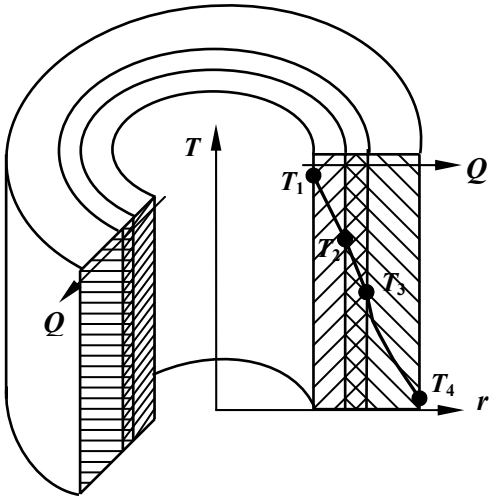
Библиотека СОК

В.М. Фокин,
Г.П. Бойков,
Ю.В. Видин

ОСНОВЫ ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЯ В ВОПРОСАХ ТЕПЛООБМЕНА



МОСКВА
"ИЗДАТЕЛЬСТВО МАШИНОСТРОЕНИЕ-1"
2005

В.М. Фокин,
Г.П. Бойков,
Ю.В. Видин

ОСНОВЫ ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЯ В ВОПРОСАХ ТЕПЛООБМЕНА

МОСКВА
«ИЗДАТЕЛЬСТВО МАШИНОСТРОЕНИЕ-1»
2005

УДК 536.24:621.1.016
ББК 31.312
Ф75

Р е ц е н з е н т

Доктор технических наук, профессор
Волгоградского государственного технического университета
А.Б. Голованчиков

Фокин В.М., Бойков Г.П., Видин Ю.В.
Ф75 Основы энергосбережения в вопросах теплообмена. М.: «Издательство Машиностроение-1», 2005. 192 с.

Изложены вопросы энергосбережения при различных способах теплообмена. Даны основные по-

нятия, определения и законы теплопроводности, конвективного и лучистого теплообмена, теплообменных аппаратов. Рассмотрены теплообмен излучением между телами и в газах, в двухфазных средах при кипении и конденсации, теплопередача при сложном теплообмене. Рассмотрены вопросы сбережения тепловой энергии и интенсификации теплопередачи. Представлены особенности критического диаметра тепловой изоляции и работа тепловых трубок.

Предназначена для научных, инженерно-технических работников, преподавателей вузов, аспирантов, студентов.

УДК 536.24:621.1.016
ББК 31.312

ISBN 5-94275-178-1

© Фокин В.М., Бойков Г.П., Видин Ю.В., 2005
© «Издательство Машиностроение-1», 2005

Научное издание

ФОКИН Владимир Михайлович,
БОЙКОВ Геральд Павлович,
ВИДИН Юрий Владимирович

ОСНОВЫ ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЯ В ВОПРОСАХ ТЕПЛООБМЕНА

Монография

Редактор Т.М. Глинкина
Инженер по компьютерному макетированию Т.А. Сынкова

Подписано к печати 15.03.2005
Формат 60 × 84/16. Гарнитура Times. Бумага офсетная. Печать офсетная
Объем: 11,16 усл. печ. л.; 10,5 уч.-изд. л.
Тираж 400 экз. С. 163^{M}

«Издательство Машиностроение-1»,
107076, Москва, Стромынский пер., 4

Подготовлено к печати и отпечатано в Издательско-полиграфическом центре
Тамбовского государственного технического университета
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

ОТ АВТОРОВ

Открытие часто делается тогда, когда все знают, что этого не может быть, а кто-то один этого не знает.
Он-то и делает это открытие.

Альберт Эйнштейн

Наука – это система знаний об объективных законах природы. За вторую половину двадцатого века получено более половины сведений от объема знаний, накопленных человечеством за всю историю. Большинство видов производств и технологий первоначально зарождаются в недрах науки. Такие предположения и мысли высказываются многими учеными.

Некоторые считают, что научными исследованиями должны заниматься особенно одаренные люди. С этим утверждением можно согласиться лишь при условии, что одаренный человек способен сделать больше, быстрее.

Другие полагают, что надо иметь достаточно высокий предварительный запас знаний. В какой-то мере это помогает. Однако есть люди, обладающие огромными познаниями и в то же время не имеющие ни одной собственной мысли. Многие изобретатели и экспериментаторы показали, что наряду с талантом большое значение имеет количество вложенного труда. Наука – это труд, результаты которого дают принципы действия, новые технологии, новые экономические эффекты.

Образно говоря, сегодня в науке довольно «тесно». Коллективы родственных специальностей многих вузов, научно-исследовательских и проектных институтов и фирм работают в совпадающих направлениях. Поэтому «на поверхности все уже разобрано» и для выбора актуальной тематики приходится «внедряться в более глубокие слои материи». Это и плохо и хорошо. Плохо потому, что много дублирования, а хорошо, потому что происходит количественное накопление. Когда-то академик Н.Н. Семенов сказал: «Из множества диссертаций уже можно кое-что выбрать …».

Авторы далеки от того, чтобы считать вполне достаточным для подготовки наших научных кадров и инженеров предложенную монографию. Со стороны будут виднее и ошибки, и промахи. Может быть, когда-нибудь их удастся учесть и исправить.

ПРЕДИСЛОВИЕ

При подготовке дипломированных специалистов направления «Техническая физика», «Теплоэнергетика», «Строительство» теоретической основой общих профессиональных (ОПД) и специальных (СД) дисциплин являются «Теоретические основы теплотехники», «Тепломассообмен», «Теплопередача в промышленных аппаратах», «Тепломассообменное оборудование предприятий», «Энергосбережение в теплоэнергетике и теплотехнологиях».

В монографии представлены основные положения, теоретические и прикладные вопросы энергосбережения при различных способах теплообмена. Даны основные понятия, определения и законы теплопроводности, конвективного и лучистого теплообмена, теплообменных аппаратов. Приведены решения дифференциального уравнения теплопроводности и конвективного теплообмена. Рассмотрены теплообмен излучением между телами и в газах, в двухфазных средах при кипении и конденсации, теплопередача при сложном теплообмене.

Даны решения задач стационарной теплопроводности плоской, угловой, цилиндрической стенки. Рассмотрены принцип наложения температурных полей, методы итерации и релаксации температурного поля, графического изображения теплового потока и электротепловой аналогии; стационарная теп-

лопроводность при внутреннем тепловыделении в пластине, цилиндре, стержне, при наличии фильтрации и при переменном коэффициенте теплопроводности.

В монографии рассмотрены вопросы нестационарной теплопроводности при различных граничных условиях (регулярный, квазистационарный, упорядоченный тепловой режим) в телах различной формы, а также распространения теплоты и температурных волн в полуограниченном пространстве. Массопроводность капиллярно-пористых тел включает разделы влаго-, паро- и воздухопроницаемости.

Рассмотрены вопросы сбережения тепловой энергии, а также интенсификации теплопередачи. Даны основы расчета теплопередачи, вычисление среднего температурного напора и показателя качества тепломассообменных аппаратов. Представлены особенности критического диаметра тепловой изоляции и работа тепловых трубок.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

T, t – текущая температура по шкале Кельвина, К, и Цельсия, °С;
$T(0, \tau)$; $T_{ц}$ – температура в центре тела, К;
$T(R, \tau)$; $T_{п}$ – температура на поверхности тела, К;
T_0 – начальная температура тела, К;
$T_{с}$, $T_{ж}$ – температура окружающей среды, жидкости, К;
T^{*} – стационарная температура, К;
$\vartheta = (T - T_0)$ – избыточная температура, К;
$\theta = T/T_0$ – безразмерная относительная температура;
x, y, z – текущие координаты;
τ – время, с;
$2R$ – полная толщина тела, м;
d, D – геометрический размер, м;
L, ℓ, δ – линейный размер, м;
f – площадь сечения тела, м^2;
F – площадь поверхности тела, м^2;
u – периметр сечения тела, м;
ξ – фактор формы тела;
q – удельный тепловой поток, Вт/м^2;
q_L – линейная плотность теплового потока, Вт/м;
Q – полный тепловой поток, Вт;
k – коэффициент теплопередачи плоской стенки, Вт/(м^2 · К);
k_L – коэффициент теплопередачи цилиндрической стенки, Вт/(м · К);
c – удельная массовая теплоемкость, Дж/(кг · К);
ρ – плотность материала, кг/м^3;
$(c\rho)$ – удельная объемная теплоемкость, Дж/(м^3 · К);
G – расход жидкости, кг/с, или газа, м^3/с;
V – объем, м^3, или объемный расход, м^3/с;
m – масса вещества, кг;
ω – скорость вещества, м/с;
ν – коэффициент кинематической вязкости, м^2/с;
a – коэффициент температуропроводности, м^2/с;
λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м · К);
α – коэффициент конвективного теплообмена Вт/(м^2 · К);

E – излучательная способность, Вт/м^2;

$\varepsilon_{пр}$ – приведенная степень черноты системы;

μ_n – характеристические числа;

число Био $\mathrm{Bi} = \dfrac{\alpha \ell}{\lambda_{ст}} = \dfrac{\alpha R}{\lambda_{ст}}$ – отношение внутреннего термического сопротивления теплопроводности к внешнему термическому сопротивлению теплоотдачи;

число Фурье $\mathrm{Fo} = \dfrac{a\tau}{R^2}$ – безразмерное время, характеризует сходственные моменты времени в подобных системах;

число Нуссельта $\mathrm{Nu} = \dfrac{\alpha \ell}{\lambda_{ж}}$ – отношение термического сопротивления теплопроводности слоя жидкости толщиной □ к термическому сопротивлению теплоотдачи и характеризует интенсивность теплоотдачи на границе жидкость – стенка;

число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \dfrac{\omega \ell}{\nu_{ж}}$ – определяет соотношение сил инерции и сил вязкости (внутреннего трения) в потоке жидкости;

число Грасгофа $\mathrm{Gr} = \dfrac{g\beta(t_c - t_{ж})\ell^3}{\nu_{ж}^2}$ – характеризует относительную эффективность подъемных сил, вызывающих свободно-конвективное движение среды и сил вязкости;

число Прандтля $\mathrm{Pr} = \dfrac{\upsilon_{ж}}{a_{ж}}$ – безразмерное теплофизическое свойство, характеризует соотношение между молекулярным переносом количества движения и теплоты;

число Стантона $\mathrm{St} = \dfrac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}} = \dfrac{\alpha}{c_p \rho \omega_0}$ – отношение теплового потока на стенке к конвективному потоку вдоль стенки;

число Шмидта $\mathrm{Sc} = \dfrac{\nu_{ж}}{D}$ – безразмерное теплофизическое свойство;

число Фруда $\mathrm{Fr} = \dfrac{g\ell}{\omega^2}$ – определяет соотношение сил тяжести и сил инерции в потоке жидкости;

число Эйлера $\mathrm{Eu} = \dfrac{\Delta P}{\rho \omega_0^2}$ – определяет соотношение сил давления и сил инерции;

число Пекле $\mathrm{Pe} = \dfrac{\omega \ell}{a_{ж}}$ – определяет соотношение между интенсивностью переноса теплоты конвекцией и интенсивностью переноса теплоты теплопроводностью;

число Кутателадзе $\mathrm{K} = \dfrac{r}{c_p \Delta t}$ – определяет отношение теплоты фазового перехода к теплоте переохлаждения;

число Вебера $\mathrm{We} = \dfrac{\sigma}{\ell \rho \omega^2}$ – определяет отношение сил поверхности натяжения к силе инерции;

число Маха $\mathrm{M} = \frac{\omega_0}{\alpha}$ – отношение скорости потока к местной скорости звука и характеризует сжимаемость среды;

число Больцмана $\mathrm{Bo} = \frac{\rho c_p \omega}{\sigma T^3}$ – определяет отношение теплоты, переданной конвекцией, к теплоте, переданной излучением;

число Кирпичева $\mathrm{Ki} = \frac{\varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 T_\text{c}^3 R}{\lambda}$ – определяет отношение количества энергии, переданного излучением, к количеству энергии, переданному теплопроводностью;

число Бугера $\mathrm{Bu} = k\ell_0$ **– характеризует оптическую плотность среды;**

число гомохронности $\mathrm{Ho} = \mathrm{Fo}\,\mathrm{Pe} = \frac{\omega\tau_0}{\ell}$ – определяет отношение переносного (конвективного) ускорения к ускорению в данной точке;

число Шервуда $\mathrm{Sh} = \frac{\beta \ell}{D}$ – определяет отношение интенсивности массоотдачи к интенсивности молекулярной диффузии;

число Старка $\mathrm{Sк} = \frac{\sigma T_\text{c}^3 R}{\lambda}$.

ВВЕДЕНИЕ

Сбережение или сохранение тепловой энергии во многом зависит от процессов распространения теплоты в телах и процессов обмена теплотой между телами. Процессы теплообмена являются составной частью тепловых процессов машин, двигателей, аппаратов, ограждающих конструкций зданий и сооружений. В вопросах теплообмена и энергосбережения можно выделить две основные задачи.

1. Определение количества теплоты, которое при заданных условиях проходит из одной части тела в другую или передается от одного тела к другому. Эта задача является главной при расчетах теплообменных аппаратов, теплопередачи через плоские, цилиндрические стенки, определении потерь теплоты через изоляцию и т.п.

2. Определение температуры в различных участках тела, участвующего в процессе теплообмена. Эта задача является важной при расчете деталей машин, ограждающих конструкций, так как прочность материалов зависит от температуры, а неравномерное распределение температуры вызывает появление термических напряжений.

Существуют три основных способа переноса тепловой энергии:

1) теплопроводность – перенос теплоты от более нагретых к менее нагретым участкам тела за счет теплового движения и взаимодействия микрочастиц, что приводит к выравниванию температуры тела;

2) конвекция – перенос теплоты за счет перемещения частиц вещества в пространстве и наблюдается в движущихся жидкостях и газах;

3) тепловое излучение – перенос энергии электромагнитными волнами при отсутствии контакта между телами.

В большинстве случаев передача теплоты между телами осуществляется одновременно двумя или тремя способами. Например, обмен теплотой между твердой поверхностью и жидкостью (или газом) происходит путем теплопроводности и конвекции одновременно и называется конвективным теплообменом или теплоотдачей. В паровых котлах в процессе переноса теплоты от топочных газов к теплоносителю (воде, пару, воздуху) одновременно участвуют все три вида теплообмена – теплопроводность, конвекция и тепловое излучение. Перенос теплоты от горячей жидкости к холодной через разделяющую их стенку называют процессом теплопередачи.

В книге рассмотрены основные количественные и качественные закономерности протекания этих как элементарных, так и более сложных процессов. Чтобы облегчить изучение вопросов энергосбережения, каждый из способов теплообмена рассматривается отдельно.

1. ОСНОВЫ теплопроводностИ

Теплопроводность – процесс распространения (переноса) теплоты путем непосредственного соприкосновения микрочастиц, имеющих различную температуру, или путем соприкосновения тел (или их частей), когда тело не перемещается в пространстве. Механизм передачи теплоты носит молекулярный или электронный характер.

В теплофизике принято считать, что любое тело состоит из мельчайших частиц. В элементах тела, которые подвержены нагреванию, молекулы начинают двигаться, в результате чего возникают упругие волны, которые передаются от большей температуры к меньшей. Это приводит к выравниванию температуры тела. Такой молекулярный перенос теплоты наблюдается в твердых телах, диэлектриках, жидкостях и газах. В металлах к этому явлению добавляется движение свободных электронов, поэтому теплопроводность металлов выше, чем в диэлектриках, жидкостях и газах.

Теплопроводность жидкостей и газов может рассматриваться только в тех случаях, когда они во всем объеме находятся в неподвижном состоянии. В реальных практических условиях внутри жидкостей и газов имеет место относительное и непрерывное движение частиц, передача тепловой энергии

осуществляется, в основном, конвекцией, а эффект теплопроводности становится второстепенным. Поэтому теплопроводность жидкостей и газов встречается редко.

Согласно понятию аналитической теории теплопроводности любое вещество рассматривается как сплошная материальная среда – континуум, что весьма удобно для математического анализа, так как позволяет представлять физические явления в малой дифференциальной форме и создает более широкие возможности для приложения существующих законов естествознания. Однако такой взгляд на материю приемлем лишь тогда, когда размеры дифференциалов вещества достаточно велики по сравнению с размерами молекул и расстояниями между ними. Указанное обстоятельство соблюдается в подавляющем большинстве случаев. Если расстояния между молекулами становятся соизмеримыми с величиной дифференциалов вещества (например, в сильно разреженном газе, когда в элементарно малом объеме не сохраняются понятия температуры, давления и т.п.), допущение о том, что среда сплошная, становится неприемлемым.

1.1. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Всякое физическое явление протекает во времени, пространстве и связано с понятием поля (температур, давлений, потенциала). Процесс теплопроводности связан с распределением температур внутри тела. *Температура* характеризует степень нагрева и тепловое состояние тела.

1. Т е м п е р а т у р н о е п о л е. Совокупность значений температур в различных точках пространства в различные моменты времени называется температурным полем. Если температура конкретной точки тела зависит только от координат $T = f(x, y, z)$, то такое температурное поле называется *стационарным*, а если от координат и времени $T = f(x, y, z, \tau)$ – *нестационарным*. Различают стационарное (независящее от времени) и нестационарное (зависящее от времени) поле температур, а также одно-, двух- и трехмерное поле, которое характеризуется одной, двумя или тремя координатами.

2. И з о т е р м и ч е с к а я п о в е р х н о с т ь. В любом температурном поле тела всегда имеются частицы с одинаковой температурой. Изотермическая поверхность – это геометрическое место точек одинаковой температуры. Так как в одной и той же точке пространства не может быть двух одинаковых температур одновременно, то изотермические поверхности различного уровня никогда не пересекаются. Они замыкаются на себя или заканчиваются на границах тела (рис. 1.1).

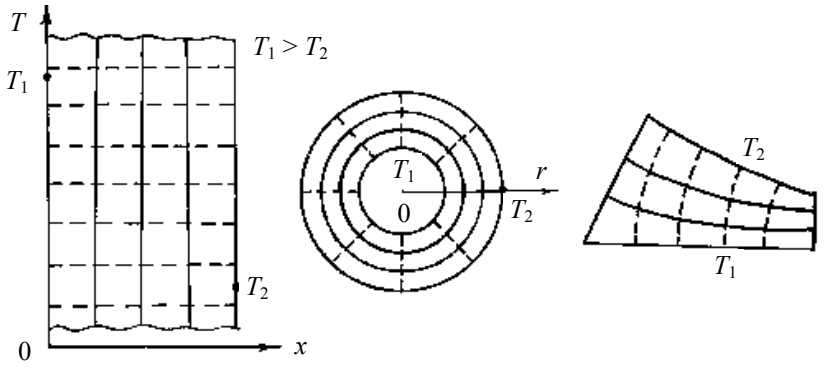


Рис. 1.1. Изотермы, линии тока теплоты в плоской, цилиндрической стенке и в теле произвольной формы:

———— – изотермы, образующие приросты температуры;

- - - - - - – линии тока, образующие трубки тока теплоты

Линии, пересекающие изотермические поверхности под прямым углом, называют линиями *теплового тока*. Совокупность изотерм и линий тока в теле наглядно изображает картину распространения теплоты (рис. 1.1). Изменение температур в теле наблюдается лишь в направлениях, пересекающих изотермические поверхности, а наиболее резкое изменение температур получается в направлении нормали к изотермам.

3. Г р а д и е н т т е м п е р а т у р. Градиентом любого физического параметра называют первую производную по направлению его наибольшего возрастания. Предел отношения изменения температуры ΔT между соседними изотермами, к расстоянию между ними по нормали Δn называется градиентом температур (К/м) и обозначается одним из символов: $\text{grad}\, T = \partial T / \partial n = \nabla T$.

Вектор температурного градиента всегда направлен по нормали к изотерме в сторону возрастания температур. Составляющая градиента на направление s может быть выражена через направляющий косинус:

$$(\text{grad}\, T)_s = \frac{\partial T}{\partial n}\cos(\hat{ns}) = \frac{\partial T}{\partial s}.$$

Градиент, взятый с обратным знаком, называется *падением температуры* и обозначается: $-\text{grad}\, T = -\partial T / \partial n = -\nabla T$.

4. Т е п л о в о й п о т о к. Любая изотермическая поверхность разделяет тело на две области: с большей и меньшей температурой. Теплота переходит через изотермическую поверхность в область более низкой температуры. Количество теплоты ΔQ (Дж), проходящее в единицу времени $\Delta\tau$ (с) через произвольную изотермическую поверхность, называется *тепловым потоком* Q, Дж/с (Вт). В общем случае тепловой поток может совпадать или не совпадать с линией тока тепла, может изменяться вдоль линии тока тепла или оставаться постоянным. Значения теплового потока могут зависеть или не зависеть от времени.

Интенсивность теплообмена характеризуется плотностью теплового потока. *Плотностью теплового потока* q (или удельным тепловым потоком) называется количество теплоты ΔQ (Дж), проходящее через единицу поверхности F ($м^2$) в единицу времени $\Delta\tau$ (с):

$$q = \Delta Q/\Delta\tau F,\ \text{Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})\ \text{или}\ \text{Вт}/\text{м}^2.$$

Следовательно, плотность теплового потока q это тепловой поток Q (Вт), отнесенный к единице поверхности F ($м^2$):

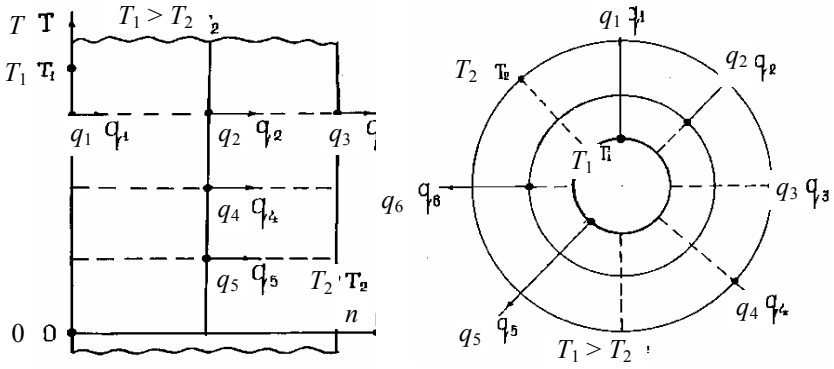
$$q = Q/F,\ \text{Вт}/\text{м}^2.$$

Удельный тепловой поток q является вектором, направление которого совпадает с направлением распространения теплоты в данной точке и противоположно направлению вектора температурного градиента. Вектор удельного теплового потока q (как и градиент температуры) всегда нормален к изотермической поверхности (рис. 1.2).

На рис. 1.2, *а* вектор удельного теплового потока q в пластине совпадает с линиями тока теплоты, а его значение не меняется вдоль линий тока $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q_5$ и остается неизменной в различных точках изотермы. На рис. 1.2, *б* вектор удельного теплового потока q в цилиндре совпадает с линиями тока теплоты, а его значение меняется вдоль линии тока $q_1 = q_5 > q_2 = q_6 > q_3 = q_4$, но остается постоянным значением в различных точках одной и той же изотермы.

5. З а к о н т е п л о п р о в о д н о с т и Ф у р ь е. Французский ученый Жан Батист Фурье (1768 – 1830 гг.), сначала экспериментально в 1807 г., а затем и теоретически в 1822 г. установил, что для изотропных (твердых) сред количество передаваемой теплоты ΔQ (Дж) пропорционально падению температуры ($-\partial T / \partial n$), времени $\Delta\tau$ (с) и площади сечения F ($м^2$), перпендикулярного направлению распространения теплоты:

$$\Delta Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} F \Delta \tau .$$



а)

б)

Рис. 1.2. Изотермы, линии теплового тока, векторы теплового потока:

а – в пластине: $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q_5$;

б – в цилиндре: $q_1 = q_5 > q_2 = q_6 > q_3 = q_4$

Математическое выражение закона теплопроводности Фурье:

$$q = -\lambda(\partial T / \partial n) .$$

6. К о э ф ф и ц и е н т т е п л о п р о в о д н о с т и. Множитель пропорциональности λ в законе Фурье, называется коэффициентом теплопроводности, который характеризует способность вещества проводить теплоту. Схема количественного выражения коэффициента теплопроводности λ показана на рис. 1.3.

Коэффициент теплопроводности λ численно равен количеству теплоты ΔQ (Дж), проходящей в единицу времени $\Delta\tau$ (с) через единицу поверхности F (м^2) при разности температур ΔT в один градус (К) на единицу длины ℓ (м):

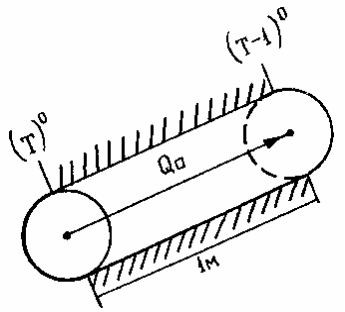


Рис. 1.3. Схема прохождения теплового потока Q_0 (Вт) через единицу поверхности F (м^2) при разности температур ΔT

$$\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta\tau F(\Delta T / \ell)} = \frac{Q_0}{F(\Delta T / \ell)}, \quad \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2 \cdot (\text{К}/\text{м})} = \frac{\text{Вт}}{(\text{м} \cdot \text{К})} .$$

Коэффициент теплопроводности – тепловой поток, проходящий через один квадратный метр изотермической поверхности при температурном градиенте, равном единице.

Для разнообразных веществ коэффициент теплопроводности λ, неодинаков и зависит от физических характеристик материала (структуры, плотности, влажности, давления и температуры), а для технических расчетов обычно принимается по справочным таблицам. При распространении теплоты температура в различных частях тела различна, а зависи-

мость λ от температуры имеет вид: $\lambda = \lambda_0[1 + b(t - t_0)]$, где λ_0 – коэффициент теплопроводности при температуре t_0; b – постоянная, определяемая опытным путем.

Для большинства веществ и материалов зависимость $\lambda = f(T)$ достаточно слабая, что позволяет коэффициент усреднять в заданном интервале температур и оперировать им как постоянной характеристикой.

Коэффициент теплопроводности λ для металлов лежит в пределах 20…400 Вт/(м · К). Самым теплопроводным металлом является серебро (410), затем идут чистая медь (395), алюминий (210). Для большинства металлов с повышением температуры λ уменьшается и лишь для отдельных сплавов (алюминий, нихром) – увеличивается. Он убывает и при наличии разного рода примесей: для железа с 0,1 % углерода λ = 52, с 1,0 % углерода λ = 40, и установить общую закономерность влияния примесей невозможно.

Для строительных материалов λ лежит в пределах 0,02…3,0 Вт/(м · К) и с повышением температуры возрастает. Как правило, для материалов с большей плотностью λ имеют более высокие значения. Для влажных материалов λ может быть значительно выше, чем для сухого материала и воды в отдельности. Так, например, для сухого кирпича λ ≈ 0,3, для воды 0,6, а для влажного кирпича 0,9. У влажных материалов появляется градиент давления в сторону распространения влаги, и теплота с влагой как бы проталкивается.

Материалы с низким значением коэффициента теплопроводности, менее 0,23 Вт/(м · К), обычно применяются для тепловой изоляции и называются *теплоизоляционными материалами*.

Коэффициент теплопроводности жидкостей лежит в пределах 0,06…0,7 Вт/(м · К). С повышением температуры для большинства жидкостей λ убывает, а исключение составляют лишь вода и глицерин.

Коэффициент теплопроводности газов лежит в пределах 0,005…0,5 Вт/(м · К). С повышением температуры λ возрастает, а от давления практически не зависит, за исключением очень высоких (больше 200 МПа) и очень низких (меньше 20 мм рт. ст.) давлений.

Коэффициент теплопроводности не подчиняется закону аддитивности и поэтому λ смеси не может быть рассчитано путем суммирования коэффициентов теплопроводности отдельных компонентов. Для сплава чистых металлов, смеси газов или жидкостей при отсутствии табличных данных коэффициент теплопроводности λ достоверно может быть определен только путем опыта.

Необходимо помнить, что большинство тел относятся к изотропным веществам, у которых свойства одинаковы во всех направлениях. Для анизатропных тел существует зависимость физических свойств от направления. Поэтому для монокристаллов λ неодинаково в направлении различных осей, а для дерева λ различно вдоль и поперек волокон.

1.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Дифференциальным уравнением теплопроводности называется математическая зависимость, связывающая между собой все физические параметры, характеризующие явление теплопроводности внутри объема. Если такую связь найти явно относительно температуры, т.е. $T = f(x, y, z, \tau)$, то можно определить плотность теплового потока. Для вывода дифференциального уравнения теплопроводности необходимо представить себе объем тела в декартовой или цилиндрической системе координат (рис. 1.4), которое нагревается или охлаждается и внутри которого имеет место температурное поле.

Теплопроводность вещества зависит от температуры, координат точки, времени, плотности, теплоемкости и других физических параметров тела. Для установления математической зависимости этих параметров необходимо часть из них взять в бесконечно малом значении, в виде частных произ-

водных ($\partial T/\partial x$, $\partial T/\partial y$, $\partial T/\partial \tau$, $\partial q_x/\partial x$ и т.д.), а часть в конечном – dT, dx, dy, dz, $d\tau$, λ, c, ρ. Кроме того, из математической физики необходимо вспомнить следующие положения.

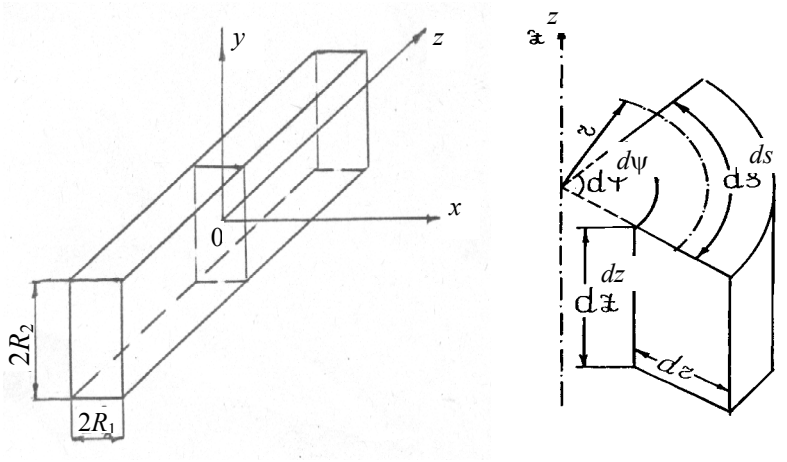


РИС. 1.4. ОБЪЕМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА И ЦИЛИНДРА

1. Вектор плотности теплового потока q_n (рис. 1.5), направленный перпендикулярно изотермической поверхности T, может быть разложен на составляющие по координатным осям:

$$q_x = q_n \cos(\hat{nx}) = -\lambda \frac{dT}{dn} \cos(\hat{nx}) = -\lambda \frac{dT}{dx};$$

$$q_y = q_n \cos(\hat{ny}) = -\lambda \frac{dT}{dn} \cos(\hat{ny}) = -\lambda \frac{dT}{dy};$$

$$q_z = q_n \cos(\hat{nz}) = -\lambda \frac{dT}{dn} \cos(\hat{nz}) = -\lambda \frac{dT}{dz}.$$

2. Если элементарный параллелепипед вблизи точки *M* ориентирован относительно осей координат, то количество теплоты, вошедшее внутрь его за время $d\tau$, может быть выражено суммой

$$q_1 = q_{x1}\, dy\, dz\, d\tau + q_{y1}\, dx\, dz\, d\tau + q_{z1}\, dx\, dy\, d\tau,$$

где q_{x1} – составляющая плотности теплового потока в направлении *x* за время $d\tau$ на поверхности *dy dz*, слева; q_{y1} – то же в направлении *y* на поверхности *dx dz*, слева; q_{z1} – то же в направлении *z* на поверхности *dx dy*, слева.

Количество теплоты, вышедшей за то же самое время $d\tau$ изнутри параллелепипеда, определяется аналогично:

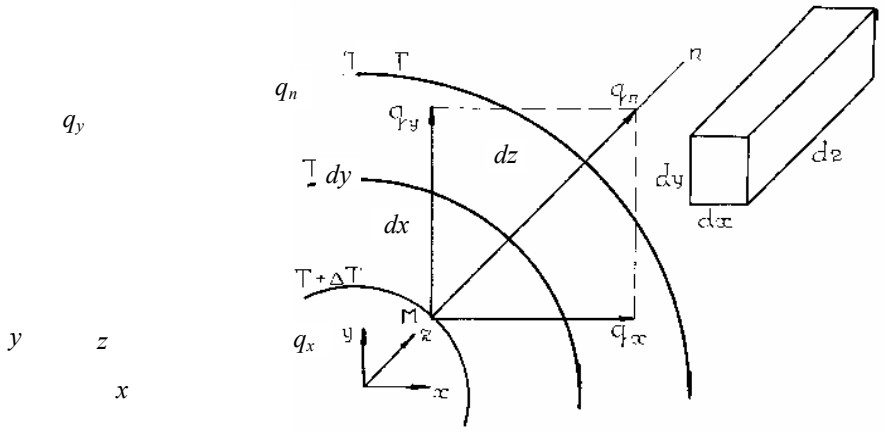


Рис. 1.5. Разложение вектора по координатным осям

$$q_2 = q_{x2}\, dy\, dz\, d\tau + q_{y2}\, dx\, dz\, d\tau + q_{z2}\, dx\, dy\, d\tau,$$

где q_{x2} – составляющая плотности теплового потока в направлении *x* за время $d\tau$ на поверхности *dy dz*, справа; q_{y2} – то же в направлении *y* на поверхности *dx dz*, справа; q_{z2} – то же в направлении *z* на поверхности *dx dy*, справа.

3. *Удельным внутренним тепловыделением* называется отношение

$$\frac{dQ_w}{dV\, d\tau} = W\ ,$$

где dQ_w – количество теплоты, выделяемое в объеме $dV = dx\, dy\, dz$ за время $d\tau$.

При проектировании экспериментальных установок в технике чаще всего *W* может задаваться и благодаря этому определяется

$$dQ_w = W\, dV\, d\tau\ .$$

4. Если $\xi = f(n, \tau)$, то частные дифференциалы определяются из условий

$$d\xi_\tau = \frac{\partial \xi}{\partial \tau} d\tau; \qquad d\xi_n = \frac{\partial \xi}{\partial n} dn.$$

5. Если $\vec{\xi} = f(x, y, z, \tau)$, то частные дифференциалы определяются из условий

$$d\vec{\xi}_x = \frac{\partial \xi_x}{\partial x} dx; \quad d\vec{\xi}_y = \frac{\partial \xi_y}{\partial y} dy;$$

$$d\vec{\xi}_z = \frac{\partial \xi_z}{\partial z} dz; \quad d\vec{\xi}_\tau = \frac{\partial \xi_\tau}{\partial \tau} d\tau.$$

6. *Дифференциалом физического параметра* называется бесконечно малая разность последующего и предыдущего ее значений:

$$d\xi = (\xi_2 - \xi_1) \quad \text{или} \quad -d\xi = (\xi_1 - \xi_2),$$

где ξ_2, ξ_1 – последующее и предыдущее значения физического параметра.

7. Если начало координат (рис. 1.4) расположить в центре тела, то во всех случаях его средняя температура определяется по формулам:

- для параллелепипеда

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{2R_1\, 2R_2\, 2R_3} \int_{-R_1}^{+R_1} dx \int_{-R_2}^{+R_2} dy \int_{-R_3}^{+R_3} T(x, y, z, \tau) dz;$$

- для цилиндра

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\pi R^2\, 2L} \int_0^{+R_1} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-L}^{+L} T(r, \varphi, z, \tau) dz.$$

Выделим внутри объема тела (рис. 1.4) элементарный параллелепипед и расположим его в декартовой системе координат (рис. 1.6).

Если теплоты в объеме появляется больше, чем уходит из него за то же самое время, то в объеме имеет место прибыль теплоты. Если же теплоты в объеме появляется меньше, чем уходит из него за то же самое время, то в объеме – убыль теплоты.

Прибыль или убыль теплоты в элементарном объеме $dV = = dxdydz$ может быть выражена из следующего уравнения теплового баланса

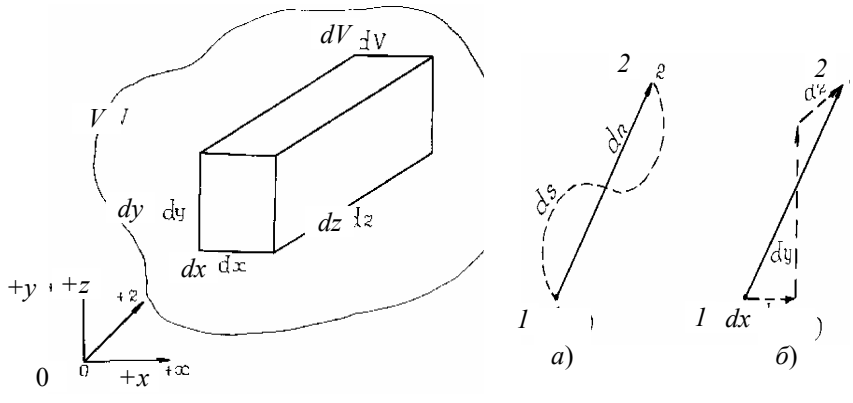


Рис. 1.6. Элементарный параллелепипед в объеме *V* и два различных пути движения элементарного параллелепипеда от точки *1* к точке *2*:

а – произвольное перемещение точки в пространстве;

б – перемещение точки вдоль координатных осей *x*, *y*, *z*

$$(q_{x1}\,dydz + q_{y1}\,dxdz + q_{z1}\,dx\,y)\,d\tau + WdVd\tau = \\ = (q_{x2}\,dydz + q_{y2}\,dxdz + q_{z2}\,dxdy)\,d\tau + (c\rho)\,dVdT. \qquad (1.1)$$

В левой части уравнения теплового баланса (1.1), с индексом 1, показан приход теплоты за единицу времени τ, а в правой части, с индексом 2, – уход теплоты из параллелепипеда. Соотношение $W\,dV\,d\tau$ характеризует внутреннее тепловыделение за счет положительных (W) или отрицательных (минус W) источников теплоты, а если их нет, то $W = 0$. Соотношение $(c\rho)dVdT$ – приращение теплоты в объеме за счет изменения его температуры (прибыль или убыль теплоты).

Следовательно, баланс теплоты для элементарного параллелепипеда может быть сформулирован так: теплота, пришедшая внутрь объема и выделившаяся внутри за время $d\tau$, равна теплоте, ушедшей изнутри объема и пошедшей на изменение его температуры за тот же отрезок времени $d\tau$. Из уравнения теплового баланса следует

$$(c\rho)\,dVdT = [(q_{x1} - q_{x2})\,dydz + (q_{y1} - q_{y2})\,dxdz + \\ + (q_{z1} - q_{z2})\,dxdy]\,d\tau + WdVd\tau.$$

Так как q_1 изменяется до q_2 на дифференциально малом расстоянии, то разность в круглых скобках есть также бесконечно малая величина. Здесь и далее: q_2 – последующее значение плотности потока,
q_1 – предыдущее. С учетом этого (см. п. 1.4) $q_1 - q_2 = -dq$. В итоге

$$(c\rho)\,dVdT = [-dq_x dydz - dq_y dxdz - dq_z dxdy]\,d\tau + WdVd\tau\,.$$

Возможна и другая запись последнего выражения

$$(c\rho)dVdT = \left[-\frac{\partial q_x}{\partial x}dxdydz - \frac{\partial q_y}{\partial y}dydxdz - \frac{\partial q_z}{\partial z}dzdydx \right] d\tau + WdVd\tau .$$

После сокращения множителя dV получаем

$$(c\rho)\,dT = \left[-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] d\tau + Wd\tau .$$

Здесь $\frac{\partial q_x}{\partial x} = \frac{\partial\left(-\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)}{\partial x} = -\lambda\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$.

Следовательно,

$$(c\rho)\,dT = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) d\tau + Wd\tau .$$

Отношение $\frac{\lambda}{(c\rho)} = a$ называется коэффициентом *температуропроводности вещества*, м^2/с, который характеризует скорость выравнивания температуры в неравномерно нагретом объеме тела.

С учетом этого

$$dT = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) d\tau + \frac{W}{(c\rho)}d\tau . \qquad (1.2)$$

Если тело твердое, то элементарный объем не перемещается в пространстве, а его температура меняется только во времени. В уравнении (1.2) в этом случае следует полагать $dT = dT_\tau = \frac{\partial T}{\partial \tau}d\tau$.

Поэтому для твердого тела имеет место зависимость

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{W}{(c\rho)} . \qquad (1.3)$$

Уравнение (1.3) называется дифференциальным уравнением теплопроводности Фурье для изотропного твердого тела в декартовой системе координат (установлен Ж.Б. Фурье в 1822 г.). Если температурное поле стационарное – имеем дифференциальное уравнение Пуассона:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{W}{\lambda} = 0 . \qquad (1.4)$$

При отсутствии внутренних источников теплоты, когда тепловыделение W равно нулю, имеем дифференциальное уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 . \qquad (1.5)$$

Дифференциальные уравнения Фурье (1.3), Пуассона (1.4) и Лапласа (1.5) могут быть двумерными, когда температура зависит от двух любых координат, и одномерными, когда температура зависит только от одной координаты пространства.

В теплофизике и теплотехнических приложениях наиболее часто встречаются следующие случаи:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right); \qquad \frac{\partial T}{\partial \tau} = a\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2};$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{W}{\lambda} = 0; \qquad \frac{d^2 T}{dx^2} = 0. \tag{1.6}$$

Дифференциальные уравнения теплопроводности в декартовой системе координат (1.4) – (1.6) удобно использовать в тех случаях, когда тело имеет форму параллелепипеда, куба, призмы прямоугольного или квадратного сечения, неограниченной пластины (плоской стенки), толщина которой весьма мала по сравнению с другими размерами.

Для тел цилиндрической формы эти уравнения более удобно использовать в цилиндрической системе координат $x = r\cos\psi$, $y = r\sin\psi$ (рис. 1.1), которые характеризуются осью *z*, радиусом *r* и углом поворота ψ. Используя правила дифференцирования сложных функций, можно получить

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial^2 T}{\partial \psi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{W}{(c\rho)}. \tag{1.7}$$

Уравнение (1.7) называется дифференциальным уравнением теплопроводности Фурье в цилиндрической системе координат. В теплофизике и теплотехнике оно часто встречается в одномерной форме – дифференциальные уравнения Фурье, Пуассона и Лапласа:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right); \; \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} + \frac{W}{\lambda} = 0; \; \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} = 0. \tag{1.8}$$

Дифференциальные уравнения (1.7) и (1.8) удобно использовать в тех случаях, когда тело имеет форму (или близко к форме) цилиндра конечных размеров, диска конечных размеров, бесконечного цилиндра (тело, длина которого весьма велика по сравнению с диаметром).

Для тел шаровой формы дифференциальное уравнение теплопроводности более удобно использовать в сферической системе координат:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right). \tag{1.9}$$

Если тело жидкое, то элементарный объем движется в пространстве большого объема, принимая температуру той точки, в которой оказывается. Если бы объем задержался в какой-нибудь точке, то его температура все равно изменялась бы, так как температура всего объема меняется во времени. Таким образом, причинами изменения температуры элементарного объема являются его перемещение между точками с разной температурой и его нахождение в большом объеме, температура которого меняется во времени, а объем может нагреваться или охлаждаться. Общее изменение температуры *dT* складывается как сумма

$$dT = dT_\tau + dT_\text{п}. \tag{1.10}$$

На рис. 1.6 показаны два различных пути движения элементарного параллелепипеда от точки *1* к точке *2* и в любом случае $ds = dx + dy + dz$. Если бы оба пути были пройдены за одно и то же время $d\tau$, то тогда

имело бы место естественное равенство $dT_{\text{п}} = dT_S$. Поэтому $dT_{\text{п}} = dT_x + dT_y + dT_z$ и после подстановки в (1.10) получаем

$$dT = dT_\tau + dT_x + dT_y + dT_z = \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial T}{\partial x} dx + \frac{\partial T}{\partial y} dy + \frac{\partial T}{\partial z} dz =$$
$$= d\tau \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{dx}{d\tau} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{dy}{d\tau} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{dz}{d\tau} \frac{\partial T}{\partial z} \right).$$

Скорость перемещения элементарного объема dV жидкого тела может быть выражена как $\omega = \frac{dn}{d\tau}$. Поэтому соотношение $\frac{dx}{d\tau} = \omega_x$ есть составляющая скорости элементарного объема dV в направлении оси x. В итоге

$$dT = d\tau \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial T}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial T}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial T}{\partial z} \right). \qquad (1.11)$$

Подстановка (1.11) в (1.2) приводит к зависимости

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial T}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial T}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{W}{(c\rho)}. \qquad (1.12)$$

Дифференциальное уравнение (1.12) для движущегося элемента жидкости носит название Фурье–Кирхгофа. Оно устанавливает связь между временными и пространственными изменениями температуры в любой точке движущейся среды.

1.3. УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОСТИ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Дифференциальные уравнения теплопроводности (1.3) – (1.5), (1.7) – (1.9), (1.12) устанавливают связь между физическими параметрами в общем виде и описывают целый комплекс различных явлений. Для решения практических задач энергосбережения в строительстве и промышленности требуется знание теплового потока, градиента температур, распределения температур внутри объема тела. Поэтому для каждого конкретного случая к дифференциальному уравнению теплопроводности добавляют математические условия или ряд дополнительных уравнений, называемых *условиями однозначности* задачи.

Условия однозначности включают в себя геометрические, физические, временные и граничные условия.

Геометрические условия характеризуют геометрические и линейные размеры тела, участвующего в процессе теплопроводности.

Физические условия характеризуют физические свойства тела, среды (λ, c, ρ, a) или задается закон внутреннего тепловыделения.

Временные или начальные условия характеризуют особенности протекания процесса во времени или распределение температуры внутри тела в начальный момент времени: при $\tau = 0$ и $T = f(x, y, z)$. Очень часто в начальный момент времени тело имеет равномерную одинаковую температуру по всему объему: $\tau = 0$ и $T = T_0 = \text{const}$.

Граничные условия характеризуют процессы теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой.

Граничные условия задаются несколькими возможными случаями:

I рода – задается распределение температуры на поверхности тела: $T_{\text{п}} = f(x, y, z, \tau)$; очень часто $T_{\text{п}} = \text{const}$.

II рода – задается распределение теплового потока на поверхности тела: $q_п = f(x, y, z, \tau)$; очень часто $q_п = \text{const}$.

III рода – задаются температура окружающей среды $T_{ср}$ и закон теплообмена между средой и поверхностью тела. Эти законы зависят от многих факторов и поэтому, чаще всего, используется закон теплообмена Ньютона:

$$q = \alpha(T_п - T_{ср}) \quad \text{или} \quad -\lambda(dT/dn) = \alpha(T_п - T_{ср}).$$

IV рода (условия сопряжения) – характеризуют процессы теплопроводности между соприкасающимися поверхностями различных тел, когда температура в точке сопряжения тел одинакова, но тепловые потоки разные.

1.4. СТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ

Дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье (1.12) и его частные случаи в декартовой (1.3) – (1.6), цилиндрической (1.7), сферической (1.9) системах координат выполняются при условии, если:

- тело однородно, изотропно, а физические свойства постоянны;
- в связи с температурными напряжениями деформации внутри объема тела незначительны по сравнению с объемом тела, а макрочастицы внутри тела неподвижны относительно друг друга.

Рассмотрим плоскую, однородную, изотропную, неограниченную (размеры по ширине намного больше толщины δ) пластину, выполненную из материала с коэффициентом теплопроводности λ (рис. 1.7). Температура T_1 (при $x = 0$) – одинакова на всей поверхности F; температура T_2 (при $x = \delta$) – одинакова на всей поверхности F. Температура стенки меняется только по толщине в направлении оси x, а по оси y и z остается постоянной. Внутренние источники теплоты отсутствуют.

ЯВЛЕНИЕ СТАЦИОНАРНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛОТЫ В ПЛОСКОЙ СТЕНКЕ ОПИСЫВАЕТСЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ФОРМЕ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА (1.6). ТАК КАК ТЕМПЕРАТУРА СТЕНКИ МЕНЯЕТСЯ ТОЛЬКО В НАПРАВЛЕНИИ ОСИ X, ТО МОЖНО ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ ЗАМЕНИТЬ ПОЛНЫМИ, Т.Е:

$$D^2T/DX^2 = 0. \qquad (1.13)$$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ ТЕПЛОВОЙ ПОТОК Q (ВТ) И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ T ВНУТРИ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ.

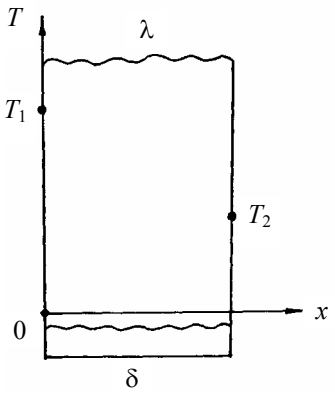


Рис. 1.7. Расположение координат на плоской стенке:
T_1 – температура одинакова на всей поверхности F (при $x = 0$);
T_2 – температура одинакова на всей поверхности F (при $x = \delta$);

δ – толщина пластины;
λ – коэффициент теплопроводности

ПОСЛЕ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА (1.13) ПОЛУЧИМ $DT/DX = C_1$. ОТКУДА

$$T = C_1 X + C_2, \qquad (1.14)$$

ГДЕ C_1 И C_2 – ПОСТОЯННЫЕ ИНТЕГРИРОВАНИЯ, КОТОРЫЕ ОПРЕДЕЛЯЮТСЯ ИЗ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ: ПРИ $X = 0$ $T = T_1$; ПРИ $X = \delta$ $T = T_2$.

ТОГДА УРАВНЕНИЕ (1.14) ИМЕЕТ ВИД: $T_1 = C_1 \cdot 0 + C_2$, $T_2 = C_1\delta + C_2$.

ОТКУДА $C_1 = (T_2 - T_1) / \delta$; $C_2 = C_1$.

ПОСЛЕ ПОДСТАНОВКИ C_1 И C_2 В УРАВНЕНИЕ (1.14) ПОЛУЧИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ T ВНУТРИ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ, КОТОРОЕ ИМЕЕТ ЛИНЕЙНЫЙ ХАРАКТЕР:

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\delta} x. \qquad (1.15)$$

Для определения теплового потока, проходящего через слой, используем уравнением Фурье

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad \text{или} \quad Q = -\lambda \frac{dT}{dx} F = q F. \qquad (1.16)$$

Взяв производную по x в (1.15), получим $dT/dx = -(T_1 - T_2)/\delta$. Подставим это в уравнение (1.16):

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} = \frac{\lambda}{\delta}(T_1 - T_2);$$

$$Q = qF = \frac{\lambda}{\delta} F (T_1 - T_2) = \frac{F(T_1 - T_2)}{R_{\text{пл}}}. \qquad (1.17)$$

Следовательно, количество теплоты (Дж) переданное в единицу времени (с), или тепловой поток (Вт), через плоскую стенку, прямо пропорционально коэффициенту теплопроводности материала λ, площади поперечного сечения F, температурному напору $\Delta T = T_1 - T_2$ и обратно пропорционально толщине стенки δ. Здесь $R_{\text{пл}}$ – термическое сопротивление теплопроводности плоского слоя, (м^2 · К)/Вт:

$$R_{\text{пл}} = \delta / \lambda = F (T_1 - T_2) / Q = (T_1 - T_2) / q. \qquad (1.18)$$

Термическое сопротивление – это температурный напор, приходящийся на единицу удельного расхода теплоты. Иными словами, это разность температур, благодаря которой через заданную систему удается передать единицу удельного количества теплоты. Для плоских систем удельное количество теплоты совпадает с плотностью теплового потока и равно $q = Q / F$, (Вт/м^2).

Многослойная плоская стенка состоит из нескольких разнородных слоев (стены ограждающих конструкций, обмуровка печей и котлов). На рис. 1.8 показана трехслойная стенка с толщиной каждого слоя $\delta_1 \ldots \delta_3$ и коэффициентом теплопроводности соответственно $\lambda_1 \ldots \lambda_3$.

При стационарном тепловом режиме удельный тепловой поток постоянен и для всех слоев одинаков, поэтому

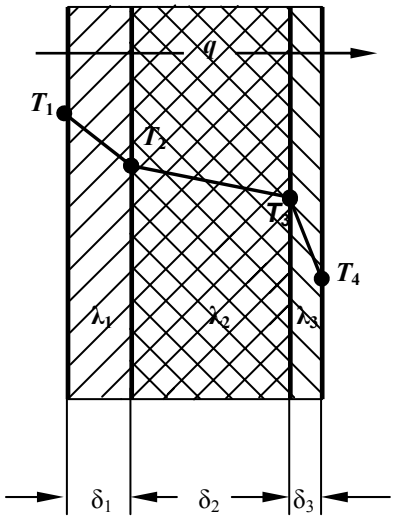


Рис. 1.8. Плоская многослойная стенка

$$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(T_1 - T_2);$$

$$q = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(T_2 - T_3);$$

$$q = \frac{\lambda_3}{\delta_3}(T_3 - T_4).$$

Изменение температуры в каждом слое составляет:

$$T_1 - T_2 = q\frac{\delta_1}{\lambda_1}; \quad T_2 - T_3 = q\frac{\delta_2}{\lambda_2}; \quad T_3 - T_4 = q\frac{\delta_3}{\lambda_3}.$$

Складывая левые и правые части полученных уравнений, получаем суммарный температурный напор

$$T_1 - T_4 = q\,(\delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \delta_3/\lambda_3).$$

Удельный тепловой поток: $q = (T_1 - T_4)/(\delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \delta_3/\lambda_3)$.

Удельный тепловой поток для n-слойной плоской стенки

$$q = (T_1 - T_{n+1})/(\delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \ldots + \delta_n/\lambda_n). \qquad (1.19)$$

Общее термическое сопротивление многослойной плоской стенки равно сумме частных сопротивлений.

Тепловой поток Q, проходящий через поверхность F:

$$Q = qF = F(T_1 - T_{n+1})/(\delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \ldots + \delta_n/\lambda_n). \quad (1.20)$$

Иногда (ради сокращения) многослойную пластину (рис. 1.8) рассчитывают как однослойную (однородную) толщиной Δ и в расчет вводится эквивалентный коэффициент теплопроводности $\lambda_{экв}$:

$$\lambda_{экв} = \Delta/(\delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \delta_3/\lambda_3) = (\delta_1 + \delta_2 + \delta_3)/(\delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \delta_3/\lambda_3).$$

Эквивалентный коэффициент теплопроводности $\lambda_{экв}$ зависит только от термических сопротивлений и толщины отдельных слоев.

Удельный тепловой поток в этом случае $q = \lambda_{экв}\,(T_1 - T_4)/\Delta$.

В расчетной формуле для многослойной стенки (1.20) предполагается идеальный тепловой контакт соприкасающихся слоев и благодаря этому слои имеют одну и ту же температуру. Однако, если поверхности шероховаты, тесное соприкосновение невозможно, и между слоями образуются воздушные зазоры. Так как теплопроводность воздуха мала, то наличие даже очень тонких зазоров может сильно повлиять в сторону уменьшения эквивалентного коэффициента теплопроводности многослойной стенки. Аналогичное влияние оказывает и слой окисла металла. Поэтому при расчете и измерении теплопроводности на плотность контакта между слоями нужно обращать особое внимание.

1.5. СТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СТЕНКИ

РАССМОТРИМ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ СТЕНКУ С ВНУТРЕННИМ R_1 И НАРУЖНЫМ R_2 РАДИУСАМИ И КОЭФФИЦИЕНТОМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ λ (РИС. 1.9).

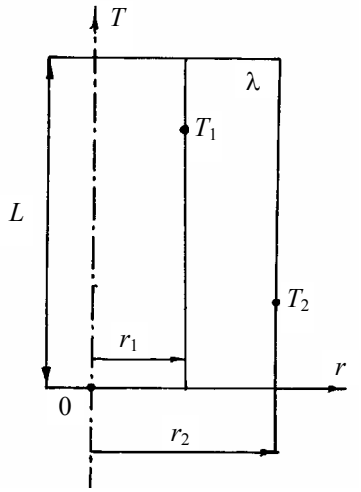


Рис. 1.9. Расположение координат

цилиндрической стенки:

r_1 и r_2 – внутренний и наружный радиусы стенки;

T_1 – температура одинакова по всей внутренней поверхности (при $r = r_1$);

T_2 – температура одинакова по всей НАРУЖНОЙ ПОВЕРХНОСТИ (ПРИ $R = R_2$);

λ – коэффициент теплопроводности;

L – длина цилиндрической стенки

ТЕМПЕРАТУРА T_1 (ПРИ R_1) – ОДИНАКОВА НА ВСЕЙ ПОВЕРХНОСТИ F_1; ТЕМПЕРАТУРА T_2 (ПРИ R_2) – ОДИНАКОВА НА ВСЕЙ ПОВЕРХНОСТИ F_2. ТЕМПЕРАТУРА ОДНОРОДНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СТЕНКИ МЕНЯЕТСЯ ТОЛЬКО В НАПРАВЛЕНИИ РАДИУСА R, А ПО ДЛИНЕ L ОСТАЕТСЯ ПОСТОЯННОЙ. ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ ТЕПЛОВОЙ ПОТОК Q (ВТ) И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ T ВНУТРИ СТЕНКИ.

ЯВЛЕНИЕ СТАЦИОНАРНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛОТЫ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СТЕНКЕ ОПИСЫВАЕТСЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЛАПЛАСА В ФОРМЕ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ (1.8). ТАК КАК ТЕМПЕРАТУРА СТЕНКИ МЕНЯЕТСЯ ТОЛЬКО В НАПРАВЛЕНИИ РАДИУСА R, ТО МОЖНО ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ ЗАМЕНИТЬ ПОЛНЫМИ, Т.Е.:

$$\frac{d^2T}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dT}{dr}=0. \qquad (1.21)$$

Введем переменную $U=\frac{dT}{dr}$, (1.22)

и тогда уравнение (1.21) примет вид:

$$\frac{dU}{dr}+\frac{1}{r}U=0 \quad \text{или} \quad \frac{dU}{dr}=-\frac{U}{r}.$$

Разделим переменные: $\frac{dU}{U}=-\frac{dr}{r}$ и после интегрирования последнего выражения имеем

$$\ln U=-\ln r+\ln C_1 \quad \text{или} \quad U=\frac{C_1}{r}.$$

Используя уравнение (1.22), имеем

$$\frac{dT}{dr}=\frac{C_1}{r} \quad \text{или} \quad dT=C_1\frac{dr}{r}.$$

После интегрирования последнего выражения имеем

$$T=C_1\ln r+C_2, \qquad (1.23)$$

где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования, которые определяются из граничных условий: при $r=r_1$ $T=T_1$, а при $r=r_2$ $T=T_2$.

Уравнение (1.23) при таких граничных условиях имеет вид:

$$T_1=C_1\ln r_1+C_2; \quad T_2=C_1\ln r_2+C_2.$$

Решая эту систему уравнений, находим постоянные интегрирования C_1 и C_2, и подставляя их в выражение (1.23), получим распределение температуры в однослойной цилиндрической стенке, которое имеет логарифмическую зависимость:

$$T=T_1-\frac{T_1-T_2}{\ln\frac{r_2}{r_1}}\ln\frac{r}{r_1}. \qquad (1.24)$$

Согласно (1.24) внутри каждого слоя температура изменяется по логарифмическому закону. Причем при направлении Q наружу кривая расположена выпуклостью вниз, а при направлении Q внутрь трубы — выпуклостью вверх. Для многослойной цилиндрической стенки в целом температурная кривая представляет собой ломанную кривую.

Для определения теплового потока, проходящего через цилиндрический слой, воспользуемся уравнением теплопроводности Фурье:

$$Q=-\lambda\frac{dT}{dr}F=-\lambda\frac{dT}{dr}2\pi rL. \qquad (1.25)$$

Продифференцировав уравнение (1.24) по радиусу r, имеем

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{T_1 - T_2}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \frac{1}{r_1} \frac{1}{\frac{r}{r_1}} = -\frac{T_1 - T_2}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \frac{1}{r}.$$

и подставив это выражение в (1.25), получим:

$$Q = \frac{2\lambda\pi L(T_1 - T_2)}{\ln\frac{r_2}{r_1}} = \frac{\pi L(T_1 - T_2)}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}} \quad \text{или}$$

$$Q = \frac{\pi L(T_1 - T_2)}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}} = \frac{\pi L(T_1 - T_2)}{R_{\text{ц}}}. \qquad (1.26)$$

Следовательно, количество теплоты, переданное в единицу времени (или тепловой поток), через цилиндрическую стенку, прямо пропорционально коэффициенту теплопроводности материала λ, длине L, температурному напору $\Delta T = T_1 - T_2$ и обратно пропорционально натуральному логарифму отношения внешнего диаметра цилиндрической стенки d_2 к внутреннему d_1.

Здесь $R_{\text{ц}} = \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}$ – термическое сопротивление теплопроводности цилиндрического слоя, (м · К)/Вт.

Тепловой поток Q (Вт), проходящий через цилиндрическую стенку, может быть отнесен либо к единице длины L, либо к единице внутренней F_1 или внешней F_2 поверхности трубы. Расчетные формулы для цилиндрической стенки имеют вид: $q_1 = Q/F_1$, $q_2 = Q/F_2$.

Так как внутренняя F_1 и внешняя F_2 поверхности цилиндрической стенки различны, то различными получаются и значения удельных тепловых потоков q_1 и q_2, Вт/м. Взаимная связь между ними определяется соотношением:

$$q_L = Q/L = q_1 \pi d_1 = q_2 \pi d_2.$$

В связи с этим термическое сопротивление цилиндрического слоя численно равно единичному перепаду температуры ΔT, отнесенному к плотности теплового потока q_L, уменьшенному в π раз:

$$R_{\text{ц}} = \frac{T_1 - T_2}{Q/L\pi} = \frac{T_1 - T_2}{q_l/\pi}. \qquad (1.27)$$

Многослойная цилиндрическая стенка состоит из нескольких разнородных слоев (это трубопроводы с изоляцией, барабаны котлов). Диаметры и коэффициенты теплопроводности отдельных слоев трехслойной цилиндрической стенки показаны на рис. 1.10.

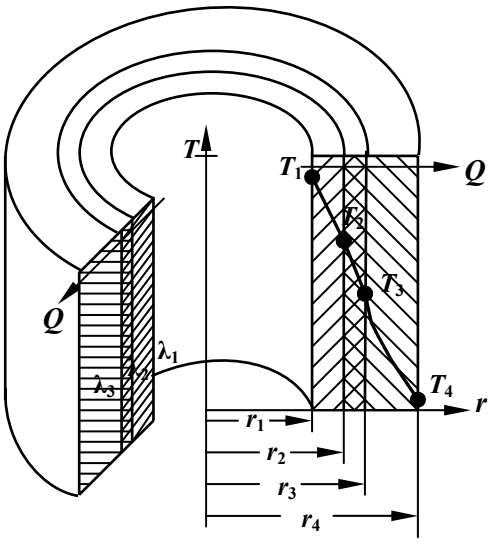


Рис. 1.10. Цилиндрическая многослойная стенка

При стационарном тепловом режиме через все слои проходит один и тот же тепловой поток Q. Однако площади поверхности внутренней F_1, внешней F_4 и промежуточных поверхностей F_2 и F_3 цилиндрической стенки различны. Поэтому различными получаются и значения удельных тепловых потоков:

$$q_1 = Q/F_1; \quad q_2 = Q/F_2; \quad q_3 = Q/F_3; \quad q_4 = Q/F_4.$$

Взаимная связь между удельными тепловыми потоками системы определяется соотношением: $q_L = Q/L = q_1\pi d_1 = q_2\pi d_2 = q_3\pi d_3 = q_4\pi d_4$.

Поэтому для каждого слоя можно записать

$$Q = \frac{\pi L(T_1 - T_2)}{\frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}} = \frac{\pi L(T_1 - T_2)}{R_{ц1}};$$

$$Q = \frac{\pi L(T_2 - T_3)}{\frac{1}{2\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}} = \frac{\pi L(T_2 - T_3)}{R_{ц2}};$$

$$Q = \frac{\pi L(T_3 - T_4)}{\frac{1}{2\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}} = \frac{\pi L(T_3 - T_4)}{R_{ц3}}.$$

Из этих уравнений рассчитывается температурный перепад ΔT в каждом слое, а сумма этих перепадов составляет полный температурный напор, из которого определяется тепловой поток Q:

$$Q = \frac{\pi L(T_1 - T_4)}{\frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}} = \frac{\pi L(T_1 - T_4)}{R_{ц1} + R_{ц2} + R_{ц3}}. \quad (1.28)$$

По аналогии для n-слойной цилиндрической стенки:

$$Q = \frac{\pi L(T_1 - T_{n+1})}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2\lambda_i}\ln\frac{d_{i+1}}{d_i}} = \frac{\pi L(T_1 - T_{n+1})}{\sum_{i=1}^{n} R_{ц i}}. \quad (1.29)$$

1.6. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ШАРОВОЙ СТЕНКИ И ТЕЛ НЕПРАВИЛЬНОЙ ФОРМЫ

Рассмотрим полый шар из однородного материала с внутренним радиусом r_1 и внешним r_2, с коэффициентом теплопроводности λ. Температуры внутренней и внешней поверхностей шара соответственно равны T_1 и T_2, причем $T_1 > T_2$. Изотермические поверхности представляют собой концентрические шаровые поверхности.

Выделим внутри стенки шаровой слой радиусом r и толщиной dr, ограниченный изотермическими поверхностями. Согласно закону Фурье тепловой поток, проходящий через этот слой, равен:

$$Q = -\lambda F \frac{dT}{dr} = -4\lambda\pi r^2 \frac{dT}{dr}.$$

Разделив переменные, получим:

$$dT = -\frac{Q}{4\pi\lambda} \frac{dr}{r^2}.$$

После интегрирования этого уравнения имеем:

$$T = \frac{Q}{4\pi\lambda} \frac{1}{r} + C.$$

Подставляя в последнее выражение значения переменных величин на границах стенки шара (при $r = r_1$, $T = T_1$ и при $r = r_2$, $T = T_2$) и исключая постоянную C, получаем расчетную формулу для определения плотности теплового потока в шаре:

$$Q = \frac{4\pi\lambda(T_1 - T_2)}{1/r_1 - 1/r_2} = \frac{2\pi\lambda\Delta T}{1/d_1 - 1/d_2} = \pi\lambda\Delta T \frac{d_1 d_2}{\delta},$$

где $\delta = (d_1 - d_2)/2$ – толщина стенки шара.

Распределение температуры в шаре имеет вид уравнения гиперболы:

$$T_x = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{1/d_1 - 1/d_2}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_x}\right).$$

В практике часто встречаются случаи, когда объектом расчета является сложное сочетание различных тел, например бетонное перекрытие с замурованными железными балками, изолированные трубопроводы с открытыми фланцами, барабаны паровых котлов и др. Расчет теплопроводности таких сложных объектов обычно производят раздельно по элементам, мысленно разрезая их плоскостями параллельно и перпендикулярно направлению теплового потока. Однако вследствие различия термических сопротивлений отдельных элементов, а также вследствие различия их формы в местах соединения элементов распределение температур может иметь очень сложный характер, и направление теплового потока может оказаться неожиданным.

Поэтому в телах неправильной формы расчет теплопроводности можно охватить одной формулой:

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F_x \Delta T,$$

где F_x – расчетная поверхность тела.

В зависимости от геометрической формы тела F_x определяется различно. Если F_1 – внутренняя, F_2 – внешняя поверхности тела, то:

а) для плоской, цилиндрической шаровой стенки при $F_2/F_1 < 2$

$$F_x = \frac{F_1 + F_2}{2};$$

б) для цилиндрической стенки при $F_2/F_1 > 2$

$$F_x = \frac{F_2 - F_1}{\ln \frac{F_2}{F_1}};$$

в) для шаровой стенки при $F_2/F_1 > 2$

$$F_x = \sqrt{F_1 F_2}\ .$$

Преимущество этих формул заключается в том, что по ним можно приближенно рассчитать теплопроводность тел неправильной геометрической формы, например плоской стенки, у которой $F_1 \neq F_2$; любых цилиндрических сечений, ограниченных плавными кривыми; замкнутых тел, у которых все три линейных размера близки между собой.

Однако, указанный способ расчета объектов имеет лишь приближенный характер. Более точно расчеты сложных объектов можно провести лишь в том случае, если известно распределение изотерм и линий тока, которое можно определить опытным путем при помощи методов гидро- или электротепловой аналогии.

В ряде случаев достаточно точный расчет можно получить путем последовательного интегрирования дифференциального уравнения теплопроводности для различных элементов сложной конструкции. Однако для таких расчетов необходимо использование ЭВМ.

Наиболее надежные данные по теплопроводности сложных объектов можно получить только путем непосредственного опыта, который проводится или на самом объекте или на его уменьшенной модели. При выводе расчетных формул принималось, что температуры поверхностей тела постоянны. В практических расчетах это условие не всегда удовлетворяется. В таких случаях поступают следующим образом. Если в отдельных точках поверхности температура разнится не сильно, то производят усреднение температур по поверхности, и с этой средней температурой расчет производится, как с постоянной. Осреднение температуры по поверхности определяется либо путем интегрирования

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{F}\int_F T dF\ ,$$

либо по формуле:

$$T_{\text{ср}} = \frac{T_1 F_1 + T_2 F_2 + \ldots + T_n F_n}{F_1 + F_2 + \ldots + F_n},$$

где F_1, F_2, ..., F_n – отдельные участки поверхности с постоянной температурой; T_1, T_2, ..., T_n – температуры этих участков.

Если же температура по поверхности изменяется резко, то такой приближенный путь расчета может приводить к заметным погрешностям. В этом случае необходим более сложный расчет, связанный с интегрированием дифференциального уравнения теплопроводности, либо непосредственный опытный эксперимент.

2. РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ

2.1. ПРИНЦИП СОВМЕЩЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ

Для систем теплоснабжения, паропроводов и газопроводов трубопроводы, чаще всего, заложены в грунте – массиве. Объем неограниченного массива имеет коэффициент теплопроводности λ и бесконечные размеры по всем направлениям. Трубопроводы можно рассматривать как действующие сосредоточенные линейные, положительные и отрицательные источники теплоты длиною L (рис. 2.1).

По сравнению с протяженностью L неограниченного массива источник ($+Q$) и «сток» ($-Q$) расположены близко друг к другу и поэтому путь между ними является линией наименьшего термического сопротивления. В связи с этим вся теплота, выделяемая источником, будет полностью поглощаться «стоком». Если бы источник и «сток» не воздействовали друг на друга, то каждый из них создавал бы в теле массива температурное поле в виде концентрических изотерм. Тогда

$$(+Q)=\frac{\pi L\left(T_1'-T_3'\right)}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{r_3'}{r_1'}};\qquad (-Q)=\frac{\pi L\left(T_1''-T_3''\right)}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{r_3''}{r_1''}},$$

откуда $$T_3''=T_1''+Q\frac{\ln\frac{r_3''}{r_1''}}{2\pi L\lambda}.$$

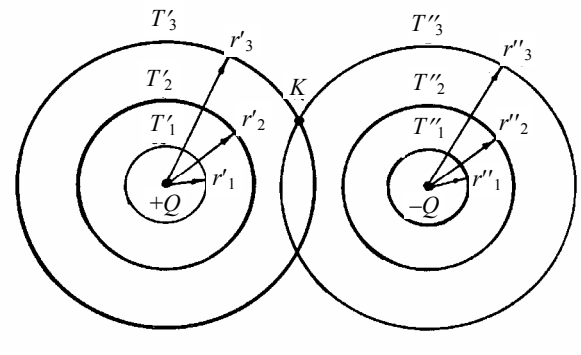


Рис. 2.1. Расположение источника и стока теплоты: ($+Q$) – положительные источники теплоты, ($-Q$) – отрицательные «стоки» теплоты, K – место совмещения изотерм

Если бы температурное поле в массиве формировалось только источником или только «стоком», то в точке K была бы температура T_3' или же T_3''. При одновременном действии источников и «стоков» результирующее температурное поле получается путем сложения температурных полей, возбуждаемых в массиве отдельными источниками и «стоками» в предположении, что они не мешают друг другу. Если обозначить температуру источника теплоты через T_0', а «стока» – T_0'', то действительная температура в точке K определится из выражения

$$T_K=T_3'+T_3''-T_0=T_1'+T_1''-\frac{Q}{2\pi L\lambda}\ln\left(\frac{r_3''}{r_1''}\frac{r_1'}{r_3'}\right).$$

Для расчетов условно полагают, что теплота от цилиндрического теплопровода ($+Q$), заложенного в грунт, передается не в окружающую среду, а забирается отрицательным источником теплоты ($-Q$) (рис. 2.2).

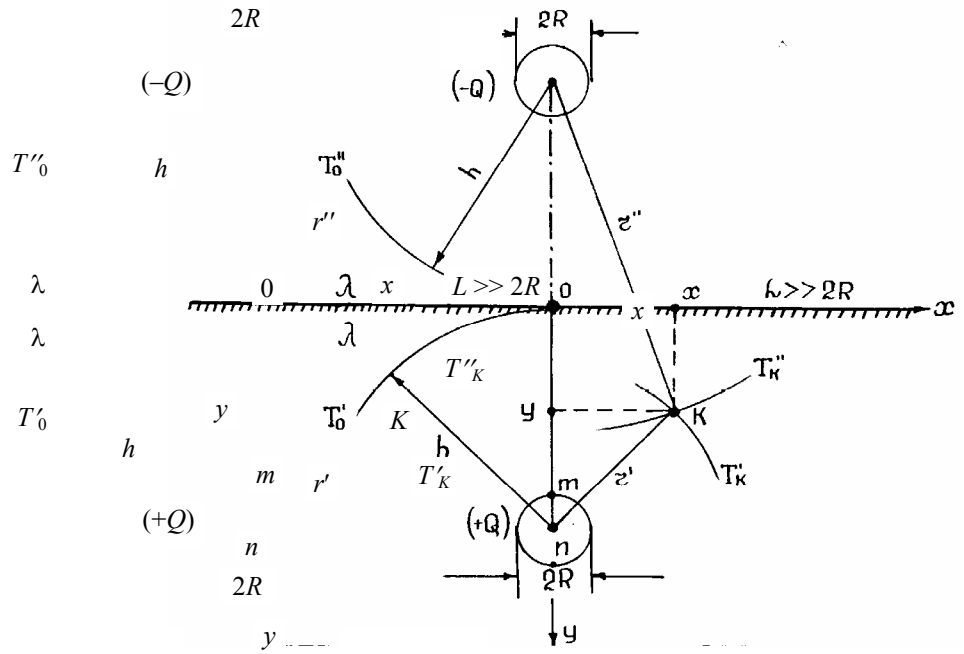


Рис. 2.2. Расположение теплопровода в грунте:

L – длина цилиндра радиуса *R*; *h* – глубина заложения; λ – коэффициент теплопроводности массива; T_0 – температура поверхности слоя

В этом случае «сток» (–*Q*) размещен симметрично источника (+*Q*) и окружен точно таким же массивом, а реальная картина температурного поля в грунте при этом не нарушается. Учитывая, что

$$(+Q)=\frac{\pi L\left(T'_K-T'_0\right)}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{h}{r'_1}},\qquad (-Q)=\frac{\pi L\left(T''_0-T''_K\right)}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{r''}{h}},$$

и используя принцип совмещения температурных полей, можно выразить температуры в любой точке *K* грунта:

$$T'_K=T'_0+\frac{Q}{2\pi L\lambda}\ln\frac{h}{r'};\qquad T''_K=T''_0+\frac{Q}{2\pi L\lambda}\ln\frac{r''}{h}.$$

Суммируя температуры T'_K и T''_K, получим:

$$T_K=T_0+\frac{Q}{2\pi L\lambda}\ln\frac{r''}{r'},$$

или

$$T_{(x,y)}=T_0+\frac{Q}{2\pi L\lambda}\ln\frac{\sqrt{x^2+(h+y)^2}}{\sqrt{x^2+(h-y)^2}}.$$

Таким образом, температурное поле в грунте становится определенным, если замерена температура на поверхности массива T_0 и известен поток теплоты *Q*. С другой стороны, тепловой поток цилиндром может быть рассчитан по температуре поверхности массива и еще по одной, любой, температуре в грунте.

$$Q=\frac{\pi L[T_{(x,y)}-T_0]}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{\sqrt{x^2+(h+y)^2}}{\sqrt{x^2+(h-y)^2}}}=\frac{\pi L[T_m-T_0]}{\frac{1}{2\lambda}\ln\left(2\frac{h}{R}-1\right)}.$$

Естественно ожидать, что максимальная температура грунта будет в точке n ($x = 0$; $y = h + R$) и равна

$$T_n = T_0 + \frac{Q}{2\pi L\lambda} \ln\left(1 + 2\frac{h}{R}\right).$$

Если в массиве будет заложено два теплопровода, то соответственно им появляется и два стока. Температурное поле в грунте получится уже как результат совмещения четырех температурных полей.

2.2. РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ РЕЛАКСАЦИИ

Релаксация – процесс установления термодинамического равновесия или восстановления неустойчивого положения в физической системе. Метод релаксации используется для решения задач стационарной теплопроводности в телах сложной конфигурации, когда при расчете температурного поля дифференциальное уравнение теплопроводности не поддается аналитическому решению.

Расчет температурного поля методом релаксации удобно иллюстрировать на примере, когда теплота распространяется в двух измерениях. Сечение тела (рис. 2.3 и 2.4) обычно разбивается релаксационной решеткой на ячейки квадратной формы ($\Delta x = \Delta y$). Тело имеет глубину L и коэффициент теплопроводности λ.

В дальнейшем допускается следующее:

1) процесс теплопроводности концентрируется в стержнях релаксационной решетки, и чем меньше будут размеры ячейки, тем выше точность вычислений, но количество расчетов при этом увеличится;

2) по каждому стержню релаксационной решетки передается в точности такое же количество теплоты, которое в действительности передается через элемент с размерами Δx и Δy;

3) в качестве расчетного соотношения может быть использована формула расчета теплого потока через плоскую стенку:

$$Q_{ik} = \frac{\lambda}{\delta} F\left(T_i - T_k\right),$$

где i – отмечает наибольшее значение температуры; k – отмечает наименьшее значение температуры.

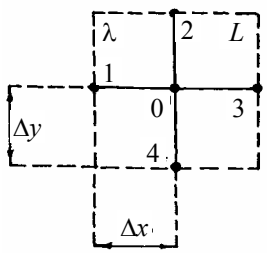


Рис. 2.3. Квадратная ячейка релаксационной решетки

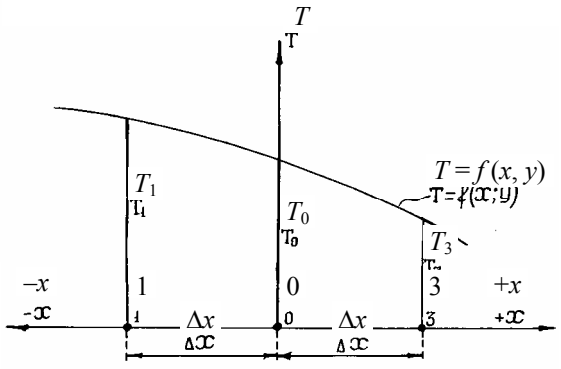


Рис. 2.4. Вид сбоку на ячейку релаксации

Приняв эти допущения, можно рассчитать количество теплоты, которое протекает по каждому стержню:

- для горизонтального стержня $\delta = \Delta x$, $F = \Delta y L$

$$Q_{ik} = \frac{\lambda}{\Delta x}\Delta y L\left(T_i - T_k\right);$$

- для вертикального стержня $\delta = \Delta y$, $F = \Delta x L$

$$Q_{ik} = \frac{\lambda}{\Delta y}\Delta x L\left(T_i - T_k\right);$$

- для любого стержня

$$Q_{ik} = \lambda L\left(T_i - T_k\right). \qquad (2.1)$$

При этом могут иметь место различные схемы подвода и прохождения теплоты через ячейку релаксации.

1. Теплота идет от точки 1 к узловой точке 0, а от точки 0 расходится в направлении точек 2, 3, 4. Уравнение баланса теплоты имеет вид $Q_{10} = Q_{02} + Q_{03} + Q_{04}$. Согласно (2.1)

$$\lambda L\left(T_1 - T_0\right) = \lambda L\left(T_0 - T_2\right) + \lambda L\left(T_0 - T_3\right) + \lambda L\left(T_0 - T_4\right),$$

откуда $T_0 = (T_1 + T_2 + T_3 + T_4)/4.$

2. Теплота идет от точек 1 и 2 к точке 0, а от точки 0 расходится к точкам 3 и 4. Уравнение баланса имеет вид $Q_{10} + Q_{20} = Q_{03} + Q_{04}$, или

$$\lambda L\left(T_1 - T_0\right) + \lambda L\left(T_2 - T_0\right) = \lambda L\left(T_0 - T_3\right) + \lambda L\left(T_0 - T_4\right),$$

откуда $T_0 = (T_1 + T_2 + T_3 + T_4)/4.$

Теплота идет от точек 1…4 к точке 0 и там взаимно уничтожается. Уравнение баланса тепла имеет вид $Q_{10} + Q_{20} + Q_{30} + Q_{40} = 0$, или

$$\lambda L\left(T_1 - T_0\right) + \lambda L\left(T_2 - T_0\right) + \lambda L\left(T_3 - T_0\right) + \lambda L\left(T_4 - T_0\right) = 0,$$

откуда $T_0 = (T_1 + T_2 + T_3 + T_4)/4.$

Следовательно, какова бы ни была схема прохождения теплоты, температура в узловой точке квадратной релаксационной ячейки всегда будет равна среднему арифметическому значению из температур, окружающих эту точку.

Для каждой узловой точки релаксационной решетки существует *закон релаксации*:

$$\Delta P = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4}{4} - T_0 = 0. \qquad (2.2)$$

Принцип релаксации заключается в следующем:

1. Тело сложной конфигурации разбивается на релаксационную решетку. Исходя из предварительного объема знаний, приближенно задают значения температур в узлах решетки.

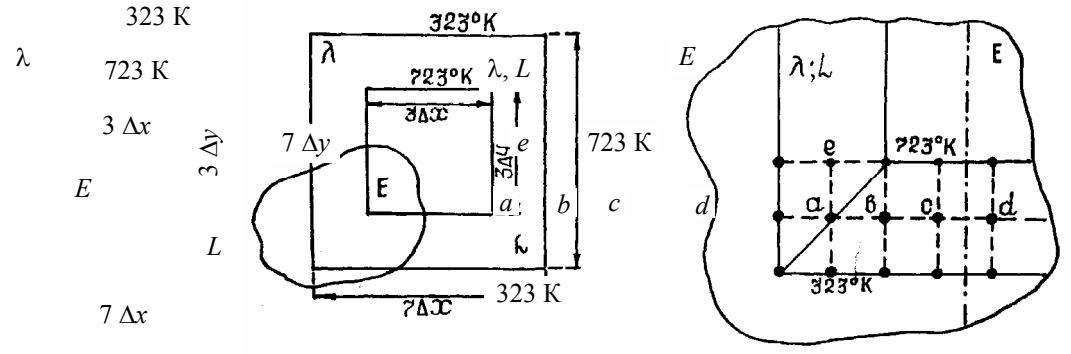
2. Эти приближения проверяются от точки к точке в соответствии с требованием закона релаксации и устанавливают точки, в которых наблюдается наибольшее отклонение от закона релаксации (2.2).

3. Начиная с мест (точек) наибольшего отклонения, вносятся поправки Δ, чтобы удовлетворить закону релаксации.

4. Эти исправления в свою очередь вызывают новые отклонения в соседних точках решетки, и возникает необходимость в повторной коррекции.

5. Повторная коррекция вносится каждый раз последовательно в порядке убывающих отклонений и производится до тех пор, пока численные значения температур во всех точках сетки не придут во взаимное соответствие, т.е. везде будет соблюдаться закон релаксации.

В качестве примера для расчета температурного поля и потока теплоты методом релаксации выберем кладку квадратного сечения, общий вид и расчетный участок которого приведены на рис. 2.5.



а) *б*)

Рис. 2.5. Общий вид (*а*) и расчетный участок (*б*) кладки по методу релаксации

Все численные операции расчета проводятся по формулам (2.1) и (2.2). При этом для данного примера имеем следующее.

1. Максимальная температура (723 К) одинакова по всей внутренней поверхности кладки, а минимальная (323) – по всей внешней.

2. Наружные размеры сечения кладки $7\Delta x = 7\Delta y$, а внутренние – $3\Delta x = 3\Delta y$; глубина кладки $L >> 7\Delta x = 7\Delta y$.

3. В силу симметрии достаточно определить температуры в точках *a*, *b*, *c* (T_a, T_b, T_c); причем в точках *e* и *d*: $T_e = T_b$, а $T_d = T_c$.

4. Для предварительного первого расчета целесообразно температуру в точках *a*, *b*, *c* сечения кладки, принять одинаковой, т.е. средней между минимальным и максимальным значением в системе

$$T_{0a} = T_{0b} = T_{0c} = (723 + 323) = 523 \text{ К}.$$

5. Тогда в соответствии с законом релаксации (2.2) имеем:

$$\Delta P_a = (T_e + T_b + 323 + 323)/4 - T_{0a} = 2(T_b + 323)/4 - T_{0a};$$

$$\Delta P_b = (723 + T_c + 323 + T_a)/4 - T_{0b};$$

$$\Delta P_c = (723 + T_d + 323 + T_b)/4 - T_{0c} = (723 + 323 + 2T_b)/4 - T_{0c}.$$

6. Ход каждой операции рационально заносить в табл. 2.1.

7. Устанавливают точки, в которых наблюдается наибольшее отклонение по абсолютному значению от закона релаксации: в данном случае это точка *a*, где $\Delta P_a = -100$ К.

2.1. Расчет температурного поля методом релаксации

a		*b*		*c*	
T_{0a}, К	ΔP_a	T_{0b}, К	ΔP_b	T_{0c}, К	ΔP_c
523	–100	523	0	523	0
423	0	523	–25	523	0
423	–13	498	0	523	–6
410	0	498	–3	523	–6
410	0	498	–5	517	0
410	–2	493	0	517	–3
410	–2	493	–0,5	514	0
408	0	493	–1	514	0

8. Во втором расчете в точке наибольшего отклонения вносится поправка ΔP с соответствующим знаком, в результате чего температура в этой точке изменяется:

$$T_{0a} = 523 - 100 = 423 \text{ К}.$$

9. В остальных точках второго расчета температура оставляется прежней, из предыдущего расчета $T_{0b} = 523$ К, $T_{0c} = 523$ К.

И вновь, во втором приближении, подсчитывается ΔP_a, ΔP_b, ΔP_c, в соответствии с законом релаксации (см. п. 5).

10. Последующие коррекции производятся до тех пор, пока численные значения температур во всех точках сетки не придут во взаимное соответствие до требуемой погрешности (в данном случае до 1 К).

11. Выявляются стержни, которые подходят к границе тела или к границе сечения. Количество теплоты, проходящее в единицу времени через каждый стержень, определится по формуле (2.1). Суммируя все эти потоки теплоты, определяется общий $Q_{\text{общ}}$.

В силу симметрии тепловой поток Q достаточно определить через одну восьмую часть кладки, а затем определить и общий поток $Q_{\text{общ}}$.

В рассматриваемом примере расчет теплового потока Q (Вт) определяется из условия, что от внутренней поверхности кладки к средней плоскости теплота приходит по двум стержням *b* и *c*:

$$Q_1 = Q'_b + Q'_c = \lambda L (723 - 493) + \lambda L (723 - 514) = 439\lambda L .$$

Это же количество теплоты за то же время уходит от средней плоскости к внешней поверхности кладки по трем стержням *a*, *d* и *c*:

$$Q_2 = Q''_a + Q''_b + Q''_c = \lambda L (408 - 323) + \\ + \lambda L (493 - 323) + \lambda L (514 - 323) = 446\lambda L.$$

Некоторое расхождение в определении теплового потока Q_1 и Q_2 объясняется несколько крупной ячейкой релаксационной решетки. В среднем через одну восьмую часть кладки проходит тепловой поток:

$$Q_{\text{ср}} = 0{,}5\ (Q_1 + Q_2) = 442{,}5\lambda L, \text{ Вт}.$$

Полный тепловой поток через кладку:

$$Q_{общ} = 8Q_{ср} = 3540\lambda L, \text{ Вт.}$$

Все эти математические расчеты не представляют сложности и легко выполняются в программе Excel или других аналогичных программах ЭВМ.

2.3. РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ ИТЕРАЦИИ

Итерация – повторение математической операции. Метод итерации или метод последовательных приближений используется для решения задач стационарной теплопроводности в телах сложной конфигурации, когда при расчете температурного поля дифференциальное уравнение теплопроводности не поддается аналитическому решению.

Математическое обоснование метода сводится к составлению системы уравнений (N) с неизвестными $x_1, x_2, ..., x_n$:

$$(N)\begin{cases} x_1 = A_1 + B_1x_1 + C_1x_2 + ... + D_1x_n; \\ x_2 = A_2 + B_2x_1 + C_2x_2 + ... + D_2x_n; \\ \qquad\qquad ... \\ x_n = A_n + B_nx_1 + C_nx_2 + ... + D_nx_n, \end{cases}$$

которые могут быть легко найдены путем итерационных действий, если соблюдаются неравенства (M):

$$(M)\begin{cases} B_1 + C_1 + ... + D_1 < 1; \\ B_2 + C_2 + ... + D_2 < 1; \\ \qquad ... \\ B_n + C_n + ... + D_n < 1. \end{cases}$$

Вначале задают наиболее вероятные значения $x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{n0}$ (нулевая итерация), после чего производят их подстановку в правую сторону системы (N). Слева находят $x_{11}, x_{21}, \ldots, x_{n1}$ (первая итерация). Результаты первой итерации подставляют в правую сторону системы (N). Слева находят $x_{12}, x_{22}, \ldots, x_{n2}$ (вторая итерация). Результаты второй итерации снова подставляют в правую часть системы (N) и т.д.

Итерационные действия могут быть приостановлены после того, как проявят себя следующие признаки:

1) значения расчетов последующей итерации незначительно отличаются от предыдущей итерации, что является необходимым, но недостаточным признаком завершения расчета;

2) в системе уравнений (N) соблюдается тождество, что является вполне достаточным признаком завершения расчетов.

Применительно к процессам теплопроводности метод последовательных приближений (метод итераций) интерпретируется так:

1) сечение тела разбивается итерационной решеткой на отдельные ячейки, как в методе релаксации (рис. 2.5);

2) все точки пересечения нумеруются по порядку;

3) составляется тепловой баланс для всех узловых точек в предположении, что весь процесс теплопроводности концентрируется в стержнях получившейся итерационной решетки;

4) уравнение баланса теплоты преобразовывается так, чтобы неизвестные температуры вошли в систему уравнений, аналогичную (*N*).

В качестве примера для расчета расхода теплоты методом итераций выберем кладку квадратного сечения, общий вид и расчетный участок которого приведен на рис. 2.5. Ввиду симметрии уравнение теплового баланса необходимо составить для точек *a*, *b*, *c*, как в методе релаксации:

$$Q_{ea} + Q_{ba} + Q_{323a} + Q_{323a} = 2Q_{ba} + 2Q_{323a} = 0;$$

$$Q_{ab} + Q_{cb} + Q_{323b} + Q_{723b} = 0;$$

$$Q_{bc} + Q_{dc} + Q_{323c} + Q_{723c} = 0.$$

С учетом (2.1)

$$2\lambda L\left(T_b - T_a\right) + 2\lambda L\left(323 - T_a\right) = 0;$$

$$\lambda L\left(T_a - T_b\right) + \lambda L\left(T_c - T_b\right) + \lambda L\left(323 - T_b\right) + \lambda L\left(723 - T_b\right) = 0;$$

$$\lambda L\left(T_b - T_c\right) + \lambda L\left(T_d - T_c\right) + \lambda L\left(323 - T_c\right) + \lambda L\left(723 - T_c\right) = 0.$$

Так как $T_d = T_c$, то $\lambda L\left(T_d - T_c\right) = 0$, и уравнение с тремя неизвестными приводится к форме (*N*) – расчетной системе методом итераций:

$$T_a = 161{,}5 + 0{,}5T_b;$$

$$T_b = 261{,}5 + 0{,}25T_a + 0{,}25T_c;$$

$$T_c = 348{,}5 + 0{,}333T_b.$$

Затем последовательно выполняются итерации:

- нулевая итерация:

$$T_{a0} = 523 \text{ К}; \quad T_{b0} = 523 \text{ К}; \quad T_{c0} = 523 \text{ К};$$

- первая итерация:

$$T_{a1} = 161{,}5 + 0{,}5 \cdot 523 = 423 \text{ К};$$

$$T_{b1} = 261{,}5 + 0{,}25 \cdot 523 + 0{,}25 \cdot 523 = 522{,}5 \text{ К};$$

$$T_{c1} = 348{,}5 + 0{,}333 \cdot 523 = 522{,}5 \text{ К};$$

- вторая итерация:

$$T_{a2} = 161{,}5 + 0{,}5 \cdot 522{,}5 = 424 \text{ К};$$

$$T_{b2} = 261{,}5 + 0{,}25 \cdot 423 + 0{,}25 \cdot 522 = 498{,}5 \text{ К};$$

$$T_{c2} = 348{,}5 + 0{,}333 \cdot 522{,}5 = 523 \text{ К}.$$

Аналогично вычисляют итерации до требуемой точности:

- шестая итерация:

$$T_{a6} = 407{,}5 \text{ К}; \quad T_{b6} = 491{,}5 \text{ К}; \quad T_{c6} = 512{,}5 \text{ К};$$

- седьмая итерация:

$$T_{a7} = 406{,}5 \text{ К}; \quad T_{b7} = 491{,}5 \text{ К}; \quad T_{c7} = 512{,}5 \text{ К}.$$

Расчет расхода теплоты проводят из условия, что от внутренней поверхности кладки к средней плоскости теплота приходит по двум стержням *b* и *c*:

$$Q_1 = Q'_b + Q'_c = \lambda L(723 - 491{,}5) + \lambda L(723 - 512{,}5) = 442\lambda L\,.$$

Это же количество теплоты за то же время уходит от средней плоскости к внешней поверхности кладки по трем стержням *a*, *d* и *c*:

$$Q_2 = Q''_a + Q''_b + Q''_c = \lambda L(406{,}5 - 323) + \\ + \lambda L(491{,}5 - 323) + \lambda L(512{,}5 - 323) = 441{,}5\lambda L.$$

В среднем через одну восьмую часть кладки тепловой поток:

$$Q_{\text{ср}} = 0{,}5\,(Q_1 + Q_2) = 442{,}5\lambda L, \text{ Вт}.$$

Полный тепловой поток через кладку:

$$Q_{\text{общ}} = 8Q_{\text{ср}} = 3540\lambda L, \text{ Вт}.$$

Все эти математические расчеты не представляют сложности и легко выполняются в программе Excel или других аналогичных программах ЭВМ.

2.4. ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА

Метод графического изображения теплового потока применяется для определения теплового потока, проходящего через тела сложной конфигурации. Обычно такой расчет носит приближенный характер, и основным требованием является быстрота расчета и равнозначность подхода при оценке каждой рассматриваемой схемы. В качестве исходной предпосылки здесь используется известное положение о том, что независимо от конфигурации системы количество передаваемой теплоты определяется совершенно одинаковым образом:

$$Q_i = \xi_i \lambda L(T_1 - T_2)\,, \tag{2.3}$$

где ξ_i – фактор формы тела или параметр, имеющий нулевую размерность и определяемый только конфигурацией и геометрией сечения тела, через которое передается тепловая энергия; λ – коэффициент теплопроводности материала, Вт/(м · К); L – глубина объекта, м; T_1 и T_2 – температуры на границах сечения, К.

Нахождение фактора формы тела, по существу, завершает решение вопроса по определению теплового потока, проходящего через тело. Если воспользоваться основным законом теплопроводности, то для тел различной конфигурации количество теплоты

$$dQ_i = -\lambda \frac{dT}{dn} L\, dS = -\frac{dT}{dn} L \lambda\, dS \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_2},$$

а полный тепловой поток, проходящий через тело любой конфигурации:

$$Q_i = \int -\frac{dT}{dn} dS \frac{1}{T_1 - T_2} \lambda L (T_1 - T_2).$$

Сравнивая последнее выражение с формулой (2.3), можно заключить, что аналитическое выражение фактора формы связано с интегрированием:

$$\xi_i = \frac{1}{T_1 - T_2} \int -\frac{dT}{dn} dS.$$

Ранее, на основе строгого решения дифференциального уравнения теплопроводности, были получены функции распределения температуры по толщине плоской и цилиндрической стенок:

$$T_{\text{п}} = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\delta} n; \qquad \frac{dT_{\text{п}}}{dn} = -\frac{T_1 - T_2}{\delta}; \qquad dS = dn;$$

$$T_{\text{ц}} = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{n}{r_1}; \qquad \frac{dT_{\text{ц}}}{dn} = -\frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \frac{1}{n}; \qquad dS = n\, d\varphi.$$

Следовательно, для плоской и цилиндрической стенок:

$$\xi_{\text{п}} = \frac{1}{\delta} \int_0^h dn = \frac{h}{\delta}; \qquad (2.4)$$

$$\xi_{\text{ц}} = \frac{1}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{2\pi}{\ln\frac{r_2}{r_1}}. \qquad (2.5)$$

Для тел сложного профиля определение фактора формы аналитическим путем не представляется возможным. Остаются приближенные способы, среди которых наибольшее распространение получил метод графического изображения теплового потока. Идею графического определения фактора формы тела целесообразно иллюстрировать на примере плоской и цилиндрической стенок (рис. 2.6).

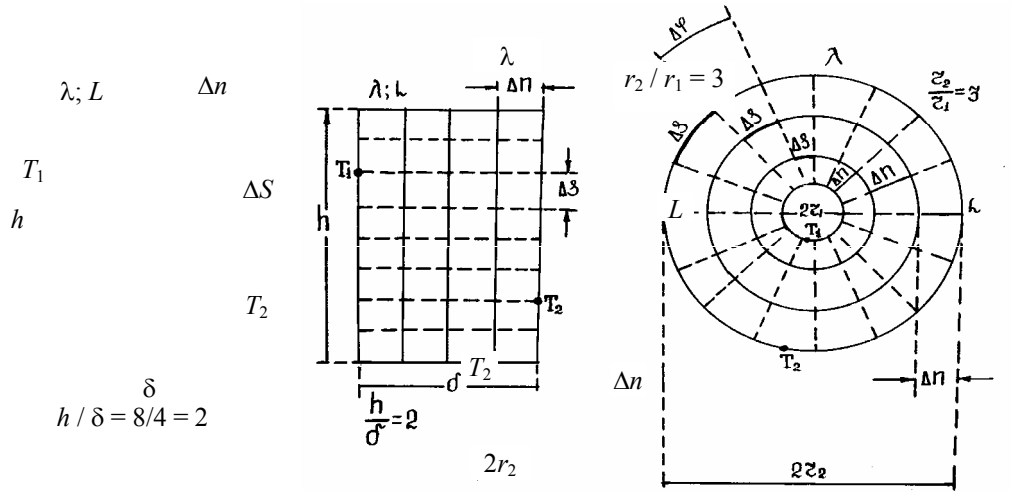


*Рис. 2.6. Общая картина распространения теплоты в плоской (*а*) и цилиндрической (*б*) стенках*

Линии тока теплоты, показанные пунктиром на рис. 2.6, образуют трубки тока теплоты. Размеры и форма трубок тока должны быть выдержаны так, чтобы через каждую трубку тока проходило одинаковое количество теплоты ΔQ_i :

$$\Delta Q_i = \frac{Q_i}{N_m}, \qquad (2.6)$$

где Q_i – полное количество теплоты, проходящее через стенку в единицу времени; N_m – число трубок тока, через каждую из которых проходит одинаковое количество теплоты.

Выполнение условия возлагается на субъективные ощущения самого исполнителя и следует ожидать, что интуитивное выполнение этого требования внесет некоторый элемент ошибки. Сплошными линиями изображаются изотермы и их наносят с таким расчетом, чтобы приросты температуры между каждыми двумя изотермами были одинаковыми:

$$\Delta T_i = -\frac{T_1 - T_2}{N_n}, \qquad (2.7)$$

где $(T_1 - T_2)$ – полный перепад температур; N_n – число приростов температур.

Выполняя условие (2.7), необходимо соблюдать закон ортогональности между изотермами и линиями тока тепла, т.е. при своем пересечении они должны образовывать прямолинейные или криволинейные квадраты. Естественно ожидать, что графическое выполнение ортогональности и криволинейных квадратов внесет некоторый элемент ошибки. Действительно,

$$\Delta Q_i = -\lambda\left(\frac{\Delta T}{\Delta n}\right)_i L\left(\Delta S\right)_i,$$

где λ, L – постоянные параметры системы; ΔQ_i – постоянное количество теплоты, в соответствии с предварительным условием (2.6).

Если теперь принять $\left(\frac{\Delta S}{\Delta n}\right) = f(n) = 1$, то обеспечивается $\Delta T_i = \text{const}$ и

$$\Delta Q_i = -\lambda L\left(\Delta T\right)_i. \qquad (2.8)$$

Выполняя подстановку (2.7) и (2.8) в выражение (2.6), рассчитывается полное количество передаваемой теплоты в единицу времени через тело сложной конфигурации

$$Q_i = \frac{N_m}{N_n}\lambda L\left(T_1 - T_2\right). \qquad (2.9)$$

Из сопоставления (2.3) и (2.9) следует, что фактор формы любого тела определяется как отношение числа трубок тока к числу приростов температуры:

$$\xi_i = \left(\frac{N_m}{N_n}\right)_i. \qquad (2.10)$$

Причем для пластин в соответствии с рис. 2.6, *а* и формулой (2.4)

$$\xi_{\text{п}} = \frac{N_m}{N_n} = \frac{8}{4} = 2; \qquad \xi_{\text{п}} = \frac{h}{\delta} = 2.$$

Для цилиндра в соответствии с рис. 2.6, *б* и формулой (2.5)

$$\xi_{\text{ц}} = \frac{N_m}{N_n} = \frac{16}{3} = 5{,}33; \qquad \xi_{\text{ц}} = \frac{2\pi}{\ln\frac{r_2}{r_1}} = 5{,}7.$$

Таким образом, метод графического изображения теплового потока заключается в следующем:

1) в масштабе изображается исследуемое сечение;

2) от руки зарисовываются линии теплового потока с максимально возможным соблюдением условия (2.6);

3) от руки зарисовываются изотермические линии с максимально возможным соблюдением ортогональности и криволинейных квадратов;

4) фактор формы тела определяется как отношение (2.10);

5) температурное поле рассчитывается путем вычитания от T_1 или путем прибавления к T_2 соответствующего числа одинаковых приростов температуры ΔT;

6) тепловой поток рассчитывается в соответствии с (2.9).

В качестве примера для расчета расхода тепла методом графического изображения теплового потока выберем кладку квадратного сечения, общий вид и расчетный участок которого приведены на рис. 2.7.

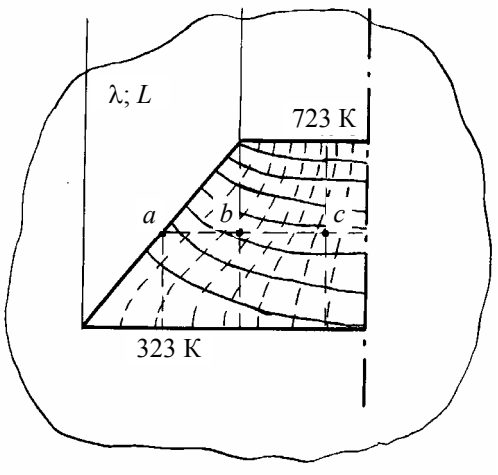


Рис. 2.7. Расчетный участок кладки квадратного сечения по методу графического изображения теплового потока:

$N_m = 8,\ N_n = 8,$

$(T_1 - T_2) = 400$ К

Ввиду симметрии графические построения достаточно выполнить для восьмой части кладки квадратного сечения. Число трубок тока $N_m = 8$. Число приростов температур $N_n = 8$. Полный перепад температур $(T_1 - T_2) = 723 - 323 = 400$ К. Фактор формы тела равен $\xi = \frac{N_m}{N_n} = \frac{8}{8} = 1$. Приросты температуры

$$\left|\Delta T\right| = -\frac{T_1 - T_2}{N_n} = \frac{723 - 323}{8} = 50 \text{ К}.$$

Температуры T_a, T_b и T_c рассчитываются путем вычитания от T_1 или путем прибавления к T_2 соответствующего числа прироста температуры ΔT:

$$T_a = T_1 - 6{,}2\Delta T = 723 - 6{,}2 \cdot 50 = 413 \text{ К};$$

$$T_b = T_1 - 4{,}8\Delta T = 723 - 4{,}8 \cdot 50 = 483 \text{ К};$$

$$T_c = T_1 - 4{,}2\Delta T = 723 - 4{,}2 \cdot 50 = 513 \text{ К}.$$

В среднем через одну восьмую часть кладки проходит

$$Q_{\text{ср}} = \xi\lambda L(T_1 - T_2) = 1 \cdot \lambda L(723 - 323) = 440\lambda L, \text{ Вт}.$$

Полный тепловой поток расчетного участка кладки

$$Q_{\text{общ}} = 8Q_{\text{ср}} = 3520\lambda L, \text{ Вт.}$$

2.5. ЭЛЕКТРОТЕПЛОВАЯ АНАЛОГИЯ

Известно, что распространение теплоты и электричества описывается совершенно аналогичными по форме дифференциальными уравнениями, в силу чего они решаются с одинаковой степенью трудности. Однако экспериментальное определение поля электрического потенциала гораздо проще, а электротепловая аналогия используется для определения тепловых потоков в телах сложной формы (рис. 2.8).

Распространение теплоты в двухмерном пространстве описывается дифференциальным уравнением Лапласа:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\ell^2}{(T_1 - T_2)}\left[\frac{\partial^2 (T - T_2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (T - T_2)}{\partial y^2}\right] = 0.$$

Введем обозначения:

$$X = \frac{x}{\ell}; \quad Y = \frac{y}{\ell}; \quad \Theta = \frac{T - T_2}{T_1 - T_2}. \tag{2.11}$$

Тогда

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} = 0. \tag{2.12}$$

Количество теплоты, проходящей через элементарную площадку:

$$dQ = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} ds\, L \quad \text{или} \quad dQ = -\lambda \frac{\partial (T - T_2)}{\partial n} ds\, L \frac{\ell}{\ell} \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_2}.$$

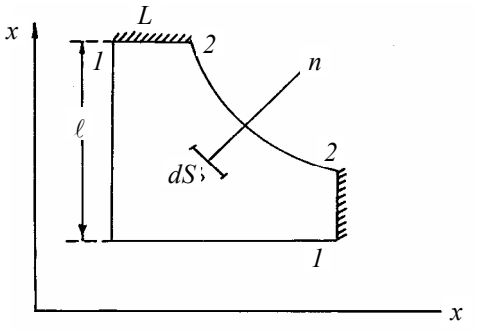


Рис. 2.8. Сечение тела сложной формы:

1–1 и *2–2* – контуры тела сложной конфигурации, где установлены медные шины с электрическим потенциалом;

L – глубина тела

Если обозначить $N = \frac{n}{\ell}$, $S = \frac{s}{\ell}$, то $dQ = -\frac{\partial \Theta}{\partial N} dS \lambda L (T_1 - T_2)$,

откуда

$$Q = \left[\int -\frac{\partial \Theta}{\partial N} dS \right] \lambda L (T_1 - T_2) = \xi_т \lambda L (T_1 - T_2),$$

$$\xi_т = \left[\int -\frac{\partial \Theta}{\partial N} dS \right]. \qquad (2.13)$$

Распространение электричества в двух измерениях также описывается дифференциальным уравнением Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0,$$

а количество электричества, проходящего через элементарную площадь,

$$dJ = -Э \frac{\partial U}{\partial n} dS\, L\,.$$

Действуя точно таким же образом, можно получить

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0; \quad J = \xi_э Э L (U_1 - U_2), \qquad (2.14)$$

соответственно,

$$\xi_э = \left[\int -\frac{\partial U}{\partial N} dS \right]; \quad U = \frac{U - U_2}{U_1 - U_2}. \qquad (2.15)$$

Предполагается абсолютное геометрическое подобие тепловой и электрической систем ($N_т = N_э$; $S_т = S_э$; $X_т = X_э$; $Y_т = Y_э$) и если
$Q = U$, то из выражений (2.13) и (2.15) следует $\xi_т = \xi_э$. Равенство теплового и электрических потенциалов в их безразмерной форме вытекает из аналогии дифференциальных уравнений (2.12) и (2.14), для которых общие решения должны описываться функциями одного и того же вида:

$$\Theta = f(X, Y, C, D); \quad U = f(X, Y, E, M). \qquad (2.16)$$

Согласно (2.11) и (2.12) для тепловой схемы и контуров тела, обозначенных номером 1 и 2:

$$\Theta_1 = f(X_1, Y_1, C, D) = 1; \quad \Theta_2 = f(X_2, Y_2, C, D) = 0.$$

То же для электрической схемы с учетом (2.16):

$$U_1 = f(X_1, Y_1, E, M) = 1, \quad U_2 = f(X_2, Y_2, E, M) = 0.$$

Все эти уравнения позволяют доказать равенство констант интегрирования ($C = E$; $D = M$), а следовательно, и равенство безразмерных потенциалов $\Theta = U$. Таким образом $\xi_т = \xi_э = \xi$.

Для технического выполнения метода электротепловой аналогии и определения теплового потока, проходящего через тело сложной конфигурации, требуется следующее.

1) Из электропроводной бумаги вырезают образец в виде прямоугольника и модель-сечение, подобное исследуемому тепловому оригиналу (например, как на рис. 2.8). Электропроводную бумагу берут из одной выпущенной партии для соблюдения электропроводности и толщины бумаги. Геометрическая конфигурация электрической модели должна быть выполнена в строгом соответствии с геометрической конфигурацией образца без каких-либо излишеств.

2) По контурам электропроводной бумаги для модели и прямоугольника равномерно и достаточно плотно (для обеспечения контакта) устанавливают медные шины с электрическим потенциалом.

3) Вначале определяется фактор формы $\xi_п$ электропроводной бумаги прямоугольной формы путем измерения линейкой ее геометрических параметров (размеров) – высоты h и ширины δ. Фактор формы определяется как отношение $\xi_п = h / \delta$.

4) Замеряют показание потенциала U_1 при постоянном значении напряжения в системе (при нейтральном положении тумблера).

5) Замеряют значения тока J, напряжения U на прямоугольнике (при правом положении тумблера) и вычисляют $(ЭL_э) = \dfrac{J_п}{\xi_п (U_1 - U_{2п})}$.

6) Замеряют значения тока J, напряжения U на модели (при левом положении тумблера) и вычисляют $\xi_{мод} = \dfrac{J_{мод}}{(ЭL_э)(U_1 - U_{2мод})}$.

7) Тепловой поток через тело-оригинал (т) от контура T_1 до контура T_2 находится простым расчетом:

$$Q_т = \xi_{мод}\, \lambda_т L_т (T_1 - T_2), \text{ Вт.}$$

3. СТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ ОСОБЫХ УСЛОВИЯХ

3.1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАСТИНЕ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ВНУТРЕННЕМ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИИ

Явление стационарного распространения теплоты в неограниченной пластине $(2R << L; h)$ при равномерном внутреннем тепловыделении $(W = \text{const})$ описывается дифференциальным уравнением теплопроводности в форме одномерного уравнения Пуассона (рис. 3.1):

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{W}{\lambda} = 0,$$

откуда

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{W}{\lambda}x + C_1, \qquad T = -\frac{W}{2\lambda}x^2 + C_1 x + C_2.$$

При симметричных условиях охлаждения имеет место равенство

$$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=0} = 0.$$

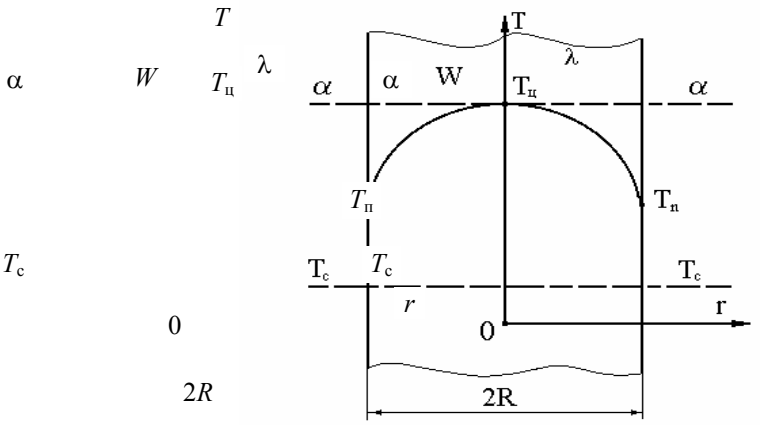


Рис. 3.1. Распределение температуры в пластине при внутреннем тепловыделении и симметричных условиях охлаждения с боковых поверхностей

Это означает $C_1 = 0$. Вторая константа интегрирования связана условиями на границе: поток теплоты, подведенный изнутри объема к поверхности путем теплопроводности, равен потоку теплоты, отведенному от поверхности в окружающую среду путем конвекции:

$$-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=R} = \alpha\left(T_п - T_c\right) \quad \text{или} \quad WR = \alpha\left[-\frac{W}{2\lambda}R^2 + C_2 - T_c\right].$$

Константа интегрирования $C_2 = \dfrac{WR}{\alpha} + \dfrac{WR^2}{2\lambda} + T_c$.

Распределение температуры в неограниченной пластине

$$T = T_c + \frac{WR^2}{2\lambda}\left[1 + \frac{2\lambda}{\alpha R} - \left(\frac{x}{R}\right)^2\right].$$

Распределение потока теплоты

$$q = -\lambda\frac{dT}{dx} = Wx; \quad q_п = WR.$$

Характерные температуры

$$T_ц = C_2; \qquad T_п = T_c + \frac{WR}{\alpha}; \qquad T_ц - T_п = \frac{WR^2}{2\lambda}.$$

3.2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В БЕСКОНЕЧНОМ ЦИЛИНДРЕ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ВНУТРЕННЕМ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИИ

Явление стационарного распространения теплоты в бесконечном цилиндре $(2R << L)$ при равномерном внутреннем тепловыделении $(W = \text{const})$ описывается дифференциальным уравнением теплопроводности в форме одномерного уравнения Пуассона (рис. 3.2)

$$\frac{d^2T}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dT}{dr}+\frac{W}{\lambda}=0.$$

После подстановки $u=\frac{dT}{dr}$ получим $\frac{du}{dr}+\frac{1}{r}u=-\frac{W}{\lambda}$ или $rdu+udr=d\left(ur\right)=-\frac{W}{\lambda}rdr$ и тогда $u=\frac{dT}{dr}=-\frac{W}{2\lambda}r+\frac{C_1}{r}$.

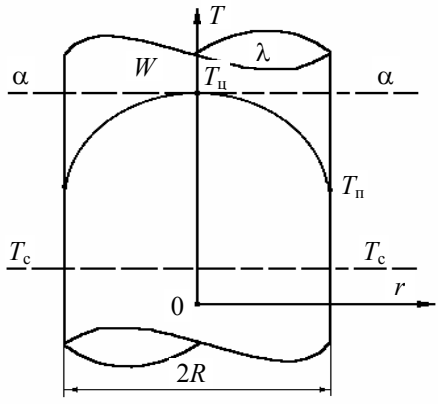


Рис. 3.2. Распределение температуры в цилиндре при равномерном внутреннем **тепловыделении и симметричных условиях охлаждения**

При симметричных условиях охлаждения $\left(\frac{dT}{dr}\right)_{r=0}=0$. Это означает $C_1=0$ и $T=-\frac{W}{4\lambda}r^2+C_2$.

Из условия на границе тела

$$-\lambda\left(\frac{dT}{dr}\right)_{r=R}=\alpha\left(T_п-T_с\right),\qquad \frac{WR}{2}=\alpha\left(-\frac{WR^2}{4\lambda}+C_2-T_с\right)$$

находится вторая константа интегрирования $C_2=\frac{WR}{2\alpha}+\frac{WR^2}{4\lambda}+T_с$.

Распределение температуры в бесконечном цилиндре будет иметь вид

$$T=T_с+\frac{WR^2}{4\lambda}\left[1+\frac{2\lambda}{\alpha R}-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right].$$

Распределение потока теплоты

$$q=-\lambda\frac{dT}{dr}=\frac{W}{2}r;\qquad q_п=\frac{WR}{2}.$$

Характерные температуры

$$T_ц=C_2;\qquad T_п=T_с+\frac{WR}{2\alpha};\qquad T_ц-T_п=\frac{WR^2}{4\lambda}.$$

3.3. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В СТЕРЖНЯХ

Анализируя тепловую работу стержня или ребра, обычно отмечают два случая распространения теплоты в системе (рис. 3.3).

Если поток тепла не достигает вершины ℓ и успевает израсходоваться по пути через поверхность (*ux*), то говорят о теплопроводности стержня бесконечной длины. Физически это означает, что температура вершины стержня оказывается равной температуре окружающей среды $T_с$.

Если поток тепла достигает вершины ℓ и не успевает израсходоваться по пути через поверхность (*ux*), то говорят о теплопроводности стержня конечной длины.

Согласно закону теплоотдачи с поверхности, элемент поверхности стержня (*u dx*) теряет в окружающую среду теплоту путем отдачи конвекцией:

$$dQ = \alpha u dx (T - T_c). \qquad (3.1)$$

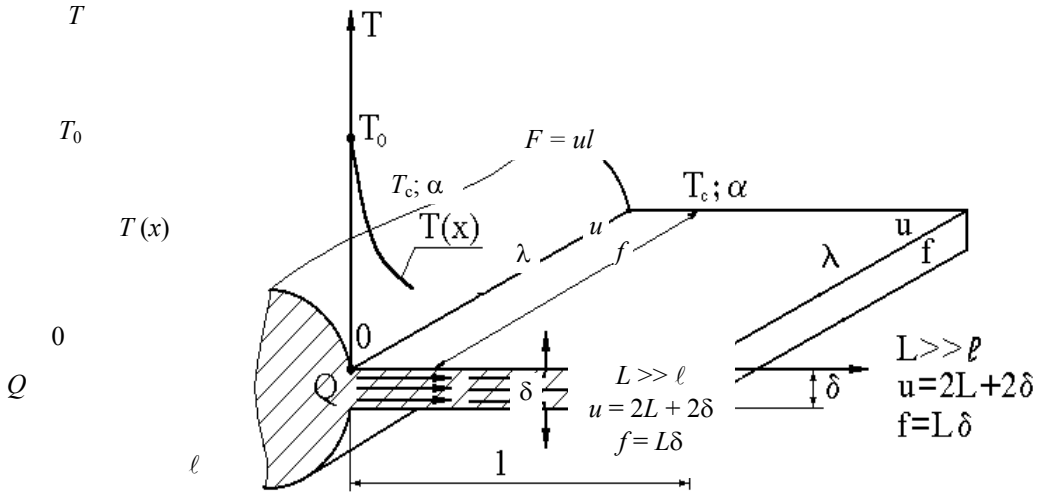


Рис. 3.3. Прямой стержень постоянного сечения (ребро охлаждения):

$Q_{x=0}$ – охлаждающая способность стержня;

α – коэффициент теплоотдачи с боковых поверхностей;

T_0 – температура у основания стержня;

λ – коэффициент теплопроводности материала стержня

Формально можно считать, что теплота поглощается отрицательным (воображаемым) источником внутри объема жидкости $dQ = -Wfdx$. Тогда

$$W = -\frac{\alpha u}{f}(T - T_c).$$

Для определения охлаждающей способности стержня может быть использован закон теплоотдачи с поверхности (3.1):

$$Q = \alpha F \frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} \vartheta dx = \alpha u \int_0^{\ell} (T - T_c) dx,$$

где $F = u\vartheta$, $\vartheta = T - T_c$ или закон теплопроводности через основание ребра:

$$Q = -\lambda \left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=0} f.$$

Как в том, так и в другом случае необходимо знать распределение температуры $T = f(x)$.

Теплопроводность стержня бесконечной длины:

$$\vartheta = \vartheta_0 e^{-mx}, \qquad Q = \alpha u \int_0^{\infty} \vartheta_0 e^{-mx} dx = \frac{\alpha u \vartheta_0}{m};$$

$$Q = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} f = -\lambda \left(-\vartheta_0 m e^{-mx} \right)_{x=0} f = \lambda f m \vartheta_0;$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{d\vartheta}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\vartheta_0 e^{-mx} \right) = -\vartheta_0 m e^{-mx}.$$

Теплопроводность стержня конечной длины:

$$Q = -\lambda \left[\vartheta_0 (-m) \frac{\operatorname{sh} m(\ell - x)}{\operatorname{ch}(m\ell)} \right]_{x=0} f, \qquad Q_0 = \lambda m f \vartheta_0 \operatorname{th}(m\ell);$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{d\vartheta}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\vartheta_0 \frac{\operatorname{ch} m(\ell - x)}{\operatorname{ch}(m\ell)} \right] = -\vartheta_0 m \frac{\operatorname{sh}\left[m(\ell - x) \right]}{\operatorname{ch}(m\ell)}.$$

Установка ребер на поверхности нагрева производится с целью интенсификации теплопередачи.

3.4. ТЕПЛОФИЗИКА ПРИ ПЕРЕМЕННОМ КОЭФФИЦИЕНТЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Для большинства веществ зависимость коэффициента теплопроводности от температуры достаточно слабая, что позволяет его усреднять в заданном интервале температур и оперировать им как постоянным значением. Однако для некоторых материалов и веществ наблюдается некоторая зависимость коэффициента теплопроводности от температуры.

Для плоской стенки при стационарном тепловом режиме количество теплоты, проникающее внутрь параллелепипеда (а также выделяемое внутри его объема), всегда равно количеству теплоты, уходящему вовне (рис. 3.4, *а*, *б*):

$$dQ_A + dQ_W = dQ_B \qquad \text{или} \qquad -\left(dQ_B - dQ_A \right) + dQ_W = 0.$$

Уравнение теплового баланса для плоской стенки можно переписать:

$$-(q_B - q_A)\, dz\, dy + W\, dx\, dy\, dz = 0$$

или

$$-\frac{dq}{dx} + W = 0; \qquad -\frac{d}{dx}\left(-\lambda \frac{dT}{dx} \right) + W = 0.$$

Если ввести подстановку

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} = -\frac{d\Phi}{dx}; \qquad \Phi = \int \lambda(T)\, dT,$$

в итоге получим

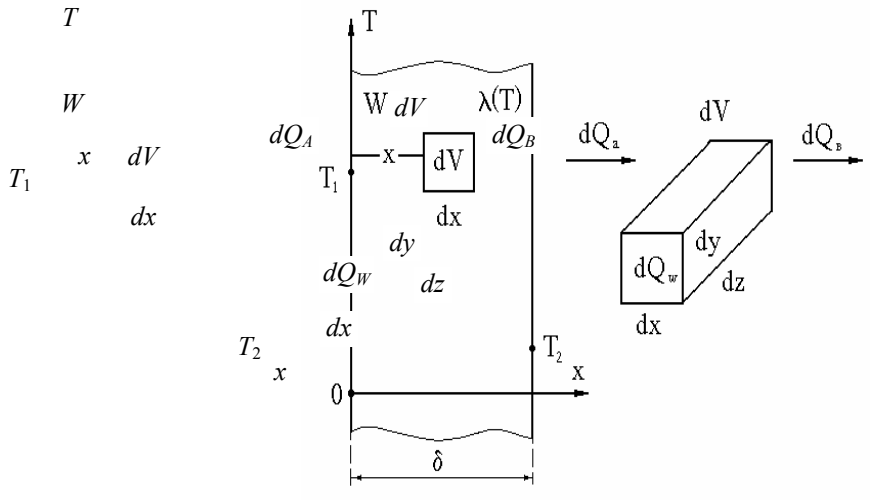
$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d\Phi}{dx}\right)+W=0; \qquad \frac{d^2\Phi}{dx^2}+W=0.$$

Это дифференциальное уравнение известно как одномерное уравнение Пуассона, где в качестве потенциала фигурирует параметр Ф.

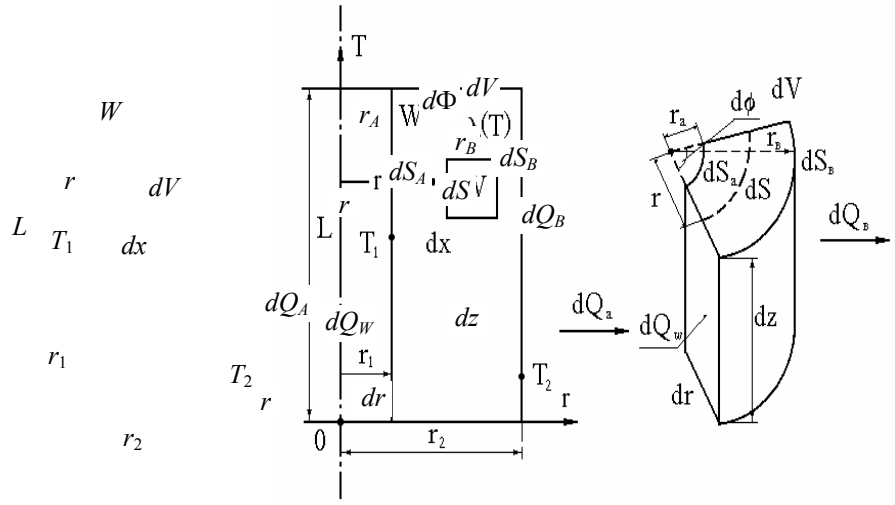
В частном случае при $W = 0$ уравнение Пуассона вырождается в уравнение Лапласа $\frac{d^2\Phi}{dx^2}=0$, а его решение имеет вид

$$\Phi = \Phi_1 - \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\delta} x;$$

$$\int \lambda(T)dT = \int \lambda(T_1)dT_1 - \frac{\int \lambda(T_1)dT_1 - \int \lambda(T_2)dT_2}{\delta} x.$$



а) *б*)



в) *г*)

Рис. 3.4. Теплофизическая система плоской (*а*) и цилиндрической стенки (*в*), а также основные измерения элементарного объема параллелепипеда в декартовой системе координат (*б*) и элементарного объема в цилиндрической системе координат (*г*)

При линейной зависимости $\lambda = \beta + kT$ температурное поле находится после решения квадратичного уравнения

$$\left(\beta T + 0{,}5kT^2\right) = \left(\beta T_1 + 0{,}5kT_1^2\right) - \frac{\left(\beta T_1 + 0{,}5kT_1^2\right) - \left(\beta T_2 + 0{,}5kT_2^2\right)}{\delta} x .$$

Удельный тепловой поток $q = -\frac{d\Phi}{dx} = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\delta}$.

Для цилиндрической стенки (рис. 3.4, *в*, *г*) при стационарном тепловом режиме количество теплоты, проникающее внутрь элементарного объема через поверхность $dS_A\, dz$ (а также выделяемое внутри его), должно быть равным количеству теплоты, уходящему вовне через поверхность $dS_B\, dz$:

$$dQ_A + dQ_W = dQ_B \quad \text{или} \quad -(dQ_B - dQ_A) + dQ_W = 0.$$

Уравнение теплового баланса можно переписать как

$$-(q_B r_B - q_A r_A)\, d\varphi\, dz + W r\, d\varphi\, dr\, dz = 0,$$

или

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(q r) + W = 0; \quad -\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(-\lambda\frac{dT}{dr} r) + W = 0.$$

Введем подстановку $q = -\lambda\frac{dT}{dr} = -\frac{d\Phi}{dr}$, $\Phi = \int \lambda(T)\, dT$ и получим

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(\frac{d\Phi}{dr} r\right) + W = 0.$$

Последнее выражение известно как одномерное уравнение Пуассона в цилиндрических координатах, в котором в качестве потенциала фигурирует параметр Ф.

В частном случае при $W = 0$ оно переходит в уравнение Лапласа

$$\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\Phi}{dr} = 0,$$

а его решение имеет вид

$$\Phi = \Phi_1 - \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \ln\frac{r}{r_1}$$

или

$$\int \lambda\, dT = \int \lambda_1 dT_1 - \frac{\int \lambda_1 dT_1 - \int \lambda_2 dT_2}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \ln\frac{r}{r_1}.$$

При экспериментальной зависимости $\lambda = be^{kT}$ температурное поле и количество теплоты находятся после логарифмирования последнего уравнения

$$e^{kT} = e^{kT_1} - \frac{e^{kT_1} - e^{kT_2}}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \ln\frac{r}{r_1}; \quad Q = -\frac{d\Phi}{dr} 2\pi r L = \frac{\pi L\left(\Phi_1 - \Phi_2\right)}{\frac{1}{2}\ln\frac{d_2}{d_1}}.$$

3.5. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ НАЛИЧИИ ФИЛЬТРАЦИИ

Инфильтрация G **характеризует количество холодной жидкости, проникающей сквозь капиллярно-пористую плоскую или цилиндрическую стенку, через единицу поверхности** F **в единицу времени. Если при этих же условиях горячая жидкость протекает сквозь стенку в обратном направлении, то такой процесс называется *эксфильтрацией*. Распределение температуры в плоской и цилиндрической стенке при инфильтрации показано на рис. 3.5.**

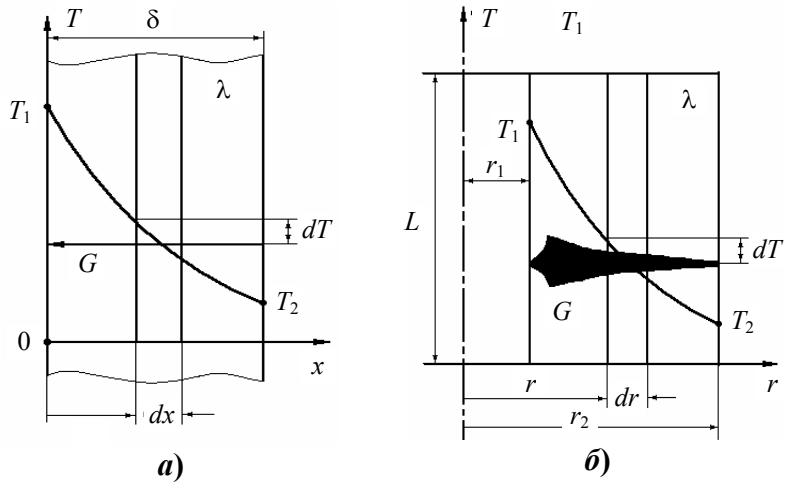


Рис. 3.5. Распределение температуры в плоской (*а*) и цилиндрической (*б*) стенке при инфильтрации

Количество теплоты Q**, поглощаемое в единицу времени протекающей сквозь плоскую стенку** F **жидкостью (отрицательный источник теплоты) на участке пути** dx **(рис. 3.5,** *а***), определяется по формуле**

$$dQ_{\text{ж}} = -WdV = -WFdx,$$

где W **– теплота, поглощаемая единицей объема** V **в единицу времени.**

С другой стороны, по закону теплофизики

$$dQ_{\text{ж}} = -cFGdT,$$

где G **– удельная инфильтрация плоской стенки. Следовательно,**

$$W = cG\frac{dT}{dx}.$$

Тогда дифференциальное уравнение Пуассона, описывающее явление теплопроводности, примет вид

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{W}{\lambda} = \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{cG}{\lambda}\frac{dT}{dx} = 0.$$

После введения обозначений $P=\frac{cG}{\lambda}$, $u=\frac{dT}{dx}$ оно перепишется в виде $\frac{du}{dx}+Pu=0$, откуда

$$T=-\frac{D}{P}e^{-Px}+C;\qquad T_1=-\frac{D}{P}+C;\qquad T_2=-\frac{D}{P}e^{-P\delta}+C.$$

Окончательно имеем:

$$T=T_1-\frac{T_1-T_2}{1-e^{-P\delta}}\left(1-e^{-Px}\right);\qquad q(x)=-\lambda\frac{dT}{dx}=\lambda P\frac{T_1-T_2}{1-e^{-P\delta}}e^{-Px}.$$

Тепловой поток:

$$Q=q(\delta)F=\lambda PF\frac{T_1-T_2}{1-e^{-P\delta}}e^{-p\delta}\qquad\text{или}\qquad Q=\frac{Q_{ж}}{e^{+P\delta}-1}.$$

При эксфильтрации в плоской стенке температурная кривая будет выпуклой, а во всех полученных соотношениях знак впереди P изменится на обратный (внутренний источник теплоты в этом случае будет положительным).

Количество теплоты, поглощаемое в единицу времени жидкостью (рис. 3.5, *б*), протекающей сквозь капиллярно-пористую цилиндрическую стенку (отрицательный источник теплоты), на участке пути dr, может быть определено по формуле $dQ_{ж}=-WdV=-WFdr$.

С другой стороны, $dQ_{ж}=-cFGdT$. Следовательно,

$$W=cG\frac{dT}{dr}=\frac{(c\rho)}{2\pi rL}\frac{dT}{dr},$$

где $G=\frac{\rho}{2\pi rL}$ – удельная инфильтрация; ρ – полная инфильтрация через цилиндрическую стенку.

Тогда дифференциальное уравнение Пуассона, описывающее явление, примет вид

$$\frac{d^2T}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dT}{dr}+\frac{W}{\lambda}=\frac{d^2T}{dr^2}+\left(1+\frac{c\rho}{2\pi\lambda L}\right)\frac{1}{r}\frac{dT}{dr}=0.$$

После обозначения $P=1+\frac{c\rho}{2\pi\lambda L}$, $u=\frac{dT}{dr}$ оно перепишется в виде $\frac{du}{dr}+P\frac{1}{r}u=0$, откуда

$$T=-D\frac{1}{(P-1)}\frac{1}{r_1^{(P-1)}}+C;$$

$$T_1=-D\frac{1}{(P-1)}\frac{1}{r_1^{(P-1)}}+C;$$

$$T_2=-D\frac{1}{(P-1)}\frac{1}{r_2^{(P-1)}}+C.$$

Окончательно имеем:

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_1^{(P-1)}} - \frac{1}{r_2^{(P-1)}}}\left(\frac{1}{r_1^{(P-1)}} - \frac{1}{r^{(P-1)}}\right);$$

$$Q(r) = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi r L = \frac{\pi L (T_1 - T_2)(P-1)}{\frac{1}{2\lambda}\left(\frac{1}{r_1^{(P-1)}} - \frac{1}{r_2^{(P-1)}}\right)} \frac{1}{r^{P-1}} .$$

Тепловой поток

$$Q(r_2) = \frac{2\pi\lambda L (T_1 - T_2)(P-1)}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{(P-1)} - 1} = \frac{Q_{\text{ж}}}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{(P-1)} - 1} .$$

При эксфильтрации в цилиндрической стенке температурная кривая может оказаться выпуклой. Ввиду того, что внутренний источник теплоты в этом случае будет положительным, постоянная P во всех полученных соотношениях будет определяться как разность

$$P = 1 - \frac{c\rho}{2\pi\lambda L} .$$

В частном примере, когда $\frac{c\rho}{2\pi\lambda L} = 1$***, распределение температуры в цилиндрической стенке становится прямолинейным, ибо при*** $P = 0$ ***явление в цилиндрической стенке начинает описываться уравнением*** $\frac{d^2T}{dr^2} = 0$.

4. НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

4.1. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Явление нестационарного распространения теплоты в одномерном пространстве твердого тела описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} . \qquad (4.1)$$

Любая функция $T = f(x, \tau)$ будет решением этого уравнения, если при подстановке в него она дает тождество. Пусть $T = U(\tau)\, V(x)$. Тогда

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = U'(\tau) V(x) ; \qquad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = U(\tau) V''(x) .$$

После подстановки в дифференциальное уравнение получается

$$V(x)U'(\tau)=aV''(x)U(\tau) \quad \text{или} \quad \frac{U'(\tau)}{aU(\tau)}=\frac{V''(x)}{V(x)}=-k^2 .$$

Переменные τ и x являются независимыми друг от друга аргументами. Это означает, что параметр k^2 может быть только постоянным. Тогда дифференциальное уравнение в частных производных (4.1) можно представить в виде системы из двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} U'(\tau)+ak^2U(\tau)=0; \\ V''(x)+k^2V(x)=0, \end{cases}$$

которые будут иметь решения, соответственно:

$$U(\tau)=C_1 e^{-ak^2\tau} \quad \text{и} \quad V(x)=C_2e^{-ikx}+C_3e^{+ikx}.$$

Учитывая известные соотношения

$$e^{-ikx}=\cos kx-i\sin kx, \quad e^{+ikx}=\cos kx+i\sin kx,$$

можно записать $V(x)=C_4\cos kx+C_5\sin kx$. Тогда

$$T=D\cos(kx)e^{-ak^2\tau}+B\sin(kx)e^{-ak^2\tau} \qquad (4.2)$$

есть общее решение дифференциального уравнения теплопроводности (4.1), а постоянные D, B, k определяются при более конкретной постановке задачи.

Если явление распространения теплоты описывается дифференциальным уравнением в цилиндрической системе координат

$$\frac{\partial T}{\partial\tau}=a\left(\frac{\partial^2T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right), \qquad (4.3)$$

то

$$T=DJ_0(kx)e^{-ak^2\tau}+BJ_1(kx)e^{-ak^2\tau}, \qquad (4.4)$$

где $J_0(kx)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $J_1(kx)$ – функция Бесселя первого рода первого порядка.

Если явление распространения теплоты описывается дифференциальным уравнением в сферической системе координат

$$\frac{\partial T}{\partial\tau}=a\left(\frac{\partial^2T}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right),$$

то подстановкой $Z=(rT)$ его можно свести к уравнению $\frac{\partial Z}{\partial\tau}=a\frac{\partial^2Z}{\partial r^2}$, решение которого уже известно.

4.2. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАСТИНЕ ПРИ КОНВЕКТИВНОМ ОХЛАЖДЕНИИ

Пластина, равномерно нагретая до температуры T_0 (рис. 4.1), в момент времени $\tau = 0$ помещается в среду с температурой T_c и охлаждается одинаковым образом с обеих сторон путем теплоотдачи с коэффициентом α. Математически такой процесс описывается следующими уравнениями.

Дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \tag{4.5}$$

- условие симметрии

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = 0; \tag{4.6}$$

- условие на границе

$$-\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=R} = \alpha\left(T_{\text{п}} - T_{\text{c}}\right); \tag{4.7}$$

- начальное условие

$$T_{\tau=0} = T. \tag{4.8}$$

Уравнения (4.6) – (4.8) называются также *краевыми условиями, или условиями однозначности*. Они описывают физическую картину в начале процесса и на границах тела, благодаря чему в общем решении дифференциального уравнения теплопроводности находятся константы D, B, k и решение становится конкретным.

Решение уравнений (4.5) – (4.8) оказывается более удобным, если ввести новую переменную $\vartheta = T - T_c$. Тогда

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}; \tag{4.9}$$

$$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right)_{x=0} = 0; \tag{4.10}$$

$$-\lambda\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right)_{x=R} = \alpha\vartheta_{\text{п}}; \tag{4.11}$$

$$\left(\vartheta\right)_{\tau=0} = \vartheta_0. \tag{4.12}$$

Дифференциальное уравнение (4.9) аналогично (4.1), поэтому его общее решение будет

$$\vartheta = D\cos\left(kx\right)e^{-ak^2\tau} + B\sin\left(kx\right)e^{-ak^2\tau}.$$

Подстановка общего решения в условия симметрии (4.10) дает $B = 0$. Следовательно,

$$\vartheta = D\cos\left(kx\right)e^{-ak^2\tau}.$$

Последнее выражение при подстановке в граничное условие (4.11) приводит к характеристическому уравнению

$$\operatorname{ctg}\mu = \frac{1}{\mathrm{Bi}}\mu \quad \left(\mu = kR;\ \mathrm{Bi} = \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$$

с бесчисленным множеством дискретных чисел: μ_1, μ_2, μ_3, …, μ_n.

Таким образом,

$$\vartheta = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}} .$$

Для определения константы D необходимо использовать начальное условие (4.12) и свойство ортогональных функций.

При $\tau = 0$

$$\sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) = \vartheta_0$$

или

$$D_1 \cos\mu_1 \frac{x}{R} + D_2 \cos\mu_2 \frac{x}{R} + D_3 \cos\mu_3 \frac{x}{R} + \ldots = \vartheta_0 .$$

После умножения на $\cos\mu_1 \frac{x}{R}$ и интегрирования в пределах от $-R$ до $+R$:

$$D_1 \int_{-R}^{+R} \cos^2\left(\mu_1 \frac{x}{R}\right) dx + D_2 \int_{-R}^{+R} \cos\left(\mu_2 \frac{x}{R}\right) \cos\left(\mu_1 \frac{x}{R}\right) dx +$$
$$+ D_3 \int_{-R}^{+R} \cos\left(\mu_3 \frac{x}{R}\right) \cos\left(\mu_1 \frac{x}{R}\right) dx + \ldots = \vartheta_0 \int_{-R}^{+R} \cos\left(\mu_1 \frac{x}{R}\right) dx .$$

На основании свойств ортогональности

$$D_1 \int_{-R}^{+R} \cos^2\left(\mu_1 \frac{x}{R}\right) dx = \vartheta_0 \int_{-R}^{+R} \cos\left(\mu_1 \frac{x}{R}\right) dx ,$$

откуда

$$D_1 = \vartheta_0 \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1 \cos\mu_1} .$$

Действуя точно таким же способом с индексами 2, 3, …, n, можно найти D_2, D_3, ..., D_n. Окончательно имеем

$$\theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n \cos\mu_n} \cos\left(\mu_n X\right) e^{-\mu_n^2 \mathrm{Fo}} , \qquad (4.13)$$

где $\theta = \frac{T - T_c}{T_0 - T_c}$; $X = \frac{x}{R}$; $\mathrm{Fo} = \frac{a\tau}{R^2}$ – соответственно безразмерная температура, координата и время (критерий Фурье).

Когда имеет место нагрев, решение (4.13) остается без изменения. Однако под температурным комплексом следует понимать отношение $\theta = \frac{T_c - T}{T_c - T_0}$.

Значение температурного поля позволяет определить удельный тепловой поток на поверхности как

$$q = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=R} = \frac{\lambda\vartheta_0}{R}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\mu_n \sin^2\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n\cos\mu_n}e^{-\mu_n^2\mathrm{Fo}}$$

и среднюю температуру тела в любой момент времени

$$\theta_{\text{ср}} = \int_0^1 \theta\, dX = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sin^2\mu_n}{\mu_n^2 + \mu_n\sin\mu_n\cos\mu_n}e^{-\mu_n^2\mathrm{Fo}}\,.$$

Для бесконечного цилиндра температурное поле находится аналогичным математическим методом:

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n[J_0^2(\mu_n)+J_1^2(\mu_n)]}J_0\left(\mu_n\frac{r}{R}\right)e^{-\mu_n^2\mathrm{Fo}}\,. \qquad (4.14)$$

При этом дискретные μ_n числа определяются из характеристического уравнения

$$\frac{J_0(\mu)}{J_1(\mu)} = \frac{1}{\mathrm{Bi}}\mu\,,$$

$$q = \frac{\lambda\vartheta_0}{R}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\mu_n J_1^2(\mu_n)}{\mu_n[J_0^2(\mu_n)+J_1^2(\mu_n)]}e^{-\mu_n^2\mathrm{Fo}}\,, \qquad T_{\text{ср}} = \frac{2}{R^2}\int_0^R (Tr)dr\,.$$

Безразмерный комплекс $\mathrm{Bi} = \dfrac{\alpha R}{\lambda}$, входящий в структуру уравнений для определения дискретных чисел (критерий Био), характеризует теплообмен на границе тела и теоретически может принимать значения от нуля до бесконечности. Обычными значениями этого критерия характеризуются граничные условия третьего рода, когда заданы закон теплообмена и температура окружающей среды. При $\mathrm{Bi} \to \infty$ имеет место $T_{\text{п}} \to T_{\text{с}}$. Граничные условия третьего рода переходят в граничные условия первого рода, когда вместо закона теплообмена задается температура на поверхности тела. В этом случае характеристические уравнения для пластины и цилиндра, соответственно, $\cos\mu = 0$; $J_0(\mu) = 0$, а решения (4.13) и (4.14) примут форму, соответственно:

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2}{\mu_n}\cos(\mu_n X)\,e^{-\mu_n^2\mathrm{Fo}}\,;$$

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\mu_n J_1(\mu_n)}J_0\left(\mu_n\frac{r}{R}\right)e^{-\mu_n^2\mathrm{Fo}}\,.$$

Для практических инженерных расчетов на рис. 4.2 – 4.5 приведены номограммы для определения температуры в центре и на поверхности пластины и цилиндра при заданных значениях Fo и Bi.

4.3. МЕТОД ПЕРЕМНОЖЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ КРИТЕРИЕВ

Температурное поле в призме прямоугольного сечения. Прямоугольная призма (брус) бесконечных размеров как фигура может быть образована пересечением двух неограниченных пластин, толщина ко-

торых соответствует ее двум измерениям (рис. 4.2). Температурное поле в таком теле может быть найдено путем перемножения известных температурных критериев для двух неограниченных пластин:

$$\theta_{xy} = \theta_x \theta_y . \qquad (4.15)$$

Здесь θ_x – температурное поле в неограниченной пластине толщиной $2R_1$ с координатой пространства x; θ_y – температурное поле в неограниченной пластине толщиною $2R_2$ с координатой пространства y.

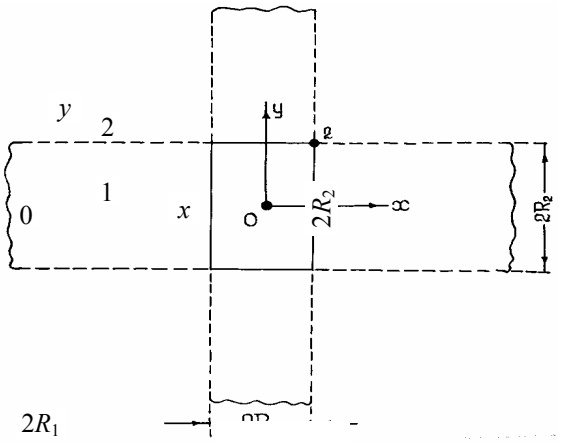


Рис. 4.2. Пересечение двух неограниченных пластин, образующих призму прямоугольного сечения

При охлаждении выражение (4.15) имеет вид

$$\frac{T(x,y,\tau)-T_c}{T_0-T_c} = \frac{T(x,\tau)-T_c}{T_0-T_c}\,\frac{T(y,\tau)-T_c}{T_0-T_c} .$$

При нагреве выражение (4.15) записывается как

$$\frac{T_c - T(x,y,\tau)}{T_c - T_0} = \frac{T_c - T(x,\tau)}{T_c - T_0}\,\frac{T_c - T(y,\tau)}{T_c - T_0};$$

- для точки 0

$$\theta_{\substack{x=0\\y=0}} = \theta_{x=0}\,\theta_{y=0};$$

- для точки 1

$$\theta_{\substack{x=R_1\\y=0}} = \theta_{x=R_1}\,\theta_{y=0};$$

- для точки 2

$$\theta_{\substack{x=R_1 \\ y=R_2}} = \theta_{x=R_1}\,\theta_{y=R_2};$$

- для точки 3

$$\theta_{\substack{x=0\\y=R_2}} = \theta_{x=0}\,\theta_{y=R_2}\,.$$

Температурное поле в конечном цилиндре. Конечный цилиндр как фигура может быть образован пересечением неограниченной пластины и бесконечного цилиндра. Температурное поле находится как произведение известных температурных критериев для неограниченной пластины и бесконечного цилиндра: $\theta_{rz} = \theta_r\theta_z$, где θ_z – температурное поле в неограниченной пластине толщиною $L = 2R_2$ (полная длина короткого цилиндра) с координатой пространства z; θ_r – температурное поле в бесконечном цилиндре диаметром $d = 2R_1$ (диаметр короткого цилиндра) с координатой пространства r.

Температурное поле параллелепипеда. Формула температурного поля параллелепипеда имеет вид $\theta_{xyz} = \theta_x\,\theta_y\,\theta_z$, где θ_x, θ_y, θ_z – известные температурные критерии неограниченных пластин, пересечением которых образован параллелепипед.

Тепловое прослушивание тел конечных размеров. Температурное поле, возникающее в телах конечных размеров (призма квадратного и прямоугольного сечений, куб, параллелепипед, короткий цилиндр), приобретает весьма интересное свойство: оно может быть скоординировано распределением температуры либо вдоль осей симметрии, либо по поверхности тела. Вид такой координационной связи определяется условиями протекания процесса. Если математическое описание явления (например, в призме с расположением координат по осям симметрии) позволяет искать решение задачи в виде произведения функций

$$\vartheta = f(x)\,f(y), \tag{4.16}$$

где $\vartheta = (T - T_c)$ – избыточная температура при охлаждении; $\vartheta = (T_c - T)$ – избыточная температура при нагревании, то координатная связь имеет вид

$$\vartheta(x, y) = \frac{\vartheta(x, 0)\,\vartheta(0, y)}{\vartheta(0, 0)} = \frac{\vartheta(x, R_2)\,\vartheta(R_1, y)}{\vartheta(R_1, R_2)}, \tag{4.17}$$

где $\vartheta\,(x, y)$ – температурное поле в призме прямоугольного сечения; $\vartheta\,(x, 0)$ – распределение температуры по оси симметрии x; $\vartheta\,(y, 0)$ – распределение температуры по оси симметрии y; $\vartheta\,(0, 0)$ – температура в центре призмы; $\vartheta\,(x, R_2)$ – распределение температуры по поверхности длиною R_1; $\vartheta\,(R_1, y)$ – распределение температуры по поверхности длиною R_2; $\vartheta\,(R_1, R_2)$ – температура на ребре призмы.

Если математическое описание явления позволяет искать решение задачи в виде суммы функций $T\,(x, y) = f\,(x) + f\,(y)$, где $T\,(x, y)$ – температура тела при охлаждении или нагревании, то координатная связь получается в виде

$$T(x, y) = T(x, 0) + T(0, y) - T(0, 0) = T(R_1, y) + T(x, R_2) - T(R_1, R_2).$$

(4.18)

Закономерность (4.17) может быть использована в тех случаях, когда тело нагревается или охлаждается путем конвекции, т.е. когда имеют место граничные условия третьего рода.

Закономерность (4.18) может быть использована в тех случаях, когда тело нагревается постоянным (во времени) тепловым потоком, т.е. когда имеют место граничные условия второго рода. Особое значение при автоматизации и оптимизации процесса нагрева имеет зависимость

$$\vartheta(0,0) = \frac{\vartheta(0, R_2)\,\vartheta(R_1, 0)}{\vartheta(R_1 R_1)}, \qquad (4.19)$$

обладающая свойством теплового «прослушивания» для условий, характеризующихся неравенством $0{,}24 < \mathrm{Bi} < \infty$.

Таким образом, измеряя температуры в трех точках поверхности призмы прямоугольного сечения, можно косвенно определить температуру ее центра, без термопары. При этом нет необходимости знать такие теплофизические характеристики вещества, как теплопроводность, теплоемкость, плотность.

4.4. РЕГУЛЯРНЫЙ ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ

Анализ решения (4.4) – (4.13) говорит о том, что изменение избыточной температуры любой точки объема подчиняется экспоненциальному закону

$$\vartheta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\mu_n^2 \mathrm{Fo}},$$

где $\vartheta = \dfrac{T - T_c}{T_0 - T_c}$, $\operatorname{ctg}\mu = \dfrac{1}{\mathrm{Bi}}\mu$.

При $\mathrm{Bi} \to \infty$ $\operatorname{ctg}\mu = 0$, это означает:

$$\mu_1 = \frac{\pi}{2};\ \ \mu_2 = 3\frac{\pi}{2};\ \ \mu_3 = 5\frac{\pi}{2};\ \ \ldots;\ \ \mu_1^2 < \mu_2^2 < \mu_3^2 < \ldots$$

Следовательно, при $\mathrm{Fo} > \mathrm{Fo}^*$, $e^{-\mu_1^2 \mathrm{Fo}} >> e^{-\mu_2^2 \mathrm{Fo}} >> e^{-\mu_3^2 \mathrm{Fo}}$.

Таким образом, начиная с некоторого момента времени, соответствующего $\mathrm{Fo} > \mathrm{Fo}^*$, для определения температуры достаточно ограничиться одним первым членом бесконечного ряда, т.е. можно использовать экспоненциальную зависимость $\vartheta = A_1 e^{-\mu_1^2 \mathrm{Fo}}$, откуда

$$\ln\vartheta = -\mu_1^2 \mathrm{Fo} + \ln A_1 = -\mu_1^2 \frac{a}{R^2}\tau + \mathrm{const}, \qquad (4.20)$$

или сокращенно:

$$\ln\vartheta = -\frac{a}{\psi}\tau + \mathrm{const}, \qquad (4.21)$$

$$\ln\vartheta = -m\tau + \mathrm{const}. \qquad (4.22)$$

Тепловой режим, при котором натуральный логарифм избыточной температуры изменяется по закону прямой линии, называется регулярным. Множитель *m* характеризует скорость протекания явления и носит название темпа процесса. Согласно (4.22)

$$a = \psi\, m. \tag{4.23}$$

Формула (4.23) служит теоретической основой для экспериментального определения коэффициента температуропроводности *a* вещества. Размерный коэффициент формы тела ψ согласно (4.20) численно равен:

- для неограниченной пластины $\psi_{\text{н.п}} = \left(\frac{R}{\mu_1}\right)^2 = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2R}\right)^2}$;
- для бесконечного цилиндра и шара

$$\psi_{\text{б.цил.}} = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{1{,}31R}\right)^2}; \quad \psi_{\text{шара}} = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{R}\right)^2};$$

- для конечного цилиндра $\psi_{\text{к.ц}} = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{1{,}31R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2}$;
- для параллелепипеда $\psi_{\text{парал.}} = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2R_1}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2R_2}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2R_3}\right)^2}$.

Следовательно, для температуропроводности обстоятельств, соответст- такого процесса.

Так как $\text{Bi} = \frac{\alpha R}{\lambda}$;

Это достигается вание жидкости = const опыт проводят в воде. Для определения опыта в регулярной части τ_2 (рис. 4.3). Тогда

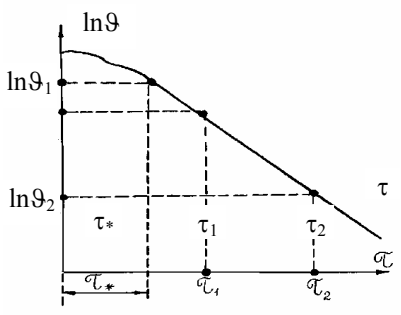


Рис 4.3. График измене-

практического расчета коэффициента вещества необходимо еще достичь вующих $\text{Bi} \to \infty$, и из опыта найти темп

$R \neq \infty$; $\lambda \neq 0$, то остается $\alpha \to \infty$.

энергичным механическим перемеши- (окружающей среды). Для поддержания T_c воде с тающим льдом либо в кипящей темпа охлаждения *m* необходимо по ходу процесса произвести измерение ϑ_1, τ_1 и ϑ_2,

$$m = \frac{\ln \vartheta_1 - \ln \vartheta_2}{\tau_2 - \tau_1} = \frac{\ln \frac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c}}{\tau_2 - \tau_1}. \tag{4.24}$$

4.5. КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЙ ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ

Распространение теплоты в телах классической формы при нагреве (рис. 4.4) постоянным тепловым потоком (граничных условиях второго рода) описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\xi - 1}{x}\frac{\partial T}{\partial x}\right);$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{\text{ц}} = 0; \quad \lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{\text{п}} = q_{\text{c}}; \quad T_{\text{нач}} = T_0,$$

где $\xi = 1$ для неограниченной пластины и $\xi = 2$ для бесконечного цилиндра.

Решение такой системы может быть представлено в форме

$$T = b + k\tau + \sum_{n=1}^{\infty} A_n\, e^{-\mu_n^2 \text{Fo}}.$$

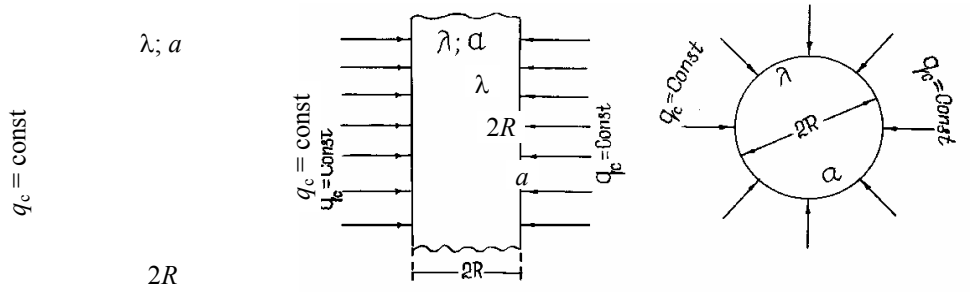


Рис. 4.4. Нагрев тел постоянным тепловым потоком

Так как $\mu_1 < \mu_2 < \mu_3 < \ldots$, то бесконечный ряд быстро «гаснет», а начиная с некоторого значения критерия Фурье ($\text{Fo} > \text{Fo}^*$), становится пренебрежимо малым по сравнению с двумя первыми членами. Тогда

$$T = b + k\tau,$$

где

$$b = T_0 - \frac{q_{\text{c}} R}{\lambda}\left[\frac{\xi}{2(\xi+2)} - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{R}\right)^2\right]; \quad k = \xi\frac{q_{\text{c}}\, a}{\lambda R};$$

$$b_{\text{ц}} = T_0 - \frac{q_{\text{c}} R}{\lambda}\frac{\xi}{2(\xi+2)}; \quad b_{\text{п}} = T_0 - \frac{q_{\text{c}} R}{\lambda}\left[\frac{\xi}{2(\xi+2)} - \frac{1}{2}\right] = \frac{q_{\text{c}} R}{(\xi+2)\lambda} + T_0.$$

Таким образом, во всех случаях нагрева тел постоянным тепловым потоком ($q_{\text{c}} = \text{const}$) его температура, начиная с некоторого момента времени, изменяется по закону прямой линии. Такой тепловой режим называется квазистационарным. Определяя экспериментально b и k, можно получить значение коэффициента теплопроводности и температуропроводности вещества сразу из одного опыта (рис. 4.5).

Если температура измеряется только на поверхности тела, то

$$\lambda = \frac{q_{\text{c}} R}{T_0 - b_{\text{п}}}\left[\frac{\xi}{2(\xi+2)} - \frac{1}{2}\right] = \frac{q_{\text{c}} R}{b_{\text{п}} - T_0}\frac{1}{\xi+2}.$$

Если температура измеряется и на поверхности, и в центре, то

$$\lambda = \frac{q_{\text{c}} R}{2(b_{\text{п}} - b_{\text{ц}})}, \qquad a = k\frac{\lambda R}{\xi q_{\text{c}}}.$$

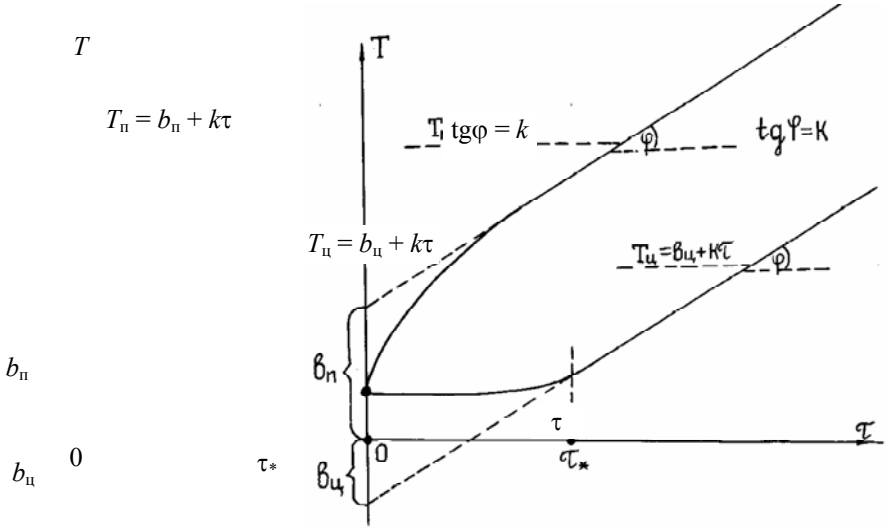


Рис. 4.5. Зависимость температуры тела от времени при нагреве (q = const):
$T_п$ – температура поверхности; $T_ц$ – температура центра

4.6. УПОРЯДОЧЕННЫЙ ИЛИ ОБОБЩЕННЫЙ ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ

Рассмотренный ранее регулярный тепловой режим был сформулирован так: период нагревания или охлаждения тела, начиная с которого натуральный логарифм избыточной температуры любой точки изменяется во времени по закону прямой линии, называется *регулярным тепловым режимом*. Математическая закономерность режима в виде натурального логарифма избыточной температуры получается при условии нагрева или охлаждения тела по закону конвекции.

Рассмотренный ранее квазистационарный тепловой режим формулируется так: период нагрева тела, начиная с которого температура любой точки изменяется во времени по закону прямой линии, называется *квазистационарным тепловым режимом*. Такая математическая зависимость получается при условии нагрева тела постоянным тепловым потоком.

Регулярный, квазистационарный и любой возможный тепловой режимы могут быть обобщены следующей формулировкой: *тепловой период нагрева или охлаждения тела*, *начиная с которого некоторый температурный комплекс любой точки изменяется во времени по закону прямой линии*, *называется упорядоченным тепловым режимом.* Математическая закономерность упорядоченного теплового режима (при любом способе нагрева или охлаждения) может быть получена из анализа дифференциальных уравнений, описывающих процесс. Например, для неограниченной пластины эти уравнения имеют вид

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \qquad \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = 0,$$

$$T(R, \tau) = T_п(\tau), \qquad T(0, \tau) = T_ц(\tau), \qquad T(x, 0) = T_0.$$

Если предусмотреть изменение во времени температуры поверхности $T_п(\tau)$ и центра пластины $T_ц(\tau)$, то решение приводит к закономерности

$$\Phi = \ln\left(T_п - T_ц\right) - 1{,}23\int \frac{dT_п}{T_п - T_ц} = -2{,}47\frac{a}{R^2}\tau + \text{const}. \qquad (4.25)$$

Эта закономерность и является математическим выражением упорядоченного теплового режима. Можно показать, что математические закономерности регулярного и квазистационарного теплового ре-

жимов являются ее частными случаями. Закономерность упорядоченного теплового режима (4.25) включает в свою структуру один неизвестный параметр – коэффициент температуропроводности *a* вещества.

После дифференцирования (4.25) имеем

$$\frac{d\Phi}{d\tau} = 2{,}47\frac{a}{R^2},$$

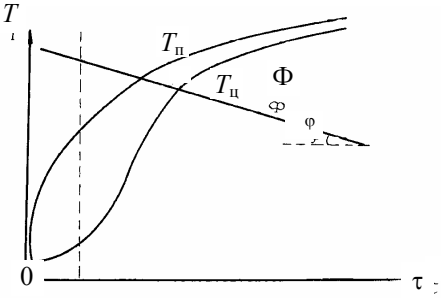


Рис. 4.6. Зависимость изменения температур поверхности и центра тела от времени

в результате определяется коэффициент температуропроводности *a* вещества.

Температурный комплекс $\Phi = \ln\left(T_п - T_ц\right) - 1{,}23\int \frac{dT_п}{T_п - T_ц}$ вычисляется в функции от времени. Температурный комплекс $\Phi = \psi(\tau)$ заносится на график, где производная Ф по τ равнозначна тангенсу наклона прямой линии (рис. 4.6).

Следует заметить, что закономерность упорядоченного теплового режима (4.25) не лимитируется параметрами и физическими переменными внешней среды. Поэтому она может быть использована для любых условий нагрева и охлаждения. Температура окружающей среды может изменяться во времени (нагрев и охлаждение вместе с печью). Однако во всех случаях необходимым условием является наступление упорядоченного теплового периода, т.е. когда температурный комплекс Ф начнет изменяться во времени по закону прямой линии.

4.7. НАГРЕВ И ОХЛАЖДЕНИЕ ТЕРМИЧЕСКИ ТОНКИХ ТЕЛ КОНВЕКТИВНЫМ ПОТОКОМ ТЕПЛОТЫ

Термически тонкими считаются такие тела, в процессе нагрева которых можно пренебречь изменением температуры по их объему (рис. 4.7).

Математическое описание такого нагрева вытекает из уравнения теплового баланса

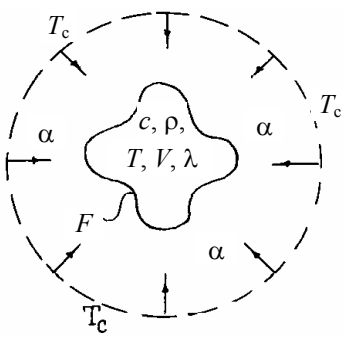
$\alpha F\left(T_c - T\right)d\tau = c\rho V dT$, $\alpha F\vartheta d\tau = -c\rho V d\vartheta$, откуда

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = -\frac{\alpha F}{c\rho V}d\tau = -Pd\tau.$$

Общее решение $\vartheta = De^{-P\tau}$ становится конкретным в результате учета начальных условий: $T = T_0$ при $\tau = 0$ и, значит, $D = \vartheta_0 = T_c - T_0$, $\vartheta = \vartheta_0 e^{-P\tau}$. Здесь

$$P = \frac{\alpha F}{c\rho V} = \frac{FR}{V}\frac{\alpha}{c\rho R} = \xi\frac{\alpha}{c\rho R},$$

где R – характерное измерение формы тела, равный для цилиндра и шара,



тела; $\xi = \frac{FR}{V}$ – безразмерный фактор неограниченной пластины, бесконечного соответственно, 1, 2, 3;

Рис. 4.7. Конвектив-

$$\frac{\alpha}{c\rho R} = \frac{\alpha R}{\lambda}\frac{\lambda}{c\rho R^2} = \mathrm{Bi}\frac{a}{R^2},$$

где $\mathrm{Bi} = \dfrac{\alpha R}{\lambda}$ – критерий Био; $a = \dfrac{\lambda}{c\rho}$ – ко $T_{\text{с}}$ фициент температуропроводности вещества.

Окончательно имеем

$$\theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = e^{-\xi \mathrm{Bi}\,\mathrm{Fo}}.$$

При нагреве $\theta = \dfrac{T_{\text{с}} - T}{T_{\text{с}} - T_0}$, а при охлаждении $\theta = \dfrac{T - T_{\text{с}}}{T_0 - T_{\text{с}}}$.

Практически любое тело можно назвать термически тонким, если выполняется хотя бы одно из трех условий: геометрические размеры достаточно малы; коэффициент теплопроводности слишком велик, коэффициент теплоотдачи слишком мал. В более корректной форме понятие термически тонкого тела характеризуется критерием Bi, куда входят все три перечисленные фактора. Чем Bi меньше, тем ближе тело к термически тонкому. Практически принято считать тело термически тонким, если соблюдается неравенство

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha R}{\lambda} < 0{,}24.$$

4.8. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕПЛОТЫ В ПОЛУОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Полуограниченным пространством называют область бесконечной протяженности в сторону положительных значений оси абсцисс и перпендикулярно ей. Примером может служить Земля, если начало координат – на поверхности, а положительные значения оси уходят в глубину. Рассмотрим задачу, когда поверхность полупространства (массива), имеющего начальную температуру T_0, внезапно охлаждается до температуры $T_{\text{с}}$, которая в дальнейшем поддерживается неизменной на протяжении всего времени релаксации. Тогда процесс переноса теплоты запишется в виде

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad T_{x=0} = T_{\text{с}}, \quad T_{\tau=0} = T_0,$$

или

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}, \quad \vartheta_{x=0} = 0, \quad \vartheta_{\tau=0} = \vartheta_0, \tag{4.26}$$

где $\vartheta = (T - T_{\text{с}})$; $\vartheta_0 = (T_0 - T_{\text{с}})$.

С помощью обычной подстановки можно показать, что интеграл

$$\vartheta = \vartheta_0 \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^Z e^{-Z^2} dZ$$

удовлетворяет системе (4.26), когда под аргументом подразумевается комплекс $Z = \dfrac{x}{\sqrt{4a\tau}}$.

Это означает, что интеграл такого вида является решением системы (4.26), описывающей распространение теплоты в полуограниченном пространстве. Тепловой поток в любом сечении

$$-q = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x}; \quad \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \frac{d\vartheta}{dZ}\frac{\partial Z}{\partial x}, \quad \text{или} \quad q = \frac{2\vartheta_0}{\sqrt{\pi}}\frac{\lambda}{\sqrt{4a\tau}}e^{-Z^2}.$$

Отсюда поток на поверхности ($Z = 0$)

$$q_{\text{п}} = \frac{2\vartheta_0}{\sqrt{\pi}}\frac{\lambda}{\sqrt{4a\tau}} = \sqrt{\frac{\lambda c\rho}{\pi\tau}}\,\vartheta_0 = b\,\vartheta_0.$$

Параметр $b = \sqrt{\frac{\lambda c\rho}{\pi\tau}}$ характеризует аккумулирующую способность массива в данный момент и носит название коэффициента *теплоусвоения*. Как видно, на протяжении процесса теплового выравнивания он изменяется от ∞ до 0. В количественном смысле коэффициент теплоусвоения массива при термической релаксации – это отношение теплового потока на поверхности в данный момент времени $q_{\text{п}}(\tau)$ к постоянной максимальной разности температур системы ϑ.

Когда имеет место нагрев полуограниченного пространства (массива), все соотношения по форме остаются без изменения. Необходимо лишь поменять местами параметры T_0 и $T_{\text{с}}$, а под избыточными температурами понимать $\vartheta = (T_{\text{с}} - T)$; $\vartheta_0 = (T_{\text{с}} - T_0)$.

Тогда аккумуляция теплоты определяется путем интегрирования:

$$Q = \int_0^{\tau} q_{\text{п}}(\tau)d\tau = \vartheta_0 \int_0^{\tau} b(\tau)d\tau$$

или окончательно

$$Q = \frac{2\beta}{\sqrt{\pi}}\vartheta_0\sqrt{\tau}, \qquad (4.27)$$

где $\beta = \sqrt{\lambda c\rho}$ – коэффициент тепловой активности вещества.

Все расчетные соотношения, полученные для полупространства, могут быть использованы и для плоской стенки. При этом вычисления будут сохранять относительную строгость до того момента, пока тепловое возмущение в достаточной мере не проникнет сквозь всю ее толщину.

При больших значениях объемной теплоемкости ($c\rho$) коэффициент теплоусвоения больше, а коэффициент температуропроводности – меньше. Это означает, что в процессе нагрева будет обеспечено большое проникновение теплоты и медленное распространение температуры. При малых значениях $c\rho$, наоборот, обеспечивается малое проникновение теплоты и быстрое распространение температуры.

В общем случае при большом значении β и в обычных условиях рука, приложенная к телу, будет ощущать холод. Таким образом, описанный процесс может быть использован для оценки контактного теплообмена между стопой ноги и полом помещения. Параметр, характеризующий гигиенические свойства пола, принимается по соотношению (4.27).

4.9. ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ВОЛНЫ В ПОЛУОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Многие явления природы подчиняются закону простого гармонического колебания. Только периоды таких колебаний для разных условий могут быть различными. Так, период наиболее резких колебаний температуры Земли равен одному году, а для ограждающих конструкций жилого помещения он со-

ставляет одни сутки. Существуют примеры, когда температурные колебания исчисляются периодом в долях секунды. Большинство из них происходят по закону косинуса, однако, даже самые сложные колебания все равно могут быть описаны путем наложения косинусоид. Температурные колебания легко создаются в лабораторных условиях. Изменяя температуру поверхности тела в прямом и обратном направлениях, внутри его удается получить температурные волны, которые, угасая, идут в глубину объема.

На рис. 4.8 показано распределение температуры в полуограниченном теле при циклическом подводе теплоты к его поверхности.

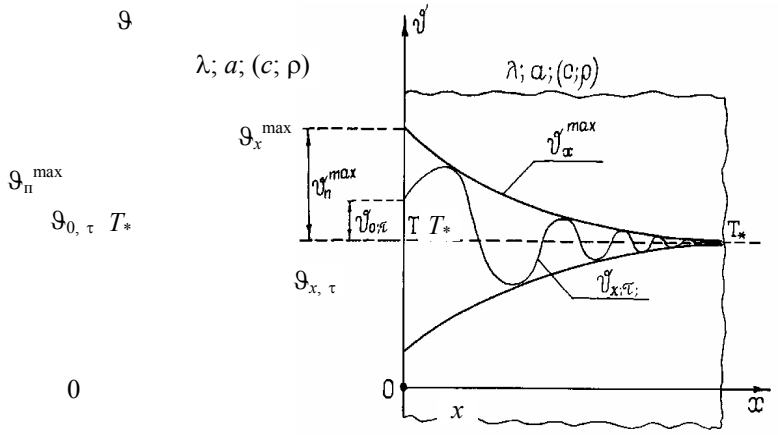


Рис 4.8. Изменение температуры в полуограниченном теле:

$\vartheta_{x,\tau} = \left(T_{x,\tau} - T*\right)$ – температурные волны;

$\vartheta_{\text{п}}^{\max} = \left(T_{\text{п}}^{\max} - T_*\right)$ – амплитуда колебаний на поверхности

(максимальное отклонение температуры на поверхности);

$\vartheta_x^{\max} = \left(T_x^{\max} - T_*\right)$ – затухающие амплитуды колебаний по глубине

(максимальное отклонение температуры по глубине)

Если процесс теплового колебания продолжается достаточно долго, то начальные условия не будут оказывать влияние на распределение температуры. Тогда система дифференциальных уравнений, описывающих явление распространения температурных волн, будет состоять из двух уравнений:

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau} = a\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2}; \quad \vartheta_{0,\tau} = \vartheta_{\text{п}}^{\max}\cos\left(\frac{2\pi}{Z}\tau\right),$$

где Z – полный период колебаний; $\omega = 2\pi/Z$ – частота колебаний.

Решение системы имеет вид

$$\vartheta_{x,\tau} = \vartheta_{\text{п}}^{\max}\cos\left(\omega\tau - kx\right)e^{-kx},$$

где $k = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}$.

Из этого решения вытекает ряд зависимостей, которые часто используются в технических расчетах.

Глубина заметного проникновения температурных волн. Колебания считаются затухшими, когда соблюдается отношение

$$\vartheta_{x=L}^{\max} / \vartheta_{\text{п}}^{\max} = 0{,}01.$$

Из $\cos(\omega\tau - kx) = 1$ следует $\vartheta_x^{\max} = \vartheta_{\text{п}}^{\max} e^{-kx}$.

Тогда глубина заметного проникновения ($x = L$)

$$L = \frac{4{,}6}{k} = 4{,}6\sqrt{\frac{2a}{\omega}}.$$

Плотность теплового потока на поверхности имеет вид

$$q_{\text{п}\tau} = -\lambda\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)_{\text{п}} = \lambda k\sqrt{2}\vartheta_{\text{п}}^{\max}\cos\left(\omega\tau + \frac{\pi}{4}\right),$$

$$q_{\text{п}\tau} = B\vartheta_{\text{п}}^{\max}\cos\left(\omega\tau + \frac{\pi}{4}\right),$$

где $B = \sqrt{\lambda c\rho\omega}$.

Максимальная плотность теплового потока на поверхности

$$q_{\text{п}\tau}^{\max} = B\vartheta_{\text{п}}^{\max}.$$

Параметр B характеризует аккумулирующую способность массива и носит название *коэффициента теплоусвоения*, который в процессе распространения температурных волн остается постоянным. В количественном смысле коэффициент теплоусвоения массива при термических колебаниях – это отношение максимального теплового потока на поверхности к максимальному отклонению температуры на поверхности.

Накопление и расход тепловой энергии. Многие процессы, имеющие практическое значение, представляют собой повторение одного и того же цикла. В тех случаях, когда система характеризуется температурой, имеют место полупериодические процессы накопления и расхода тепловой энергии. При описанных условиях накопление и расход тепловой энергии численно равны между собой и отличаются лишь противоположным знаком:

$$Q = \pm\int_0^{0{,}5Z} q_{\text{п}\tau}\, d\tau = \pm\beta\vartheta_{\text{п}}^{\max}\frac{\sqrt{2}}{\omega},$$

где $\beta = \sqrt{\lambda c\rho}$ – коэффициент тепловой активности вещества.

При больших значениях объемной теплоемкости ($c\rho$) коэффициент теплоусвоения больше, а коэффициент температуропроводности a меньше. Это означает большое

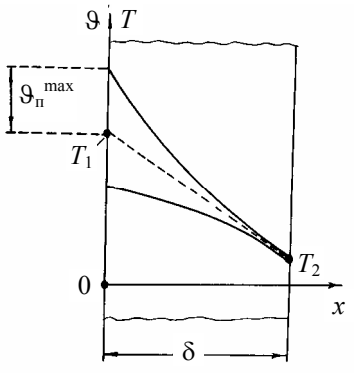


Рис. 4.9. Изменение температуры в стенке при циклическом подводе теплоты к ее поверхности

накопление тепла за полупериод и неглубокое проникновение температурных волн. При малых значениях ($c\rho$) – наоборот. Все выведенные соотношения сохраняют свою строгость и для плоской стенки, если температурные волны не достигают противоположной поверхности. При незначительном проникновении ими можно пользоваться как приближенными.

Параллельно температурным волнам может действовать проникающая теплопередача (рис. 4.9), поэтому при расчетах температурных волн приходится учитывать следующее:

$$\vartheta_{x,\tau} = T_{x,\tau} - \left(T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\delta} x \right), \qquad \vartheta_{\text{п}}^{\max} = T_{\text{п}}^{\max} - T_1 .$$

Если температурные колебания в плоской стенке имеют место с другой ее стороны, то во всех выражениях необходимо вместо x подставить $\delta - x$, оставив начало координат на прежнем месте и изменив лишь индексы соответствующих температур. Так, при колебаниях температуры слева распределение амплитуды по глубине выражалось соотношением $\vartheta_x^{\max} = \vartheta_{\text{п1}}^{\max} e^{-kx}$.

В случае колебаний температуры справа

$$\vartheta_x^{\max} = \vartheta_{\text{п2}}^{\max} e^{-k(\delta - x)},$$

где $\vartheta_{\text{п2}}^{\max}$ – амплитуда колебаний температуры на поверхности плоской стенки справа.

Так, например, для проникающей теплопередачи при колебаниях слева

$$T_0(x) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\delta} x .$$

То же при колебаниях справа:

$$T_0(x) = T_2 - \frac{T_2 - T_1}{\delta}(\delta - x) = T_2 + \frac{T_1 - T_2}{\delta}(\delta - x) .$$

Более удовлетворительными являются ограждающие конструкции с более высокими значениями коэффициента теплоусвоения.

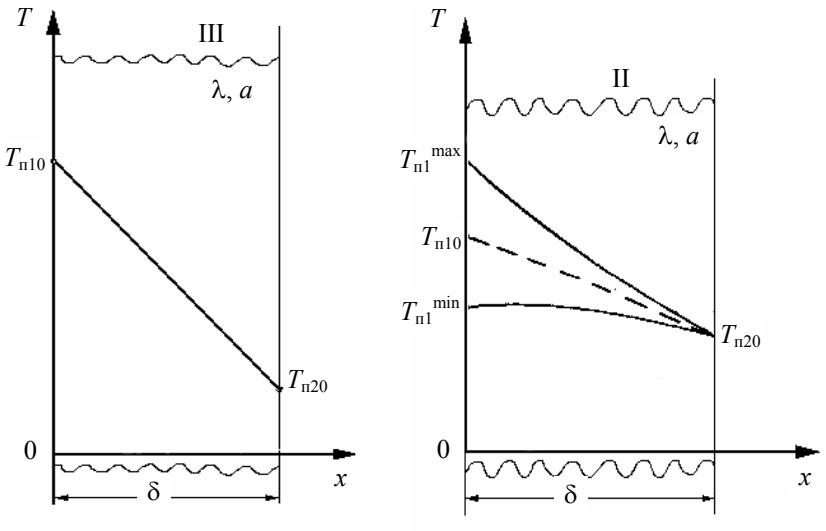
4.10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТОКА ТЕПЛОТЫ НА ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Решение задачи при двусторонних колебаниях температуры на поверхности плоской стенки представляет большую сложность. Даже при упрощающих предпосылках оно оказывается громоздким и неудобным для практического применения. Определение теплового потока с помощью метода респонс-фактора упрощается благодаря возможности пользоваться выводами для случая односторонних температурных волн. Рассмотрим по отдельности четыре различных случая.

С л у ч а й I – температура внутри помещения и на улице остается постоянной. Наблюдается обычная проникающая теплопередача (рис. 4.10, *а*).

Распределение температуры имеет вид

$$T_0(x) = T_{п10} - \frac{T_{п10} - T_{п20}}{\delta} x .$$



а) *б*)

Рис. 4.10. Изменение температуры по толщине стенки при стационарном (*а*) режиме и при гармоническом изменении температуры внутри помещения (*б*)

Удельный тепловой поток на внутренней поверхности

$$q_{0I} = -\lambda \left[\frac{dT_0(x)}{dx} \right]_{x=0} = \frac{\lambda}{\delta} (T_{п10} - T_{п20}) .$$

С л у ч а й II – температура на улице остается постоянной, температура внутри помещения меняется по гармоническому закону, максимальное отклонение температуры внутри тела наблюдается относительно линии 0 – 0 (рис. 4.10, *б*).

Формула распределения амплитуды по сечению стенки имеет вид

$$\vartheta_{xII} = \vartheta_{п1II}^{max} e^{-k_{II} x} ,$$

где $\vartheta_{xII} = T_{xII} - T_0(x)$; $\vartheta_{п1II}^{max} = T_{п1}^{max} - T_{п10}$; $k_{II} = \sqrt{\frac{\pi}{aZ_{II;}}}$, Z_{II} – период колебания.

Распределение температуры по сечению

$$T_{xII} = T_0(x) + \vartheta_{п1II}^{max} e^{-k_{II} x} .$$

Удельный тепловой поток на внутренней поверхности стенки

$$q_{II} = -\lambda \left[\frac{dT_{xII}}{dx} \right]_{x=0} = q_{0I} + \lambda \vartheta_{п1II}^{max} k_{II} .$$

С л у ч а й III – температура в помещении остается постоянной, температура на улице меняется по гармоническому закону, максимальное и минимальное отклонение температуры внутри тела наблюдается относительно линии 0 – 0. Формула распределения амплитуды по сечению стенки имеет вид

$$\vartheta_{x\text{III}} = \vartheta_{\text{п2III}}^{\max} e^{-k_{\text{III}}(\delta - x)},$$

где $\vartheta_{x\text{III}} = T_{x\text{III}} - T_0(x)$; $\vartheta_{\text{п2III}}^{\max} = T_{\text{п2}}^{\max} - T_{\text{п20}}$; $k = \sqrt{\dfrac{\pi}{aZ_{\text{III}}}}$, Z_{III} – период колебания.

Распределение температуры по сечению

$$T_{x\text{III}} = T_0(x) + \vartheta_{\text{пII}}^{\max} e^{-k_{\text{III}}(\delta - x)}.$$

Удельный тепловой поток на внутренней поверхности стенки

$$q_{\text{III}} = -\lambda \left[\frac{dT_{x\text{III}}}{dx} \right]_{x=0} = q_{0\text{I}} - \lambda \vartheta_{\text{п2III}}^{\max} k_{\text{III}} e^{-k_{\text{III}}\delta}.$$

С л у ч а й IV – тепловой поток на внутренней поверхности стенки при тепловом воздействии всех случаев одновременно.

Дополнительный тепловой поток (положительного или отрицательного знака), возникающий в системе как отклик на температурное возмущение, называется *респонс-фактором* (ответным фактором).

Так, в нашем случае респонс-фактор, вызванный на левой поверхности ограждения температурным возмущением на этой поверхности:

$$(\Delta q)_{\text{II}} = q_{\text{II}} - q_{0\text{I}} = \lambda \vartheta_{\text{п1}x}^{\max} k_{\text{II}}.$$

Респонс-фактор, вызванный на левой поверхности ограждения температурным возмущением на противоположной поверхности:

$$(\Delta q)_{\text{III}} = q_{\text{III}} - q_{0\text{I}} = -\lambda \vartheta_{\text{2пIII}}^{\max} k_{\text{III}} e^{-k_{\text{III}}\delta}.$$

Основное свойство респонс-факторов формулируется так: *тепловой поток на поверхности ограждения после всех температурных возмущений равен сумме первоначального теплового потока и всех потоков респонс-фактора*.

Случаи II и III в отдельности встречаются крайне редко. Чаще они действуют одновременно. Их одновременное действие и характеризуется свойствами респонс-факторов:

$$q_{\text{ист}} = q_{01} + \Delta q_{\text{II}} + \Delta q_{\text{III}}.$$

После подстановки $q_{01}, \Delta q_{\text{II}}, \Delta q_{\text{III}}$ в $q_{\text{ист}}$ получаем

$$q_{\text{ист}} = \frac{\lambda}{\delta}(T_{\text{п10}} - T_{\text{п20}}) + \lambda \vartheta_{\text{п1II}}^{\max} k_{\text{II}} - \lambda \vartheta_{\text{п2III}}^{\max} k_{\text{III}} e^{-k_{\text{III}}\delta}.$$

Следовательно, тепловой поток – это тот поток на внутренней поверхности ограждения, который будет иметь место, если произойдет температурное возмущение слева от $T_{\text{п10}}$ до $T_{\text{п1}}^{\max}$ и справа от $T_{\text{п20}}$ до $T_{\text{п2}}^{\max}$.

Используя правило знаков теплового потока $q_{\text{ист}}$ в законе Фурье, можно получить расчетные выражения для любых других вариантов температурного возмущения в плоской системе.

5. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

5.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Конвекция – перемещение макроскопических частей среды (газа, жидкости), приводящее к переносу массы и теплоты. В реальных условиях конвекция всегда сопровождается теплопроводностью или молекулярным переносом теплоты. Совместный процесс переноса теплоты конвекцией и теплопроводностью называется *конвективным теплообменом*. Конвективный теплообмен между жидкостью и твердым телом часто называют *теплоотдачей*.

На процесс теплоотдачи влияет целый ряд факторов.

1. ***Характер движения жидкости около твердой стенки.*** По природе возникновения различают два вида движения – свободное и вынужденное. Свободным называется движение, происходящее вследствие разности плотностей нагретых и холодных частиц жидкости в поле тяжести. При соприкосновении с нагретым телом жидкость (воздух) нагревается, становится легче и поднимается вверх. При соприкосновении с холодным телом жидкость охлаждается, становится тяжелее и опускается вниз. Свободное движение называется также естественной конвекцией и может происходить в ограниченном (канале, щелях) или неограниченном пространстве. Возникновение и интенсивность свободного движения определяются тепловыми условиями процесса и зависят от расположения поверхности (вертикальное или горизонтальное), направления теплоотдающей поверхности (вверх или вниз), рода жидкости, разности температур, напряженности гравитационного поля и объема пространства, в котором протекает процесс.

Вынужденным называется движение, возникающее под действием посторонних возбудителей, например насоса, вентилятора и пр. В общем случае наряду с вынужденным движением одновременно может развиваться и свободное движение жидкости. Относительное влияние последнего тем больше, чем больше разность температур в отдельных точках жидкости и чем меньше скорость вынужденного движения.

Вынужденное движение жидкости может быть ламинарным или турбулентным. При ламинарном режиме (от латинского слова *lamina* – полоса) течение имеет спокойный, струйчатый характер, а при турбулентном (от латинского слова *turbulus* – вихрь) – движение неупорядоченное, вихревое. Для процессов теплоотдачи режим движения жидкости имеет большое значение.

Изменение режима движения жидкости происходит при некоторой «критической» скорости, которая в каждом конкретном случае различна. Однако при любом виде движения в тонком слое у поверхности

из-за наличия вязкого трения течение жидкости затормаживается, и скорость падает до нуля. Этот слой принято называть вязким подслоем. Интенсивность теплоотдачи для газов и жидкостей в основном определяется термическим сопротивлением этого подслоя. При ламинарном режиме перенос теплоты в направлении нормали к стенке в основном осуществляется путем теплопроводности пограничного слоя. При турбулентном режиме перенос теплоты сохраняется лишь в вязком малом подслое, а внутри турбулентного потока перенос осуществляется путем интенсивного перемешивания частиц жидкости.

Потеря устойчивости ламинарного течения сопровождается образованием завихрений, которые за счет диффузии заполняют весь поток, вызывая сильное перемешивание жидкости, называемое турбулентным смешением. При турбулентном движении весь поток насыщен беспорядочно движущимися вихрями, которые непрерывно возникают и исчезают. В последующем вследствие вязкости жидкости вихри постепенно затухают и исчезают. Чем больше вихрей, тем интенсивнее перемешивание жидкости, тем больше турбулентность потока.

Различают естественную и искусственную турбулентность. Первая образуется естественно в процессе нагрева жидкости и ее движения вдоль стенки, когда вначале имеет место ламинарное, спокойное, затем неустойчивое, неупорядоченное, после чего вихревое и турбулентное движение, с отрывом вихрей от стенки. Вторая вызывается искусственным способом путем установки или наличия в потоке ка-

ких-либо закручивающих лопаток, направляющих аппаратов, решеток и других устройств.

В результате специальных исследований О. Рейнольдс в 1883 г. установил, что в общем случае режим течения жидкости определяется не только одной скоростью, а особым безразмерным комплексом или числом Рейнольдса $\mathrm{Re} = \omega\ell/\nu$, характеризующимся скоростью движения жидкости ω, коэффициентом кинематической вязкости жидкости ν и характерным (определяющим) размером ℓ канала или обтекаемого тела.

Переход ламинарного режима в турбулентный происходит при определенном, критическом значении критерия $\mathrm{Re}_{кр}$ и зависит от условий обтекания пластины, движения жидкости внутри труб, коридорного или шахматного расположения труб в пучке и других условий.

Очевидно, что теплоотдача в турбулентном потоке будет больше, чем в ламинарном, и еще больше, чем при свободном движении жидкости. Теплоотдача выше, когда жидкость движется.

2. ***Физические свойств или род жидкости.*** В качестве теплоносителей в настоящее время применяются самые разнообразные вещества – воздух, газы, вода, масла, бензол, нефть, бензин, спирты, расплавленные металлы и различные специальные смеси. В зависимости от рода и физических свойств этих веществ теплоотдача протекает различно и своеобразно. На теплоотдачу влияют плотность, теплоемкость, коэффициенты теплопроводности и температуропроводности, кинематическая вязкость жидкости. Кроме того, физические свойства каждого теплоносителя зависят от температуры, а некоторые из них и давления.

3. ***Условия теплового режима.*** Теплообмен может проходить в обычных или специфических условиях, в пограничном или акустическом слое, при изменении агрегатного состояния (кипении или конденсации), в определенных условиях тепломассообмена (при распылении воды в форсунках контактных теплообменников или кондиционеров).

4. ***Температурный напор*** ΔT – разность температур между твердой стенкой T_W и жидкостью T_f. Чем выше порядок температурного напора, тем выше теплоотдача между жидкостью и стенкой. Например, при первом условии $\Delta T_1 = T_W - T_f = 1000 - 900 = 100$ К, а при втором условии $\Delta T_2 = T_W - T_f = 400 - 300 = 100$ К. Получается, что температурные напоры равны $\Delta T_1 = \Delta T_2 = 100$ К, однако теплоотдача в первом случае будет выше, чем во втором. Чем больше температура температурного напора, тем больше преобладает турбулентный режим движения жидкости.

5. ***Направление теплового потока*** Q: от твердой стенки к жидкости или обратно – от жидкости к стенке. При одинаковых прочих условиях теплоотдача от горячей стенки с температурой T_W к холодной жидкости T_f всегда выше, чем от горячей жидкости к холодной стенке. Например, при первом условии $\Delta T_1 = T_W - T_f = 400 - 300 = 100$ К, а при втором $\Delta T_2 = T_f - T_W = 400 - 300 = 100$ К. Получается, что температурные напоры равны $\Delta T_1 = \Delta T_2 = 100$ К, однако теплоотдача в первом случае будет выше, чем во втором. Влияние температурного напора ΔT и его направления объясняется тем, что в первом случае на поверхности стенки появляется слой, в котором частицы жидкости передвигаются более интенсивно и способствуют улучшению теплообмена, а во втором – нет.

6. ***Геометрические размеры тела***, например шары с малым и большим диаметрами. При одинаковых прочих условиях: температуры стенки шаров T_W и холодной жидкости T_f – теплоотдача малого шара больше, чем у большого. В процессе теплоотдачи образуется пограничный слой, толщина которого у малого шара меньше, чем большого.

7. ***Направление теплоотдающей поверхности.*** При одинаковых температурах стенки горизонтальной пластины T_W и холодной жидкости T_f теплоотдача поверхности пластины, обращенной вверх, выше, чем плоскости, обращенной вниз. В общем случае коэффициент теплоотдачи может изменяться вдоль поверхности теплообмена, и поэтому различают средний по поверхности коэффициент теплоотдачи и локальный или местный коэффициент теплоотдачи, соответствующий единичному элементу поверхности.

Главная прикладная цель изучения теплоотдачи заключается в определении количества теплоты, которое передается от твердой поверхности к жидкости или обратно.

Процесс теплоотдачи можно представить следующим образом. Каждая частица жидкости имеет свою скорость, которая в направлении к стенке убывает, а для частиц, прилипших к стенке, считается равной нулю. Таким образом, от подвижной жидкости к твердой поверхности теплота проходит через неподвижный слой прилипания. Поперек подвижного потока, в направлении к стенке, преобладает молярный перенос теплоты, осуществляемый в основном конвекцией, а у самой стенки превалирующим

становится молекулярный перенос тепла за счет явления теплопроводности, что позволяет определять тепловой поток через слой жидкости у стенки по закону теплопроводности Фурье:

$$q = -\lambda_{ж}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}.$$

Использование закона теплопроводности для расчета процесса теплоотдачи представляется весьма удобным. Однако требуются предварительные знания вида функций температурного поля в жидкости, которые описываются общим дифференциальным уравнением Фурье–Кирхгофа (1.12)

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial T}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial T}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial T}{\partial z} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{W}{(c\rho)}.$$

Это уравнение содержит составляющие скорости ω_x, ω_y, ω_z, которые определяются уравнениями движения Навье–Стокса.

$$\frac{\partial \omega_x}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \omega_x}{\partial y} + \omega_Z \frac{\partial \omega_x}{\partial z} =$$
$$= \nu\left(\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2}\right) + \left(g_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}\right);$$
$$\frac{\partial \omega_y}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial \omega_y}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \omega_y}{\partial y} + \omega_Z \frac{\partial \omega_y}{\partial z} =$$
$$= \nu\left(\frac{\partial^2 \omega_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial z^2}\right) + \left(g_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}\right);$$

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial \omega_z}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \omega_z}{\partial y} + \omega_Z \frac{\partial \omega_z}{\partial z} =$$
$$= \nu\left(\frac{\partial^2 \omega_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial z^2}\right) + \left(g_Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}\right).$$

Для того чтобы система дифференциальных уравнений была замкнутой, приходится использовать еще одно дифференциальное уравнение, называемое условием неразрывности потока (струи):

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho\omega_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\omega_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\omega_z)}{\partial z} = 0.$$

Уравнения Фурье–Кирхгофа, Навье–Стокса и неразрывности описывают явление или связь между физическими параметрами в самом общем виде. Для его конкретизации необходимо добавить еще ряд уравнений, называемых условиями однозначности задачи. *Условия однозначности* включают в себя геометрические, физические, временные и граничные условия (п. 1.3). Таким образом, процесс конвективного теплообмена описывается весьма сложной системой дифференциальных уравнений, аналитиче-

ское решение которой пока не представляется возможным (как это было сделано в случае теплопроводности).

Поэтому в настоящее время расчеты процесса теплоотдачи производятся по закону Ньютона (Ньютон Исаак, 1643 – 1727 гг.)

$$Q = \alpha F(T_W - T_f),\ \text{Вт}, \tag{5.1}$$

где α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2 · К); F – площадь теплообмена, м^2; T_W, T_f – температуры поверхности стенки и жидкости, К.

Коэффициент теплоотдачи α числено равен количеству теплоты ΔQ (Дж), передаваемой от жидкости к твердой поверхности (или обратно) в единицу времени τ (с) через единицу поверхности F (м^2) при перепаде температур между стенкой и жидкостью в один градус К, Дж/(м^2 · с · К) или Вт/(м^2 · К).

Вся сложность конвективного теплообмена и трудности расчета переносятся и концентрируются на коэффициенте теплоотдачи. Табулирование коэффициента теплоотдачи оказывается невозможным и его численное значение, в большинстве случаев, определяется опытным путем. Техническое выполнение опыта по определению коэффициента теплоотдачи большой сложности не представляет.

Экспериментальное определение коэффициента теплоотдачи α требует учета необыкновенно большого множества условий теплообмена. Возникает вопрос: как уменьшить число опытов? Нельзя ли результаты одного опыта переносить на другие явления, хотя бы родственные? Ответ на эти вопросы дает теория подобия, по которой результаты одного опыта можно перенести на другие явления, если они подобны. В развитие этой теории огромный вклад внесли академики Михаил Викторович Кирпичев (1879 – 1955 гг.), Михаил Александрович Михеев (1902 – 70 гг.) и профессор Александр Адольфович Гухман.

5.2. ТЕОРЕМЫ ПОДОБИЯ

Теория подобия – это теория моделирования или учение о подобных явлениях. Сущность теории подобия состоит в создании модели «заместителя» того или иного явления. Существует геометрическое, механическое, тепловое подобие. В основе теории подобия лежат несколько теорем.

Первая теорема подобия (теорема Ньютона). *В подобных явлениях критерии подобия одинаковы* (*равны*).

Особенность *теплового подобия процессов теплоотдачи* состоит в том, что числа Нуссельта, составленные для образца и модели (помечено $*$), численно равны: $\frac{\alpha \ell}{\lambda} = \frac{\alpha_* \ell_*}{\lambda_*} = \text{Nu}$, где α и α_* – соответственно коэффициенты теплоотдачи для образца и модели; λ и λ_* – коэффициенты теплопроводности жидкостей; ℓ и ℓ_* – сходственные геометрические отрезки.

Практический выход теплового подобия: зная число Нуссельта Nu из опыта на модели и не производя непосредственных измерений α в системе оригинала, можно определить коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\ell}\text{Nu}\ . \tag{5.2}$$

Особенность *подобия нестационарных температурных полей* в твердых телах состоит в том, что при соблюдении равенства сходственных точек пространства и в сходственные отрезки времени имеется равенство критериев температуры.

Сходственными точками в двух системах называются такие, для которых существуют соотношения: $\frac{x_*}{R_*}=\frac{x}{R};\quad \frac{y_*}{R_*}=\frac{y}{R}$. Сходственными отрезками времени называются такие, по истечении которых в первой и второй системах происходят подобные явления. Если

$$\frac{x_*}{R_*}=\frac{x}{R}=X \quad \text{и} \quad \frac{a_*\tau_*}{R_*^2}=\frac{a\tau}{R^2}=\mathrm{Fo}, \quad \text{то} \quad \frac{T_*-T_{c*}}{T_{0*}-T_{c*}}=\frac{T-T_c}{T_0-T_c}=\theta.$$

Практический выход подобия нестационарных температурных полей в твердых телах: зная X, Fo, θ из опыта на модели, можно определить

$$x = RX, \qquad \tau=\frac{R^2}{a}\mathrm{Fo}, \qquad T = T_\mathrm{c} + (T_0 - T_\mathrm{c})\,\theta,$$

не производя непосредственных измерений T в системе оригинала.

Вторая теорема подобия (теорема Бэкингема). *Решение системы дифференциальных уравнений, описывающих физическое явление, может быть представлено в виде зависимости между критериями подобия данного явления.* Зависимости между физическими параметрами, характеризующими какое-либо явление, могут быть представлены методами масштабных преобразований, анализа размерностей или др.

1. ***Метод масштабных преобразований.*** При определении критериев подобия методом масштабных преобразований необходимо выполнить два главных условия: описать изучаемое явление математически в виде системы дифференциальных уравнений и привести всю систему дифференциальных уравнений к безразмерной форме. Пусть физический процесс описывается системой дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}=a\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2}; \qquad -\lambda\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)_\mathrm{п}=\alpha\,\vartheta_\mathrm{п}; \qquad \vartheta_\mathrm{п}=\vartheta_0. \tag{5.3}$$

Введем безразмерные физические параметры

$$\theta=\frac{\vartheta}{\vartheta_*}; \quad X=\frac{x}{x_*}; \quad T=\frac{\tau}{\tau_*}; \quad A=\frac{a}{a_*}; \quad \Lambda=\frac{\lambda}{\lambda_*}; \quad \mathrm{A}=\frac{\alpha}{\alpha_*},$$

где звездочкой (∗) отмечены постоянные масштабы, или

$$\vartheta = \vartheta_*\theta; \qquad \tau=\tau_* T; \qquad a = a_* A; \qquad x = x_* X; \qquad \lambda=\lambda_*\Lambda; \qquad \alpha=\alpha_*\mathrm{A}.$$

Подстановка этих параметров в исходные уравнения (5.3) дает

$$\frac{\vartheta_*}{\tau_*}\frac{\partial\theta}{\partial\tau}=a_*\frac{\vartheta_*}{x_*^2}A\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2};$$

$$-\lambda_* \frac{\vartheta_*}{x_*} \Lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{\text{п}} = \alpha_* \vartheta_* \text{A} \theta_{\text{п}};$$

$$\vartheta_{\text{п}*} \theta_{\text{п}} = \vartheta_{0*} \theta_0 .$$

В полученной системе уравнений равенство безразмерных параметров может быть выполнено при условиях

$$\frac{\vartheta_*}{\tau_*} = a_* \frac{\vartheta_*}{x_*^2}; \quad \lambda_* \frac{\vartheta_*}{x_*} = \alpha_* \vartheta_*,$$

которые называются *уравнениями связи между масштабами*.

В качестве масштабов обычно выбираются постоянные параметры, относящиеся к изучаемому явлению. Пусть

$$\vartheta_* = \vartheta_0; \quad a_* = a; \quad \lambda_* = \lambda; \quad x_* = R,$$

тогда из уравнений связи между масштабами:

$$\tau_* = \frac{R^2}{a}; \quad \alpha_* = \frac{\lambda}{R}.$$

Тогда критерии, характерные для изучаемого явления, имеют вид:

$$\theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0}; \quad X = \frac{x}{R}; \quad T = \frac{a\tau}{R^2} = \text{Fo}; \quad A = 1; \quad \Lambda = 1; \quad \text{A} = \frac{\alpha R}{\lambda} = \text{Bi}.$$

В итоге получим

$$\frac{\partial \theta}{\partial \text{Fo}} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}; \quad -\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{\text{X=1}} = \text{Bi} \theta_{\text{п}}; \quad \theta_{\text{п}} = 1,$$

а интеграл системы дифференциальных уравнений: $\theta = f(X; \text{Fo}; \text{Bi})$.

Вторая теорема подобия и метод масштабных преобразований используются для получения чисел (критериев) подобия, характерных для процессов теплообмена между жидкостью и твердой стенкой.

2. ***Метод анализа размерностей.*** Метод масштабных преобразований требует, чтобы явление было описано математически. Но иногда приходится исследовать настолько малоизученные явления, что для их математического описания просто не созрели условия. Исследователю не приходится располагать системой дифференциальных уравнений процесса. Однако задолго до того, как возникает возможность описать явление математически, бывают изучены и определены присущие ему физические параметры.

При определении чисел (критериев) подобия методом анализа размерностей явление характеризуется следующими физическими параметрами: ϑ, x, τ, λ, a, α, R, ϑ_0. В дальнейшем предлагается перечисленные физические параметры рассматривать в долях соответствующих постоянных масштабов

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_*};\ \frac{x}{x_*};\ \frac{\tau}{\tau_*};\ \frac{\lambda}{\lambda_*};\ \frac{a}{a_*};\ \frac{R}{x_*};\ \frac{\vartheta_0}{\vartheta_*};\ \frac{\alpha}{\alpha_*}.$$

Здесь ϑ_*(К); x_*(м); τ_*(с); λ_* [Вт/(м · К)] – параметры, имеющие независимые размерности. Параметры a_* (м^2/с); α_* [Вт/(м^2 · К)] имеют зависимые размерности, которые могут быть получены путем комбинации из независимых размерностей.

Действительно, $a_*(\text{м}^2/\text{с}) = \dfrac{x_*^2(\text{м}^2)}{\tau_*(\text{с})}$; α_* [Вт/(м^2 · К)] = $\dfrac{\lambda_*}{x_*}\dfrac{[\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})]}{(\text{м})}$.

Учитывая эту особенность, два масштаба предлагается выбрать косвенным образом: $\tau_* = \dfrac{x_*^2}{a_*};\ \alpha_* = \dfrac{\lambda_*}{x_*}$.

Тогда $$\frac{\vartheta}{\vartheta_*};\ \frac{x}{x_*};\ \frac{a_*\tau}{x_*^2};\ \frac{\lambda}{\lambda_*};\ \frac{a}{a_*};\ \frac{\alpha x_*}{\lambda_*};\ \frac{R}{x_*};\ \frac{\vartheta_0}{\vartheta_*}. \qquad (5.4)$$

Далее должно быть выполнено условие: масштабы, помеченные звездочкой, выбираются таким образом, чтобы безразмерных физических параметров осталось так мало, как только это возможно. В данном примере следует принять $\vartheta_* = \vartheta_0$; $x_* = R$; $\lambda_* = \lambda$; $a_* = a$.

С учетом этого выражения (5.4) будут иметь вид,

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_0};\ \frac{x}{R};\ \frac{a\tau}{R^2};\ 1;\ 1;\ \frac{\alpha R}{\lambda};\ 1;\ 1; \quad \text{или} \quad \theta = (X; \text{Fo}; \text{Bi}).$$

Согласно «π»-теоремы, число критериев подобия, характерных для данного явления, равно разности общего числа физических параметров (в рассматриваемом примере их 8) и числа независимых размерностей (их 4). При этом число критериев комплексов равно разности числа физических параметров с неодинаковыми размерностями (в рассматриваемом примере их 6) и числа независимых размерностей (их 4). Остальные критерии являются критериями симплексами.

Третья теорема подобия (теорема Кирпичева и Гухмана). *Необходимым и достаточным условием подобия физических явлений является подобие условий однозначности* (*заданных условий*) *при равенстве критериев*, *составленных из условий однозначности*. Более конкретно смысл третьей теоремы подобия формулируется так.

1. Подобные явления происходят в геометрически подобных системах и описываются подобными уравнениями.

2. Для теплового подобия необходимо наличие физического подобия движения жидкостей.

3. При указанных условиях подобны те явления, для которых подобны условия однозначности, а критерии, составленные из условий однозначности, численно равны.

5.3. КРИТЕРИИ ТЕПЛОВОГО ПОДОБИЯ

Для того чтобы системы были подобны в тепловом отношении, необходимо соблюсти геометрическое и физическое подобие движения жидкостей. После предварительного выполнения этих условий должно быть осуществлено подобие температурных полей в модели и оригинале. Последнее достигается благодаря реализации целого ряда мероприятий, учитывающих равенство критериев подобия, характерных для данного явления. Применяя известную методику к системе дифференциальных уравнений (разд. 5.1) и соответствующие условия однозначности, описывающие явление теплообмена между жидкостью и твердой поверхностью, можно получить следующие зависимости:

$\text{Nu} = f(\text{Gr}; \text{Pr})$, когда движение жидкости свободное, в ограниченном или неограниченном пространстве;

$\text{Nu} = f(\text{Re}; \text{Gr}; \text{Pr})$, когда движение жидкости вынужденное ламинарное;

$\text{Nu} = f(\text{Re}; \text{Pr})$, когда движение жидкости вынужденное турбулентное.

Таким образом, физический процесс становится автомодельным относительно какого-либо аргумента, если распределение функции, характеризующее явление, начинает оставаться подобным самому себе при дальнейшем изменении этого аргумента.

Основные безразмерные комплексы теплового подобия

Число Нуссельта $\mathrm{Nu} = \dfrac{\alpha \ell}{\lambda_{ж}}$ – характеризует интенсивность теплоотдачи между твердой стенкой и жидкостью и определяет отношение термического сопротивления теплопроводности слоя жидкости толщиной □к термическому сопротивлению теплоотдачи; α – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2 · К); □ – определяющий геометрический размер, м; $\lambda_{ж}$ – коэффициент теплопроводности жидкости, Вт/(м · К).

Число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \dfrac{\omega \ell}{\nu_{ж}}$ – характеризует характер движения жидкости около твердой стенки и определяет соотношение сил инерции и сил вязкости (внутреннего трения) в потоке жидкости; ω – скорость движения жидкости, м/с; □ – определяющий геометрический размер, м; $\nu_{ж}$ – коэффициент кинематической вязкости жидкости, м^2/с.

Число Грасгофа $\mathrm{Gr} = \dfrac{g\beta\left(T_{с} - T_{ж}\right)\ell^3}{\nu_{ж}^2}$ – характеризует отношение подъемных сил к силам вязкости жидкости; g – ускорение свободного падения, м/с^2; $\beta = 1/T_{ж}$ – коэффициент объемного расширения, К$^{-1}$; $T_{с}$, $T_{ж}$ – температуры стенки и жидкости, К; l – определяющий геометрический размер, м; $\nu_{ж}$ – коэффициент кинематической вязкости жидкости, м^2/с.

Число Прандтля $\mathrm{Pr} = \nu_{ж}/a_{ж}$ – характеризует безразмерное теплофизическое свойство жидкости; $\nu_{ж}$ – коэффициент кинематической вязкости жидкости, м^2/с; $a_{ж}$ – коэффициент температуропроводности жидкости, м^2/с.

Зависимости между критериями подобия Nu, Re, Gr, Pr чаще всего представляются как степенные функции:

$$\mathrm{Nu}_w = C\,\mathrm{Re}_f^n\,\mathrm{Gr}_m^p\,\mathrm{Pr}_w^k, \qquad (5.5)$$

где c, n, p, k, m, f, w – постоянные числа, не имеющие размерности, определяемые, как правило, из опытов с моделями.

При расчетах процесса теплообмена критерий Нуссельта необходимо брать сходственным тому, который был принят автором, рекомендовавшим формулу в критериальном виде. Необходимо также учитывать рекомендуемые пределы изменения аргументов, подтверждаемые опытом, ибо такого рода зависимости теоретически не обосновываются.

После вычисления критерия Нуссельта определяется коэффициент теплоотдачи по формуле (5.2) для данного вида теплообмена:

$$\alpha = \frac{\lambda_{ж}}{\ell}\,\mathrm{Nu}\,.$$

Правила пользования критериальными уравнениями

1. Необходимо выяснить, для какого характера движения жидкости определяется коэффициент теплоотдачи α (движения жидкости свободное в ограниченном или неограниченном пространстве, вынужденное ламинарное или турбулентное). Характер движения жидкости определяется по критерию Re = (ωd)/ν. Поэтому в критериальном уравнении (5.5) для турбулентного режима движения p = 0, а для свободного – n = 0.

Переход ламинарного режима в турбулентный происходит при определенном критическом значении критерия $\mathrm{Re}_{кр}$. Например, при движении жидкости в трубах $\mathrm{Re}_{кр}$ = 2300, при Re < 2300 – поток движении жидкости ламинарный, а при Re > 10^4 – турбулентный. Область значений 2300 < Re < 10^4 называется переходной, при таких значениях Re поток может быть как турбулентным, так и ламинарным.

В изотермических условиях обтекания пластины переход ламинарного режима в турбулентный происходит при $Re_{кр} = 5 \cdot 10^5$, а в неизотермических – при $Re_{кр} = 4 \cdot 10^4$. При поперечном обтекании труб $Re_{кр}$ зависит от расположения труб в пучке (коридорное, шахматное).

2. Следует правильно выбрать *определяющий размер* ℓ. В качестве определяющего размера в круглых трубах, а также при поперечном обтекании трубы и пучка труб обычно принимается диаметр цилиндрической трубы. При поперечном обтекании плиты определяющим размером служит ее длина по направлению движения жидкости. При свободном движении для вертикальных поверхностей за определяющий размер берется высота, а для горизонтальных – наименьшая ширина плиты.

Для каналов неправильного и сложного сечения надо брать *эквивалентный диаметр* $d_{экв}$, равный учетверенной площади поперечного сечения канала, деленной на полный (смоченный) периметр сечения, независимо от того, какая часть этого периметра участвует в теплообмене. Для круглых труб $d_{экв} = d_н$ или $d_{экв} = d_{вн}$, в зависимости от того, для которого определяется α.

3. Виду того, что в процессе теплообмена температура жидкости меняется, то нужно обратить внимание на маленькие символы внизу критериев подобия, которые выбираются в зависимости от *определяющей температуры*. Индекс *f* означает, что теплофизические характеристики, входящие в структуру (отмеченного данным индексом) критерия, выбирались из справочника по средней температуре жидкости; индекс *w* соответствует выбору теплофизических характеристик жидкости по температуре твердой поверхности T_w; индекс *m* означает, что в качестве определяющей температуры принята средняя температура пограничного слоя $T_m = 0{,}5\,(T_f + T_w)$.

5.4. РАСЧЕТ ТЕПЛООТДАЧИ ПО КРИТЕРИЯМ ПОДОБИЯ

Средний коэффициент теплоотдачи определяется для конкретного режима движения жидкости и состояния поверхности теплообмена:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\ell} \mathrm{Nu}\,,$$

где λ – коэффициент теплопроводности жидкости; ℓ – определяющий размер; Nu – число Нуссельта.

1. ***Свободное движение жидкости в неограниченном пространстве***:

• для горизонтально расположенных труб (цилиндров, проволок) с наружным диаметром $\ell = d$, при $10^3 < (\mathrm{Gr}_f \mathrm{Pr}_f) < 10^8$

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}5(\mathrm{Gr}_f\,\mathrm{Pr}_f)^{0{,}25}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0{,}25}.$$

• для вертикальных поверхностей (труб, пластин):

а) при $10^3 < (\mathrm{Gr}_f \mathrm{Pr}_f) < 10^9$ (ламинарный режим)

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}76(\mathrm{Gr}_f\,\mathrm{Pr}_f)^{0{,}25}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0{,}25};$$

б) при $(\mathrm{Gr}_f \mathrm{Pr}_f) > 10^9$ (турбулентный режим)

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}15(\mathrm{Gr}_f\,\mathrm{Pr}_f)^{0{,}33}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0{,}25}.$$

Причем для горизонтальных плит коэффициент теплоотдачи α увеличивается на 30 %, если теплоотдающая поверхность обращена вверх, и уменьшается на 30 %, если поверхность обращена вниз.

Для газов $(\mathrm{Pr}_f / \mathrm{Pr}_w) = 1$ и поэтому все приведенные выше расчеты упрощаются.

2. ***Свободное движение жидкости в ограниченном пространстве.***

Условия движения жидкости в ограниченном пространстве зависят от формы, геометрических размеров пространства, рода жидкости и интенсивности теплообмена. Характер движения жидкости при

естественной конвекции в прослойках показан на рис. 5.1. В прослойках циркуляция жидкости определяется расположением нагретых и холодных поверхностей и расстояниями между ними. В горизонтальных прослойках (схемы *а* и *б*) характер движения жидкости определяется расположением нагретой поверхности: если она сверху – циркуляция отсутствует, а если снизу – чередование восходящих и нисходящих потоков.

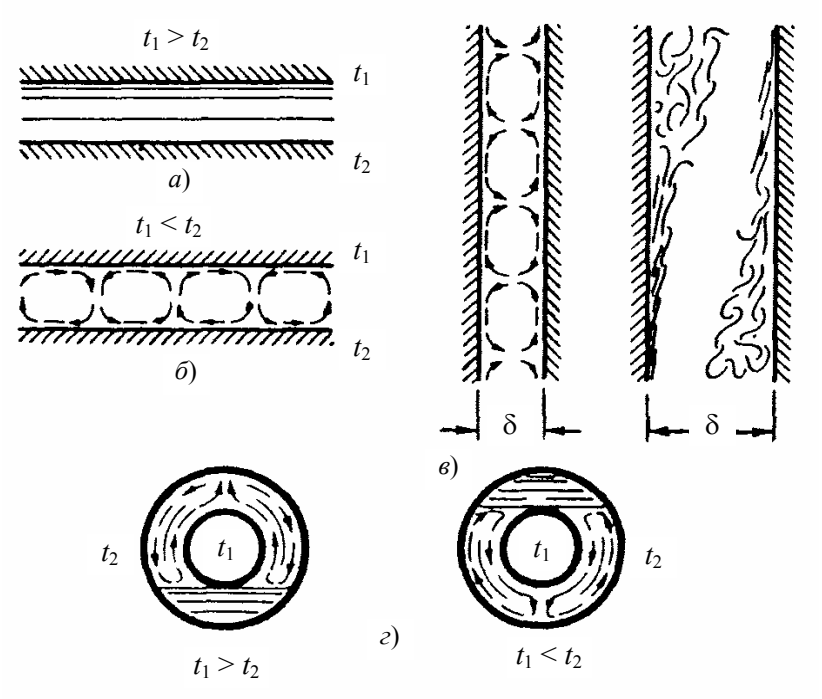


Рис. 5.1. Характер движения жидкости в прослойках при естественной конвекции:
а – горизонтальная прослойка $t_1 > t_2$;
б – горизонтальная прослойка $t_1 < t_2$;
в – вертикальная прослойка;
г – цилиндрическая прослойка

Циркуляция жидкости в вертикальных прослойках зависит от их толщины δ (схема *в*). Когда δ велико, то движение жидкости имеет характер, как вдоль вертикальной поверхности в неограниченном пространстве. Если δ мало, то вследствие взаимных помех восходящих и нисходящих потоков возникают циркуляционные контуры.

В шаровых и горизонтальных цилиндрических прослойках циркуляция жидкости зависит от соотношения диаметров, расположения нагретой поверхности и протекает по схеме *г*.

Процесс сложного конвективного теплообмена в прослойках принято рассматривать как элементарное явление теплопроводности, для чего введено понятие *эквивалентного коэффициента теплопроводности* $\lambda_{экв} = Q/(F\Delta T\delta)$ и *коэффициента конвекции* $\varepsilon_к = \lambda_{экв}/\lambda_ж$.

Плотность теплового потока от горячей поверхности (T_{w1}) к холодной (T_{w2}) через жидкостную прослойку определяется из выражения:

$$q = \frac{\lambda_{экв}}{\delta}(T_{w1} - T_{w2}); \quad \lambda_{экв} = \lambda_ж \varepsilon_к .$$

Для всей области значений $(\mathrm{Gr}_f \mathrm{Pr}_f)$ и приближенной оценки $\varepsilon_к$ плоских (вертикальных и горизонтальных), цилиндрических и шаровых прослоек

$$\varepsilon_к = 0{,}18(\mathrm{Gr}_f \mathrm{Pr}_f)^{0{,}25} .$$

В качестве определяющей принята средняя температура горячей и холодной стенок прослойки, а за определяющий геометрический размер – толщина прослойки δ.

При $(\mathrm{Gr}_f \mathrm{Pr}_f) < 1000$, $\varepsilon_к = 1$, а передача теплоты в прослойках от горячей стенки к холодной осуществляется теплопроводностью прослойки или кондукцией. Коэффициент $\lambda_{экв} = \lambda_ж = \lambda_{кон}$ в прослойке иногда называют коэффициентом кондуктивной теплопроводности.

3. ***Ламинарное движение жидкости в трубах.***

При ламинарном движении любой жидкости, когда $\mathrm{Re}_f < 2300$, для труб любой формы поперечного сечения – круглого, квадратного, прямоугольного, треугольного, кольцевого ($d_2/d_1 = 1…5{,}6$), щелевого ($a/b = 1…40$), а также для продольно омываемых пучков труб, когда отношение длины к диаметру $L/d \geq 50$:

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}17\,\mathrm{Re}_f^{0{,}33}\,\mathrm{Pr}_f^{0{,}43}\,\mathrm{Gr}_f^{0{,}1}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0{,}25}.$$

При $L/d < 50$ необходимо учитывать влияние начального участка трубы – зоны стабилизации движения, и тогда $\alpha_\varepsilon = \alpha\varepsilon_L$, где ε_L – поправочный коэффициент, равный 1,9; 1,7; 1,44; 1,28; 1,18; 1,13; 1,05, 1,02 соответственно при L/d – 1, 2, 5, 10, 15, 20, 30, 40.

В изогнутых трубах с радиусом змеевика R, вследствие центробежного эффекта, по всей длине трубы диаметром d: $\alpha_R = \alpha\varepsilon_R$, где ε_R – поправочный коэффициент, $\varepsilon_R = 1 + 1{,}77\,(d/R)$.

Физические свойства выбираются по средней температуре жидкости и стенки соответственно. В качестве определяющего размера при ламинарном и турбулентном режиме движения жидкости в круглых трубах принимается диаметр цилиндрической трубы. Для каналов сложного сечения берется *эквивалентный диаметр*, равный учетверенной площади поперечного сечения канала, деленной на полный (смоченный) периметр сечения, независимо от того, какая часть этого периметра участвует в теплообмене. Для круглых труб эквивалентный диаметр равен геометрическому внутреннему или наружному, для которого определяется коэффициент теплоотдачи.

4. ***Турбулентное движение жидкости внутри труб.***

При турбулентном режиме движения в трубах любой формы поперечного сечения, когда $\mathrm{Re}_f \geq 2300$, для всех упругих и капельных жидкостей

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}021\,\mathrm{Re}_f^{0{,}8}\,\mathrm{Pr}^{0{,}43}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0{,}25}\,\varepsilon_L,$$

где ε_L – поправочный коэффициент, учитывающий влияние начального термического участка трубы.

При отношении длины трубы к диаметру $L/d \geq 50$, $\varepsilon_L = 1$.

При отношении $L/d < 50$, ε_L зависит от Re_f и отношения L/d.

Физические свойства жидкости и стенки, изогнутость труб, определяющий размер и эквивалентный диаметр каналов сложного сечения принимаются соответственно, как и при ламинарном режиме движения жидкости в трубах.

Для воздуха и двухатомных газов:

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}018\,\mathrm{Re}_f^{0{,}8}.$$

5. ***Теплоотдача при поперечном обтекании одиночных труб.***

В лобовой точке труб (стержней, проволок) набегающий поток жидкости имеет наименьшую толщину пограничного слоя и наблюдается максимальное значение коэффициента теплоотдачи α. Затем поток разделяется и обтекает периметр трубы, а пограничный слой нарастает в размерах. Если по периметру цилиндра радиальный угол φ отсчитывается от лобовой части набегающего потока, то при достижении точки $\varphi \approx 90°$ скорость достигает наибольших значений, пограничный слой становится неустойчивым, интенсивность теплообмена резко падает и происходит отрыв потока с образованием вихревой зоны, охватывающей всю кормовую часть трубы. Положение точки отрыва пограничного слоя (миделево сечение) зависит от значения Re и степени турбулентности потока.

В кормовой области движение жидкости имеет неупорядоченный характер, интенсивность перемешивания жидкости с ростом Re увеличивается, а коэффициент теплоотдачи α снова возрастает за счет улучшения отвода теплоты. При малых значениях Re интенсивность теплообмена в вихревой зоне ни-

же, чем в лобовой точке, но по мере увеличения Re, за счет интенсификации турбулентности, α в кормовой зоне увеличивается.

При поперечном обтекании одиночных, круглых труб, цилиндров и когда угол атаки ψ, составленный направлением движения потока жидкости и осью трубы, равен 90°, средний по периметру коэффициент теплоотдачи $\alpha_{\psi = 90°}$ определяется из соотношений:

- при $Re_f < 10^3$

$$Nu_f = 0{,}56\,Re_f^{0{,}5}\,Pr_f^{0{,}36}\,(Pr_f / Pr_w)^{0{,}25};$$

для воздуха

$$Nu_f = 0{,}49 \cdot Re_f^{0{,}5};$$

- при $Re_f > 10^3$

$$Nu_f = 0{,}28\,Re_f^{0{,}6}\,Pr_f^{0{,}36}\,(Pr_f / Pr_w)^{0{,}25};$$

для воздуха

$$Nu_f = 0{,}245\,Re_f^{0{,}6}.$$

Для тел прямоугольного, квадратного, овального и любого другого сечения процесс теплоотдачи более сложен и зависит от формы тела, его ориентировки в потоке, условий обтекания и других факторов.

При угле атаки потока жидкости $\psi < 90°$ необходимо учитывать поправочный коэффициент ξ_ψ, а расчетная формула для коэффициента теплоотдачи имеет вид:

$$\alpha_\psi = \alpha_{\psi = 90°}\,\xi_\psi.$$

6. ***Теплоотдача при поперечном обтекании пучка труб*.**

Если в потоке жидкости имеется не одна, а пакет труб, то чаще всего в технических задачах рассматриваются две схемы компоновки пучков – коридорный и шахматный. Характеристиками пучка являются диаметр труб, а также относительные расстояния между их осями по ширине и глубине пучка.

Теплоотдача первого ряда определяется характером движения жидкости или начальной турбулентностью потока и близка к условиям обтекания одиночной трубки. Со второго ряда теплоотдача постепенно возрастает за счет турбулентности потока при вхождении его в пучок. Начиная с третьего ряда, турбулентность потока принимает стабильный характер, присущий данной компоновке пучка. При одних и тех же условиях или по абсолютному значению теплоотдача в шахматных пучках выше, чем в коридорных, за счет лучшего перемешивания жидкости, омывающей трубу.

Для определения среднего значения коэффициента теплоотдачи α_ψ для трубок третьего и всех последующих рядов в пучках, когда поток жидкости перпендикулярен оси пучка (угол атаки $\psi = 90°$) рекомендуются соотношения:

1) коридорные пучки труб

- при $Re_f < 10^3$

$$Nu_f = 0{,}56\,Re_f^{0{,}5}\,Pr_f^{0{,}36}\,(Pr_f / Pr_w)^{0{,}25};$$

для воздуха

$$Nu_f = 0{,}49\,Re_f^{0{,}5};$$

• при $\mathrm{Re}_f > 10^3$

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}22\,\mathrm{Re}_f^{0{,}65}\,\mathrm{Pr}_f^{0{,}36}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0{,}25};$$

для воздуха

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}194\,\mathrm{Re}_f^{0{,}65};$$

2) шахматные пучки труб
• при $\mathrm{Re}_f < 10^3$

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}56\,\mathrm{Re}_f^{0{,}5}\,\mathrm{Pr}_f^{0{,}36}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0{,}25};$$

для воздуха

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}49\,\mathrm{Re}_f^{0{,}5};$$

• при $\mathrm{Re}_f > 10^3$

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}4\,\mathrm{Re}_f^{0{,}6}\,\mathrm{Pr}_f^{0{,}36}(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0{,}25};$$

для воздуха

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}35\,\mathrm{Re}_f^{0{,}6}.$$

Значения коэффициента теплоотдачи для трубок первого ряда $\alpha_{1\text{р}}$ пучка определяется путем умножения α_ψ для трубок третьего ряда на поправочный коэффициент $\xi_\alpha = 0{,}6$. Для трубок второго ряда в коридорных пучках $\xi_\alpha = 0{,}9$, а в шахматных пучках $\xi_\alpha = 0{,}7$.

Для многорядных пучков вводится поправочный коэффициент на загрязнение труб, неравномерность скоростей газов на разных участках поверхностей нагрева, переменный угол атаки.

Значение среднего коэффициента теплоотдачи всего пучка в целом

$$\alpha_{\text{пучка}} = \frac{\alpha_{1\text{р}}F_1 + \alpha_{2\text{р}}F_2 + \ldots + \alpha_{m\text{р}}F_m}{F_1 + F_2 + \ldots + F_m},$$

где $\alpha_{1\text{р}}$, $\alpha_{2\text{р}}$, …, $\alpha_{m\text{р}}$ – коэффициенты теплоотдачи по рядам; F_1, F_2, …, F_m – площади поверхностей нагрева всех трубок в каждом ряду.

При угле атаки потока жидкости $\psi < 90°$, вводится поправочный коэффициент ξ_ψ, а расчетная формула для коэффициента теплоотдачи имеет вид:

$$\alpha_\psi = \alpha_{\psi = 90°}\,\xi_\psi.$$

Поправочный коэффициент ξ_ψ имеет значения: 1; 1; 0,98; 0,94; 0,88; 0,78; 0,67; 0,52; 0,42 при соответствующем угле атаки потока ψ: 90; 80; 70; 60; 50; 40; 30; 20; 10°.

Для топочных дымовых газов, при их движении по газоходам коридорного или шахматного пучка, чаще всего используют номограммы с учетом всех поправочных коэффициентов.

5.5. ТЕПЛООБМЕН В СПЕЦИФИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

Теплообмен в специфических условиях включает в себя расчет теплоотдачи в стационарных и нестационарных условиях, в акустическом поле, в неньютоновских жидкостях, при высоких скоростях движения газов, контактный теплообмен в камерах орошения, при изменении агрегатного состояния (при кипении и конденсации пара).

Теплообмен в нестационарных условиях. Установлено, что коэффициенты теплообмена в нестационарных $\alpha_н$ и стационарных $\alpha_{ст}$ условиях отличаются. Выявлено, что коэффициент теплоотдачи в нестационарных процессах зависит от теплоемкости, плотности и толщины тела.

Установленные закономерности могут быть объяснены с помощью следующей модели механизма процесса: так как температуропроводность, например металлов, на три порядка больше температуропроводности, например, такой среды, как вода, перестройка распределения температур вблизи границы раздела в этих средах будет проходить с существенно различной скоростью. Нестационарное распределение температуры в капельной жидкости у поверхности тела в каждый момент времени будет иным, нежели стационарное (или квазистационарное) распределение для тех же значений температуры стенки и жидкости вдали от поверхности. Замечается иной наклон температурной кривой, а следовательно, и иное значение коэффициента теплоотдачи, чем в случае стационарного распределения температуры.

Вполне допустимо, что если бы удалось остановить процесс изменения температуры поверхности, то перестройка распределения температуры в жидкости продолжалась бы еще некоторое время. Это отставание тем больше, чем больше разница в коэффициентах температуропроводности сред. Поэтому рассматриваемый эффект труднее обнаружить в случае теплообмена металлических тел с воздухом и другими газами, коэффициенты температуропроводности которых отличаются всего на один порядок. Заметный эффект наблюдается при достаточно высокой скорости изменения температуры поверхности тела во времени. Так, при искусственно созданной скорости нагрева v = 200 К/с, прослеживается отклонение интенсивности теплообмена потока воздуха с металлическим телом от стационарного значения до 60 %.

Кроме того, увеличение толщины тела, его теплоемкости и плотности приводят к замедлению скорости изменения температуры на поверхности тела в начальный период времени, что ведет к уменьшению расхождения $\alpha_н$ и $\alpha_{ст}$. С течением времени нестационарного процесса отношение этих коэффициентов также должно стремиться к единице.

В процессе нагрева должен наступить момент, соответствующий определенной скорости изменения температуры поверхности тела, после которого пограничный слой жидкости успевает перестраиваться. Тогда коэффициент теплоотдачи $\alpha_н$ остается постоянным, равным его квазистационарному значению или практически равным коэффициенту теплообмена $\alpha_{ст}$ в стационарных условиях.

Теплообмен в неньютоновских жидкостях. В последнее время широкое распространение получили так называемые неньютоновские жидкости, обладающие рядом аномальных свойств. Типичными неньютоновскими жидкостями являются смолы, глинистые растворы для бурения, строительные материалы и растворы, смеси (тесто) в пищевой и кондитерской промышленности, коллоидные системы, растворы полимеров.

Для неньютоновских жидкостей характерны резкие изменения вязкости как функции градиента скорости. Структурные изменения, происходящие под действием градиента скорости, сказываются на коэффициенте теплопроводности, ибо макромолекулы и включения в чистом виде обладают одними коэффициентами переноса, а растворители – другими.

Эффекты, связанные с влиянием степени отклонения от температурного равновесия, оказываются еще более утонченными. Особо заметно влияние температурного градиента на свойства неньютоновских жидкостей, когда коллоиды обладают большим сродством к растворителю и, следовательно, большим эффективным размером дисперсных частиц. По мере роста градиента температуры оболочка коллоида начинает разрушаться. При этом увеличивается доля свободного растворителя, а значит меняется структура в целом и по объему.

Однозначное влияние градиентов на вязкость и теплопроводность справедливо лишь тогда, когда время релаксационных процессов деформирования, ориентации, перегруппировки и разрушения связей между структурными элементами много меньше времени наблюдения или внешнего воздействия. В противоположном случае инерционные запаздывания нужно учитывать.

Экспериментальные факты показывают, что в некоторых неньютоновских жидкостях релаксационные процессы протекают чрезвычайно медленно. Время релаксации в концентрированных растворах и расплавах полимеров при комнатных температурах исчисляются часами и даже месяцами. Особенно хорошо явление релаксации наблюдается в материалах, обладающих гиксотропией – интенсивным обратимым разрушением структуры при отклонениях от механического равновесия и восстановлением ее при продолжительном отдыхе. С учетом времени релаксации тепловой поток возникает не мгновенно при появлении градиента температуры, а запаздывает на некоторое время. В силу тех же инерционных свойств носителей теплоты должна наблюдаться релаксация градиента температуры при мгновенном исчезновении теплового потока.

Ввиду особых физических свойств неньютоновские жидкости часто называют аномальными: они не подчиняются общеизвестным классическим законам трения, теплопроводности, теплоотдачи. Поэтому естественно возникает вопрос, как учесть релаксационные явления в математической формулировке процессов реологии и переноса теплоты? Простейшая реологическая модель была предложена еще Максвеллом. Позднее она была уточнена, а в настоящее время для напряжения трения и теплового потока предлагаются соотношения

$$\sigma = \left(\eta - \tau_{\text{р}} G\right)\frac{\partial \omega_x}{\partial y}; \qquad q = -\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \tau_{\text{р}} \frac{\partial q}{\partial \tau}\right),$$

где σ – напряжение трения; η – аномальная вязкость; $\tau_{\text{р}}$ – время релаксации; G – модуль сдвига; q – удельный тепловой поток.

Аналитическое использование этих соотношений связано с большими трудностями, так как дифференциальные уравнения на такой основе получаются чрезвычайно сложными. По этой причине они иногда заменяются приближениями несколько простого вида:

$$\sigma = k\left(\frac{\partial \omega_x}{\partial y}\right)^n; \qquad q = -p\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^m,$$

где k; n; p; m – эмпирические коэффициенты.

Все это заставляет пока отдавать предпочтение экспериментальным методам исследования.

Теплообмен в акустическом поле. Установлено, что наименьшие значения коэффициента теплоотдачи наблюдаются при теплообмене между твердой поверхностью и газообразной средой (воздухом). Доказано, что в условиях свободной конвекции акустическое поле заметно интенсифицирует процесс теплоотдачи. При вынужденной конвекции положительный результат менее значителен даже при больших интенсивностях звукового поля и с повышением скорости потока эффект звукового поля быстро падает.

В то же время экспериментально установлена значительная интенсификация процессов теплоотдачи в акустическом поле между газообразной средой и цилиндрической поверхностью, имеющей оребрение.

Кроме того, наблюдаемый эффект оребрения поверхности превосходит воздействие звуковых волн на теплоотдачу гладкой поверхности (цилиндра) в аналогичных условиях, если звук распространяется перпендикулярно ребрам поверхности твердой стенки.

Например, у цилиндра с ребрами со степенью развития поверхности $\varepsilon = F_{\text{п}}/F_0 = 3$ (F_0 – поверхность, очерченная по вершинам выступов), диаметром $d_0 = 29$ мм, при скорости воздушного потока $\omega = 0{,}3$ м/с, интенсивности звука $I = 3500$ Вт/м^2 и частоте звуковых волн $f = 4000$ Гц, направленных перпендикулярно продольным ребрам, наблюдалось трехкратное (300 %) увеличение теплоотдачи, а у гладкого цилиндра теплоотдача возрастает только на 50 %. При увеличении скорости воздушного потока до $\omega = 18$ м/с и наложении акустического поля коэффициент теплоотдачи у гладкого цилиндра не изменялся, а оребренный цилиндр показывал увеличение теплоотдачи на 40 %.

Количество теплоты, отдаваемое поверхностью газовому потоку под воздействием звука и без него, выразится через соответствующие коэффициенты теплоотдачи и температурные напоры:

$$Q = \alpha_{зв} F_{п} \Delta T_{зв} = \alpha_0 F \Delta T_0 ,$$

а оценкой влияния акустических волн на теплоотдачу служит

$$\chi = \frac{\alpha_{зв}}{\alpha_0} = \frac{\Delta T_0}{\Delta T_{зв}} ,$$

где $\alpha_{зв}$ и α_0 – коэффициенты теплоотдачи поверхности при наложении поперечного звукового поля и при его отсутствии в тех же условиях; $F_{п}$ – полная поверхность с учетом оребрения; $\Delta T = (T_{п} - T_{в})$ – температурный напор между горячей поверхностью и холодным воздухом при наложении поперечного звукового поля $\Delta T_{зв}$ и при его отсутствии ΔT_0.

Критерий χ может быть получен экспериментально путем измерения температурных напоров между поверхностью и воздухом до (ΔT_0) и после ($\Delta T_{зв}$) наложения звуковых колебаний. Интенсификация теплоотдачи оребренного цилиндра диаметром $0{,}02 < d_0 < 0{,}04$ м со степенью развития поверхности ε и газовой средой, движущейся со скоростью $0{,}3 < \omega_0 < 1{,}8$ м/с, частотой звуковых волн $3 \cdot 10^3 < f < 12 \cdot 10^3$ Гц, определяется уравнением

$$\chi = 1 + 5{,}5 \cdot 10^{-4} B \sqrt{c\omega_0 / f\nu}\, \varepsilon \, \mathrm{Re}_w^{0,12} ,$$

где B – отношение амплитуды колебаний и скорости набегающего потока газа; c – скорость звука; ν – кинематическая вязкость; Re_w – число Рейнольдса по диаметру цилиндра d_0.

Контактный теплообмен в камерах орошения. Теплообмен между жидкостью и газами наблюдается во многих тепловых установках, кондиционерах, контактных теплообменниках и служит для интенсификации процессов теплопередачи.

В контактных теплообменниках наружная поверхность насадки (пучка труб) омывается дымовыми газами и орошающей водой. Теплота дымовых газов передается воде, циркулирующей по трубам насадки двумя путями: за счет непосредственной передачи теплоты топочных газов и орошающей воды и за счет конденсации водяных паров, содержащихся в дымовых газах, на поверхности насадки.

Кондиционирование воздуха или создание искусственных климатических условий основано на тепловлажностной обработке воздуха, подаваемого в обслуживаемые помещения, для создания требуемой температуры и влажности. Обработка воздуха может производиться в различных аппаратах, но наиболее широкое распространение получили форсуночные или оросительные камеры. Их достоинствами являются теплотехническая универсальность, хорошая очистка воздуха от пыли, малое аэродинамическое сопротивление и простота конструкции.

Камеры орошения относятся к теплообменным аппаратам смесительного типа, в которых используют центробежные форсунки с тангенциальным подводом жидкости, а теплообмен происходит при непосредственном соприкосновении потока воздуха с поверхностью капель воды и одновременно сопровождается переносом массы. Кондиционеры воздуха снабжаются обычно форсунками одностороннего или двухстороннего распыления.

Для определения коэффициента теплоотдачи между воздухом и жидкостью, а также оценки эффективности обработки воздуха целесообразно использовать число единиц переноса теплоты

$$(NTU) = \frac{\alpha F}{G_{воз} c_{р}} ,$$

где α – коэффициент теплоотдачи от воздуха и жидкости; F – общая площадь поверхности всех капель, распыленных форсункой; $G_{\text{воз}}$ – расход воздуха в единицу времени; $c_{\text{р}}$ – удельная массовая теплоемкость влажного воздуха.

Для определения числа единиц переноса теплоты рекомендуется критериальное соотношение, полученное на основе опытов с форсунками одностороннего и двухстороннего распыления

$$(NTU) = m \cdot 10^3 \cdot \text{К}_\text{э}^{-0,5}\, \text{Re}_f^{-0,4} (\text{А}_{\text{р1}}\, \text{Д})^{-0,3},$$

где m = 2 для форсунок одностороннего и m = 2,7 для двухстороннего распылений; $\text{К}_\text{э}$ – энергетический критерий, учитывающий эффективность расхода воды (от 5 до 1200); $\text{А}_{\text{р1}}$ – геометрическая характеристика форсунки (одностороннего распыления от 0,46 до 3,9); Д – отношение диаметра форсунки к длине сопла (Д = 3…5,4); Re_f – критерий Рейнольдса для воздуха (от $115 \cdot 10^3$ до $261 \cdot 10^3$).

Энергетический критерий, учитывающий эффективность расхода воды, характеризует отношение количества теплоты, переданного от воздуха к воде в дождевом объеме V форсуночной камеры при давлении H, к мощности, затраченной на распыление воды:

$$\text{К}_\text{э} = \frac{c_{\text{р}} G_{\text{воз}} \Delta T_{\text{воз}}}{(V H)_{\text{воды}}},$$

где $\Delta T_{\text{воз}}$ – изменение температуры воздуха в теплообменнике.

Из критериального уравнения видно, что с увеличением геометрической характеристики $\text{А}_{\text{р1}}$ число единиц переноса теплоты (NTU) уменьшается. Следовательно, с теплотехнической точки зрения целесообразно применять форсунки с малыми значениями $\text{А}_{\text{р1}}$, но такие форсунки более подвержены засорению, т.е. требования технической и эксплуатационной эффективности противоречат друг другу. Поэтому более целесообразно использование форсунок двухстороннего распыления, которые менее подвержены засорению и в то же время позволяют повысить теплотехническую эффективность камеры на 35 %.

Вместе с тем анализ гидродинамических условий в камере орошения показывает, что при установке форсунок двухстороннего распыления вдоль потока воздуха неэффективно используется факел капель, направленный по потоку. Доля этого факела в теплотехническом отношении значительно меньше, чем встречного, вследствие сокращения времени пребывания капель в дождевом объеме камеры, а также меньшего перепада температуры и относительной скорости. С целью более эффективного использования попутного факела капель весьма целесообразно устанавливать на его пути отбойное кольцо, и в этом случае энергетические затраты на обработку воздуха значительно уменьшаются. Такой эффект объясняется вторичным дроблением капель, увеличением времени их пребывания в дождевом объеме камеры, изменением гидродинамических условий обтекания воздухом. При установке каплеотбойного кольца на пути встречного факела эффективность камеры орошения также возрастает, хотя и в меньшей степени.

6. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ И МАССОПЕРЕНОС

В теплоэнергетике широко распространены процессы конденсации и парообразования. На теплообмен при изменении агрегатного состояния влияют физико-химические особенности среды и поверхности:

- состояние поверхности – чистая, загрязненная, шероховатая;
- капиллярность и поверхностное натяжение;
- адсорбция – поглощение газов, паров или жидкостей поверхностным слоем твердого тела (адсорбента);

- абсорбция – объемное поглощение газов или паров жидкостью (абсорбентом, с образованием раствора);
- десорбция – удаление из твердых тел и жидкостей веществ, поглощенных при адсорбции или абсорбции.

6.1. ТЕПЛООБМЕН ПРИ КОНДЕНСАЦИИ ПАРА

Конденсацией называется переход вещества из парообразного состояния в жидкое. Конденсаторы, применяемые в турбинных установках, и паровые подогреватели воды, используемые в теплогенерирующих установках, обычно устраиваются в виде пакетов горизонтальных или вертикальных трубок, с внешней стороны омываемых паром, а с внутренней стороны – водой. Когда пар соприкасается с холодной поверхностью, то он конденсируется либо в виде капель, либо в виде пленки. Конденсация пара на поверхности происходит тогда, когда температура поверхности T_w ниже температуры насыщения T_s, отвечающей данному давлению пара.

На поверхности твердых тел различают пленочную и капельную конденсацию, которые при неподвижном паре зависят от угла смачивания β (краевого угла), составленного между поверхностью тела и касательной к капле. Если краевой угол $\beta < 90°$, то твердую поверхность называют *смачиваемой*, и чем β меньше, тем лучше капля растекается на поверхности. При $\beta > 90°$ твердая поверхность *не смачиваема*, и капли сохраняют на ней свою каплеобразную форму. Совершенно чистые металлические поверхности почти полностью смачиваются водой, а загрязненные – неполно или вовсе не смачиваются.

Капельная конденсация имеет место при слабой интенсивности конденсации, когда конденсат не смачивает поверхность или металлическая поверхность загрязнена до стойко адсорбированной. Под действием механических сил отдельные капли скатываются по поверхности, образуя ручейки. Преобладающая часть твердой поверхности продолжает при этом непосредственно омываться паром. Искусственно капельную конденсацию можно получить, смазывая поверхность маслом или примешивая жирные кислоты к конденсирующему пару.

Пленочная конденсация имеет место при соприкосновении водяного пара с чистой металлической поверхностью. Капли, выпадающие на поверхности, растекаются и образуют сплошную пленку. Необходимо знать, что любая чистая поверхность металла постепенно покрывается загрязнениями и плохо смачивается, но с течением времени (в процессе старения поверхности) образуется оксидная пленка, на которой конденсация рано или поздно приобретает пленочный характер. Поэтому капельная конденсация особого интереса для инженеров не представляет, хотя при капельной конденсации теплообмен между паром и стенкой в 5 – 10 раз больше, чем при пленочной конденсации.

При конденсации пара на чистую поверхность всегда получается сплошная пленка, в результате чего создается дополнительное термическое сопротивление передаче теплоты от пара к стенке. На шероховатой поверхности толщина пленки еще выше при одинаковых прочих условиях. Окисленная поверхность также может снизить по этой причине коэффициент теплоотдачи на 30 % и более.

Если конденсация происходит на вертикальной поверхности или трубе, то течение пленки носит ламинарный характер, градиент температуры вдоль пленки конденсата отсутствует, а силы инерции, возникающие в ней, пренебрежимо малы. Для вертикальной поверхности высотою H, ламинарного характера течения пленки и при условии, что градиент температуры вдоль пленки конденсата отсутствует, а силы инерции, возникающие в ней, пренебрежимо малы, явление конденсации в некотором приближении поддается математическому описанию:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0; \qquad \nu \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} = -g; \qquad \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \partial x = r\, dG,$$

где r – скрытая теплота парообразования; dG – приращение конденсата на участке dx; ν, λ – теплофизические характеристики конденсата (кинематическая вязкость и коэффициент теплопроводности), выбираемые по средней температуре пленки: $T_m = 0{,}5(T_w + T_s)$.

Решение дифференциальных уравнений теплопроводности и движения позволяет получить среднее значение коэффициента теплоотдачи при конденсации на вертикальной поверхности и барометрическом давлении p (кг/см^2)

$$\alpha_в = \frac{1}{H}\int_0^H \alpha_x dx = 0{,}94\sqrt[4]{\frac{gr\rho\lambda^3}{\nu\Delta TH}}. \qquad (6.1)$$

В действительности пленка конденсата имеет не ламинарное, а волновое движение, обусловленное силами поверхностного натяжения, а эффективная теплопроводность такой пленки выше на 21 %. Если внести такую поправку, то теория и опыт дают достаточно хорошую сходимость. Если стенка наклонная, то

$$\alpha_\psi = \alpha_в \sqrt[4]{\sin\psi}, \qquad (6.2)$$

где $\alpha_в$ – коэффициент теплоотдачи для вертикальной стенки; ψ – угол наклона стенки к горизонту.

Поверхность горизонтальной трубы диаметром d можно рассматривать состоящей из небольших плоских элементов с различным углом наклона ψ к горизонту. Если провести соответствующее интегрирование от 0 до 180° без поправки на волновое движение, то

$$\alpha_г = 0{,}72\sqrt[4]{\frac{gr\rho\lambda^3}{\nu\Delta Td}}. \qquad (6.3)$$

Если пар энергично движется сверху вниз и скорость движения пара совпадает по направлению со скоростью течения пленки конденсата, то коэффициент теплоотдачи увеличивается, так как толщина пленки становится меньше. При противоположном направлении скоростей коэффициент теплоотдачи уменьшается, так как толщина пленки вследствие трения становится больше. Если скорость восходящего пара становится выше определенного предела, то конденсатная пленка разрушается и оказывается сорванной с поверхности. Срыв пленки способствует интенсификации и возрастанию теплообмена.

При конденсации перегретого пара теплоотдача несколько выше. Если же в паре содержится неконденсирующийся газ, воздух, то у стенки наблюдается его наибольшая концентрация, образуется слой термического сопротивления и газовая прослойка при конденсации пара заметно снижает коэффициент теплоотдачи.

Особое внимание необходимо также уделять расположению поверхности, так как согласно (6.1) и (6.3)

$$\frac{\alpha_г}{\alpha_в} = 0{,}626\sqrt[4]{\frac{H}{d}}.$$

Так, в частности, при $H = 1$ м и $d = 0{,}02$ м, имеем $\alpha_г = 1{,}7\alpha_в$.

Это означает, что при прочих одинаковых условиях вопрос компоновки следует решать в пользу горизонтальной трубки. Для горизонтально расположенной трубы, по сравнению с вертикальной, средний коэффициент теплоотдачи выше. Однако это справедливо лишь для одиночных труб, а также верхнего ряда труб в пучке. С верхнего ряда конденсат стекает на нижние ряды, утолщая тем самым пленку

конденсата каждого последующего ряда. Поэтому в больших конденсаторах на горизонтальных трубках целесообразно располагать специальные наклонные перегородки (поверхности) для отвода конденсата.

При вертикальном расположении трубок лучше всего пользоваться конденсатоотводными колпачками. Установка таких колпачков через каждые 10 см по высоте трубы прерывает естественное утолщение стекающей пленки конденсата, чем значительно увеличивает среднее значение коэффициента теплоотдачи по высоте трубки.

6.2. ТЕПЛООБМЕН ПРИ КИПЕНИИ ЖИДКОСТИ

Кипением называется процесс образования пара в жидкости, нагретой выше температуры насыщения. Физические условия процесса образования пара при нагреве жидкостей отличаются большой сложностью. Для процесса кипения необходимы три основных условия:

1) перегрев жидкости – нагрев жидкости до температуры насыщения (температуры кипения при соответствующем давлении) и более;

2) наличие центров образования пузырьков пара на поверхности стенки или внутри объема жидкости, каковыми могут служить взвешенные частицы, неровности поверхности стенок, углубления, впадины, трещины, присущие в той или иной мере шероховатой поверхности твердой стенки;

3) постоянный подвод теплоты.

Различают два основных режима кипения: пузырьковое и пленочное.

Пузырьковое кипение имеет наибольшее распространение в практических условиях (паровые котлы, стальные экономайзеры).

Зарождаясь в отдельных точках обогреваемой поверхности, где работа сил адгезии (отрыва жидкости от поверхности) наименьшая, пузырьки пара вначале увеличиваются в размере, затем отрываются от стенки и поднимаются через слой жидкости в паровое пространство. Их рост и движение вызывают интенсивное перемешивание жидкости.

Если кипение происходит в неподвижной жидкости (кипение в большом объеме), то отрыв пузырей от стенки вызывается действием архимедовой силы. При интенсивном вынужденном течении жидкости отрыв пузырей происходит под воздействием динамического потока. Чем выше скорость потока, тем меньшими оказываются отрывные диаметры пузырей.

Если же основная масса жидкости будет недогрета до температуры насыщения, то пузыри пара, выходя из перегретого пристенного слоя твердой поверхности, попадают в более «холодную» среду (жидкость) и там конденсируются. Такой процесс называется поверхностным кипением.

При определенных условиях пузырьковый режим переходит в *пленочный режим кипения*, когда жидкость в основном не соприкасается с поверхностью нагрева, а отделена от стенки непрерывно восстанавливающейся паровой пленкой. Такое перерождение режима носит резкий характер и является крайне нежелательным в практическом отношении. Пленочный режим кипения образуется по двум причинам: плохая смачиваемость поверхности нагрева и большая тепловая нагрузка поверхности нагрева.

На рис. 6.1 показан процесс кипения воды при атмосферном давлении, а также характер изменения коэффициента теплоотдачи α и плотности теплового потока q в зависимости от температурного напора ΔT, под которым понимается превышение температуры стенки T_w над температурой насыщения T_s.

В области AB (рис. 6.1) кипение проявляется слабо, а значения коэффициента теплоотдачи определяются условиями свободной конвекции однофазной жидкости. На участке BC начинается режим развитого пузырькового кипения, а коэффициент теплоотдачи, быстро возрастая, достигает своего предельного значения, в результате чего множество отдельных пузырей пара начинают сливаться в сплошную паровую пленку, что приводит к пленочному режиму кипения. Пленка отрывается в виде больших паровых пузырей, а на ее месте возникает новая. Коэффициент теплоотдачи оказывается тем больше, чем больше центров парообразования, выше частота отрыва пузырей и когда температурный напор $\Delta T = (T_w - T_s)$ увеличивается.

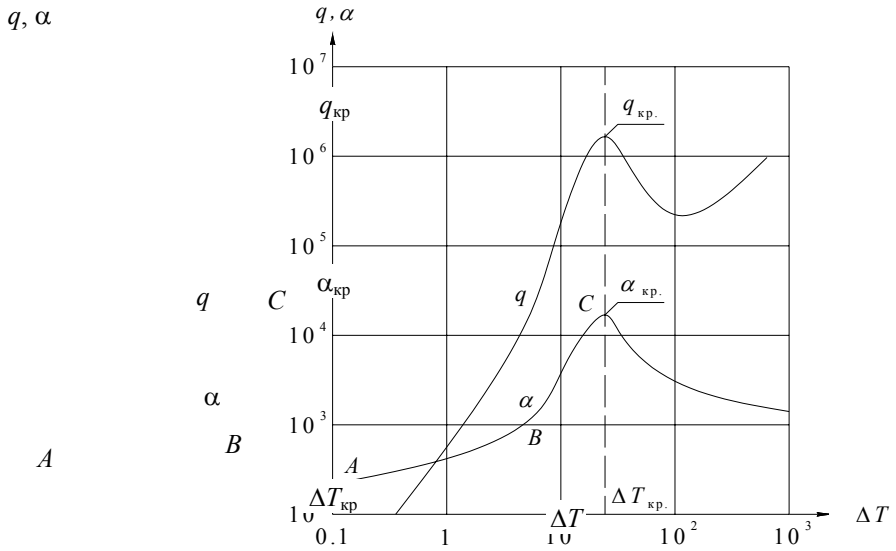


Рис. 6.1. Характер изменения коэффициента теплоотдачи α и плотности теплового потока *q* в зависимости от температурного напора ΔT в процессе кипения воды при атмосферном давлении

В критической точке *C* паровая пленка, обладающая меньшим коэффициентом теплопроводности, создает наибольшее термическое сопротивление между обогреваемой поверхностью и кипящей жидкостью. Следствием этого является падение значений коэффициента теплоотдачи за критической точкой *C*, пока процесс формирования паровой пленки не стабилизируется. Максимальная тепловая нагрузка (в точке *C*), предшествующая резкому падению коэффициента теплоотдачи при переходе к пленочному кипению, называется *критической тепловой нагрузкой* $q_{кр}$. Для воды в условиях атмосферного давления и естественной конвекции отмечаются следующие параметры

$$\Delta T_{кр} = 25\ °C; \quad \alpha_{кр} = 5{,}85 \cdot 10^4,\ Вт/(м^2 \cdot К); \quad q_{кр} = 1{,}46 \cdot 10^6\ Вт/м^2.$$

С повышением давления значения критического температурного напора уменьшаются. Для области пузырькового кипения воды в диапазоне давлений 1…40 кг/см^2 (0,1…4 МПа) применимы зависимости

$$\alpha = 3{,}0\, q^{0{,}7} p^{0{,}15}; \quad \alpha = 38{,}7\, \Delta T^{2{,}33} p^{0{,}5}, \qquad (6.4)$$

где *q* и *p* следует подставлять соответственно в Вт/м^2 и кг/см^2.

Знание критических параметров жидкости при кипении имеет большое практическое значение, ибо превышение критического температурного напора приводит к резкому снижению производительности кипятильных установок. Когда же заданным является тепловой поток и оказывается более критического значения, происходит резкое повышение температуры обогреваемой стенки до недопустимого предела. С увеличением давления критическое значение теплового потока вначале заметно возрастает, затем падает и при некотором критическом давлении становится равным нулю.

При кипении жидкости в ограниченном объеме, где имеет место вынужденное движение жидкости (например, в трубах), коэффициент теплоотдачи может быть подсчитан по следующим формулам:

$$\text{при} \quad \frac{\alpha_к}{\alpha_\omega} \le 0{,}5 \quad \alpha = \alpha_\omega; \quad \text{при} \quad \frac{\alpha_к}{\alpha_\omega} \ge 2 \quad \alpha = \alpha_к;$$

$$\text{при} \quad 0{,}5 \le \frac{\alpha_к}{\alpha_\omega} \le 2 \quad \frac{\alpha}{\alpha_\omega} = \frac{4\alpha_\omega + \alpha_к}{5\alpha_\omega - \alpha_к},$$

где α – коэффициент теплоотдачи при вынужденном движении кипящей жидкости в трубах; $\alpha_к$ – коэффициент теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении в большом объеме; $\alpha_ω$ – коэффициент теплоотдачи при турбулентном движении однофазной жидкости в трубах.

6.3. ТЕПЛОВЫЕ ТРУБКИ

Расчеты по формулам (6.1) – (6.4) дают представление о предельных значениях коэффициентов теплоотдачи при изменении агрегатного состояния вещества. Большие значения коэффициентов теплоотдачи

α, Вт/(м^2 · К) при кипении (500…5000) и конденсации (4000…20 000) воды и других жидких веществ позволили весьма эффективно использовать эти процессы в промышленных устройствах. В последнее время находят применение так называемые тепловые трубки, действие которых основано на явлениях испарения и конденсации.

Тепловая трубка (рис. 6.2) представляет собой устройство для переноса тепла из одной зоны (горячей, греющей) в другую (холодную, нагреваемую) при малом градиенте температуры. Тепловая трубка является наиболее совершенным из всех разнообразных устройств для передачи теплоты (более 90 %) из зоны испарения в зону конденсации.

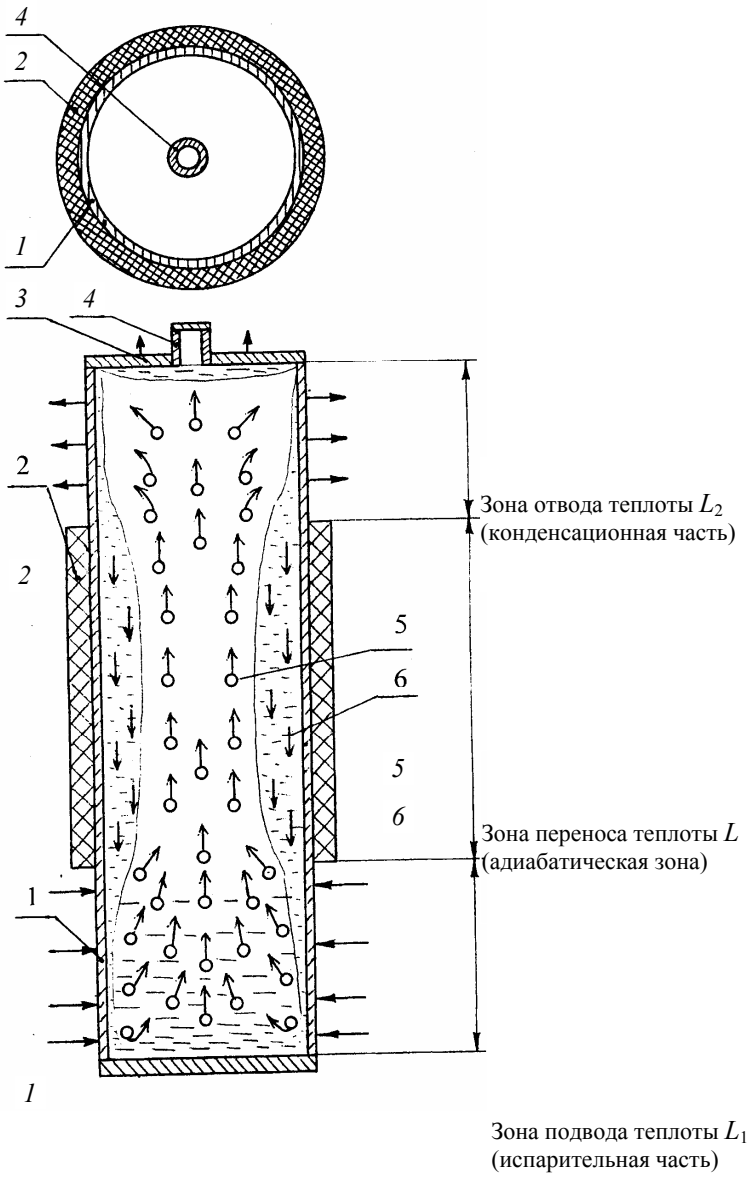


Рис. 6.2. Схема тепловой трубки и расположения тепловых зон:
1 – корпус; *2* – тепловая изоляция; *3* – торцевая крышка;
4 – патрубок для заполнения теплоносителя и откачки (удаления)
неконденсирующихся газов; *5* – паровая фаза заполнителя;
6 – стекающая пленка конденсата

Конструктивно тепловая трубка представляет собой герметически закрытую трубу или камеру самой разнообразной формы, иногда, в зависимости от условий применения, внутренняя поверхность которой выложена капиллярно-пористым фитилем. Часть объема камеры заполняется рабочей жидкостью – теплоносителем. Теплота, поступающая
от внешнего источника к испарителю, вызывает испарение теплоносителя на этом участке трубки – скрытую теплоту парообразования. Сконденсировавшаяся жидкость возвращается обратно по фитилю или по стенкам корпуса тепловой трубы в испаритель для последующего испарения.

Таким образом, в тепловой трубе может непрерывно осуществляться перенос скрытой теплоты парообразования от испарителя к конденсатору. Этот процесс будет продолжаться бесконечно, если не произойдет закупорка каналов для прохода рабочей жидкости и будет поддерживаться достаточное давление. Таким образом, в тепловой трубе используется цикл «испарение – конденсация».

Количество теплоты, которое может быть перенесено в виде скрытой теплоты парообразования, обычно в несколько раз выше количества, которое может быть перенесено в виде энтальпии рабочей жидкости в обычной конвективной системе. Поэтому тепловая труба может передавать большее количество теплоты при малом размере установки. Температурный напор в тепловой трубе равен сумме температурных напоров в испарителе, паровом канале и конденсаторе.

В зоне подвода теплоты L_1 происходит процесс образования пара, на который затрачивается теплота в количестве

$$Q_{\text{пт}} = \left(\pi d L_1 + \frac{\pi d^2}{4} \right) q_1 .$$

Со скоростью несколько сот метров в секунду пар проходит зону переноса теплоты L и попадает на противоположную часть тепловой трубки, в зону отвода тепла L_2. Здесь пар конденсируется и отдает теплоту в количестве

$$Q_{\text{от}} = \left(\pi d L_2 + \frac{\pi d^2}{4} \right) q_2 .$$

При эффективной тепловой изоляции $Q_{\text{пт}} \approx Q_{\text{от}}$.

В тех случаях, когда потери теплоты на участке переноса существенны, вводится понятие КПД тепловой трубки: $\eta = Q_{\text{от}} / Q_{\text{пт}}$.

Зона переноса теплоты L может быть различной протяженности, теоретически от нуля до бесконечности, а зоны подвода и отвода теплоты могут быть равны между собой, и тогда $q_1 = q_2$. Если зона подвода в два раза больше зоны отвода теплоты, то имеет место трансформация плотности теплового потока с двукратным увеличением концентрации. Регулированием соотношения между площадями подвода и отвода теплоты можно добиться трансформации теплового потока с уменьшением его концентрации.

Характеристики тепловых труб зависят не только от размера, формы и материала, но также от конструкции, теплоносителя и коэффициента теплоотдачи. Следует заметить, что критические значения ΔT и q меньше при возврате процесса от пленочного кипения жидкости к пузырьковому кипению. Раннему возникновению пленочного кипения способствует плохая смачиваемость жидкостью поверхности нагрева. Если жидкость вообще не смачивает поверхность, наблюдается устойчивое пленочное кипение практически при любых количествах подводимой теплоты. Необходимо помнить, что при увеличении

подводимого теплового потока все более возрастает скорость движения пара. При скорости звука может произойти закупорка течения на выходе из зоны испарения. Это явление особенно существенно в момент запуска тепловой трубы и является пределом ее теплопередающих возможностей.

Большое практическое применение тепловые трубки нашли благодаря их высокой надежности, простоте устройства, малому весу, отсутствию движущихся механических деталей и ненужности перекачки теплоносителя. Тепловые трубы практически изотермичны по всей длине. Но главным достоинством их остается сверхпроводимость теплоты при малом перепаде температур: эффективная теплопроводность в десятки тысяч раз больше, чем теплопроводность серебра и меди.

Что касается коэффициента теплопередачи, то для различных тепловых трубок и условий их эксплуатации он может принимать различные значения. При вертикальном расположении и оптимальном заполнении (теплоноситель в количестве, обеспечивающем только смачивание всей поверхности) коэффициент теплопередачи выше. При наклонном расположении тепловой трубки и заполнении тем же теплоносителем коэффициент теплопередачи ниже. Перепад температуры на трубке при этом более значительный. Для достижения максимального коэффициента теплопередачи необходимо брать жидкость с наивысшим значением скрытой теплоты испарения и малой вязкостью, которая ускоряет круговорот в тепловой трубке.

В качестве наполнителя тепловой трубки берутся цезий, литий, серебро, теллур. Для корпуса трубок используют сталь, тантал, вольфрам и другие материалы. Такие металлы, как титан, молибден, хромоникель, рекомендуются для изготовления капиллярной структуры (для более эффективного возвращения конденсата к точке парообразования). В большинстве случаев сборку (наполнение и герметизацию тепловой трубы) можно проводить только в вакууме. При заполнении труб водой удаление воздуха из внутреннего объема можно производить путем подогрева всей конструкции до начала интенсивного кипения, после чего наполнительные отверстия герметично закрываются.

6.4. МАССОПЕРЕНОС

Аналогия между тепло- и массопереносом. Диффузия лежит в основе множества физических и химических процессов, таких, как испарение жидкостей в газовую среду, конденсация пара, горение топлива, адсорбция вещества из растворов кусковым материалом, цементирование, хромирование металлических изделий, сушка влажных материалов, сублимация, разделение изотопов и т.п. Диффузия в условиях практически однородной температуры приводит к направленному переносу массы одного из компонентов системы под действием соответствующей силы. Закономерности переноса теплоты, с одной стороны, и диффузионного переноса массы, с другой стороны, оказываются в определенных границах аналогичными и рассчитываемыми единообразным способом.

Законы Фика. Немецкий ученый А. Фик в 1855 г. открыл два закона диффузии в идеальных растворах при отсутствии внешнего воздействия. Первый закон Фика устанавливает пропорциональность диффузионного потока частиц градиенту их температуры. Второй закон Фика описывает изменение концентрации, обусловленное диффузией.

Если для однофазных бинарных (двухкомпонентных) систем концентрация диффундирующего вещества c, кг/м^3, очень мала, а химические реакции внутри системы исключаются, то основным законом диффузии служит закон Фика, связывающий плотность диффузионного потока вещества, т.е. массоперенос q (кг/м^3 · с), с полем концентраций

$$q = -D \operatorname{grad} c, \qquad (6.5)$$

где D – коэффициент пропорциональности (м^2/с) является физической постоянной и называется коэффициентом молекулярной диффузии.

Закон Фика определяет количество переносимого вещества при условии, что в системе отсутствует макроскопическое движение. В наиболее чистом виде это условие осуществляется в твердых телах. Молекулярная диффузия развивается вследствие блуждания молекул, атомов, ионов под влиянием теплового движения, отсюда коэффициент диффузии зависит от молекулярной структуры и термического со-

стояния системы. Закон Фика не учитывает проявления термодиффузии, бародиффузии, электродиффузии, концентрационной диффузии.

Закон Фика и по форме и по физическому характеру аналогичен закону Фурье. Роль градиента температуры играет здесь градиент концентрации, а аналогом коэффициента теплопроводности (молекулярной) λ служит коэффициент диффузии D. Воспроизводя прием вывода уравнения энергетического баланса для получения уравнения материального баланса диффундирующего вещества в условиях вынужденного движения, приходим к дифференциальному уравнению Фика:

$$\omega_x \frac{\partial c}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial c}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial c}{\partial z} = D\left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}\right). \qquad (6.6)$$

Это уравнение предполагает стационарность процесса и неизменяемость коэффициента диффузии D. С учетом местной макроскопической скорости w массоперенос определяется суммой двух членов:

$$q = -D\ \mathrm{grad}\, c + cw.$$

Первый член выражает диффузионную, а второй член – конвективную составляющую массопереноса. В условиях турбулентного движения молекулярная диффузия получает, как правило, второстепенную роль и вместо нее возникает диффузия турбулентная. Под концентрациями и компонентами скоростей надо понимать их усредненные по времени значения, а под D – турбулентный коэффициент диффузии, который не является физической постоянной и во много раз превышает молекулярный коэффициент диффузии.

Когда формируется динамический пограничный слой в условиях течения, то неодинаковость концентраций на внутренней его границе и вне его приводит к образованию диффузионного пограничного слоя. Таким образом, представляется возможным сопоставлять функции, которые выполняет каждый в своей области, динамический, тепловой и диффузионный пограничные слои. Массоперенос поперек пограничного слоя происходит у самой стенки только путем молекулярного механизма, т.е. в точном согласии с законом Фика.

Если ввести по аналогии с коэффициентом теплоотдачи α коэффициент массоотдачи β, м/с, согласно формуле

$$q = \beta \Delta c, \qquad (6.7)$$

где Δc – разность концентраций у стенки и в потоке, то условие на границе потока запишется таким образом:

$$\beta \Delta c = D\left|\frac{dc}{dy}\right|_{y-0}. \qquad (6.8)$$

Дифференциальное уравнение Фика (6.6) дает диффузионное число Пекле ($\mathrm{Pe}_д$), которое служит мерой отношения конвективного переноса вещества к молекулярной диффузии

$$\mathrm{Pe}_д = \frac{\omega L}{D},$$

а граничное условие (6.8) дает диффузионное число Нуссельта ($\mathrm{Nu}_д$)

$$\mathrm{Nu}_д = \frac{\beta L}{D}.$$

Таким образом, получаем:

$$\mathrm{Nu}_{\text{д}} = f_{\text{д}}(\mathrm{Re}, \mathrm{Pe}_{\text{д}}) = \varphi_{\text{д}}(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}_{\text{д}}) .$$

Здесь по аналогии с тепловым числом Прандтля, диффузионное число Прандтля ($\mathrm{Pr}_{\text{д}}$) – его иногда называют числом Шмидта (Sc) – устанавливается из соотношения:

$$\mathrm{Pr}_{\text{д}} = \frac{\mathrm{Pe}_{\text{д}}}{\mathrm{Re}} = \frac{\nu}{D} .$$

Подводя итоги, можно сказать, что если для некоторого класса явлений теплоотдачи имеется эмпирическая формула:

$$\mathrm{Nu} = c\,\mathrm{Re}^{n}\mathrm{Pr}^{m} ,$$

то для аналогичного класса явлений массоотдачи будет справедлива при соблюдении указанных предпосылок формула:

$$\mathrm{Nu}_{\text{д}} = c\,\mathrm{Re}^{n}\mathrm{Pr}_{\text{д}}^{m} ,$$

с теми же самыми значениями коэффициента c и показателей m и n.

Это обстоятельство широко используется в случаях, когда речь идет о диффузии в газовых растворах или в смесях газов.

Практическая применимость аналогии обуславливается тем, что для газов числа Pr и $\mathrm{Pr}_{\text{д}}$ близки друг к другу. В жидких растворах диффузионное число Прандтля в сотни раз превышает тепловое число Прандтля, вследствие чего перенесение эмпирических формул теплоотдачи на диффузию (или наоборот) становится необоснованным. Особенно далеко идущее соответствие между тепло- и массоотдачей имеет место тогда, когда обе модификации числа Прандтля численно равны. Отношение $\mathrm{Pr}_{\text{д}}/\mathrm{Pr}$ называется числом Льюиса (Le):

$$\mathrm{Le} = \frac{\mathrm{Pr}_{\text{д}}}{\mathrm{Pr}} = \frac{a}{D} . \qquad (6.9)$$

Если Le = 1 и сопоставляемые процессы развиваются на базе конкретно заданной числом Re гидродинамики, то числа Nu и $\mathrm{Nu}_{\text{д}}$ окажутся тождественными, т.е. будет иметь место соотношение:

$$\beta = \alpha \frac{D}{\lambda} .$$

Поскольку коэффициент температуропроводности $a = \lambda/\rho c_{\text{p}}$, а по условию $a = D$, то можно утверждать, что при Le = 1 формула будет иметь вид, который называется соотношением Льюиса:

$$\beta = \frac{\alpha}{\rho c_{\text{p}}} . \qquad (6.10)$$

Отметим, что при Le = 1, $a = D$ и тождественности соответствующих граничных условий безразмерные распределения температур и концентрации в потоке будут тождественны.

Для диффузии водяного пара в воздухе число Le при нормальных условиях равно 0,87. Таким образом, для этого распространенного случая коэффициент массоотдачи β можно определить через коэффициент теплоотдачи α согласно простой формуле (6.10).

Поскольку задачи решаются применительно к газовым смесям, концентрацию c целесообразно выражать через парциальное давление данного компонента. Согласно термическому уравнению состояния

$$c = \frac{m}{V} = \frac{p}{RT},$$

где R – индивидуальная газовая постоянная.

Поэтому взамен формулы (6.5) и (6.7) получаем:

$$q = -\frac{D}{RT}\,\mathrm{grad}\,p \qquad (6.11)$$

$$\text{или} \quad |q| = \frac{\beta}{RT}\,\Delta p\,.$$

Здесь Δp есть разность (взятая по абсолютной величине) парциальных давлений у стенки и в потоке на большом удалении от нее. В тех случаях, когда массо- и теплоперенос накладываются друг на друга, т.е. градиенты концентрации существуют в неоднородном поле температур, формула (6.11) имеет преимущество перед основным выражением закона Фика (6.5), так как делает явным влияние местной температуры газовой смеси.

Уравнение Стефана. Если граница области диффузии в смеси газов образована твердой стенкой или свободной поверхностью жидкой фазы, а стенка является полупроницаемой и сквозь нее способен проникать только один из двух компонентов смеси (испарение, сублимация, десорбция), то компонент 1 диффундирует в направлении внешней нормали к стенке, по оси Y. Следовательно, по мере удаления от стенки парциальное давление p_1 падает, тогда как парциальное давление второго компонента p_2 растет, и этот последний диффундирует навстречу первому. Учитывая, что коэффициент диффузии D является единым для заданной двухкомпонентной системы, выразим встречные диффузионные потоки массы согласно формуле (6.11), причем q снабдим индексом D:

$$q_{D,1} = -\frac{D}{R_1 T}\,\frac{dp_1}{dy}; \qquad q_{D,2} = -\frac{D}{R_2 T}\,\frac{dp_2}{dy}.$$

Поскольку стенка по условию непроницаема для компонента 2, его транзита сквозь всякую плоскость, параллельную стенке, быть не должно. Это значит, что потоку $q_{D,2}$ непременно противостоит другой поток массы, равный, но противоположно направленный, имеющий в своей основе уже не тепловое молекулярное движение, а организованную конвекцию. Конвективный массоперенос определяется произведением концентрации на скорость течения среды. Таким образом, поток массы, компенсирующий молекулярную диффузию компонента 2 вследствие возникновения конвекции в направлении оси Y, определяется формулой:

$$-q_{D,2} = c_2\omega = \frac{p_2}{R_2 T}\omega\,.$$

Откуда

$$\omega = \frac{D}{p_2}\,\frac{dp_2}{dy}\,.$$

Ток газовой смеси, имеющий скорость ω, ведет и к другому эффекту – дополнительному, конвективному переносу компонента 1 в том же направлении внешней нормали, в котором беспрепятственно развивается молекулярная диффузия этого компонента. Суммарный массоперенос q_1 определяется выражением:

$$q_1 = q_{D,1} + \frac{p_1}{R_1 T}\omega = -\frac{D}{R_1 T}\frac{dp_1}{dy} + \frac{p_1}{R_1 T}\frac{D}{p_2}\frac{dp_2}{dy}.$$

Так как $dp_2 = -dp_1$, то

$$q_1 = -\frac{D}{R_1 T}\frac{p}{p - p_1}\frac{dp_1}{dy}.$$

Полученное дифференциальное уравнение может быть легко проинтегрировано в случае одномерной задачи, когда нет распределения массы в плоскостях, параллельных стенке. Тогда поток массы q_1:

$$q_1 = \frac{D}{\ell}\frac{p}{R_1 T}\ln\frac{p - p_{1,\text{пот}}}{p - p_{1,\text{ст}}}. \qquad (6.12)$$

Полученное выражение (6.12) называется уравнением Стефана. Можно показать, что уравнение Стефана перерождается в уравнение Фика (для одномерной задачи), если принять, что парциальные давления перемещающегося вдоль оси *Y* компонента, а также движущая разность его парциальных давлений очень малы по сравнению с общим давлением газовой смеси.

Уравнение Стефана, выведенное выше в предложении, что компонент 1 диффундирует в направлении внешней нормали к стенке, справедливо, конечно, и для противоположного случая, когда диффузия идет в сторону стенки (конденсация, адсорбция и т.п.). При этом меняется только знак потока массы – q_1.

7. ЛУЧИСТЫЙ И СЛОЖНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

7.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА

Все тела непрерывно посылают в окружающее их пространство электромагнитные волны различной частоты (длины). Большинство твердых и жидких тел излучают энергию всех длин волн в интервале от нуля до бесконечности, т.е. имеют сплошной спектр излучения. Газы испускают энергию только в определенных интервалах длин волн и имеют селективный спектр излучения. Твердые тела излучают и поглощают энергию поверхностью – поверхностное излучение, а газы объемом – объемное излучение.

Под действием возбуждения колебаний в молекулах и атомах вещества (тела) возникают электромагнитные колебания. Длина волны λ (мкм) электромагнитного излучения находится в пределах: для рентгеновских лучей – 10^{-6}…$20 \cdot 10^{-3}$; ультрафиолетовых – $20 \cdot 10^{-3}$…0,4; видимых (световых) – 0,4…0,8; тепловых (инфракрасных) – 0,8…800; а для радиоволн – 200 мкм…*X* км.

Излучение волн любой длины всегда превращается (трансформируется) в тепловую энергию. Но для световых и инфракрасных лучей
с длиной волны от 0,4 до 800 мкм это превращение выражено наиболее сильно. Такие лучи называют *тепловыми*, а процесс их распространения – *тепловым излучением* или *радиацией*. Лучистый теплообмен – широко распространенный в теплоэнергетике вид передачи теплоты.

В отличие от всех других видов излучения, тепловое инфракрасное (температурное) излучение определяется тепловым состоянием тела – его температурой. Тепловое излучение свойственно всякому телу, если его абсолютная температура отлична от нуля. Интенсивность теплового излучения резко увеличивается с ростом температуры. Всюду, где в определенных условиях температура достигает порядка 600…700 °С и выше, превалирующим видом теплообмена (по сравнению с конвекцией) является радиа-

ция. Свое преимущество она сохраняет и для низких температур при соответствующем расположении поверхностей, обменивающихся лучистой теплотой. При лучистом теплообмене все тела излучают энергию друг на друга. В результате баланса теплоты лучистая энергия всегда переносится от тел с более высокой температурой к телам с меньшей температурой. Наиболее интенсивна передача теплоты радиацией в условиях вакуума или разрежения.

Носителями квантов энергии являются элементарные частицы излучения – фотоны, обладающие энергией и электромагнитной массой. Излучаемая в единицу времени энергия соответствует очень узкому интервалу изменения длины волн от λ до $(\lambda + d\lambda)$. Излучаемая в единицу времени энергия, которую можно характеризовать данным значением длины волн λ, называется *потоком монохроматического излучения* Q_λ. Поток излучения, соответствующий всему спектру, в пределах от нуля до бесконечности, называется *интегральным*, *или полным лучистым потоком* Q (Вт).

Интегральный или полный лучистый поток, излучаемый с единицы поверхности тела по всем направлениям полусферического пространства, называется *плотностью потока интегрального излучения*, *или излучательной способностью* (Вт/м^2):

$$E = \frac{dQ}{dF}, \quad \text{откуда} \quad Q = \int_{(F)} E dF .$$

Если излучательная способность E одинакова для всех элементов поверхности F, то $Q = EF$. В этом случае излучательная способность тела E численно равна количеству энергии (Дж), выделяемой с единицы поверхности (м^2) в единицу времени (с), Дж/(м^2 · с) = Вт/м^2.

Плотность потока монохроматического излучения носит название *спектральной интенсивности излучения* J_λ и связана с плотностью потока интегрального излучения уравнением

$$J_\lambda = \frac{dE}{d\lambda}, \quad \text{или} \quad E = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} J_\lambda d\lambda.$$

Каждое тело не только излучает, но и поглощает лучистую энергию. Если тепловой луч на своем пути встречает какое-нибудь тело, то из всего общего количества падающей на тело лучистой энергии $E_\text{о}$ ($Q_\text{о}$) часть ее отражается в окружающее пространство – $E_\text{от}$ ($Q_\text{от}$), некоторая доля энергии, проникающей в тело, поглощается – $E_\text{пог}$ ($Q_\text{пог}$) и превращается в тепловую энергию, а остальная часть проходит сквозь тело и через окружающее пространство – $E_\text{пр}$ ($Q_\text{пр}$), после чего попадает на другие тела.

Таким образом, падающий на тело лучистый поток может быть разделен на три части: отраженную, поглощенную и пропущенную. Следовательно: $E_\text{о} = E_\text{от} + E_\text{пог} + E_\text{пр}$.

Для количественной оценки каждой части лучистой энергии вводят следующие понятия. Отношение отраженной энергии к энергии, падающей на поверхность тела, называют *отражательной* способностью тела:

$$\frac{E_\text{от}}{E_\text{о}} = \frac{Q_\text{от}}{Q_\text{о}} = R .$$

Отношение поглощенной энергии к падающей энергии называют *поглощательной* способностью тела:

$$\frac{E_\text{пог}}{E_\text{о}} = \frac{Q_\text{пог}}{Q_\text{о}} = A .$$

Отношение энергии, прошедшей сквозь тело, к падающей энергии называют *пропускательной* способностью тела:

$$\frac{E_{\text{пр}}}{E_{\text{о}}} = \frac{Q_{\text{пр}}}{Q_{\text{о}}} = D.$$

В соответствии с законом сохранения энергии: $R + A + D = 1$.

Если $R = 1$, то $A = D = 0$. Это означает, что вся падающая лучистая энергия полностью отражается телом. Когда отражение правильное и определяется законами геометрической оптики, тела называются *зеркальными*. В случае диффузного отражения – *абсолютно белыми*.

Если $A = 1$, то $R = D = 0$. Это означает, что все падающее излучение поглощается телом и такие тела называются *абсолютно черными*.

Если $D = 1$, то $A + R = 0$. Это означает, что вся падающая энергия проходит сквозь тело и такие тела называют *прозрачными или диатермичными*. К ним можно отнести не запыленный сухой воздух, одноатомные и двухатомные газы (азот, кислород, водород).

В природе «абсолютных» тел не существует, хотя имеются близкие. Например, моделью абсолютно черного тела может служить отверстие в стенке полого тела (шара), в котором энергия попадающего в него луча полностью поглощается стенками. Нефтяная сажа поглощает до 96 % падающей энергии, а шероховатый лед или иней – до 98 %. Почти все тепловые лучи отражает тщательно отполированная медь.

В природе подавляющее большинство твердых тел и жидкостей непрозрачно, для которых пропускательная способность $D = 0$, а сумма поглощательной и отражательной способностей $A + R = 1$. Эти тела называют *серыми или атермичными*. Если серое тело хорошо поглощает лучистую энергию, то оно плохо отражает эту энергию, и наоборот.

Наиболее интенсивно поглощают энергию твердые тела, слабее – жидкости. Для приближения твердых серых тел к черным их поверхность часто покрывают нефтяной сажей, лаком или краской. Однако поглощательная способность тел в инфракрасном излучении определяется не столько цветом, сколько качеством или состоянием (шероховатостью) поверхности.

Среда, сквозь которую проходит лучистая энергия, по-разному поглощает и, следовательно, пропускает излучение. Трехатомные газы (углекислый и сернистый газ, водяные пары) пропускают тепловые лучи только в узком диапазоне длин волн. Сухой воздух практически прозрачен для тепловых лучей, однако при наличии в нем влаги, пара (тумана) он становится средой, заметно поглощающей. Поглощение и рассеяние излучения имеет место в запыленных или сажистых газах.

Поглощательная и пропускательная способности тел и сред зависят от спектра излучения. Например, кварц прозрачен для световых и ультрафиолетовых лучей, но непрозрачен для тепловых лучей. Каменная соль прозрачна для тепловых лучей и непрозрачна для ультрафиолетовых лучей. Оконное стекло прозрачно только для световых лучей, а для инфракрасных и ультрафиолетовых оно почти не прозрачно.

Белая по цвету поверхность хорошо отражает лишь световые лучи, что используется для различных объектов и сооружений, где инсоляция нежелательна. Тепловые же лучи невидимого инфракрасного излучения воспринимают поверхность тел только по состоянию ее шероховатости, но не цвета; точно так же как и глаз не «видит» инфракрасное излучение, но воспринимает всю гамму световых лучей.

Следовательно, цвет поверхности тела (его окраска) существенно влияет на поглощение и излучение только видимых лучей в соответствующем интервале длин световых волн. Естественно, что со световыми лучами поступает и тепловая энергия, которая в частности, используется в различных гелиотехнологических и солнечных установках: теплицах, сушилках, опреснительных установках, солнечных прудах.

7.2. СОЛНЕЧНАЯ ЭНЕРГИЯ

Коллекторы солнечной энергии. Солнечная энергия переносится главным образом световыми лучами. Коллектор солнечной энергии (КСЭ) предназначен для улавливания энергии светового излучения,

преобразования ее в тепловую энергию и передачи промежуточному теплоносителю. Наибольшее применение имеет плоский солнечный коллектор, представленный на рис. 7.1.

о

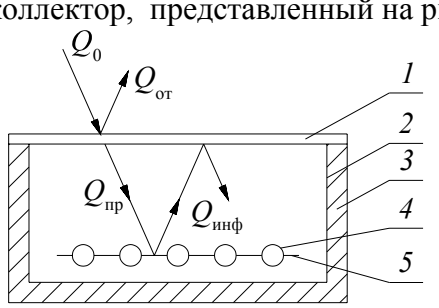


Рис. 7.1. Схема плоского коллектора солнечной энергии:
1 – лучепрозрачная панель (стекло); *2* – корпус; *3* – теплоизоляция;
4 – трубка для теплоносителя; *5* – лучепоглощающая поверхность (абсорбер)

Улавливание солнечной энергии в коллекторе основано на способности таких веществ и материалов, как стекло, полимерные пленки, вода, пропускать световые лучи. Солнечная энергия световых лучей $Q_о$ проходит через прозрачную панель *1* и практически беспрепятственно проникает в коллектор *2*. Корпус имеет тепловую изоляцию *3*. Лучи инфракрасного диапазона излучения $Q_{от}$ в основном отражаются от стекла панели, а лучи светового диапазона излучения $Q_{пр}$ проходят через стекло и попадают на лучевоспринимающую поверхность *5*.

На абсорбере *5* солнечная энергия световых лучей трансформируется в тепловую энергию инфракрасного диапазона излучения, которая, в свою очередь, излучает теплоту на внутреннюю поверхность коллектора. При обратном излучении эта энергия переносится инфракрасными (тепловыми) лучами $Q_{инф}$, для которых стекло и полимерные материалы непрозрачны, и теплота обратного инфракрасного излучения остается внутри коллектора. Таким образом, коллектор работает как ловушка солнечной энергии: впускает энергию светового излучения Солнца и не выпускает наружу энергию инфракрасного излучения.

Абсорбером называют совокупность лучепоглощающей поверхности *5* и трубок *4*, по которым проходит жидкий (вода) или газообразный теплоноситель (воздух), отводящий теплоту из коллектора к потребителю (на отопление, вентиляцию и горячее водоснабжение). Поверхность абсорбера должна иметь высокую поглощательную способность. Наивысшие значения поглощательной способности для световых лучей имеют поверхности, окрашенные в черный цвет, и для них $A_{абс}$ доходит до 0,95. Обычно эти покрытия шероховаты, и степень интенсивности инфракрасного излучения с них велика.

Такой абсорбер, поглощая большую долю падающей на него энергии световых лучей, будет терять значительное количество теплоты, излучая его в виде инфракрасных лучей. Повышенный отвод теплоты позволяет нагреть теплоноситель в абсорбере с обычным черным и шероховатым покрытием до температуры не более 100 °С.

Для повышения КПД КСЭ необходимо улучшать его радиационные характеристики и снижать тепловые потери в окружающую среду. Для этого используют тепловую изоляцию корпуса и селективные покрытия, наносимые на лучевоспринимающую поверхность абсорбера.

Селективные покрытия обладают различными оптическими характеристиками по отношению к световым и инфракрасным лучам и представляют собой тонкие пленки из черного хрома или черного никеля на металлической подложке. Цвет пленок – черный, поэтому их поглощательная способность в коротковолновой (световой) части спектра велика. В то же время поглощательная способность селективной пленки в области инфракрасных (тепловых) лучей очень низка ввиду малой толщины слоя (меньшей, чем длина волны инфракрасных лучей), т.е. селективная пленка прозрачна для теплового излучения. Поэтому при нанесении на поверхность абсорбера селективной пленки поглощательная способность абсорбера $A_{сел}$ будет равна поглощательной способности полированной металлической подложки.

Степень селективности оценивается отношением $A_{абс}/A_{сел}$. Наилучшие результаты имеют пленки с черным хромом на алюминиевой фольге ($A_{абс}$ = 0,964 и $A_{сел}$ = 0,023) и с черным никелем на блестящей

никелевой подложке ($A_{абс}$ = 0,96 и $A_{сел}$ = 0,11). При степени селективности $A_{абс}/A_{сел}$ = 10...40 равновесная температура абсорбера (без охлаждения его теплоносителем) достигает 300 °С. Нанесение селективных пленок обеспечивает значительное повышение КПД КСЭ. Так, при однослойном остеклении изменение степени селективности от 1 до 12 приводит к увеличению КПД КСЭ от 45 до 60 %.

Солнечный пруд представляет собой естественный водоем, заполненный высококонцентрированным водным раствором соли (рис. 7.2). Он воспринимает падающие на его поверхность солнечные лучи *1* и работает одновременно как коллектор и как аккумулятор их энергии. Световые лучи проходят через толщу солевого раствора *2* и поглощаются дном водоема, имеющим темный цвет. От дна нагревается и прилегающий к нему слой воды *3*. Температура этого слоя может достичь 70...100 °С, что обеспечивает повышенную растворимость в нем соли, а значит, повышенную его плотность. Чем дальше от дна, тем меньше температура и плотность раствора.

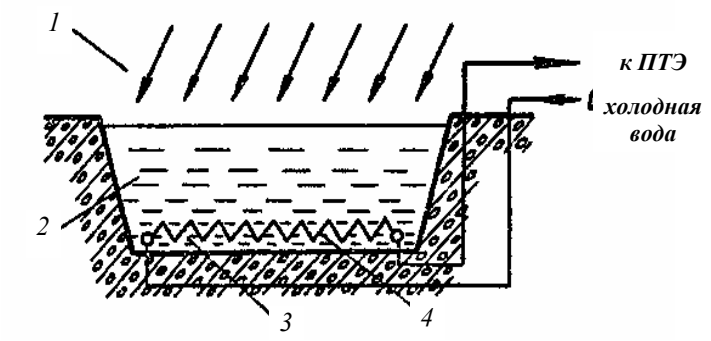


Рис. 7.2. Солнечный пруд:
1 – солнечные лучи; *2* – солевой раствор;
3 – слой нагретой воды; *4* – теплообменник

Наименьшую температуру и плотность вода имеет на поверхности пруда, где она охлаждается путем отвода теплоты в окружающую среду конвекцией и за счет испарения. Таким образом, в солнечном пруду имеет место *стратификация* – температурное и плотностное расслоение жидкости по глубине пруда. Градиенты температуры и плотности направлены по вертикали сверху вниз. Это исключает возникновение естественной конвекции и перемешивание жидкости в пруду, что обуславливает концентрацию тепловой энергии в придонном слое.

Отметим, что расслоение возможно только в пруду, заполненном насыщенным солевым раствором. В пресноводном пруду нагретая у дна вода поднимается вверх. Это приводит к ее перемешиванию и выравниванию температурного поля по всему объему пруда. Зона повышенной температуры у дна здесь не образуется. Температура же на поверхности пруда остается невысокой из-за повышенных тепловых потерь в окружающую среду.

При глубине солнечного пруда 1...3 м на 1 м^2 его площади требуется 500..1000 кг поваренной соли или хлорида магния. Для отвода теплоты потребителю тепловой энергии (ПТЭ) в придонной области солнечного пруда устанавливается трубчатый теплообменник *4*. К достоинствам солнечных прудов следует отнести их невысокую стоимость и повышенную энергоемкость. При большой площади солнечный пруд может работать как сезонный аккумулятор энергии.

7.3. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Закон Планка. Немецкий физик Макс Планк (1858 – 1947 гг.), основоположник квантовой теории, в 1900 г. установил *закон распределения энергии излучения абсолютно черного тела* $J_{0\lambda}$ от длины волны излучения λ, м, и абсолютной температуры T излучающего тела, К:

$$J_{0\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda T} - 1}, \text{ Вт/м}^2,$$

где постоянная $c_1 = 3{,}72 \cdot 10^{-16}$ Вт · м^2; постоянная $c_2 = 1{,}43 \cdot 10^{-2}$ м · К.

Спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела $J_{0\lambda}$ представляет собой количество энергии с длиной волны λ, излучаемой за 1 с, с 1 м^2 поверхности тела.

Из графического представления закона Планка (рис. 7.3) следует: для всех температур при $\lambda = 0$ и $\lambda = \infty$ интенсивность излучения равна нулю, а при некотором промежуточном значении λ_m имеет максимум; интенсивность излучения очень коротких волн быстро возрастает до максимума, а затем медленно убывает, стремясь к нулю при очень больших длинах волн. Для всех длин волн интенсивность излучения тем выше, чем выше температура. Максимумы кривых с повышением температуры смещаются в сторону более коротких волн.

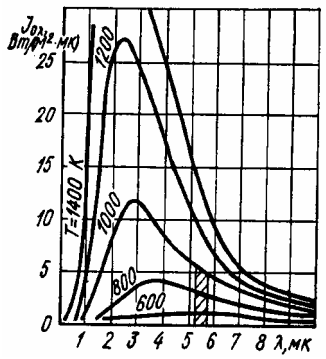


Рис. 7.3. Лучеиспускание абсолютно черного тела $J_{0\lambda} \cdot 10^{-3}$, Вт/(м^2 · мкм), в зависимости

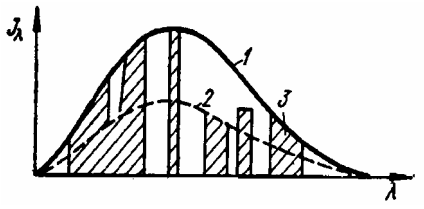


Рис. 7.4. Спектры излучения:
1 – ***абсолютно черного тела;***
2 – ***серых тел;***
3 – ***газов***

Закон смещения Вина. Немецкий физик Вильгельм Вин (1864 – 1928 гг.) вывел в 1893 г. *закон смещения*, который позволяет определить длину волны, соответствующую максимуму спектральной интенсивности излучения абсолютно черного тела: $dJ_{0\lambda} / d\lambda = 0$. Решение этого уравнения приводит к соотношению $\lambda_{max} = 2{,}8978 \cdot 10^{-3}/T$.

Следовательно, с увеличением абсолютной температуры максимальная длина волны смещается к области более коротких волн.

Закон теплового излучения Кирхгофа. Немецкий физик Густав Роберт Кирхгоф (1824 – 87 гг.) установил в 1859 г. *соотношение между излучательной и поглощательной способностями тел*. В условиях термодинамического равновесия отношение излучательной способности E к поглощательной A для всех тел одинаково и равно излучательной способности абсолютно черного тела при той же температуре:

$$\left(\frac{E_1}{A_1}\right)_T = \left(\frac{E_2}{A_2}\right)_T = \left(\frac{E_3}{A_3}\right)_T = \left(E_0\right)_T .$$

Абсолютно черное тело обладает предельными свойствами как в отношении поглощения падающей на него энергии, так и испускаемой им же самим: в любой полосе спектра тепловое излучение абсолютно черного тела имеет максимально возможное значение при данной температуре. Но так как абсолютно черное тело поглощает всю падающую энергию независимо от ее спектрального состава, то, следовательно, оно испускает энергию по всем без исключения длинам волн и притом максимально возможное количество при данной температуре:

$$E_0(T) = E_{\max}(T) .$$

Для полного спектра лучеиспускательная способность каждого тела E равна произведению полного коэффициента поглощения A этого тела на лучеиспускательную способность абсолютно черного тела E_0 при той же температуре:

$$E = (AE_0)_T \quad \text{или} \quad A = (E/E_0)_T.$$

Таким образом, чем больше тело излучает, тем больше оно и поглощает, или излучательная способность тела прямо пропорциональна поглощательной при той же температуре.

Для большинства твердых (серых) тел вместо поглощательной способности оперируют понятием степени черноты реального тела.

Под *степенью черноты реального тела* ε понимают отношение излучательной способности данного тела E к излучательной способности абсолютно черного тела E_0 при той же температуре: $\varepsilon = (E/E_0)_T$.

Сравнивая закон Кирхгофа $A = (E/E_0)_T$ и степень черноты реального тела $\varepsilon = (E/E_0)_T$, видно, что степень черноты реального тела ε то же самое, что и поглощательная способность тела: $\varepsilon = A$. Полная степень черноты ε характеризует суммарное лучеиспускание реального тела. Степень черноты тел меняется от 0 (для абсолютно белых) до 1 (для абсолютно черных тел).

Что касается определенного интервала длин волн реальных тел, то следует отметить: для монохроматического излучения в условиях термодинамического равновесия тела $\varepsilon_\lambda = A_\lambda$. Если $A_\lambda = 0$ и реальное тело не поглощает излучения данной длины волны (например, красное стекло не поглощает красные лучи), то такое тело и не способно испускать соответствующего излучения. Поэтому красное стекло, не поглощая красных лучей (прозрачно для них), не может оставаться красным при нагреве до состояния свечения; оно дает зеленый цвет. По такой же причине идеальный монохроматический фильтр не может быть источником излучения, которое он сквозь себя свободно пропускает. Абсолютная прозрачность в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$ обуславливает неспособность испускать лучистую энергию в этом интервале.

Закон Ламберта. Немецкий ученый Иоганн Генрих Ламберт (1728 – 1777 гг.) сформулировал в 1760 г. закон силы света, отраженного или рассеянного в направлении, составляющем угол φ с нормалью к поверхности. Закон Ламберта строго справедлив только для абсолютно черного тела, однако сильно матированные поверхности и мутные среды довольно точно подчиняются этому закону.

Согласно закону Ламберта, количество энергии, излучаемое элементом поверхности в направлении другого элемента, пропорционально количеству энергии, излучаемой по нормали, умноженному на значение пространственного угла и косинус угла между нормалью и данным направлением:

$$d^2Q = dQ_n \, d\Omega \cos\alpha \, .$$

Количество энергии, излучаемое по нормали, определяется как

$$dQ_n = E_n \, dF = \frac{E}{\pi} C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 dF \, .$$

Полная математическая формулировка закона Ламберта имеет вид

$$d^2Q = \frac{E}{\pi} C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 dF \, d\Omega \cos\alpha \, .$$

Закон Стефана–Больцмана для абсолютно черного тела. **Для абсолютно черного тела суммарная излучательная способность во всем диапазоне длин волн от $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$ определяется путем ин-**

тегрирования спектральной интенсивности излучения абсолютно черного тела $J_{0\lambda}$:

$$E_0 = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} J_{0\lambda} d\lambda = \sigma_0 T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} T^4,$$

где $\sigma_0 = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2 · К^4) – постоянная излучения абсолютно черного тела.

Этот закон (до закона Планка) был установлен в 1879 г. экспериментально австрийским физиком Йозефом Стефаном (1835 – 1893 гг.) и теоретически обоснован в 1884 г. австрийским физиком Людвигом Больцманом (1844 – 1906 гг.). Закон устанавливает, что излучательная способность абсолютно черного тела E_0 пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры T.

Закон Стефана–Больцмана справедлив только для абсолютно черного тела, и его удобнее записывать в форме:

$$E_0 = C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4,$$

где $C_0 = 5{,}67$ Вт/(м^2 · К^4) – коэффициент излучения абсолютно черного тела.

Закон Стефана–Больцмана для реального тела. **Согласно закону Кирхгофа и Стефана–Больцмана для абсолютно черного тела излучательная способность реального тела определится из выражения:**

$$E = A C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad \text{или} \quad E = \varepsilon C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4.$$

Для поверхности площадью F последнее выражение имеет вид:

$$E = \varepsilon C_0 F \left(\frac{T}{100} \right)^4.$$

Следовательно, закон Стефана–Больцмана для реального тела устанавливает, что излучательная способность реального тела E зависит от степени черноты тела и пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры T.

Степень черноты полного излучения тел ε характеризует суммарное лучеиспускание реального тела, определяется экспериментально и для большинства материалов ее значения табулированы и приведены в таблицах. Необходимо учитывать, что степени черноты тел ε и A зависят от температуры: для металлов они возрастают с повышением температуры, а для неметаллов – понижаются.

Наиболее существенно на ε и A влияет шероховатость поверхности, поэтому, различают степень черноты металла как вещества (шероховатое или окисленное) и металла после его обработки или полировки, когда степень черноты имеет порядок сотых долей единиц. Для шероховатых поверхностей (строительных, теплоизоляционных материалов) при загрязнении или наличии на поверхности оксидной пленки значения ε увеличиваются в несколько раз. Например, медь окисленная имеет ε = 0,6…0,8; медь слегка полированная – ε = 0,12; а медь тщательно полированная имеет ε = 0,02.

Значительно степень черноты ε зависит также от состояния поверхности тела. Покрытие гладкой поверхности металла одинарным тонким слоем прозрачного для света лака может привести к многократному увеличению ε. Необходимо помнить, что видимая окраска поверхности тела в отраженных

лучах света не дает никакого представления о степени черноты ε, характеризующей в основном невидимое инфракрасное излучение.

Например, бумага, фарфор, асбест, кирпич имеют ε порядка 0,7…0,9, тогда как глазом они воспринимаются как белые тела. Аналогично лак черный матовый имеет ε = 0,96, а лак белый – 0,9; сажа –
0,952, гладкое стекло – 0,937; вода – 0,9, а снег (при отрицательных температурах) – 0,82; краска черная глянцевая – 0,9, а краска белая масляная и различных цветов – 0,92…0,96.

7.4. ЛУЧИСТЫЙ ТЕПЛООБМЕН МЕЖДУ ТЕЛАМИ

1. *Лучистый теплообмен между двумя телами с плоскопараллельными поверхностями*.

Под системой с плоскопараллельными поверхностями понимается система, для которой размеры плоскостей несоизмеримо велики по сравнению с расстоянием между ними. Особенность такой системы состоит в том, что вся лучистая теплота с одной плоскости полностью падает на другую и наоборот, а теплотой, уходящей в просветы плоскопараллельного зазора, можно пренебречь.

Если расчет передачи теплоты проводить методом учета многократных поглощений и отражений, считать, что в рассматриваемой системе тела непроницаемые (*A* + *R* = 1), и полагать, что вся лучистая энергия, исходящая с поверхности, сосредоточена в одном пучке

$$\Phi = \varepsilon\, C_0 F \left(\frac{T}{100}\right)^4,$$

то количество лучистой теплоты, передаваемой от первого тела со степенью черноты ε_1 ко второму телу со степенью черноты ε_2, или результирующий тепловой поток, будет иметь вид:

$$Q_{12} = \frac{F C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}.$$

Суммарная теплопередача лучеиспусканием между телами:

$$Q_{12} = \varepsilon_{\text{п}} C_0 F \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right],$$

где $\varepsilon_{\text{п}}$ носит название приведенной степени черноты системы тел с плоскопараллельными поверхностями и имеет вид

$$\varepsilon_{\text{п}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}.$$

Очевидно, чтобы интенсифицировать лучистый теплообмен необходимо увеличить температуру излучающего тела и усилить приведенную степень черноты системы. Наоборот, для уменьшения теплообмена необходимо снизить температуру излучающего тела и уменьшить приведенную степень черноты системы. В тех же случаях, когда температуру изменить нельзя, для снижения лучистого теплообмена применяют экраны.

***Защита от излучения с помощью плоских экранов*. В этом случае между горячим 1 и холодным 2 телом ставят тонкостенный экран из непрозрачного вещества. При стационарном тепловом режиме должно выполняться равенство $Q_{1э} = Q_{э2}$. Тогда с учетом приведенной степени черноты систем $\varepsilon_п$ будем иметь уравнение баланса:**

$$\varepsilon_{п1э} C_0 F \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_э}{100} \right)^4 \right] = \varepsilon_{э2п} C_0 F \left[\left(\frac{T_э}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right].$$

Если ввести обозначения: $U = \left(\frac{T}{100} \right)^4$; $m = \frac{\varepsilon_{п1э}}{\varepsilon_{э2п}}$, то последнее выражение можно записать в форме:

$$\varepsilon_{п1э} (U_1 - U_э) = \varepsilon_{э2п} (U_э - U_2).$$

Таким образом, температура экрана определяется выражением

$$U_э = \frac{mU_1 + U_2}{1 + m},$$

а количество передаваемой теплоты лучеиспусканием с учетом экрана

$$Q_{1э2} = Q_{1э} = \frac{\varepsilon_{п1э} C_0 F}{1 + m} (U_1 - U_2).$$

При $m = 1$ температура экрана $U_э = 0{,}5(U_1 + U_2)$, а

$$Q_{1э2} = 0{,}5 \varepsilon_п C_0 F (U_1 - U_2).$$

При отсутствии экрана

$$Q_{12} = \varepsilon_п C_0 F (U_1 - U_2).$$

Следовательно: $Q_{1э2} = 0{,}5\, Q_{12}$.

Последнее говорит о том, что постановка одного экрана уменьшает при прочих одинаковых условиях количество передаваемой лучистой теплоты в два раза. Можно показать, что постановка n экранов уменьшает количество передаваемой лучистой теплоты Q_{12} в $(n + 1)$ раз, т.е. $Q_{n\,э} = Q_{12} / (n + 1)$.

При этом температура любого i-го экрана определяется выражением

$$U_{эi} = U_1 - \frac{U_1 - U_2}{n + 1} i.$$

Еще больший эффект снижения лучистого теплообмена получается, если применяются экраны с малой степенью черноты. Так, если между двумя плоскими поверхностями со степенью черноты $\varepsilon_п$ установлены n экранов со степенью черноты $\varepsilon_э$, то

$$Q_э = \frac{Q_{12}}{1 + n \dfrac{2 - \varepsilon_э}{2 - \varepsilon_п} \dfrac{\varepsilon_п}{\varepsilon_э}}.$$

Следовательно, например, установка лишь одного экрана со степенью черноты $\varepsilon_э = 0{,}2$ между поверхностями с $\varepsilon = 0{,}7$ дает снижение лучистого потока тепла в 6 раз. Применение экранов позволяет использовать одновременно в качестве тепловой изоляции и воздушные прослойки.

2. *Лучистый теплообмен между двумя телами, когда одно находится в полости другого*. **Особенности такого теплообмена состоят в следующем (рис. 7.5).**

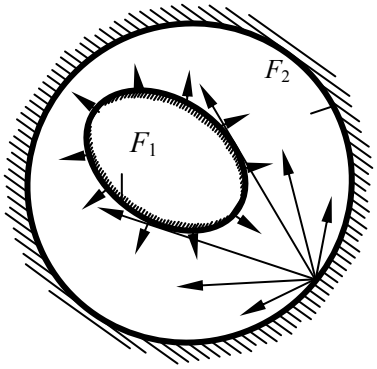


Рис. 7.5. Теплообмен излучением в замкнутой системе тел

А. Первое тело по отношению ко второму имеет выпуклую или плоскую поверхность F_1 со степенью черноты ε_1, и любая точка этого первого тела «видит» поверхность другого тела и не «видит» своей собственной (первое тело находится в полости второго).

Б. Второе тело со степенью черноты ε_2 и поверхностью F_2 по отношению к первому вогнуто и полностью охватывает его излучающую (рабочую) поверхность. Любая точка поверхности тела *2* «видит» не только поверхность тела *1*, но и часть своей собственной поверхности.

Таким образом, только часть лучистой теплоты, излученной (или отраженной) поверхностью тела *2*, попадает на поверхность тела *1*. Остальная часть теплоты попадает на свою собственную поверхность.

Доля лучистого теплообмена от одного тела к другому называется *угловым коэффициентом, или коэффициентом облученности*. Если расчет передачи теплоты излучением проводить методом учета многократных поглощений и отражений и считать, что в рассматриваемой системе тела непроницаемые ($A + R = 1$), то количество теплоты излучением, передаваемое от второго тела к первому, определится по формуле

$$Q_{12} = \frac{C_0 F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}.$$

Теплопередача лучеиспусканием или результирующий тепловой поток в сокращенной записи имеет вид

$$Q_{12} = \varepsilon_п C_0 F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$

где $\varepsilon_п$ носит название *приведенной степени черноты системы тел*, из которых одно находится в полости другого и равно:

$$\varepsilon_{\text{п}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}.$$

При значительном расхождении $F_1 \leftrightarrow F_2$, в такой системе создаются условия лучистого теплообмена, тождественные тем, которые имеют место в системе тел с плоскопараллельными поверхностями. При $F_2 >> F_1$ явление становится автомодельным относительно параметров поверхности и степени черноты второго тела. Расчетная формула приобретает более простой вид:

$$Q_{12} = \varepsilon_1 C_0 F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right].$$

7.5. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ГАЗОВ

Одно- и двухатомные газы (кислород, азот) практически прозрачны для теплового излучения. Значительной излучающей и поглощающей способностью обладают трех- и многоатомные газы (сернистый и углекислый газ, водяные пары), которые образуются при горении органического топлива. В отличие от твердых тел, имеющих в большинстве сплошные спектры излучения, газы излучают энергию лишь в определенных интервалах длин волн $\Delta\lambda$, называемых *полосами спектра*. Для лучей других длин волн вне этих полос газы прозрачны, и их энергия излучения равна нулю. Таким образом, излучение и поглощение газов имеют избирательный или селективный характер. Если поглощение и излучение энергии в твердых телах происходит в тонком поверхностном слое, то газы излучают и поглощают энергию во всем объеме.

Французский ученый Пьер Бугер (1698 – 1758 гг.) экспериментально в 1729 г. доказал, а И.Г. Ламберт в 1760 г. теоретически вывел закон ослабления света с начальной интенсивностью J_0 при прохождении его через среду с показателем поглощения k и толщиной ℓ: интенсивность излучения J уменьшается по экспоненциальному закону (закон Бугера–Ламберта–Бера)

$$J = J_0 \exp(-k\ell).$$

Количество поглощаемой газом энергии зависит от числа находящихся в данном объеме микрочастиц газа. Последнее пропорционально толщине газового слоя, характеризуемой длиной пути луча ℓ, парциальному давлению газа p и его температуре T. Приближенное значение средней длины пути луча определяется по соотношению $\ell = 3{,}6V/F$, где V – объем газа; F – поверхность оболочки, окружающей газ.

Плотность потока интегрального излучения с поверхности газового слоя определяется уравнением

$$E = \varepsilon_{\text{г}} C_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4,$$

где $\varepsilon_{\text{г}}$ – степень черноты газового слоя, зависящая от температуры, давления и толщины слоя газа.

Полосы излучения (и поглощения) для паров H_2O и CO_2 лежат в невидимой (инфракрасной) части спектра, а для практических расчетов и определения $\varepsilon_{\text{г}}$ используют номограммы. Степень черноты газовых смесей определится как сумма степеней черноты отдельных компонентов по уравнению $\varepsilon_{\text{г}} = \varepsilon_{CO_2} + \beta\,\varepsilon_{H_2O}$, где β – поправка, учитывающая частичное совпадение спектров излучения H_2O и CO_2.

Как селективный излучатель газ не подчиняется законам Планка и Стефана–Больцмана. Несмотря на это, тепловое излучение газообразного тела или плотность лучистого потока, передаваемого от газа к окружающим его стенкам (оболочке), выражают такой же формулой, как и для твердых серых тел:

$$q = \varepsilon_{эф} C_0 \left[\varepsilon_г \left(\frac{T_г}{100} \right)^4 - A_г \left(\frac{T_{ст}}{100} \right)^4 \right],$$

где $\varepsilon_{эф} = 0{,}5\,(\varepsilon_{ст} + 1)$ – эффективная степень черноты оболочки; $\varepsilon_{ст}$ – степень черноты оболочки при температуре $T_{ст}$; $\varepsilon_г$ – степень черноты газа при температуре газа $T_г$; $A_г$ – поглощательная способность газа при температуре оболочки $T_{ст}$.

Лучистый удельный тепловой поток $q_л$, передаваемый из объема газа к более холодной стенке, когда $T_г > T_с$, определяется по формуле

$$q_л = \varepsilon_{пр} C_0 \left[(T_г / 100)^4 - (T_с / 100)^4 \right],$$

где $\varepsilon_{пр} = (\varepsilon_г \varepsilon_с) / [\varepsilon_с + \varepsilon_г (1 - \varepsilon_с)]$ – приведенная степень черноты системы; $\varepsilon_с$ – степень черноты стенки.

Параметр $\varepsilon_г$ при этом следует выбирать при температуре газа в объеме $T_г$. Если же теплота передается от нагретых стенок к газу, когда $T_с > T_г$, то параметр $\varepsilon_г$ целесообразно выбирать при температуре $T_с$.

Если в газе имеются взвешенные частицы сажи, золы и другие мелкие механические примеси, то степень черноты такого запыленного потока значительно возрастает. В топках котлов и других камерах сгорания на теплообмен, кроме того, значительное влияние оказывает излучение пламени. Экспериментальные исследования излучения углекислоты и водяного пара показали, что энергия излучения CO_2 пропорциональна степени 3,5, а водяных паров – третьей степени абсолютной температуры. Расчет теплообмена в топках и камерах сгорания проводится по специальным эмпирическим нормативным методам.

7.6. СЛОЖНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Разделение общего процесса переноса теплоты на элементарные явления: теплопроводность, конвекцию и тепловое излучение – производится в основном из методологических соображений. В действительности же эти явления протекают одновременно, влияют друг на друга и такое совокупное воздействие носит название – *сложный теплообмен*. Конвекция, например, часто сопровождается тепловым излучением, теплопроводность в пористых телах – конвекцией и излучением в порах, а тепловое излучение – теплопроводностью и конвекцией. Процесс переноса теплоты между потоком излучающего газа и стенкой также является совместным результатом действия конвективного теплообмена и теплового излучения.

В практических расчетах разделение таких сложных процессов на элементарные явления не всегда возможно и целесообразно. Обычно результат совокупного действия отдельных элементарных явлений приписывается одному из них, которое и считается главным. Влияние же остальных (второстепенных) явлений сказывается лишь на количественную характеристику основного. Так, например, при распространении теплоты в пористом теле в качестве основного явления принято считать теплопроводность, а влияние конвекции и теплового излучения в порах учитывается соответственным увеличением значения коэффициента теплопроводности. Количественной характеристикой совокупного теплового процесса является коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_{общ} = \alpha_к + \alpha_л,$$

где $\alpha_к$ учитывает совместное воздействие конвекции и теплопроводности, а $\alpha_л$ – действие теплового излучения.

Если принять $T_ж$ – температура газа и $T_с$ – температура тепловоспринимающей стенки, то каждой единице поверхности этой стенки передается теплота путем соприкосновения

$$q_к = \alpha_к (T_ж - T_с),$$

и путем теплового излучения

$$q_{л} = \varepsilon_{пр} C_0 [(T_{ж} / 100)^4 - (T_{с} / 100)^4].$$

Суммируя $q_{к}$ и $q_{л}$, имеем:

$$q_{общ} = q_{к} + q_{л} = \alpha_{к} (T_{ж} - T_{с}) + \varepsilon_{пр} C_0 [(T_{ж} / 100)^4 - (T_{с} / 100)^4].$$

Вынося разность $(T_{ж} - T_{с})$ за скобки, получим основное выражение для расчета сложного или суммарного теплообмена:

$$q_{общ} = \left\{ \alpha_{к} + \varepsilon_{пр} C_0 \left[\frac{(T_{ж} / 100)^4 - (T_{с} / 100)^4}{T_{ж} - T_{с}} \right] \right\} (T_{ж} - T_{с}).$$

Или

$$q_{общ} = (\alpha_{к} + \alpha_{л}) (T_{ж} - T_{с}) = \alpha_{общ} (T_{ж} - T_{с}),$$

где $\alpha_{к}$, $\alpha_{л}$ – коэффициенты теплоотдачи конвекцией и излучением; $\alpha_{общ}$ – общий (суммарный) коэффициент теплоотдачи.

Коэффициент теплоотдачи излучением определяется по формуле

$$\alpha_{л} = \varepsilon_{пр} C_0 \cdot 10^{-8} (T_{ж}^{\ 4} - T_{с}^{\ 4}) / (T_{ж} - T_{с}) = \varepsilon_{пр} C_0 \theta,$$

где $\varepsilon_{пр}$ – приведенная степень черноты системы; $C_0 = 5{,}67$ Вт/(м^2 · К^4); θ – температурный коэффициент.

Если стенка омывается капельной жидкостью, например водой, тогда $\alpha_{л} = 0$ и $\alpha_{общ} = \alpha_{к}$. Значение θ зависит только от температур $T_{ж}$ и $T_{с}$. Значение $\varepsilon_{пр}$ выбирается согласно степени черноты системы.

Обозначим $(T_{ж} + T_{с})/2 = T_{m}$. Тогда при $0{,}9 < T_{ж}/T_{с} < 1{,}1$ температурный коэффициент $\theta \approx 0{,}04 \cdot (T_{m}/100)^3$, а $\alpha_{л} = 0{,}04\, \varepsilon_{пр} C_0 (T_{m}/100)^3$. При таком допущении ошибка не превышает 1 %.

В случае, если в качестве основного принят процесс теплового излучения, расчетная формула суммарной теплоотдачи будет иметь вид

$$q_{общ} = (\varepsilon_{к} + \varepsilon_{пр})\, C_0 [(T_{ж}/100)^4 - (T_{с}/100)^4].$$

Участие в процессе конвективного теплообмена здесь учитывается увеличением приведенной степени черноты системы за счет $\varepsilon_{к}$, равного

$\varepsilon_{к} = \alpha_{к} / (C_0 \theta)$.

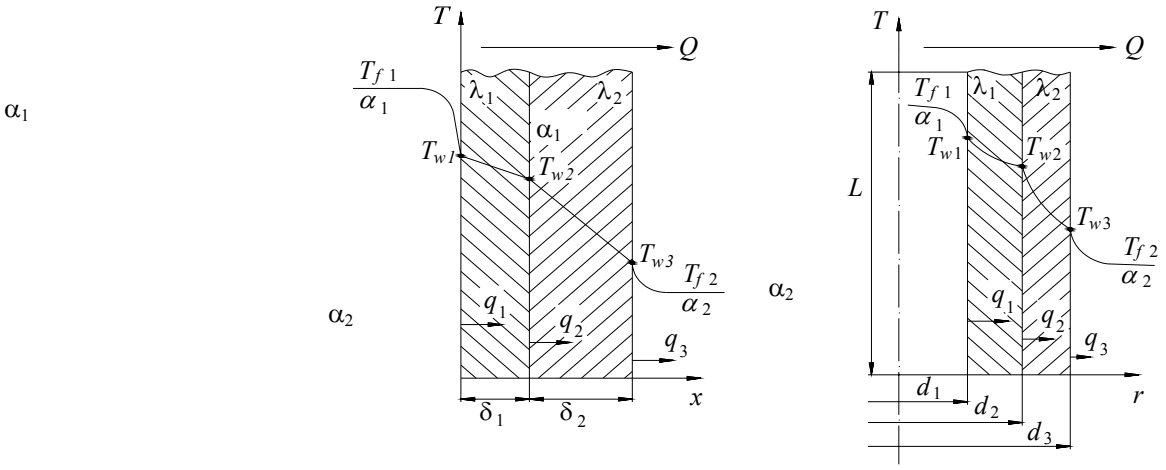
8. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА И ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

8.1. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЧЕРЕЗ ПЛОСКИЕ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ СТЕНКИ

Теплопередачей называется теплообмен между двумя жидкостями-теплоносителями, разделенными стенкой. Формулы стационарной теплопроводности применимы для процессов теплопередачи через од-

нослойные и многослойные плоские и цилиндрические стенки. Распределение температуры в двухслойных плоской и цилиндрической стенках, омываемых горячей и холодной жидкостями, показано на рис. 8.1.

Горячая жидкость имеет температуру T_{f1} и коэффициент теплоотдачи α_1, а холодная жидкость – температуру T_{f2} и коэффициент теплоотдачи α_2. Толщина каждого слоя плоской стенки – δ_1 и δ_2, а диаметры двухслойной цилиндрической стенки – d_1, d_2 и d_3. Коэффициенты теплопроводности материалов соответственно равны – λ_1 и λ_2. Температуры на границе каждого слоя обозначены – T_{w1}, T_{w2}, T_{w3}.



а) *б*)

Рис. 8.1. Распределение температуры в двухслойной плоской (*а*) и цилиндрической (*б*) стенках, омываемых горячей и холодной жидкостями

Высота и глубина многослойной плоской стенки (рис. 8.1, *а*), а также длина L цилиндрической стенки (рис. 8.1, *б*) намного больше их общей толщины. Тепловой контакт между слоями в стационарном режиме можно считать идеальным. Поэтому очевидно, что в стационарном режиме вся теплота вначале передается от горячей жидкости к внутренней стенке за счет конвекции, затем проходит через все слои за счет теплопроводности и в том же количестве за счет конвекции будет передана холодной жидкости.

Теплопередача от горячей жидкости к холодной через многослойную плоскую стенку имеет вид:

$$Q = \alpha_1 F (T_{f1} - T_{w1}) = \frac{F (T_{f1} - T_{w1})}{R_{\alpha 1}};$$

$$Q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} F (T_{w1} - T_{w2}) = \frac{F (T_{w1} - T_{w2})}{R_1};$$

$$Q = \frac{\lambda_2}{\delta_2} F (T_{w2} - T_{w3}) = \frac{F (T_{w2} - T_{w3})}{R_2};$$

$$Q = \alpha_2 F (T_{w3} - T_{f2}) = \frac{F (T_{w3} - T_{f2})}{R_{\alpha_2}}.$$

Следовательно, имеются четыре уравнения, включающие четыре неизвестные (Q; T_{w1}; T_{w2}; T_{w3}). Из решения системы уравнений получим общий тепловой поток:

$$Q = \frac{F (T_{f1} - T_{f2})}{R_{\alpha 1} + R_1 + R_2 + R_{\alpha 2}}, \text{ Вт.} \quad (8.1)$$

Если количество слоев будет n, то

$$Q = \frac{F (T_{f1} - T_{f2})}{R_{\alpha 1} + \sum_1^n R_i + R_{\alpha 2}} = kF (T_{f1} - T_{f2}) = \frac{F (T_{f1} - T_{f2})}{\frac{1}{k}}. \quad (8.2)$$

где k – *коэффициент теплопередачи*, характеризующий интенсивность процесса теплопередачи через плоские системы:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_1^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К).} \quad (8.3)$$

Коэффициент теплопередачи для плоской системы численно равен количеству теплоты (Дж), передаваемой через единицу поверхности (м^2) в единицу времени (с) при полном температурном напоре в один градус.

Обратное значение коэффициента теплопередачи называется *термическим сопротивлением теплопередачи многослойной плоской системы* и характеризует температурный напор, приходящийся на единицу удельного расхода теплоты:

$$R_{\text{пл}} = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_1^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}, \text{ (м}^2 \cdot \text{К)/Вт,} \quad (8.4)$$

Причем $R_\alpha = \frac{1}{\alpha}$ – это термическое сопротивление теплоотдачи плоской стенки.

$R_i = \sum_1^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}$ – термическое сопротивление теплопроводности многослойной плоской стенки.

Плотность теплового потока для плоской системы: $q = Q/F$, Вт/м^2.

Температуры на границах двухслойной плоской системы равны:

$$T_{w1} = T_{f1} - k (T_{f1} - T_{f2}) R_{\alpha 1};$$

$$T_{w2} = T_{f1} - k (T_{f1} - T_{f2}) (R_{\alpha 1} + R_1);$$

$$T_{w3} = T_{f1} - k (T_{f1} - T_{f2}) (R_{\alpha 1} + R_1 + R_2).$$

Когда число плоских слоев равно n, то для любого плоского слоя по аналогии имеем:

$$T_{wi} = T_{f1} - k(T_{f1} - T_{f2})\sum_{1}^{i}(R_{\alpha 1} + R_i)\,. \qquad (8.5)$$

Теплопередача от горячей жидкости к холодной через многослойную цилиндрическую стенку имеет вид:

$$Q = \alpha_1 \pi d_1 L(T_{f1} - T_{w1}) = \frac{\pi L(T_{f1} - T_{w1})}{R_{\alpha 1}};$$

$$Q = \frac{\pi L(T_{w1} - T_{w2})}{\frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}} = \frac{\pi L(T_{w1} - T_{w2})}{R_1};$$

$$Q = \frac{\pi L(T_{w2} - T_{w3})}{\frac{1}{2\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}} = \frac{\pi L\,(T_{w2} - T_{w3})}{R_2};$$

$$Q = \alpha_2 \pi d_3 L(T_{w3} - T_{f2}) = \frac{\pi L(T_{w3} - T_{f2})}{R_{\alpha 2}}.$$

Из решения системы уравнений получим общий тепловой поток:

$$Q = \frac{\pi L(T_{f1} - T_{f2})}{R_{\alpha 1} + R_1 + R_2 + R_{\alpha 2}},\ \text{Вт}. \qquad (8.6)$$

Если цилиндрических слоев будет *n*, то

$$Q = \frac{\pi L(T_{f1} - T_{f2})}{R_{\alpha 1} + \sum_{i=1}^{n} R_{i1} + R_{\alpha 2}} = k_L \pi L(T_{f1} - T_{f2}) = \frac{\pi L(T_{f1} - T_{f2})}{\frac{1}{k_L}}, \qquad (8.7)$$

где k_L – *коэффициент теплопередачи*, характеризующий интенсивность процесса теплопередачи через цилиндрические системы:

$$k_L = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{1}^{n}\frac{1}{2\lambda_i}\ln\frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}},\ \text{Вт/(м} \cdot \text{К)}. \qquad (8.8)$$

Коэффициент теплопередачи для цилиндрической системы численно равен количеству теплоты (Дж) в π раз меньше той, которая передается единицей длины цилиндра (м) в единицу времени (с) при разности температур нагретой и холодной жидкости в один градус.

Обратное значение коэффициента теплопередачи называется *термическим сопротивлением теплопередачи многослойной цилиндрической системы* и характеризует температурный напор, приходящийся на единицу удельного расхода теплоты, отнесенного к числу π:

$$R_L = \frac{1}{k_L} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{1}^{n}\frac{1}{2\lambda_i}\ln\frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}},\ \text{(м} \cdot \text{К)/Вт}. \qquad (8.9)$$

Причем $R_\alpha = \dfrac{1}{\alpha d}$ – термическое сопротивление теплоотдачи цилиндрической стенки.

$R_i = \sum_1^n \dfrac{1}{2\lambda_i} \ln \dfrac{d_{i+1}}{d_i}$ – термическое сопротивление теплопроводности многослойной цилиндрической стенки.

Плотность теплового потока для цилиндрической стенки определяется отношением $q_L = Q/L$, Вт/м.

Когда число слоев цилиндрической стенки равно n, то для любого слоя по аналогии имеем:

$$T_{wi} = T_{f1} - k(T_{f1} - T_{f2}) \sum_1^i (R_{\alpha 1} + R_i) . \qquad (8.10)$$

8.2. ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

Для интенсификации или увеличения количества передаваемой через стенки теплоты Q от горячей жидкости к холодной, согласно (8.2) и (8.7), необходимо увеличивать коэффициент теплопередачи k, так как поверхность F и разность температур ΔT, зависят только от конструкции системы и физических условий. Термическое сопротивление теплопроводности стенки $R = \delta/\lambda$ стремится к нулю ($R \to 0$), так как у труб теплообменников толщина δ мала, а коэффициент теплопроводности λ материалов (металлов) велик.

Согласно (8.3), коэффициент теплопередачи k будет зависеть только от коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2, а именно:

$$k = (\alpha_1 \alpha_2)/(\alpha_1 + \alpha_2).$$

Аналитическое исследование предельного значения коэффициента теплопередачи показывает, что коэффициент теплопередачи k всегда меньше любого из коэффициентов теплоотдачи: $k < \alpha_1$ и $k < \alpha_2$. Причем коэффициент теплопередачи k всегда меньше меньшего коэффициента теплоотдачи.

Аналитическое исследование значения коэффициента теплопередачи показывает, что быстрый рост коэффициента теплопередачи k наблюдается при увеличении меньшего из коэффициентов теплоотдачи. При увеличении большего из коэффициентов теплоотдачи рост коэффициента теплопередачи k вначале замедляется, а затем и вовсе прекращается. На основании этих выводов формулируются правила интенсификации теплопередачи.

Правила интенсификации теплопередачи

1. Если $\alpha_1 << \alpha_2$ или $\alpha_1 >> \alpha_2$, то интенсифицировать теплопередачу необходимо путем увеличения меньшего из коэффициентов теплоотдачи.

2. Если $\alpha_1 \approx \alpha_2$, то интенсифицировать теплопередачу необходимо путем увеличения обоих коэффициентов теплоотдачи.

3. Интенсификацию теплопередачи путем увеличения большего из коэффициентов теплоотдачи нельзя классифицировать как грамотное инженерное решение – оно всегда экономически невыгодно.

4. Если по физической природе или конструктивным особенностям нельзя увеличить меньший из коэффициентов теплоотдачи, то поверхность со стороны этого меньшего коэффициента теплоотдачи оребряют, т.е. компенсируют увеличение теплоотдачи более развитой поверхностью нагрева. На поверхность трубы можно плотно насадить (или приварить к ней) круглые или прямоугольные пластины (ребра), а также цилиндрические или конические шипы. Так, если коэффициент оребрения (отношение площади поверхности с ребрами к гладкой) $\varphi = 25$, коэффициент теплоотдачи со стороны жидкости $\alpha_1 = 1000$ Вт/(м^2 · К), а со стороны окружающей среды $\alpha_2 = 10$ Вт/(м^2 · К), то оребрение со стороны меньшего α_2 увеличивает k в 20,2 раза.

5. Увеличение коэффициентов теплоотдачи однофазных жидкостей (масло, вода) может осуществляться за счет снижения пограничного ламинарного слоя и перехода к турбулентному движению, что может достигаться путем увеличения скорости движения жидкости или принятия конструктивных решений (например, применить волнистые поверхности, шипы). Однако это приводит к дополнительным гидравлическим сопротивлениям.

8.3. ТЕПЛОВАЯ ИЗОЛЯЦИЯ И КРИТИЧЕСКАЯ ТОЛЩИНА СЛОЯ ИЗОЛЯЦИИ

Для снижения теплопередачи через конструкции, согласно (8.2) и (8.7), необходимо увеличить термическое сопротивление системы, что достигается путем нанесения на стенку слоя тепловой изоляции. Теплоизоляционными называют материалы, коэффициент теплопроводности которых при температуре +50…100 °С меньше 0,23 Вт/(м · К). К ним относят: шлаковую вату, совелит, вермекулит, асбест и др. При выборе изоляции необходимо учитывать механические свойства, способность поглощать влагу, выдерживать высокую температуру.

На рис. 8.2 показана схема двухслойной (с изоляцией) и однослойной (без изоляции) цилиндрической стенки. Длина L цилиндрической стенки с теплоизоляцией II, а без нее – I.

Горячая жидкость (внутри трубы) имеет температуру T_{f1} и коэффициент теплоотдачи α_1, а холодная жидкость (окружающая среда) – температуру T_{f2} и коэффициент теплоотдачи α_2. Коэффициенты теплопроводности материала стенки и изоляции соответственно равны – $\lambda_м$ и $\lambda_{из}$. Диаметры двухслойной цилиндрической стенки – d_1, d_2 и d_3, а толщина слоя теплоизоляции – $\delta_{из}$. Соответственно имеем соотношения: $d_3 = d_2 + 2\delta_{из}$ или $d_3 - d_2 = 2\delta_{из}$.

$\lambda_м$

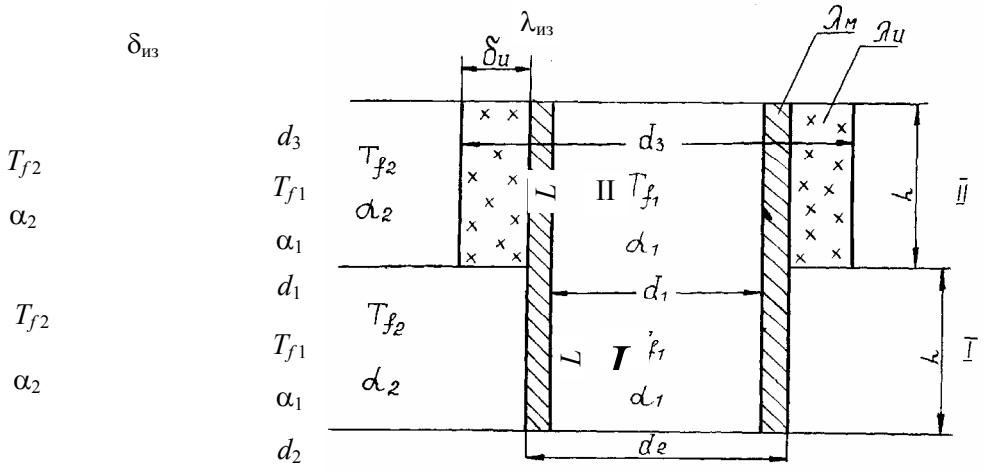


Рис. 8.2. Схема двухслойной цилиндрической стенки с изоляцией и однослойной стенки без изоляции

Теплопередача и термические сопротивления цилиндрических систем в зоне II и I определяются по известным формулам:

$$Q_{\text{II}} = \frac{\pi L (T_{f1} - T_{f2})}{R_{\text{II}}}; \tag{8.11}$$

$$Q_{\text{I}} = \frac{\pi L (T_{f1} - T_{f2})}{R_{\text{I}}}; \tag{8.12}$$

$$R_{\text{II}} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_{\text{м}}} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{\text{из}}} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}; \tag{8.13}$$

$$R_{\text{I}} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_{\text{м}}} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}. \tag{8.14}$$

Вычитая (8.14) из (8.15), получим

$$\left(R_{\text{II}} - R_{\text{I}}\right) = \frac{1}{2\lambda_{\text{из}}} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3} - \frac{1}{\alpha_2 d_2}.$$

В полученной формуле приведем к общему знаменателю последние два слагаемых и с учетом этого получим разность термических сопротивлений

$$\begin{aligned} \Delta R = \left(R_{\text{II}} - R_{\text{I}}\right) &= \frac{1}{2\lambda_{\text{из}}} \ln \frac{d_3}{d_2} + \left(\frac{d_2 - d_3}{\alpha_2 d_2 d_3} \right) = \\ &= \frac{1}{2\lambda_{\text{из}}} \ln \frac{d_3}{d_2} - \frac{2\delta_{\text{из}}}{\alpha_2 d_2 d_3} = \text{А} - \text{Б}. \end{aligned} \tag{8.15}$$

Из соотношения (8.15) следует, что разность термических сопротивлений изолированной и голой трубы может быть со знаком (+) или (–). Это означает, что изолированная труба при определенных физических условиях может терять теплоты меньше или больше, чем в этих условиях теряет голая труба. При больших значениях произведения $\alpha_2 d_3 d_2$ наложение изоляции способствует уменьшению потерь

теплоты. И наоборот, при малых значениях произведения $\alpha_2 d_3 d_2$ наложение изоляции приводит к увеличению потерь теплоты по сравнению с неизолированной трубой.

В действительности диаметр d_3 всегда больше d_2, комплекс А и Б изменяется от нуля до бесконечности, а значения толщины изоляции $\delta_{из}$, диаметров d_3 и d_2 оказывают влияние на изменение и комплекса А, и комплекса Б. На рис. 8.3 приближенно показан характер изменения комплексов А и Б в зависимости от толщины слоя изоляции $\delta_{из}$.

Как видно из рис. 8.3, в области *M* (от нуля до *N*) наблюдается превосходство комплекса Б над комплексом А. В области *N* разность А и Б проходит через нулевое значение, после чего наблюдается превосходство (до бесконечности) комплекса А над комплексом Б. Найти значение толщины изоляционного слоя, соответствующего области *N*, можно, приравняв выражение (8.15) к нулю.

Очевидно, что для снижения тепловых потерь нужно, чтобы термическое сопротивление R_{II} изолированного трубопровода было выше, чем неизолированного R_I, т.е. должно выполняться неравенства $\Delta R > 0$ или А > Б. Подставляя (8.15) в неравенство ($\Delta R > 0$) и решая его относительно значения $\lambda_{из}$, d_2 и α_2 получим:

$$\lambda_{из} < \alpha_2 d_2 / 2. \qquad (8.16)$$

Если коэффициент теплопроводности применяемой изоляции $\lambda_{из}$ удовлетворяет неравенству (8.16), то материал выбран правильно и изоляция рентабельная. Если условие (8.16) не выполнено, и выбран материал теплоизоляции с $\lambda_{из} > \alpha_2 d_2 / 2$, то при его нанесении на трубопровод тепловые потери будут не снижаться, а наоборот, увеличиваться.

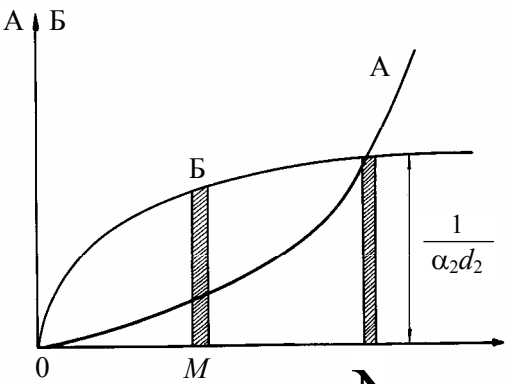


Рис. 8.3. Характер изменения комплексов А и Б цилиндрических слоев в зависимости от толщины слоя изоляции $\delta_{из}$

При неправильном выборе материала изоляции, с $\lambda^*_{из}$, наибольшие тепловые потери имеют место при значении диаметра изоляции

$$d_{3кр} = d^*_{из} = d_{кр} = 2\lambda^*_{из}/\alpha_2. \qquad (8.17)$$

Соотношение (8.17) называют «критическим диаметром» тепловой изоляции, а получить его можно путем дифференцирования выражения (8.15) по $d_{из}$ и приравнивая производную к нулю.

«Критический диаметр» тепловой изоляции $d^*_{из}$ должен быть как можно меньше и поэтому в качестве теплоизолятора должен использоваться материал, имеющий минимальное значение коэффициента теплопроводности $\lambda_{из}$. Однако теплоизоляция с малым значением коэффициента теплопроводности обычно имеет высокую стоимость. Поэтому для снижения теплопередачи через конструкции часто используют менее эффективную и дешевую изоляцию, а ее качество компенсируют увеличением толщины слоя $\delta_{из}$. Это неэкономично, так как при определенной толщине слоя недорогой и малоэффективной теплоизоляции потери теплоты достигнут максимума и лишь при еще более толстом слое изоляции

начнут постепенно снижаться. Изолирование объекта (трубопровода) таким материалом следует считать нерентабельным, а изоляцию с более толстым слоем – абсурдным.

Кроме того, из выражения (8.17) видно, что «критический диаметр» тепловой изоляции $d^*_{из}$ существует как бы вне влияния оголенной (изолируемой) трубы и его диаметра d_2, так как определяется только коэффициентами теплопроводности изоляции $\lambda_{из}$ и теплоотдачи α_2. Это положение не всегда и не сразу воспринимается и поэтому вместо понятия «критический диаметр» для тех же целей можно использовать понятие «критическая толщина слоя» – $d_{кр}$, которая должна быть связана с диаметром d_2 неизолированной трубы и коэффициентом теплоотдачи α_2.

Очевидно, что если диаметр оголенной трубы d_2 будет меньше «критической толщины слоя» $d_{кр}$ данной изоляции, то такая изоляция нерентабельна. Если же диаметр оголенной трубы d_2 равен или больше критической толщины слоя $d_{кр}$ данной изоляции, то такая изоляция рентабельна. Причем, чем больше диаметр трубы d_2, тем больше теплоизоляционных материалов, которые будут рентабельны для нее.

Наоборот, для труб малого диаметра труднее найти рентабельную изоляцию. Трубы очень малых диаметров, отдающие теплоту к спокойному воздуху (при естественной конвекции), лучше совсем не изолировать. Одна и та же теплоизоляция может быть рентабельной для труб диаметром d_2, и оказаться совершенно нерентабельной для труб меньшего диаметра d^*_2. Поэтому для расчетов всегда необходимо сравнивать d_2 и $d_{кр}$.

Рассмотрим пример нанесения возможно предлагаемой изоляции с коэффициентом теплопроводности $\lambda_{из}$ = 0,2 Вт/(м · К) на неизолированный трубопровод с внешним диаметром d_2 = 0,025 м при коэффициенте теплоотдачи системы в окружающую среду α_2 = 8 Вт/(м^2 · К).

Используя выражение (8.16), имеем:

$$\alpha_2 d_2)/2 = 0{,}025 \cdot 8/2 = 0{,}1 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}.$$

Так как коэффициент теплопроводности предлагаемой теплоизоляции $\lambda_{из}$ = 0,2 Вт/(м · К) больше, чем $\alpha_2 d_2)/2$ = 0,1 Вт/(м · К), то условие (8.16) не выполнено и использовать такую изоляцию нецелесообразно. В этом случае необходимо использовать другие теплоизоляционные материалы (с рентабельной изоляцией), для которых $\lambda_{из} < 0{,}1$ Вт/(м · К).

«Критическая толщина слоя» тепловой изоляции, согласно (8.17):

$$d_{кр} = 2\lambda_{из}/\alpha_2 = 2 \cdot 0{,}2/8 = 0{,}05 \text{ м}.$$

Таким образом, весь сортамент неизолированных труб с диаметром до 0,05 м и нанесение на них предлагаемой изоляции с коэффициентом теплопроводности $\lambda_{из}$ = 0,2 Вт/(м · К) будет нерентабельно. Причем, наибольшие тепловые потери таких (с диаметром до 0,05 м) изолированных труб имеют место при значении наружного диаметра изоляции $d_{3кр}$ = 0,05 м.

Например, изолированная труба с диаметром оголенной трубы d_2 = 0,025 м будет иметь наибольшие тепловые потери при толщине изоляции $\delta_{из} = (d_{кр} - d_2)/2 = (0{,}05 - 0{,}025)/2 = 0{,}0125$ м, а с внешним диаметром оголенной трубы d_2 = 0,02 м: $\delta_{из} = (0{,}05 - 0{,}02)/2 = 0{,}015$ м.

Очевидно, что если диаметр d_2 используемых неизолированных труб будет равен или больше критической толщины слоя $d_{кр}$ = 0,05 м, то предлагаемая изоляция с $\lambda_{из}$ = 0,2 Вт/(м · К) будет всегда рентабельна при любой толщине слоя изоляции.

Толщина рентабельной тепловой изоляции $\delta_{из}$ определяется по формулам стационарной теплопередачи для цилиндрической системы, исходя из требуемой или допустимой температуры на наружном, поверхностном слое изоляции. В тепловых и теплогенерирующих установках эта температура определена из условий техники безопасности и равна 50…60 °С.

8.4. ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

Теплообменным аппаратом называется устройство, в котором передача теплоты осуществляется от одного – горячего носителя к другому – холодному.

По принципу действия теплообменные аппараты бывают: рекуперативные, регенеративные и смешивающего типа.

Рекуперативными называют теплообменные аппараты, в которых теплоносители протекают одновременно, а теплота передается через разделяющую их стенку.

Регенеративными называют теплообменные аппараты, в которых одна и та же поверхность омывается вначале горячей, а затем холодной жидкостью, т.е. происходит попеременное нагревание или охлаждение поверхности.

В *смесительных* теплообменных аппаратах передача теплоты осуществляется путем непосредственного соприкосновения теплоносителей.

Теплообменные аппараты классифицируются и по относительному характеру движения теплоносителей:

- прямоточные – горячий и холодный теплоносители движутся в одинаковом направлении;
- противоточные – горячий и холодный теплоносители движутся в противоположном направлении;
- перекрестные – теплоносители движутся перекрестным ходом.

При конструктивном расчете обычно стремятся определить необходимую поверхность теплообмена, а при поверочном расчете – температуру горячей и холодной жидкостей на выходе из теплообменного аппарата. В основе обоих расчетов лежат уравнения:

- теплопередачи:

$$Q = kF(T_{1\text{ср}} - T_{2\text{ср}}) = kF\Delta T_{\text{ср}}, \text{ Вт}; \qquad (8.18)$$

- теплового баланса:

$$Q_1 = Q_2 + \Delta Q,$$

где k – коэффициент теплопередачи, Вт/(м^2 · К); F – площадь поверхности теплообмена, м^2; $T_{1\text{ср}}$ – средняя температура горячего теплоносителя в теплообменном аппарате, К; $T_{2\text{ср}}$ – средняя температура холодного теплоносителя; $\Delta T_{\text{ср}}$ – среднелогарифмический температурный напор в теплообменном аппарате, К; Q_1 – количество теплоты, отданное горячим теплоносителем, Вт; Q_2 – количество теплоты, воспринятое холодным теплоносителем, Вт; ΔQ – потери теплоты теплообменником в окружающую среду, Вт.

Соответственно:

$$Q_1 = W_1(T_1' - T_1'') = G_1c_1(T_1' - T_1''); \qquad (8.19)$$

$$Q_2 = W_2(T_2' - T_2'') = G_2c_2(T_2' - T_2''),$$

где W_1 и W_2 – водяные эквиваленты горячего и холодного теплоносителей; T_1' и T_1'' – температуры горячего теплоносителя на входе и на выходе из теплообменного аппарата; T_2' и T_2'' – температуры

холодного теплоносителя на входе и на выходе из теплообменника; G_1 и G_2 – массовые секундные расходы горячего и холодного теплоносителей, кг/с; c_1 и c_2 – удельные массовые теплоемкости теплоносителей при постоянном давлении, Дж/(кг · К).

В теплообменниках одна жидкость отдает теплоту, другая непрерывно ее получает, и температура сред T_1' и T_1'', T_2' и T_2'', а следовательно, и температурный напор ΔT меняются по ходу движения жидкостей-теплоносителей. Характер такого изменения поверхности определяется расходом теплоносителей, их теплоемкостями и взаимным направлением движения. Массовый секундный расход теплоносителя $G = \rho\omega f$, где ρ – плотность теплоносителя, кг/м^3; ω – скорость теплоносителя, м/с; f – сечение канала, м^2.

Схема изменения температуры горячего и холодного теплоносителей в прямоточном и противоточном теплообменном аппарате показана на рис. 8.4. Очевидно, что наибольшая разность температур $\Delta T'$ при прямотоке будет на входе в теплообменник, а наименьшая $\Delta T''$ – на выходе из него. В противоточной схеме место наибольшей и наименьшей разностей заранее определить нельзя, оно зависит от многих причин.

Средний температурный напор в прямоточных и противоточных аппаратах определяется исходя из математических представлений о среднем значении температуры ΔT_* на участке dF_*:

$$\Delta T_* = \frac{1}{F_*}\int_0^{F_*} \Delta T_* dF_* .$$

Если температуры теплоносителей вдоль поверхности нагрева меняются незначительно (если $\Delta T'/\Delta T'' > 0{,}5$ или $\Delta T'/\Delta T'' \le 1{,}7$), то температурный напор ΔT можно считать как средний арифметический:

$$\Delta T = 0{,}5\,(\Delta T' + \Delta T'').$$

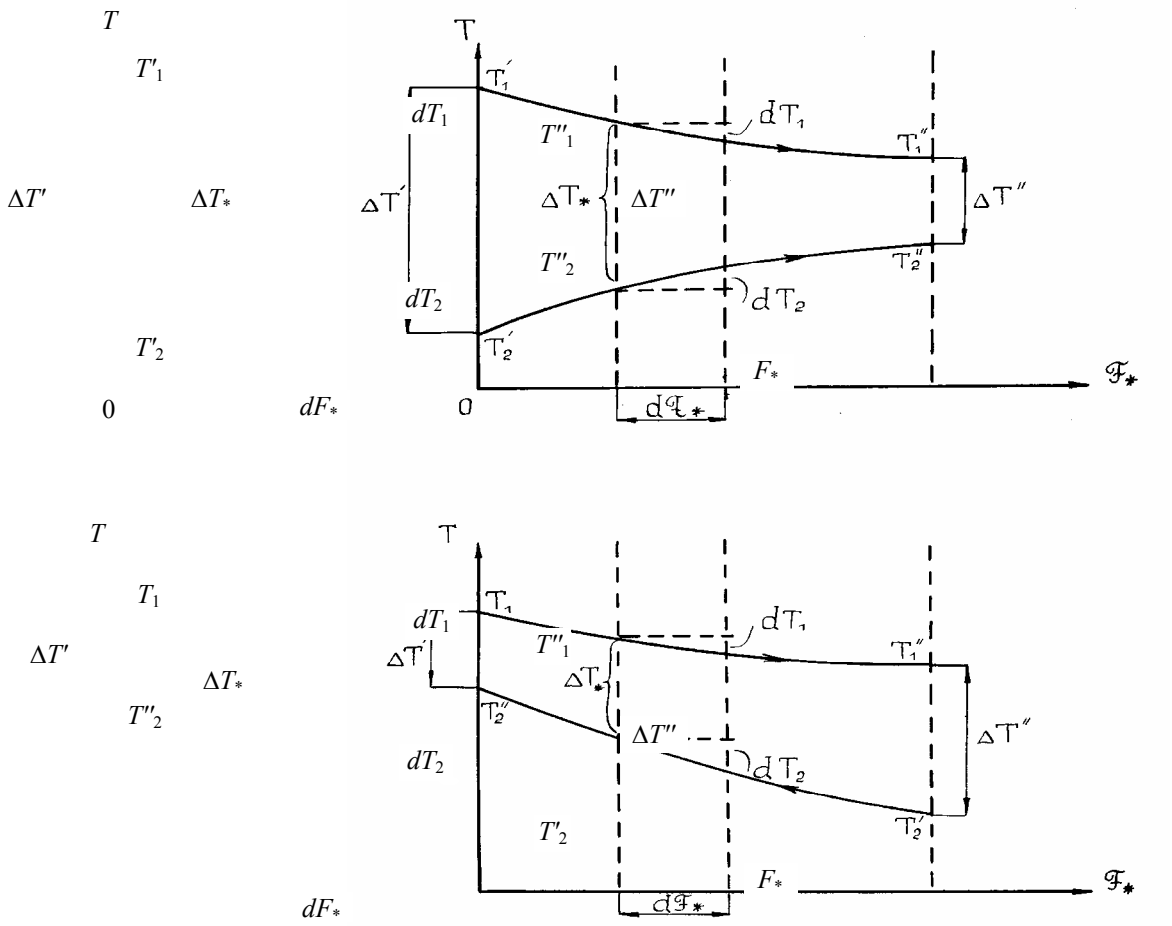


Рис. 8.4. Схема изменения температуры горячего и холодного теплоносителей в прямоточном и противоточном теплообменном аппарате

Во всех остальных случаях температурный напор считают как средний логарифмический. Значение среднеарифметического температурного напора всегда больше среднелогарифмического.

Среднелогарифмический температурный напор в прямоточных $\Delta T_{\rightarrow}^{\rightarrow}$ и противоточных $\Delta T_{\rightarrow}^{\leftarrow}$ аппаратах определяется из соотношений:

$$\Delta T_{\rightarrow}^{\rightarrow} = \frac{(T_1' - T_2') - (T_1'' - T_2'')}{\ln \dfrac{(T_1' - T_2')}{(T_1'' - T_2'')}};$$

$$\Delta T_{\rightarrow}^{\leftarrow} = \frac{(T_1' - T_2'') - (T_1'' - T_2')}{\ln \dfrac{(T_1' - T_2'')}{(T_1'' - T')}}. \qquad (8.20)$$

Полученные формулы можно свести в одну, если через $\Delta T_б$ обозначить больший, а через $\Delta T_м$ меньший температурные напоры между рабочими жидкостями. Окончательная формула среднелогарифмического температурного напора в прямоточных и противоточных аппаратах примет вид:

$$\Delta T_{\text{ср}} = \frac{\Delta T_{\text{б}} - \Delta T_{\text{м}}}{\ln \dfrac{\Delta T_{\text{б}}}{\Delta T_{\text{м}}}}. \qquad (8.21)$$

Из схемы (рис. 8.4) видно, что температурный напор ΔT вдоль поверхности F при прямотоке изменяется сильнее, чем при противотоке. Вместе с тем среднее значение температурного напора при противотоке больше, чем при прямотоке. За счет этого фактора при противотоке теплообменник получается компактнее. Поэтому в противоточных аппаратах, при прочих одинаковых условиях, либо меньше площадь теплообмена, либо передается большее количество теплоты. Кроме того, только при противотоке можно получить температуру нагреваемой жидкости выше, чем конечная температура горячего теплоносителя.

В то же время при весьма высоких температурах горячего теплоносителя прямоточная схема оказывается предпочтительнее, ибо материал аппарата работает в более благоприятных термических условиях и менее подвержен разрушению.

8.5. ПАРОВЫЕ И ВОДО-ВОДЯНЫЕ ТЕПЛООБМЕННИКИ

Паровые водоподогреватели подбираются по поверхности нагрева F, м^2, из уравнения теплопередачи

$$F = 10^3\, Q/(k\, \Delta T\, \eta),$$

где Q – тепловая нагрузка, кВт; k – коэффициент теплопередачи, Вт/(м^2 · К), при учебных расчетах можно принимать равным 2500… 3000; ΔT – температурный напор, °С; η – коэффициент, учитывающий потери теплоты от наружного охлаждения, принимается равным 0,98.

Тепловая нагрузка Q определяется по расходу пара D на нагрев воды или расходу нагреваемой жидкости $G_{\text{в}}$.

$$Q = D(i_{\text{п}} - i_{\text{к}}) = G_{\text{в}}\, c_{\text{в}}\, (T_{\text{к}} - T_{\text{н}}),$$

где D – расход пара, кг/с; $i_{\text{п}}$, $i_{\text{к}}$ – энтальпия пара и конденсата, кДж/кг; $c_{\text{в}} = 4{,}19$ – теплоемкость воды, кДж/(кг · К); $T_{\text{н}}$, $T_{\text{к}}$ – температура нагреваемой воды до и после теплообменника, °С.

Водо-водяные теплообменники подбирают по поверхности нагрева F, м^2, из уравнения теплопередачи

$$F = 10^3\, Q/(k\, \Delta T\, \eta_1),$$

где Q – тепловая нагрузка, кВт; k – коэффициент теплопередачи, Вт/(м^2 · К), при учебных расчетах принимается равным 1500…2000; ΔT – температурный напор, °С; η_1 – коэффициент, учитывающий накипь и загрязнение трубок, а также потери теплоты от наружного охлаждения, принимается 0,7…0,8.

Тепловая нагрузка Q определяется по максимальному значению расхода греющей или нагреваемой жидкости $G_{\text{в}}$, кг/с и разности температуры этой жидкости $\Delta T_{\text{в}}$, °С, на входе и выходе из теплообменника:

$$Q = G_{\text{в}}\, c_{\text{в}}\, \Delta T_{\text{в}},$$

где $c_{\text{в}} = 4{,}19$ кДж/(кг · К) – теплоемкость воды.

Среднелогарифмический температурный напор в паровых и водо-водяных подогревателях определяется по формуле (8.21).

При выборе теплообменников необходимо проверять допустимую скорость воды ω, м/с или уточнять требуемое живое сечение f, м^2, для пропуска заданного расхода воды G, кг/с. Во всех случаях используют уравнение неразрывности потока, согласно которому массовый секундный расход $G = \rho\,\omega\,f$, где ρ – плотность теплоносителя, кг/м^3; ω – скорость теплоносителя, м/с; f – сечение канала, м^2.

9. ВЛАГОПРОВОДНОСТЬ КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТЫХ ТЕЛ

9.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ВЛАГОПРОВОДНОСТИ МАТЕРИАЛОВ

Под *влажностью* понимается весовое количество влаги, отнесенное к весовому количеству сухого материала, взятому в объеме точно таких же размеров. Таким образом, влажность является безразмерной величиной, выраженной в долях сухого материала. О влажности в данной точке тела можно говорить при очень малом его объеме. При этом полем влажности называется совокупность значений влажности в различных точках пространства в различные моменты времени.

Изовлажностной поверхностью называется геометрическое место точек одинаковой влажности. Первая производная влажности по направлению ее наибольшего возрастания называется *градиентом влажности*. Градиент влажности, взятый с обратным знаком, называется *падением влажности*.

Основной закон влагопроводности формулируется следующим образом: *количество передаваемой влаги пропорционально падению влажности*, *времени*, *площади поперечного сечения*, *перпендикулярного направлению распространения влаги*:

$$dG = -\gamma \frac{\partial U}{\partial x} dF\, d\tau \qquad \text{или} \qquad dG = i dF\, d\tau ,$$

где $i = -\gamma \dfrac{\partial U}{\partial x}$ – плотность потока влаги; γ – коэффициент влагопроводности вещества – количество влаги, передаваемое в единицу времени, через единицу поверхности при перепаде влажности в одну единицу на единицу длины.

Когда $\dfrac{\partial U}{\partial x} = 1$, плотность $i = \gamma$, т.е. коэффициент влагопроводности это плотность потока влаги при единичном градиенте влажности.

Во многих расчетах фигурирует весовая влагоемкость материала – количество влаги, необходимое для повышения влажности одного килограмма материала в сухом состоянии на единицу влажности e.

При этом под плотностью сухого материала ρ_0 понимают массу одного кубометра сухого материала. Произведение $e\rho$ носит название *объемной влагоемкости материала*. Величины γ, e находятся из опытов при стационарном γ и нестационарном e режимах (для некоторых веществ – табулированы).

9.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ВЛАГОПРОВОДНОСТИ ПЛОСКИХ ТЕЛ

Если в неограниченной пластине ось координат x направить слева по толщине пластины, то элементарный объем, соответствующий бесконечно малому отрезку dx, будет равен $dV = Fdx$, где F – величина расчетной поверхности. Пусть в объеме пластины имеет место одномерное поле влажности, благодаря чему будет наблюдаться перемещение влаги по сечению тела, сопровождаемое ее прибылью или убылью в каждой конкретной точке (нестационарный режим) или постоянством (стационарный режим). Согласно законам физики, перемещение влаги в пространстве происходит от мест с большим числом единиц влажности к местам более низкого ее уровня. Пусть влага через выделенный плоский объем проходит слева направо, т.е. в направлении оси координат x. Тогда для выделенного элемента может быть со-

ставлен следующий баланс влаги: $dI_{1x} = dI_{2x} + dI_{e\rho 0}$, где $dI_{1x} = i_{1x} F\, d\tau$ – количество влаги, вошедшее внутрь объема dV через поверхность F слева за время $d\tau$; $dI_{2x} = i_{2x} F\, d\tau$ – количество влаги, вышедшее изнутри объема dV через поверхность F справа за то же время $d\tau$; $dI_{e\rho 0} = e\rho_0\, dV dU_\tau$ – количество влаги, появившееся в объеме dV или исчезнувшее из него за тот же самый отрезок времени $d\tau$ (прибыль и убыль внутри объема зависят от соотношения между входящим и одновременно выходящим количеством влаги); dU_τ – изменение влажности в объеме за время $d\tau$.

Баланс влаги можно записать

$$dI_{e\rho 0} = dI_{1x} - dI_{2x} \quad \text{или} \quad e\rho_0\, dV dU_\tau = \left(i_{1x} - i_{2x}\right) F d\tau . \qquad (9.1)$$

Плотность влаги на поверхности F слева i_{1x} изменяется до плотности влаги на поверхности F справа i_{2x} на бесконечно малом отрезке dx. Поэтому разность в круглых скобках есть тоже бесконечно малая величина. Так как индекс 2 означает последующее значение плотности, а индекс 1 – предыдущее, то согласно правилам записи дифференциала:

$$\left(i_{1x} - i_{2x}\right) = -di_x = -\frac{\partial i}{\partial x} dx .$$

Частный дифференциал

$$dU_\tau = \frac{\partial U}{\partial \tau} d\tau .$$

После подстановки в (9.1) получаем

$$e\rho_0 F dx \frac{\partial U}{\partial \tau} d\tau = -\frac{\partial i}{\partial x} dx F d\tau .$$

Откуда

$$e\rho_0 \frac{\partial U}{\partial \tau} = -\frac{\partial\left(-\gamma \dfrac{\partial U}{\partial x}\right)}{\partial x} \quad \text{или} \quad \frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{\gamma}{e\rho_0} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} .$$

Отношение $\dfrac{\gamma}{e\rho_0} = \chi$ есть *потенциалопроводность вещества*, которая характеризует скорость распространения влажности и при нестационарном режиме находится из опытов.

Окончательно имеем

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \chi \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} . \qquad (9.2)$$

Выражение (9.2) называется *дифференциальным уравнением влагопроводности для одномерного поля влажности в неограниченной пластине*.

Если процесс стационарный (в точках объема нет накопления или растраты влаги во времени), то распределение влажности остается все время постоянным. Тогда

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = 0, \quad \frac{d^2 U}{dx^2} = 0. \qquad (9.3)$$

Дифференциальные уравнения (9.2) и (9.3) в декартовой системе координат удобно использовать для тел плоской формы. Для тел, имеющих цилиндрическую форму, более удобно использовать эти же уравнения, записанные в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \chi\left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\right), \quad \frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dU}{dr} = 0, \tag{9.4}$$

где r – текущий радиус цилиндра бесконечной протяженности.

9.3. ВЛАГОПРОВОДНОСТЬ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАСТИНЕ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ И НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМАХ

Одномерные уравнения Фурье (9.2) и Лапласа вида (9.3), (9.4) ранее уже были решены для явлений теплопроводности одномерных температурных полей. Для получения решений явления влагопроводности в них надо произвести замену величин соответствующим образом:

1) вместо температуры T необходимо подставить влажность U;

2) вместо коэффициента теплопроводности λ следует подставить коэффициент влагопроводности γ;

3) аналогом количества теплоты Q является количество влаги G;

4) аналогом плотности теплового потока q является плотность потока влаги i;

5) вместо коэффициента температуропроводности a должен фигурировать коэффициент потенциалопроводности χ;

6) необходимо помнить, что аналогом плотности материала ρ в явлениях теплопроводности является плотность сухой части материала ρ_0 в явлениях влагопроводности;

7) аналогом коэффициента теплоотдачи α является коэффициент массоотдачи β;

8) аналогом теплоемкости материала c в явлениях теплопроводности является величина влагоемкости сухой части материала в явлениях влагопроводности e;

9) вместо теплового критерия Био, равного $\mathrm{Bi}_{\text{т}} = \frac{\alpha R}{\lambda}$, фигурирует влажностный критерий Био, равный $\mathrm{Bi}_{\text{вл}} = \frac{\beta R}{\gamma}$;

10) вместо теплового критерия Фурье, равного $\mathrm{Fo}_{\text{т}} = \frac{a\tau}{R^2}$, фигурирует влажностный критерий Фурье, равный $\mathrm{Fo}_{\text{вл}} = \frac{\chi\tau}{R^2}$.

С учетом замечаний в вышеназванных пунктах 1 – 4 при стационарном режиме влагопроводности через плоский слой можно записать

$$U = U_1 - \frac{U_1 - U_2}{\delta} x \ \ (0 \le x \le \delta); \quad G = \frac{\gamma}{\delta} F\left(U_1 - U_2\right);$$

$$G = \frac{F\left(U_{1f} - U_{2f}\right)}{\frac{1}{\beta_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\gamma_i} + \frac{1}{\beta_2}}, \tag{9.5}$$

где x – текущая координата в пластине с началом координат на поверхности стенки (слева); δ_i – толщина стенки i-го слоя; F – расчетная поверхность влагопроводности; U – поле влажности; U_1 и U_2 – влажность на поверхности стенки слева и справа; U_{1f} – влажность среды более высокого уровня (слева); U_{2f} – то же среды более низкого уровня (справа); δ_i/γ_i – термическое сопротивление влагопроводности любого

i-го слоя; β_1 – коэффициент влагоотдачи от среды более высокого уровня влажности к поверхности пер-

вого слоя (слева); β_2 – то же от поверхности последнего слоя (справа) к среде более низкого уровня влажности; γ_i – коэффициент влагопроводности любого i-го слоя.

Влажность среды U_{1f} и U_{2f} – это количество влаги в объеме среды, отнесенное к количеству сухого материала стенки точно такого же объема.

С учетом замечаний в пунктах 5 – 9 для нестационарного режима симметричного наполнения влагой (с двух сторон) неограниченной пластины при условии $0 \le \tau \le \infty$; $0 \le x \le |\pm R|$ можно записать

$$\frac{U_c - U}{U_c - U_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n \cos\mu_n} \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) e^{-\mu_n^2 \frac{\chi\tau}{R^2}},$$

где U – симметричное (относительно начала координаты x) поле влажности; U_c – влажность окружающей среды; U_0 – начальная влажность неограниченной пластины (одинаковая по всему сечению); x – текущая координата, направленная по толщине пластины от ее середины до поверхности; τ – текущее время наполнения влагой объема неограниченной пластины; R – половина толщины пластины; χ – коэффициент потенциалопроводности; $\operatorname{ctg}\mu = \dfrac{1}{\mathrm{Bi}_{вл}}\mu$, $\mathrm{Bi}_{вл} = \dfrac{\beta R}{\gamma}$, β – коэффициент влагоотдачи от окружающей среды к поверхности неограниченной пластины слева и справа.

В последнее время стали получать все более широкое распространение неметаллические трубы для подачи жидкости, имеющие капиллярно-пористую структуру. Влагопроводность через цилиндрический слой при стационарном режиме рассчитывается по формулам:

$$U = U_1 - \frac{U_1 - U_2}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \ln\frac{r}{r_1}; \qquad G = \frac{\pi L (U_1 - U_2)}{\frac{1}{2\gamma}\ln\frac{d_2}{d_1}};$$

$$G = \frac{\pi L (U_{1f} - U_{2f})}{\frac{1}{\beta_1 d_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\gamma_i} \ln\frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\beta_2 d_{(n+1)}}}. \qquad (9.6)$$

Условия (9.5) и (9.6) называются формулами влагопередачи через многослойную стенку от среды с большим уровнем влажности к среде с меньшим уровнем влажности.

9.4. ПАРОПРОНИЦАЕМОСТЬ

В технической теплофизике чаще всего пользуются законом паропроницаемости, аналогичным закону теплопроводности: $dG_п = i_п\, dF\, d\tau$, где $i_п = -\mu_п \dfrac{\partial P_п}{\partial x}$ – плотность потока пара; $\mu_п$ – коэффициент паропроницаемости вещества; $P_п$ – парциальное давление пара; x – координата пространства.

Используя понятие плотности потока пара, можно точно таким же путем, как и в случае влагопроводности, получить дифференциальное уравнение паропроницаемости:

$$\frac{\partial P_п}{\partial \tau} = M \frac{\partial^2 P_п}{\partial x^2}, \qquad (9.7)$$

где $M = \frac{\mu_п}{e_п \rho_0}$ называется *потенциалопроводностью вещества*; $e_п$ – пароемкость сухого материала; ρ_0 – плотность материала в сухом состоянии.

При стационарном режиме первая производная парциального давления пара по времени равна нулю, благодаря чему дифференциальное уравнение паропроницаемости (9.7) упрощается:

$$\frac{d^2 P_п}{dx^2} = 0. \qquad (9.8)$$

В цилиндрической системе координат, соответственно, имеем

$$\frac{\partial P_п}{\partial \tau} = M\left(\frac{\partial^2 P_п}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial P_п}{\partial r}\right), \qquad \frac{d^2 P_п}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dP_п}{dr} = 0.$$

Решение дифференциального уравнения паропроницаемости (9.8) может быть представлено по аналогии с влагопроводностью. Расчетные формулы для плоской стенки, соответственно:

$$P_п = P_{п1} - \frac{P_{п1} - P_{п2}}{\delta} x \quad (0 \le x \le \delta), \qquad G_п = \frac{\mu_п}{\delta} F\left(P_{п1} - P_{п2}\right),$$

$$G_п = \frac{F\left(P_{п1f} - P_{п2f}\right)}{\frac{1}{\beta_{п1}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\mu_{пi}} + \frac{1}{\beta_{п2}}}, \qquad (9.9)$$

где $P_п$ – поле парциального давления пара; x – текущая координата с началом координат на поверхности стенки слева; $P_{п1}$ и $P_{п2}$ – парциальное давление пара на поверхности стенки слева и справа; δ_i – толщина стенки любого i-го слоя; F – расчетная поверхность паропроницаемости; $\mu_{пi}$ – коэффициент паропроницаемости стенки (любого i-го слоя), $P_{п1f}$ и $P_{п2f}$ – парциальное давление пара среды более высокого уровня (слева) и более низкого уровня (справа); $\frac{\delta_i}{\mu_{пi}}$ – термическое сопротивление паропроницаемости любого i-го слоя; $\beta_{п1}$ – коэффициент пароотдачи от среды более высокого уровня парциального давления пара к поверхности первого слоя (слева); $\beta_{п2}$ – то же от поверхности последнего слоя (справа) к среде более низкого уровня парциального давления пара.

9.5. ВОЗДУХОПРОНИЦАЕМОСТЬ

Основной закон воздухопроницаемости, или фильтрации, записывается по аналогии с основным законом теплопроводности:

$$W = -f\frac{\partial P}{\partial x}; \quad dD = WdFd\tau,$$

где W – плотность потока фильтрации воздуха; f – коэффициент фильтрации; P – полное давление воздуха.

Используя понятие плотности потока фильтрации воздуха, можно точно таким же путем, как и в случае влагопроводности, получить дифференциальное уравнение фильтрации воздуха

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = \Phi \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}, \tag{9.10}$$

где τ – текущее значение времени; $\Phi = \dfrac{f}{e_{\text{воз}}\rho}$ – паропроводность вещества, $e_{\text{воз}}$ – воздухоемкость материала; ρ – плотность вещества.

При стационарном режиме $\dfrac{\partial P}{\partial \tau} = 0$. Тогда из (9.10) следует $\dfrac{d^2 P}{dx^2} = 0$.

Для плоского слоя (по аналогии с паропроницаемостью)

$$P = P_1 - \frac{P_1 - P_2}{\delta} x; \qquad D = \frac{f}{\delta} F (P_1 - P_2);$$

$$D_{\text{п}} = \frac{F (P_{1f} - P_{2f})}{\dfrac{1}{\beta_{\text{воз1}}} + \sum_{i=1}^{n} \dfrac{\delta_i}{f_i} + \dfrac{1}{\beta_{\text{воз2}}}}, \tag{9.11}$$

где P – поле давления воздуха в плоской стенке; x – текущая координата с началом на поверхности стенки слева; P_1 – полное давление воздуха на поверхности стенки слева; P_2 – полное давление воздуха на поверхности стенки справа; δ_i – толщина стенки любого i-го слоя; F – расчетная поверхность фильтрации воздуха; f_i – коэффициент фильтрации любого i-го слоя; P_{1f} – полное давление воздушной среды более высокого уровня (слева); P_{2f} – полное давление воздушной среды более низкого уровня (справа); $\dfrac{\delta_i}{f_i}$ – термическое сопротивление фильтрации любого i-го слоя; $\beta_{\text{воз }1}$ – коэффициент воздухоотдачи от среды более высокого уровня давления воздуха к поверхности первого слоя (слева); $\beta_{\text{воз }2}$ – то же от поверхности последнего слоя (справа) к среде более низкого уровня давления воздуха.

9.6. ВЛАГОПРОВОДНОСТЬ И ФИЛЬТРАЦИЯ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ В СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

Распространение влаги путем влагопроводности обусловливается явлением диффузии молекул влаги, которая возникает всегда, когда имеет место разность в объеме капиллярно-пористого тела. Но перемещение влаги возможно и по другой причине – разности полных давлений в объеме тела. В случае одновременного действия этих двух эффектов плотность влажностного потока складывается как сумма плотности потока влагопроводности и плотности фильтрационного потока влаги. При этом в практических условиях может оказаться известной скорость фильтрации влаги. Тогда задача доводится до расчетного уравнения, так как общая плотность влажностного потока выражается соотношением

$$j = -\gamma \frac{dU}{dx} + \rho\omega, \tag{9.12}$$

где ω – скорость фильтрации; ρ – плотность фильтруемой влаги.

Если ось x направить по толщине стенки δ слева направо, то произведение dxF будет соответствовать элементарно малому объему стенки, высота которого перпендикулярна выбранной оси координат. Пусть на поверхности F слева действует плотность влажностного потока, направленная в сторону положительных значений оси координат, равная j_1. Тогда внутрь объема dxF будет входить в единицу времени количество влаги (Fj_1). В этот же момент изнутри объема будет выходить количество влаги через поверхность F справа, равное (Fj_2), где j_2 – плотность влажностного потока на поверхности F справа. При стационарном режиме в элементарном объеме dxF не может быть накопления или убыли влаги.

Поэтому $(Fj_1) - (Fj_2) = 0$, т.е. $(j_1 - j_2) = 0$. Так как j_1 изменяется до j_2 на очень малом отрезке пути dx, то разность в круглых скобках есть бесконечно малая величина. С учетом правила записи дифференциала $(j_1 - j_2) = -dj = 0$. Следовательно,

$$-d\left[-\gamma\frac{dU}{dx}+\rho\omega\right]=0 \quad \text{или} \quad -\frac{d}{dx}\left[-\gamma\frac{dU}{dx}+\rho\omega\right]=0.$$

После выполнения дифференцирования получаем

$$\gamma\frac{d^2U}{dx^2}-\omega\frac{d\rho}{dx}=0.$$

Согласно понятию влажности

$$U=\frac{G_{\text{вл}}}{G_{\text{сух}}}=\frac{\rho_{\text{вл}}V}{\rho_{\text{сух}}V}=\frac{\rho_{\text{вл}}}{\rho_{\text{сух}}}.$$

С учетом этого

$$\frac{d^2U}{dx^2}-\left(\frac{\omega\rho_{\text{сух}}}{\gamma}\right)\frac{dU}{dx}=0 \quad \text{или} \quad \frac{d^2U}{dx^2}-K\frac{dU}{dx}=0.$$

Если положить $K = -P$, то решение уравнения будет иметь вид

$$U=U_1-\frac{U_1-U_2}{e^{+K\delta}-1}\left(e^{+Kx}-1\right),$$

где U – поле влажности в плоской стенке; U_1 – влажность на поверхности стенки слева; U_2 – то же справа; $K=\frac{\omega\rho_{\text{сух}}}{\gamma}$.

Однако скорость ω не всегда бывает известной величиной. В этих случаях плотность потока влаги выражается как

$$j=-\gamma\frac{dU}{dx}-f\frac{dP}{dx}. \tag{9.13}$$

При этом полагается, что диффузионный процесс влагопроводности и фильтрационный процесс распространения влаги не влияют друг на друга. Используя (9.12), по аналогии с (9.13) можно установить дифференциальное уравнение для стационарного режима

$$\frac{d^2\left[U+\frac{f}{\gamma}P\right]}{dx^2}=0 \quad \text{или} \quad \left[U+\frac{f}{\gamma}P(x)\right]=\varphi(x).$$

Зная вид φ (x), получаем $U=\varphi(x)-\frac{f}{\gamma}P(x)$.

Таким образом, в этом случае поле влажности может быть рассчитано только тогда, когда либо задано, либо измерено поле полных давлений в пластине P (x).

9.7. СТАЦИОНАРНЫЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ РЕЖИМ ВЛАГОПРОВОДНОСТИ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ

Явление стационарного распространения влаги в неизотермическом режиме усложняется тем, что процессы теплопроводности и влагопроводности, протекающие одновременно, оказывают взаимное влияние друг на друга. Последнее учитывается термоградиентным коэффициентом влажного материала, представляющим собой отношение изменения влажности к изменению температуры. С учетом термоградиентного коэффициента влажного материала плотность потока влаги определяется следующим выражением:

$$j = -\gamma \frac{dU}{dx} - \gamma H \frac{dT}{dx}, \qquad (9.14)$$

где $H = \frac{\Delta U}{\Delta T}$ – термоградиентный коэффициент влажного материала.

Для целого ряда случаев он может быть принят постоянным. Тогда используя (9.14), можно вывести дифференциальное уравнение вида

$$\frac{d^2U}{dx^2} + H\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d^2}{dx^2}(U + HT) = 0,$$

решением последнего уравнения является функция от *x*:

$$(U + HT) = f(x),$$

а поле влажности находится через поле температуры:

$$U = f(x) - HT(x).$$

Таким образом, поле стационарного распределения температуры должно быть задано или определено экспериментально.

П р и м е ч а н и е. В периодической литературе иногда процессы теплопроводности, влагопроводности, паропроницаемости и фильтрации рассматривают как обобщенный способ тепломассообмена. Вместо "распространения тепла, влаги, пара, воздуха" фигурирует понятие "распространение субстанции". Вместо параметров "температура, влажность, давление" оперируют термином "потенциал". Аналогом коэффициента теплопроводности, влагопроводности, фильтрации является коэффициент распространения субстанции. Точно так же аналогом температуропроводности, паропроводности и так далее является потенциалопроводность. Результаты такого обобщенного исследования могут быть использованы в любом частном случае при условии соответствующей трансформации размерностей физических величин.

10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

10.1. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ПРИ СЛОЖНОМ ТЕПЛООБМЕНЕ

Явления нагрева или охлаждения тел лучистым тепловым потоком представляют большой практический интерес, встречаются наряду с другими видами теплообмена и превалируют всюду, где действуют высокие температуры. В чистом виде явление радиационного нагрева может быть полу-

чено в условиях вакуума. Математически такой процесс описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\xi - 1}{x}\frac{\partial T}{\partial x}\right); \tag{10.1}$$

$$\frac{\partial T(0,\tau)}{\partial x} = 0; \tag{10.2}$$

$$\lambda\frac{\partial T(R,\tau)}{\partial x} = \varepsilon_{\text{пр}} C_0\left[\left(\frac{T_{\text{с}}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{\text{п}}}{100}\right)^4\right]; \tag{10.3}$$

$$T(x, 0) = T_0. \tag{10.4}$$

Здесь $\varepsilon_{\text{пр}}$ – приведенная степень черноты системы; $T_{\text{с}}$ – температура излучающего источника; $\xi = 1; 2$ – безразмерный фактор формы соответственно для неограниченной пластины и бесконечного цилиндра.

Выражение (10.3) – граничное условие задачи, представленное с помощью законов Фурье и Стефана–Больцмана. Разность четвертых степеней абсолютных температур, входящая в это условие, затрудняет аналитическое решение задачи (10.1) – (10.4) в строгой и явной форме. Поэтому для практических надобностей приходится использовать данные ЭВМ и зависимости, приближенно отражающие процесс лучистого нагревания тел. Критерием, характеризующим теплообмен на границах тела при радиационном нагревании, является безразмерный комплекс

$$\text{Ki} = \frac{\varepsilon_{\text{пр}} C_0\left(\frac{T_{\text{с}}}{100}\right)^4 R}{\lambda T_{\text{с}}}.$$

В зависимости от его величины можно выделить ряд частных примеров. Когда критерий $\text{Ki} \to \infty$, рассматриваемая краевая задача называется внутренней, так как температура поверхности становится равной температуре греющей среды с первых моментов времени, т.е. создаются граничные условия первого рода. Расчет температурного поля в этом случае производится строго на основе известного решения

$$T = T_{\text{с}} - (T_{\text{с}} - T_0)\sum_{n=1}^{\infty} B(x) e^{-\mu_n^2 \text{Fo}}.$$

Когда $\text{Ki} \to 0$, рассматриваемая краевая задача называется внешней, так как температура тела по всему объему оказывается одинаковой на протяжении всего процесса, т.е. имеет место нагрев термически тонкого тела. Расчет времени нагрева производится на основе решения

$$\tau = -\frac{(c\rho)RT_{\text{с}}}{4\xi\varepsilon_{\text{пр}} C_0\left(\frac{T_{\text{с}}}{100}\right)^4}\left\{\ln\left[\frac{T_{\text{с}} - T}{T_{\text{с}} + T}\frac{T_{\text{с}} + T_0}{T_{\text{с}} - T_0}\right] - 2\left[\text{arctg}\frac{T}{T_{\text{с}}} - \text{arctg}\frac{T_0}{T_{\text{с}}}\right]\right\}.$$

Если $\frac{T_{\text{п}}}{T_{\text{с}}} < 0{,}5$, то, согласно (6.3), $T_{\text{п}}^4 << T_{\text{с}}^4$. Это означает, что, пока $T_{\text{п}} < 0{,}5T_{\text{с}}$, нагрев тела фактически осуществляется постоянным тепловым потоком. В этот отрезок времени расчет температурного поля может производиться приближенно на основе решения

$$T = T_0 + \frac{\varepsilon_{\text{пр}} C_0 \left(\frac{T_\text{с}}{100}\right)^4 R}{\lambda} \left\{ \xi \text{Fo} - \left[\frac{\xi}{2(2+\xi)} - \frac{1}{2} x^2 \right] + \sum_{n=1}^{\infty} z(x) e^{-\mu_n^2 \text{Fo}} \right\}.$$

При нагревании неограниченной пластины постоянным потоком в самые первые моменты времени расчет температуры более удобно производить, используя уравнение

$$T = T_0 + \frac{\varepsilon_{\text{пр}} C_0 \left(\frac{T_\text{с}}{100}\right)^4 R}{\lambda} 2\sqrt{\text{Fo}} \times$$
$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \left[\text{ierfc} \frac{(2n-1)-x}{2\sqrt{\text{Fo}}} + \text{ierfc} \frac{(2n-1)+x}{2\sqrt{\text{Fo}}} \right].$$

Здесь ierfc (0) = 0,564; ierfc (1) = 0,05; ierfc (2) = 0,001 и т.д.

Поэтому для начальных распределений температуры, пока тепловое возмущение не затронет центральную часть тела, расчет может производиться с учетом лишь одного, первого, члена бесконечного ряда. Так,

$$T_\text{п} = T_0 + \frac{\varepsilon_{\text{пр}} C_0 \left(\frac{T_0}{100}\right)^4 R}{\lambda} 2\sqrt{\text{Fo}} \left[0{,}564 + \text{ierfc} \frac{1}{\sqrt{\text{Fo}}} \right].$$

Начиная с некоторого момента времени, процесс нагревания вступает в стадию упорядоченного теплового режима, на протяжении которого соблюдаются закономерности:

$$\ln\left[1 - \left(\frac{T_\text{п}}{T_\text{с}} \right)^4 \right] - \frac{3{,}5}{1+m} \frac{T_\text{п}}{T_\text{с}} = -\mu_1^2 \frac{m}{1+m} \text{Fo} + \text{const};$$

$$\ln(T_\text{п} - T) - \frac{3{,}5}{1+m} \frac{T_\text{п}}{T_\text{с}} = -\mu_1^2 \frac{m}{1+m} \text{Fo} + \text{const}.$$

Здесь

$$m = 2\text{Ki} \left[1 - \left(1 - \frac{2\xi}{\mu_1^2} \right) e^{-\text{Ki}} \right],$$

где $\mu_1 = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{1{,}31}$ – соответственно для неограниченной пластины и бесконечного цилиндра.

При $\text{Fo} \to \text{Fo}^*$ (начало упорядоченного периода) имеет место стремление к пределу $T_\text{п} \to T_\text{п}^*$; $T \to T^*$. Таким образом, если известны значения входных параметров (Fo^*, $T_\text{п}^*$, T^*), то константы в закономерностях упорядоченного теплового режима становятся известными. Тогда время нагревания (критерий Фурье) и температура внутри объема тела могут определяться по температуре поверхности.

Если лучистый тепловой поток при нагревании тела воздействует параллельно с другими видами теплообмена, то граничное условие (10.3) еще более усложняется. При суммарном тепловом потоке – одновременно лучистом и конвективном – оно записывается в форме

$$\lambda\frac{\partial T(R,\tau)}{\partial x}=\varepsilon_{\text{пр}}C_0\left[\left(\frac{T_{\text{с}}}{100}\right)^4-\left(\frac{T_{\text{п}}}{100}\right)^4\right]+\alpha\left(T_{\text{с}}-T_{\text{п}}\right).$$

Очень часто плоские тела нагревают путем прижатия к ним горячих поверхностей (граничные условия четвертого рода). Для строгого соблюдения граничных условий четвертого рода необходимо обеспечивать идеальный контакт между нагреваемыми и греющими поверхностями. Когда же этого достичь не удается, граничные условия задачи приходится рассматривать как более сложные, выраженные суммарным тепловым воздействием

$$\lambda\frac{\partial T(R,\tau)}{\partial x}=q_1 s+(F-s)(q_2+q_3),$$

где F – общая площадь теплообмена; s – общая площадь контактной теплопроводности; q_1 – плотность теплового потока через контакты;q_2 – тепловой поток теплопроводности через воздушные зазоры;q_3 – радиационный тепловой поток через воздушные зазоры.

Строгое и явное решение системы (10.1) – (10.4) при суммарном тепловом потоке на границах тела получить не удается. С целью упрощения суммарный теплообмен заменяют каким-либо одним видом теплообмена. Например, совместный лучистый и конвективный теплообмен часто сводят к конвективному (по форме), используя следующую схему:

$$\varepsilon_{\text{пр}}C_0\left[\left(\frac{T_{\text{с}}}{100}\right)^4-\left(\frac{T_{\text{п}}}{100}\right)^4\right]+\alpha_{\text{к}}\left(T_{\text{с}}-T_{\text{п}}\right)=$$

$$=\left\{\frac{\varepsilon_{\text{пр}}C_0\left[\left(\frac{T_{\text{с}}}{100}\right)^4-\left(\frac{T_{\text{п}}}{100}\right)^4\right]}{\left(T_{\text{с}}-T_{\text{пов}}\right)}+\alpha_{\text{к}}\right\}\left(T_{\text{с}}-T_{\text{п}}\right)=$$

$$=\left(\alpha_{\text{л}}+\alpha_{\text{к}}\right)\left(T_{\text{с}}-T_{\text{п}}\right)=\alpha_0\left(T_{\text{с}}-T_{\text{п}}\right).$$

где $\alpha_{\text{к}}$ – коэффициент теплоотдачи конвекцией; $\alpha_{\text{л}}$ – коэффициент теплоотдачи лучеиспусканием; $\alpha_0 = (\alpha_{\text{л}} + \alpha_{\text{к}})$ – эффективный коэффициент теплообмена (обычно принимается как средняя за время процесса постоянная величина).

В итоге задача становится разрешимой. Однако результат такого аналитического решения может быть использован только в первом приближении, так как

$$\alpha_{\text{л}}=\frac{\varepsilon_{\text{пр}}C_0\left[\left(\frac{T_{\text{с}}}{100}\right)^4-\left(\frac{T_{\text{п}}}{100}\right)^4\right]}{\left(T_{\text{с}}-T_{\text{п}}\right)}$$

в действительности является переменной величиной, имеющей широкие пределы изменения. Распределение температуры в пространстве и во времени более точно получается путем численного интегрирования системы (10.1) – (10.4) с помощью ЭВМ при любом выражении граничных условий.

10.2. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ПРИ РАЗНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА

Если температуры одновременно действующих источников тепла равны между собой, то граничное условие на поверхности твердого тела записывается следующим образом:

$$\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=R}=\varepsilon_{\text{пр}}C_0\left[\left(\frac{T_{\text{с}2}}{100}\right)^4-\left(\frac{T_{\text{п}}}{100}\right)^4\right]+\alpha\left(T_{\text{с}2}-T_{\text{п}}\right).$$

В тех случаях, когда температуры источников неодинаковы:

$$\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=R}=\varepsilon_{\text{пр}}C_0\left[\left(\frac{T_{\text{с}2}}{100}\right)^4-\left(\frac{T_{\text{п}}}{100}\right)^4\right]+\alpha\left(T_{\text{с}1}-T_{\text{п}}\right).$$

Применяя методы теории подобия, эти граничные условия можно выразить через безразмерные критерии:

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)_{x=1}=\text{Ki}\left[1-\theta_{\text{п}}^4\right]+\text{Bi}\left(1-\theta_{\text{п}}\right);\qquad(10.5)$$

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)_{x=1}=\text{Ki}\left[1-\theta_{\text{п}}^4\right]+\text{Bi}\left(\theta_{\text{с}1}-\theta_{\text{п}}\right),\qquad(10.6)$$

где $\theta=\dfrac{T}{T_{\text{с}2}}$; $\text{Ki}=\dfrac{\varepsilon_{\text{пр}}C_0\left(\dfrac{T_{\text{с}2}}{100}\right)^4R}{\lambda T_{\text{с}2}}$; $\text{Bi}=\dfrac{\alpha R}{\lambda}$; $\theta_{\text{с}1}=\dfrac{T_{\text{с}1}}{T_{\text{с}2}}$.

Как видно из формулы (10.5), температурное поле в теле при одинаковых температурах источников является функцией критериев Ki и Bi. Если же температуры лучистого и конвективного источников не равны, то как видно из формулы (6.6), температурное поле в теле зависит также от отношения температур источников $\theta_{\text{с}1}=\dfrac{T_{\text{с}1}}{T_{\text{с}2}}$.

Следовательно, анализ температурного поля усложняется, так как приходится учитывать влияние трех параметров Ki; Bi; $\theta_{\text{с}1}$.

Если ввести новую переменную $\theta = A\,\vartheta$, где A – некоторое постоянное положительное число, то выражение (10.7) перепишется так:

$$A\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)_{x=1}=\text{Ki}\left[1-A^4\vartheta_{\text{п}}^4\right]+\text{Bi}\left(\theta_{\text{с}1}-A\vartheta_{\text{п}}\right).$$

Прибавляя и вычитая величины Bi и (A^3 Ki), правую часть равенства можно представить как сумму

$$\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)=\text{Ki}\,A^3\left(1-\vartheta_{\text{п}}^4\right)+\text{Bi}\left(1-\vartheta_{\text{п}}\right)+\frac{\text{Ki}}{A}+\frac{\text{Bi}}{A}\theta_{\text{с}1}-\text{Ki}\,A^3-\text{Bi}\,.$$

Выбор A должен быть таким, чтобы выполнялось условие

$$\frac{\mathrm{Ki}}{A}+\frac{\mathrm{Bi}}{A}\theta_{c1}-\mathrm{Ki}\,A^3-\mathrm{Bi}=0,\quad \text{или}\quad 1+\left(\frac{\mathrm{Bi}}{\mathrm{Ki}}\right)\theta_{c1}-A^4-\left(\frac{\mathrm{Bi}}{\mathrm{Ki}}\right)A=0.$$

Тогда

$$\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)_{x=1}=\mathrm{Ki}\,A^3\left(1-\vartheta_{\text{п}}^4\right)+\mathrm{Bi}\left(1-\vartheta_{\text{п}}\right)$$

или

$$\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)_{x=1}=\mathrm{Ki}^*\left(1-\vartheta_{\text{п}}^4\right)+\mathrm{Bi}\left(1-\vartheta_{\text{п}}\right),\qquad (10.7)$$

где $\mathrm{Ki}^*=\mathrm{Ki}\,A^3$, а A является корнем уравнения (10.7).

Граничное условие (10.7) по своей форме аналогично граничному условию (10.5), когда температуры лучистого и конвективного источников одинаковы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

История показывает, что большинство ученых свои наиболее крупные открытия сделали примерно в возрасте 30 – 35 лет, т.е. очень рано. Примерами могут служить:

Парсонс Чарлз Алджернон (1854 – 1931 гг.), английский инженер и промышленник, иностранный член-корреспондент АН СССР (1931 г.); изобрел многоступенчатую паровую турбину (1884 г.), сыгравшую большую роль в развитии энергетики;

Резерфорд Эрнест (1871 – 1937 гг.), английский физик, один из создателей учения о радиоактивности и строении атома, иностранный член-корреспондент РАН (1922 г.) и почетный член АН СССР (1925 г.), открыл (1899 г.) альфа- и бета-лучи и установил их природу; создал (1903 г., совместно с Ф. Содди) теорию радиоактивности; предложил (1911 г.) планетарную модель атома; осуществил (1919 г.) первую искусственную ядерную реакцию; предсказал (1921 г.) существование нейтрона; Нобелевская премия (1908 г.);

Ферми (Fermi) Энрико (1901 – 1954 гг.), итальянский физик, один из создателей ядерной и нейтронной физики, иностранный член-корреспондент АН СССР (1929 г.), разработал квантовую статистику (статистика Ферми–Дирака; 1925 г.), теорию бета-распада (1934 г.); открыл (с сотрудниками) искусственную радиоактивность, вызванную нейтронами, замедление нейтронов в веществе (1934 г.); построил первый ядерный реактор и первым осуществил в нем (2.12.1942) цепную ядерную реакцию; Нобелевская премия (1938 г.);

Эдисон (Edison) Томас Алва (1847 – 1931 гг.), американский изобретатель и предприниматель, организатор и руководитель первой американской промышленной исследовательской лаборатории (1872 г., Менло-Парк), иностранный почетный член АН СССР (1930 г.), автор свыше 1000 изобретений, главным образом в различных областях электротехники, усовершенствовал телеграф и телефон, лампу накаливания (1879 г.), изобрел фонограф (1877 г.); построил первую в мире электростанцию общественного пользования (1882 г.); обнаружил явление термоионной эмиссии (1883 г.);

Эйнштейн (Einstein) Альберт (1879 – 1955 гг.), физик-теоретик, один из основателей современной физики, иностранный член-корреспондент РАН (1922 г.) и иностранный почетный член АН СССР (1926 г.), создал частную (1905 г.) и общую (1907 – 1916 гг.) теории относительности; автор основополагающих трудов по квантовой теории света: ввел понятие фотона (1905 г.); установил законы фотоэффекта, основал закон фотохимии; предсказал (1917 г.) индуцированное излучение; развил статистическую теорию броуновского движения, заложив основы теории флуктуации, создал квантовую статистику Бозе –

Эйнштейна; Нобелевская премия (1921 г.) за труды по теоретической физике, особенно за открытие законов фотоэффекта.

Про Эйнштейна рассказывают, что еще студентом он загляделся на огонек удаляющегося трамвая. В этот момент ему пришла мысль, что скорость распространения света не зависит от скорости движения источника, его излучающего. Все это говорит о том, как важно не просмотреть в человеке ранних научных способностей.

Все известные ученые и экспериментаторы показали, что наряду с талантом имеет большое значение количество вложенного труда.

АФОРИЗМЫ НАУКИ

- Брань, какой бы она ни была, никогда не являлась веским доказательством.
- В спокойное время промедление весьма уместно.
- Самый красивый корабль – это тот, который проходит мимо.
- Явление богаче закона, его описывающего.
- Хорошо помогать тому, у кого лоб мокрый.
- Даже самый плохой порядок лучше самого хорошего беспорядка.
- Хорошо тогда, когда есть идея для обработки.
- Не говори тотчас, если раздражен.
- Ничто так не возвышает, как хорошее поведение в споре.
- Наука не бокс – плохого человека просто обойди.
- Если Вы держите слона за ногу, и он вырывается, самое лучшее – это отпустить его.
- Если твое мнение не расходится с мнением твоих подчиненных – давай им возможно большую свободу действий.
- Всегда благодари персонал за хорошую работу.
- Наука достигает полной зрелости тогда, когда она начинает говорить языком математики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Аметистов Е.В., Соколов Г.Я., Платунов Е.С.** Основы теории теплообмена. М.: Изд-во МЭИ, 2000. 242 с.
2. **Беляев Н.М., Рядно А.А.** Методы теории теплопроводности: В 2 ч. М.: Высшая школа, 1982. 671 с.
3. **Богословский В.Н.** Строительная теплофизика. М.: Стройиздат, 1982.
4. **Бойков Г.П., Видин Ю.В., Журавлев В.Н., Колосов В.В.** Основы тепломассообмена. Красноярск, 2000. 272 с.
5. **Видин Ю.В.** Инженерные методы расчетов процессов теплопереноса. Красноярск, 1974. 144 с.
6. **Видин Ю.В., Иванов В.В.** Расчет температурных полей в твердых телах, нагреваемых конвекцией и радиацией одновременно. Красноярск, 1965. 95 с.
7. **Дан П., Рей Д.** Тепловые трубы. М.: Энергия, 1979. 271 с.
8. **Дульнев Г.Н**. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. М.: Высшая школа, 1984. 247 с.
9. **Енисеев В.Б., Сергеев Д.И.** Что такое тепловая труба. М.: Энергия, 1971. 132 с.
10. **Жуковский В.С.** Основы теории теплопередачи. Л.: Энергия, 1969. 224 с.
11. **Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С.** Теплопередача. М.: Энергия, 1975. 485 с.
12. **Епифанов Г.И.** Физика твердого тела. М.: Высшая школа, 1977. С. 100.

13. **Карслоу Г., Егер Д.** Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 397 с.

14. **Коздоба Л.А.** Методы решения нелинейных задач теплопроводности. М.: Наука, 1975. 227 с.

15. **Кондратьев Г.М.** Регулярный тепловой режим. М.: Гостехиздат, 1954. 408 с.

16. **Контрольно-измерительные** приборы и средства автоматизации: Каталог продукции компании ОВЕН, 2003. 153 с.

17. **Кошкин В.К.,. Калинин Э.К, Дрейцер Г.А**.и др. Нестационарный теплообмен. М.: Машиностроение, 1973. 328 с.

18. **Краснощекова Е.А., Сукомел А.С.** Задачник по теплопередаче. М.: Энергия, 1975. 280 с.

19. **Крейт О., Блек У.** Основы теплопередачи. М.: Мир, 1983. 256 с.

20. **Куинн Т**. Температура: Пер. с англ. М.: Мир, 1985. 448 с.

21. **Кутателадзе С.С., Боришанский В.М.** Справочник по теплопередаче. М.–Л.: Госэнергоиздат, 1958. 414с.

22. **Кутателадзе С.С**. Основы теории теплообмена. Новосибирск, Наука, 1970. 659 с.

23. **Лыков А.В.** Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 599 с.

24. **Лыков А.В.** Тепломассообмен: Справочник. М.: Энергия, 1978. 479 с.

25. **Лыков А.В.** Теоретические основы строительной теплофизики. Минск: Наука и техника, 1961. 519 с.

26. **Методы** определения теплопроводности и температуропроводности / Под ред. А.В. Лыкова. М.: Энергия, 1973. 336 с.

27. **Мецик М.С.** Методы обработки экспериментальных данных и планирование эксперимента по физике. Иркутск: Иркут. гос. ун-т, 1981. 111 с.

28. **Михеев М.А., Михеева И.М.** Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1973. 319 с.

29. **Михеев М.А.** Краткий курс теплопередачи. М.: Госэнергоиздат, 1961. 208 с.

30. **Новицкий Л.А., Кожевников И.Г.** Теплофизические свойства материалов при низких температурах: Справочник. М.: Машиностроение, 1975. 216 с.

31. **Осипова В.А.** Экспериментальное исследование процессов теплообмена. М.: Энергия, 1979. 319 с.

32. **Петров В.Г., Денисов В.Г., Масленников Л.А.** Процессы тепло- и влагообмена в промышленной изоляции. М.: Энергоатомиздат, 1983. 192 с.

33. **Платунов Е.С.** Теплофизические измерения в монотонном режиме. Л.: Энергия, 1973. 143 с.

34. **СНиП** II-3–9. Строительная теплофизика. М.: Стройиздат, 1996.

35. **Сергеев О.А.** Метрологические основы теплофизических измерений. М.: Изд-во стандартов, 1972. 170 с.

36. **Сперроу Э.М., Сесс Р.Д.** Теплообмен излучением. Л.: Энергия, 1971. 294 с.

37. **Тайц Н.Ю.** Технология нагрева стали. М.: Металлургиздат, 1962. 442 с.

38. **Теория** тепломассообмена / Под ред. А.И. Леонтьева. М.: Высшая школа, 1979. 495 с.

39. **Тепло- и массообмен.** Теплотехнический эксперимент: Справочник / Под общ. ред. В.А. Григорьева и В.М. Зорина. М.: Энергоиздат, 1982. 512 с.

40. **Теплопроводность твердых тел**: Справочник / А.С. Охотин, Р.П. Боровикова, Т.В. Нечаева и др.; Под ред. А.С. Охотина. М.: Энергоатомиздат, 1984. 320 с.

41. **Теплотехнический справочник** / Под общ. ред. В.И. Юренева и П.Д. Лебедева. М.: Энергия, 1975. Т. 2. 896 с.

42. **Табунщиков Ю.А., Хромец Д.Ю.** Тепловая защита ограждающих конструкций зданий и сооружений. М.: Стройиздат, 1986.

43. **Теплотехника** / Под общ. ред. В.Н. Луканина. М.: Высшая школа, 2002.

44. **Ушаков В.Г**. Нетрадиционные возобновляемые источники энергии. Новочеркасск, 1994. 120 с.

45. **Фокин В.М.** Научно-методологические основы определения теплофизических свойств материалов методом неразрушающего контроля. М.: «Издательство Машиностроение-1», 2003. 140 с.

46. **Фокин В.М., Бойков Г.П., Видин Ю.В.** Основы технической теплофизики: Монография. М.: «Издательство Машиностроение-1», 2004. 172 с.

47. **Фокин В.М., Чернышов В.Н.** Неразрушающий контроль теплофизических характеристик строительных материалов. М.: «Издательство Машиностроение-1», 2004. 212 с.

48. **Фокин К.Ф.** Строительная теплотехника ограждающих частей зданий. М.: Стройиздат, 1973.

49. **Франчук А.У.** Таблицы теплотехнических показателей строительных материалов. М.: НИИСФ, 1969. 137 с.

50. **Филиппов Л.П.** Измерения теплофизических свойств веществ методом периодического нагрева. М.: Энергоатомиздат, 1984.

51. **Черпаков В.П.** Теория регулярного теплообмена. М.: Энергия, 1975. 225 с.

52. **Чистяков С.Ф., Радун Д.Б**. Теплотехнические измерения и приборы. М.: Высшая школа, 1972. 392 с.

53. **Шашков А.Г., Волохов Г.М., Абраменко Т.М.** Методы определения теплопроводности и температуропроводности М.: Энергия, 1973. С. 165 – 178.

54. **Шенк Х.** Теория инженерного эксперимента. М.: Мир, 1972. 381 с.

55. **Шлыков Ю.П., Ганин Е.А.** Контактный теплообмен. М.–Л.: Госэнергоиздат, 1963.

56. **Эккерт Э.Р., Дрейк Р.М.** Теория тепло- и массообмена. М.–Л.: Госэнергоиздат, 1961. 680 с.

57. **Ярышев Н.А.** Теоретические основы измерения нестационарной температуры. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 256 с.