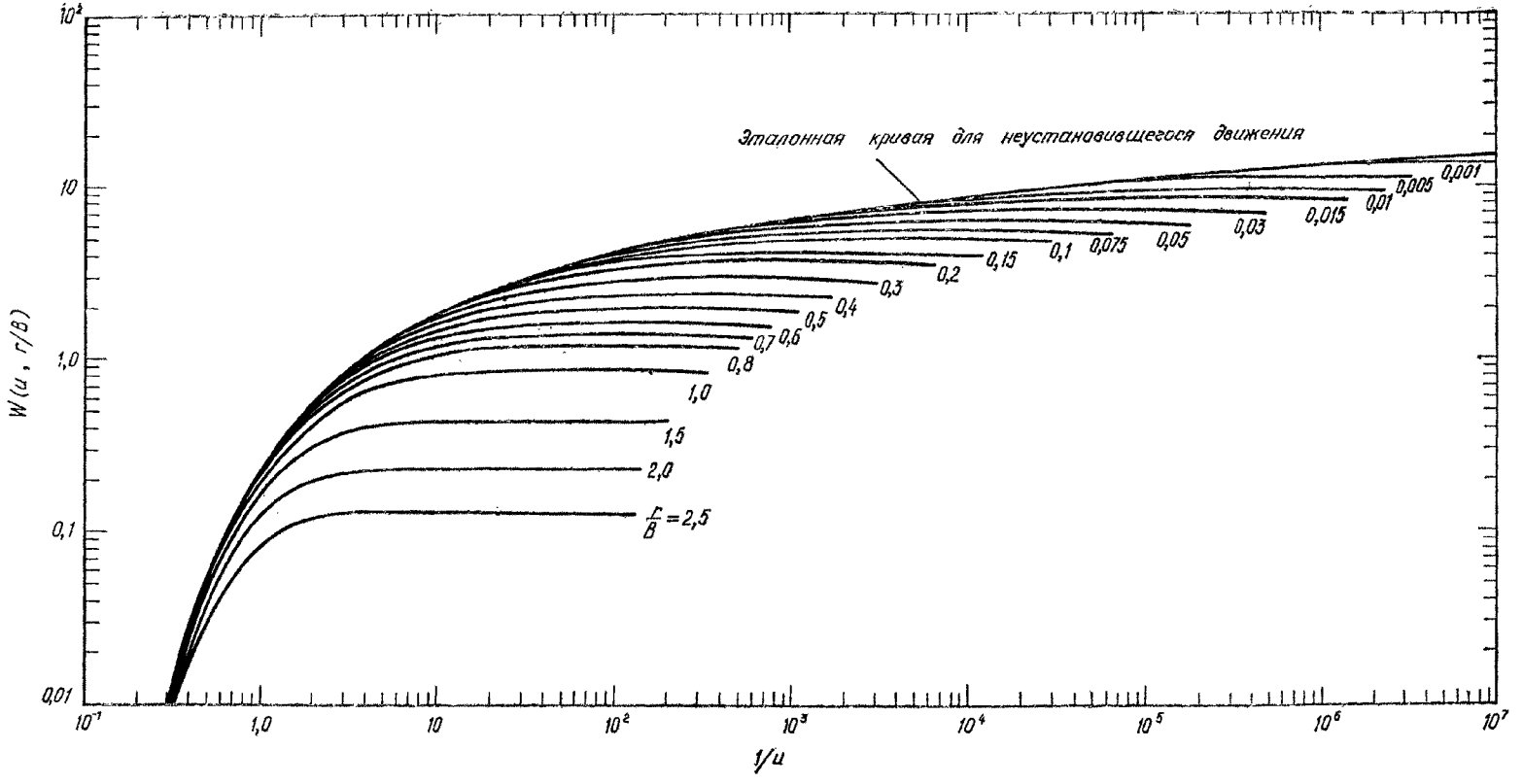
$$s = \frac{114{,}6Q}{T} W\left(u, \frac{r}{B}\right), \tag{6.69}$$

$$u = \frac{2700 r^2 S}{Tt}, \tag{6.70}$$

$$\frac{r}{B} = \frac{r}{\sqrt{\frac{T}{\frac{K'}{b'}}}}. \tag{6.71}$$

Из уравнений (6.69) и (6.70) выводят следующие уравнения:

$$\lg s = \lg W\left(u, \frac{r}{B}\right) + \lg \frac{114{,}6Q}{T}, \tag{6.72}$$



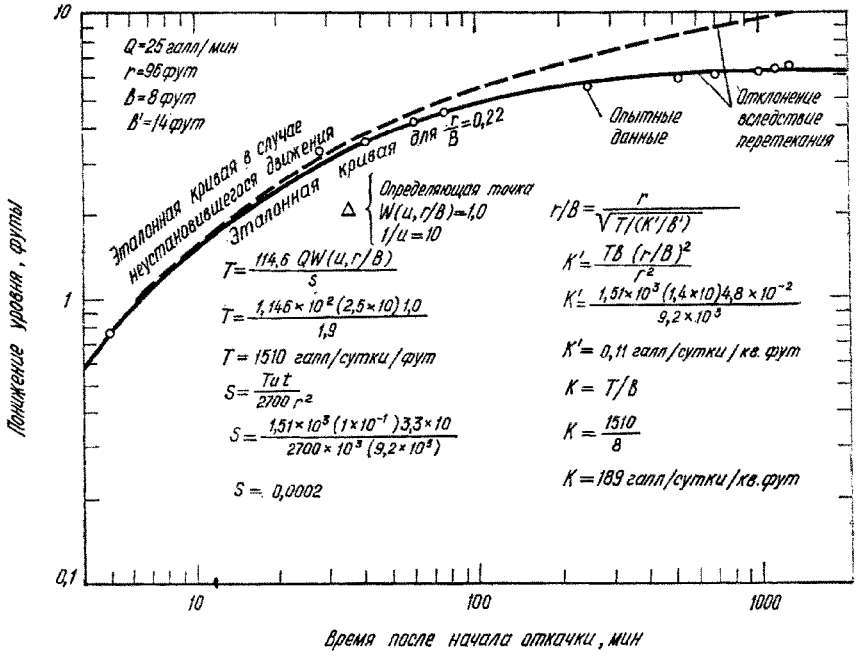
Ф и г. 6.20. Эталонные кривые для определения гидрогеологических параметров напорных водоносных горизонтов в условиях перетекания (по Уолтону).

$$\lg t = \lg \frac{1}{u} + \lg \frac{2700 r^2 S}{T}. \qquad (6.73)$$

Сходство с методом Тейса становится более очевидным, если уравнение (6.44) или (6.46) представить в виде

$$\lg t = \lg \frac{1}{u} + \lg \frac{1{,}87 r^2 S}{T}. \qquad (6.74)$$

Для ряда значений $\frac{r}{B}$ строят график зависимости $\lg W\left(u, \frac{r}{B}\right)$ от $\lg \frac{1}{u}$. На фиг. 6.20 показаны кривые для значений $\frac{r}{B}$ от 2,5 до 0. Кривая для $\frac{r}{B} = 0$ представляет собой эталонную кривую для неустановившегося движения. Затем в логарифмическом масштабе строят график зависимости понижения уровня s от времени t по фактически наблюдавшимся данным.



Ф и г. 6.21. График зависимости понижения уровня от времени.
Скважина 19 около Дитрих, штат Иллинойс (по Уолтону).

Этот график имеет такой же масштаб, что и график серии эталонных кривых. Из уравнений (6.72) и (6.73) видно, что при постоянном дебите $W\left(u, \frac{r}{B}\right)$ — функция $\frac{1}{u}$, поскольку s — функция t. Следовательно, кривую $s = f(t)$, полученную по фактическим наблюдениям, можно наложить на серию эталонных кривых (фиг. 6.20). При этом оси координат обоих графиков должны быть параллельны, и кривая $s = f(t)$ должна совпадать с одной из эталонных кривых для данного значения $\frac{r}{B}$ или может быть интерполирована между двумя такими кривыми. Любую точку совмещения (определяющую точку) выбирают где-нибудь на участке совмещения кривых и численные значения ее координат $W\left(u, \frac{r}{B}\right)$, $\frac{1}{u}$, s и t вместе с удельной величиной $\frac{r}{B}$, благодаря которой стало возможным наложение кривых, подставляют в уравнения (6.69), (6.70), (6.71). Коэффициент запаса S и коэффициент водопроводимости T определяют из первых двух уравнений. Зная $\frac{r}{B}$ и T, можно

найти коэффициент перетекания $\frac{K'}{b'}$ из уравнения (6.71). Уолтон [33] применил этот метод при исследовании водоносного горизонта около Дитрих в штате Иллинойс (фиг. 6.21). На графике показано, что в течение первых 30 *мин* перетекание отсутствовало, поскольку в течение этого времени кривая, построенная по опытным данным, совпадает с эталонной кривой для водоносных горизонтов в случае неустановившегося движения (при отсутствии перетекания); затем кривая опытных данных отклоняется и следует по кривой для $\frac{r}{B} = 0{,}22$. С течением времени процент перетекающей воды в дебите скважины растет, и в конце концов, когда движение воды стабилизируется, из скважины откачивается только перетекающая вода. Впервые это заметил Джейкоб [5], который разработал графический метод суперпозиции, описанный ниже.

Метод Джейкоба в случае понижения уровня при установившемся движении подземных вод

Джейкоб [5] и Хантуш [20] отметили, что решение для понижения уровня при установившемся движении пропорционально $K_0\left(\frac{r}{B}\right)$, где K_0 — преобразованная функция Бесселя второго рода нулевого порядка. Эти исследователи дали решение

$$s = \frac{Q}{2\pi T} K_0\left(\frac{r}{B}\right) \tag{6.75}$$

в качестве граничного случая уравнения (6.69), когда $t \to \infty$. Если Q выражено в *галл/мин*, T — в *галл/сутки/фут* и s — в футах, то понижение уровня можно определить из уравнения

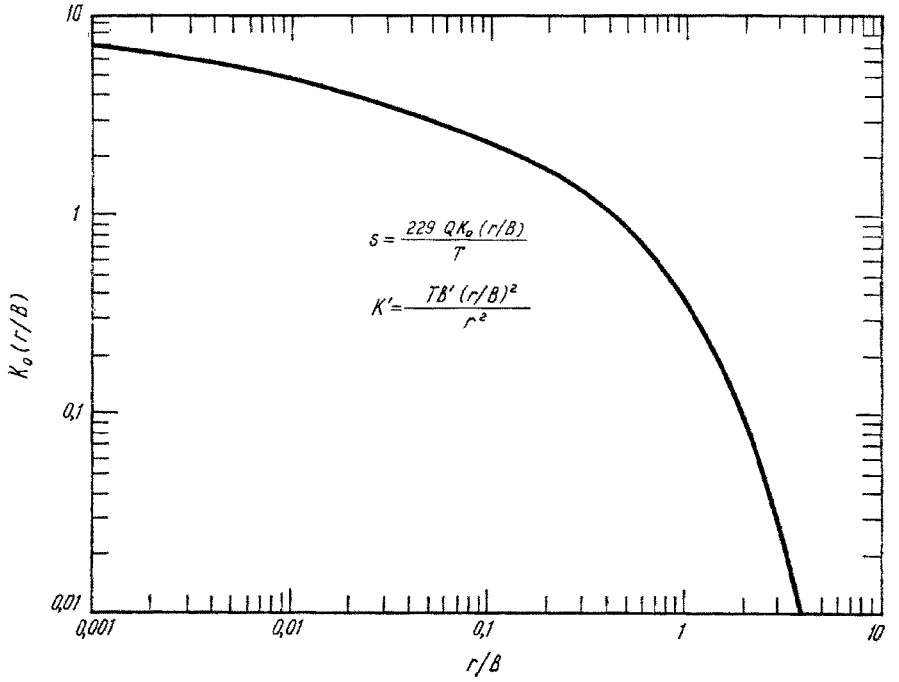
$$s = 229 \frac{Q}{T} K_0\left(\frac{r}{B}\right). \tag{6.76}$$

Это уравнение объединяют с формулой

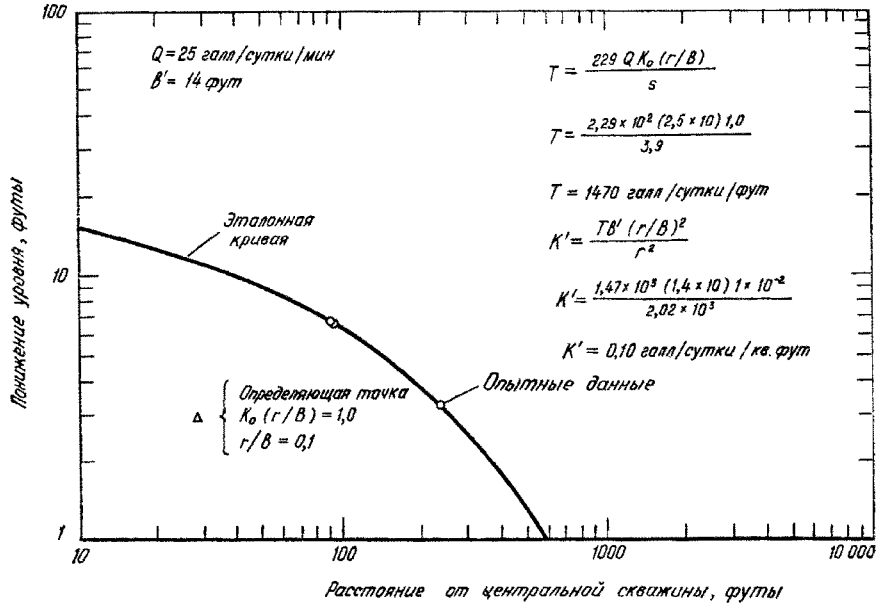
$$\frac{r}{B} = \frac{r}{\sqrt{\frac{T}{\frac{K'}{b'}}}} \tag{6.71}$$

следующим графическим способом. Значения $K_0\left(\frac{r}{B}\right)$, подготовленные с помощью табл. Б.1 (см. прилож. Б) или таблиц функций Янке и Эмде [8], наносят на логарифмический график в зависимости от величин $\frac{r}{B}$ (фиг. 6.22). Данные опробования водоносного горизонта, собранные по нескольким наблюдательным скважинам в условиях установившегося движения, наносят на логарифмический график зависимости s от r, который строят в том же масштабе, что и график эталонной кривой. Затем эти две кривые совмещают; при этом оси обоих графиков должны быть параллельны. Определяющую точку берут где-нибудь на участке совмещения графиков, и значения координат этой точки $K_0\left(\frac{r}{B}\right)$, $\frac{r}{B}$, r, s, снятые с графика, подставляют в уравнения (6.76) и (6.71), в результате получают величины T и $\frac{K'}{b'}$. Необходимо отметить, что этот метод достоверен только в том случае, если с момента начала откачки прошло достаточно времени, когда можно быть уверенным, что движение воды стабилизировалось и что понижения уровня в наблюдательных скважинах не изменяются в ходе их измерения.

На фиг. 6.23 приведен пример опробования водоносного горизонта



Ф и г. 6.22. Эталонная кривая для определения гидрогеологических параметров в случае понижения уровня при установившемся движении напорных подземных вод в условиях перетекания (по Уолтону).

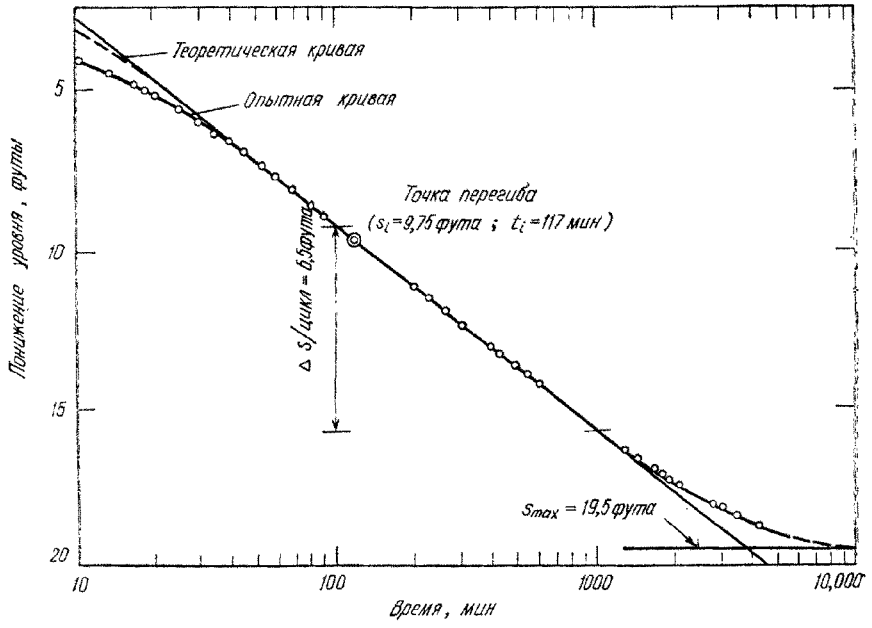


Ф и г. 6.23. График зависимости между понижением уровня и расстоянием наблюдательной скважины от центральной для участка около Дитриха, штат Иллинойс (по Уолтону).

и расчета его параметров, осуществленных Уолтоном [33] около Дитрих, штат Иллинойс. Как было отмечено выше, коэффициент запаса S в таких случаях определить нельзя, поскольку весь дебит скважины здесь обеспечивается за счет перетекания из смежных водоносных горизонтов. Величину S можно определить с помощью метода эталонной кривой применительно к понижениям уровня, замеренным на начальной стадии развития воронки депрессии. Одновременно можно проверить значение коэффициента водопроводимости T.

Метод Хантуша

Хантуш [20] разработал другой изящный метод определения параметров S и T и коэффициента перетекания водоносного горизонта. Доказательство уравнений, лежащих в основе этого метода, дается в приложении А. Метод Хантуша заключается в следующем:



Ф и г. 6.24. График зависимости понижения уровня от времени.
Артезианский бассейн Розуэлл, штат Нью-Мексико (по Хантушу).

1. Строят график зависимости понижения уровня (в футах) от времени (в минутах) по данным наблюдений в полулогарифмическом масштабе и путем экстраполяции данных по графику определяют величину максимального понижения уровня s_{max} (фиг. 6.24).

2. Находят точку перегиба на кривой понижения уровня, принимая $s_i = \frac{1}{2} s_{max}$, где s_i — понижение уровня в точке перегиба.

3. Определяют графически уклон m_i кривой понижения уровня в точке перегиба и производят отсчет времени t_i в точке перегиба.

4. Как показано в приложении А,

$$e^{\frac{r}{B}} K_0\left(\frac{r}{B}\right) = \frac{2{,}3 s_i}{m_i}.$$

Величины функции $e^x K_0(x)$ были затабулированы Хантушем [20]. Здесь эта

функция определяется отношением $\frac{2{,}3s_i}{m_i}$. Величину аргумента $\frac{r}{B}$ находят из табл. Б.2 (приложение Б), после чего легко определить величину B.

5. Вычисляют значение T, исходя из того, что уклон m_i кривой в точке перегиба есть

$$m_i = \frac{2{,}3Q}{4\pi T} e^{-\frac{r}{B}}.$$

Величина T выражена в *кв.фут/сек*, если Q — в *куб.фут/сек*, а m_i — в футах.

6. В точке перегиба

$$u_i = \frac{r^2 S}{4 \times 60 T t_i} = \frac{r}{2B},$$

где r и B выражены в футах, T — в *кв.фут/сек*, t_i — в минутах. Из этого соотношения определяют величину S.

7. И наконец, зная B и T, коэффициент перетекания $\frac{K'}{b'}$ получают из соотношения

$$B = \sqrt{\frac{T}{\frac{K'}{b'}}}.$$

По кривой понижения уровня на фиг. 6.24 находим значения $T = 0{,}09$ *кв.фут/сек*, $S = 0{,}000046$, $\frac{K'}{b'} = 1{,}35 \times 10^{-10}$ *сек*$^{-1}$.

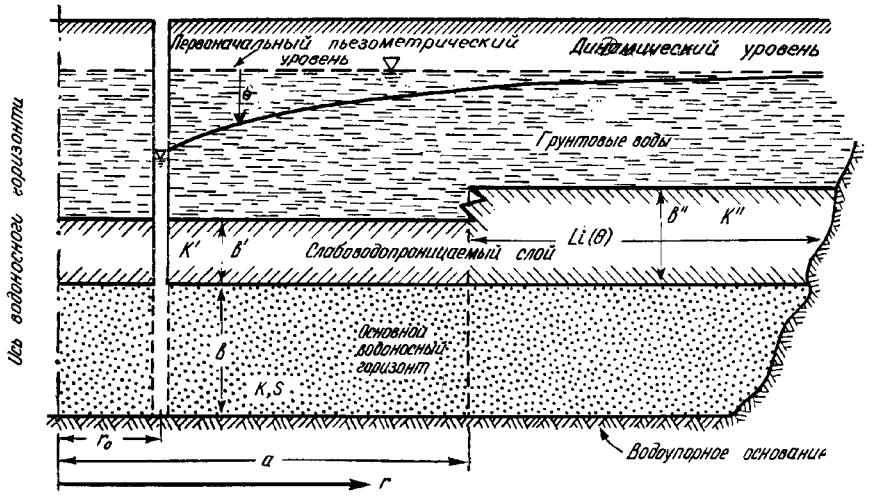
Хантуш [20] также разработал метод, позволяющий избежать трудностей, связанных с экстраполяцией величины s_{max}, при условии, что наблюдения проводятся по крайней мере в двух скважинах и что прямые отрезки кривых на полулогарифмическом графике зависимости понижения уровня от времени полностью развернуты. Он также изучил случай очень интенсивного перетекания, когда более 50% максимального понижения уровня происходит в течение нескольких минут откачки.

6.11. РЕАЛЬНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

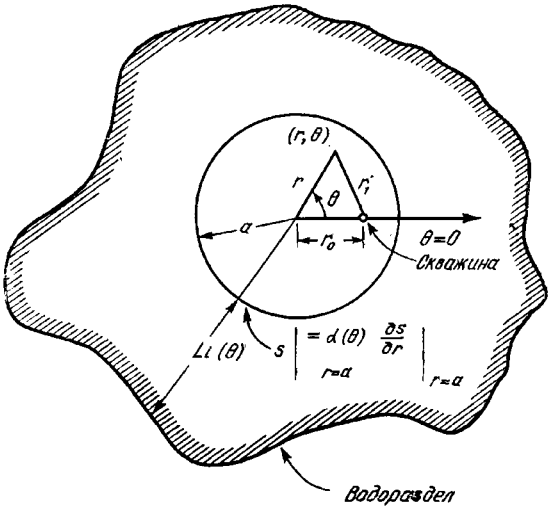
Ценность вышеописанных методов расчета параметров водоносных горизонтов в условиях перетекания и при отсутствии перетекания часто оспаривается, поскольку существуют более простые методы [34], а также из-за необходимости вводить допущения, упрощающие природные условия: бесконечное простирание водоносного горизонта, постоянство напоров на его границах, отсутствие бокового питания. Такая точка зрения ошибочна, так как методы графической суперпозиции как для водоносных горизонтов с перетеканием, так и без него доступны гидрогеологам даже с небольшой математической подготовкой. Более того, в будущем с развитием вычислительной техники станет возможным решение задач и без упрощения природных граничных условий (фиг. 6.25 и 6.26).

Рассмотрим, например, движение подземных вод к скважине, расположенной вне центра кругового водоносного горизонта в условиях перетекания с непостоянным боковым питанием, т.е. когда понижение уровня на границе пропорционально радиальной производной (фиг. 6.26). Однако коэффициент пропорциональности α, который для схематизированных граничных условий равняется нулю или единице, теперь будет функцией θ главным образом через переменное расстояние $L_i(\theta)$ от круговой до непроницаемой границы артезианского бассейна. Изменения величин b'' и K'' (фиг. 6.25) в функции θ также можно рассчитать и объяснить. Эта задача легко решается, если α — постоянная величина, не равная нулю или бесконечности [32]. Эту величину можно тщательно подобрать при изучении геологических условий бассейна.

В некоторых случаях средняя величина $\bar{\alpha}(\theta) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \alpha(\theta)\, d\theta$ оказывается наиболее подходящей.



Ф и г. 6.25. Водоносный горизонт с вертикальным перетеканием и непостоянным боковым питанием (по де Уисту).

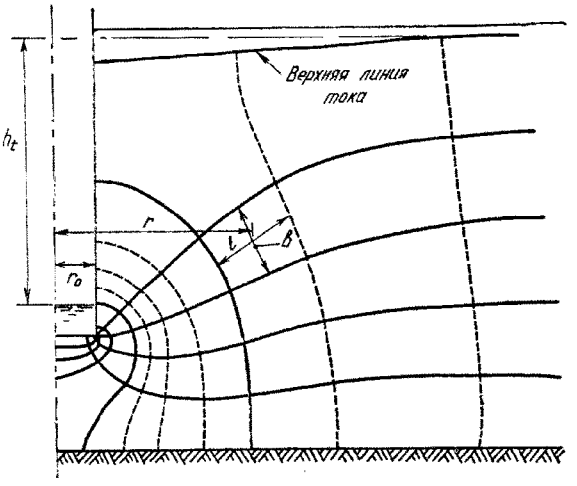


Ф и г. 6.26 Скважина, расположенная вне центра кругового водоносного горизонта с непостоянным боковым питанием в условиях перетекания (по де Уисту).

УЧЕТ НЕСОВЕРШЕНСТВА СКВАЖИН

В этой главе было сделано допущение, что скважины вскрывают водоносный горизонт на всю его мощность. Однако такое положение редко встречается на практике. Возникает вопрос: какова степень ошибки при использовании формул для совершенных скважин в случае неполного вскрытия водоносного горизонта? Движение воды к несовершенной скважине изучали де Гле [12], Козени [35], Маскет [36], Борели [37], Хантуш [18, 21], Джейкоб [18], Киркхэм [38]. Хантуш [21] делает вывод, что в случае установившегося движения трехмерный поток к несовершенной скважине, неглубоко

вскрывающей безграничный водоносный горизонт в условиях перетекания, быстро приобретает радиальный характер. На расстоянии от скважины, превышающем мощность водоносного горизонта в 1,5 раза, эти типы движения подземных вод трудно различить. При более глубоком расположении скважины радиальность потока становится более отчетливой. Следовательно, можно с уверенностью использовать формулы для совершенных скважин с целью вычисления понижения уровня воды в точках, расположенных от несовершенной скважины на расстоянии, превышающем по крайней мере



Фиг. 6.27. Сетка движения воды к несовершенной скважине (по Тейлору).

в 1,5 раза мощность водоносного горизонта. При более коротких расстояниях рекомендуется применять формулы из вышеприведенных работ.

Часто движение воды к несовершенной скважине бывает осесимметричным. В этом случае (см. раздел 5.15) нетрудно построить гидродинамическую сетку. На фиг. 6.27 [39] показано движение воды к скважине с непроницаемыми боковыми стенками и фильтром.

ЛИТЕРАТУРА

1. Thiem G., 1906. Hydrologische Methoden, Leipzig, Gebhardt.
2. Jacob C. E., 1950. Flow of ground water, Engineering Hydraulics, edited by H. Rouse, Wiley, New York.
3. Ferris J. G., Knowles D. B., Brown R. H., Stallman R. W., 1962. Theory of aquifer tests, U.S. Geological Survey-Water Supply Paper 1536-E, Washington, D.C., 148.
4. Walton W. C., 1963. Estimating the infiltration rate of a streambed by aquifer-test analysis, International Association of Scientific Hydrology, publication 63, 409—420.
5. Hantush M. S., Jacob C. E., 1954. Plane potential flow of ground water with linear leakage, Transactions American Geophysical Union, 35, 6, 917—936.
6. Полубаринова-Кочина П. Я., 1952. Теория движения грунтовых вод, ГТТИ, М.
7. Theis C. V., 1935. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground water storage, Transactions American Geophysical Union, 16, 519—524.
8. Jahnke E., Emde F., 1945. Tables of functions, New York, Dover Publications, 6, 7 (см. русский перевод: Янке Е., Эмде Ф., Таблицы функций с формулами и кривыми, Физматгиз, М., 1959).
9. Wenzel L. K., 1942. Methods for determining permeability of water-bearing materials with special reference to discharging-well methods, U.S. Geological Survey Water-Supply Paper 887, Washington, D.C.
10. Lang S. M., 1960. Interpretation of boundary effects from pumping test data, Journal American Water Works Association, 52, 3, 356—364.

11. Cooper H. H., Jacob C. E., 1946. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-field history, Transactions American Geophysical Union, 27, 526—534.
12. De Glee G. J., 1930. Over Grondwaterstromingen by Wateronttrekking by middel van Putten, Delft, T. Waltman.
13. Steggewentz J. H., Van Nes B. A., 1939. Calculating the yield of a well taking account of replenishment of the ground water from above, Water and Water Engineering, 41, 561—563.
14. Jacob C. E., 1946. Radial flow in a leaky artesian aquifer, Transactions American Geophysical Union, 27, 198—205.
15. Hantush M. S., 1949. Plain potential flow of ground water with linear leakage, University of Utah, докторская диссертация.
16. Hantush M. S., 1964. Depletion of storage, leakage, and river flow by gravity wells in sloping sands, Journal of Geophysical Research, 69, 2551—2560.
17. Hantush M. S., Jacob C. E., 1955. Nonsteady radial flow in an infinite leaky aquifer and nonsteady Green's functions for an infinite strip of leaky aquifer, Transactions American Geophysical Union, 36, 95—112.
18. Hantush M. S., Jacob C. E., 1955. Steady three-dimensional flow to a well in a two-layered aquifer, Transactions American Geophysical Union, 36, 286—292.
19. Hantush M. S., Jacob C. E., 1960. Flow to an eccentric well in a leaky circular aquifer, Journal of Geophysical Research, 65, 3425—3431 (см. русский перевод: Хантуш М. С., Джейкоб Ч. Э., Приток к скважине, расположенной эксцентрично в круговом пласте в условиях перетекания, сб. «Переводы статей по гидрогеологии и инженерной геологии», вып. 1, ВСЕГИНГЕО, М., 1962).
20. Hantush M. S., 1956. Analysis of data from pumping tests in leaky aquifers, Transactions American Geophysical Union, 37, 702—714 (см. русский перевод: Хантуш М. С., Анализ данных опытных откачек из скважин в водоносных горизонтах с перетеканием, сб. «Вопросы гидрогеологических расчетов», изд-во «Мир», М., 1964).
21. Hantush M. S., 1957. Nonsteady flow to a well partially penetrating an infinite leaky aquifer, Proceedings Iraqi Scientific Societies, 1, 10—19.
22. Hantush M. S., 1959. Nonsteady flow to flowing wells in leaky aquifer, Journal of Geophysical Research, 64, 1043—1052.
23. Hantush M. S., 1959. Analysis of data from pumping wells near a river, Journal of Geophysical Research, 64, 1921—1932.
24. Hantush M. S., 1960. Modification of the theory of leaky aquifers, Journal of Geophysical, Research, 65, 3713—3725 (см. русский перевод: Хантуш М. С., Новое в теории перетекания, сб. «Вопросы гидрогеологических расчетов», изд-во «Мир», М., 1964).
25. Hantush M. S., 1961. Drawdown around a partially penetrating well, ASCE Journal of the Hydraulics Division, July, 83—98 (см. русский перевод: Хантуш М. С., Неустановившийся приток подземных вод к скважине, несовершенной по степени вскрытия, сб. «Вопросы гидрогеологических расчетов», изд-во «Мир», М., 1964).
26. Hantush M. S., 1961. Economical spacing of interfering wells, Ground-Water in Arid Zones, International Association of Scientific Hydrology, publication 57, 350—364 (см. русский перевод: Хантуш М. С., Экономически рациональное расположение взаимодействующих скважин, сб. «Вопросы гидрогеологических расчетов», изд-во «Мир», М., 1964).
27. Hantush M. S., 1962. Flow of ground-water in sands of nonuniform thickness, Journal of Geophysical Research, 67, 703—720, 1527—1535 (см. русский перевод: Хантуш М. С., Движение подземных вод в пластах переменной мощности, сб. «Вопросы гидрогеологических расчетов», изд-во «Мир», М., 1964).
28. Hantush M. S., 1962. Drainage wells in leaky water-table aquifers, ASCE Journal of the Hydraulics Division, March, 123—137.
29. Мятиев А. Н., 1947. Напорный комплекс подземных вод и колодцы, Изв. АН СССР, отд. техн. наук, 9.
30. Maasland D. E., Bittinger M., 1963. Proceedings of the Symposium of Transient Ground-Water Hydraulics, Colorado State University, July 25—27, 1963.
31. De Wiest R. J. M., 1961. On the theory of leaky aquifers, Journal of Geophysical Research, 66, 4257—4262.
32. De Wiest R. J. M., 1963. Flow to an eccentric well in a leaky circular aquifer with varied lateral replenishment, Geofisica pura e aplicata, 54, 87—102.
33. Walton W. C., 1960. Leaky artesian aquifer conditions in Illinois, Report of Investigation 39, Illinois State Water Survey.
34. Kazmann R. G., 1960. Discussion of paper by M. S. Hantush, Analysis of data from pumping wells near a river, Journal of Geophysical Research, 65, 1625, 1626.
35. Kozeny J., 1953. Theorie und Berechnung der Brunnen, Wasserkraft und Wasserwirtschaft, 28, 101—105.
36. Muskat M., 1937. The flow of homogeneous fluids through porous media, McGraw-Hill, New York, chapter V (см. русский перевод: Маскет М., Течение однородных жидкостей в пористой среде, Гостоптехиздат, М.— Л., 1949).

37. B o r e l i M., 1955. Free surface flow toward partially penetrating wells, Transactions American Geophysical Union, 36, 664—672.
38. K i r k h a m D., 1959. Exact theory of flow into a partially penetrating well, Journal of Geophysical Research, 64, 1317—1327.
39. T a y l o r D., 1948. Fundamentals of soil mechanics, Wiley, New York, 193 (см. русский перевод: Т е й л о р Д. В., Основы механики грунтов, Госстройиздат, М., 1960).
40. T o d d D. K., 1959. Ground water hydrology, Wiley, New York, 82.
41. D e W i e s t R. J. M., 1963. Replenishment of aquifers intersected by streams, ASCE Journal of the Hydraulics Division, November, 165—191.

ГЛАВА 7

Поток многофазной жидкости. Дисперсия пресных и соленых вод

7.1. ДВИЖЕНИЕ НЕФТИ И ГАЗА В ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

В период после открытия месторождений нефти вблизи Тайтусвилла, штат Пенсильвания, в 1859 г. бытовали представлении о нефти, газе и воде как о статических системах, располагающи ся горизонтально в сводовой части антиклинали. За исключением мнений о дельных ученых, относящихся к 20—30 гг. нашего столетия, согласно ко орым движение воды рассматривалось как необходимая предпосылка перемещения нефти и газа, антиклинальная теория с ее гидростатической сущностью господствовала в первой половине XX в. В 1953 г. Губберт [1] дал новый толчок развитию гидродинамической теории накопления нефти, и в настоящее время в ее достоверности не приходится сомневаться. Основные положения работы Губберта, излагаемые в предлагаемом разделе, сводятся к использованию понятия силового потенциала для рассматриваемых флюидов и признанию несмешиваемости этих флюидов, что позволяет установить четкие границы раздела контактирующих флюидов и изучить силы поверхностного натяжения, действующие вдоль этих границ.

Нефть и газ, образовавшиеся в результате разложения органического вещества, отложившегося в осадочных породах, обычно скапливаются в водонасыщенных средах. Поэтому потенциальную энергию этих флюидов удобно выражать через потенциальную энергию окружающих из подземных вод. При изучении движения нефти и газа в пористых породах следует проводить различие между их первичной миграцией из материнских пород, в которых они образуются в дисперсном состоянии, в пласты-коллекторы и движением этих флюидов в последних.

Первичная миграция нефти и газа

Выражение для силового потенциала, отнесенного к единице массы нефти в данной точке, можно вывести из уравнения (4.83). Формула силового потенциала, помимо членов, выражающих работу, совершаемую против силы тяжести, и давление, должна содержать член, который выражает энергию поверхности раздела между нефтью и водой:

$$\Phi_l^* = gz + \frac{p}{\rho_l} + \frac{p_c}{\rho_l} + \text{const}, \tag{7.1}$$

где p — давление в данной точке подземных вод, залегающих в нефтяном пласте; ρ_l — плотность нефти; p_c — разность давлений нефти и воды на поверхности их раздела. Последняя величина зависит от смачиваемости пород. Породы лучше смачиваются водой, чем нефтью. Величина p_c обычно положительна, т. е. внутреннее давление нефти превышает внутреннее давление воды. Если нефть находится в газообразной фазе, уравнение (7.1) следует

представить так:

$$\Phi_g^* = gz + \int_0^p \frac{dp}{\rho} + \int_p^{p+p_c} \frac{dp}{\rho} + \text{const}, \tag{7.2}$$

где переменная плотность ρ — функция только давления p.

Чтобы определить силы, действующие на массу жидкости в данной точке, следует взять градиент из уравнения (7.1), как и при выводе уравнения (4.85). В случае первичной миграции нефти из материнских пород в пласт-коллектор член $\frac{p_c}{p_l}$ уравнения (7.1) имеет большое значение для характеристики сил, действующих на границе раздела сред. Значение этого члена уравнения зависит только от геометрии пористой среды, поэтому его градиент, взятый на границе различных пород, свидетельствует о неравномерной проницаемости пород как основного показателя силы, вызывающей перемещение нефти. Это становится очевидным, если рассмотреть следующее выражение:

$$p_c = \frac{C\sigma \cos\theta}{2r}, \tag{7.3}$$

где C — безразмерный коэффициент пропорциональности; $2r$ — средний диаметр частицы породы; σ — поверхностное натяжение; θ — угол между поверхностью водо-нефтяного контакта и поверхностью породы (см. разд. 4.15). На основании уравнения (7.3) получаем формулу для расчета капиллярных сил:

$$-\frac{1}{\rho_l}\operatorname{grad} p_c = \frac{C\sigma\cos\theta}{2\rho_l}\frac{\operatorname{grad} r}{r^2}. \tag{7.4}$$

В данном случае $\operatorname{grad}\frac{u}{v} = \frac{v\operatorname{grad} u - u\operatorname{grad} v}{v^2}$, причем $u = 1$, $v = r$, $\operatorname{grad} 1 = 0$. Это действие аналогично дифференцированию $d\frac{u}{v} = \frac{vdu - udv}{v^2}$.

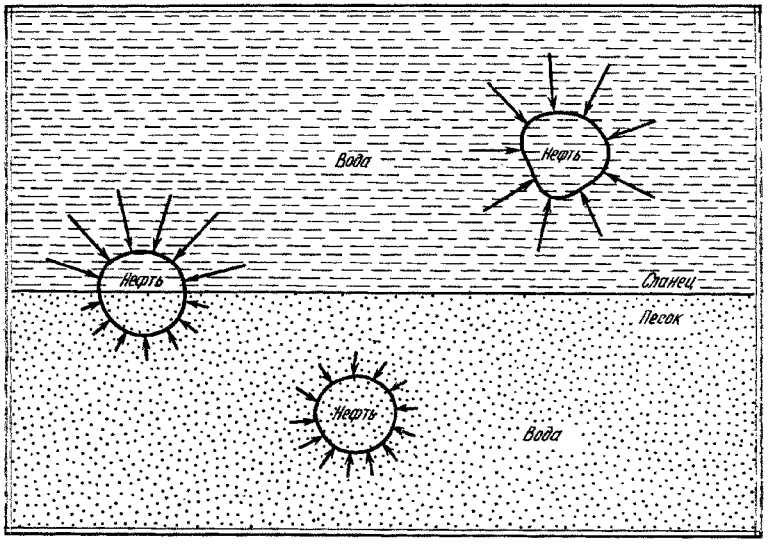
Согласно Губберту [1], $\operatorname{grad} r = \beta r$, где β — коэффициент пропорциональности, что позволяет записать уравнение (7.4) в виде

$$-\frac{1}{\rho_l}\operatorname{grad} p_c = \frac{C'}{r}, \tag{7.5}$$

где C объединяет все постоянные.

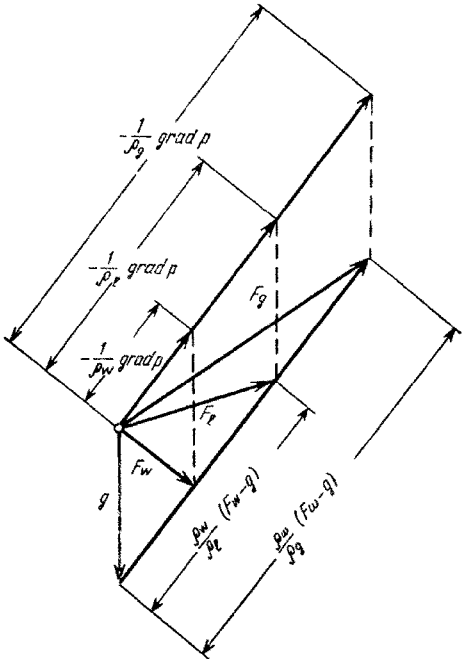
Уравнения (7.4) и (7.5) показывают, что сила, действующая на нефть, направлена в сторону увеличения фракций породы (значение градиента r) и что эта сила при данном градиенте $r = \beta r$ обратно пропорциональна размеру частиц породы. Наиболее резко размер частиц породы изменяется в направлении, перпендикулярном к плоскостям отложения осадочных пород, поэтому капли нефти стремятся двигаться в этом направлении под действием капиллярных сил. Как только капля нефти достигнет границы между породами различной структуры (фиг. 7.1), на часть ее массы начинает действовать сила капиллярного поднятия, пропорциональная величине $\frac{1}{r_1}$ в среде с размером частиц $2r_1$; другая часть ее массы будет подвержена действию силы, пропорциональной величине $\frac{1}{r_2}$ в среде с размером частиц $2r_2$, причем результирующая сила пропорциональна разности $\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}$ при $r_1 < r_2$. Величина действующих сил показана длиной стрелок.

Таким образом, капля нефти в жидком или газообразном состоянии, находящаяся в водонасыщенной среде, может двигаться только от мелкозернистых к крупнозернистым породам, а не наоборот. Капиллярное поднятие отсутствовало бы, если бы нефть не была окружена водой. В этих же условиях однофазный флюид двигался бы и в том и в другом направлениях



Ф и г. 7.1. Движение капель нефти в результате разности капиллярного давления (по Губберту).

в соответствии с законом течения жидкости (см. разд. 5.11) через грунты различной проницаемости. Граница между песком и сланцем, показанная на фиг. 7.1, представляет собой непроницаемый барьер для нефти, содержащейся в песке, но вода через эту границу проходит свободно. В материнской породе на нефть также действуют силы тяжести и давления, определяемые из уравнения (7.1). Эти силы слагаются с капиллярными, которые для нефти в водонасыщенных сланцах равны десятым долям атмосферы.



Ф и г. 7.2. Силы, действующие на воду, нефть и газ в гидродинамических условиях (по Губберту).

Движение нефти и газа в пласте-коллекторе

При рассмотрении движения нефти в породах-коллекторах действием капиллярных сил пренебрегают вследствие большого размера частиц породы. Капиллярное давление нефти в песчанике составляет лишь десятые доли атмосферы. Чтобы найти значение движущей силы F_l, приходящейся на единицу массы нефти, из уравнения (7.1) берут градиент с отрицательным знаком, как это было сделано при выводе уравнения (4.85). Сравним следующие уравнения:

$$\mathbf{F}_l = -\operatorname{grad}\Phi_l^* = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho_l}\operatorname{grad} p, \tag{7.6}$$

$$\mathbf{F}_w = -\operatorname{grad}\Phi_w^* = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho_w}\operatorname{grad} p. \tag{7.7}$$

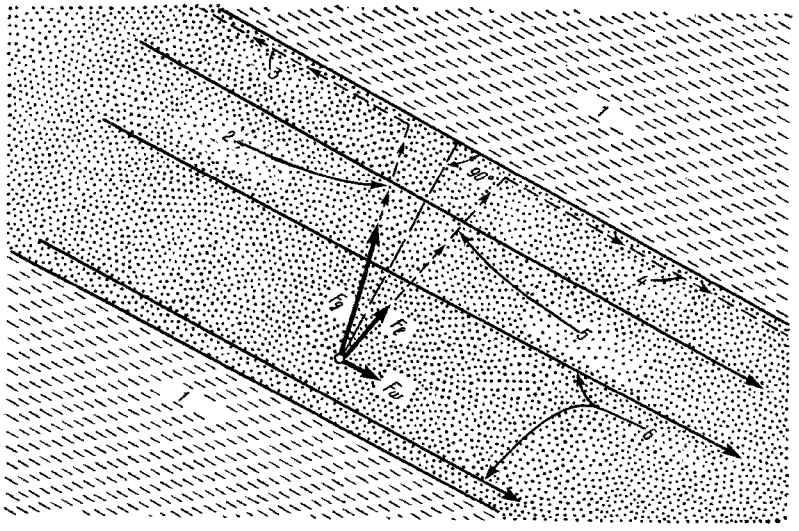
Последняя формула эквивалентна уравнению (4.85), которое выражает силу, действующую на единицу массы воды. Поскольку давление p в обоих уравнениях одинаково, его можно исключить. В результате получим

$$\mathbf{F}_l = \mathbf{g} + \frac{\rho_w}{\rho_l}(\mathbf{F}_w - \mathbf{g}). \tag{7.8}$$

Подобным образом определяем силу, действующую на единицу массы газа:

$$\mathbf{F}_g = \mathbf{g} + \frac{\rho_w}{\rho_g}(\mathbf{F}_w - \mathbf{g}). \tag{7.9}$$

Уравнения (7.6) и (7.8) можно представить в векторной форме (фиг. 7.2). Из анализа этой векторной схемы видно, что при движении воды от изменения плотности углеводородов зависит направление суммарной силы F_l



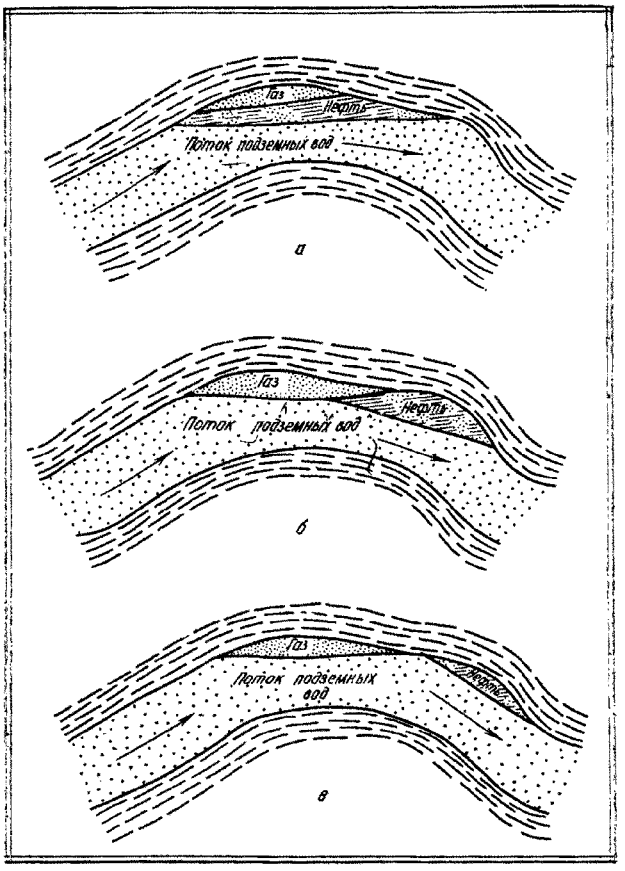
Ф и г. 7.3. Раздельная миграция нефти и газа в гидродинамических условиях (по Губберту).

1 — сланец; *2* — путь миграции газа; *3* — к ловушке для газа; *4* — к ловушке для нефти; *5* — путь миграции нефти; *6* — направление движения воды.

или $\mathbf{F}_g$ и возможность отделения нефти от газа в данных геологических условиях (фиг. 7.3). Угол падения моноклинального пласта (фиг. 7.3) таков, что газ будет двигаться вверх, а нефть — вниз по падению моноклинали, поскольку граница между песком и сланцем образует непроницаемый барьер для углеводородов вследствие действия поверхностного натяжения. Изменение величины $\mathbf{F}_w$ могло бы вызвать миграцию обоих флюидов в одном направлении.

На основании вышеприведенных уравнений с силовым потенциалом очевидно, что нефть и газ будут двигаться из области с более высокой энергией в область с более низкой энергией и их перемещение прекратится, когда энергия окружающей среды будет выше их собственной или когда они попадут в ловушку между областями с более высокой энергией и непроницаемыми барьерами. Типы ловушек, где скапливаются нефть и газ, изображены на фиг. 7.4. На фиг. 7.4, *а* показано расположение воды, нефти и газа, причем поверхность раздела между нефтью и газом неподвижна, а поверхность водо-

нефтяного контакта наклонена, поскольку вода находится в движении. Условия участка R (фиг. 7.4,*в*) соответствуют схеме на фиг. 7.3. Во всех трех



Ф и г. 7.4. Гидродинамические условия скопления нефти и газа в песках большой мощности, залегающих в виде антиклинали.

а — газ, полностью подстилаемый нефтью; *б* — газ, частично подстилаемый нефтью; *в* — отдельные ловушки для газа и нефти (по Губберту).

случаях углеводороды и вода занимают разные области, разделенные резко выраженными границами, поскольку эти флюиды считаются несмешивающимися.

Наклон поверхности раздела между углеводородами и водой

В соответствии с понятием потенциала давление p и высоту положения z, однозначные в любой точке областей, занятых водой и углеводородами, выразим через Φ_w^* и Φ_l^* с помощью уравнения (4.83):

$$\left.\begin{aligned} \Phi_w^* &= gz + \frac{p}{\rho_w}, \\ \Phi_l^* &= gz + \frac{p}{\rho_l}. \end{aligned}\right\} \tag{7.10}$$

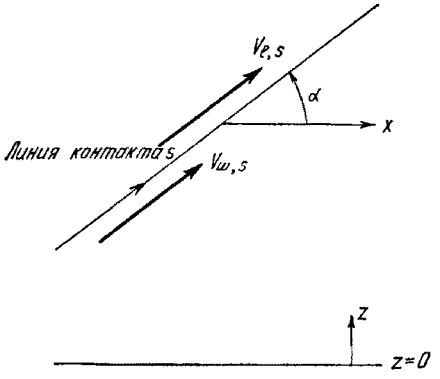
Исключив величину p из этих уравнений, высоту положения z любой точки, выраженной через ее потенциал, для указанных областей находим из уравнения

$$z = \frac{1}{g}\left(\frac{\rho_w \Phi_w^*}{\rho_w - \rho_l} - \frac{\rho_l \Phi_l^*}{\rho_w - \rho_l}\right). \tag{7.11}$$

Аналогичные вычисления можно проделать для системы вода — газ. Уравнение (7.11) было предложено для расчетов в точках, находящихся вдоль поверхности раздела. Однако его нельзя применить для вычисления высоты положения поверхности раздела, поскольку значения Φ_w^* и Φ_l^* вдоль контакта обычно неизвестны. Уравнение (7.11) применимо, если потенциалы связаны со скоростями в каждой из областей по закону Дарси, что устанавливается путем вычисления

$$\sin\alpha = \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{1}{g}\left[\frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_l}\frac{\partial \Phi_w^*}{\partial s} - \frac{\rho_l}{\rho_w - \rho_l}\frac{\partial \Phi_l^*}{\partial s}\right], \tag{7.12}$$

где s — линия контакта между флюидами в вертикальной плоскости; α — угол между поверхностью контакта и горизонтальной плоскостью (фиг. 7.5).



Ф и г. 7.5. Движение несмешивающихся флюидов вдоль контакта под углом α.

Согласно уравнению (4.86),

$$\frac{\partial \Phi_w^*}{\partial s} = -\frac{g}{K_w} V_{w,s},$$

$$\frac{\partial \Phi_l^*}{\partial s} = -\frac{g}{K_l} V_{l,s},$$

где $V_{w,s}$ и $V_{l,s}$ — составляющие удельного расхода (скорости фильтрации) соответственно воды и жидкого углеводорода вдоль поверхности раздела этих флюидов. Поэтому

$$\sin\alpha = \frac{\partial z}{\partial s} = -\left[\frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_l}\frac{1}{K_w} V_{w,s} - \frac{1}{K_l}\frac{\rho_l}{\rho_w - \rho_l} V_{l,s}\right]. \tag{7.13}$$

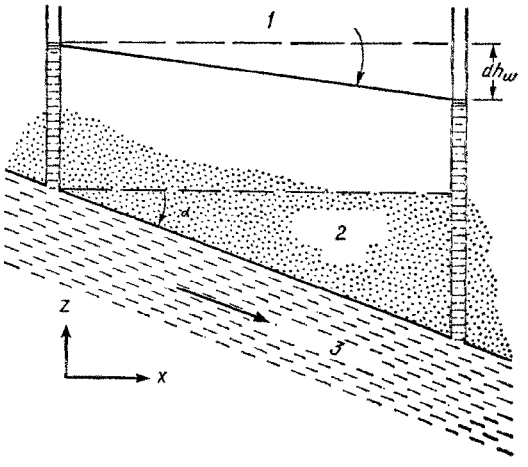
На основании этого уравнения легко предвидеть общую тенденцию изменения наклона поверхности раздела. Если углеводороды оказываются в ловушке (фиг. 7.4), $V_{l,s} = 0$ и $\sin\alpha < 0$, т. е. поверхность раздела наклонена вниз, когда $\rho_w > \rho_l$. С увеличением $V_{w,s}$ наклон будет круче. Наклон поверхности раздела будет более пологим, если перемещается газ плотностью ρ_g, а не нефть. Когда один из флюидов неподвижен, для удобства расчетов уравнение (7.13) заменяют следующим:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dz}{dx} = -\frac{1}{K}\left[\frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_l}\right] V_{w,x} = \frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_l}\frac{dh_w}{dx}. \tag{7.14}$$

В этом случае наклон поверхности контакта можно определить с помощью двух пьезометров (фиг. 7.6).

Влияние капиллярных сил на наклон поверхности раздела в однородной среде сводится к нулю, даже если флюиды несмешивающиеся [2].

Более подробные сведения о различных гидродинамических ловушках для нефти и газа и их перемещении в связи с изменением характера движения воды читатель найдет в работах Губберта.



Ф и г. 7.6. Определение угла наклона поверхности водо-нефтяного контакта с помощью пьезометров.
1 — пьезометрический уровень; *2* — неподвижная нефть; *3* — подземные воды.

7.2. ВТОРЖЕНИЕ МОРСКИХ ВОД В ПРИБРЕЖНЫЕ ВОДОНОСНЫЕ ГОРИЗОНТЫ

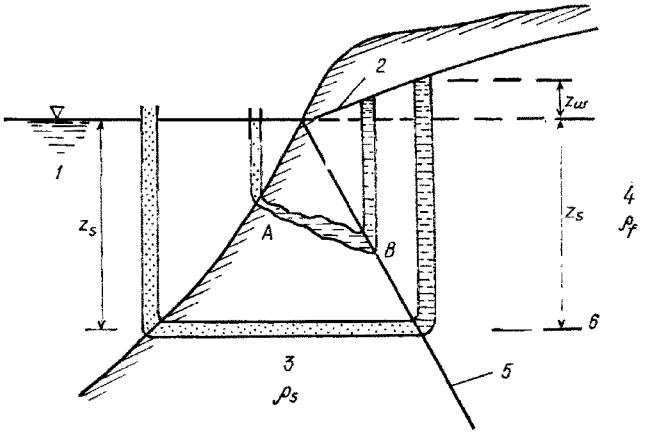
Вторжение, или интрузия, морских вод заключается в проникновении соленой морской воды в напорные или безнапорные прибрежные водоносные горизонты с последующим вытеснением пресной воды из последних. Если в первом приближении пресные и соленые воды рассматривать как несмешивающиеся жидкости, можно считать, что между ними существует резкая граница раздела, наклон которой вычисляют с помощью формул, аналогичных приведенным выше. Вследствие характерного изгиба контакта между пресными и солеными водами при вторжении морских вод в глубь суши очертания фронта массы соленой воды по форме напоминают язык.

Морские воды обычно проникают в глубь материка в результате откачки пресных подземных вод в количестве, превышающем величину их естественного восполнения. Соленые воды отступают обратно к морю в результате пополнения контактирующих с ними пресных вод суши атмосферными осадками.

В действительности пресные и соленые морские воды смешиваются в зоне дисперсии, в связи с чем иногда необходимо принимать во внимание дисперсию соленой воды, чтобы получить более правильное представление о составе вод прибрежного водоносного горизонта. Исследование вторжения соленой воды, которая может проникать в глубь суши на несколько тысяч футов, имеет практическое значение, поскольку водоснабжение островов и прибрежных районов часто осуществляется за счет подземных вод. Проникая в водозаборные скважины, морские воды вызывают засоление пресных вод, в связи с чем эксплуатацию прекращают или начинают закачивать в скважины пресную воду, создавая барьер пресных вод для приостановки вторжения соленой воды в глубь материка. Кроме того, выяснение положения даже условно существующей границы раздела между пресными и солеными водами помогает определить потери пресных вод в океан в результате разгрузки ниже уровня моря.

Гидростатический принцип Гибена—Герцберга

Впервые гидростатическое равновесие контактирующих пресных вод суши и соленых вод моря вдоль границы раздела изучили Гибен [3] и Герцберг [4]. Они считали, что эти жидкости не смешиваются. Данные о глубине границы раздела между пресной и соленой водой, полученные с помощью уравнения Гибена — Герцберга, совпадают с данными измерений, проведенных в природных условиях. Было выяснено, что, если уровень пресных подземных вод превышает уровень моря, например, на один фут, мощность линзы пресной воды, плавающей на вторгшейся соленой, равна примерно



Ф и г. 7.7. Условия контакта между пресной и соленой водой и механизм разгрузки пресной воды в океан по Вентворту.

1 — океан; *2* — поверхность грунтовых вод; *3* — соленая вода, плотность ρ_s; *4* — пресная вода, плотность ρ_f; *5* — граница раздела пресных и соленых вод; *6* — плоскость сравнения.

40 футам [37]. На фиг. 7.7 показаны условия контакта между пресными грунтовыми и солеными морскими водами, когда линии уровня океана, поверхности грунтовых вод и границы раздела сходятся в одной точке. Глубину границы раздела z_s ниже уровня моря определяют в соответствии с гидростатическим законом по уравнению Гибена — Герцберга следующим образом (фиг. 7.7):

$$z_s\rho_s g = g\rho_f z_s + g\rho_f z_w,$$

или

$$z_s = \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} z_w, \qquad (7.15)^1$$

где ρ_s — плотность соленой воды; ρ_f — плотность пресной воды; z_w — высота поверхности грунтовых вод над уровнем моря. При $\rho_s = 1{,}026$ *г/см*^{3} и $\rho_f = 1{,}000$ *г/см*^{3}

$$z_s = 38 z_w. \qquad (7.16)$$

Недостатки теории Гибена — Герцберга очевидны. Если бы обе жидкости находились действительно в статическом состоянии, уровень подземных

[1] Если за плоскость сравнения высот взять уровень моря, уравнение (7.15) примет вид

$$z_s = -\frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} z_w, \qquad (7.15^*)$$

поскольку в этом случае все значения z будут положительными.

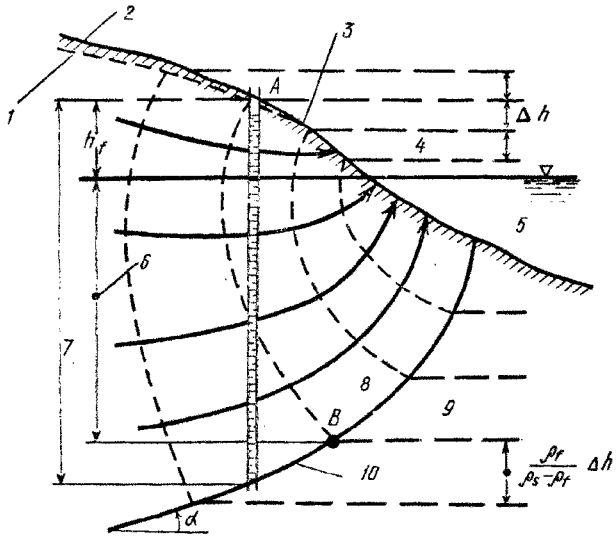
вод имел бы нулевой уклон, а граница раздела приняла бы горизонтальное положение, т. е. пресная вода плавала бы на соленой только благодаря разности в плотности. Однако пресная вода находится в постоянном движении вследствие изменения ее уровня в результате питания, испарения и разгрузки. Места выхода пресных вод над уровнем моря были обнаружены вдоль многих побережий. В далекие времена эти выходы служили источниками пополнения запасов питьевой воды на кораблях. Существование подобных выходов пресных вод, а также разгрузка пресной воды ниже уровня моря теорией Гибена — Герцберга не учтены.

Вентворт [5], изучавший интрузию соленых вод близ Гонолулу, считает, что разгрузка пресных вод ниже уровня моря через границу раздела происходит по крупным трещинам в пористой среде. Вентворт предположил существование локальных прорывов пресных вод в сторону моря. Между точкой A в колонке соленой воды и точкой B в колонке пресной воды (фиг. 7.7) существует разница давлений, в результате чего пресная вода перемещается по трещине в сторону моря.

Уравнение Гибена — Герцберга, выведенное для безнапорных условий, применимо и к подземным водам с напорной поверхностью.

Гидродинамический принцип Губберта

Губберт [2] считает, что между контактирующими солеными и пресными водами существует не гидростатическое, а гидродинамическое равновесие.



Ф и г. 7.8. Несоответствие между действительной глубиной до соленой воды и глубиной, рассчитанной с помощью уравнения Гибена — Герцберга (по Губберту).

1 — уровень грунтовых вод; *2* — поверхность земли; *3* — зона разгрузки пресных вод; *4* — воздух; *5* — океан; *6* — глубина 40 h_f — по уравнению Гибена — Герцберга; *7* — действительная глубина; *8* — пресная вода; *9* — соленая вода; *10* — граница раздела пресных и соленых вод.

Он показал несоответствие между действительной глубиной до соленой воды и глубиной, полученной с помощью уравнения Гибена — Гербцерга для условий прибрежной зоны (фиг. 7.8).

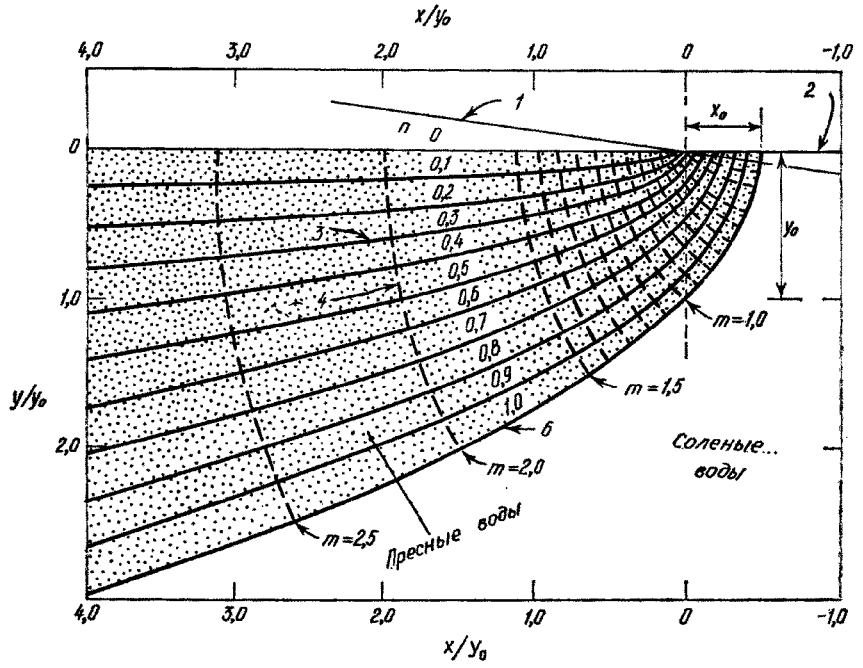
Наклон границы раздела определяют по уравнению (7.13), заменив в нем индексы w и l на f и s для обозначения соответственно пресной и соленой воды:

$$\sin\alpha = \frac{\partial z}{\partial s} = -\left[\frac{1}{K_f}\frac{\rho_f}{\rho_f-\rho_s}V_{f,s} - \frac{1}{K_s}\frac{\rho_s}{\rho_f-\rho_s}V_{s,s}\right]. \qquad (7.17)$$

Если допустить, что соленая вода неподвижна, а пресная движется по ней, то $V_{s,s} = 0$ и $V_{f,s} \neq 0$. Следовательно, $\sin\alpha > 0$, поскольку $\rho_f < \rho_s$, а угол α возрастает с увеличением $V_{f,s}$. Этот факт объясняет, почему угол α приближается к 90° (фиг. 7.8). Губберт далее показал, что соотношение, аналогичное уравнению (7.15*), можно использовать для расчета расстояния по вертикали между точками, например A и B (фиг. 7.8), пересечения эквипотенциальной линии с уровнем грунтовых вод и границей раздела пресных и соленых вод. Действительное расстояние между уровнем грунтовых вод, например в точке A, и границей раздела будет больше.

Модель Гловера

Гловер [7] предложил схему движения пресных подземных вод, контактирующих с морскими (фиг. 7.9). В качестве модели он принял зеркальное отображение фильтрации полуограниченного потока через земляную плотину, лежащую на горизонтальном водоупоре. Однако эта аналогия несовершенна, поскольку не все граничные условия движения жидкости в сопоставляемых случаях совпадают. Только при допущении, что свободная



Фиг. 7.9. Гидродинамическая сетка потока пресных подземных вод, разгружающихся в море (по Гловеру).

1 — поверхность земли; *2* — уровень моря; *3* — линии тока; *4* — эквипотенциальная линия; *5* — пресная вода; *6* — граница раздела пресных и соленых вод.

поверхность подземных вод абсолютно горизонтальна (фиг. 7.9), граничные условия контакта пресных и соленых вод и свободной поверхности фильтрационного потока в плотине будут идентичны. В этом случае границу раздела пресных и соленых вод определяют по уравнению

$$y^2 = \frac{2Qx}{K\left(\frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f}\right)} + \frac{Q^2}{K^2\left(\frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f}\right)^2}. \qquad (7.18)$$

Это уравнение сравнимо с уравнением (20) в другой работе автора [8]. Уравнение (7.18) можно вывести с помощью комплексных переменных и потенциала скорости фильтрации

$$\Phi_1 = \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} Kh.$$

Ширина зоны, через которую пресная вода разгружается в океан, равна

$$x_0 = -\frac{Q}{2K\left(\frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f}\right)}. \tag{7.19}$$

Эта величина соответствует длине эффективной дрены [8, стр. 1050]. При возрастании расхода Q потока пресных вод в море, вызванного увеличением инфильтрационного питания, ширина зоны разгрузки также увеличивается. Во время засухи количество пресной воды, поступающей в море, уменьшается. Таким образом, в природе происходит регулирование запасов пресных подземных вод, залегающих вдоль морских побережий.

7.3. ДИСПЕРСИЯ ПРИ ВТОРЖЕНИИ СОЛЕНЫХ ВОД

В разделе 7.2 принималось, что пресные и соленые воды не смешиваются и соленые воды находятся в статических условиях. Купер [9] выдвинул гипотезу, согласно которой при смешении соленая вода не статична, а циркулирует между морским дном и зоной диффузии соленых и пресных вод (фиг. 7.10, 7.11). Явления дисперсии и диффузии применительно к пористым средам рассмотрены автором в отдельной статье [10]. Измерения показали, что эти явления вызывают значительные колебания уровня грунтовых вод [11].

Гидродинамическая дисперсия в пористых средах — это механический или конвективный процесс вытеснения одного флюида другим при их смешении в переходной зоне — зоне дисперсии. Это явление рассматривается отдельно, поскольку оно противопоставлено перемещению несмешивающегося флюида при резкой границе раздела между различными флюидами. В результате дисперсии изменяется концентрация вытесняющего флюида в зоне смешения главным образом потому, что отдельные частицы флюида перемещаются с переменными скоростями через поры среды неправильной формы. Случайное расположение и направление пор определяют извилистость линий тока в этих порах, хотя они и не пересекаются.

Дисперсию можно представить зрительно, если во флюид, движущийся через пористую среду, добавить определенное количество красителя объемом V_0 с концентрацией c_0. Основная масса красителя будет перемещаться вдоль линий тока со средней скоростью движения флюида. С течением времени краситель займет большее пространство и смешается с флюидом [12]. Тогда отношение его концентрации c на единицу пористой среды к начальной концентрации c_0 будет

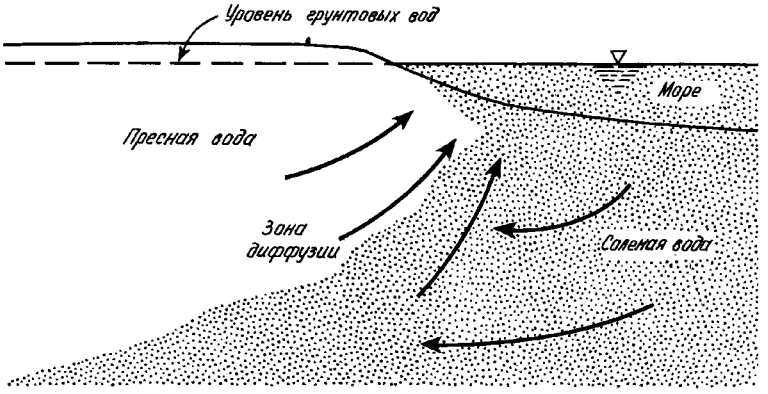
$$\frac{c}{c_0} = (4\pi Dt)^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{r^2}{4Dt}}, \tag{7.20}$$

где r — расстояние, пройденное красителем от места его введения; t — время; D — коэффициент дисперсии, введенный Шейдеггером [13]. Коэффициент дисперсии имеет размерность L^2T^{-1}. Поскольку концентрацию можно рассматривать как относительную плотность частиц данного вещества в определенной среде, правую часть уравнения (7.20) можно интерпретировать как вероятность того, что данная частица по истечении промежутка времени t будет находиться в единице объема на расстоянии r от предполагаемого

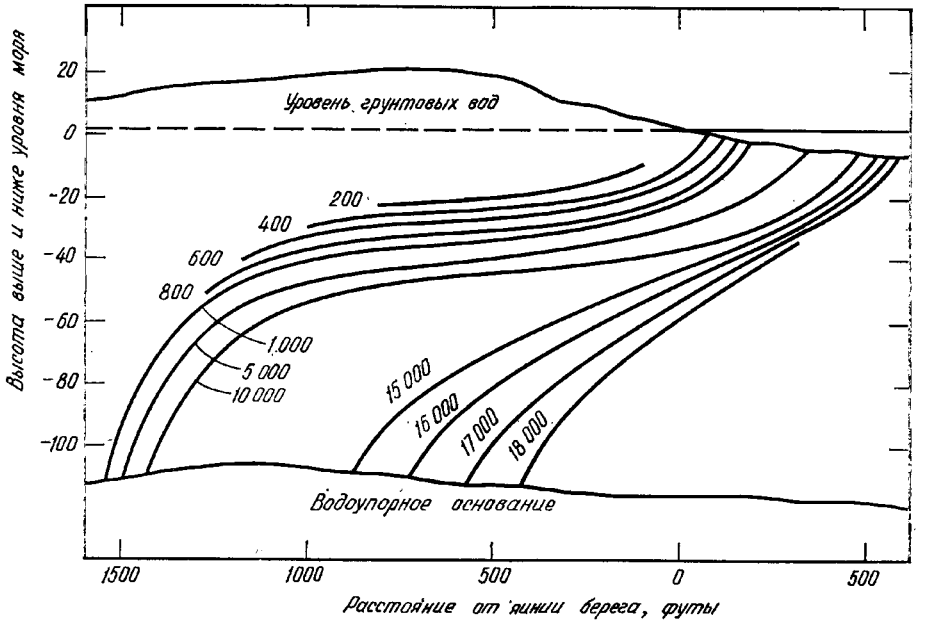
положения основной массы красителя. Это пространственное гауссово распределение [12] частиц имеет среднее квадратичное отклонение

$$\sigma = \sqrt{2Dt}. \tag{7.21}$$

Если вместо дисперсии красителя в трехмерном потоке рассмотреть одномерное движение и изучить дисперсию тонкого слоя, мощность которого



Ф и г. 7.10. Движение пресных и соленых вод в области разгрузки пресных вод в море (по Куперу).



Ф и г. 7.11. Разрез района Катлер около города Майами, штат Флорида. Зона дисперсии, наблюдавшаяся в 1958 г. Цифрами показано содержание хлоридов — части на 1 млн. частей раствора (по Куперу).

равна единице, перемещающегося со средней скоростью u в направлении x, перпендикулярном к плоскости слоя, уравнение (7.20) примет вид

$$\frac{c}{c_0} = (4\pi Dt)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{(x-ut)^2}{4Dt}}. \tag{7.22}$$

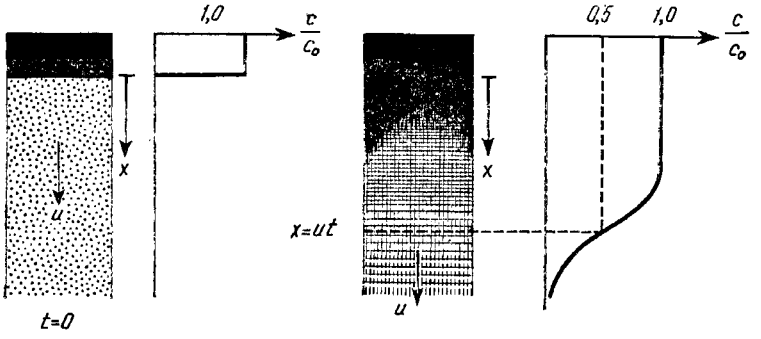
Это уравнение показывает, что по крайней мере при простом одномерном потоке боковые составляющие дисперсии нейтрализуют одна другую,

а отдельные частицы располагаются в направлении x вокруг плоскости максимальной концентрации, которая перемещается со средней скоростью $u = \frac{x}{t}$. Уравнение (7.22) представляет собой решение дифференциального уравнения в частных производных, или так называемого уравнения диффузии, которое по аналогии с уравнением теплопроводности может быть представлено в виде

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial X^2}, \tag{7.23}$$

где $X = x - ut$, что может быть доказано подстановкой уравнения (7.22) в уравнение (7.23)

Движение одномерного потока, сопровождающееся продольной дисперсией, было изучено в лабораторных условиях с помощью колонок (прозрач-



Ф и г. 7.12. Графическое изображение продольной диффузии (по Харлеману и Румеру).

ных трубок, заполненных водонасыщенным пористым материалом), в которые вводился раствор индикатора определенной концентрации. Уравнение диффузии в системе координат, привязанной к данной колонке, принимает вид

$$\frac{\partial s}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - u \frac{\partial c}{\partial x}, \tag{7.24}$$

где u — средняя скорость движения потока; остальные обозначения приведены выше.

Как показали Рифаи и др. [14], Харлеман и Румер [15], решение уравнения (7.24) при начальных условиях

$$c(x, 0) = 0, \quad x > 0,$$

и граничных условиях

$$c(0, t) = c_0, \quad t \geqslant 0,$$
$$c(\infty, t) = 0, \quad t \geqslant 0,$$

осуществляется в первом приближении следующим образом (фиг. 7.12):

$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erf} c \left(\frac{x - ut}{2\sqrt{Dt}} \right), \tag{7.25}$$

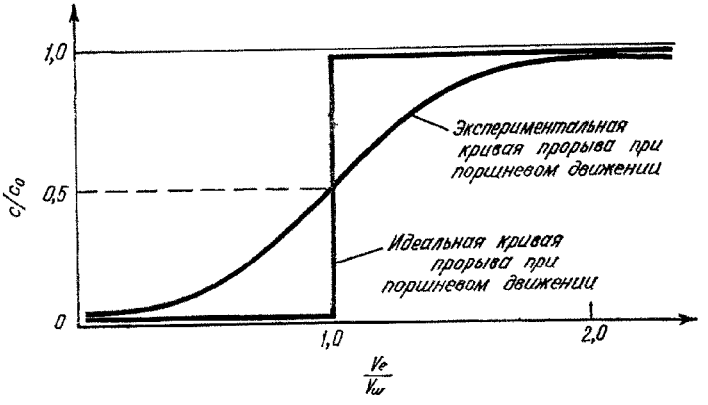
где $\operatorname{erf} c\,(x)$ — дополнительная функция ошибок, равная

$$1 - \operatorname{erf}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\alpha^2} d\alpha,$$

где α — фиктивная переменная интегрирования.

При $D < ux$ первым членом левой части уравнения (7.24) для данных условий можно пренебречь. Несмотря на то что изменение концентрации индикатора во фронтальной части вытесняющей жидкости определяется для трубки бесконечной длины, была получена кривая этого изменения, имеющая типичную сигмоидальную форму подобно так называемой кривой прорыва (вытеснения) для колонки ограниченной длины. Отношение концентрации c на выходе из колонки к постоянной концентрации c_0 на входе в нее наносится на график в зависимости от соотношения объема V_e втекающей жидкости и объема воды V_w в порах грунта колонки. Последнее соотношение обычно называют *поровым объемом.*

На фиг. 7.13 изображены экспериментальная кривая прорыва и кривая «поршневого» фиктивного движения жидкости, при котором скорости фильтрации вдоль параллельных линий тока были бы одинаковыми. Если



Фиг. 7.13. Кривые прорыва (по Рифаи и др.).

бы можно было пренебречь эффектом молекулярной диффузии, точка перегиба сигмоидальной кривой имела бы координаты $\frac{c}{c_0} = 0{,}5$ и $\frac{V_e}{V_w} = 1{,}0$. Это означало бы, что кривая прорыва характеризует среднюю концентрацию индикатора, перемещающегося со средней скоростью движения жидкости.

Биггар и Нильсен [15] изучали роль молекулярной, или ионной, диффузии как части общего явления дисперсии. Они доказали, что молекулярная диффузия играет большую роль при малых скоростях фильтрации, а также в ненасыщенных природных средах, а не в искусственных средах, состоящих из совокупности промытых песков или стеклянных шариков одинакового диаметра. Вследствие наличия закрытых пор значительный объем грунта не участвует в движении втекающей жидкости, что отражается на графике смещения влево кривой прорыва. Это смещение — относительный показатель объема невытесненной воды, остающейся в образце. Степень смещения кривой зависит от количества неподвижной воды, поэтому кривые прорыва для глин более смещены, чем кривые для песков. Как указывалось выше, ионная диффузия становится важным фактором при малых скоростях движения жидкости, когда среда насыщена не полностью. Доказательством этого служит смещение кривой прорыва влево, быстрое поступление частиц индикатора с втекающей жидкостью и более медленное асимптотическое приближение кривой к значению $\frac{c}{c_0} = 1{,}0$. Исследования Биггара и Нильсена ясно показали, что о существенных различиях между пористыми материалами, такими, как глины и пески, можно со всей очевидностью судить по форме и положению кривых прорыва, полученных для насыщенных и ненасыщенных сред.

Саффман [17] проводил исследования на статистической модели пористой среды более общего характера, чем предложенная Шейдеггером [13]. Модель Саффмана также пригодна для изучения поперечной дисперсии. Саффман высказал несогласие с предположением Шейдеггера о том, что меченая частица совершает случайные движения, состоящие из статистически независимых прямых ходов, в равные небольшие промежутки времени, поскольку она должна задерживаться дольше в области с меньшей скоростью движения. Саффман предположил, что путь, проходимый каждой меченой частицей, случаен и что длина, направление и продолжительность каждого хода частицы — случайные переменные. Исходя из этого, вычисляют функцию распределения вероятности смещения отдельной частицы флюида спустя данный период времени и находят величину дисперсии. Саффман вновь сделал допущение, что молекулярная диффузия незначительна по сравнению с механической дисперсией.

Что касается выражения для коэффициента продольной дисперсии, то все исследователи единодушно считают (см., например, работу Харлемана и Румера [15]), что оно должно иметь следующий вид:

$$D = D_m + \alpha u^n, \tag{7.26}$$

где D_m — коэффициент эффективной молекулярной диффузии; α — постоянная, u — средняя скорость фильтрации; значение показателя степени n близко к единице. При $n = 1{,}0$ постоянная α имеет размерность длины, характеризующей данную пористую среду. Аналогичным путем получают выражение для коэффициента поперечной дисперсии. Коэффициенты продольной и поперечной дисперсии были экспериментально определены для различных пористых материалов.

Вопрос о вытеснении жидкости в условиях смешения особенно интересен для инженеров, занимающихся водоснабжением прибрежных районов, где соленые морские воды вторгаются в водоносные горизонты и смешиваются с пресными. Изучение статического и динамического равновесия между пресной и соленой водой вначале сводилось к определению границы раздела между этими жидкостями, которые считались несмешивающимися. Позже [15] объектом изучения становится также процесс дисперсии; в результате было выведено уравнение дисперсии для отдельных схематизированных граничных условий.

7.4. ДВИЖЕНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Другой подход к изучению движения смешивающихся жидкостей заключается в исследовании переходной зоны между соленой и пресной водой, или зоны смешения, заполненной жидкостью переменной плотности и вязкости. Трудно сказать, можно ли рассматривать движение жидкости в этой зоне как процесс вытеснения одной жидкости другой при их смешении или как движение неоднородной жидкости в пористой среде. До последнего времени изучалось вытеснение жидкости в условиях смешения, но в 1960 г. появилась интересная работа, в которой описываемое явление рассматривалось как движение неоднородной жидкости в пористой среде. Автор этой работы И Цзя-шунь [18] пытается полностью исключить явление дисперсии в условиях, когда фильтрационный поток характеризуется крупными размерами по сравнению с размерами пор и когда число Пекле [1] больше

---

[1] Число Пекле равно $Pe = \frac{ud_{50}}{D}$, где D — коэффициент дисперсии; u — средняя скорость фильтрации; d_{50} — эквивалентный диаметр отверстия сита, через которое проходит 50% (по весу) частиц образца.

единицы. И Цзя-шунь отмечает, что изменение плотности вызывает изменение силы инерции (инерция жидкости прямо пропорциональна ее плотности) и силы тяжести, также прямо пропорциональной изменению плотности. Однако силы инерции и тяжести не исключают друг друга. Более того, если вязкость и плотность жидкости переменны, уравнения движения жидкости в пористой среде будут нелинейными, что затруднит их решение. Для установившегося движения И Цзя-шуню удалось вывести уравнение функции тока Ψ' двухмерного потока

$$V^2\Psi' = \frac{kg}{\mu_0}\frac{d\rho}{d\Psi'}\frac{\partial\Psi'}{\partial x}, \tag{7.27}$$

где Ψ' определяет фиктивный поток, заменяющий реальный поток, и зависит только от плотности ρ (т. е. линии тока представляют собой изопикны); k — коэффициент проницаемости; μ_0 — расчетная вязкость; g — гравитационная постоянная. Поскольку скорости фиктивного потока u', v' могут быть представлены как $\frac{\mu}{\mu_0}u$, $\frac{\mu}{\mu_0}v$, линии тока реальной жидкости — изопикны. Следовательно, полученный результат близко совпадает с данными Бэра и Тодда [19], согласно которым скорости фильтрации в каждой точке переходной зоны параллельны линиям равной плотности.

Значительный вклад в теорию движения химически неоднородных жидкостей сделал Лущинский [20]. Предложения Лущинского позволяют на основании измерений уровней воды в наблюдательных скважинах вычислять поле векторов скоростей для среды, в которой соленость воды постепенно меняется. Нельзя переоценить значение теории Лущинского при решении гидрогеологических задач, поскольку поле векторов скоростей можно построить, не учитывая сложные граничные условия, определяемые геологическим строением водоносных горизонтов, что затрудняет чисто аналитическое решение задачи.

Лущинский ввел понятия о точечном напоре и напорах пресной и окружающей воды для вычисления распределения скоростей в зоне дисперсии и определения положения контакта смешанной и пресной воды. Ниже будут использованы понятия точечного напора и напора пресной воды, но понятие напора окружающей воды будет заменено понятием истинного напора окружающей воды. Это позволяет более простым способом рассчитывать поле векторов скоростей, но не дает возможности определять границу раздела между пресной и смешанной водой. Расчет последней приведен в разделе 7.5.

Точечный напор

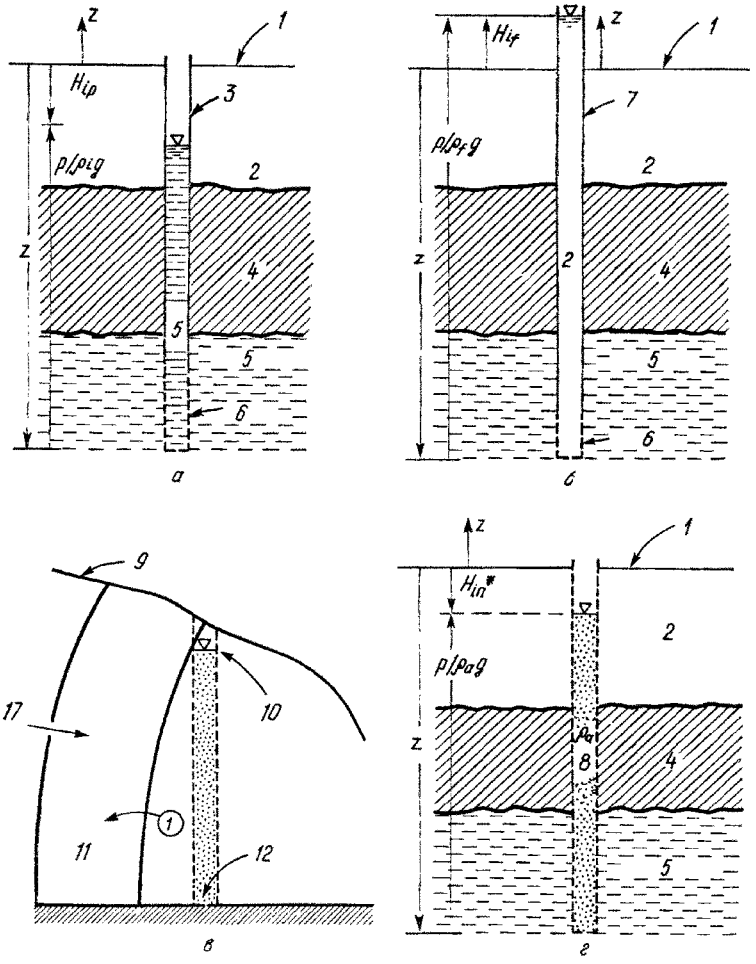
На фиг. 7.14,*а* показана скважина, обсаженная трубами и оборудованная фильтром. В данной точке около фильтра измеряют напор как функцию плотности воды. Фильтр скважины расположен в соленой воде, и скважина заполнена только соленой водой постоянной плотности. Пресная и смешанная вода зоны дисперсии, которая проникла в скважину при ее проходке, удалена. Аналогичным образом определяют точечный напор в зонах пресной и смешанной воды. Точечный напор H_{ip} в точке i подземных вод переменной плотности ρ_i определяется уровнем воды (отнесенным к плоскости сравнения, которой служит уровень моря) в скважине, заполненной водой определенного типа от точки i до высоты, достаточной для уравновешивания существующего давления p в этой точке. Из определения следует

$$H_{ip} = z + \frac{p}{\rho_i g}, \tag{7.28}$$

где индекс i обозначает точку, в которой замеряется напор, а индекс p показывает, что в данном случае речь идет о точечном напоре.

Напор пресной воды

Если точка i находится в забое пьезометра (фиг. 7.14,*б*), заполненного пресной водой плотностью ρ_f до высоты, достаточной для уравновешивания



Ф и г. 7.14. Точечный напор (*а*); напор пресной воды (*б*) (по Лущинскому); истинный напор окружающей воды (*в*, *г*) (по де Уисту).

1 — уровень моря; *2* — пресная вода; *3* — скважина, обсаженная трубами; *4* — зона дисперсии; *5* — соленая вода; *6* — фильтр; *7* — пьезометр; *8* — вода средней плотности ρ_a; *9* — поверхность грунтовых вод; *10* — уровень воды в скважине, полностью обсаженной фильтром; *11* — линии равных потенциалов; *12* — напор меньше, чем в точке *1*.

давления, существующего в точке i, уровень пресной воды в пьезометре будет указывать напор пресной воды

$$H_{if} = z + \frac{p}{\rho_f g}. \qquad (7.29)$$

В этом случае за плоскость сравнения также выбран уровень моря. Напоры пресной воды можно измерять таким способом только тогда, когда пьезометр заполнен пресной водой, а не соленой или смешанной. Точечные напоры можно измерить в любом из этих случаев. Поэтому целесообразно выражать напоры пресной воды через поддающийся измерению точечный напор. Давление p однозначно и одинаково в уравнениях (7.28) и (7.29).

Следовательно, исключив из них величину $\frac{p}{g}$, получим уравнение

$$\rho_f H_{if} = \rho_i H_{ip} - z(\rho_i - \rho_f), \tag{7.30}$$

которое выражает напор пресной воды H_{if} через точечный напор H_{ip}. Как показано на фиг. 7.14,*а*, *б*, напор для точки в зоне соленой воды может быть отрицательным, а напор пресной воды в той же точке — положительным.

Истинный напор окружающей воды

Этот тип напора выражен уровнем воды в скважине, обсаженной фильтром по всей ее длине. Вода переменной плотности, проникнув в эту скважину, имеет в ней примерно такой же уровень, что и в природных условиях.

Если в скважине, пройденной в безнапорном водоносном горизонте, где вода имеет постоянную плотность, установить фильтр на всю ее глубину, эта скважина наполнится водой до уровня, который будет несколько ниже свободной поверхности (фиг. 7,14,*в*). Этот уровень служит показателем среднего напора по вертикали, проходящей через точку поверхности грунтовых вод, поскольку эквипотенциальные линии искривляются в динамических условиях фильтрации. Если бы вода обладала переменной плотностью и вода большей плотности располагалась внизу, как в случаях, показанных на фиг. 7.14,*а*, *б*, напор в забое скважины был бы даже меньше. Следовательно, истинный напор окружающей воды в скважине всегда соответствовал бы уровню воды ниже верхней границы зоны насыщения. Выражение для истинного напора окружающей воды следующее:

$$H_{in}^* = z + \frac{p}{\rho_a g}, \tag{7.31}$$

где H_{in}^* — истинный напор окружающей воды; ρ_a — средняя плотность воды между точкой i и свободной поверхностью (фиг. 7.14,*г*). Средняя плотность ρ_a равна

$$\rho_a = \frac{1}{H_{in}^* - z} \int_z^{H_{in}^*} \rho(x, y, l)\, dl, \tag{7.32}$$

где x, y, z — координаты точки i; l — переменная интегрирования. Исключение давления p из уравнений (7.29) и (7.31) приводит к выражению

$$\rho_a H_{in}^* = \rho_f H_{if} - z(\rho_f - \rho_a). \tag{7.33}$$

Если допустить, что в условиях полного смешения смесь в зоне дисперсии ведет себя как однофазный флюид, закон Дарси в общей форме для движения химически неоднородного флюида можно представить в виде [21]:

$$\boldsymbol{v} = \frac{k_i}{\mu_i}(\rho_i \boldsymbol{g} - \operatorname{grad} p) = -\frac{k_i g}{\mu_i}\left(\rho_i \operatorname{grad} z + \frac{1}{g}\operatorname{grad} p\right), \tag{7.34}$$

где $\boldsymbol{v}$ —удельный расход в точке i; k_i — коэффициент проницаемости среды в точке i; μ — динамическая вязкость; ρ — плотность; p — давление флюида. Справедливость уравнения (7.34) была поставлена под сомнение Шейдеггером [22], но до настоящего времени не было предложено другого уравнения для расчета движения флюида через пористые среды.

Для вывода уравнения величины v, в котором она будет выражена через H_{if}, H_{in}^*, ρ_f, ρ_a, используем полученные эквивалентные выражения правой части уравнения (7.34). Взяв градиент уравнения (7.33), получим

$$\rho_a \operatorname{grad} H_{in}^* = \rho_f \operatorname{grad} H_{if} + (\rho_a - \rho_f)\operatorname{grad} z + (z - H_{in}^*)\operatorname{grad} \rho_a,$$

или

$$\rho_a \operatorname{grad} H^*_{in} - (z - H^*_{in}) \left[\frac{\partial \rho_a}{\partial x} \boldsymbol{u}_x + \frac{\partial \rho_a}{\partial y} \boldsymbol{u}_y \right] = \\ = \rho_f \operatorname{grad} H_{if} + (z - H^*_{in}) \frac{\partial \rho_a}{\partial z} \boldsymbol{u}_z + (\rho_a - \rho_f) \boldsymbol{u}_z, \quad (7.35)$$

где $\boldsymbol{u}_x$, $\boldsymbol{u}_y$, $\boldsymbol{u}_z$ — единичные векторы вдоль осей координат. Дифференцирование ρ_a по z дает

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial z} = \frac{\rho_a - \rho_i}{H^*_{in} - z} + \frac{\partial H^*_{in}}{\partial z} \frac{\rho_f - \rho_a}{H^*_{in} - z}. \quad (7.36)$$

Подставив уравнение (7.36) в уравнение (7.35), получим

$$\rho_a \left(\frac{\partial H^*_{in}}{\partial x} \boldsymbol{u}_x + \frac{\partial H^*_{in}}{\partial y} \boldsymbol{u}_y + \frac{\partial H^*_{in}}{\partial z} \boldsymbol{u}_z \right) + (\rho_f - \rho_a) \frac{\partial H^*_{in}}{\partial z} \boldsymbol{u}_z - \\ - (z - H^*_{in}) \left[\frac{\partial \rho_a}{\partial x} \boldsymbol{u}_x + \frac{\partial \rho_a}{\partial y} \boldsymbol{u}_x \right] = \rho_f \operatorname{grad} H_{if} + (\rho_i - \rho_f) \boldsymbol{u}_z$$

и в окончательном виде

$$\rho_a \left[\frac{\partial H^*_{in}}{\partial x} \boldsymbol{u}_x + \frac{\partial H^*_{in}}{\partial y} \boldsymbol{u}_y \right] + \rho_f \frac{\partial H^*_{in}}{\partial z} \boldsymbol{u}_z - (z - H^*_{in}) \times \\ \times \left[\frac{\partial \rho_a}{\partial x} \boldsymbol{u}_x + \frac{\partial \rho_a}{\partial y} \boldsymbol{u}_y \right] = \rho_f \operatorname{grad} H_{if} + (\rho_i - \rho_f) \boldsymbol{u}_z. \quad (7.37)$$

Прибавив $\rho_i \operatorname{grad} z$ к обеим частям уравнения, получим

$$\rho_i \operatorname{grad} z + \frac{1}{g} \operatorname{grad} p = \rho_f \operatorname{grad} H_{if} + (\rho_i - \rho_f) \boldsymbol{u}_z. \quad (7.38)$$

Для анизотропной среды, обозначив через k_x, k_y, k_z коэффициенты проницаемости в главных направлениях, которые совпадают с осями координат, составляющие уравнения (7.34) записываем в следующем виде:

$$v_x = -\frac{k_x g}{\mu_i} \left[\rho_i \operatorname{grad} z + \frac{1}{g} \operatorname{grad} p \right]_x,$$

$$v_y = -\frac{k_y g}{\mu_i} \left[\rho_i \operatorname{grad} z + \frac{1}{g} \operatorname{grad} p \right]_y,$$

$$v_z = -\frac{k_z g}{\mu_i} \left[\rho_i \operatorname{grad} z + \frac{1}{g} \operatorname{grad} p \right]_z.$$

Поскольку правые части уравнений (7.37) и (7.38) одинаковы, обе части уравнения (7.37) можно использовать в качестве эквивалентов левой части уравнения (7.38) и, решая его совместно с уравнением (7.34), получим составляющие скорости фильтрации. Интересно, что левая часть уравнения (7.37) при проекции на вертикальную ось сокращается до $\rho_f \frac{\partial H^*_{in}}{\partial z}$, т. е. до произведения плотности пресной воды и градиента, определяемого напором окружающей воды. Также вдоль любой горизонтали l правая часть уравнения (7.37) сокращается до $\rho_f \frac{\partial H_{if}}{\partial l}$, т. е. до произведения плотности пресной воды и производной по направлению, определяемой напором пресной воды. Следовательно,

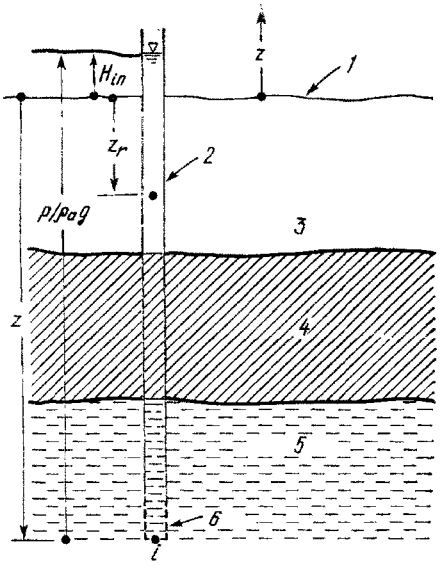
$$\left.\begin{aligned} v_x &= -\frac{k_x g}{\mu_i} \rho_f \frac{\partial H_{if}}{\partial x}, \\ v_y &= -\frac{k_x g}{\mu_i} \rho_f \frac{\partial H_{if}}{\partial y}, \\ v_z &= -\frac{k_z g}{\mu_i} \rho_f \frac{\partial H^*_{in}}{\partial z}. \end{aligned}\right\} \quad (7.39)$$

В результате вычисления составляющих скорости с помощью группы уравнений (7.39) и построения результирующей скорости обычно выясняется, что направление фильтрации не параллельно результирующему гидравлическому градиенту.

В заключение необходимо отметить, что преимущество изложенной модификации теории Лущинского — это простота измерения истинного напора окружающей воды H^*_{in} и уровня воды в скважине, оборудованной фильтром по всей ее длине.

7.5. СРАВНЕНИЕ ТЕОРИЙ ЛУЩИНСКОГО, ГИБЕНА — ГЕРЦБЕРГА И ГУББЕРТА

Прежде всего необходимо изложить искусственную, но остроумную концепцию Лущинского о напоре окружающей воды. По Лущинскому, напор окружающей воды H_{in} определяется уровнем воды в пьезометре, пройденном до некоторой точки i и заполненном окружающей водой до высоты, достаточной для уравновешивания давления, существующего в этой точке (фиг. 7.15). Окружающая вода в пределах от рассматриваемой точки i до поверхности подземных вод имеет плотность, равную средней по вертикали плотности подземных вод. Если в пьезометре, изображенном на фиг. 7.14,*б*, пресную воду заменить смешанной на уровне зоны дисперсии и соленой водой на уровне зоны соленой воды, то уровень воды в пьезометре понизится и будет соответствовать напору H_{in} выше уровня моря. Величина H_{in} численно меньше величины H_{if}. Пусть z_r — высота точки r в зоне пресной воды (фиг. 7.15), тогда средняя плотность воды $\bar{\rho}_a$ между точками i и z_r будет



Фиг. 7.15. Напор окружающей воды (по Лущинскому).

1 — уровень моря; *2* — пьезометр; *3* — пресная вода; *4* — зона дисперсии; *5* — соленая вода; *6* — фильтр.

$$\bar{\rho}_a = \frac{1}{z_r - z}\int_z^{z_r} \rho(x, y, l)\, dl, \qquad (7.40)$$

где x, y, z — координаты точки i; l — фиктивная переменная интегрирования. Поскольку вода выше участка z_r пресная, давление p в точке i равно

$$p = (z_r - z)\bar{\rho}_a g + (H_{in} - z_r)\rho_f g. \qquad (7.41)$$

Решая совместно уравнения (7.41) и (7.29), получим

$$\rho_f H_{in} = \rho_f H_{if} - (z - z_r)(\rho_f - \bar{\rho}_a). \qquad (7.42)$$

Очевидно, что напор H_{in} нельзя измерить в полевых условиях и его надо выразить через точечный напор H_{ip}. Это делается путем подстановки величины $\rho_f H_{if}$ из уравнения (7.30) в уравнение (7.42):

$$\rho_f H_{in} = \rho_i H_{ip} - z(\rho_i - \bar{\rho}_a) - z_r(\bar{\rho}_a - \rho_f). \qquad (7.43)$$

Уравнение (7.43) можно использовать для определения контакта между зонами пресной и смешанной воды. Поэтому вычисления по этой формуле проводят одновременно с определением напоров окружающей воды в двух

точках: в точке 1, произвольно выбранной в зоне пресной воды, и в точке 2, взятой на той же вертикали, что и точка 1, но в зоне соленой воды.

В этих расчетах величина z_r приобретает частное значение z_d, представляющее собой координату контакта между пресной и смешанной водой вдоль вертикали, проходящей через точки 1 и 2. Для точки 2 уравнение (7.43) принимает вид

$$\rho_f H_{2n} = \rho_2 H_{2p} - z_2'(\rho_2 - \rho_a) - z_d(\bar{\rho}_a - \rho_f), \tag{7.44}$$

где $\rho_f = \rho_1$.

Если к обеим сторонам этого уравнения добавить член $\rho_1 (H_{1n} - H_{2n})$, получим следующее выражение:

$$\rho_1 H_{1n} = \rho_1 (H_{1n} - H_{2n}) + \rho_2 H_{2p} = -z_2(\rho_2 - \bar{\rho}_a) - z_d(\bar{\rho}_a - \rho_1). \tag{7.45}$$

Хотя $\bar{\rho}_a$ в уравнении (7.45) зависит от z_d, это уравнение можно решить итерационным методом и определить значение z_d. В первом приближении значение z_d^* находим по уравнению (7.45), полагая, что $\bar{\rho}_a = \rho_2$. Получив значение z_d^*, вычисляем $\bar{\rho}_a^*$ с помощью уравнения (7.40):

$$\bar{\rho}_a^* = \frac{1}{z_d^* - z_2} \int_{z_2}^{z_d^*} \rho \, dz.$$

Затем эту величину вводим в уравнение (7.45) и находим второе значение z_d^{**}. С помощью уравнения (7.40) определяем второе значение $\bar{\rho}_a^{**}$, которое подставляем в уравнение (7.45) и получаем третье значение z_d^{***}. Эти вычисления продолжаем до тех пор, пока значение z_d не достигнет предельной величины.

Уравнение (7.45) — единственное простое уравнение, с помощью которого можно вычислить глубину зоны смешанной воды. Лущинский сравнил это уравнение с уравнением (7.15), выражающим теорию Гибена — Герцберга; изменив символы, его можно записать так:

$$\rho_1 H_{1n} = -z_d'(\rho_z - \rho_1). \tag{7.46}$$

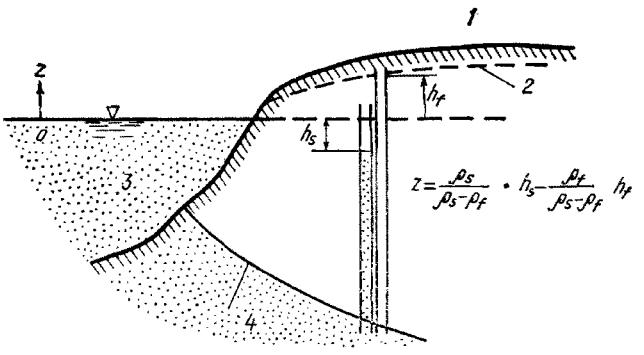
Обозначение z_d' используется для того, чтобы напомнить читателю, что в этой элементарной теории зона дисперсии не рассматривается. Таким образом, формула Гибена — Герцберга — всего лишь частный случай уравнения (7.45), где $\bar{\rho}_a = \rho_2$, $H_{1n} = H_{2n}$, $H_{2p} = 0$. Этими тремя условиями предопределяется отсутствие зоны дисперсии, отсутствие вертикальных составляющих скорости вследствие разности напоров окружающей воды между точками вдоль вертикали в зонах пресной и соленой воды и незначительность точечного напора в зоне соленой воды.

Перлмуттер и др. [23] пытались определить контакт между пресной и соленой водой, используя формулу, основанную на уравнении Губберта (7.11). Конечно, если бы можно было установить два пьезометра рядом таким образом, чтобы их концы на глубине z находились на резкой границе раздела между несмешивающимися пресными и солеными водами, и один пьезометр наполнить только пресной водой до высоты h_f, а другой — только соленой до высоты h_s (обе высоты отсчитываются от уровня моря), тогда (фиг. 7.16)

$$z = \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_f} h_s - \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} h_f. \tag{7.47}$$

Перлмуттер и др. применили эту формулу для обработки данных наблюдений, полученных в одной скважине, где фильтры были установлены в точках, удаленных одна от другой на 350 футов выше и ниже зоны дисперсии. Эти

исследователи знали, что условия проведения эксперимента не соответствуют условиям, для которых было выведено уравнение (7.47). Допускаемая таким образом ошибка будет минимальной при узкой зоне дисперсии и если фильтры расположить как можно ближе один к другому, хотя они



Фиг. 7.16. Измерение глубины залегания границы раздела пресных и соленых вод с помощью двух пьезометров.
1 — поверхность Земли; *2* — поверхность грунтовых вод; *3* — море; *4* — граница раздела пресных и соленых вод.

и будут разделены расстоянием, равным мощности зоны дисперсии. Лущинский рекомендует записывать уравнение (7.47) так:

$$\rho_f h_f = \rho_s h_s - z(\rho_s - \rho_f),$$

или, используя его символы,

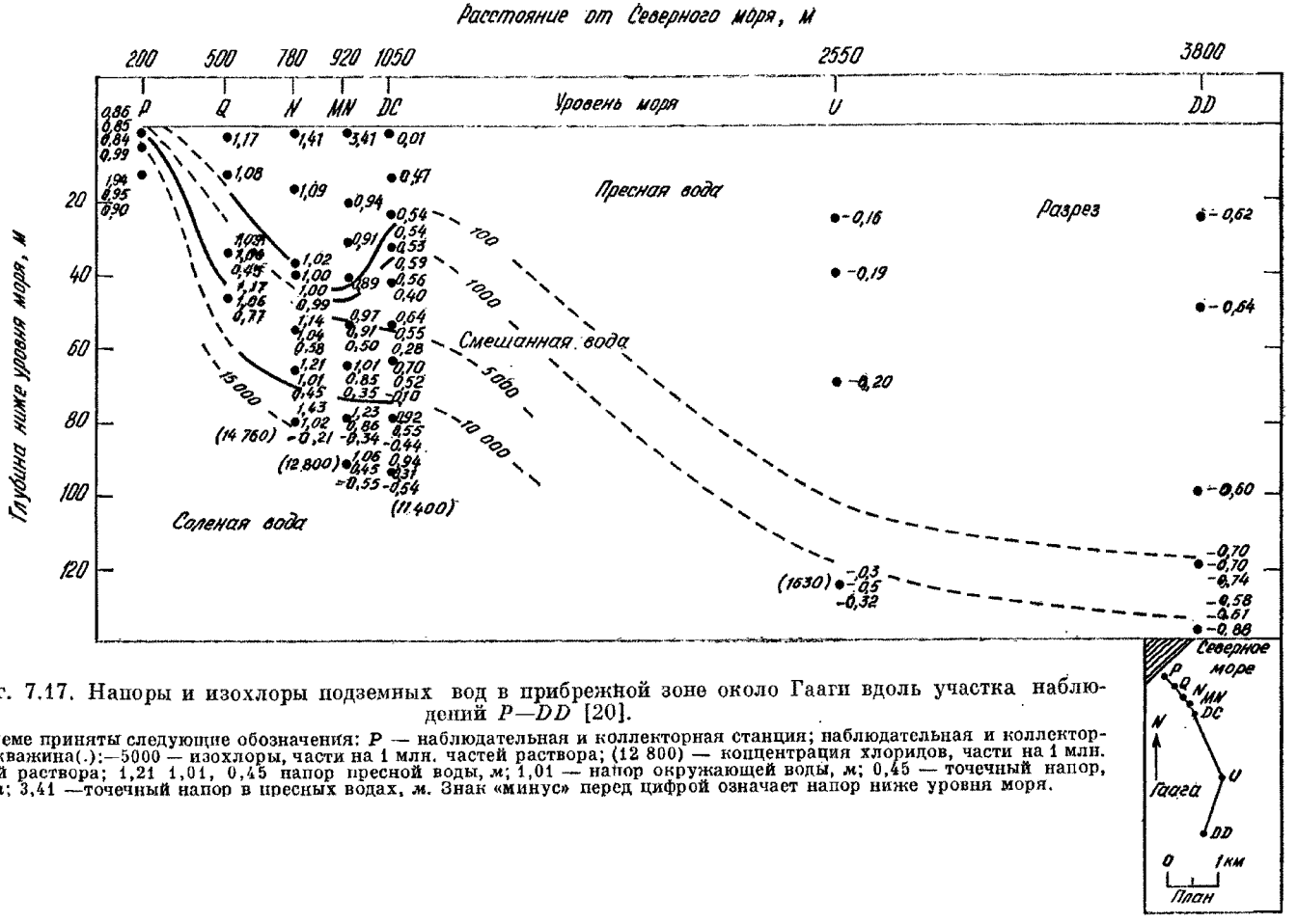
$$\rho_1 H_{1n} = \rho_2 H_{2p} - z_d''(\rho_2 - \rho_1). \qquad (7.48)$$

Это уравнение — также частный случай уравнения (7.45), где $\bar{\rho}_a = \rho_2$ и $H_{1n} = H_{2n}$, т. е. здесь мы имеем на одно условие меньше по сравнению с уравнением Гибена — Герцберга. Это означает, что уравнение Губберта учитывает точечный напор в зоне соленой воды. Символ z_d'' используется, чтобы напомнить читателю, что при выводе своего уравнения Губберт не принимал во внимание зону дисперсии.

Лущинский применил свою теорию к данным Института водоснабжения в Нидерландах, которые были получены с помощью скважин различной глубины на семи наблюдательно-коллекторных станциях. На фиг. 7.17 показаны напоры и изохлоры подземных вод около Гааги в условиях вторжения морских вод.

7.6. ПОСЛЕДНИЕ ДОСТИЖЕНИЯ

За последнее время был достигнут значительный прогресс в экспериментальных и аналитических исследованиях движения воды в пористых средах [24]. Рассмотрение этих достижений выходит за рамки нашего учебника. Помимо ранее упомянутых работ, следует отметить работы Жослен де Жонга [31, 38, 39], Огаты [32, 33], Бэнкса [32], Симпсона [34]. Столлман [35] сделал обзор теорий движения многофазной жидкости в пористых средах применительно к гидрогеологическим исследованиям. Эта работа в основном посвящена изучению условий движения жидкости в ненасыщенной среде, когда термодинамические процессы играют важную роль. Вопрос о движении жидкостей в парообразной фазе был всесторонне рассмотрен на международном симпозиуме по движению воды в пористых средах [36].



Ф и г. 7.17. Напоры и изохлоры подземных вод в прибрежной зоне около Гааги вдоль участка наблюдений P—DD [20].

На схеме приняты следующие обозначения: P — наблюдательная и коллекторная станции; наблюдательная и коллекторная скважина(.):—5000 — изохлоры, части на 1 млн. частей раствора; (12 800) — концентрация хлоридов, части на 1 млн. частей раствора; 1,21 1,01, 0,45 напор пресной воды, *м*; 1,01 — напор окружающей воды, *м*; 0,45 — точечный напор, *м*; 3,41 —точечный напор в пресных водах, *м*. Знак «минус» перед цифрой означает напор ниже уровня моря.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hubbert M. K., 1953. Entrapment of petroleum under hydrodynamic conditions, Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists, **37**, 1954—2026.
2. Hubbert M. K., 1940. The theory of ground-water motion, Journal of Geology, **48**, 8, 785—944.
3. Badon Ghyben W., 1888—1889. Nota in verband met de voorgenomen putboring nabij Amsterdam, Tijdschrift van het koninklyk Instituut van Ingenieurs, The Hague, 21.
4. Herzberg A., 1960. Die Wasserversorgung einiger Nordseebäder, Journal Gasbeleuchtung und Wasserversorgung, **44**, 815—819, 842—844.
5. Wentworth C. K., 1942. Storage consequences of the Ghyben-Herzberg theory, Transactions American Geophysical Union, 683—693.
6. Bear J., Dagan G., 1964. Some exact solutions of interface problems by means of the hodograph method, Journal of Geophysical Research, **69**, 1563—1572.
7. Glover R. E., 1959. The pattern of fresh-water flow in a coastal aquifer, Journal of Geophysical Research, **64**, 4, 457—459.
8. De Wiest R. J. M., 1962. Free surface flow in homogeneous porous medium, ASCE Transactions, **127**, Chapter I, 1045—1089.
9. Cooper H. H., 1959. A hypothesis concerning the dynamic balance of fresh water and salt water in a coastal aquifer, Journal of Geophysical Research, **64**, 4 , 461—467.
10. De Wiest R. J. M., 1964. Sur les phénomènes de dispersion et de diffusion dans les milieux poreux. RILEM (Réunion Internationale des Laboratoires d'Essais et de Recherches sur les Matériaux et les Constructions) Symposium on Transfer of Water in Porous Media, Paris, April 8—10, 1964; Ground Water, 2, 3.
11. Kohout F. A., 1961. Fluctuations of ground-water levels caused by dispersion of salts, Journal of Geophysical Research, **66**, 8, 2429—2434.
12. Day P. R., 1958. Dispersion of a moving salt-water boundary advancing through saturated sand, Transactions American Geophysical Union, **39**, 1, 67—74.
13. Scheidegger A. E., 1954. Statistical hydrodynamics in porous media, Journal of Applied Physics, **25**, 8, 997—1001.
14. Rifai M. N. E. et al., 1956. Dispersion phenomena in laminar flow through porous media, Sanitary Engineering Research Laboratory Report 3, University of California, Berkeley.
15. Harleman D. R. F., Rumer R. R., 1962. The dynamics of salt-water intrusion in porous media, Civil Engineering Department Report 55, Massachusetts Institute of Technology.
16. Biggar J. W., Nielsen D. R., 1960. Diffusion effects in porous materials, Journal of Geophysical Research, **65**, September, 2887—2895.
17. Saffman P. G., 1959. A theory of dispersion in a porous medium, Journal of Fluid Mechanics, **6**, 321—349.
18. Yih C. S., 1960. Flow of a non-homogeneous fluid in a porous medium, Journal of Fluid Mechanics, **10**, 133—140.
19. Bear J., Todd D. K., 1960. The transition zone between fresh and salt waters in coastal aquifers, Water Resources Center Contribution 29, University of California, Berkeley.
20. Lusczynski N. J., 1961. Head and flow of ground-water of variable density, Journal of Geophysical Research, **66**, 12, 4247—4256 (см. русский перевод: Лущинский Н. И. О напорах и фильтрации грунтовых вод с переменной плотностью, сб. «Вопросы гидрогеологических расчетов», изд-во «Мир», М., 1964).
21. Offeringa T., Van der Poel, C., 1954. Transactions American Institute of Mining, Metallurgical, Petroleum Engineers, 310.
22. Scheidegger A. F., 1960. The physics of flow through porous media, Macmillan, New York, 256—258 (см. русский перевод: Шейдеггер А. Э., Физика течения жидкостей через пористые среды, Гостоптехиздат, М., 1960).
23. Perlmutter N. M., Geraghty J. J., Upson J. E., 1959. The relation between fresh and salty ground water in Southern Nassau and Southeastern Queens counties, Long Island, New York, Economic Geology, **54**, 416—435.
24. Knudsen W. C., 1962. Equations of fluid flow through porous media — incompressible fluid of varying density, Journal of Geophysical Research, **67**, February, 733—737 (см. русский перевод: Кнудсен В. С., Уравнения движения жидкости переменной плотности в пористой среде, сб. «Переводы статей по гидрогеологии и инженерной геологии», вып. 8, ВСЕГИНГЕО, М., 1968).
25. Bear J., 1961. On the tensor form of dispersion in porous media, Journal of Geophysical Research, **66**, April, 1185—1197.
26. Bear J., 1961. Some experiments in dispersion, Journal of Geophysical Research, **66**, August, 2455—2467.
27. Scheidegger A. E., 1961. General theory of dispersion in porous media, Journal of Geophysical Research, **66**, October, 3273—3278.

28. Fara H. D., Scheidegger A. E., 1961. Statistical geometry of porous media, Journal of Geophysical Research, 66, October, 3279—3284.
29. Harleman D. R. F., Rumer R. R., 1963. Longitudinal and lateral dispersion in an isotropic porous medium, Journal of Fluid Mechanics, 16, pt. 3, 385—394.
30. Rumer R. R., Harleman D. R. F., 1963. Intruded salt-water wedge in porous media, ASCE Journal of the Hydraulics Division, November, 193—220.
31. Josselin de Jong G., 1958. Longitudinal and transverse diffusion in granular deposits, Transactions American Geophysical Union, 39, 67—74.
32. Ogata A., Banks R. B., 1961. A solution of the differential equations of longitudinal dispersion in porous media, USGS Professional Paper 411-A, Washington, D. C.
33. Ogata A., 1961. Transverse diffusion in saturated isotropic granular media, USGS Professional Paper 411-B, Washington, D. C.
34. Simpson E. S., 1962. Transverse dispersion in liqiud flow through porous media, USGS Professional Paper 411-C, Washington, D. C.
35. Stallman R. W., 1964. Multiphase fluids in porous media, a review of theories pertinent to hydrologic studies, USGS Professional Paper 411-E, Washington, D. C.
36. RILEM (Réunion Internationale des Laboratoires d'Essais et de Recherches sur les Matériaux et les Constructions) International Symposium on Transfer of Water in Porous Media, Paris, April 8—10, 1964.
37. Todd D. K., Huisman L., 1959. Ground-water flow in the Netherlands coastal dunes, ASCE Journal of the Hydraulics Division, July, 63—81.
38. Josselin de Jong G., 1956. L'entrainment de particules par le courant intersticiel, International Association of Scientific Hydrology, publication 41, 139—147.
39. Josselin de Jong G., 1960. Singularity distributions for the analysis of multiple-fluid flow through porous media, Journal of Geophysical Research, 65, November, 3739—3758.
40. Bear J., Zaslavsky D., 1962. Underground storage and mixing of water, Progress Report 1, Technicon, Haifa, Israel.
41. Jacobs M., Schmorak S., 1960. Sea water intrusion and interface determination along the coastal plain of Israel, Hydrological Service of Israel, Jerusalem, Israel.
42. Bear J., Dagan G., 1963. Intercepting fresh water above the interface in a coastal aquifer, International Association of Scientific Hydrology, publication 64, 154—181.

ГЛАВА 8

Численные и экспериментальные методы изучения движения подземных вод

8.1. ВВЕДЕНИЕ

В предлагаемой главе описаны преимущественно методы моделирования движения подземных вод. Слова *модель* и *аналог* часто применяют как синонимы, хотя, как отмечает Ирмей [24], целесообразно иметь четкие определения понятий *модель*, *аналог* и *аналогия*. По Ирмею, «модель пористой среды — упрощенная пористая среда или система, обладающая некоторым сходством с прототипом. Некоторые модели называют аналогиями (эквивалентами), поскольку они представляют собой чрезвычайно упрощенные пористые среды, например пучки параллельных трубок. Аналоги — физические системы или математические модели процессов, которые можно описать дифференциальными уравнениями в частных производных, причем граничные условия этих моделей подобны реальным граничным условиям. Примерами аналогов служат вязкожидкостная модель Хеле-Шоу и электролитический лоток». При изучении математических моделей водоносных горизонтов автор [17] придерживается определения аналога, данного Ирмеем.

Основное внимание в этой главе уделено аналогам, которые в настоящее время часто применяют при изучении движения подземных вод. Подробное описание моделей читатель найдет в книге Карплюса [18].

8.2. ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ФИЛЬТРАЦИИ. КОНЕЧНЫЕ РАЗНОСТИ

Графический метод построения гидродинамической сетки двухмерного потока, подробно рассмотренный в гл. 5, можно дополнить и уточнить, используя свойство гармонической функции Ф. В этом случае уравнение Лапласа заменяют соответствующим уравнением в конечных разностях.

Согласно теории потенциала, значение функции Ф в некоторой точке 0 равно среднему из ее значений на окружности с центром в точке 0 [1, стр. 490]:

$$\Phi_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi_c \, d\theta, \tag{8.1}$$

где Φ_0 — значение гармонической функции в точке 0; Φ_c — значение гармонической функции в любой точке C окружности.

В первом приближении

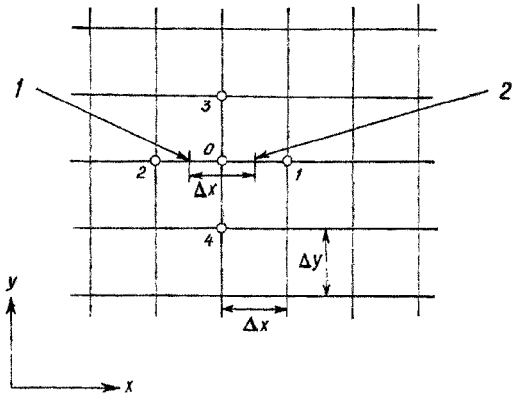
$$\Phi_0 = \frac{\Phi_1 + \Phi_2 + \ldots + \Phi_n}{n}, \tag{8.2}$$

где Φ_1, Φ_2, ..., Φ_n — значения Ф в равноотстоящих точках по контуру окружности. В частности, если взять только четыре точки, то

$$\Phi_0 = \frac{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4}{4}. \tag{8.3}$$

Эти точки расположатся в вершинах квадрата, а Φ_0 будет значением функции в его центре.

Аналогичный результат получают при конечноразностной аппроксимации $\nabla^2 \Phi = 0$. Равностороннюю сетку координат накладывают на поле потока и в узловых точках сетки определяют значения потенциала Ф (фиг. 8.1). Затем находят аппроксимации для первой и второй пространственных производных, выраженные через потенциалы в узловых точках. Если считать, что потенциалы Φ_0, Φ_1, Φ_2, Φ_3, Φ_4 заданы соответственно в узловых точках 0, 1, 2, 3, 4, то приближенные средние значения первых производных в точках между узлом 0 и четырьмя соседними узлами будут



Ф и г. 8.1. Конечноразностная аппроксимация $\nabla^2 \Phi = 0$ при равносторонней сетке координат.

Вторая производная в направлении x приблизительно равна

$$\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_0 \simeq \frac{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{0-1} - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{2-0}}{\Delta x}.$$

1—первая производная; разность, взятая назад; *2*—первая производная; разность, взятая вперед.

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{0-1} \simeq \frac{\Phi_1 - \Phi_0}{\Delta x}, \quad \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)_{0-3} \simeq \frac{\Phi_3 - \Phi_0}{\Delta y}, \tag{8.4}$$

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{2-0} \simeq \frac{\Phi_0 - \Phi_2}{\Delta x}, \quad \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)_{4-0} \simeq \frac{\Phi_0 - \Phi_4}{\Delta y}. \tag{8.5}$$

Уравнение (8.4) называют аппроксимацией с разностью вперед, а уравнение (8.5) — аппроксимацией с разностью назад. Вторые производные выражены через первые производные (фиг. 8.1) или как разность между аппроксимациями с разностью вперед и назад, разделенная на расстояние:

$$\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\right)_0 \simeq \frac{1}{(\Delta x)^2}(\Phi_1 + \Phi_2 - 2\Phi_0),$$
$$\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\right)_2 \simeq \frac{1}{(\Delta y)^2}(\Phi_3 + \Phi_4 - 2\Phi_0). \tag{8.6}$$

В этом случае оператор Лапласа в двухмерной форме принимает вид

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} \simeq \frac{1}{(\Delta x)^2}(\Phi_1 + \Phi_2 - 2\Phi_0) + \frac{1}{(\Delta y)^2}(\Phi_3 + \Phi_4 - 2\Phi_0). \tag{8.7}$$

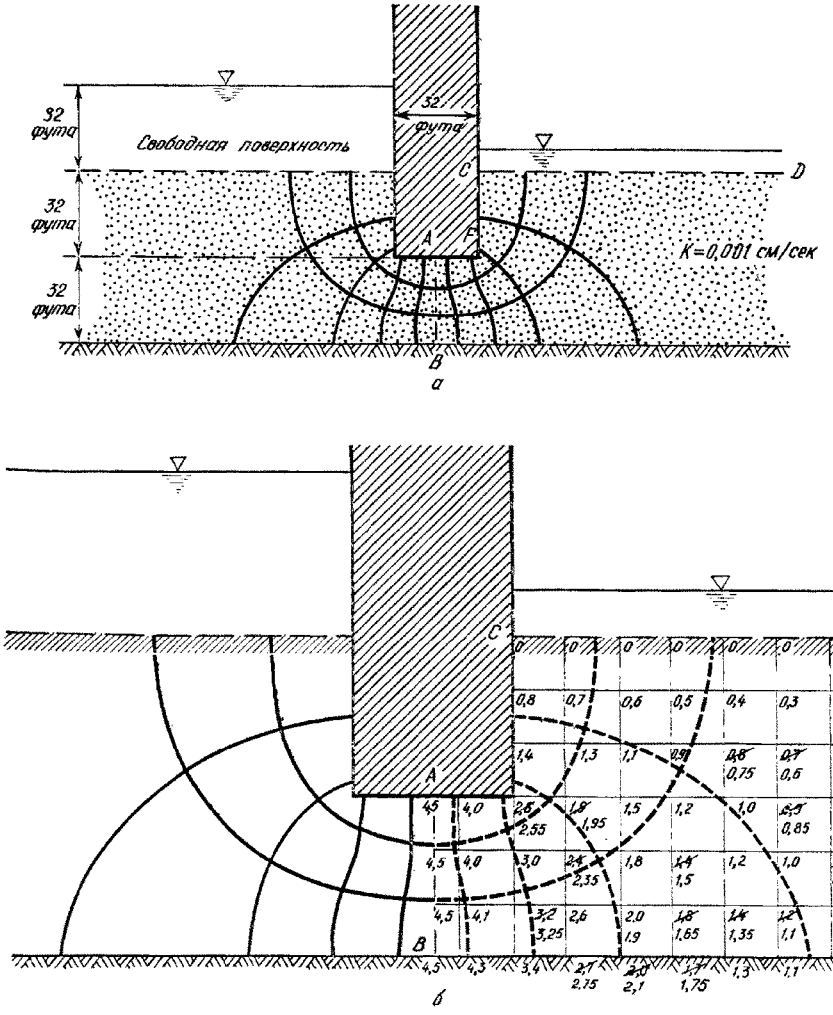
При равносторонней сетке, когда $\Delta x = \Delta y$, уравнение Лапласа для узловой точки 0 и соседних с ней узловых точек можно заменить уравнением

$$\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 - 4\Phi_0 = 0. \tag{8.8}$$

Это уравнение в общей форме для потенциала $\Phi_{k,i}$, находящегося на пересечении k-й горизонтальной и i-й вертикальной линий сетки, имеет вид

$$\Phi_{k+1,\,i}+\Phi_{k,\,i+1}+\Phi_{k-1,\,i}+\Phi_{k,\,i-1}-4\Phi_{k,\,i}=0. \qquad (8.9)$$

Очевидно, что уравнения (8.8) и (8.3) равносильны. Их используют для уточнения предварительной гидродинамической сетки (фиг. 8.2,*а*). Пусть



Ф и г. 8.2. Графоаналитический метод расчета фильтрации под шпунтовой стенкой
а — пробная гидродинамическая сетка; *б* — гидродинамическая сетка, уточненная с помощью итерационного метода.

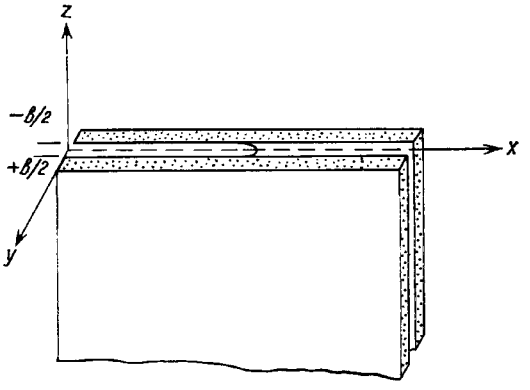
значение потенциала Ф вдоль линии AB будет 4,5, а вдоль линии CD равно 0 (на контурах AFC и BE нормальные производные функции Ф равны нулю). Приближенные значения Ф в узловых точках находят интерполированием между эквипотенциальными линиями. Потенциал любого узла определяют по значениям потенциалов в четырех соседних узлах путем последовательной итерации каждого из этих узлов. В результате после ряда итераций новые значения Ф становятся действительными значениями этой функции для рассматриваемого узла. Чем точнее построена гидродинамическая сетка, тем короче процесс итерации.

На фиг. 8,2,*б* показана уточненная гидродинамическая сетка. Новые эквипотенциальные линии $\Phi = \text{const}$ построены на основании полученных значений Ф. Линии тока $\Psi = \text{const}$ вычерчивают, полагая, например, $\Psi = 3$ по AFC и $\Psi = 0$ по BE. Ортогональность полученной сетки будет свидетельствовать о правильности использованного метода.

8.3. МОДЕЛИ ХЕЛЕ-ШОУ ИЗ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПЛАСТИН

Введение

В 1899 г. Стокс математически проанализировал и описал установившееся движение вязкой жидкости между параллельными пластинами, расположенными на небольшом расстоянии одна от другой. Впервые модель такого



Фиг. 8.3. Схема движения жидкости между двумя вертикальными параллельными пластинами.

рода сконструировал Хеле-Шоу [3, 4] в 1897 г. С тех пор эта модель широко применяется при моделировании двухмерного ламинарного движения воды через пористый грунт, которое описывается тем же дифференциальным уравнением, что и поток вязкой жидкости в модели. Доказательство аналогии между этими двумя видами течения, выполненное Стоксом, приводится во многих учебниках [1, 5, 7]. Модель Хеле-Шоу описана в многочисленных опубликованных работах [8—14, 48, 49]. Математический анализ модели с вертикальными пластинами (фиг. 8.3), сделанный Стоксом, сводится к следующему.

Если в уравнениях Навье — Стокса (4.27) и (4.28) величина $n = 1$, то эти уравнения для движения жидкости между пластинами принимают трехмерную форму. В уравнениях Навье — Стокса величины u, v, w обозначают составляющие скорости соответственно в направлениях x, y, z. Составляющая скорости v, перпендикулярная пластинам, равна нулю, поэтому уравнения Навье — Стокса в трех измерениях имеют вид

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+w\frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right), \\ -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+w\frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)-g. \end{aligned}\right\} \qquad (8.10)$$

Силы вязкости настолько велики для этого вида потока, что инерционными членами, составляющими левую часть уравнений, можно пренебречь. Кроме того, изменения u и w и их производных в направлении y гораздо больше изменений этих же величин в плоскости x — z. Поэтому вторые производные

составляющих скорости по x и z незначительны по сравнению с членами $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ и $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$, в связи с чем уравнение (8.10) принимает вид

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}&=0,\\ -\frac{\partial p}{\partial y}&=0,\\ -\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\rho g&=0. \end{aligned}\right\} \tag{8.11}$$

Из уравнения $-\frac{\partial p}{\partial y}=0$ следует, что давление p не зависит от y. Остальные уравнения системы уравнений (8.11), которые представляют собой обыкновенные дифференциальные уравнения для функций u и w по переменной y, легко проинтегрировать. Замечено, что u и w стремятся к нулю при $y=\pm\frac{b}{2}$, где b — расстояние между пластинами. Например, уравнение для w после двухкратного интегрирования принимает вид

$$\mu w=\frac{y^2}{2}\frac{\partial}{\partial z}(p+\rho g z)+c_1 y+c_2.$$

В соответствии с граничными условиями $c_1=0$ и $c_2=-\frac{b^2}{8}\frac{\partial}{\partial z}(p+\rho g z)$. Тогда

$$w=\frac{1}{2\mu}\left(y^2-\frac{b^2}{4}\right)\frac{\partial}{\partial z}(p+\rho g z). \tag{8.12}$$

Подобным образом получаем выражение для u:

$$u=\frac{1}{2\mu}\left(y^2-\frac{b^2}{4}\right)\frac{\partial}{\partial x}(p+\rho g z). \tag{8.13}$$

Среднее по промежутку b скорости находят простым интегрированием:

$$u_{\text{ср}}=\frac{1}{b}\int\limits_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} u\,dy=\frac{1}{2\mu b}\left(\frac{y^3}{3}-\frac{b^2}{4}y\right)\Bigg|_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\frac{\partial}{\partial x}(p+\rho g z),$$

или

$$\left.\begin{aligned} u_{\text{ср}}&=-\frac{b^2\gamma}{12\mu}\frac{\partial}{\partial x}\left(z+\frac{p}{\gamma}\right),\\ w_{\text{ср}}&=-\frac{b^2\gamma}{12\mu}\frac{\partial}{\partial z}\left(z+\frac{p}{\gamma}\right). \end{aligned}\right\} \tag{8.14}$$

Уравнение (8.14) можно переписать следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} u_{\text{ср}}&=-K_m\frac{\partial h_m}{\partial x},\\ w_{\text{ср}}&=-K_m\frac{\partial h_m}{\partial z}, \end{aligned}\right\} \tag{8.15}$$

где

$$K_m=\frac{b^2}{12\mu}\gamma \tag{8.16}$$

и

$$h_m=z+\frac{p}{\gamma}. \tag{8.17}$$

Уравнение (8.15) аналогично уравнению (4.24)

При постоянных ρ и μ подстановка уравнений (8.15) в уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u_{ср}}{\partial x}+\frac{\partial w_{ср}}{\partial z}=0$$

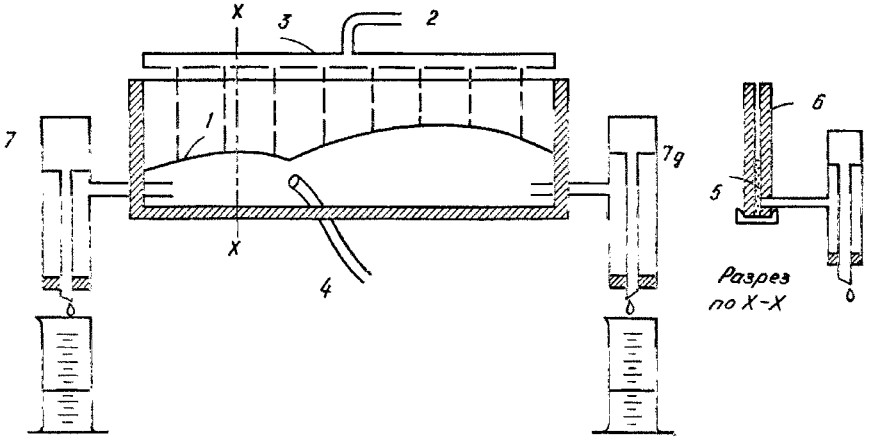
показывает, что напор $h_m = z + \frac{p}{\gamma}$ в модели удовлетворяет уравнению Лапласа. В этом случае выражение для потенциала скорости будет

$$\Phi_m = K_m h_m = \frac{b^2\gamma}{12\mu}\left(z+\frac{p}{\gamma}\right), \tag{8.18}$$

что аналогично уравнению (4.26). Если пластины модели горизонтальны, уравнение (8.18) принимает вид

$$\Phi_m = \frac{b^2}{12\mu}p = \frac{b^2\gamma}{12\mu}\frac{p}{\gamma}. \tag{8.19}$$

Из этого уравнения видно, что K_m имеет одно и то же значение для вертикальной и горизонтальной моделей Хеле-Шоу. Требование постоянства плот-



Ф и г. 8.4. Вертикальная модель Хеле-Шоу (по Сантингу).

1 — свободная поверхность; *2* — подача воды для моделирования осадков; *3* — разбрызгиватель; *4* — трубка для отвода воды; *5* — вязкая жидкость; *6* — прозрачные пластины; *7* — сосуды для измерения напора.

ности ρ и вязкости μ жидкости модели удовлетворяется с трудом, поскольку во многих случаях нелегко поддерживать постоянную температуру жидкости в модели, а вязкость большинства масел и глицерина сильно зависит от температуры. Модели Хеле-Шоу, в которых используются такие жидкости, необходимо держать в помещениях, где регулируется температура, и если жидкость подкачивается, то иногда целесообразно охлаждать ее.

Аналогия между уравнениями (4.26) и (8.18) показывает, что поток жидкости в модели Хеле-Шоу подобен движению подземных вод. Но нельзя считать, что в непосредственной близости от препятствий, моделирующих, например, шпунтовую стенку под бетонной плотиной, изменения составляющих скорости движения жидкости в направлениях x и z незначительны по сравнению с изменениями этих составляющих в направлении y. Сантинг [11] и Аравин [15] считают, что при числе Рейнольдса $N_k = \frac{V_{ср}\, b}{\nu}$, превышающем 1000, поток жидкости теряет ламинарный характер. Поэтому щель между пластинами модели должна быть очень узкой: около 1 *мм* или доли миллиметра, если применяются жидкости с низкой вязкостью — легкие маловязкие масла и вода, и несколько миллиметров при использовании тяжелых высоковязких масел или глицерина.

Ценность модели Хеле-Шоу для изучения установившегося и неустановившегося движения подземных вод заключается в легкости моделирования водопроницаемости грунта путем изменения составляющих K_m модели, т.е. путем изменения ширины щели b и подбором жидкости с нужными характеристиками γ и μ. Изменения коэффициента фильтрации K моделируют тонкими полосками, которые помещают в щель для уменьшения расстояния между пластинами. На фиг. 8.4 [11] приведена схема вертикальной модели Хеле-Шоу, в которой осадки моделируют путем разбрызгивания, а отбор подземных вод и искусственное пополнение — путем отвода или добавления жидкости в соответствующих местах. Напор жидкости в модели измеряют специальными сосудами. Реальные непроницаемые границы задают также непроницаемыми границами на модели. Для моделирования движения пресных и соленых подземных вод используют две жидкости с несколько отличными плотностями. Жидкости различного цвета, но одинаковой плотности и вязкости применяют при изучении водоносных комплексов.

Горизонтальные модели. Масштабные соотношения

Сантинг [11, 16] использовал модель с горизонтальными пластинами для изучения влияния искусственного пополнения подземных вод на производительность скважин водопроводной компании «Зеланд Фландерс». Изучение на этой модели фильтрации в безнапорных водоносных горизонтах возможно, если принять, что колебания уровня грунтовых вод незначительны по сравнению с мощностью водоносного горизонта. Водопроводимость безнапорного водоносного горизонта равна $T = K\bar{h}$, где $\bar{h}$ — средняя мощность потока [17].

На фиг. 8.5 показана схема горизонтальной модели, использованной Сантингом. В отверстия верхней пластины модели вставлены открытые сверху сосуды. Каждый сосуд соединяется с пространством между пластинами (фиг. 8.6). Эти сосуды моделируют емкость водоносного горизонта: подъем уровня жидкости в сосудах означает пополнение запасов подземных вод, падение уровня показывает разгрузку водоносного горизонта. Изменение емкости водоносного горизонта также задается путем изменения либо диаметра сосудов, либо расстояний между ними. Коэффициент запаса S_m модели определяется совершенно аналогично коэффициенту S водоносного горизонта (см. разд. 4.11). Он выражается количеством жидкости, вышедшей из колонки внутреннего пространства модели с поперечным сечением, равным единице, при единичной потере напора. Поскольку на площадь A_m модели приходится один сосуд емкости, то

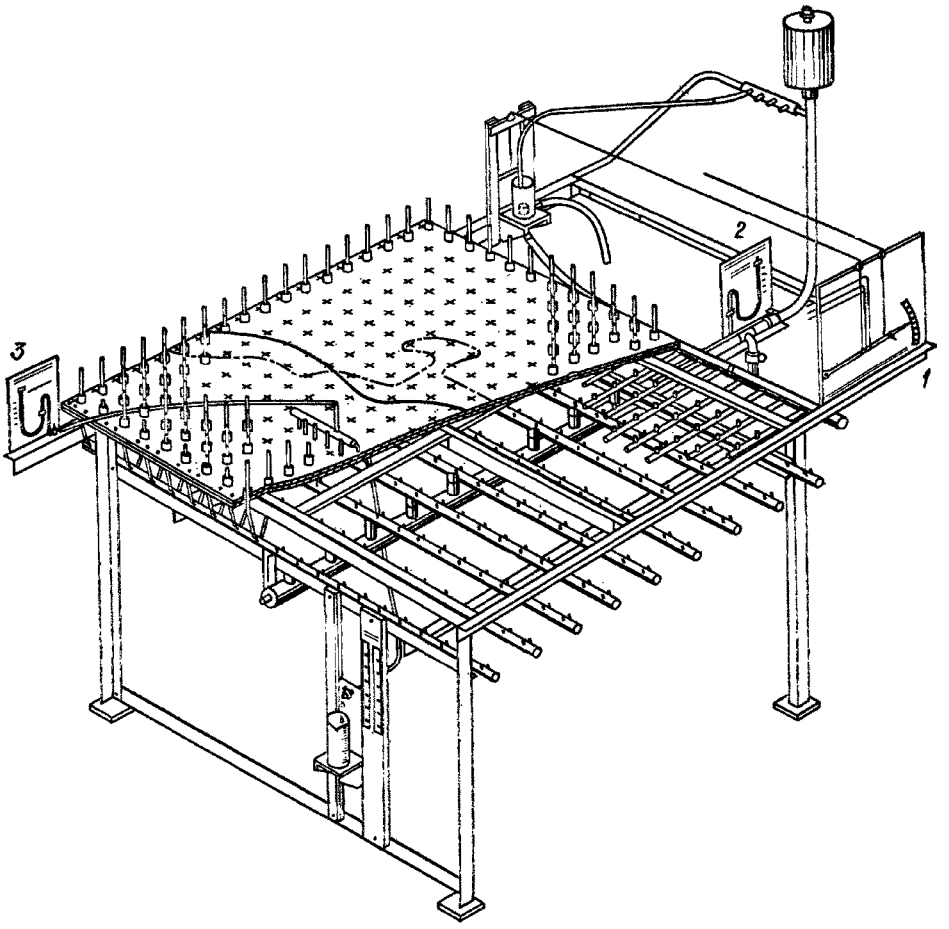
$$S_m A_m = \pi r_m^2 \cdot 1. \tag{8.20}$$

Емкость водоносного горизонта распределена более или менее равномерно, в модели она сосредоточена в точках пересечения сетки, т. е. может быть описана конечноразностным уравнением. Теоретически, чем ближе расположены сосуды, тем точнее задаются реальные условия. Однако существует реальный предел как для диаметра, так и для расстояния между сосудами.

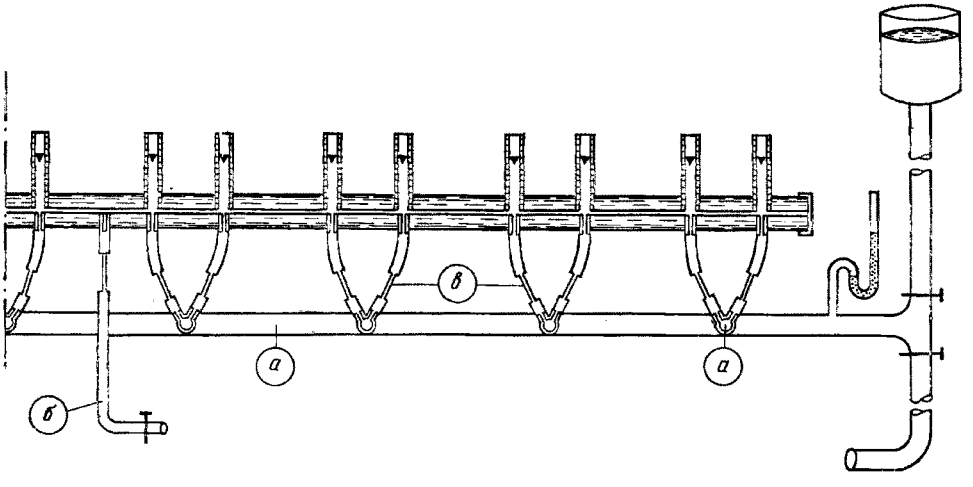
Питание грунтовых вод за счет инфильтрации атмосферных осадков и испарение со свободной поверхности моделируют с помощью распределительной системы, а отбор воды в результате откачки — путем отвода жидкости из внутреннего пространства модели (фиг. 8.6).

Ниже дается математический анализ закономерностей моделирования на горизонтальной модели движения подземных вод в различных условиях.

а. Напорный водоносный горизонт (коэффициент запаса S, коэффициент водопроводимости T, неустановившаяся фильтрация, отсутствие радиальной



Ф и г. 8.5. Горизонтальная модель Хеле-Шоу (по Сантингу).
1 — шкала уровня; *2* — шкала испарения; *3* — шкала инфильтрации.



Ф и г. 8.6. Фрагмент горизонтальной модели (по Сантингу).
Разрез пластин и сосудов емкости. Система моделирования питания грунтовых вод и испарения с их поверхности. *а* — система моделирования питания и испарения; *б* — отводная трубка, моделирующая откачку; *в* — капилляры сопротивления.

симметрии). Дифференциальное уравнение для этого водоносного горизонта есть уравнение (4.51), которое в полярных координатах имеет вид

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2}=\frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t}. \tag{8.21}$$

Соответствующее уравнение для модели будет

$$\frac{\partial^2 h_m}{\partial r_m^2}+\frac{1}{r_m}\frac{\partial h_m}{\partial r_m}+\frac{1}{r_m^2}\frac{\partial^2 h_m}{\partial \theta_m^2}=\frac{S_m}{T_m}\frac{\partial h_m}{\partial t_m}. \tag{8.22}$$

Индекс m показывает, что рассматриваемая величина относится к модели.

Вводим масштабные соотношения характеристик модели и характеристик потока подземных вод:

$$\bar{u}_r=\frac{r_m}{r},\ \bar{u}_z=\frac{h_m}{h},\ \bar{u}_t=\frac{t_m}{t},\ \bar{u}_S=\frac{S_m}{S},\ \bar{u}_T=\frac{T_m}{T}. \tag{8.23}$$

Докажем тождественность уравнений (8.21) и (8.22). Для этого подставим в уравнение (8.21) масштабы $\bar{u}$ различных характеристик:

$$\frac{\partial h}{\partial r}=\frac{\bar{u}_r}{\bar{u}_z}\frac{\partial h_m}{\partial r_m},$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}=\frac{\partial}{\partial r}\frac{\partial h}{\partial r}=\bar{u}_r\frac{\partial}{\partial r_m}\frac{\bar{u}_r}{\bar{u}_z}\frac{\partial h_m}{\partial r_m}=\frac{\bar{u}_r^2}{\bar{u}_z}\frac{\partial^2 h_m}{\partial r_m^2},$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{\bar{u}_t}{\bar{u}_z}\frac{\partial h_m}{\partial t_m},$$

$$\frac{\partial h}{\partial \theta}=\frac{1}{\bar{u}_z}\frac{\partial h_m}{\partial \theta_m},\quad \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2}=\frac{1}{\bar{u}_z}\frac{\partial^2 h_m}{\partial \theta_m^2},\ \text{поскольку}\ \bar{u}_\theta=1.$$

Преобразованное уравнение (8.21) имеет вид

$$\frac{\bar{u}_r^2}{\bar{u}_z}\frac{\partial^2 h_m}{\partial r_m^2}+\frac{\bar{u}_r^2}{\bar{u}_z}\frac{1}{r_m}\frac{\partial h_m}{\partial r_m}+\frac{\bar{u}_r^2}{\bar{u}_z}\frac{1}{r_m^2}\frac{\partial^2 h_m}{\partial \theta_m^2}=\frac{S_m}{T_m}\frac{\bar{u}_T}{\bar{u}_S}\frac{\bar{u}_t}{\bar{u}_z}\frac{\partial h_m}{\partial t_m}. \tag{8.24}$$

Это уравнение умножаем на $\frac{\bar{u}_z}{\bar{u}_r^2}$, а затем сравниваем с уравнением (8.22). Оба уравнения оказываются тождественными, если

$$\frac{\bar{u}_T}{\bar{u}_S}\frac{\bar{u}_t}{\bar{u}_r^2}=1. \tag{8.25}$$

Необходимо отметить, что условие тождественности не содержит масштаба $\bar{u}_z$, поэтому величину $\bar{u}_z$ можно выбирать свободно для любого напорного потока, что и следовало ожидать. Масштаб $\bar{u}_S$ выбирают так, чтобы между сосудами емкости было достаточное расстояние, а диаметр сосуда не был очень малым, что позволяет легко снимать показания приборов во время эксперимента. Масштаб $\bar{u}_T$ также выбирают после тщательного подбора значения K_m. Поскольку масштабы $\bar{u}_t$ и $\bar{u}_r$ связаны уравнением (8.25), только один из них можно выбрать независимо.

б. Безнапорный водоносный горизонт (удельная водоотдача S_y, коэффициент водопроводимости T, неустановившаяся фильтрация, отсутствие радиальной симметрии, питание R). При условии что колебания уровня грунтовых вод пренебрежимо малы по сравнению с мощностью водоносного горизонта, средняя водопроводимость последнего будет

$$T=K\tilde{h}, \tag{8.26}$$

где $\tilde{h}$ — средняя мощность потока. Величина питания R на единицу площади водоносного горизонта и удельная водоотдача S_y водоносного горизонта

связаны следующим дифференциальным уравнением [6]:

$$\nabla^2 h + \frac{R}{T} = \frac{S_y}{T}\frac{\partial h}{\partial t}. \tag{8.27}$$

Масштаб питания будет $\bar{u}_R = \frac{R_m}{R}$. Изучающему предоставляется в качестве упражнения доказать аналогичность уравнения (8.27) и соответствующего уравнения для модели, при условии что

$$\frac{\bar{u}_T}{\bar{u}_R}\frac{\bar{u}_z}{\bar{u}_r^2} = 1. \tag{8.28}$$

Если масштаб $\bar{u}_R$ выбирается произвольно, то масштаб $\bar{u}_z$ определяют, зная масштабы $\bar{u}_T$, $\bar{u}_R$, $\bar{u}_r$.

в. Водоносный горизонт в условиях перетекания (фактор перетекания B, коэффициент запаса S, коэффициент водопроводимости T, неустановившаяся фильтрация, отсутствие радиальной симметрии). Перетекание в горизонтальной модели моделируют с помощью перфорированной пластины, помещенной между двумя пластинами модели, или путем перфорирования верхней пластины. В последнем случае жидкость модели сообщается со свободной поверхностью [16] и моделирует безнапорный водоносный горизонт, подстилаемый слабопроницаемым слоем, который перекрывает напорный водоносный горизонт. Уравнение рассматриваемой фильтрации есть уравнение (6.66)

$$\nabla^2 s - \frac{s}{B^2} = \frac{S}{T}\frac{\partial s}{\partial t}, \tag{8.29}$$

где s — понижение уровня; B — фактор перетекания (см. гл. 6).

Вводим масштаб фактора перетекания $\bar{u}_B$. Условие тождественности уравнений для натуры и модели будет другим, чем в предыдущих случаях, но уравнение (8.25) должно быть удовлетворено в первую очередь. Изучающему предоставляется в качестве упражнения показать, что условие тождественности выражается как

$$\bar{u}_r = \bar{u}_B. \tag{8.30}$$

Если водоносный горизонт, подстилаемый слабопроницаемым слоем, безнапорный и величина его питания равна R, то уравнение (8.28) также должно быть удовлетворено.

Вертикальные модели

Вертикальные модели описаны различными учеными [8, 10, 12, 13] и применяются чаще горизонтальных моделей. На фиг. 8.7 показана модель, использованная автором [13] для изучения неустановившегося режима свободной поверхности потока, фильтрующегося через земляную плотину. Оригинальность этой модели состоит в том, что ее масштаб был задан не по дифференциальному уравнению фильтрации, а в соответствии с реальными граничными условиями свободной поверхности, что предотвратило искажения.

Ниже приводятся основные уравнения свободной поверхности [13]. Символы, встречающиеся в этих уравнениях, определены в разделе 5.10. Допущения Дюпюи, рассмотренные в этом же разделе, здесь не используются, поскольку они привели бы к искажениям. Уравнения свободной поверхности имеют вид

$$h(x, z, t) = z_f(x, t) + \frac{1}{\gamma} p(x, z, t), \tag{8.31}$$

$$\frac{\varepsilon}{K}\frac{\partial z_f}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial z_f}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial z}, \tag{8.32}$$

где z_f — ордината свободной поверхности; x, z, t — независимые переменные; h — напор.

Соответствующие уравнения для модели будут

$$h_m = z_{f,m} + \frac{p_m}{\gamma}, \tag{8.33}$$

$$\frac{\varepsilon_m}{K_m}\frac{\partial z_{f,m}}{\partial t_m} = \frac{\partial h_m}{\partial x_m}\frac{\partial z_{f,m}}{\partial x_m} - \frac{\partial h_m}{\partial z_m}. \tag{8.34}$$

Заметим, что $\varepsilon_m = 1$ и уравнение (8.32) преобразовывается с помощью масштабов $\bar{u}_z$ (для h и z_f), $\bar{u}_t$, $\bar{u}_x$, $\bar{u}_K$ так же, как и в случае горизонтальной модели.

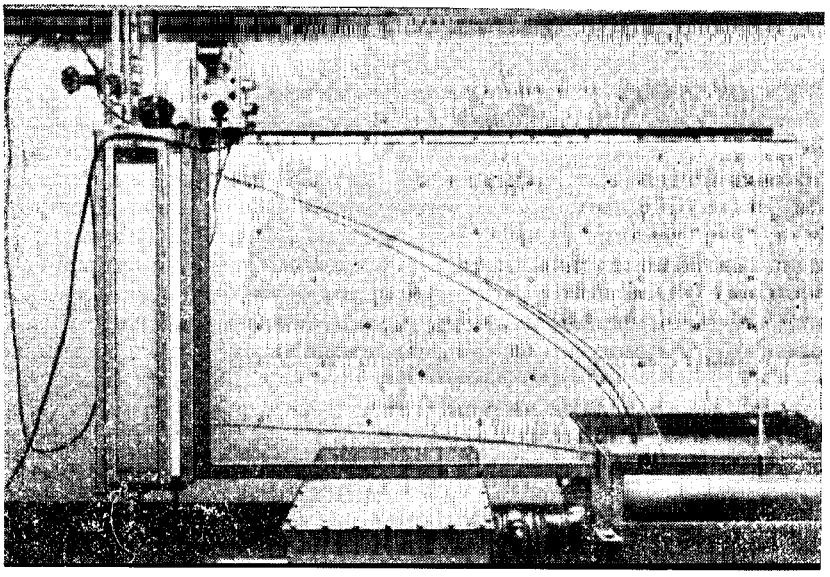
Изучающему предлагается в качестве упражнения показать существование двух условий эквивалентности уравнений натуры и модели:

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\bar{u}_x^2}{\bar{u}_z\bar{u}_t\bar{u}_K} = 1 \tag{8.35}$$

и

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\bar{u}_z}{\bar{u}_t\bar{u}_K} = 1. \tag{8.36}$$

Из уравнений (8.35) и (8.36) следует, что масштаб $\bar{u}_x$ должен равняться $\bar{u}_z$, чтобы был единый масштаб времени. Это означает, что модель не может быть



Ф и г. 8.7. Вертикальная модель Хеле-Шоу для моделирования фильтрации через земляную плотину (по де Уисту).

искажена, как, насколько известно автору, большинство ранее построенных моделей этого типа.

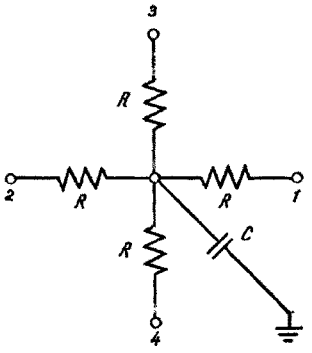
Поскольку ε и K даны для каждого рассматриваемого случая, то подходящий масштаб времени $\bar{u}_t$ находят после тщательного подбора величин $\bar{u}_x = \bar{u}_z$ и K_m, т. е. путем выбора ширины щели между пластинами и выбора вязкой жидкости с нужными характеристиками.

В заключение можно сказать, что модели Хеле-Шоу очень часто используют при изучении движения подземных вод. В настоящее время автор стро-

ит модель для осуществления проверки аналитических результатов исследования двух напорных водоносных горизонтов, один из которых перекрывает другой. К сожалению, модель обычно строят для решения одной конкретной задачи и переделка ее для других целей обходится дорого.

8.4. СЕТОЧНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИЗ СОПРОТИВЛЕНИЙ И ЕМКОСТЕЙ

Литература по сеточным электрическим моделям, построенным из сопротивлений и емкостей, обширна [25]. Об электромоделировании написано множество статей и книг. Работа Карплюса [18] дает глубокое и всеохватывающее толкование этого вопроса. Скибицке [19], Столлман [20], Уолтон



Фиг. 8.8. Узел сетки из четырех сопротивлений и одной емкости для моделирования двухмерного потока подземных вод.

и Прикет [21] использовали модель из сопротивлений и емкостей при изучении движения подземных вод. Автор [6, 17] применял такую модель для проверки своих аналитических исследований движения подземных вод в условиях перетекания.

При использовании модели из сопротивлений и емкостей решение дифференциального уравнения для модели, аналогичного дифференциальному уравнению потока подземных вод, можно получить непосредственно на осциллографе. Для моделирования свойств горных пород применяют так называемые сосредоточенные элементы электрической цепи, причем решения находят лишь для тех точек натуры, которые моделируются узловыми точками сетки, состоящей из сопротивлений и емкостей. Для моделирования процессов фильтрации к границам сетки и внутренним узловым точкам подводится нужное напряжение и подается ток определенной силы.

Сетка из сопротивлений и емкостей рассеивает электрическую энергию до некоторой степени так же, как подземные воды теряют свою энергию при движении через пористую среду. Между фильтрационным потоком и электрическим током существуют следующие аналогии: коэффициент фильтрации K — удельная проводимость, коэффициент запаса S водоносного горизонта — электрическая емкость сеточной модели, пьезометрический напор h — электрический потенциал Ф.

Аналогия между фильтрацией и электрическим током становится более очевидной при сравнении дифференциальных уравнений потока подземных вод и электрического тока сетки. Проведем конечноразностную аппроксимацию уравнения (4.51) в координатах x, y. Это уравнение для двухмерного потока имеет вид

$$\nabla^2 h = \frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t}.$$

На площадь водоносного горизонта накладываем сетку с шагом $\Delta x = \Delta y = a$, причем площадь a^2 должна быть мала по сравнению с общей площадью водоносного горизонта. Уравнение (4.51) переписываем по аналогии с уравнением (8.7):

$$\frac{h_1+h_2+h_3+h_4-4h_0}{a^2}=\frac{S}{T}\frac{\partial h_0}{\partial t}. \tag{8.37}$$

На фиг. 8.8 показан узел сетки, состоящий из четырех одинаковых сопротивлений R и одной емкости C, присоединенных к нулевой узловой точке. Кроме того, конденсатор C заземлен. В соответствии с законом Кирхгофа

$$\frac{\Phi_1-\Phi_0}{R}+\frac{\Phi_2-\Phi_0}{R}+\frac{\Phi_3-\Phi_0}{R}+\frac{\Phi_4-\Phi_0}{R}=C\frac{\partial\Phi_0}{\partial t}, \tag{8.38}$$

где Φ_0, Φ_1, Φ_2, Φ_3, Φ_4— потенциалы в узловых точках 0, 1, 2, 3, 4. Уравнения (8.37) и (8.38) подобны, если R обратно пропорционально T и если C берется пропорциональным произведению a^2S.

Масштабные коэффициенты

Для перевода гидрогеологических параметров в аналогичные электрические величины применяются масштабные коэффициенты [22], определяемые следующими соотношениями:

$$q=C_1Q^*, \tag{8.39}$$

$$h=C_2\Phi, \tag{8.40}$$

$$Q=C_3I, \tag{8.41}$$

$$t_d=C_4t_s, \tag{8.42}$$

где q — количество воды, галлоны; C_1 — масштабный коэффициент, галлон/кулон; Q^* — количество электричества, кулоны; h — пьезометрический напор, футы; C_2 — масштабный коэффициент, фут/вольт; Φ — электрический потенциал, вольты; Q — расход потока, галлон/сутки; C_3 — масштабный коэффициент, галлон/сутки/ампер; I — сила тока, амперы; t_d — время, сутки; C_4 — масштабный коэффициент, доли суток, соответствующие одной секунде; t_s — время, секунды.

Соотношение между масштабными коэффициентами C_1, C_3, C_4 находят следующим путем. По определению

$$Q=\frac{q}{t_d}. \tag{8.43}$$

Если Q, q, t_d в этом уравнении заменить на соответствующие им величины из уравнений (8.39), (8.41), (8.42) и учитывая, что $\frac{Q^*}{t_s}=1$; то

$$\frac{C_3C_4}{C_1}=1. \tag{8.44}$$

Расчет элементов электрической цепи

Величину сопротивления R определяют на основании закона Ома с помощью масштабных коэффициентов. По закону Ома

$$R\frac{\Phi}{I}, \tag{8.45}$$

где $\Phi=\frac{h}{C_2}$; $I=\frac{Q}{C_3}$. Отсюда

$$R=\frac{hC_3}{QC_2}. \tag{8.46}$$

По определению $T = \frac{Q}{h}$ [галл/сутки/фут]. Переписываем уравнение (8.46):

$$R = \frac{C_3}{C_2 T}, \tag{8.47}$$

где R выражено в омах, поскольку Ф выражено в вольтах, а I — в амперах.

Емкость C определяют исходя из закона Кулона с помощью масштабных коэффициентов. По закону Кулона

$$C = \frac{Q^*}{\Phi}, \tag{8.48}$$

где $Q^* = \frac{q}{C_1}$, $\Phi = \frac{h}{C_2}$. Отсюда

$$C = \frac{q}{h}\frac{C_2}{C_1}. \tag{8.49}$$

Поскольку величина $\frac{q}{h}$ имеет размерность L^2, ее можно заменить на произведение a^2S:

$$\left[\frac{q}{h}\right]^{\frac{\text{галл}}{\text{фут}}} \times \frac{\text{галл}}{\text{фут}} = [a^2 \cdot S]^{\text{кв. фут}} \times \text{кв. фут, или } \left[\frac{q}{h}\right]^{\frac{\text{галл}}{\text{фут}}} =$$

$$= [a^2 \cdot S]^{\text{кв. фут}} \times \frac{\text{куб. фут}}{\text{галл}} = 7{,}48\,[a^2 \cdot S]^{\text{кв. фут}}.$$

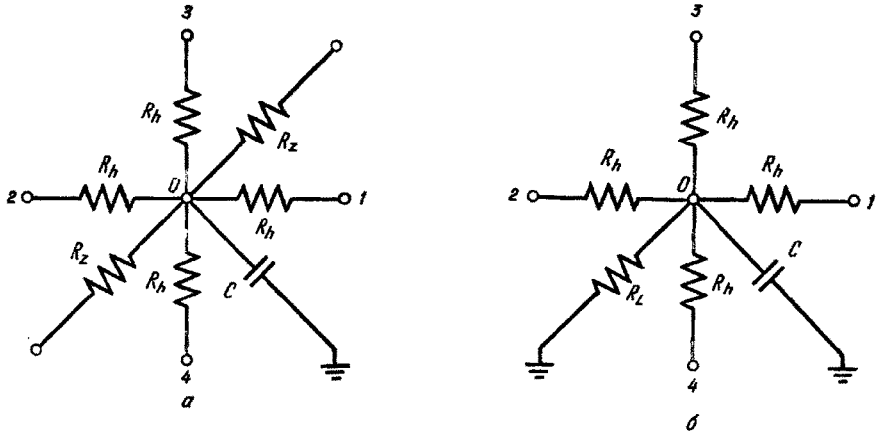
Следовательно,

$$C = 7{,}48 a^2 S \frac{C_2}{C_1}, \tag{8.50}$$

где a выражено в футах; S — безразмерный коэффициент запаса; C — емкость, фарады.

Моделирование трехмерного потока. Учет анизотропии и артезианских условий при перетекании

Сеточная модель также применима для моделирования трехмерного потока напорных подземных вод (фиг. 8.9,*а*). Анизотропность пород водо-



Фиг. 8.9.

Узлы сетки для моделирования трехмерного потока (*а*) и условий перетекания подземных вод (*б*).

носного горизонта с коэффициентами фильтрации K_x, K_y, K_z учитывают путем изменения величины сопротивлений в плоскости $x - y$ распространения водоносного горизонта и в направлении z. При размерах сетки Δx,

Δy, Δz нужные сопротивления будут

$$R_x = C_5 \frac{(\Delta x)^2}{K_x}, \quad R_y = C_5 \frac{(\Delta y)^2}{K_y}, \tag{8.51}$$

где C_5 выражено в омах на единицы длины и времени. При $\Delta x = \Delta y$ и $K_x = K_y$ сопротивления R_x и R_y равны R_h Также

$$R_z = C_5 \frac{(\Delta z)^2}{K_z}. \tag{8.52}$$

Эти формулы получают из конечноразностного уравнения, выведенного на основании уравнения (4.47) для трехмерного потока, и из обобщенного уравнения (8.38) для различных сопротивлений R_x, R_y, R_z. Емкость C в этом случае становится пропорциональной S_s [см. уравнение (4.47)].

Перетекание воды через слабопроницаемые слои в основной водоносный горизонт происходит в вертикальном направлении и пропорционально понижению уровня. Перетекание выражено дополнительным членом в уравнении Лапласа [см. уравнение (6.64)]. Этот член пропорционален неизвестному потенциалу, следовательно, его легко моделировать [18, 21] дополнительным сопротивлением, которое одним концом заземлено, а другим подсоединено к узловым точкам (сопротивление R_L на фиг. 8.9,*б*). По аналогии с уравнением (8.47) величину R_L выражают в виде

$$R_L = \frac{C_3}{C_2\left(\frac{K'}{b'}\right) a^2}, \tag{8.53}$$

где $\frac{K'}{b'}$ — коэффициент перетекания; R_L выражено в омах.

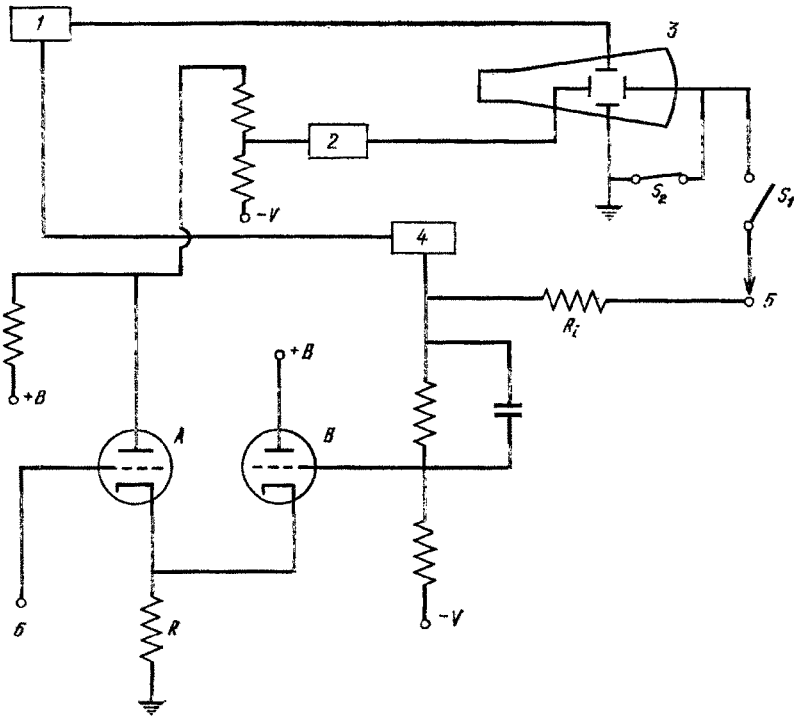
Моделирование граничных условий

Границы постоянного напора моделируют, создав в соответствующей части сетки короткое замыкание. Непроницаемые границы задаются с помощью разомкнутой цепи. Граничные условия, при которых напор вдоль границы пропорционален его нормальной производной вдоль этой границы, моделируют путем соединения сопротивлений между узловыми точками вдоль границы и землей. Границы неправильной формы задают по методу векторных объемов [18], в соответствии с которым сопротивления и емкости вблизи границы устанавливают так, чтобы они отражали аналогию между сеткой и параметрами водоносного горизонта. Если водоносный горизонт имеет бесконечную границу, ее моделируют сеткой сопротивлений, называемой граничной полосой [18]. Столлман [20] предложил способ моделирования свободной поверхности подземных вод.

Измерительное устройство сеточной модели

Устройство, подающее электрическую энергию в сетку в соответствующую временну́ю фазу и показывающее импульсы модели, состоит из генератора сигналов заданной формы (синхрогенератора), импульсного генератора и осциллографа [21] (фиг. 8.10). Изменение уровня воды в наблюдательной скважине, моделируемой узловой точкой сетки из сопротивлений и емкостей, передается на экран осциллографа. Из скважины производится откачка, математически выраженная ступенчатой функцией. Генератор пилообразных сигналов, дающий горизонтальную развертку осциллографа, подает начальный импульс на пусковую цепь — триггер типа Джордон — Экелс. Триггер посылает мощный отрицательный импульс прямоугольной формы, который через сопротивление R_i поступает в узловую точку, моделирующую откачи-

вающую скважину. Этот же импульс передается на сетку лампы B, в результате чего она запирается. До того как это произойдет, анодный ток лампы B вызывает такое большое падение напряжения в катодном сопротивлении ламп A и B, что разность напряжений между анодом и катодом лампы A становится слишком малой, чтобы в ней возник ток. Поэтому напряжение сетки лампы A, которая соединена с узловыми точками, моделирующими наблюдательные скважины, не подается к осциллографу. Если лампа B заперта, разность напряжений между анодом и катодом лампы A достаточно



Фиг. 8.10. Схема измерительного устройства сеточной модели из сопротивлений и емкостей.

1 — генератор пилообразных сигналов; *2* — усилитель постоянного тока; *3* — осциллограф; *4* — триггер; *5* — откачивающая скважина; *6* — наблюдательная скважина.

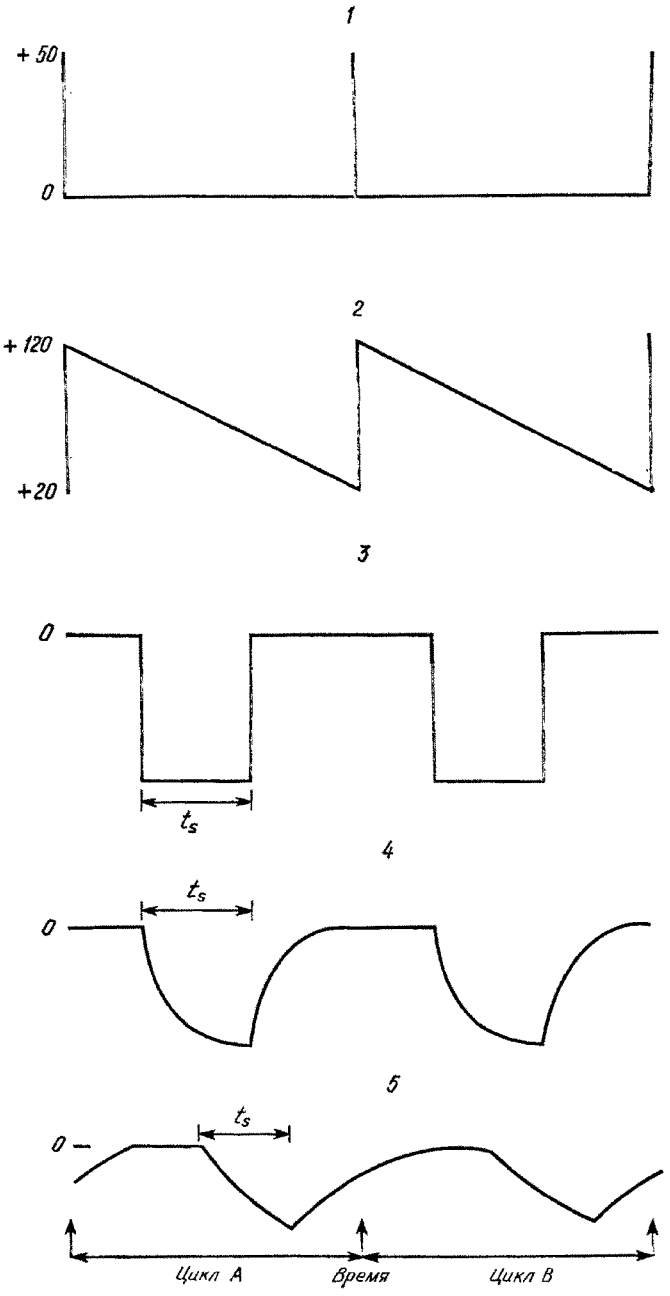
велика, чтобы вызвать ток в этой лампе и подать напряжение узловой точки, соединенной с сеткой лампы, через усилитель постоянного тока на пластины вертикального отклонения осциллографа. Когда переключатель S_2 закрыт, а S_1 открыт, подаваемое напряжение моделирует понижение уровня воды в наблюдательной скважине, вызванное резким изменением дебита ΔQ откачивающей скважины. Изменение производительности скважины ΔQ определяется при открытом переключателе S_2 и закрытом переключателе S_1 падением напряжения $\Delta\Phi$ в сопротивлении R_i. В силу уравнения (8.41)

$$\Delta Q = \frac{C_3 \Delta\Phi}{R_i}, \tag{8.54}$$

где ΔQ выражено в *галл/сутки*; $\Delta\Phi$ — в вольтах; R_i — в омах. Чтобы выразить ΔQ в *галл/мин*, переписываем уравнение (8.54) в следующем виде:

$$\Delta Q = \frac{C_3 \Delta\Phi}{1440 R_i}. \tag{8.55}$$

На фиг. 8.11 показаны изображения импульсов, отраженные на экране осциллографа в той последовательности, в какой они поступали от сетки из сопротивлений и емкостей в течение двух вычислительных циклов.



Ф и г. 8.11. Изображения импульсов на экране осциллографа сеточной модели из сопротивлений и емкостей, полученные в течение двух вычислительных циклов (по Уолтону).

1 — выходной импульс генератора сигналов заданной формы, посланный к цепи осциллографа; *2* — выходной пилообразный сигнал генератора сигналов заданной формы, посланный к импульсному генератору — триггеру; *3* — выходной сигнал импульсного генератора, посланный к узловой точке — аналогу откачивающей скважины; *4* — импульс, посланный узловой точкой модели — аналога наблюдательной скважины, расположенной вблизи откачивающей скважины; *5* — импульс, посланный узловой точкой модели — аналога наблюдательной скважины, расположенной вдали от откачивающей скважины.

Автор использовал модель, измерительное устройство которой было описано выше, учтя в своей работе прямую аналогию между дельта-функцией Дирака, применяемую в теоретическом анализе гидрогеологических задач, и импульсом прямоугольной формы, поданным на узловую точку, моделирующую откачивающую скважину. Эта модель помогла проверить сложные математические формулы, трудно поддающиеся численному решению даже при помощи быстродействующих цифровых вычислительных машин.

Стоимость и точность сеточной модели из сопротивлений и емкостей

Стоимость электрической сеточной модели и точность решений, получаемых с ее помощью, зависят от качества применяемых сопротивлений и емкостей. Элементы электрической цепи с точностью $\pm 10\%$ продаются по низкой цене. Их с успехом можно использовать при построении сетки модели — аналога гидрогеологических процессов. Уолтон и Прикет [21] считают, что общую точность решений с помощью модели можно повысить на 1—2%, если использовать прецизионные сопротивления, емкости и усовершенствованное измерительное оборудование. В настоящее время полная стоимость сеточной электрической модели из сопротивлений и емкостей составляет 1200—1500 долларов.

8.5. СЕТОЧНЫЕ МОДЕЛИ ИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Модели из электрических сопротивлений [32, 33, 50, 51] широко применяются инженерами-агротехниками и почвоведами при изучении дренажа и инфильтрации [26—31]. Моделирование этих процессов имеет свои особенности. Например, учет неоднородности и анизотропии почв имеет большое значение при моделировании натуры небольших размеров. При решении некоторых сельскохозяйственных задач приходится отличать так называемую пористость насыщения (в случае повышения уровня грунтовых вод) от пористости осушения (при понижении уровня грунтовых вод) [31]. Для моделирования изменений этих свойств среды используют сетку из переменных сопротивлений, или реостатов. При этом общее падение напряжения в сетке составляет около 10 *в* или более, но всегда ниже уровня, опасного для жизни. Переменный ток частотой 60 *гц* и напряжением 120 *в* с помощью выпрямителя преобразуется в постоянный ток напряжением около 10 *в* и подается на сетку модели. Источником тока также могут служить 6- или 12-вольтовые батареи. Потенциалы в узловых точках сетки измеряют электронным вольтметром, а силу тока в сетке — амперметром (миллиамперметром).

Граничные условия

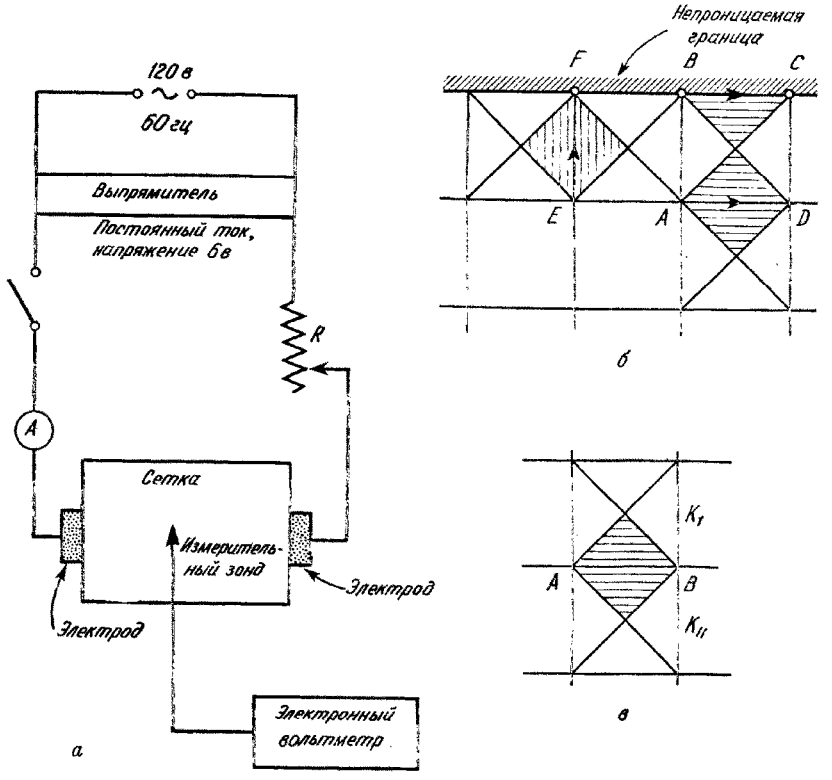
На фиг. 8.12 [26] показаны блок-схема сеточной модели из сопротивлений и схема условий вдоль непроницаемой границы. Ток, проходящий по линии AD (фиг. 8.12,*б*), относится к площади, имеющей форму равностороннего ромба, а ток, проходящий по линии BC, соответствует только площади треугольника. В этом случае на непроницаемой границе сопротивление реостатов должно быть в два раза больше сопротивления реостатов, моделирующих внутреннюю область.

Величины сопротивлений для границ между слоями с различной водопроницаемостью определяют следующим образом. Если коэффициенты фильтрации K_1 и K_2 двух различных сред (фиг. 8.12,*в*) моделируются сопротивлениями R_1 и R_2, то заштрихованным треугольникам в средах 1 и 2 будут соответствовать сопротивления $2R_1$ и $2R_2$. Сопротивление R вдоль границы

сред AB будет обратно величине среднего коэффициента фильтрации $\frac{K_1+K_2}{2}$, если R берется как сопротивление $2R_1$ и $2R_2$, соединенных параллельно:

$$R=\frac{2R_1R_2}{R_1+R_2}. \tag{8.56}$$

Линии тока можно получить, не меняя общего расположения сетки, поскольку функция тока Ψ и функция потенциала Φ связаны уравнениями



Фиг. 8.12.

а — блок-схема сеточной модели из сопротивлений (по Лютину); *б* — схема условий вдоль непроницаемой границы; *в* — моделирование границы слоев с различными коэффициентами фильтрации.

Коши — Римана (5.9)

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x}=\frac{\partial\Psi}{\partial z};\quad \frac{\partial\Phi}{\partial z}=-\frac{\partial\Psi}{\partial x}.$$

Вдоль вертикальной непроницаемой границы $\frac{\partial\Phi}{\partial x}=0$ или на основании вышеприведенных уравнений $\frac{\partial\Psi}{\partial z}=0$. Это означает, что функция тока постоянна вдоль вертикальной границы и, следовательно, данная граница представляет собой линию тока. Функцию тока моделирует электрод, к которому приложен равный потенциал. Изменение функции тока указывает на наличие эквипотенциальной поверхности в модели.

Эквипотенциальная поверхность, например поверхность грунтовых вод, параллельная оси x, означает, что $\frac{\partial\Phi}{\partial x}=0$, откуда $\frac{\partial\Psi}{\partial z}=0$, так что Ψ не меняется на уровне грунтовых вод в направлении z. Следовательно, поверхность грунтовых вод можно считать непроницаемой границей по отношению

к линиям тока (при отсутствии питания грунтовых вод и испарения с их поверхности).

На основании вышесказанного можно сделать вывод, что эквипотенциальная поверхность при моделировании гидравлического напора становится непроницаемой границей при моделировании линий тока и, наоборот, непроницаемая граница при моделировании гидравлического напора становится эквипотенциальной поверхностью при моделировании линий тока.

Поверхности высачивания, для которых численное значение напора в любой точке равно высоте этой точки над плоскостью сравнения напора, моделируют с помощью проволочных сопротивлений, в которых происходит линейное падение потенциала.

Уровень грунтовых вод, моделируемый сеткой из сопротивлений, определяют как линию тока, вдоль которой давление одинаково, причем производная гидравлического напора, нормального к свободной поверхности, равна нулю. В сетке сопротивлений положение свободной поверхности находят методом подбора. Сначала делается предположение относительно наиболее вероятной формы свободной поверхности, и граничное условие для линии тока удовлетворяется вдоль пробного положения. Линии равного напора должны быть ортогональны к свободной поверхности. Если это условие не соблюдено, то свободную поверхность перемещают до тех пор, пока изопьезы не будут перпендикулярны к ней. При этом свободную поверхность не следует путать с перемещающейся поверхностью грунтовых вод [28, 34], которую рассматривают как последовательный ряд стабильных положений.

Модели из сопротивлений также используют для изучения изменений водопроводимости неоднородных водоносных горизонтов [35, 36].

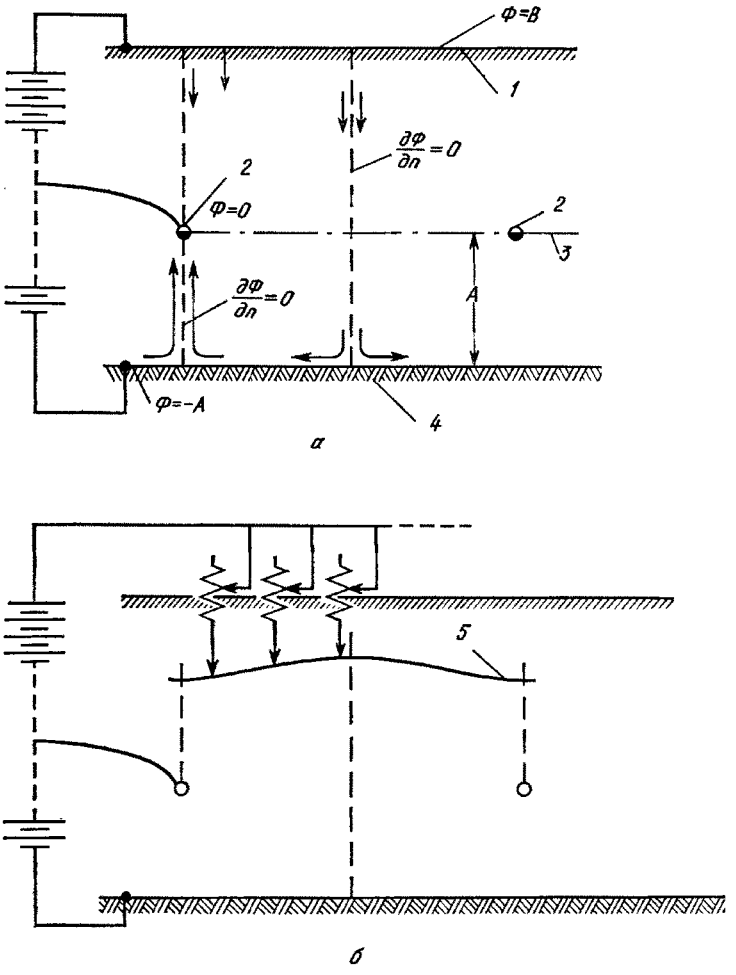
Моделирование неустановившегося движения подземных вод

С помощью сеточных моделей из сопротивлений в основном получают решения для условий установившейся фильтрации, поскольку эти модели не содержат реактивных сопротивлений (емкости и индуктивности). Любое неустановившееся движение надо рассматривать как ряд последовательных стабильных состояний, например перемещение бугров грунтовых вод [31, 52], понижение уровня грунтовых вод при дренаже гончарными трубами [28].

На фиг. 8.13 приведен пример расчета итерационным методом понижения уровня грунтовых вод при дренаже. Граничные условия поверхности грунтовых вод следующие [34]:

$$\frac{\partial z_f}{\partial t} = \frac{K}{S_y}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Phi}{\partial x}\operatorname{tg}\theta\right), \tag{8.57}$$

где S_y — удельная водоотдача; $\Phi = z + \frac{p}{\gamma}$; z_f — высота уровня грунтовых вод над водоупором, принятым за плоскость сравнения; K — коэффициент фильтрации; θ — угол наклона поверхности грунтовых вод; x, z, t — независимые переменные. По измеренным потенциалам в узловых точках сетки для области, прилегающей к поверхности грунтовых вод, вычисляют $\operatorname{tg}\theta$, $\frac{\Delta\Phi}{\Delta z}$, $\frac{\Delta\Phi}{\Delta x}$ как функцию x. При данной величине Δt значение $\Delta z_f(x)$ находят из уравнения (8.57). Второе положение поверхности грунтовых вод определяют с помощью значений $\Delta z_f(x)$. Вдоль нового положения поверхности грунтовых вод потенциал Φ должен быть пропорционален высоте над дреной. Изменяющийся потенциал вдоль поверхности грунтовых вод измеряют потенциометром. Для горизонтальной поверхности грунтовых вод $\theta = 0$.



Ф и г. 8.13. Расчет и моделирование дренажа.
а — поверхность грунтовых вод совпадает с поверхностью земли; *б* — динамический уровень грунтовых вод (по Брутсэрту).
1 — начальное положение поверхности грунтовых вод; *2* — дрена; *3* — плоскость сравнения для величин Ф; *4* — водоупор; *5* — динамический уровень грунтовых вод.

8.6. МОДЕЛИ ИЗ ЭЛЕКТРОПРОВОДНЫХ ЖИДКИХ И ТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛОВ

Распределение напряжений в листах, пластинах из электропроводного материала, сплошных проводящих средах и электролитах описывается уравнением Лапласа, поэтому из этих материалов изготавливают модели-аналоги.

Электролитические модели

Электролитическая ванна представляет собой неглубокий резервуар из непроводящего материала, заполненный электролитом слоем в несколько сантиметров. Проводящая жидкость должна обладать следующими свойствами [18]: сопротивление жидкости не должно быть реактивным; ее удельное сопротивление должно быть однородным по всей жидкости и линейным (т. е. зависимость между напряжением и током должна быть линейной); между жидкостью и электродами не должно происходить химической реак-

ции; скорость испарения электролита должна быть низкой, чтобы предотвратить изменение удельного сопротивления во времени.

На фиг. 8.14 [38] показана схема типичной электролитической модели, состоящей из ванны, электрического и электронного оборудования и чертежной доски с пантографом. Как и при моделировании на сеточных моделях, напряжение снижается до безопасного уровня, при котором также не происходит нагревания электролита. Делитель напряжения дает возможность задавать на модели различные потенциалы. С помощью измерительного зонда и осциллографа определяют потенциал в любой точке электролита. При равенстве потенциалов в точке модели, к которой прикасается измерительный зонд, и на делителе ток в осциллограф не поступает. В этот момент штифт пантографа прижимается к чертежной бумаге и оставляет на ней след. По этим следам-точкам строят линии равных потенциалов.

Теория, лежащая в основе использования электролитических моделей, разработана давно [39]. Ее применение для изучения потока подземных вод основано на тождественности дифференциальных уравнений, описывающих движение подземных вод и прохождение электрического тока через проводящие материалы [40].

Запишем закон Ома для потока электричества через проводящий материал в следующем виде:

$$\mathbf{I} = -k \operatorname{grad} V, \tag{8.58}$$

где $\mathbf{I}$ — вектор электрического тока на единицу площади; k — электропроводность материала; V — электрический потенциал. Закон Дарси для ламинарного движения жидкости через пористую среду выражается уравнением (4.24), или, используя символ $\mathbf{q}$ вместо V, этот закон можно представить в виде

$$\boldsymbol{q} = -K \operatorname{grad} h, \tag{8.59}$$

где $\mathbf{q}$ — удельный расход (скорость фильтрации); K — коэффициент фильтрации; h — напор.

Для установившегося движения в области без источников или стоков уравнение закона сохранения энергии электрического заряда требует, чтобы

$$\operatorname{div} \mathbf{I} = 0, \tag{8.60}$$

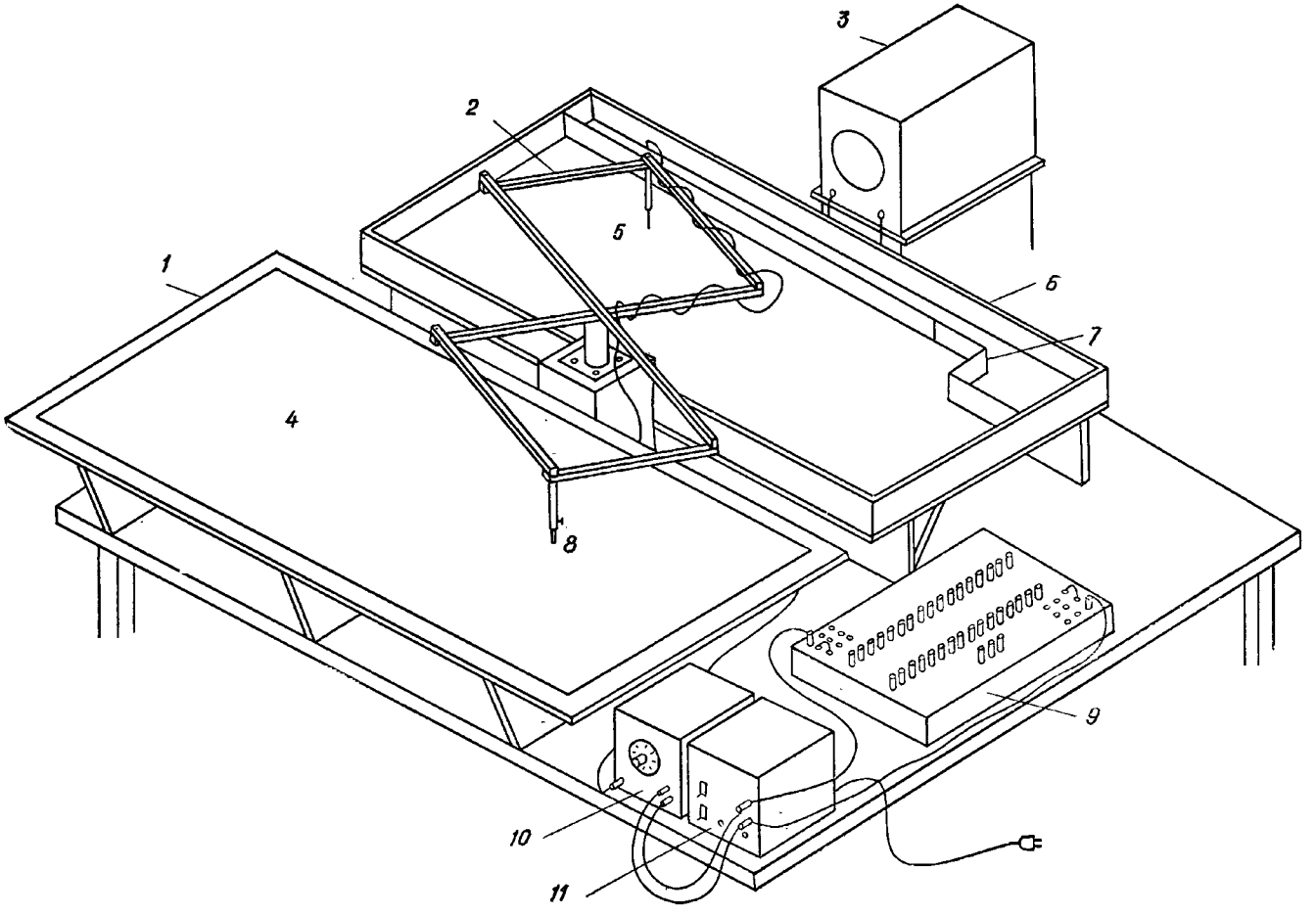
и, если k — постоянная, например для изотропного проводника, подстановка уравнения (8.58) в уравнение (8.60) дает

$$\nabla^2 V = 0. \tag{8.61}$$

Тождественность этого уравнения и уравнения (4.52) свидетельствует об аналогии между пьезометрическим напором и электрическим потенциалом, коэффициентом фильтрации и удельной проводимостью. расходом потока и силой тока.

При моделировании двухмерного (плоского) потока коэффициент фильтрации задается слоем электролита определенной глубины. Электрический потенциал не должен меняться с глубиной, поэтому в электролитической модели рекомендуется использовать несколько слоев электролита разной концентрации.

Граница постоянного напора моделируется электродом, на который подается постоянный потенциал; непроницаемые границы натуры задаются изолированными границами на модели. Когда напор или его нормальная производная изменяются вдоль границы, на соответствующей границе модели устанавливают большое количество малых электродов, изолированных друг от друга. При изменении напора вдоль границы к каждому электроду подается потенциал V, соответствующий среднему напору той части границы, которая моделируется электродом; при переменной нормальной производной напора каждый электрод устанавливают так, чтобы проходил ток I определенной силы.



Ф и г. 8.14. Схема электролитической модели (по Бэру).

1 — чертежная доска; *2* — пантограф; *3* — осциллограф; *4* — бумага; *5* — измерительный зонд; *6* — электролитическая ванна; *7* — границы; *8* — пишущий штифт; *9* — магазин сопротивлений; *10* — делитель напряжения; *11* — трансформатор.

Условия анизотропии учитывают путем преобразования масштаба, подобно описанному в разделе 5.12 [уравнение (5.31)]. Маасланд [41] вывел соотношение

$$\frac{x_r}{z_r} = \sqrt{\frac{K_z}{Kx}}, \tag{8.62}$$

где $x_r = \frac{x_m}{x_p}$ — линейный масштаб в направлении x; $z_r = \frac{z_m}{z_p}$ — линейный масштаб в направлении z; m и p обозначают соответственно величины модели и натуры; K_z и K_x — коэффициенты фильтрации натуры. Чтобы получить ранее выведенное уравнение (5.31), достаточно в уравнение (8.62) подставить $z_r = 1$.

Модели из твердых электропроводных материалов

Материал, используемый для этих моделей, должен быть однородным, изотропным и обладать большим диапазоном сопротивлений. В моделях применяются следующие виды проводящего материала: фильтровальная бумага, пропитанная коллоидным раствором графита, металлическая проволока, шелковая нить, проводящая резина, металлизированная бумага, металлические пластины и др. Наиболее часто используется бумага «теледелтос», производимая фирмой «Уэстерн юнион телеграф» [18]. Эта бумага изготовляется путем добавления к бумажной массе сажи, представляющей собой проводящий материал. Полученная таким образом электропроводная бумага покрывается с одной стороны лаком, действующим как изолятор, а с другой — слоем алюминиевой краски.

Модели из твердых электропроводных материалов описаны многими исследователями [18, 37, 43, 44].

8.7. НЕКОТОРЫЕ ДРУГИЕ МОДЕЛИ

Среди других моделей, применяемых в настоящее время, следует упомянуть грунтовые лотки — коробки, наполненные песком. К числу недостатков грунтовых лотков относится высокое капиллярное поднятие, дающее неточное представление о напоре [1, стр. 538]. Грунтовые лотки как инструмент физического моделирования широко используют в области механики грунтов и в агрономии.

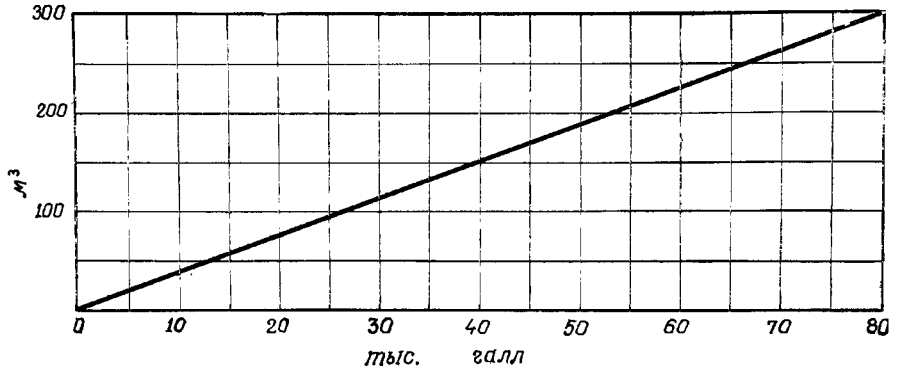
В качестве аналога, особенно при моделировании скважин [45, 46], успешно применяют упругие мембраны [47], вертикальное отклонение которых описывается уравнением Лапласа для двумерной системы.

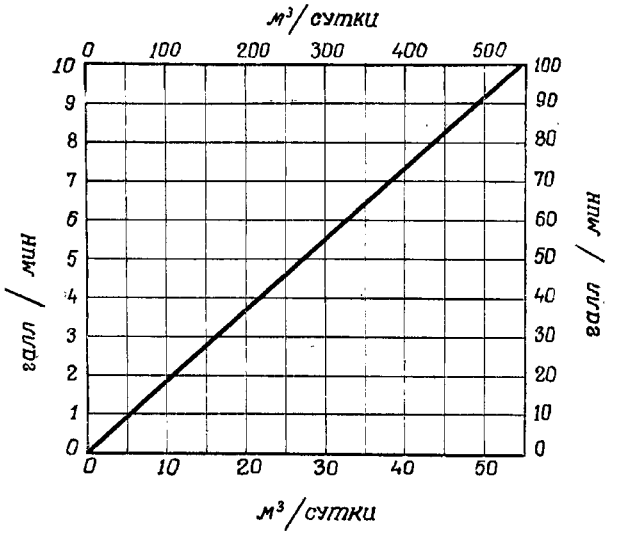
ЛИТЕРАТУРА

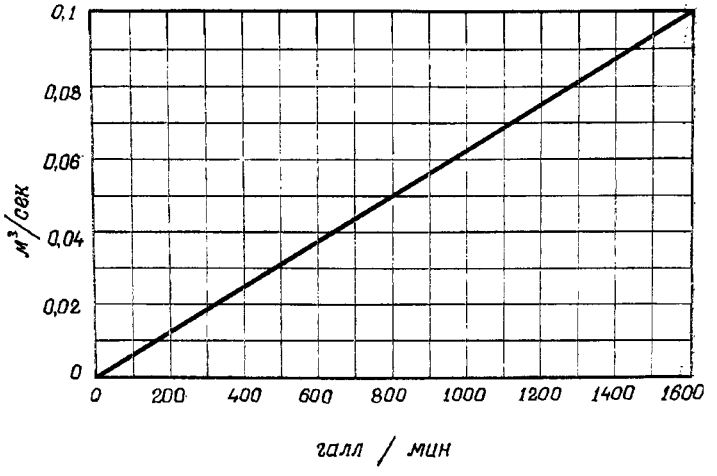
1. Полубаринова-Кочина П. Я., 1952. Теория движения грунтовых вод, М., ГТТИ.
2. Hele-Shaw H. S., 1899. Streamline motion of a viscous film, Report of the British Association for the Advancement of Science, 68th Meeting, 136.
3. Hele-Shaw H. S., 1897. Experiments on the nature of the surface resistance in pipes and on ships, Transactions Institute Naval Architects, 39, 145—156.
4. Hele-Shaw H. S., 1898. Investigation of the nature of surface resistance of water and of streamline motion under certain experimental conditions, Transactions Institute Naval Architects, 40, 21—46.
5. Dachler R., 1936. Grundwasserströmung, Springer, Wien.
6. De Wiest R. J. M., 1964. Replenishment of aquifers intersected by streams, Closure of discussion, ASCE Journal of the Hydraulics Division, September, 161—168.
7. Harr M. E., 1962. Ground-water and seepage, McGraw-Hill, New York.
8. Dietz D. N., 1941. Een modelproef ter bestudering van niet-stationaire bewegingen van grondwater, Water, 23.

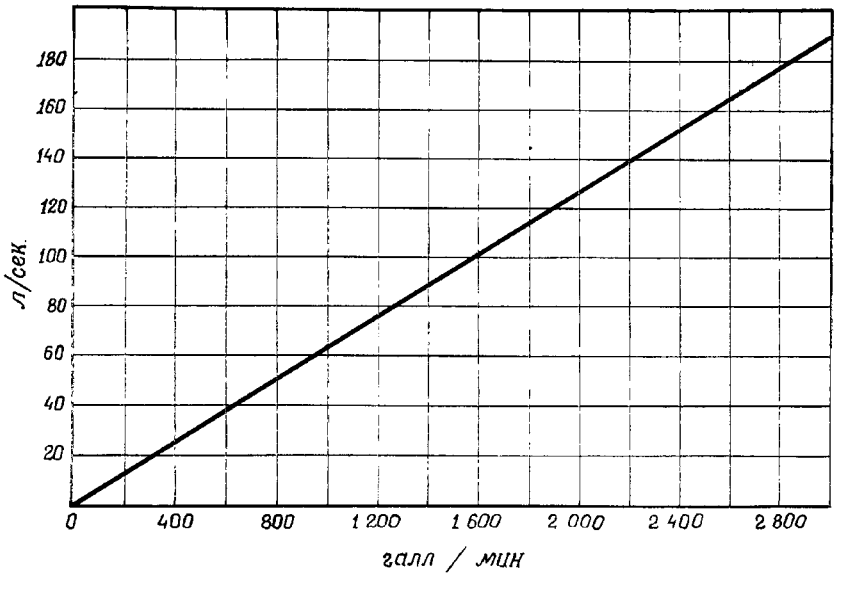
9. Gunther E., 1940. Lösung von Grundwasseraufgaben mit Hilfe der Strömung in dünnen Schichten, Wasserkraft und Wasserwirtschaft, **3**, 3, 49—55.
10. Santing G., 1951. Modele pour l'étude des problemes de l'écoulement simultané des eaux souterraines douces et salées, IASH, Assembleé Générale de Bruxelles, **2**, 184—193.
11. Santing G., 1957. A horizontal scale model, based on the viscous flow analogy, for studying ground-water flow in an aquifer having storage, IASH, General Assembly of Toronto, 105—114.
12. Todd D. K., 1954. Unsteady flow in porous media by means of a Hele-Shaw viscous fluid model, Transactions American Geophysical Union, **35**, 6, 905.
13. De Wiest R. J. M., 1962. Free surface flow in homogeneous porous medium, ASCE Transactions, **127**, chapter I, 1045—1089.
14. Sternberg Y., Scott V., 1963. The Hele-Shaw model as a tool in ground-water research, NWWA Conference, San Francisco, September 1963.
15. Аравин В. И., 1938. Основные вопросы экспериментального исследования движения грунтовых вод в щелевом лотке, Изв. НИИГ, **23**.
16. Santing G., 1958. Recente ontwikkelingen op bet gebied van de spleet-modellen voor het onderzoek van grondwaterstromingen, Water, 15.
17. De Wiest R. J. M., 1963. Replenishment of aquifers intersected by streams, ASCE Journal of the Hydraulics Division, November, 165—191.
18. Karplus W. J., 1958. Analog simulation, McGraw-Hill, New York (см. русский перевод: Карплюс У., Моделирующие устройства для решения задач теории поля, ИЛ, М., 1962).
19. Skibitzke H. E., 1961. Electronic computers as an aid to the analysis of hydrologic problems, IASH publication 52.
20. Stallman R. W., 1963. Electric analog of threedimensional flow to wells and its application to unconfined aquifers, U. S. Geological Survey Water-Supply Paper 1536-H, 205—242.
21. Walton W. C., Prickett T. A., 1963. Hydrogeologic electric analog computers, ASCE Journal of Hydraulics Division, November, 67—91.
22. Bermes B. J., 1960. An electric analog method for use in quantitative studies, U. S. Geological Survey, неопубл. доклад.
23. Todd D. K., 1959. Ground water hydrology, Wiley, New York.
24. Irmay S., 1964. Theoretical models of flow through porous media, RILEM Symposium on the Transfer of Water in Porous Media, Paris, April 7—10, 1964.
25. Johnson A. I., 1963. Selected references on analog models for hydrologic studies, Proceedings of the Symposium on Transient Ground-Water Hydraulics, Appendix F, Colorado State University, July 25—27, 1963.
26. Luthin J. N., 1953. An electrical resistance network solving drainage problems, Soil Science, **75**, 259—274.
27. Worstell R. V., Luthin J. N., 1959. A resistance network analog for studying seepage problems, Soil Science, **88**, 267—269.
28. Brutsaert W., Taylor G. S., Luthin J. N., 1961. Predicted and experimental water table drawdown during tile drainage, Hilgardia, **31**, November, 389—418.
29. Bouwer H., 1960. A study of final infiltration rates from cylinder infiltrometers and irrigation furrows with an electrical resistance network, Transactions International Society Soil Science, 7th Congress, Madison, Wisc., **1**.
30. Bouwer H., Little W. C., 1959. A unifying numerical solution for two-dimensional steady flow problems in porous media with an electrical resistance network, Proceedings Soil Science Society of America, **23**, 91.
31. Bouwer H., 1962. Analyzing ground-water mounds by resistance network, ASCE Journal of the Irrigation and Drainage Division, September, 15—36.
32. Liebmann G., 1950. Solution of partial differential equations with a resistance network analogue, British Journal of Applied Physics, **1**, 92—103.
33. Liebmann G., 1954. Resistance network analogues with unequal meshes or subdivided meshes, British Journal of Applied Physics, 5, 362—366.
34. Kirkham D., Gaskell R. E., 1950. Falling water table in tile and ditch drainage, Proceedings Soil Science Society of America, **15**, 37—42.
35. Stallman R. W., 1963. Calculation of resistance and error in an electric analog of steady flow through nonhomogeneous aquifers, U. S. Geological Survey Water-Supply Paper 1544-G, 1—20.
36. Sammel E. A., 1963. Evaluation of numerical-analysis methods for determining variations in transmissivity, International Association of Scientific Hydrology, publication 64, 239—251.
37. Van Everdingen R. O., Bhattacharya B. K., 1963. Data for groundwater model studies, Geological Survey of Canada Paper 63—12.
38. Todd D. K., Bear J., 1959. River seepage investigation, Water Resources Center Countribution 20, University of California, Berkeley.
39. Muskat M., 1937. The flow of homogeneous fluids through porous media, McGraw-Hill, New York (см. русский перевод: Маскет М., Течение однородных жидкостей в пористой среде, Гостоптехиздат, М., 1949).

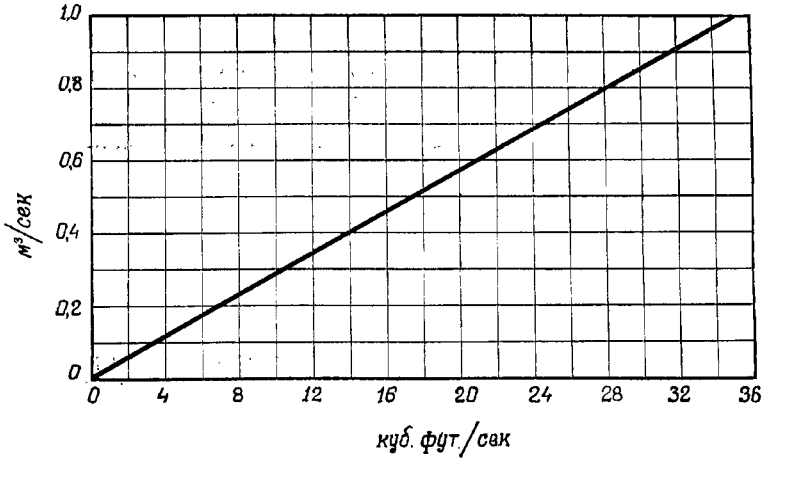
ГРАФИКИ ПЕРЕВОДА НЕКОТОРЫХ АНГЛИЙСКИХ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ В МЕТРИЧЕСКИЕ И НАОБОРОТ



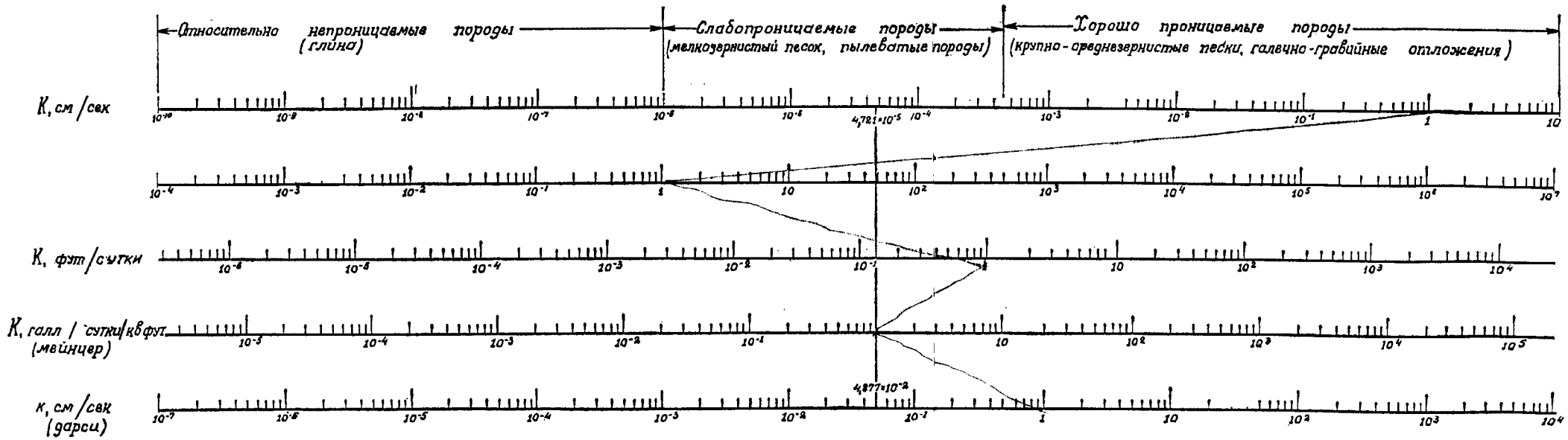






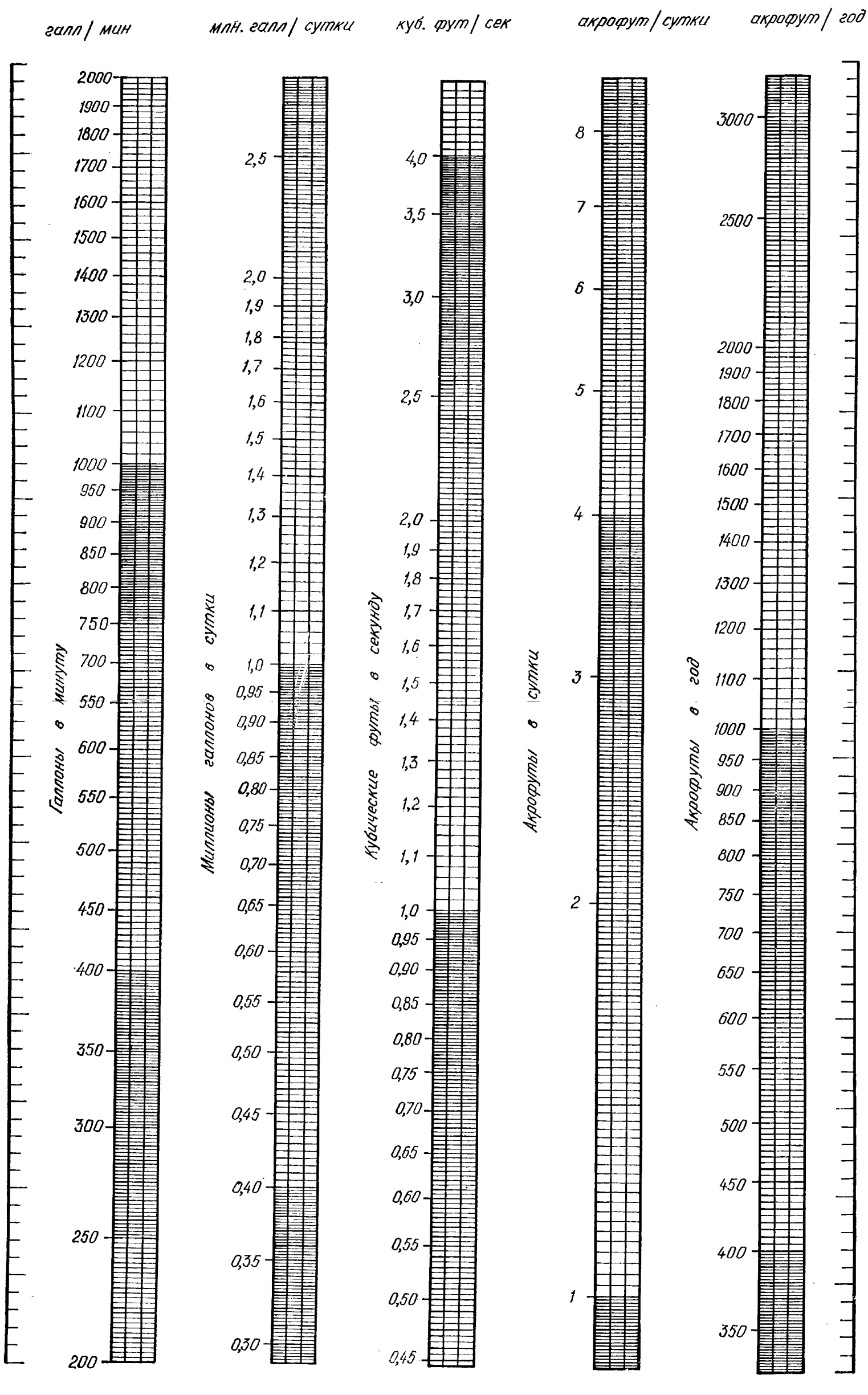


Соотношение между коэффициентами фильтрации K и проницаемости k^1



[1] Для движения воды при 60°F.

Номограмма для пересчета английских мер расхода воды



40. Malavard L. C., 1956. The use of rheoelectrical analogies in aerodynamics, Agardograph 18, NATO Advisory Group for Aeronautical Research and Development, Paris.
41. Maasland M., 1957. Soil anisotropy and land drainage, в книге: Drainage of agricultural lands, edited by J. N. Luthin, American Society of Agronomy, Madison, Wisc., 216—285.
42. Todd D. K., Bear J., 1961. Seepage through layered anisotropic porous media, ASCE Journal of the Hydraulics Division, May, 31—57.
43. Childs E. C., 1943—1951. The water table, equipotentials, and streamlines in drained land, Soil Science, **56**, 317—330 (1943); **59**, 313—327 (1945); **59**, 405—415 (1945); **62**, 183—192 (1946); **63**, 361—376 (1947); **71**, 233—237 (1951).
44. Childs E. C., 1950. The equilibrium of rain-fed ground water resting on deeper saline water; The Ghyben — Herzberg lens, Journal of Soil Science, **1**, 2, 173—181.
45. Hansen V. E., 1952. Complicated well problems solved by the membrane analogy, Transactions American Geophysical Union, **33**, 6, 912—916.
46. Zee Chong-Hung, Peterson D. F., Bock R. O., 1957. Flow into a well by electric and membrane analogy, ASCE Transactions, **122**, 1088—1112.
47. Josselin de Jong G., 1961. Moiré patterns of the membrane analogy for groundwater movement applied to multiple fluid flow, Journal of Geophysical Research, **66**, 3625—3628.
48. Bear J., 1960. Scales of viscous analogy models for ground water studies, ASCE Journal of the Hydraulics Division, February, 11—23.
49. Naor L., Bear J., 1963. Model investigations of coastal ground-water interception, Tahal, Tel-Aviv, Israel.
50. Josselin de Jong G., E 1962. Electrische analogie modellen voor het oplossen van geo-hydrologische problemen, Water, **46**, 43—45.
51. Josselin de Jong G., 1962. Een eenvoudige methode voor het nabootsen van een oneindig potentiaalveld, Water, **46**, 185—186.
52. Bouwer H., Van Schilfgaarde J., 1963. Simplified method of predicting fall of water table in drained land, Transactions American Society Agricultural Engineers, **6**, 288—296.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Обоснование метода Хантуша

Теоретический график зависимости понижения уровня s от времени t в полулогарифмическом масштабе (фиг. 6.24, уравнение 6.67) имеет следующие свойства:

а. Уклон m кривой в любой точке есть

$$m = \frac{\Delta s}{\Delta \lg t} = 2{,}3 \frac{Q}{4\pi T} e^{-u - \frac{r^2}{4B^2 u}}. \qquad (A.1)$$

Это уравнение получают в результате дифференцирования уравнения (6.67) по $\lg t$:

$$\frac{\Delta s}{\Delta \lg t} = 2{,}3 \frac{\frac{\Delta s}{\Delta t}}{\Delta \ln \frac{t}{\Delta t}} = 2{,}3t \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

и применения правила Лейбница для дифференцирования интеграла:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \left[-\frac{1}{u} e^{-u - \frac{r^2}{4B^2 u}} \frac{r^2 S}{4T} \left(-\frac{1}{t^2} \right) \right] \frac{Q}{4\pi T} = \frac{Q}{4\pi T} \frac{1}{t} e^{-u - \frac{r^2}{4B^2 u}}.$$

б. Кривая имеет точку перегиба, в которой соблюдается следующее соотношение:

$$u_i = \frac{r^2 S}{4T t_i} = \frac{r}{2B}. \qquad (A.2)$$

Это соотношение получают путем приравнивания к нулю второй производной s по $\lg t$ и решения для u:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial (\lg t)^2} = \frac{\partial}{\partial \lg t} \frac{\partial s}{\partial \lg t} = 2{,}3t \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial s}{\partial \lg t} =$$

$$= 4{,}6 \frac{tQ}{4\pi T} \frac{\partial}{\partial t} e^{-u - \frac{r^2}{4B^2 u}} = 4{,}6 \frac{tQ}{4\pi T} e^{-u - \frac{r^2}{4B^2 u}} \left(-\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{r^2}{4B^2 u^2} \frac{\partial u}{\partial t} \right).$$

Соотношение $\frac{\partial^2 s}{\partial (\lg t)^2} = 0$ требует, чтобы $\frac{r^2}{4B^2 u^2} - 1 = 0$ или $u_i = \frac{r}{2B}$, и $u_i = \frac{r^2 S}{2B}$ по определению).

в. При $u_i = \frac{r}{2B}$ уклон m_i в точке перегиба (на основании пункта а)

$$m_i = 2{,}3 \frac{Q}{4\pi T} e^{-\frac{r}{B}}. \qquad (A.3)$$

г. Допустим, что

$$s_i = \frac{1}{2} s_{\max} = \frac{Q}{4\pi T} K_0 \left(\frac{r}{B} \right). \qquad (A.4)$$

Прямое доказательство данных положений приводится Полубариновой-Кочиной в ее книге «Теория движения грунтовых вод».

д. Отношение между понижением уровня и уклоном кривой в точке перегиба есть

$$\frac{2{,}3 s_i}{m_i} = e^{\frac{r}{B}} K_0 \left(\frac{r}{B} \right).$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Таблица Б.1

Значения функций e^x, $K_0(x)$, $e^xK_0(x)$ $-Ei(-x)$, $-Ei(-x)e^x$

x	e^x	$K_0(x)$	$e^xK_0(x)$	$-Ei(-x)$	$-Ei(-x)e^x$	x	e^x	$K_0(x)$	$e^xK_0(x)$	$-Ei(-x)$	$-Ei(-x)e^x$	x	e^x	$K_0(x)$	$e^xK_0(x)$	$-Ei(-x)$	$-Ei(-x)e^x$
0,010	1,0101	4,7212	4,7687	4,0379	4,0787	0,084	1,0876	2,5992	2,8270	1,9820	2,1557	0,68	1,9739	0,6820	1,3461	0,3883	0,7665
0,011	1,0111	4,6260	4,6771	3,9436	3,9874	0,085	1,0887	2,5875	2,8171	1,9711	2,1460	0,69	1,9937	0,6711	1,3380	0,3810	0,7596
0,012	1,0121	4,5390	4,5938	3,8576	3,9044	0,086	1,0898	2,5759	2,8073	1,9604	2,1364	0,70	2,0138	0,6605	1,3301	0,3738	0,7528
0,013	1,0131	4,4590	4,5173	3,7785	3,8282	0,087	1,0909	2,5645	2,7976	1,9498	2,1270	0,71	2,0340	0,6501	1,3223	0,3668	0,7461
0,014	1,0141	4,3849	4,4467	3,7054	3,7578	0,088	1,0920	2,5532	2,7881	1,9393	2,1176	0,72	2,0544	0,6399	1,3147	0,3599	0,7394
0,015	1,0151	4,3159	4,3812	3,6374	3,6925	0,089	1,0931	2,5421	2,7787	1,9290	2,1086	0,73	2,0751	0,6300	1,3072	0,3532	0,7329
0,016	1,0161	4,2514	4,3200	3,5739	3,6317	0,090	1,0942	2,5310	2,7694	1,9187	2,0994	0,74	2,0959	0,6202	1,2998	0,3467	0,7266
0,017	1,0171	4,1908	4,2627	3,5143	3,5746	0,091	1,0953	2,5201	2,7602	1,9087	2,0906	0,75	2,1170	0,6106	1,2926	0,3403	0,7204
0,018	1,0182	4,1337	4,2088	3,4581	3,5209	0,092	1,0964	2,5093	2,7511	1,8987	2,0818	0,76	2,1383	0,6012	1,2855	0,3341	0,7144
0,019	1,0192	4,0797	4,1580	3,4050	3,4705	0,093	1,0975	2,4986	2,7421	1,8888	2,0729	0,77	2,1598	0,5920	1,2785	0,3280	0,7084
0,020	1,0202	4,0285	4,1098	3,3547	3,4225	0,094	1,0986	2,4881	2,7333	1,8791	2,0643	0,78	2,1815	0,5829	1,2716	0,3221	0,7027
0,021	1,0212	3,9797	4,0642	3,3069	3,3771	0,095	1,0997	2,4776	2,7246	1,8695	2,0558	0,79	2,2034	0,5740	1,2649	0,3163	0,6969
0,022	1,0222	3,9332	4,0207	3,2614	3,3340	0,096	1,1008	2,4673	2,7159	1,8599	2,0473	0,80	2,2255	0,5653	1,2582	0,3106	0,6912
0,023	1,0233	3,8888	3,9793	3,2179	3,2927	0,097	1,1019	2,4571	2,7074	1,8505	2,0390	0,81	2,2479	0,5568	1,2517	0,3050	0,6856
0,024	1,0243	3,8463	3,9398	3,1763	3,2535	0,098	1,1030	2,4470	2,6989	1,8412	2,0307	0,82	2,2705	0,5484	1,2452	0,2996	0,6802
0,025	1,0253	3,8056	3,9019	3,1365	3,2159	0,099	1,1041	2,4370	2,6906	1,8320	2,0227	0,83	2,2933	0,5402	1,2389	0,2943	0,6749
0,026	1,0263	3,7664	3,8656	3,0983	3,1799	0,10	1,1052	2,4271	2,6823	1,8229	2,0147	0,84	2,3164	0,5321	1,2326	0,2891	0,6697
0,027	1,0274	3,7287	3,8307	3,0615	3,1452	0,11	1,1163	2,3333	2,6046	1,7371	1,9391	0,85	2,3397	0,5242	1,2265	0,2840	0,6644
0,028	1,0284	3,6924	3,7972	3,0261	3,1119	0,12	1,1275	2,2479	2,5345	1,6595	1,8711	0,86	2,3632	0,5165	1,2205	0,2790	0,6593
0,029	1,0294	3,6574	3,7650	2,9920	3,0800	0,13	1,1388	2,1695	2,4707	1,5889	1,8094	0,87	2,3869	0,5088	1,2145	0,2742	0,6545
0,030	1,0305	3,6235	3,7339	2,9591	3,0494	0,14	1,1503	2,0972	2,4123	1,5241	1,7532	0,88	2,4109	0,5013	1,2086	0,2694	0,6495
0,031	1,0315	3,5908	3,7039	2,9273	3,0196	0,15	1,1618	2,0300	2,3585	1,4645	1,7015	0,89	2,4351	0,4940	1,2029	0,2647	0,6446
0,032	1,0325	3,5591	3,6749	2,8965	2,9908	0,16	1,1735	1,9674	2,3088	1,4092	1,6537	0,90	2,4596	0,4867	1,1972	0,2602	0,6400
0,033	1,0336	3,5284	3,6468	2,8668	2,9631	0,17	1,1853	1,9088	2,2625	1,3578	1,6094	0,91	2,4843	0,4796	1,1916	0,2557	0,6352
0,034	1,0346	3,4986	3,6196	2,8379	2,9362	0,18	1,1972	1,8537	2,2193	1,3098	1,5681	0,92	2,5093	0,4727	1,1860	0,2513	0,6306
0,035	1,0356	3,4697	3,5933	2,8099	2,9101	0,19	1,2093	1,8018	2,1788	1,2649	1,5295	0,93	2,5345	0,4658	1,1806	0,2470	0,6260
0,036	1,0367	3,4416	3,5678	2,7827	2,8848	0,20	1,2214	1,7527	2,1408	1,2227	1,4934	0,94	2,5600	0,4591	1,1752	0,2429	0,6218
0,037	1,0377	3,4143	3,5430	2,7563	2,8603	0,21	1,2337	1,7062	2,1049	1,1829	1,4593	0,95	2,5857	0,4524	1,1699	0,2387	0,6172
0,038	1,0387	3,3877	3,5189	2,7306	2,8364	0,22	1,2461	1,6620	2,0710	1,1454	1,4273	0,96	2,6117	0,4459	1,1647	0,2347	0,6130
0,039	1,0398	3,3618	3,4955	2,7056	2,8133	0,23	1,2586	1,6199	2,0389	1,1099	1,3969	0,97	2,6379	0,4396	1,1595	0,2308	0,6088
0,040	1,0408	3,3365	3,4727	2,6813	2,7907	0,24	1,2713	1,5798	2,0084	1,0762	1,3681	0,98	2,6645	0,4333	1,1544	0,2269	0,6046
0,041	1,0419	3,3119	3,4505	2,6576	2,7688	0,25	1,2840	1,5415	1,9793	1,0443	1,3409	0,99	2,6912	0,4271	1,1494	0,2231	0,6004
0,042	1,0429	3,2879	3,4289	2,6344	2,7474	0,26	1,2969	1,5048	1,9517	1,0139	1,3149	1,0	2,7183	0,4210	1,1445	0,2194	0,5964

0,043	1,0439	3,2645	3,4079	2,6119	2,7267	0,27	1,3100	1,4697	1,9253	0,9849	1,2902	1,1	3,0042	0,3656	1,0983	0,1860	0,5588
0,044	1,0450	3,2415	3,3874	2,5899	2,7064	0,28	1,3231	1,4360	1,9000	0,9573	1,2666	1,2	2,3201	0,3185	1,0575	0,1584	0,5259
0,045	1,0460	3,2192	3,3673	2,5684	2,6866	0,29	1,3364	1,4036	1,8758	0,9309	1,2441	1,3	3,6693	0,2782	1,0210	0,1355	0,4972
0,046	1,0471	3,1973	3,3478	2,5474	2,6672	0,30	1,3499	1,3725	1,8526	0,9057	1,2226	1,4	4,0552	0,2437	0,9881	0,1162	0,4712
0,047	1,0481	3,1758	3,3287	2,5268	2,6483	0,31	1,3634	1,3425	1,8304	0,8815	1,2018	1,5	4,4817	0,2138	0,9582	0,1000	0,4482
0,048	1,0492	3,1549	3,3100	2,5068	2,6300	0,32	1,3771	1,3136	1,8089	0,8583	1,1820	1,6	4,9530	0,1880	0,9309	0,0863	0,4275
0,049	1,0502	3,1343	3,2918	2,4871	2,6120	0,33	1,3910	1,2857	1,7883	0,8361	1,1630	1,7	5,4739	0,1655	0,9059	0,0747	0,4086
0,050	1,0513	3,1142	3,2739	2,4679	2,5945	0,34	1,4050	1,2587	1,7685	0,8147	1,1446	1,8	6,0496	0,1459	0,8828	0,0647	0,3915
0,051	1,0523	3,0945	3,2564	2,4491	2,5773	0,35	1,4191	1,2327	1,7493	0,7942	1,1270	1,9	6,6859	0,1288	0,8614	0,0562	0,3758
0,052	1,0534	3,0752	3,2393	2,4304	2,5606	0,36	1,4333	1,2075	1,7308	0,7745	1,1101	2,0	7,3891	0,1139	0,8416	0,0489	0,3613
0,053	1,0544	3,0562	3,2226	2,4126	2,5440	0,37	1,4477	1,1832	1,7129	0,7554	1,0936	2,1	8,1662	0,1008	0,8230	0,0426	0,3480
0,054	1,0555	3,0376	3,2062	2,3948	2,5278	0,38	1,4623	1,1596	1,6956	0,7371	1,0779	2,2	9,0250	0,0893	0,8057	0,0372	0,3356
0,055	1,0565	3,0194	3,1901	2,3775	2,5120	0,39	1,4770	1,1367	1,6789	0,7194	1,0626	2,3	9,9742	0,0791	0,7894	0,0325	0,3242
0,056	1,0576	3,0015	3,1744	2,3604	2,4964	0,40	1,4918	1,1145	1,6627	0,7024	1,0478	2,4	11,0232	0,0702	0,7740	0,0284	0,3135
0,057	1,0587	2,9839	3,1589	2,3437	2,4811	0,41	1,5068	1,0930	1,6470	0,6859	1,0335	2,5	12,1825	0,0623	0,7596	0,0249	0,3035
0,058	1,0597	2,9666	3,1437	2,3273	2,4663	0,42	1,5220	1,0721	1,6317	0,6700	1,0197	2,6	13,4637	0,0554	0,7459	0,0219	0,2942
0,059	1,0608	2,9496	3,1288	2,3111	2,4516	0,43	1,5373	1,0518	1,6169	0,6546	1,0063	2,7	14,8797	0,0493	0,7329	0,0192	0,2854
0,060	1,0618	2,9329	3,1142	2,2953	2,4371	0,44	1,5527	1,0321	1,6025	0,6397	0,9933	2,8	16,4446	0,0438	0,7206	0,0169	0,2773
0,061	1,0629	2,9165	3,0999	2,2797	2,4230	0,45	1,5683	1,0129	1,5886	0,6253	0,9807	2,9	18,1742	0,0390	0,7089	0,0148	0,2693
0,062	1,0640	2,9003	3,0858	2,2645	2,4092	0,46	1,5841	0,9943	1,5750	0,6114	0,9685	3,0	20,0855	0,0347	0,6978	0,0131	0,2621
0,063	1,0650	2,8844	3,0719	2,2494	2,3956	0,47	1,6000	0,9761	1,5671	0,5979	0,9566	3,1	22,1980	0,0310	0,6871	0,0115	0,2551
0,064	1,0661	2,8688	3,0584	2,2346	2,3822	0,48	1,6161	0,9584	1,5489	0,5848	0,9451	3,2	24,5325	0,0276	0,6770	0,0101	0,2485
0,065	1,0672	2,8534	3,0450	2,2201	2,3691	0,49	1,6323	0,9412	1,5363	0,5721	0,9338	3,3	27,1126	0,0246	0,6673	0,0089	0,2424
0,066	1,0628	2,8382	3,0319	2,2058	2,3562	0,50	1,6487	0,9244	1,5241	0,5598	0,9229	3,4	29,9641	0,0220	0,6580	0,0079	0,2365
0,067	1,0693	2,8233	3,0189	2,1917	2,3434	0,51	1,6653	0,9081	1,5122	0,5478	0,9123	3,5	33,1155	0,0196	0,6490	0,0070	0,2308
0,068	1,0704	2,8086	3,0062	2,1779	2,3310	0,52	1,6820	0,8921	1,5006	0,5362	0,9019	3,6	36,5982	0,0175	0,6405	0,0062	0,2254
0,069	1,0714	2,7941	2,9937	2,1643	2,3188	0,53	1,6989	0,8766	1,4892	0,5250	0,8919	3,7	40,4473	0,0156	0,6322	0,0055	0,2204
0,070	1,0725	2,7798	2,9814	2,1508	2,3067	0,54	1,7160	0,8614	1,4781	0,5140	0,8820	3,8	44,7012	0,0140	0,6243	0,0048	0,2155
0,071	1,0736	2,7657	2,9693	2,1376	2,2949	0,55	1,7333	0,8466	1,4673	0,5034	0,8725	3,9	49,4025	0,0125	0,6166	0,0043	0,2108
0,072	1,0747	2,7519	2,9573	2,1246	2,2832	0,56	1,7507	0,8321	1,4567	0,4930	0,8631	4,0	54,5982	0,0112	0,6093	0,0038	0,2063
0,073	1,0757	2,7382	2,9455	2,1118	2,2717	0,57	1,7683	0,8180	1,4664	0,4830	0,8541	4,1	60,3403	0,0100	0,6022	0,0033	0,2021
0,074	1,0768	2,7247	2,9340	2,0991	2,2603	0,58	1,7860	0,8042	1,4363	0,4732	0,8451	4,2	66,6863	0,0089	0,5953	0,0030	0,1980
0,075	1,0779	2,7114	2,9226	2,0867	2,2492	0,59	1,8040	0,7907	1,4264	0,4637	0,8365	4,3	73,6998	0,0080	0,5887	0,0026	0,1941
0,076	1,0790	2,6983	2,9113	2,0744	2,2381	0,60	1,8221	0,7775	1,4167	0,4544	0,8280	4,4	81,4509	0,0071	0,5823	0,0023	0,1903
0,077	1,0800	2,6853	2,9002	2,0623	2,2273	0,61	1,8404	0,7646	1,4073	0,4454	0,8179	4,5	90,0171	0,0064	0,6761	0,0021	0,1866
0,078	1,0811	2,6726	2,8894	2,0503	2,2165	0,62	1,8589	0,7520	1,3980	0,4366	0,8116	4,6	99,4843	0,0057	0,5701	0,0018	0,1832
0,079	1,0822	2,6599	2,8786	2,0386	2,2062	0,63	1,8776	0,7397	1,3889	0,4280	0,8036	4,7	109,9472	0,0051	0,5643	0,0016	0,1798
0,080	1,0833	2,6475	2,8680	2,0269	2,1957	0,64	1,8965	0,7277	1,3800	0,4197	0,7960	4,8	121,5104	0,0046	0,5586	0,0014	0,1766
0,081	1,0844	2,6352	2,8575	2,0155	2,1856	0,65	1,9155	0,7159	1,3713	0,4115	0,7882	4,9	134,2898	0,0041	0,5531	0,0013	0,1734
0,082	1,0855	2,6231	2,8472	2,0042	2,1754	0,66	1,9348	0,7043	1,3627	0,4036	0,7809	5,0	148,4132	0,0037	0,5478	0,0011	0,1704
0,083	1,0865	2,6111	2,8370	1,9930	2,1655	0,67	1,9542	0,6930	1,3543	0,3959	0,7737						

Значение функции $W\left(u, \frac{r}{B}\right) = \int_u^\infty \frac{1}{y} \exp\left(-y - \frac{r^2}{4B^2 y}\right) dy$

u \ $\frac{r}{B}$	0	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	0,015	0,020	0,025
0	∞	14,0474	12,6611	11,8502	11,2748	10,8286	10,4640	10,1557	9,8887	9,6532	9,4425	8,6319	8,0569	7,6111
0,000001	13,2383	13,0031	12,4417	11,8153	11,2711	10,8283	10,4640	10,1557	9,8887					
0,000002	12,5451	12,4240	12,1013	11,6716	11,2259	10,8174	10,4619	10,1554	9,8886	9,6532				
0,000003	12,1397	12,0581	11,8322	11,5098	11,1462	10,7849	10,4509	10,1523	9,8879	9,6530	9,4425			
0,000004	11,8520	11,7905	11,6168	11,3597	11,0555	10,7374	10,4291	10,1436	9,8849	9,6521	9,4422			
0,000005	11,6289	11,5795	11,4384	11,2248	10,9642	10,6822	10,3993	10,1290	9,8786	9,6496	9,4413			
0,000006	11,4465	11,4503	11,2866	11,1040	10,8764	10,6240	10,3640	10,1094	9,8686	9,6450	9,4394			
0,000007	11,2924	11,2570	11,1545	10,9951	10,7933	10,5652	10,3255	10,0862	9,8555	9,6382	9,4361	8,6319		
0,000008	11,1589	11,1279	11,0377	10,8962	10,7151	10,5072	10,2854	10,0602	9,8398	9,6292	9,4313	8,6318		
0,000009	11,0411	11,0135	10,9330	10,8059	10,6416	10,4508	10,2446	10,0324	9,8219	9,6182	9,4251	8,6316		
0,00001	10,9357	10,9109	10,8382	10,7228	10,5725	10,3963	10,2038	10,0034	9,8024	9,6059	9,4176	8,6313	8,0569	
0,00002	10,2426	10,2301	10,1932	10,1332	10,0522	9,9530	9,8386	9,7126	9,5781	9,4383	9,2961	8,6152	8,0558	7,6111
0,00003	9,8371	9,8288	9,8041	9,7635	9,7081	9,6392	9,5583	9,4671	9,3674	9,2611	9,1499	8,5737	8,0483	7,6101
0,00004	9,5495	9,5432	9,5246	9,4940	9,4520	9,3992	9,3366	9,2653	9,1863	9,1009	9,0102	8,5168	8,0320	7,6069
0,00005	9,3263	9,3213	9,3064	9,2818	9,2480	9,2052	9,1542	9,0957	9,0304	9,9591	8,8227	8,4533	8,0080	7,6000
0,00006	9,1440	9,1398	9,1274	9,1069	9,0785	9,0426	8,9996	8,9500	8,8943	8,8332	8,7673	8,3880	7,9786	7,5894
0,00007	8,9899	8,9863	8,9756	8,9580	8,9336	8,9027	8,8654	8,8224	8,7739	8,7204	8,6625	8,3233	7,9456	7,5754
0,00008	8,8563	8,8532	8,8439	8,8284	8,8070	8,7798	8,7470	8,7090	8,6661	8,6186	8,5669	8,2603	7,9105	7,5589
0,00009	8,7386	8,7358	8,7275	8,7138	8,6947	8,6703	8,6411	8,6071	8,5686	8,5258	8,4792	8,1996	7,8743	7,5402
0,0001	8,6332	8,6308	8,6233	8,6109	8,5938	8,5717	8,5453	8,5145	8,4796	8,4407	8,3983	8,1414	7,8375	7,5199
0,0002	7,9402	7,9390	7,9352	7,9290	7,9203	7,9092	7,8958	7,8800	7,8619	7,8416	7,8192	7,6780	7,4972	7,2898
0,0003	7,5348	7,5340	7,5315	7,5274	7,5216	7,5141	7,5051	7,4945	7,4823	7,4686	7,4534	7,3562	7,2281	7,0759
0,0004	7,2472	7,2466	7,2447	7,2416	7,2373	7,2317	7,2249	7,2169	7,2078	7,1974	7,1859	7,1119	7,0128	6,8929
0,0005	7,0242	7,0237	7,0222	7,0197	7,0163	7,0118	7,0063	6,9999	6,9926	6,9843	6,9750	6,9152	6,8346	6,7357
0,0006	6,8420	6,8416	6,8403	6,8383	6,8353	6,8316	6,8271	6,8218	6,8156	6,8086	6,8009	6,7508	6,6828	6,5988
0,0007	6,6879	6,6876	6,6865	6,6848	6,6823	6,6790	6,6752	6,6706	6,6653	6,6594	6,6527	6,6096	6,5508	6,4777
0,0008	6,5545	6,5542	6,5532	6,5517	6,5495	6,5467	6,5433	6,5393	6,5347	6,5295	6,5237	6,4858	6,4340	6,3695
0,0009	6,4368	6,4365	6,4357	6,4344	6,4324	6,4299	6,4269	6,4233	6,4192	6,4146	6,4094	6,3757	6,3294	6,2716

0,001	6,3315	6,3313	6,3305	6,3293	6,3276	6,3253	6,3226	6,3194	6,3157	6,3115	6,3069	6,2765	6,2347	6,1823
0,002	5,6394	5,6393	5,6389	5,6383	5,6374	5,6363	5,6350	5,6334	5,6315	5,6294	5,6271	5,6118	5,5907	5,5636
0,003	5,2349	5,2348	5,2346	5,2342	5,2336	5,2329	5,2320	5,2310	5,2297	5,2283	5,2267	5,2166	5,2025	5,1845
0,004	4,9482	4,9482	4,9480	4,9477	4,9472	4,9467	4,9460	4,9453	4,9443	4,9433	4,9421	4,9345	4,9240	4,9105
0,005	4,7261	4,7260	4,7259	4,7256	4,7253	4,7249	4,7244	4,7237	4,7230	4,7222	4,7212	4,7152	4,7068	4,6960
0,006	4,5448	4,5448	4,5447	4,5444	4,5441	4,5438	4,5433	4,5428	4,5422	4,5415	4,5407	4,5357	4,5287	4,5197
0,007	4,3916	4,3916	4,3915	4,3913	4,3910	4,3908	4,3904	4,3899	4,3894	4,3888	4,3882	4,3839	4,3779	4,3702
0,008	4,2591	4,2590	4,2590	4,2588	4,2586	4,2583	4,2580	4,2576	4,2572	4,2567	4,2561	4,2524	4,2471	4,2404
0,009	4,1423	4,1423	4,1422	4,1420	4,1418	4,1416	4,1413	4,1410	4,1406	4,1401	4,1396	4,1363	4,1317	4,1258
0,01	4,0379	4,0379	4,0378	4,0377	4,0375	4,0373	4,0371	4,0368	4,0364	4,0360	4,0356	4,0326	4,0285	4,0231
0,02	3,3547	3,3547	3,3547	3,3546	3,3545	3,3544	3,3543	3,3542	3,3540	3,3538	3,3536	3,3521	3,3502	3,3476
0,03	2,9591	2,9591	2,9591	2,9590	2,9590	2,9589	2,9589	2,9588	2,9587	2,9585	2,9584	2,9575	2,9562	2,9545
0,04	2,6813	2,6812	2,6812	2,6812	2,6812	2,6811	2,6810	2,6810	2,6809	2,6808	2,6807	2,6800	2,6791	2,6779
0,05	2,4679	2,4679	2,4679	2,4679	2,4678	2,4678	2,4678	2,4677	2,4676	2,4676	2,4675	2,4670	2,4662	2,4653
0,06	2,2953	2,2953	2,2953	2,2953	2,2952	2,2952	2,2952	2,2952	2,2951	2,2950	2,2950	2,2945	2,2940	2,2932
0,07	2,1508	2,1508	2,1508	2,1508	2,1508	2,1508	2,1507	2,1507	2,1507	2,1506	2,1506	2,1502	2,1497	2,1491
0,08	2,0269	2,0269	2,0269	2,0269	2,0269	2,0269	2,0269	2,0268	2,0268	2,0268	2,0267	2,0264	2,0260	2,0255
0,09	1,9187	1,9187	1,9187	1,9187	1,9187	1,9187	1,9187	1,9186	1,9186	1,9186	1,9185	1,9183	1,9179	1,9174
0,1	1,8229	1,8229	1,8229	1,8229	1,8229	1,8229	1,8229	1,8228	1,8228	1,8228	1,8227	1,8225	1,8222	1,8218
0,2	1,2227	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2226	1,2225	1,2224	1,2222
0,3	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9057	0,9056	0,9056	0,9056	0,9056	0,9055	0,9054
0,4	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7024	0,7023	0,7023	0,7022
0,5	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5598	0,5597	0,5597	0,5597
0,6	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4544	0,4543	0,4543
0,7	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3738	0,3737	0,3737
0,8	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106	0,3106
0,9	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602	0,2602
1,0	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194	0,2194
2,0	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489
3,0	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130
4,0	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038
5,0	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011
6,0	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004
7,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
8,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

u \ $\frac{r}{B}$	0,030	0,035	0,040	0,045	0,050	0,055	0,060	0,065	0,070	0,075	0,080	0,085	0,090	0,095	0,10
0	7,2471	6,9394	6,6731	6,4383	6,2285	6,0388	5,8658	5,7067	5,5596	5,4228	5.2950	5,1750	5,0620	4,9553	4,8541
0,00002	7,2471														
0,00003	7,2470														
0,00004	7,2465	6,9394	6,6731												
0,00005	7,2450	6,9391	6,6730												
0,00006	7,2419	6,9384	6,6729	6,4383											
0,00007	7,2371	6,9370	6,6726	6,4382	6,2285										
0,00008	7,2305	6,9347	6,6719	6,4381	6,2284										
0,00009	7,2222	6,9316	6,6709	6,4378	6,2283										
0,0001	7,2122	6,9273	6,6693	6,4372	6,2282	6,0388	5,8658	5,7067	5,5596	5,4228	5,2950				
0,0002	7,0685	6,8439	6,6242	6,4143	6,2173	6,0338	5,8637	5,7059	5,5593	5,4227	5,2949	5,1750	5,0620	4,9553	
0,0003	6,9068	6,7276	6,5444	6,3623	6,1848	6,0145	5,8527	5,6999	5,5562	5,4212	5,2942	5,1747	5,0619	5,9552	4,8541
0,0004	6,7567	6,6088	6,4538	6,2955	6,1373	5,9818	5,8309	5,6860	5,5476	5,4160	5,2912	5,1730	5,0610	4,9547	4,8539
0,0005	6,6219	6,4964	6,3626	6,2236	6,0821	5,9406	5,8011	5,6648	5,5330	5,4062	5,2848	5,1689	5,0585	4,9532	4,8530
0,0006	6,5011	6,3923	6,2748	6,1512	6,0239	5,8948	5,7658	5,6383	5,5134	5,3921	5,2749	5,1621	5,0539	4,9502	4,8510
0,0007	6,3923	6,2962	6,1917	6,0807	5,9652	5,8468	5,7274	5,6081	5,4902	5,3745	5,2618	5,1526	5,0471	4,9454	4,8478
0,0008	6,2935	6,2076	6,1136	6,0129	5,9073	5,7982	5,6873	5,5755	5,4642	5,3542	5,2461	5,1406	5,0381	4,9388	4,8430
0,0009	6,2032	6,1256	6,0401	5,9481	5,8509	5,7500	5,6465	5,5416	5,4364	5,3317	5,2282	5,1266	5,0272	4,9306	4,8368
0,001	6,1202	6,0494	5,9711	5,8864	5,7965	5,7026	5,6058	5,5071	5,4075	5,3078	5,2087	5,1109	5,0133	4,9208	4,8292
0,002	5,5314	5,4939	5,4516	5,4047	5,3538	5,2991	5,2411	5,1803	5,1170	5,0517	4,9848	4,9166	4,8475	4,7778	4,7079
0,003	5,1627	5,1373	5,1084	5,0762	5,0408	5,0025	4,9615	4,9180	4,8722	4,8243	4,7746	4,7234	4,6707	4,6169	4,5622
0,004	4,8941	4,8749	4,8530	4,8286	4,8016	4,7722	6,7406	4,7068	4,6710	4,6335	4,5942	4,5533	4,5111	4,4676	4,4230
0,005	4,6829	4,6675	4,6499	4,6302	4,6084	4,5846	4,5590	4,5314	4,5022	4,4713	4,4389	4,4050	4,3699	4,3335	4,2960
0,006	4,5088	4,4960	4,4814	4,4649	4,4467	4,4267	4,4051	4,3819	4,3573	4,3311	4,3036	4,2747	4,2446	4,2134	4,1812
0,007	4,3609	4,3500	4,3374	4,3233	4,3077	4,2905	4,2719	4,2518	4,2305	4,2078	4,1839	4,1588	4,1326	4,1053	4,0771
0,008	4,2323	4,2228	4,2118	4,1994	4,1857	4,1707	4,1544	4,1368	4,1180	4,0980	4,0769	4,0547	4,0315	4,0073	3,9822
0,009	4,1186	4,1101	4,1004	4,0894	4,0772	4,0638	4,0493	4,0336	4,0169	3,9991	3,9802	3,9603	3,9395	3,9178	3,8952

0,01	4,0167	4,0091	4,0003	3,9905	3,9795	3,9675	3,9544	3,9403	3,9252	3,9091	3,8920	3,8741	3,8552	3,8356	3,8150
0,02	3,3444	3,3408	3,3365	3,3317	3,3264	3,3205	3,3141	3,3071	3,2997	3,2917	3,2832	3,2742	3,2647	3,2547	3,2442
0,03	2,9523	2,9501	2,9474	2,9444	2,9409	2,9370	2,9329	2,9284	2,9235	2,9183	2,9127	2,9069	2,9007	2,8941	2,8873
0,04	2,6765	2,6747	2,6727	2,6705	2,6680	2,6652	2,6622	2,6589	2,6553	2,6515	2,6475	2,6432	2,6386	2,6338	2,6288
0,05	2,4642	2,4628	2,4613	2,4595	2,4576	2,4554	2,4531	2,4505	2,4478	2,4448	2,4416	2,4383	2,4347	2,4310	2,4271
0,06	2,2923	2,2912	2,2900	2,2885	2,2870	2,2852	2,2833	2,2812	2,2790	2,2766	2,2740	2,2713	2,2684	2,2654	2,2622
0,07	2,1483	2,1474	2,1464	2,1452	2,1439	2,1424	2,1408	2,1391	2,1372	2,1352	2,1331	2,1308	2,1284	2,1258	2,1232
0,08	2,0248	2,0240	2,0231	2,0221	2,0210	2,0198	2,0184	2,0169	2,0153	2,0136	2,0118	2,0099	2,0078	2,0056	2,0034
0,09	1,9169	1,9162	1,9154	1,9146	1,9136	1,9125	1,9114	1,9101	1,9087	1,9072	1,9056	1,9040	1,9022	1,9003	1,8983
0,1	1,8213	1,8207	1,8200	1,8193	1,8184	1,8175	1,8164	1,8153	1,8141	1,8128	1,8114	1,8099	1,8084	1,8067	1,8050
0,2	1,2220	1,2218	1,2215	1,2212	1,2209	1,2205	1,2201	1,2196	1,2192	1,2186	1,2181	1,2175	1,2168	1,2162	1,2155
0,3	0,9053	0,9052	0,9050	0,9049	0,9047	0,9045	0,9043	0,9040	0,9038	0,9035	0,9032	0,9029	0,9025	0,9022	0,9018
0,4	0,7022	0,7021	0,7020	0,7019	0,7018	0,7016	0,7015	0,7014	0,7012	0,7010	0,7008	0,7006	0,7004	0,7002	0,7000
0,5	0,5596	0,5596	0,5595	0,5594	0,5594	0,5593	0,5592	0,5591	0,5590	0,5588	0,5587	0,5586	0,5584	0,5583	0,5581
0,6	0,4543	0,4542	0,4542	0,4542	0,4541	0,4540	0,4540	0,4539	0,4538	0,4537	0,4536	0,4535	0,4534	0,4533	0,4532
0,7	0,3737	0,3737	0,3736	0,3736	0,3735	0,3735	0,3734	0,3734	0,3733	0,3733	0,3732	0,3732	0,3731	0,3730	0,3729
0,8	0,3105	0,3105	0,3105	0,3105	0,3104	0,3104	0,3104	0,3103	0,3103	0,3102	0,3102	0,3101	0,3101	0,3100	0,3100
0,9	0,2601	0,2601	0,2601	0,2601	0,2601	0,2600	0,2600	0,2600	0,2599	0,2599	0,2599	0,2598	0,2598	0,2597	0,2597
1,0	0,2193	0,2193	0,2193	0,2193	0,2193	0,2193	0,2192	0,2192	0,2192	0,2191	0,2191	0,2191	0,2191	0,2190	0,2190
2,0	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0489	0,0488	0,0488
3,0	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130
4,0	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038
5,0	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011
6,0	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004
7,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
8,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

u \ $\frac{r}{B}$	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85
0	4,0601	3,5054	3,0830	2,7449	2,4654	2,2291	2,0258	1,8488	1,6931	1,5550	1,4317	1,3210	1,2212	1,1307	1,0485
0,0006	4,0601														
0,0007	4,0600														
0,0008	4,0599														
0,0009	4,0598														

Продолжение табл. Б.2

u \ r/B	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85
0,001	4,0595	3,5054													
0,002	4,0435	3,5043	3,0830	2,7449											
0,003	4,0092	3,4969	3,0821	2,7448											
0,004	3,9551	3,4806	3,0788	2,7444	2,4654	2,2291									
0,005	3,8821	3,4567	3,0719	2,7428	2,4651	2,2290									
0,006	3,8384	3,4274	3,0614	2,7398	2,4644	2,2289	2,0258								
0,007	3,7529	3,3947	3,0476	2,7350	2,4630	2,2286	2,0257								
0,008	3,6903	3,3598	3,0311	2,7284	2,4608	2,2279	2,0256	1,8488							
0,009	3,6302	3,3239	3,0126	2,7202	2,4576	2,2269	2,0253	1,8487							
0,01	3,5725	3,2875	3,9925	2,7104	2,4534	2,2253	2,0248	1,8486	1,6931	1,5550	1,4317	1,3210	1,2212	1,1307	1,0485
0,02	3,1158	2,9521	2,7658	2,5688	2,3713	2,1809	2,0023	1,8379	1,6883	1,5530	1,4309	1,3207	1,2210	1,1306	1,0484
0,03	2,8017	2,6896	2,5571	2,4110	2,2578	2,1031	1,9515	1,8062	1,6695	1,5423	1,4251	1,3177	1,2195	1,1299	1,0481
0,04	2,5655	2,4816	2,3802	2,2661	2,1431	2,0155	1,8869	1,7603	1,6379	1,5213	1,4117	1,3094	1,2146	1,1270	1,0465
0,05	2,3776	2,3110	2,2299	2,1371	2,0356	1,9283	1,8181	1,7075	1,5985	1,4927	1,3914	1,2955	1,2052	1,1210	1,0426
0,06	2,2218	2,1673	2,1002	2,0227	1,9369	1,8452	1,7497	1,6524	1,5551	1,4593	1,3663	1,2770	1,1919	1,1116	1,0362
0,07	2,0894	2,0435	1,9867	1,9206	1,8469	1,7673	1,6835	1,5973	1,5101	1,4232	1,3380	1,2551	1,1754	1,0993	1,0272
0 08	1,9745	1,9351	1,8861	1,8290	1,7646	1,6947	1,6206	1,5436	1,4650	1,3860	1,3078	1,2310	1,1564	1,0847	1,0161
0,09	1,8732	1,8389	1,7961	1,7460	1,6892	1,6272	1,5609	1,4918	1,4206	1,3486	1,2766	1,2054	1,1358	1,0682	1,0032
0,1	1,7829	1,7527	1,7149	1,6704	1,6198	1,5644	1,5048	1,4422	1,3774	1,3115	1,2451	1,1791	1,1140	1,0505	0,9890
0,2	1,2066	1,1944	1,1789	1,1602	1,1387	1,1145	1,0879	1,0592	1,0286	0,9964	0,9629	0,9284	0,8932	0,8575	0,8216
0,3	0,8969	0,8902	0,8817	0,8713	0,8593	0,8457	0,8306	0,8142	0,7964	0,7775	0,7577	0,7369	0,7154	0,6932	0,6706
0,4	0,6969	0,6927	0,6874	0,6809	0,6733	0,6647	0,6551	0,6446	0,6332	0,6209	0,6080	0,5943	0,5801	0,5653	0,5501
0,5	0,5561	0,5532	0,5496	0,5453	0,5402	0,5344	0,5278	0,5206	0,5128	0,5044	0,4955	0,4860	0,4761	0,4658	0,4550
0,6	0,4518	0,4498	0,4472	0,4441	0,4405	0,4364	0,4317	0,4266	0,4210	0,4150	0,4086	0,4018	0,3946	0,3871	0,3793
0,7	0,3719	0,3704	0,3685	0,3663	0,3636	0,3606	0,3572	0,3534	0,3493	0,3449	0,3401	0,3351	0,3297	0,3242	0,3183
0,8	0,3092	0,3081	0,3067	0,3050	0,3030	0,3008	0,2982	0,2953	0,2922	0,2889	0,2853	0,2815	0,2774	0,2732	0,2687
0,9	0,2591	0,2583	0,2572	0,2559	0,2544	0,2527	0,2507	0,2485	0,2461	0,2436	0,2408	0,2378	0,2347	0,2314	0,2280
1,0	0,2186	0,2179	0,2171	0,2161	0,2149	0,2135	0,2120	0,2103	0,2085	0,2065	0,2043	0,2020	0,1995	0,1970	0,1943
2,0	0,0488	0,0487	0,0486	0,0485	0,0484	0,0482	0,0480	0,0477	0,0475	0,0473	0,0470	0,0467	0,0463	0,0460	0,0456
3,0	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0129	0,0129	0,0128	0,0128	0,0127	0,0127	0,0126	0,0125	0,0125	0,0124
4,0	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0037	0,0036
5,0	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011
6,0	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004
7,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
8,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Продолжение табл. Б.2

u \ $\frac{r}{B}$	0,90	0,95	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
0	0,9735	0,9049	0,8420	0,4276	0,2278	0,1247	0,0695	0,0392	0,0223	0,0128	0,0074	0,0025	0,0008	0,0003	0,0001
0,02	0,9735	0,9049													
0,03	0,9733	0,9048	0,8420												
0,04	0,9724	0,9044	0,8418												
0,05	0,9700	0,9029	0,8409												
0,06	0,9657	0,9001	0,8339												
0,07	0,9593	0,8956	0,8360	0,4276											
0,08	0,9510	0,8895	0,8316	0,4275											
0,09	0,9411	0,8819	0,8259	0,4274											
0,1	0,9297	0,8730	0,8190	0,4271	0,2278										
0,2	0,7857	0,7501	0,7148	0,4135	0,2268	0,1247	0,0695								
0,3	0,6476	0,6244	0,6010	0,3812	0,2211	0,1240	0,0694								
0,4	0,5345	0,5186	0,5024	0,3411	0,2096	0,1217	0,0691	0,0392							
0,5	0,4440	0,4326	0,4210	0,3007	0,1944	0,1174	0,0681	0,0390	0,0223						
0,6	0,3712	0,3629	0,3543	0,2630	0,1774	0,1112	0,0664	0,0386	0,0222	0,0128					
0,7	0,3123	0,3060	0,2996	0,2292	0,1602	0,1040	0,0639	0,0379	0,0221	0,0127					
0,8	0,2641	0,2592	0,2543	0,1994	0,1436	0,0961	0,0607	0,0368	0,0218	0,0127	0,0074				
0,9	0,2244	0,2207	0,2168	0,1734	0,1281	0,0881	0,0572	0,0354	0,0213	0,0125	0,0073				
1,0	0,1914	0,1885	0,1855	0,1509	0,1139	0,0803	0,0534	0,0338	0,0207	0,0123	0,0073	0,0025			
2,0	0,0452	0,0448	0,0444	0,0394	0,0335	0,0271	0,0210	0,0156	0,0112	0,0077	0,0051	0,0021	0,0008	0,0003	
3,0	0,0123	0,0123	0,0122	0,0112	0,0100	0,0086	0,0071	0,0057	0,0045	0,0034	0,0025	0,0012	0,0006	0,0002	
4,0	0,0036	0,0036	0,0036	0,0034	0,0031	0,0027	0,0024	0,0020	0,0016	0,0013	0,0010	0,0006	0,0003	0,0002	0,0001
5,0	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0009	0,0008	0,0007	0,0006	0,0005	0,0004	0,0002	0,0001	0,0001	0
6,0	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0	0
7,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0	0	0	0
8,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Английские единицы измерения, встречающиеся в книге

Единица измерения	Сокращенное обозначение	Метрический эквивалент	Измеряемая величина
Акр		0,4047 *га*; 4047 $м^2$	Площадь
Акрофут		1 233 485 *л*; 1233,485 $м^3$	Объем воды
Галлон (американский)	*галл*	3,785 *л*; 3 785 $см^3$; 0,003785 $м^3$	Объем воды
Галлон (британский) [1]		4,5459 *л*; 0,00455 $м^3$	Объем воды
Галлон в минуту	*галл/мин*	0,06308 *л/сек*; 0,00006308 $м^3/сек$; 5,4445 $м^3/сутки$	Расход воды, дебит скважины
Галлон в сутки	*галл/сутки*	0,0000438 *л/сек*; 0,0000000438 $м^3/сек$; 0,00379 $м^3/сутки$	Расход воды, дебит скважины
Галлон в сутки на фут	*галл/сутки/фут*	0,001437 $см^2/сек$; 0,0000001437 $м^2/сек$; 0,012418 $м^2/сутки$	Коэффициент водопроводимости
Галлон в сутки через квадратный фут (мейнцер)	*галл/сутки/кв. фут*	0,0000472 *см/сек*; 0,000000472 *м/сек*; 0,04074 *м/сутки*	Коэффициент фильтрации
Дарси		0,00000000987 $см^2$; 0,00966 *см/сек* (при температуре 20° С)	Проницаемость пористой среды
Дюйм		2,54 *см*	Длина, высота слоя осадков
Дюйм ртутного столба		25,4 *мм рт. ст.*; 0,033421 *атм*	Атмосферное давление
Квадратная миля	*кв. миля*	2,59 $км^2$	Площадь
Квадратный дюйм	*кв. дюйм*	6,4516 $см^2$	»
Квадратный фут	*кв. фут*	929,03 $см^2$; 0,092903 $м^2$	»
Кубическая миля	*куб. миля*	4,168 $км^3$	Объем воды
Кубический фут	*куб. фут*	28,317 *л*; 0,028317 $м^3$	Объем
Кубический фут в секунду	*куб. фут/сек*	28,317 *л/сек*; 0,028317 $м^3/сек$; 2450 $м^3/сутки$	Расход воды
Кубический фут в секунду с квадратной мили	*куб. фут/сек/кв. миля*	10,933 $л/сек/км^2$	Расход воды
Миля (статутная)		1,60934 *км*	Длина
Миля в час	*миля/час*	0,44704 *м/сек*	Скорость ветра
Секундо-футо-сутки	*сек/фут/сутки*	2 445 000 *л*; 2 445 $м^3$	Сток воды
Фунт		0,45359 *кг*	Вес
Фунт на квадратный дюйм	*фунт/кв. дюйм*	0,0703 $кг/см^2$	Фильтрационное давление
Фут		0,30479 *м*	Длина
Фут в сутки	*фут/сутки*	30,48 *см/сутки*; 0,3048 *м/сутки*	Коэффициент фильтрации, скорость инфильтрации
Части на миллион	ч. на 1 млн.	1 *мг/л*	Концентрация вещества в растворе, минерализация воды

[1] Британский галлон в книге не встречается.

Таблица перевода акрофутов в кубические метры

Акрофуты	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1 233	2 465	3 698	4 931	6 164	7 396	8 629	9 862	11 094
10	12 327	13 560	14 792	16 025	17 258	18 491	19 723	20 956	22 189	23 421
20	24 654	25 887	27 119	28 352	29 585	30 818	32 050	33 283	34 516	35 748
30	36 981	38 214	39 446	40 679	41 912	43 144	44 377	45 610	46 843	48 075
40	49 308	50 541	51 773	53 006	54 239	55 472	56 704	57 937	59 170	60 402
50	61 635	62 868	64 100	65 333	66 566	67 798	69 031	70 264	71 497	72 730
60	73 962	75 195	76 427	77 660	78 893	80 126	81 358	82 591	83 824	85 056
70	86 289	87 522	88 754	89 987	91 220	92 452	93 685	94 918	96 151	97 383
80	98 616	99 849	101 080	102 310	103 550	104 780	106 010	107 240	108 480	109 710
90	110 940	112 180	113 410	114 640	115 870	117 110	118 340	119 570	120 800	122 040

Таблица перевода американских галлонов в литры

Американские галлоны	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	3,785	7,571	11,356	15,142	18,927	22,712	26,498	30,283	34,069
10	37,854	41,639	45,425	49,210	52,996	56,781	60,566	64,351	68,136	71,923
20	75,708	79,493	83,279	87,064	90,850	94,635	98,420	102,21	105,99	109,78
30	113,56	117,35	121,13	124,92	128,70	132,49	136,27	140,06	143,85	147,63
40	151,42	155,20	158,99	162,77	166,56	170,34	174,13	177,91	181,70	185,48
50	189,27	193,06	196,84	200,63	204,41	208,20	211,98	215,77	219,55	223,34
60	227,12	230,91	234,69	238,48	242,27	246,05	249,84	253,62	257,41	261,19
70	264,98	268,76	272,55	276,33	280,12	283,91	287,69	291,48	295,26	299,05
80	302,83	306,62	310,40	314,19	317,97	321,76	325,54	329,33	333,12	336,90
90	340,69	344,47	348,26	352,04	355,83	359,61	363,40	367,18	370,97	374,75
100	378,54	382,33	386,11	389,90	393,69	397,46	401,25	405,04	408,82	412,61

Таблица перевода секундо-футо-суток в кубические метры

Сек-фут-сутки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	2 445	4 890	7 335	9 780	12 225	14 670	17 115	19 560	22 005
10	24 450	26 895	29 340	31 785	34 230	36 675	39 120	41 565	44 010	46 455
20	48 900	51 345	53 790	56 235	58 680	61 125	63 570	66 015	68 460	70 905
30	73 350	75 795	78 240	80 685	83 130	85 575	88 020	90 465	92 910	95 355
40	97 800	100 245	102 690	105 135	107 580	110 025	112 470	114 915	117 360	119 805
50	122 250	124 695	127 140	129 585	132 030	134 475	136 920	139 365	141 810	144 255
60	146 700	149 145	151 590	154 035	156 480	158 925	161 370	163 815	166 260	168 705
70	171 150	173 595	176 040	178 485	180 930	183 375	185 820	188 265	190 710	193 155
80	195 600	198 045	200 490	202 935	205 380	207 825	210 270	212 715	215 160	217 605
90	220 050	222 495	224 940	227 385	229 830	232 275	234 720	237 165	239 610	242 055

Таблица перевода градусов шкалы Фаренгейта (°F) в градусы шкалы Цельсия (°C)

$$°C = -\frac{5}{9}(°F - 32)$$

°F	°C	°F	°C	°F	°C
0	—17,78	35	1,67	70	21,11
1	—17,22	36	2,22	71	21,67
2	—16,67	37	2,78	72	22,22
3	—16,11	38	3,33	73	22,78
4	—15,56	39	3,89	74	23,33
5	—15	40	4,44	75	23,89
6	—14,44	41	5	76	24,44
7	—13,89	42	5,56	77	25
8	—13,33	43	6,11	78	25,56
9	—12,78	44	6,67	79	26,11
10	—12,22	45	7,22	80	26,67
11	—11,67	46	7,78	81	27,22
12	—11,11	47	8,33	82	27,78
13	—10,56	48	8,89	83	28,33
14	—10	49	9,44	84	28,89
15	—9,44	50	10	85	29,44
16	—8,89	51	10,56	86	30
17	—8,33	52	11,11	87	30,56
18	—7,78	53	11,67	88	31,11
19	—7,22	54	12,22	89	31,67
20	—6,67	55	12,78	90	32,22
21	—6,11	56	13,33	91	32,78
22	—5,56	57	13,89	92	33,33
23	—5	58	14,44	93	33,89
24	—4,44	59	15	94	34,44
25	—3,89	60	15,56	95	35
26	—3,33	61	16,11	96	35,56
27	—2,78	62	16,67	97	36,11
28	—2,22	63	17,22	98	36,67
29	—1,67	64	17,78	99	37,22
30	—1,11	65	18,33	100	37,78
31	—0,56	66	18,89	101	38,33
32	0	67	19,44	102	38,89
33	0,56	68	20	103	39,44
34	1,11	69	20,56	104	40

Продолжение

°F	°C	°F	°C	°F	°C
105	40,56	141	60,56	177	80,56
106	41,11	142	61,11	178	81,11
107	41,67	143	61,67	179	81,67
108	42,22	144	62,22	180	82,22
109	42,78	145	62,78	181	82,78
110	43,33	146	63,33	182	83,33
111	43,89	147	63,89	183	83,89
112	44,44	148	64,44	184	84,44
113	45	149	65	185	85
114	45,56	150	65,56	186	85,56
115	46,11	151	66,11	187	86,11
116	46,67	152	66,67	188	86,67
117	47,22	153	67,22	189	87,22
118	47,78	154	67,78	190	87,78
119	48,33	155	68,33	191	88,33
120	48,89	156	68,89	192	88,89
121	49,44	157	69,44	193	89,44
122	50	158	70	194	90
123	50,56	159	70,56	195	90,56
124	51,11	160	71,11	196	91,11
125	51,67	161	71,67	197	91,67
126	52,22	162	72,22	198	92,22
127	52,78	163	72,78	199	92,78
128	53,33	164	73,33	200	93,33
129	53,89	165	73,89	201	93,89
130	54,44	166	74,44	202	94,44
131	55	167	75	203	95
132	55,56	168	75,56	204	95,56
133	56,11	169	76,11	205	96,11
134	56,67	170	76,67	206	96,67
135	57,22	171	77,22	207	97,22
136	57,78	172	77,78	208	97,78
137	58,33	173	78,33	209	98,33
138	58,89	174	78,89	210	98,89
139	59,44	175	79,44	211	99,14
140	60	176	80	212	100

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Атмосферные осадки 27
  взаимосвязь атмосферных осадков и стока 28
  высота слоя 36
  зависимость между интенсивностью, продолжительностью и повторяемостью 98
  измерение 28—30
  интенсивность выпадения 27—29
  количество 33—37
  конвективные 27
  ливневые 27, 69, 108
  орографические 28
  продолжительность 35
  равномерные 30
  распределение 37
  слабые 27
  среднегодовое количество 33—39
  средней интенсивности 30
  среднемесячная сумма 30—33
  сумма атмосферных осадков бассейна 30—33
    годовая 37—39
    определение средней по площади суммы осадков бассейна 30
      методом арифметического осреднения 30
        взвешивания Тиссена 31
        изогиет 31, 32, 34
    сезонная 37
    среднегодовая 37, 39
  сумма по дождемерным станциям 34—36
  теплого фронта 27
  умеренные 27
  фронтальные 27
  холодного фронта 27
  циклонические 27, 28

Барометрическая эффективность 162
Бассейн инфильтрационный 132
Безнапорный водоносный горизонт 276
Бурение скважин 10, 11
  вращательное 10
  колонковое 10
  обратновсасывающее 11
  ударное 10
  ударно-канатное 10
Бюро погоды США 28, 37, 41, 42

Взаимодействие скважин 206—211
Виды воды 123
Влагоемкость 123
Влажность 112
  весовая 112
  объемная 112
  относительная 39
Водное законодательство в США 133—135
Водомерная рейка 49
Водомерный пост 49
Водоносный горизонт 115
  в условиях перетекания 230
  при отсутствии перетекания 287
Водопотребление 45
Водопроницаемость 115
Водораздел 22
Водосбор 24
Водосборный бассейн 22
Водослив 52, 79
Водоснабжение 16
Водоупор 115
Водохранилища 42, 79, 82, 99, 106
  емкость 101
  задерживающая способность 102
  проектирование 99
Воды 12, 123, 124
  в горных породах и грунтах 123
  гигроскопические 124
  гравитационные 124
  грунтовые 123
  использование 16
  морская 12
  подвешенные (вадозные) 123
  пресная 12
  химический анализ 15
Водяные пары 43, 123
  упругость пара 43

Геогидрология 9
Гидравлический градиент 142
Гидрогеология 9, 16, 19, 112
Гидрограф 58, 59, 66, 67, 70—78
  ветвь подъема 61, 64, 65
    спада 61, 65
  годового расхода реки 58
  единичный 65, 71, 73, 75—77
  ливневого потока 60
  непосредственного стока 64
  определение 58
  основание 61
  паводка 64
  пик 61
  подземного стока 59
  построение 59
  расчленение 60
  составные части 61

Гидродинамика 181
Гидродинамическая сетка потока 177
Гидродинамическая теория накопления нефти 244
Гидродинамический принцип Губберта 252
Гидродинамический режим 229
Гидрологический год 57
Гидрология 9
суши 5, 19
Гидрометрическая станция 50
Гидрометрический створ 50
Гидростатический принцип Гибена — Герцберга 250—251
Гипсографические кривые 22
Горные породы 116, 118
влажность 118
объемный вес 118
плотность 119
свойства 118
степень насыщения 118
удельный вес 118
Границы непроницаемые 176
с равным потенциалом (напором) 175
Графоаналитический метод расчета фильтрации 269
Грунт 116
анизотропный 194—196
напряжение скелета 119
объемная влажность 122
полевая влагоемкость 122
удельная влагоемкость 122
эффективная пористость (удельная водоотдача) 123

Движение нефти и газа 244—250
радиального потока к скважине 220
Двойная интегральная кривая 29
Дефицит влажности почвы 58
Дисперсия 254—258
Допущения Дюпюи 189, 197—200, 205

Закон Дальтона 39, 43
Дарси 145—146, 152—154
Плейфера 26
Замыкающий створ 22, 24

Измерительное устройство сеточной модели 283
Изогиета 30
Изоплета 22
Инженерный корпус армии США 37, 57
Инфильтрационная способность грунта 129
Инфильтрация 12, 45, 48, 49, 129
Инфильтрометр 131
Испарение 13, 38, 40
годовое суммарное 38, 42
измерение с помощью испарителей 41
месячное 43
определение по водному балансу 41
с водной поверхности 40
скорость 39, 40
с поверхности водоема 40, 41
среднегодовое с поверхности озер 42
с твердой поверхности 40
суммарное 38, 39
Испарители 41
заглубленный 41
наземный 41
плавучий 41
стандартный класса А Бюро погоды США 41
Использование воды 16
в промышленности 16
в сельском хозяйстве 16
Источники и стоки 211

Капиллярные силы 169—171
Колодцы 10, 13
артезианские 13
Коэффициент водопроводимости 159
динамической вязкости жидкости 140
запаса 159, 226, 140, 159
масштабный 281
объемной упругости воды 156
пористости 116, 145
проницаемости 146, 148
упругоемкости пласта 159
фильтрации 146—151, 159
шероховатости 53, 56
Криология 9
Круговорот воды в природе 12, 19

Лимнология 9
Линии тока 15, 164—168, 177, 186, 215

Международная ассоциация научной гидрологии 9
Международное геологическое десятилетие 19
Метод Джейкоба 225—228, 236, 238
отображений 216, 229
суперпозиции 218
Тейса 222—225, 228
Хантуша 238
эталонной кривой 233
Модели вертикальные 278
горизонтальные 275
из твердых электропроводных материалов 292
Моделирование граничных условий 283
неустановившегося движения подземных вод 288
трехмерного потока 282
Модель Гловера 253
Хеле — Шоу 271—275
Морская вода 12, 250, 255

Напор истинный окружающей воды 261—262
пресной воды 260—261
точечный 259
Напорный водоносный горизонт 133, 160, 203
Натяжение грунтовой влаги 119

Объемный модуль упругости скелета грунта 156
Оператор Лапласа 158—269
Осадкомеры 28
дождемеры 28, 29
плювиографы 28, 29
Осесимметричное движение потока 241
Осмос 169

Паводки 22, 78, 87
повторяемость 91, 92
расход 88
расчет 106

Паводочная волна 78
  затухание 78
  скорость паводочной волны 55
Первичная миграция нефти и газа 244—246
Плотина 183, 189—192
Поверхностные воды 19, 124
  взаимосвязь с подземными 124
Подземные воды 9, 112
  артезианские 11
  бассейн 19
  безнапорный поток 205—206
  взаимосвязь с поверхностными 124
  геологические условия распространения 14
  гидравлический градиент 139
  гидрогеохимические исследования 14
  зависимость потока от времени 114
  закон фильтрации 14, 139
  запасы 10, 16
    гарантированные 125
    длительные 125
    постоянные 125
    продолжительные 125
    эксплуатационные 125
  искусственное пополнение 127—133
  методы оценки баланса 14
  напорные 11, 202—204
  неустановившееся движение 220
  области использования 10—11, 14
  перетекание 229—240
    коэффициент 232
    фактор 232
  питание 27
  плоскопараллельное движение 211
  поиски 14, 15
  приток к скважине 14, 15
  пьезометрический напор 119—121, 202
  равномерное движение 211
  самоизливающиеся 12
  скорость фильтрации 140
  теории движения 14, 15
  происхождения 11—13
  трехмерный поток 113
  установившееся движение 174—220
  хозяйственное значение 16
  эксплуатация 125—127
Пористость 116
  поверхностная и объемная 144—145
  эффективная 116
Потенциал скорости фильтрации 151—152

Расход фильтрационного потока 181—183
Реки 19
  временные 22
  в стадии зрелости 26
  в стадии старости 26
  кривые расходов 51, 52, 95
  молодые 26
  общий уклон 24
  пересыхающие 22
  пойма 26
  постоянные 22
  продольный профиль 24
  расход воды 51
  средний уклон 24
Речная сеть 22, 26
  дендрическая (древовидная) 26, 27
  прямоугольная 27
  решетчатая 27
Речной бассейн 19—27
  большой 22
  геоморфология 26
  малый 22
  медианная высота 24
  со слабо расчлененным рельефом 22
  с сильно расчлененным рельефом 22
  средняя высота 24
  уклон 24—26

Свободная поверхность 121, 176—177, 188
Сетка фильтрационного потока 188
  радиальная 200—201
Сеточные электрические модели 280
Силовой потенциал Губберта 164, 243
Скважины 11, 202
  артезианские 11
  взаимодействующие 206—211
  на воду 11
  нефтяные 11
Скин-эффект 170
Слабоводопроницаемый слой 116
Сопряженные гармонические функции 178
Среда
  изотропная 115
  свойства 115
Сток 22, 39, 42, 45—103
  внутрипочвенный 46, 60
  грунтовый 47
  единицы измерения 57
  зависимость между осадками и стоком 28, 66, 68
  колебания 58
  коэффициент 42
  месячный 57
  непосредственный (ливневый) 61, 64
  объем 42
  определение 45, 126
  паводочный 71
  поверхностный 45, 49
  подземный 47, 59, 60
  речной 49
  склоновый 46
  средний годовой для территории США 58
  суммарный годовой с поверхности суши 39
  цикл 47
Сублимация 38

Тензометр 120
Теория
  Гибена — Герцберга 263
  Губберта 263
  Лущинского 263
  массопереноса 41
  перетекания 230
  потенциала 174
Течение жидкости через пористые среды 15, 112
  Пуазейля 140—145, 168
Точка росы 39, 43
Транспирация 38, 43
  измерение 43
  определение 38, 43

Управление водного хозяйства в долине реки Теннесси 57
Управление водных запасов штата Калифорния 56
  мелиорации США 28

охраны природных ресурсов и экономического развития
штата Нью-Джерси 56, 109
растениеводства Министерства земледелия США 42
Уравнение Гибена — Герцберга 250—251
для линейного потока 212
закона сохранения массы жидкости 161—164
Лапласа 159, 168, 175, 202, 206, 230
Мейера 40, 43
Навье — Стокса 15, 152
Тейса для неустановившегося движения подземных вод 220—225
Уровень воды в реке 23—26

Фильтрация 145
Формула Гамбела 88
Манинга 53, 64
Хазена 88
Хортона 34, 36
Шези 55, 64
Фреатофиты 14
Функция Грина 202

Химический состав природных вод 15

Эквипотенциальная поверхность 15
Эквипотенциальные линии 164—168, 177, 186
Электролитические модели 289
Электроосмос 169
Эрозионный цикл 26
Эрозия 26

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ 5
ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА 7
Глава 1. ВВЕДЕНИЕ 9
Глава 2. ОСНОВЫ ГИДРОЛОГИИ СУШИ 19
Глава 3. ПОТОК ПОДЗЕМНЫХ ВОД 112
Глава 4. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД . . . 139
Глава 5. УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД . . . 174
Глава 6. ДИНАМИКА ПОТОКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД В РАЙОНЕ СКВАЖИНЫ 202
Глава 7. ПОТОК МНОГОФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ. ДИСПЕРСИЯ ПРЕСНЫХ И СОЛЕНЫХ ВОД 244
Глава 8. ЧИСЛЕННЫЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД 269
ПРИЛОЖЕНИЕ А 295
ПРИЛОЖЕНИЕ Б 296
ПРИЛОЖЕНИЕ В 304
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ 308

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

т. 16

Р. де Уист

ГИДРОГЕОЛОГИЯ С ОСНОВАМИ ГИДРОЛОГИИ СУШИ ТОМ I

Редактор *В. И. Попова.* Художник *В. М Новоселова*
Художественный редактор *В. М. Варлашин.* Технический редактор *А. Д. Хомяков*

Сдано в производство 13/XI 1968 г. Подписано к печати 26/III 1969 г. Бумага тип. № 1 70×108¹/₁₆=10,25 бум. л. Усл. 28,70 печ. л., в т/ч. 3 вкл. Уч.-изд. л. 26,15. Изд. № 5/4429
Цена 2 р. 08 к. Зак. 570
Темплан изд-ва «Мир», 1969 г., пор. № 147

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
Москва, 1-й Рижский пер., 2

Московская типография № 16 Главполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров СССР
Москва, Трехпрудный пер., 9