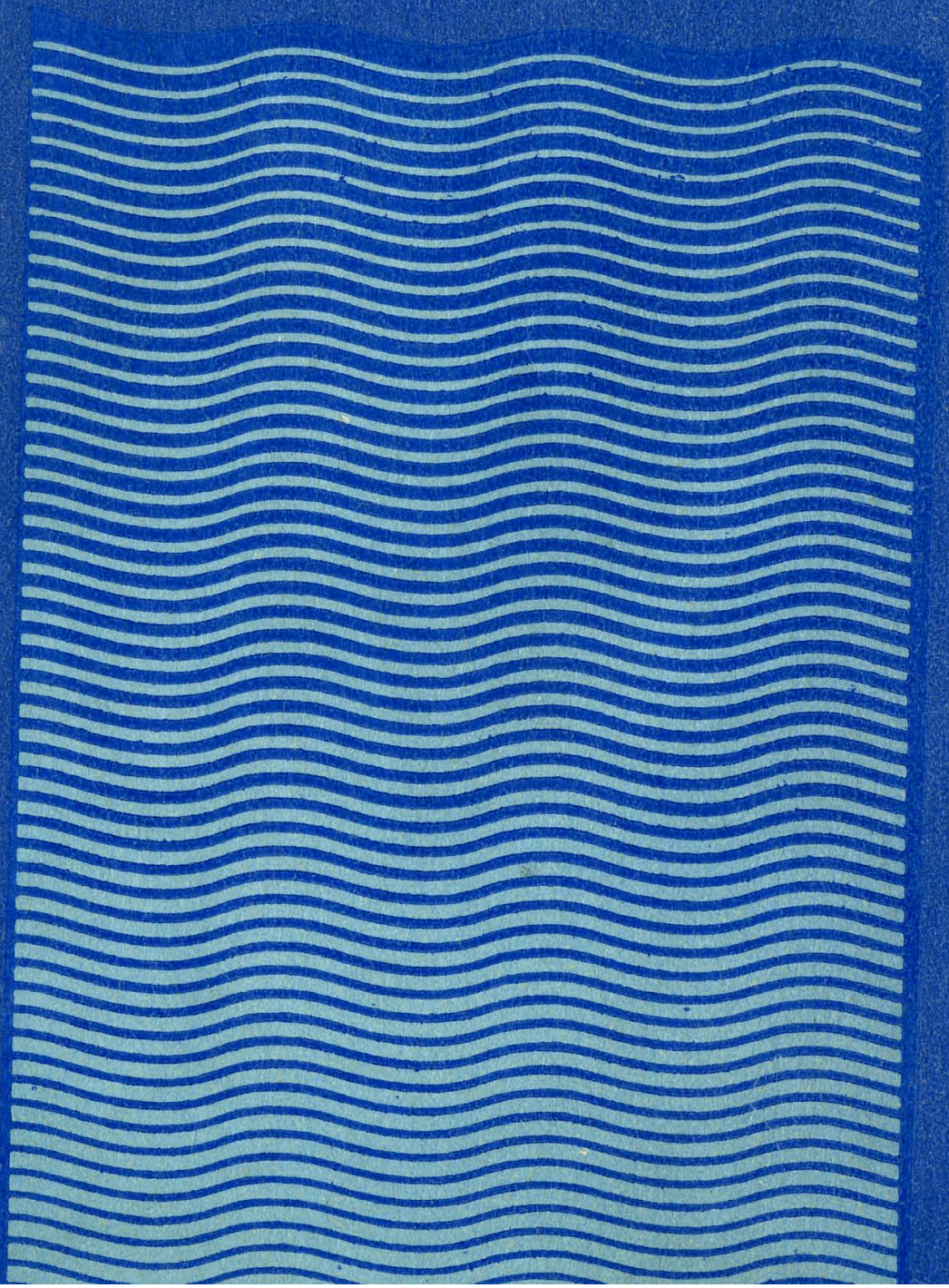
Библиотека СОК

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ХОЛОДИЛЬНЫХ УСТАНОВОК

В. В. ОНОСОВСКИЙ



ИЗДАТЕЛЬСТВО ЛЕНИНГРАДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

*ЛЕНИНГРАДСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ХОЛОДИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ*

В. В. ОНОСОВСКИЙ

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ХОЛОДИЛЬНЫХ УСТАНОВОК

Учебное пособие

ЛЕНИНГРАД
ИЗДАТЕЛЬСТВО ЛЕНИНГРАДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1990

Редактор И.Н.Рязанова
Рецензенты: д-р техн. наук Р.М.Петриченко (Ленингр. политехн. ин-т им. М.И.Калинина), кафедра холодильных машин и установок Моск. ин-та мясной и молочной пром-сти (зав.каф. д-р техн. наук Э.И.Каухчешвили)

УДК 621.565.9.001.57

Оносовский В.В.

Моделирование и оптимизация холодильных установок: Учеб. пособие. - Л.: Издательство Ленинградского университета,1990. 208 с. ISBN 5-288-00488-9.

В пособии рассматривается моделирование как метод научного познания, дается классификация моделей. Формулируются принципы постановки задач оптимизации. Излагаются основы термоэкономического подхода. Впервые в учебной литературе предлагается термоэкономическая модель многоцелевой холодильной установки, освещаются принципы построения системы автоматизированного проектирования таких установок.

Книга предназначена для студентов старших курсов технологических вузов, специализирующихся по холодильным машинам и установкам, а также для инженерно-технических работников, занимающихся проектированием и эксплуатацией холодильных установок.

Библиогр. 44 назв. Ил. 67

О $\frac{2204000000-100}{076(02)-90}$ 91-90

ISBN 5-288-00488-9

© В.В.Оносовский, 1990

Глава 1

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

1.1. Классификация моделей

Современные химико-технологические и энерго-технологические производства характеризуются непрерывным ростом производительности единичных установок, повышающейся сложностью применяемых схем и увеличивающимся многообразием протекающих процессов и используемого оборудования.

Вторая половина нашего столетия отличается как масштабами применения искусственного холода, так и расширением областей его использования. У современных предприятий, производящих синтетические волокна или синтетический каучук, очень велика потребность в искусственном холоде различного потенциала. Развитие нефтехимической и газовой промышленности, производства синтетического кормового белка и минеральных удобрений влекут за собой рост производительности отдельных холодильных комплексов, обслуживающих предприятия этих отраслей промышленности.

Непрерывно возрастающие потребности промышленности в искусственном холоде привели к тому, что холодильные установки стали крупными потребителями энергии, расход которой на производство холода становится соизмеримым с потреблением энергии основными технологическими процессами. В ряде случаев энергопотребление холодильных установок начинает оказывать влияние на энергетический баланс районов расположения потребителей искусственного холода.

В этих условиях даже небольшое повышение эффективности производства искусственного холода может привести к заметному по абсолютной величине сокращению расхода энергии или затрат на сооружение холодильной установки.

Совершенствование процессов, создание наиболее эффективных конструкций, выявление наилучших режимов эксплуатации холодильного оборудования осуществляется повсеместно и непрерывно, при этом развитие средств вычислительной техники открыло новые возможности для решения этих проблем.

Одним из путей обоснованного выбора тех или иных решений, связанных с созданием и эксплуатацией систем производства искусственного холода, является широкое применение моделирования. Основная черта моделирования как метода научного познания заключается в том, что для изучения непосредственно интересующего нас объекта исследуется другой, заменяющий его объект.

Моделирование как метод исследования известно очено давно. Можно привести примеры моделей, относящихся к различным историческим эпохам и различным областям человеческих знаний. Так, образ пылинок, танцующих в солнечном луче, служил моделью движения атомов для античных атомистов; Микельанджело создал модели библиотеки Лауренциана и собора Св.Петра в Риме; Коперник - родоначальник точного естествознания - построил гелиоцентрическую модель солнечной системы.

Слово модель в русском языке имеет несколько значений, в частности: изделие из воска, гипса или дерева, с которого снимают форму для воспроизведения в другом материале (металле, камне); устройство, воспроизводящее строение и действие какого-либо объекта, явления или процесса в научных или практических целях, и т.д. Второе значение представляет для нас наибольший интерес.

На начальной стадии развития моделирования модель, как правило, воспроизводила лишь пространственные свойства или пространственные отношения предметов. По мере развития науки модели стали имитировать все более тонкие особенности объекта, процесса или явления, вплоть до воспроизведения функции живого органа (например, аппараты "искусственная почка", "искусственные легкие" могут рассматриваться как модели соответствующих органов человека).

Воспроизведение моделью функций или свойств оригинала может преследовать различные цели:

- практические, прикладные (например, создание устройств, воспроизводящих функцию глаза, для ввода информации в ЭВМ "с листа" или для распознавания образов у роботов, предназначенных для операции сборки);
- учебные (демонстрационные модели, к которым относятся макеты, схемы, чертежи и другие наглядные пособия);
- научные, когда модель используется для изучения воспроизводимого оригинала.

Моделирование может использоваться для разработки теории объекта, особенно если непосредственное исследование объекта невозможно. Анализ моделей зачастую позволяет обеспечить развитие теории. Так, например, современный уровень знаний не позволяет создать строгую теорию парообразования и на основании ее получить аналитические выражения для определения коэффициента теплоотдачи при кипении. Моделирование дает возможность в отдельных случаях заменить вычисления измерением или упростить задачу.

Моделирование используется также для экспериментального исследования в тех случаях, когда объект недоступен для непосредственного изучения (слишком мал или велик, расположен очень далеко, когда продолжительность исследуемого процесса превышает продолжительность жизни исследователя), или если применение моделей оправдано экономически.

Модель должна быть сходна с оригиналом и, в то же время, отлична от него. Степень соответствия (СС) может меняться в пределах: $0 < СС < 1$. Значение $СС = 0$ указывает на отсутствие какой бы то ни было связи между моделью и оригиналом. Значение $СС = 1$ свидетельствует о полной тождественности модели и оригинала. В обоих случаях мы не можем говорить о моделировании. Количественное определение степени соответствия весьма сложно и не всегда возможно, но это понятие дает возможность производить сопоставление моделей.

Рассмотрим одну из возможных классификаций моделей.

По своей природе все модели могут быть разделены на идеальные (теоретические) и материальные (экспериментально-практические). Идеальные модели, в свою очередь, подразделяются на модели-представления (например, модель строения земли, модель кинетической теории газов Максвелла) и знаковые модели, изучаемые семиотикой. Пример знаковых моделей – это известные школьные задачи о бассейнах или пешеходах. Учащийся, используя знаковую систему, решает задачу не о бассейнах или о пешеходах, а о неизвестных в системе уравнений.

Материальные модели строятся на основе подобия объектов. Подобными называются объекты, параметры которых отличаются в сходственных точках, в сходственный момент времени в определенное число раз. Подобие может быть полным или неполным в за-

висимости от того, подобны ли все или отдельные, наиболее важные параметры.

Материальные модели подразделяются на геометрические, физические и математические.

Геометрические модели используют геометрическое подобие и применяются главным образом в демонстрационных целях (например, глобус - простейшая геометрическая модель земного шара).

Физические модели могут характеризоваться геометрическим и физическим подобием, когда все протекающие в модели и оригинале процессы имеют одинаковую физическую природу. Тогда моделирование означает исследование объектов в другом масштабе при том же круге измерений и той же их сложности. При этом изменение масштаба может привести к появлению новых свойств или искажению существующих (например, может выявиться роль пристеночного эффекта). Основой такого моделирования является качественное отождествление модели и объекта.

Физические модели могут основываться также на геометрическом и математическом подобии, когда процессы, имея различную физическую природу, описываются одинаковыми уравнениями (в этом случае говорят об аналогиях).

Так, явление теплопроводности подчиняется закону Фурье, который имеет вид

$$dQ = -\lambda \frac{dt}{dx} dF d\tau$$

(t - температура; λ - коэффициент теплопроводности; dQ - количество теплоты, проходящей через площадь dF за время $d\tau$), а процесс диффузии подчиняется закону Фика

$$dM = -k \frac{dc}{dx} dF d\tau ,$$

где c - концентрация; k - коэффициент диффузии; dM - масса вещества, диффундировавшего через площадь dF за время $d\tau$.

Очевидно, что оба выражения имеют одинаковую структуру, но отличаются тем, что Q и M, λ и k, t и c имеют различную размерность, хотя роль этих величин в уравнениях одинакова. Поэтому можно считать c аналогом t, а k аналогом λ .

Допустим, что два различных явления, описываемых дифференциальными уравнениями одинаковой структуры, протекают в геометрически подобных системах и что условия однозначности или гра-

ничные условия описываются также одинаковыми выражениями. В этом случае дифференциальные уравнения и условия однозначности будут отличаться только размерностью соответствующих физических величин. Если теперь привести дифференциальные уравнения и условия однозначности к безразмерному виду, выбрав в качестве масштаба длин сходственные линейные размеры, а в качестве масштабов физических величин соответствующие аналоги, то различие в размерностях исчезнет и останется только разница в обозначениях. Если при этом безразмерные физические величины - аналоги, начальные и граничные условия будут в обеих системах равны, то решения обоих дифференциальных уравнений (или их систем) будут тождественны, что позволяет считать явления аналогичными и рассматривать одно из них как модель второго.

Подобная аналогия существует между теплопроводностью и электропроводностью при стационарном режиме для плоского (двумерного) твердого тела. Уравнение теплопроводности в этом случае записывается в виде

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x_т^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y_т^2} = 0 ,$$

где t - температура; x, y - координаты; индекс "т" свидетельствует об отношении величины к полю температур. Уравнение электропроводности записывается в виде

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x_э^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y_э^2} = 0 ,$$

где v - электростатический потенциал; x, y - координаты; индекс "э" свидетельствует об отношении величины к электрическому полю.

Дифференциальные уравнения теплопроводности и электропроводности имеют совершенно одинаковую структуру. Если описать условия однозначности уравнениями, имеющими одинаковую структуру, и рассматривать геометрически подобные системы, то можно показать, что в сходственных точках, т.е. при $\frac{x_т}{l_{0т}} = \frac{x_э}{l_{0э}}$ и $\frac{y_т}{l_{0т}} = \frac{y_э}{l_{0э}}$, будет иметь место соотношение

$$\frac{t'}{v'} = \frac{t''}{v''} = \ldots = \frac{t^m}{v^m} = c_{т,э} = \text{const} ,$$

говорящее о подобии поля температур и поля потенциалов. Подобие поля температур и поля потенциалов позволяет упростить экспериментальное исследование процесса теплопроводности за счет более простого и более точного измерения электростатического потенциала по сравнению с измерением температурного поля.

Метод электротепловой аналогии находит себе практическое применение при расчете температурных полей в сложных теплоизоляционных конструкциях, при решении вопросов о защите грунта под охлаждаемыми помещениями от промерзания и т.п.

Математическое моделирование рассматривает реальный процесс как сочетание элементарных процессов, описываемых определенными математическими зависимостями. Математические модели - это, как правило, модели неполной аналогии, однако они отличаются общностью и могут отражать поведение целого класса явлений.

По характеру воспроизводимых сторон оригинала модели подразделяются на субстанциональные, структурные, функциональные, смешанные.

Субстанциональная модель идентична оригиналу по физической природе (например, одно органическое вещество может быть моделью другого). Субстанциональные модели могут создаваться при масштабной деформации путем изменения пространственных и временных координат и включении лишь некоторых элементов оригинала в модель.

Структурные модели имитируют внутреннюю организацию оригинала (например, ньютоновская модель солнечной системы в виде совокупности материальных точек).

Функциональные модели имитируют способ поведения (функцию) оригинала (например, аналогия между тепло- и электропроводностью).

Моделирование может осуществляться как в масштабе времени оригинала, так и в другом масштабе. По этому признаку различают синхронные и гомохронные модели.

Большой интерес, проявляемый в последнее время к моделированию, потребовал определенного углубления теоретических представлений о сущности изучаемых явлений и процессов, получения более строгих математических описаний, базирующихся на физических закономерностях [29]. Широкое поле деятельности открывается в этом плане в области холодильной техники, поскольку многие разделы этой отрасли знаний не имеют корректных тео-

ретических обоснований и описываются эмпирическими выражениями, отражающими в какой-то степени субъективные взгляды исследователей. Поэтому применение методов моделирования предполагает математизацию изучаемых курсов.

1.2. Математические модели

Математическое моделирование является одним из первых шагов на пути к созданию САПР - системы автоматизированного проектирования, АСУТП - автоматизированной системы управления технологическими процессами и АСУ - автоматизированной системы управления.

Метод математического моделирования, как уже отмечалось, основывается на том, что реальные процессы, протекающие в объекте моделирования и характеризующие его свойства, представляются как сочетание некоторых элементарных процессов, подчиненных закономерностям, описываемым определенными математическими соотношениями.

Рассмотрение элементарных процессов, их изучение, описание на языке математики, т.е. в форме тех или иных уравнений, дает возможность при объединении этих уравнений в систему получить математическое описание всего исследуемого объекта, т.е. создать его математическую модель.

Естественно, что математические модели являются моделями неполной аналогии, отражающими только наиболее важные свойства объекта моделирования. В то же время они отличаются достаточной общностью, описывая целый класс изучаемых явлений. Создание математических моделей не требует значительных материальных затрат, а моделирование с помощью современных вычислительных средств осуществляется в сравнительно короткое время.

Математическое моделирование становится особенно целесообразным, когда речь заходит о разработке дорогостоящих объектов, например крупных холодильных станций, и определении режима их эксплуатации.

Методы математического моделирования позволяют объективно рассмотреть и сопоставить множество различных вариантов и выбрать наиболее целесообразный, в то время как в реальных условиях проектировщик способен проработать 2-3 варианта решения, которые неизбежно будут носить некоторую печать субъективизма.

Ниже рассматриваются некоторые общие положения, связанные с математическим моделированием.

Любой объект моделирования (всю установку в целом, отдельный аппарат, технологический процесс и т.д.) можно рассматривать как некоторый комплекс, подверженный воздействию различных факторов, определяющих течение процессов и характеризующих состояние объекта в любой момент времени.

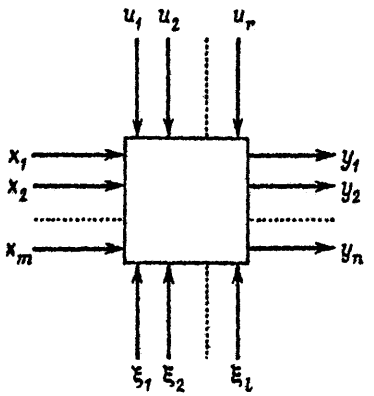


Рис.1.1

Обычно все многообразие действующих факторов разделяют на следующие группы (рис.1.1).

1) Входные факторы и параметры x_i, $i = 1,2,\ldots,m$. Входными называются факторы и параметры, значения которых могут быть измерены, но возможность воздействия на которые отсутствует. Их значения не зависят от режима процессов, протекающих в объекте моделирования.

Если рассматривать в качестве объекта моделирования холодильную установку, то входными параметрами для нее будут температуры источников тепла - окружающей среды и охлаждаемого объекта, а входным фактором - холодопроизводительность, требующаяся для осуществления технологического процесса.

2) Управляющие факторы u_i, $i = 1,2,\ldots,r$. К ним относятся те факторы, на которые можно оказывать прямое воздействие в соответствии с теми или иными требованиями, что позволяет управлять процессом.

Применительно к рассматриваемому примеру к управляющим факторам можно отнести расход охлаждающей воды, расход циркулирующего в системе холодильной установки рабочего тела, расход хладоносителя и т.п.

3) Возмущающие факторы ξ_i, $i = 1,2,\ldots,l$. Это факторы, значения которых могут случайным образом изменяться с течением времени и которые недоступны для измерения.

Возмущающими факторами в рассматриваемой модели холодильной установки могут быть засорение регулирующего органа, резкое увеличение нагрузки, вызванное, например, сверхнормативным поступлением теплого груза в охлаждаемое помещение, прекращение подачи охлаждающей воды, сбой энергоснабжения и подобные случайные явления.

4) Выходные факторы и параметры y_i, $i = 1,2,\ldots, n$. Выходными называются факторы и параметры, которые определяются режимом моделируемого объекта и характеризуют его состояние, возникающее в результате суммарного воздействия входных, управляющих и возмущающих факторов и параметров.

К выходным параметрам в нашем примере могут быть отнесены температура кипения рабочего тела, температура конденсации, температура всасываемого в компрессор пара, холодопроизводительность холодильной установки и т.д.

По отношению к объекту моделирования входные и управляющие факторы и параметры являются внешними, не зависящими от его режима работы. Выходные факторы и параметры относятся к внутренним, так как на них влияет режим работы объекта. Возмущающие факторы могут быть как внешними, так и внутренними. Действие возмущающих факторов проявляется в том, что выходные факторы и параметры объекта при известной совокупности входных и управляющих факторов и параметров определяются неоднозначно. Объекты моделирования, для которых велико влияние случайных возмущающих факторов, называются стохастическими, в отличие от детерминированных, для которых значения выходных параметров и факторов однозначно определяются входными и управляющими факторами и параметрами.

Стохастические процессы изучают, используя математический аппарат теории вероятностей. В этом случае значения выходных факторов оцениваются в терминах математического ожидания, а возмущающие факторы характеризуются вероятностными законами распределения.

Дальнейшее изложение будет относиться к детерминированным объектам, что предполагает отсутствие случайных возмущающих факторов.

Для описания совокупности входных, управляющих и выходных факторов часто используется векторная форма записи

$$X=(x_1,x_2,\ldots,x_m),\quad U=(u_1,u_2,\ldots,u_r),\quad Y=(y_1,y_2,\ldots,y_n),$$

с учетом которой зависимость выходных факторов и параметров, характеризующих процесс или объект, от входных и управляющих можно представить в виде

$$Y=\Phi(X,U). \qquad (1.1)$$

Величина Φ здесь рассматривается как вектор-функция, поэтому

$$y_i=\varphi_i(X,U).$$

Если известен вид соотношения (1.1), то можно утверждать, что известна математическая модель процесса.

Необходимо ввести некоторые понятия, позволяющие осуществить классификацию объектов моделирования. Все многочисленные объекты моделирования могут быть разделены на две группы за счет отнесения их к объектам с сосредоточенными или распределенными параметрами.

К объектам с сосредоточенными параметрами относятся объекты, параметры которых, описывающие их состояние, изменяются только во времени. К объектам с распределенными параметрами относятся объекты, параметры которых изменяются как во времени, так и в пространстве, т.е. являются функцией пространственных координат объекта.

Если рассматривать в качестве объекта моделирования теплообменные аппараты холодильной установки, то для горизонтальных кожухотрубных конденсаторов, например, трубное пространство, в котором циркулирует охлаждающая вода, является зоной с распределенными параметрами, а межтрубное пространство, заполненное рабочим телом (если не учитывать перегрев поступающего пара) - зоной с сосредоточенными параметрами. Аналогичная картина имеет место и для горизонтального кожухотрубного испарителя. Панельный испаритель может служить примером аппарата с сосредоточенными параметрами и со стороны хладоносителя, и со стороны рабочего тела.

Следует учесть, что один и тот же объект в зависимости от цели моделирования может считаться объектом с сосредоточенными либо распределенными параметрами. Так, например, при расчете теплопритоков через ограждения охлаждаемое помещение является объектсм с сосредоточенными параметрами. При определении

скорости свободного движения воздуха то же охлаждаемое помещение является объектом с распределенными параметрами.

Математическое описание каждого процесса задается системой алгебраических или дифференциальных уравнений, отражающих взаимное влияние различных факторов и параметров. При этом присутствие в математическом описании уравнений одного типа (например, алгебраических) не исключает возможности присутствия уравнений другого типа (дифференциальных). Обычно выходные факторы y_i входят в эти уравнения в неявной форме. Поэтому для нахождения вида соотношения (1.1) систему уравнений математического описания необходимо разрешить относительно выходных факторов. Для получения указанных зависимостей нужна определенная методика решения системы уравнений математического описания, применяя которую для любой совокупности значений входных и управляющих факторов можно рассчитывать значения выходных параметров.

На основании изложенных общих соображений можно дать определение "математической модели":

Математическая модель представляет собой замкнутую систему уравнений математического описания, записанных в явной или неявной форме, которая должна отражать сущность явлений, протекающих в объекте моделирования, и с помощью определенной методики расчета позволять прогнозировать поведение объекта.

Естественно, что успешное использование математических моделей возможно только при их адекватности моделируемому объекту. Проверка адекватности осуществляется сопоставлением результатов математического моделирования с натурным экспериментом. Такое сопоставление дает возможность исключить систематические ошибки, обусловленные неточным заданием численных параметров в уравнениях математического описания.

Использование математического моделирования позволяет ограничить масштабы физического эксперимента и сделать его направленным. Физический эксперимент необходим для проверки адекватности математической модели в отдельных реперных точках, а также для определения численных значений некоторых коэффициентов, входящих в математическую модель, которые при современном уровне знаний не могут быть получены аналитическим путем.

Так как осуществление математического моделирования связано с выполнением большого количества расчетов, этот метод получил широкое распространение только после появления современных быстродействующих вычислительных машин.

Рассмотрим основные этапы построения математической модели. Они вытекают из приведенного выше определения этого понятия.

Первый этап математического моделирования - составление формализованного описания - это схематизация реального явления, процесса или объекта, т.е. отражение в математической модели его сущности. Полнота этой схематизации определяет уровень и корректность разрабатываемой математической модели. Для составления формализованного описания реальный процесс, протекающий в объекте и характеризующий его свойства, представляется в виде совокупности элементарных процессов, подчиненных определенным закономерностям. При этом задачей составителя формализованного описания является выделение тех элементарных процессов, которые подлежат отражению в модели (так как математические модели, как уже отмечалось выше, являются моделями неполной аналогии, отражающими только наиболее важные свойства объекта), формулирование допущений, принимаемых при их описании, и установление взаимной связи между рассматриваемыми элементарными процессами. Набор выбранных элементарных процессов определяет всю совокупность параметров и переменных, описывающих состояние объекта и включаемых в математическую модель. В качестве элементарных обычно выступают такие процессы, как движение потоков, химические превращения вещества, массообмен и теплообмен между потоками вещества, а в ряде случаев теплообмен потока с окружающей средой, изменение агрегатного состояния вещества и т.д.

Точность описания реального процесса в объекте с помощью элементарных процессов в модели зависит от того, насколько правильно отражена в модели их взаимосвязь. При моделировании сложных явлений иногда приходится делать допущения о характере взаимосвязи элементарных процессов, что позволяет в ряде случаев упростить формализованное описание (принимается идеализированная модель движения фаз, делается допущение, что массообмен не сопровождается одновременным изменением агрегатного состояния контактирующих фаз и т.д.).

В качестве примера рассмотрим составление формализованного описания действительного рабочего процесса (рис.1.2), происходящего в поршневом компрессоре холодильной установки. Считается, что пар рабочего тела, поступивший ко всасываемому клапану в состоянии *1*, вначале дросселируется в клапане, проходя в цилиндр компрессора (процесс *1-a*). После этого свежая порция пара смешивается с паром состояния *l*, расширившимся из вредного пространства (процесс *a-b*). Полученная смесь подогревается за счет теплообмена с более теплыми стенками цилиндра, торцевой поверхностью поршня и крышкой цилиндра (процесс *b-c*) и только после этого начинается процесс сжатия. В начале сжатия температура пара ниже температуры поверхности рабочей полости цилиндра, поэтому сжатие происходит с подводом теплоты к рабочему телу по политропе с $n>k$ (участок *c-d*). В процессе сжатия температура пара повышается и сравнивается с температурой стенок цилиндра. В результате на некотором участке *d-e* сжатие протекает адиабатно ($n \approx k$). При повышении температуры пара выше температуры стенок цилиндра дальнейшее сжатие (*e-f*) сопровождается отводом теплоты от пара к стенкам ($n<k$) и т.д.

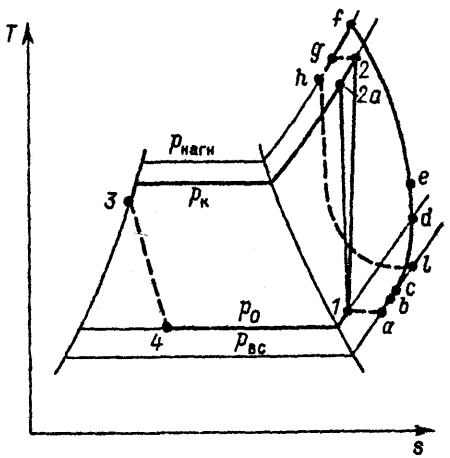


Рис.1.2

Приведенный пример показывает, что составление формализованного описания представляет определенную схематизацию реального процесса. В действительности перечисленные выше стадии процесса всасывания протекают одновременно, состояние пара в различных точках рабочей полости цилиндра неодинаково и т.д. Однако такая схематизация позволяет с достаточной степенью достоверности представить реальный процесс и в дальнейшем составить его математическое описание.

Для характеристики объекта моделирования все многообразие действующих факторов, как было показано выше, удобно разделять на входные, управляющие и выходные. При составлении формализованного описания целесообразно придерживаться классификации, отражающей физический смысл каждого фактора.

С этой точки зрения все факторы можно разделить на следующие группы:

1) конструктивные, которые объединяют структурные, являющиеся описательными характеристиками объекта, не имеющими численного выражения (параллельное или последовательное соединение элементов (секций), представление аппарата как зоны идеального перемешивания или идеального вытеснения, прямоток или противоток сред в аппаратах и т.д.); эти факторы существенно влияют на вид математического описания и результаты моделирования; геометрические, под которыми понимаются численные характеристики аппаратурного оформления моделируемого объекта (площадь теплопередающей поверхности аппарата, объем, описываемый поршнями компрессора, число секций аппарата, емкость сосуда, число тарелок в ректификаторе и т.д.);

2) физические, включающие величины потоков вещества, параметры потоков, определяющие протекание ("движущую силу") элементарных процессов (концентрация, температура, давление и т.д.), а также физические характеристики среды (теплоемкость, вязкость и т.п.);

3) факторы элементарных процессов, к которым относятся:

- гидродинамические, характеризующие движение потоков вещества. Они в отличие от структурных имеют численное выражение, характеризуются применяемым описанием движения потока и зависят от физических параметров (коэффициент продольного смешения вещества в потоке, число ячеек смешения в ячеечной модели);

- физико-химические, характеризующие тепло- и массообмен и химические реакции (например, коэффициенты тепло- и массопереноса, константы скорости химических реакций, тепловые эффекты реакции и т.д.).

Эффективность моделирования зависит от полноты отражения факторов и параметров объекта в математической модели, однако очень большую роль играет точность установления взаимосвязи факторов и параметров, входящих в описание элементарных процес-

сов. Задача отображения этой взаимосвязи решается на следующем этапе моделирования - при разработке математического описания, т.е. составлении замкнутой системы уравнений.

Математическое описание является выражением формализованного описания на языке математики в виде некоторой системы уравнений и функциональных соотношений между различными факторами и параметрами модели.

Наиболее общим приемом разработки математического описания является блочный принцип. При этом обычно вначале исследуется гидродинамическая модель процесса как основа структуры математического описания. Далее, с учетом гидродинамических условий, изучают кинетику тепло- и массопередачи, химических реакций и других элементарных процессов и составляют математическое описание каждого из них. Заключительным этапом является объединение описания всех исследованных элементарных процессов (блоков) в единую систему уравнений математического описания объекта.

Таким образом, математическое описание представляет собой совокупность зависимостей, связывающих все классы факторов и параметров в единую систему уравнений. Среди этих зависимостей обычно встречаются выражения, отражающие общие физические закономерности (например, законы сохранения массы и энергии), уравнения, которые описывают отдельные элементарные процессы (например, уравнения тепло- и массопереноса, взаимодействия фаз, химических воздействий и т.д.), а также эмпирические и полуэмпирические зависимости для различных параметров процесса, если теоретическая форма этих зависимостей неизвестна или слишком сложна (значения коэффициента теплоотдачи при кипении вещества, коэффициент сопротивления движению двухфазного потока и т.д.).

В ряде случаев при ограниченности теоретических сведений о характере процессов моделируемого объекта или их отсутствии, а также с целью упрощения математической модели уравнения математического описания могут быть представлены системой эмпирических зависимостей, полученных на основании статистического обследования объекта. Эти, так называемые статистические, модели имеют вид корреляционных или регрессионных соотношений между входными и выходными факторами и параметрами объекта.

Примером такой статистической модели может служить представление холодопроизводительности холодильной установки в виде функции температуры входящей в конденсатор охлаждающей воды и температуры выходящего из испарителя промежуточного хладоносителя

$$Q_0 = A_1 + B_1 t_{s2} + C_1 t_{s2}^2 + (A_2 + B_2 t_{s2} + C_2 t_{s2}^2) t_{w1}, \qquad (1.2)$$

где Q_0 - холодопроизводительность установки; A_i, B_i, C_i - числовые коэффициенты; t_{s2} - температура выходящего из испарителя промежуточного хладоносителя; t_{w1} - температура поступающей в конденсатор охлаждающей воды.

Естественно, что вывод соотношения типа (1.2) возможен лишь при наличии действующего объекта, на котором проводился эксперимент. Недостатком таких моделей является обычно ограниченность области изменения параметров, обусловленная возможностями экспериментального исследования, и неправомерность экстраполяции полученных результатов за пределы границ проведенного эксперимента или на оборудование другого типа. Статистические модели не отражают физических свойств моделируемого объекта, что затрудняет обобщение результатов, полученных с их помощью.

Математические модели, построенные с учетом основных физических закономерностей процессов, протекающих в объекте, характеризуют моделируемый объект всегда качественно более правильно, чем статистические, даже при отсутствии достаточно точных количественных данных о параметрах модели. Поэтому с их помощью можно изучать общие свойства объектов, относящихся к определенному классу.

В составе математического описания модели, разработанного на основе физической природы моделируемого объекта, наряду с уравнениями баланса массы и энергии, уравнениями элементарных процессов для локальных элементов потока, теоретическими, полуэмпирическими и эмпирическими соотношениями между различными факторами и параметрами процесса выделяют обычно уравнения ограничений на факторы и параметры процесса. При математическом моделировании необходимо учитывать объективно существующие ограничения на диапазон изменения ряда параметров (например, сумма концентраций компонентов раствора равна единице, температура

охлаждаемого тела всегда выше температуры хладоносителя, температура промежуточного хладоносителя не может быть ниже температуры его замерзания и т.д.).

В математических моделях число уравнений и соотношений, включаемых в математическое описание, должно быть равно числу внутренних (зависящих от режима объекта) факторов и параметров, определяемых в результате моделирования, что обеспечивает замкнутость системы уравнений и однозначность получаемого решения.

Как уже отмечалось, при составлении математической модели более или менее сложного объекта получить уравнения математического описания, устанавливающие связь между входными, управляющими и выходными факторами и параметрами объекта, в явной форме не удается. Поэтому возникает необходимость выбора метода решений уравнений математического описания для определения выходных факторов и параметров объекта. Выбор метода решений системы уравнений математического описания зависит от конкретного вида уравнений, который, в свою очередь, определяется типом математической модели.

Все модели обычно делят на стационарные и нестационарные в зависимости от того, входит ли время в качестве независимой переменной в уравнения математического описания. Для стационарных моделей математическое описание определяет значения внутренних факторов и параметров модели, соответствующих стационарному состоянию объекта при заданной совокупности внешних факторов и параметров. Для нестационарных моделей математическое описание характеризует временное изменение внутренних факторов и параметров при изменении внешних. Тип модели влияет на вид уравнений математического описания.

Алгебраическими или трансцендентными уравнениями осуществляется математическое описание стационарных режимов работы объектов с сосредоточенными параметрами.

Обыкновенные дифференциальные уравнения используют для математического описания нестационарных режимов (динамики) объектов с сосредоточенными параметрами, а также стационарных режимов объектов с распределенными параметрами, в которых значения параметров зависят только от одной пространственной координаты. В первом случае в качестве независимой переменной используется время, во втором - пространственная координата. Важной особен-

ностью математического описания с обыкновенными дифференциальными уравнениями является необходимость задания начальных условий.

Дифференциальные уравнения в частных производных используют для математического описания динамики объектов с распределенными параметрами, в которых значения параметров зависят только от одной пространственной координаты, или стационарных режимов объектов, в которых распределенность параметров имеется более чем по одной пространственной координате. Для указанных уравнений при описании динамики объекта наряду с начальными нужно задавать также краевые (граничные) условия, т.е. условия однозначности, являющиеся в общем виде функциями времени. Для стационарных режимов объектов, характеризуемых уравнениями в частных производных, задаются только граничные условия.

Исследование объектов, описываемых дифференциальными уравнениями, представляет собой довольно сложную вычислительную задачу. Поэтому в ряде случаев вместо описания объекта дифференциальными уравнениями его характеризуют конечными уравнениями, для чего от непрерывного объекта с распределенными параметрами переходят к дискретному с сосредоточенными параметрами, но имеющему ячеечную структуру. Формально-математически замена непрерывного объекта дискретным эквивалентна замене дифференциальных уравнений разностными соотношениями. При этом обыкновенные дифференциальные уравнения приводятся к системе конечно-разностных уравнений, а дифференциальные уравнения в частных производных - к системе дифференциально-разностных уравнений.

Примером такого подхода к составлению математического описания может служить метод элементарных тепловых балансов, применяемый для вычисления температурного поля в телах сложной геометрической формы или при трудности задания граничных условий. В этом случае непрерывный массив (например, грунта) заменяется конечным числом элементов, что позволяет заменить дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье - Кирхгофа набором алгебраических уравнений теплового баланса. Естественно, что такое преобразование позволяет определить только дискретные значения температур в отдельных точках выделенных элементов, что приводит к определенной погрешности, которую необходимо учитывать при оценке результатов.

В реальных условиях встречаются объекты, обладающие ячеечной структурой (ректификационные тарельчатые колонны абсорбционных холодильных машин, секционированные (элементные) теплообменные аппараты и т.д.). Поэтому ячеечные модели являются не только результатом аппроксимации конечным числом алгебраических уравнений параметров объектов, описываемых дифференциальными уравнениями, но и имеют самостоятельное значение.

В тех случаях, когда моделируется динамический процесс, имеющий достаточно большую постоянную времени, и исследователя не интересуют переходные процессы, нестационарный по своему существу процесс может рассматриваться как некоторая последовательность стационарных процессов. Получаемая при этом модель называется квазистационарной. Такое допущение позволяет заменить обычные дифференциальные уравнения алгебраическими, что упрощает процесс нахождения решения. Примером может служить моделирование изменения холодопроизводительности холодильной установки в зависимости от суточных колебаний температуры охлаждающей воды или других аналогичных факторов.

Таким образом, в целом математические модели можно подразделить по пространственным признакам на модели объектов с сосредоточенными, распределенными параметрами и ячеечные модели, а по временным признакам - на статические, динамические и квазистационарные.

Математическая модель должна обеспечивать определение значений выходных факторов в зависимости от конкретного сочетания входных и управляющих факторов. Это может быть достигнуто только путем решения системы уравнений математического описания. В тех случаях, когда явная форма связи выходных факторов с входными и управляющими не может быть получена, должна быть разработана специальная методика, обеспечивающая решение системы уравнений математического описания. Эта последовательность операций, которые необходимо выполнить над уравнениями математического описания, для того чтобы найти значения выходных факторов и параметров модели, т.е. осуществить сам процесс моделирования, называется алгоритмом.

Исходным материалом для разработки алгоритма является математическое описание. В простейших случаях, когда возможно аналитическое решение системы уравнений математического описа-

ния, необходимость в специальной разработке моделирующего алгоритма отпадает. Если же математическое описание представляет собой сложную систему алгебраических и дифференциальных уравнений, построение эффективного моделирующего алгоритма зачастую определяет применимость модели.

Существующие методы анализа позволяют решать широкий круг задач математического моделирования. Однако в некоторых случаях встречаются серьезные затруднения в применении общих методов численного анализа.

К таким случаям можно отнести:

- решение систем нелинейных уравнений с большим числом переменных;

- интегрирование систем обыкновенных дифференциальных уравнений с краевыми условиями;

- интегрирование системы дифференциальных уравнений в частных производных.

Для указанных случаев общие методы решения отсутствуют, поэтому в каждом конкретном случае при построении моделирующего алгоритма следует использовать особенности решаемой задачи. Здесь очень существенно понимание физической природы моделируемого процесса и получаемых решений.

Иногда моделирующий алгоритм получается настолько сложным, что приходится изменять формулировку исходной задачи моделирования для упрощения математического описания. Такое упрощение может достигаться как заменой используемых в математическом описании аналитических выражений на более простые и, как следствие, менее точные, так и сокращением математического описания путем исключения из модели части факторов и параметров, характеризующих моделируемый объект.

Таким образом, все три аспекта математической модели — смысловой, аналитический и вычислительный — должны рассматриваться в тесной взаимосвязи. Возможность решения задачи моделирования и последующего использования математической модели часто обусловлена тем, насколько удачно эти стороны соответствуют одна другой.

Наконец, математическая модель должна обеспечить определение значений выходных факторов и параметров при заданном сочетании входных и управляющих. После составления вычислитель-

ного алгоритма начинается процесс собственно моделирования, т.е. проведения математических экспериментов с помощью разработанной математической модели.

Созданная на основе правильных физических представлений математическая модель становится мощным инструментом для исследования изучаемого объекта, аналогичным весьма совершенному экспериментальному стенду, а в ряде случаев и превосходящая его. Ни один экспериментальный стенд не может обладать универсальностью и широтой изменения параметров, характерными для математического моделирования. Кроме того, математическая модель позволяет изменять любой, отдельно взятый параметр, что не всегда возможно при физическом эксперименте. Следует также учитывать, что математическое моделирование позволяет осуществлять безопасное исследование аварийных ситуаций и режимов.

1.3. Характеристики объектов моделирования

В простейшем случае математическая модель используется для нахождения значений внутренних факторов и параметров объекта при заданной совокупности значений внешних и исследования зависимостей, существующих между внутренними и внешними факторами и параметрами.

Для стационарных процессов значения внутренних факторов и параметров при заданных внешних определяются режимом процесса. При изменении значений внешних факторов и параметров (а к ним относятся входные и управляющие) внутренние (выходные) факторы и параметры также изменяются, что позволяет находить существующую между ними зависимость, называемую статической характеристикой объекта (рис.1.3,*а*).

Примером статической характеристики может служить зависимость холодопроизводительности компрессора холодильной машины от температуры кипения рабочего тела при разных температурах конденсации (рис.1.3,*б*).

Для нестационарных процессов изменение во времени значений выходных факторов и параметров в зависимости от входных, т.е. динамические характеристики, могут рассматриваться для двух случаев: при скачкообразном изменении внешних факторов и параметров - так называемые кривые разгона (рис.1.4,*а*) и при

изменении внешних факторов и параметров во времени по какому-то закону - так называемые переходные процессы (рис.1.5,*а*).

Примером кривой разгона (рис.1.4,*б*) является изменение давления $p_к$ конденсации в конденсаторе холодильной установки

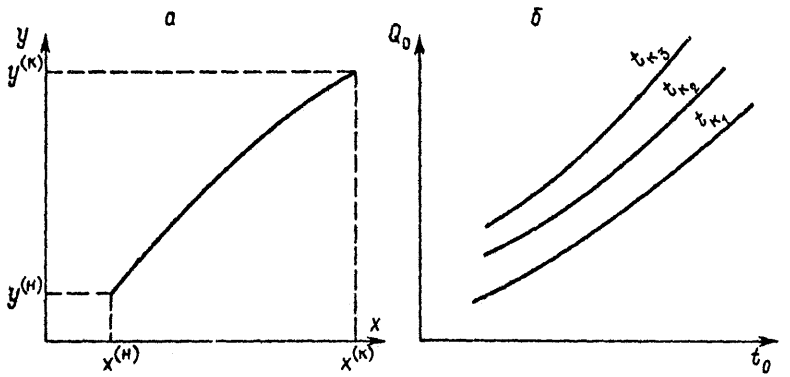


Рис.1.3

($p_к$ - выходной параметр) при дополнительном включении в работу одного из нескольких одновременно работающих на этот конденсатор компрессоров (V_h - суммарный объем, описываемый поршнями компрессоров - внешний фактор).

Примером переходного процесса (рис.1.5,*б*) является изменение во времени температуры воздуха в охлаждаемом помещении при изменении температуры кипения рабочего тела в испарителе холодильной установки непосредственного охлаждения, производительность которой регулируется методом пуска и остановки компрессоров.

Статистические и динамические характеристики чаще всего характеризуют изменение лишь одной внутренней переменной объекта. Для получения полного представления о поведении объекта необходимо найти ряд таких характеристик для всех основных внутренних факторов и параметров.

Наиболее общей формой представления состояния объекта является изображение его положения в фазовом пространстве переменных факторов и параметров. Иными словами, состояние объекта, характеризуемое совокупностью значений переменных величин, изображают в виде точки в n-мерном пространстве координат, назы-

ваемых фазовыми координатами объекта. В число фазовых координат включают обычно внутренние факторы и параметры процесса. Кроме того, иногда целесообразно к ним относить и некоторые внешние факторы и параметры, например управляющие воздействия.

Для стационарных процессов множество точек, характеризующих поведение объекта в фазовом пространстве, представляет собой обобщенную статическую характеристику объекта, проекция которой на любую координатную плоскость образует обычную одномерную статическую характеристику.

Для нестационарного процесса состояние объекта меняется с течением времени, что эквивалентно движению точки в фазовом пространстве по некоторой траектории. Проекция данной траекто-

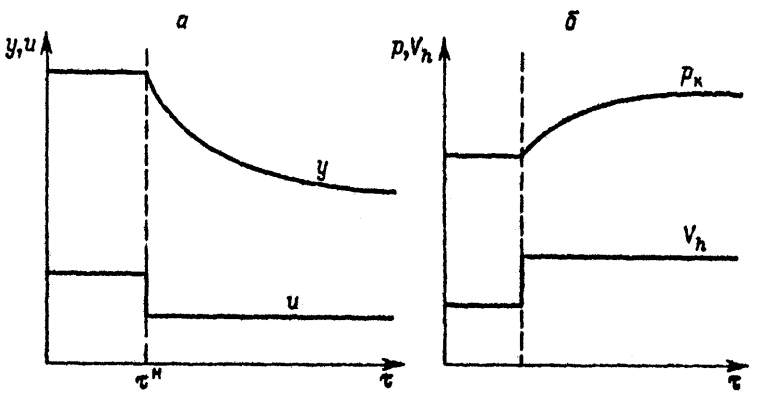


Рис.1.4

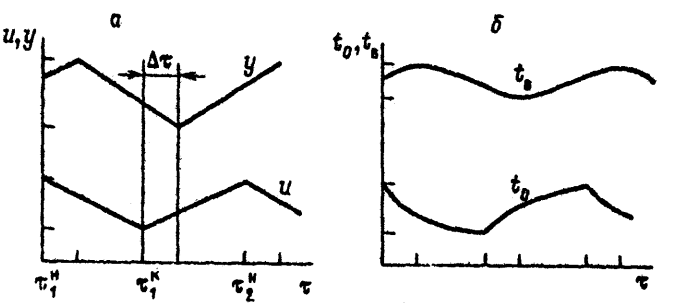


Рис.1.5

рии на любую координатную плоскость фазового пространства определяет обычные одномерные кривые разгона или переходные процессы.

Графическое представление n-мерного пространства возможно лишь при $n=2$, когда фазовое пространство изображается в виде фазовой плоскости, или при $n=3$, когда фазовое пространство доступно для изображения обычными приемами объемного черчения. Для более высокой размерности ($n>3$) понятие фазового пространства является удобной математической абстракцией. При этом оси координат опускаются, а положение любой точки на траектории задается n-мерным вектором, составляющие которого определяются значениями фазовых координат в данный момент времени:

$$Y(\tau)=[y_1(\tau), y_2(\tau), \ldots, y_n(\tau)].$$

Для характеристики управляющих воздействий также пользуются векторной формой записи $U(\tau)=[u_1(\tau), u_2(\tau), \ldots, u_r(\tau)]$.

Размерность n вектора выходных факторов и параметров в общем случае не равна размерности r вектора управляющих воздействий. Для этого вектора, определенного в r-мерном пространстве управляющих воздействий, условиями задачи моделирования может быть задана ограниченная область изменения, что соответствует ограничениям на диапазон изменения управляющих воздействий.

Изложенное выше касалось методов построения статических характеристик отдельных элементарных процессов. Реальный моделируемый объект часто значительно более сложен, однако он может рассматриваться как некоторая совокупность элементарных процессов, что позволяет решать вопрос о построении статических характеристик всего моделируемого объекта на основании статических характеристик элементарных процессов [13].

С этой целью при составлении формализованного описания необходимо построить структурную схему объекта, рассматривая его как совокупность элементарных процессов и допуская для них лишь три формы взаимодействия: последовательное соединение, параллельное соединение, соединение по принципу обратной связи (рецикл) или их комбинации.

При таком подходе на базе статических характеристик отдельных элементарных процессов могут быть сравнительно просто получены статические характеристики моделируемого объекта.

Схема последовательного соединения элементарных процессов. Структурная схема объекта (рис.1.6) представляет собой цепочку элементов с известными статическими характеристиками элементарных процессов

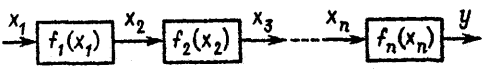


Рис.1.6

$$y = f_n(x_n); \quad x_{i+1} = f_i(x_i), \quad i = 1, 2, \ldots, n-1. \qquad (1.3)$$

Если функции $f_i(x_i)$ заданы аналитическими зависимостями, то статическая характеристика объекта $y = f(x_1)$ определяется следующим образом:

$$y = f_n(x_n) = f_n[f_{n-1}(x_{n-1})] = \ldots = f_n\{f_{n-1}[\ldots f_2(f_1(x_1))]\}. \qquad (1.4)$$

При графическом задании функции $f_i(x_i)$ статическая характеристика объекта находится с помощью следующих построений (рис.1.7). В первом, втором и третьем квадрантах строятся функции

$$x_2 = f_1(x_1), \quad x_3 = f_2(x_2), \quad x_4 = f_3(x_3).$$

Выбирается произвольное значение x_1 (точка *1* на оси Ox_1) и построением отрезков *1-2* и *2-3* находится соответствующее значение x_2, затем по отрезкам *3-4* и *4-5* определяется значение x_3, а по отрезкам *5-6* и *6-7* - значение x_4. Через точки *1* и *7* проводятся линии, параллельные осям координат, пересечение которых определяет положение точки *8*, принадлежащей характеристике $x_4 = f'(x_1)$. Задаваясь последовательно несколькими значениями x_1 и производя аналогичные построения, находим ряд соответствующих им значений x_4, по которым строится характеристика $x_4 = f'(x_1)$. Затем указанные построения производятся для следующих трех характеристик $x_4 = f'(x_1)$, $x_5 = f_4(x_4)$, $x_6 = f_5(x_5)$, в результате чего определяется характеристика $x_6 = f''(x_1)$. И так до тех пор, пока не будет получена искомая статическая характеристика $y = f(x_1)$.

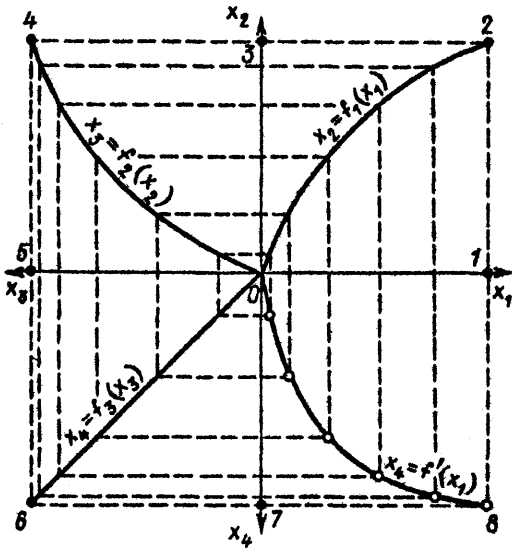


Рис.1.7

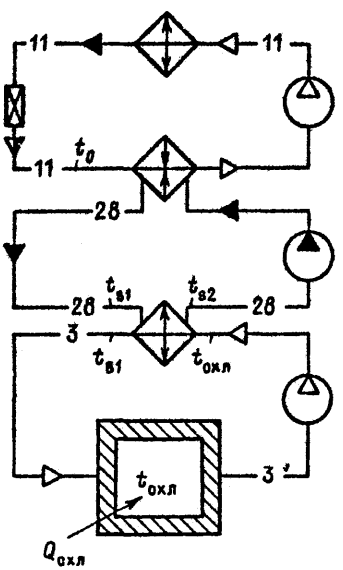


Рис.1.8

Рассмотрим пример построения характеристики объекта по характеристикам элементарных процессов при последовательном соединении последних для холодильной установки, схема которой изображена на рис.1.8. Допустим, что установка предназначена для термостатирования охлаждаемого помещения, тепловая нагрузка которого определяется теплопритоками через ограждения. Допустим также, что температура окружающей среды и характеристики оборудования (площадь теплопередающей поверхности теплообменных аппаратов, значения коэффициентов теплопередачи, производительность вентилятора воздухоохладителя и насоса промежуточного хладоносителя и т.д.) известны. В этом случае можно утверждать, что низшая температура воздуха, охлаждаемого в воздухоохладителе, будет зависеть от температуры охлаждаемого помещения, т.е.

$$t_{в1} = f_1(t_{охл}). \qquad (1.5)$$

Если известны площадь теплопередающей поверхности воздухоохладителя, объемные расходы воздуха и хладоносителя, их теплофизические свойства и коэффициент теплопередачи аппарата, то температура хладоносителя, подаваемого в воздухоохладитель, будет зависеть от требуемой температуры воздуха $t_{в1}$:

$$t_{в1} = f_2(t_{в1}). \qquad (1.6)$$

Наконец, при известной площади теплопередающей поверхности испарителя и известном коэффициенте теплопередачи можно определить температуру кипения t_0, необходимую для получения хладоносителя с температурой $t_{в1}$:

$$t_0 = f_3(t_{в1}). \qquad (1.7)$$

Уравнение (1.4) показывает, как получить зависимость температуры кипения рабочего тела от температуры охлаждаемого помещения:

$$t_0 = f_3(t_{в1}) = f_3[f_2(t_{в1})] = f_3\{f_2[f_1(t_{охл})]\}. \qquad (1.8)$$

Формула (1.8) дает решение задачи в общем виде. Для практического использования этой формулы представим ее в развернутом виде.

Теплоприток в охлаждаемое помещение определится выражением

$$Q_{охл} = \sum_{j=1}^{6} k_j F_j (t_{нj} - t_{охл}),$$

где $j = 1,2,\ldots,6$ – номер ограждающих помещение поверхностей; $t_{нj}$ – температура за пределами j-го ограждения. В соответствии со сделанными допущениями производительность вентилятора воздухоохладителя $V_в$ – известна. Однако, учитывая, что энергия, затрачиваемая на перемещение воздуха, преобразуется в теплоту и в конечном счете передается воздуху, количество подводимой к воздуху теплоты подлежит уточнению.

Мощность, потребляемая двигателем вентилятора, равна

$$N_{дв} = \frac{V_в H_в}{\eta_в \eta_{дв}},$$

где $H_в$ – напор воздуха, создаваемый вентилятором, кПа; $\eta_в$ – коэффициент полезного действия вентилятора; $\eta_{дв}$ – коэффициент полезного действия двигателя вентилятора. Если двигатель вентилятора располагается в охлаждаемом помещении, то вся энергия преобразуется в теплоту и будет передана воздуху. В этом случае количество теплоты, отводимое от воздуха, определится выражением $Q_{в.о} = Q_{охл} + N_{дв}$ и температуру воздуха, выходящего из воздухоохладителя ($t_{в1}$), можно найти из выражения $\Delta t_в = t_{охл} - t_{в1} = \frac{Q_{в.о}}{V_в \rho_в c_в}$, откуда

$$t_{в1} = t_{охл} - \frac{Q_{в.о}}{V_в \rho_в c_в} = t_{охл} - \frac{1}{\rho_в c_в}\left(\frac{Q_{охл}}{V_в} + \frac{H_в}{\eta_в \eta_{дв}}\right), \quad (1.5а)$$

где $\rho_в$ – плотность воздуха при его средней температуре $\bar{t}_в = \frac{t_{в1} + t_{охл}}{2}$, кг/м^3; $c_в$ – массовая теплоемкость воздуха при постоянном давлении и средней температуре, $\frac{кДж}{кг \cdot К}$ [5].

В случае, когда двигатель вентилятора расположен вне охлаждаемого помещения, к воздуху будет подводиться теплота, эквивалентная мощности вентилятора:

$$Q'_{в.о} = Q_{охл} + N_в = Q_{охл} + V_в H_в / \eta_в .$$

В этом случае температура воздуха, выходящего из воздухоохладителя, определится выражением

$$t_{в1} = t_{охл} - \frac{Q_{в.о}}{V_в \rho_в c_в} = t_{охл} - \frac{1}{\rho_в c_в}\left(\frac{Q_{охл}}{V_в} + \frac{H_в}{\eta_в}\right). \quad (1.5б)$$

Полученные выражения (1.5а) или (1.5б) являются развернутым представлением функциональной зависимости (1.5).

Для развернутого представления зависимости (1.6) необходимо уточнить величину нагрузки на испаритель холодильной установки. Учитывая, что энергия, затрачиваемая насосом промежуточного хладоносителя, в конечном счете преобразуется в теплоту и подводится к хладоносителю, тепловая нагрузка на испаритель $Q_0^{бр}$ определится выражением

$$Q_0^{бр} = Q_{в.о} + N_б = Q_{в.о} + \frac{V_б H_б}{\eta_б},$$

где N_s - мощность, потребляемая насосом хладоносителя, кВт; V_s - объемная производительность насоса хладоносителя, $м^3/с$; H_s - напор, создаваемый насосом, кПа; η_s - коэффициент полезного действия насоса хладоносителя.

Часть энергии - тепловые потери двигателя насоса хладоносителя - обычно рассеивается в окружающей среде и хладоносителю не передается (при насосах открытого типа). Тогда изменение температуры хладоносителя будет определяться выражением

$$\Delta t_s = \frac{Q_0^{бр}}{V_s \rho_s c_s} = \frac{1}{\rho_s c_s}\left(\frac{Q_{в.о}}{V_s} + \frac{H_s}{\eta_s}\right),$$

где ρ_s - плотность хладоносителя при его средней температуре; $кг/м^3$; c_s - массовая теплоемкость хладоносителя при средней температуре, $\frac{кДж}{кг \cdot К}$.

Обозначая температуры хладоносителя и воздуха в соответствии с рис.I.9, можно написать следующее выражение для среднелогарифмической разности температур:

$$\theta_{в.о} = \frac{(t_{охл} - t_{s2}) - (t_{в1} - t_{s1})}{\ln \frac{t_{охл} - t_{s2}}{t_{в1} - t_{s1}}}.$$

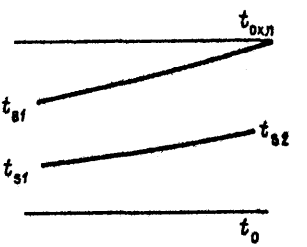


Рис.I.9

Учитывая, что $t_{охл} = t_{в1} + \Delta t_в$, а $t_{s2} = t_{s1} + \Delta t_s$, это выражение приводим к виду

$$\theta_{в.о} = \frac{\Delta t_в - \Delta t_s}{\ln \frac{t_{в1} - t_{s1} + \Delta t_в - \Delta t_s}{t_{в1} - t_{s1}}},$$

откуда

$$t_{s1} = t_{в1} - \frac{\Delta t_в - \Delta t_s}{\exp \frac{\Delta t_в - \Delta t_s}{\theta_{в.о}} - 1}.$$

Поскольку $\theta_{в.о} = \frac{Q_{в.о}}{k_{в.о} F_{в.о}}$, то можно получить окончательно

$$t_{s1} = t_{в1} - \frac{\Delta t_в - \Delta t_s}{\exp \frac{(\Delta t_в - \Delta t_s) k_{в.о} F_{в.о}}{Q_{в.о}} - 1}. \qquad (I.6а)$$

Выражение (1.6а) представляет собой развернутую форму записи функциональной зависимости (1.6).

Аналогично согласно рис.1.9 можно найти выражение для среднелогарифмической разности температур в испарителе

$$\theta = \frac{(t_{s2}-t_0)-(t_{s1}-t_0)}{\ln\dfrac{t_{s2}-t_0}{t_{s1}-t_0}} = \frac{\Delta t_s}{\ln\dfrac{t_{s1}-t_0-\Delta t_s}{t_{s1}-t_0}},$$

откуда $t_0 = t_{s1} - \dfrac{\Delta t_s}{\exp\dfrac{\Delta t_s}{\theta_и}-1}$, а так как $\theta_и = \dfrac{Q_0^{ср}}{k_и F_и}$, то

$$t_0 = t_{s1} - \frac{\Delta t_s}{\exp\dfrac{\Delta t_s k_и F_и}{Q_0^{ср}}}. \qquad (1.7а)$$

Полученное выражение представляет собой развернутую форму записи функциональной зависимости (1.7).

Подставляя выражение (1.5а) или (1.5б) в зависимость (1.6а) и полученное уравнение в (1.7а), нетрудно получить развернутое выражение уравнения (1.8), устанавливающее зависимость температуры кипения t_0 от температуры охлаждаемого помещения $t_{охл}$ для рассмотренных условий.

Приведенный пример свидетельствует о необходимости учета взаимосвязи отдельных элементарных процессов. Так, использование вентилятора в воздухоохладителе или насоса для транспортировки промежуточного хладоносителя приводит к увеличению нагрузки на последующие элементы холодильной установки. Учет этого влияния требует использования информации об особенностях рассматриваемой схемы и теплофизических свойствах воздуха и хладоносителя.

Схема параллельного соединения элементарных процессов. Рассмотрим схему с выходом на сумматор (рис.1.10). При аналитическом задании статических характеристик элементарных процессов $y_1 = f_1(x_1)$, $y_2 = f_2(x_1), \ldots, y_n = f_n(x_1)$ статическая характеристика объекта будет определяться выражением

$$y = \sum_{i=1}^{n} f_i(x_1). \qquad (1.9)$$

При графическом или табличном задании функций $y_i = f_i(x_1)$ статическая характеристика объекта находится путем суммирования

всех n значений ординат функций $f_i(x_1)$ при каждом значении x_1. На рис.1.11 показаны статические характеристики (*I*-*III*) параллельно включенных звеньев, кривая *IV* - статическая характеристика всего объекта.

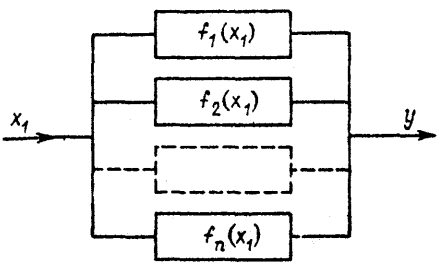


Рис.1.10

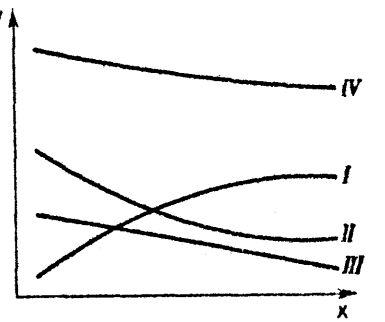


Рис.1.11

Примером параллельного соединения элементарных процессов может служить определение величины тепловой нагрузки на конденсатор холодильной установки как суммы холодопроизводительности $Q_0 = f_1(t_0)$ и индикаторной мощности компрессора $N_{инд} = f_2(t_0)$ при разных температурах кипения и фиксированной температуре конденсации. В этом случае конденсатор рассматривается как сумматор.

Другим примером параллельного соединения элементарных процессов является выбор оптимальной толщины тепловой изоляции охлаждаемых помещений, обеспечивающей минимальную величину приведенных затрат. В этом случае сумматором является итоговая величина приведенных затрат. Так как эти примеры рассматриваются в курсах холодильных машин и холодильных установок, более детальное их обсуждение представляется излишним.

Схема соединения элементарных процессов по принципу обратной связи (рецикл). Зная статические характеристики элементарных процессов $f_1(x)$ и $f_2(y)$ (рис.1.12), можно получить уравнение статической характеристики объекта

$$y = f_1[x_1 \mp f_2(y)], \qquad (1.10)$$

где знак минус соответствует отрицательной обратной связи (отвод потока) $x_1 \longrightarrow x_3$, $\downarrow x_2$, а знак плюс - положительной обратной связи (подвод потока) $x_1 \longrightarrow x_3$, $\uparrow x_2$.

Нетрудно заметить, что при наличии обратной связи уравнение статической характеристики объекта приобретает неявный вид относительно выходного параметра y, что существенно осложняет поиск решения при использовании уравнения такого типа в математической модели. В частном случае, если принять, что $f_1(x) = k_1 x_1$, а $f_2(y) = k_2 y$, то выражение (1.10) можно представить в виде $y = k_1(x_1 \mp k_2 y)$. Последнее выражение после преобразования можно записать в явном виде следующим образом:

$$y = \frac{k_1}{1 \pm k_1 k_2} x_1 .$$

Однако такое преобразование возможно только при простейших функциональных зависимостях - типа приведенных выше.

Статическую характеристику объекта $y = f(x_1)$ можно определить графически (рис.1.13), если известны графики зависимостей $f_1(x)$ и $f_2(y)$. Рассмотрим случай, когда элементарные процессы соединены по принципу отрицательной обратной связи. В этом случае $x_3 = x_1 - x_2$. Задаемся произвольным значением x_3, равным отрезку *0-1*, и находим $y = f_1(x_3)$ и $x_2 = f_2(y)$, осуществив построение *1-2-3* и *3-4-5* соответственно. Тогда нетрудно вычислить значение $x_1 = x_2 + x_3$. Для этого к отрезку *0-1* добавим отрезок *0-5* и получим отрезок *0-6*. Из точки *6* восстанавливаем перпендикуляр *6-7* до пересечения с отрезком *2-7*. Точка *7* принадлежит искомой статической характеристике объекта $y = f(x_1)$. Затем задаются новым значением x_3, и построение повторяется.

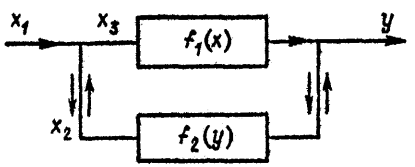


Рис.1.12

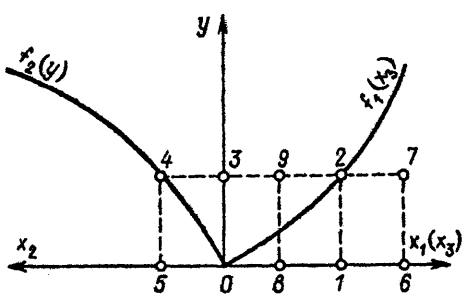


Рис.1.13

Для положительной обратной связи $x_1 = x_3 - x_2$. В этом случае отрезок *0-5* надо вычесть из от-

резка *0-1*. В результате получим отрезок *0-8*. Статическая характеристика объекта $y=f(x_1)$ при этом будет проходить через точку *9*.

Примером соединения элементарных процессов по принципу отрицательной обратной связи является параллельное включение ручного и терморегулирующего дросселирующих вентилей, применяемое в крупных хладоновых испарительно-регулирующих агрегатах (рис.1.14). В этом случае выходным параметром (аналогичным y) является температура перегретого пара $t_{п.п}$, а суммарный расход рабочего тела G - входная величина, аналогичная x_3. Расход рабочего тела через ручной дросселирующий вентиль G_1 соответствует связи x_1, а через терморегулирующий вентиль G_2 - связи x_2. В результате для этой системы могут быть написаны следующие уравнения:

$$t_{п.п}=f_1(G),$$

$$G_2=f_2(t_{п.п}),$$

$$G=G_1+G_2.$$

Повышение температуры перегрева пара вызовет увеличение расхода рабочего тела

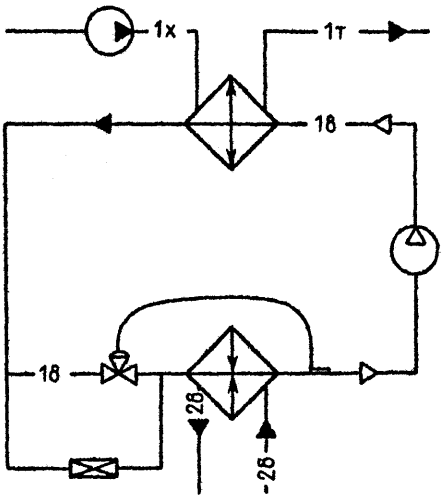


Рис.1.14

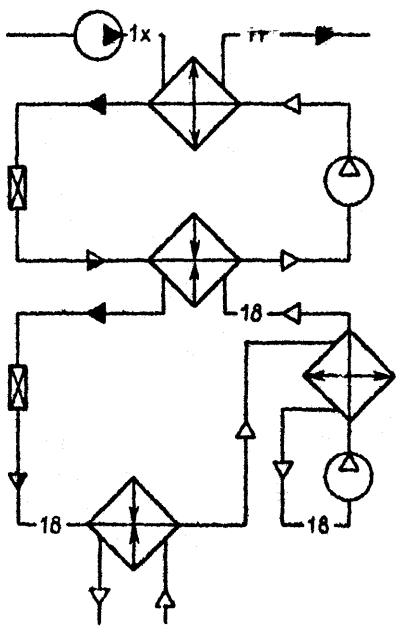


Рис.1.15

через терморегулирующий вентиль при сохранении постоянным расхода рабочего тела через ручной дросселирующий вентиль. В результате общее количество рабочего тела, подаваемого в испаритель, увеличится, что приведет к уменьшению перегрева пара.

Таким образом, при соединении по принципу отрицательной обратной связи система стремится компенсировать возмущающее действие.

Примером соединения элементарных процессов по принципу положительной обратной связи может служить включение регенеративного теплообменника в схему низкотемпературной каскадной холодильной установки (рис.1.15). В таком теплообменнике, включаемом в нижнюю ветвь каскада, происходит подогрев всасываемого в компрессор пара сжатым в компрессоре паром, направляемым в конденсатор-испаритель. Эта схема применяется в случае, когда при низкой температуре всасываемого пара его температура в конце сжатия также отрицательна, что не позволяет обеспечить нормальные условия работы системы смазки компрессора. В этих условиях повышение температуры всасываемого пара приводит к росту температуры пара в конце процесса сжатия, в результате в теплообменник поступит пар с более высокой температурой, что вызовет дальнейшее повышение температуры всасываемого пара, а значит, и дальнейший рост температуры нагнетания, и т.д. Теоретически кажется, что этот процесс может привести к бесконечному повышению температуры всасываемого пара, но практический рост ее ограничивается потерями в окружающую среду, увеличивающимися с ростом температуры нагнетания $t_н$, снижением производительности компрессора из-за увеличения удельного объема всасываемого пара и другими подобными факторами. В этом случае $t_{вс} = t_0 + \Delta t$, $t_н = f_1(t_{вс})$, $\Delta t = f_2(t_н)$.

Рассмотренные методы построения статических характеристик объектов могут быть применены и к более сложным структурным схемам при расчленении их на цепочки с последовательно или параллельно соединенными элементарными процессами или на контуры с обратной связью.

1.4. Математические модели теплообменных аппаратов

Для реальных процессов, протекающих в холодильных установках, характерно наличие материальных потоков вещества, теп-

ло- и массообменных процессов, происходящих в потоках и приводящих к изменению режима течения, параметров свойств потоков, агрегатного состояния вещества и т.п. В то же время режим движения потока вещества, т.е. гидродинамическая обстановка, характеризующая процесс, часто определяет все остальные тепло- и массообменные характеристики процесса. Поэтому, как уже отмечалось, основой всего математического описания часто является гидродинамическая модель процесса.

Учитывая, что в холодильных установках встречаются как однофазные, так и двухфазные (пар - жидкость) потоки вещества, а уравнения гидродинамики для реальных потоков оказываются либо весьма сложными (достаточно вспомнить уравнения Навье - Стокса для однофазных потоков), либо в ряде случаев вообще не могут быть записаны в общем виде (для двухфазных потоков), при создании математических моделей обычно рассматривают несколько идеализированных схем движения вещества.

В этих условиях реальный аппарат представляется комбинацией идеализированных вариантов движения потока вещества в таких зонах, как: зона идеального перемешивания, зона идеального вытеснения, зона идеального вытеснения с однопараметрической теплопроводностью (под зоной понимается часть аппарата, через которую проходит одна из обменивающихся теплом сред).

Зона идеального перемешивания. Схема зоны идеального перемешивания, в которой во всем потоке или на рассматриваемом участке происходит полное (идеальное) выравнивание какого-либо параметра, например температуры, показана на рис.1.16. Любое изменение температуры на входе в зону идеального перемешивания распространяется по всему ее объему. Уравнение, описывающее изменение температуры в зоне идеального перемешивания, можно представить в виде

$$V\rho c_p \frac{dt}{d\tau} = v\rho_0 c_{p0}(t_0 - t), \quad (1.11)$$

где V - объем зоны идеального перемешивания, м^3; ρ_0, ρ - плотность вещества в потоке, входящем в зону,

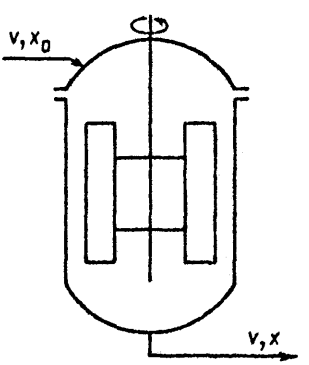


Рис.1.16

и в зоне, кг/м^3; c_{p0}, c_p – массовая теплоемкость вещества в потоке, входящем в зону, и в зоне, $\frac{кДж}{кг \cdot К}$; τ – время, с; v – объемный расход потока, входящего в зону и выходящего из нее, м^3/с; t_0, t – температура вещества в потоке, входящем в зону, и в зоне, К.

Если пренебречь изменениями плотности и теплоемкости вещества, происходящими при изменении температуры, и считать $c_{p0} = c_p = \text{const}$ и $\rho_0 = \rho = \text{const}$, то выражение (1.11) можно записать в следующем виде:

$$\frac{v}{V} d\tau = \frac{dt}{t_0 - t} . \qquad (1.11а)$$

Интегрирование выражения (1.11а) позволяет определить закон изменения температуры в зоне идеального перемешивания при изменении температуры входящего потока:

$$t = t_0[1 - \exp(-\omega\tau)] + t_н \exp(-\omega\tau), \qquad (1.12)$$

где t – текущее значение температуры в зоне идеального перемешивания, К; $\omega = v/V$ – характеристика зоны идеального перемешивания, с$^{-1}$; τ – время, отсчитываемое от начального момента $\tau_н = 0$, с; $t_н$ – температура вещества в зоне в начальный момент времени $\tau_н = 0$, К.

В теплообменных аппаратах температура вещества может изменяться как за счет теплообмена, так и за счет внутренних источников тепла. Поэтому правая часть уравнения (1.11) должна быть дополнена слагаемым, оценивающим интенсивность источников тепла q_v, приходящуюся на единицу объема зоны идеального перемешивания. При этом следует учитывать, что объемный расход, плотность и теплоемкость вещества также могут меняться, откуда

$$V \frac{\partial(\rho c_p t)}{\partial \tau} = v_0 \rho_0 c_{p0} t_0 - v \rho c_p t + V q_v . \qquad (1.13)$$

При поступлении тепла только за счет теплообмена зоны идеального перемешивания с внешней средой интенсивность источника тепла определяется теплопоступлениями через ограждение:

$$q_v = kF^*(t_{о.с} - t),$$

где F^* – площадь поверхности теплообмена, отнесенная к единице объема зоны идеального перемешивания, $м^{-1}$; k – коэффициент теплопередачи, $\frac{кВт}{м^2 \cdot К}$; $t_{о.с}$ – температура внешней среды, К.

Зона идеального вытеснения. Схема зоны идеального вытеснения аппарата показана на рис.1.17. Модель идеального вытеснения используется в случае поршневого потока в предположении, что в направлении движения перемешивание (выравнивание значения рассматриваемого параметра) полностью отсутствует, а в направлении, перпендикулярном движению, происходит идеальное перемешивание.

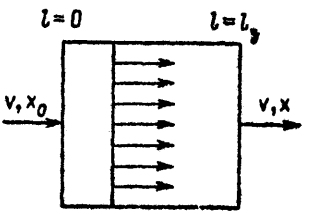


Рис.1.17

Уравнение изменения температуры в этой зоне

$$s_з \rho c_p dl \frac{\partial t}{\partial \tau} = -v \rho_0 c_{p0} dt$$

может быть представлено в виде

$$s_з \rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = -v \rho_0 c_{p0} \frac{\partial t}{\partial l}, \qquad (1.14)$$

где $s_з$ – площадь сечения зоны идеального вытеснения ($l_з$ – длина зоны вытеснения). Знак минус в правой части уравнения объясняется тем, что изменения температуры в зоне идеального вытеснения и в потоке имеют противоположный характер.

Уравнение (1.14) определяет температуру как функцию двух переменных – времени и длины зоны. Допустим, что постоянны значения плотности и теплоемкости вещества. Начальные условия тогда записывают в виде

$$t(l, 0) = t_0(0) \quad \text{для} \quad 0 < l < l_з,$$

а граничные условия

$$t(0, \tau) = t_0(\tau) \quad \text{для} \quad \tau > 0.$$

В этом случае решение уравнения (1.14) будет иметь следующий вид:

$$t(l, \tau) = \begin{cases} t_0(0) & \text{при } \tau < l/u, \\ t_0(\tau - l/u) & \text{при } \tau > l/u, \end{cases}$$

где $u = v/s_з$ - линейная скорость движения потока, м/с; l/u - время вытеснения рассматриваемого сечения, с.

При наличии источников тепла и с учетом возможных изменений объемного расхода потока, плотности и теплоемкости вещества потока уравнение (1.14) примет вид

$$s_з \frac{\partial(\rho c_p t)}{\partial \tau} = -\frac{\partial(v \rho_0 c_{p0} t_0)}{\partial l} + s_з q_v . \qquad (1.14а)$$

Зона идеального вытеснения с однопараметрической теплопроводностью. Схема такой зоны приведена на рис.1.18. Условия физической реализуемости зоны идеального вытеснения с однопараметрической теплопроводностью выполняются в случае поршневого потока, в направлении движения которого существует продольная теплопроводность, а в направлении, перпендикулярном движению, - идеальное перемешивание.

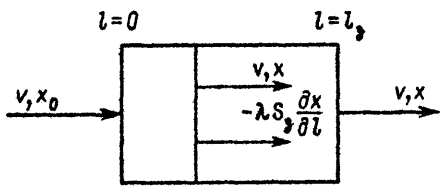


Рис.1.18

Если рассматривать теплообменный аппарат, то уравнение, характеризующее изменение температуры по длине зоны с однопараметрической теплопроводностью, будет иметь следующий вид:

$$s_з \rho c_p dl \frac{\partial t}{\partial \tau} = -v \rho_0 c_{p0} dt - \lambda s_з \frac{\partial t}{\partial l} , \qquad (1.15)$$

где λ - коэффициент теплопроводности вещества, кВт/(м·К).

При допущении о постоянстве массовой теплоемкости и плотности вещества в потоке и зоне однопараметрической теплопроводности выражение (1.15) может быть приведено к виду

$$s_з \frac{\partial t}{\partial \tau} = -v \frac{\partial t}{\partial l} - a s_з \frac{\partial^2 t}{\partial l^2} ,$$

где $a = \frac{\lambda}{c_p \rho}$ - коэффициент температуропроводности вещества, $м^2/с$.

Зона однопараметрической теплопроводности значительно ближе к реальным процессам, происходящим в теплообменнных аппара-

тах, чем зона идеального вытеснения. Однако сложность задания граничных условий сужает применение этой схемы набором решений, полученных для некоторого числа граничных условий и приводимых в технической литературе.

При наличии источника тепла и с учетом возможного изменения теплофизических свойств вещества и объемного расхода потока уравнение (I.I5) несколько изменится:

$$\varepsilon_{\gamma}\frac{\partial(\rho c_p t)}{\partial \tau} = -\frac{\partial(v\rho_0 c_{p0} t_0)}{\partial l} - \varepsilon_{\gamma}\frac{\partial\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial l}\right)}{\partial l} + \varepsilon_{\gamma} q_v . \qquad (I.I5a)$$

В общем случае интенсивность источника тепла может быть функцией многих факторов и параметров, поэтому уравнения (I.I3)-(I.I5) необходимо интегрировать совместно с другими уравнениями, описывающими изменение всех факторов и параметров, от которых зависит интенсивность источников тепла.

Аналогичные выражения могут быть получены, если вместо температуры рассмотреть изменение какого-либо другого параметра, например концентрации, что будет отражать распределение массы компонентов в потоке и характеризовать процессы массопереноса.

При описании режима движения реального потока может оказаться, что ни одна из приведенных схем не позволяет достаточно строго описать гидродинамическую картину. В этих случаях создают комбинированные модели на базе указанных выше простейших с добавлением застойных зон, байпасирования и рециркуляции отдельных частей потока. Естественно, что математическое описание процесса при этом может существенно усложниться.

Ниже в качестве примеров рассмотрены модели теплообменных аппаратов простейших типов, в которых происходит теплообмен между двумя средами без изменения агрегатного состояния. Предполагается, что движение потоков обменивающихся теплом сред характеризуется простейшими моделями типа "идеальное перемешивание" и "идеальное вытеснение". Принято, что теплофизические свойства потоков и коэффициент теплопередачи имеют постоянное значение. Термическое сопротивление стенки не учитывается, теплообмен с окружающей средой отсутствует.

Теплообменный аппарат типа "перемешивание – перемешивание". Схема такого теплообменного аппарата приведена на рис. I.I9.

Стационарный режим работы можно описать уравнениями нестационарного процесса, в которых производная по времени равна нулю. Тогда для обеих сред справедливо уравнение типа (1.13), принимающее, с учетом стационарности процесса, следующий вид:

$$v_т \rho_т c_{pт}(t_{0т} - t_т) - kF(t_т - t_х) = 0,$$
$$v_х \rho_х c_{px}(t_{0х} - t_х) + kF(t_т - t_х) = 0, \quad (1.16)$$

где F – общая площадь поверхности аппарата ($F = F^* V$), индекс "т" относится к теплой (охлаждаемой) среде, а индекс "х" – к холодной (нагреваемой) среде.

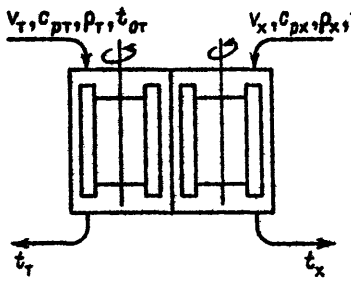


Рис.1.19

Система уравнений (1.16) может быть решена относительно любых двух параметров. Для определения температуры выходящих потоков она должна быть решена относительно $t_т$ и $t_х$. Температура выходящего холодного потока может быть выражена из первого уравнения:

$$t_х = t_т - \frac{v_т \rho_т c_{pт}}{kF}(t_{0т} - t_т).$$

Однако такое представление неудобно, так как наряду с теплофизическими величинами, температурой входящего теплого потока, его объемным расходом и величиной теплопередающей поверхности аппарата приведенное выражение включает текущее значение температуры теплого потока, которое также является искомой величиной.

Подставляя полученное выражение для $t_х$ во второе уравнение и раскрывая скобки, можно получить зависимость

$$v_х \rho_х c_{px}\left[t_{0х} - t_т + \frac{v_т \rho_т c_{pт}}{kF}(t_{0т} - t_т)\right] + v_т \rho_т c_{pт}(t_{0т} - t_т) = 0,$$

которая после ряда упрощений принимает вид

$$t_т\left(\frac{v_х \rho_х c_{px} v_т \rho_т c_{pт}}{kF} + v_х \rho_х c_{px} + v_т \rho_т c_{pт}\right) =$$

$$= \left(\frac{v_x \rho_x c_{px} v_т \rho_т c_{pт}}{kF} + v_т \rho_т c_{pт} \right) t_{0т} + v_x \rho_x c_{px} t_{0x} .$$

Из последнего выражения может быть определена $t_т$:

$$t_т = \frac{\dfrac{v_x \rho_x c_{px} v_т \rho_т c_{pт}}{kF} \left[t_{0т} \left(1 + \dfrac{kF}{v_x \rho_x c_{px}} + \dfrac{kF}{v_т \rho_т c_{pт}} \dfrac{t_{0x}}{t_{0т}} \right) \right]}{\dfrac{v_x \rho_x c_{px} v_т \rho_т c_{pт}}{kF} \left(1 + \dfrac{kF}{v_x \rho_x c_{px}} + \dfrac{kF}{v_т \rho_т c_{pт}} \right)} .$$

Определяя из второго уравнения $t_т = t_x + \dfrac{v_x \rho_x c_{px}}{kF} (t_x - t_{0x})$ и подставляя это выражение в первое уравнение, после аналогичных преобразований можно получить зависимость для t_x в виде

$$t_x = \frac{\dfrac{v_x \rho_x c_{px} v_т \rho_т c_{pт}}{kF} \left[t_{0x} \left(1 + \dfrac{kF}{v_т \rho_т c_{pт}} + \dfrac{kF}{v_x \rho_x c_{px}} \dfrac{t_{0т}}{t_{0x}} \right) \right]}{\dfrac{v_x \rho_x c_{px} v_т \rho_т c_{pт}}{kF} \left(1 + \dfrac{kF}{v_т \rho_т c_{pт}} + \dfrac{kF}{v_x \rho_x c_{px}} \right)} .$$

Произведя сокращения, окончательно находим

$$t_т = \frac{t_{0т} \left[1 + kF \left(\dfrac{1}{v_x \rho_x c_{px}} + \dfrac{t_{0x}}{t_{0т}} \dfrac{1}{v_т \rho_т c_{pт}} \right) \right]}{1 + kF \left(\dfrac{1}{v_x \rho_x c_{px}} + \dfrac{1}{v_т \rho_т c_{pт}} \right)} ,$$

$$t_x = \frac{t_{0x} \left[1 + kF \left(\dfrac{1}{v_т \rho_т c_{pт}} + \dfrac{t_{0т}}{t_{0x}} \dfrac{1}{v_x \rho_x c_{px}} \right) \right]}{1 + kF \left(\dfrac{1}{v_т \rho_т c_{pт}} + \dfrac{1}{v_x \rho_x c_{px}} \right)} . \qquad (I.17)$$

Уравнения (I.17) позволяют определить значение температуры любого потока, выходящего из теплообменного аппарата, в зависимости от значений конструктивных, эксплуатационных и теплофизических параметров, т.е. эти уравнения представляют собой простейшую математическую модель теплообменного аппарата типа "перемешивание - перемешивание", составленную с учетом ранее сделанных допущений.

Сложив уравнения (1.16), получаем равенство

$$v_т \rho_т c_{pт}(t_{0т} - t_т) = v_х \rho_х c_{pх}(t_х - t_{0х}), \qquad (1.18)$$

откуда

$$t_х = t_{0х} + (t_{0т} - t_т)\frac{v_т \rho_т c_{pт}}{v_х \rho_х c_{pх}}. \qquad (1.18а)$$

Подстановкой выражения (1.18а) первое уравнение системы (1.16) приводится к виду

$$v_т \rho_т c_{pт}(t_{0т} - t_т) - kF\left[t_т - t_{0х} - (t_{0т} - t_т)\frac{v_т \rho_т c_{pт}}{v_х \rho_х c_{pх}}\right] = 0.$$

Решая последнее выражение относительно F, находим

$$F = \frac{v_т \rho_т c_{pт}(t_{0т} - t_т)}{k\left[t_т - t_{0х} - (t_{0т} - t_т)\frac{v_т \rho_т c_{pт}}{v_х \rho_х c_{pх}}\right]} = \frac{v_х \rho_х c_{pх}}{k\left(\frac{t_т - t_{0х}}{t_{0т} - t_т}\frac{v_х \rho_х c_{pх}}{v_т \rho_т c_{pт}} - 1\right)}. \qquad (1.19)$$

Выражение (1.19) показывает, что при определенном соотношении параметров площадь теплопередающей поверхности может стать отрицательной, что противоречит физическому смыслу. Поэтому выражение (1.19) определяет условие физической реализуемости теплообменного аппарата

$$\frac{t_т - t_{0х}}{t_{0т} - t_т}\frac{v_х \rho_х c_{pх}}{v_т \rho_т c_{pт}} > 1.$$

Последнее выражение определяет и ограничения на изменения переменных при моделировании теплообменного аппарата типа "перемешивание - перемешивание".

В отличие от приведенных зависимостей при традиционном расчете обычно задается количество передаваемой в аппарате теплоты, что ограничивает возможности изменения переменных величин, поскольку в этом случае справедливо соотношение

$$Q = v_т \rho_т c_{pт}(t_{0т} - t_т) = v_х \rho_х c_{pх}(t_х - t_{0х}).$$

Теплообменный аппарат типа "перемешивание - вытеснение". Принцип действия теплообменного аппарата, работающего по схеме "перемешивание - вытеснение", показан на рис.1.20. Теплообменные аппараты такого типа весьма широко распространены в технике. Движение вещества в трубах небольшого диаметра удовлетво-

рительно характеризуется моделью идеального вытеснения. Поэтому математическое описание такого аппарата может представляться системой уравнения (1.13) и (1.14а) с учетом стационарности процесса (производная по времени равна нулю) и изменения температуры хладоносителя по длине змеевика. Уравнение (1.14а) в этом случае с учетом сделанных допущений примет вид

$$v_x \rho_x c_{px} \frac{dt_x}{dl} = \frac{kF}{l_F}(t_т - t_x), \quad (1.20)$$

где l_F - полная длина зоны вытеснения (змеевика), и должно интегрироваться при начальном условии $t_x\big|_{l=0} = t_{0x}$.

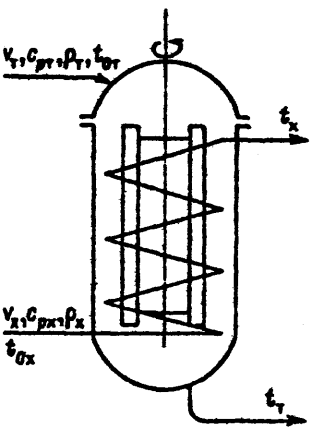


Рис.1.20

Температура хладоносителя t_x изменяется по длине змеевика, поэтому интенсивность источника тепла для зоны идеального перемешивания должна вычисляться по формуле

$$q_v = \frac{kF}{l_F} \int_0^l [t_т - t_x(l)]\,dl.$$

с учетом которой уравнение (1.13) при принятых допущениях будет представлено таким образом:

$$v_т \rho_т c_{pт}(t_{0т} - t_т) = \frac{kF}{l_F} \int_0^l [t_т - t_x(l)]\,dl. \quad (1.21)$$

Система уравнений (1.20) и (1.21) позволяет выразить любые два параметра как функцию остальных, при этом вместо (1.21) можно использовать уравнение теплового баланса (1.18).

Интегрируя уравнение (1.20) при указанных начальных условиях, можно получить выражение для температуры хладоносителя

$$t_x = t_т - (t_т - t_{0x}) \exp\left(-\frac{kF}{v_x \rho_x c_{px}} \frac{l}{l_F}\right). \quad (1.22)$$

Очевидно, что для выходного сечения зоны идеального вытеснения (змеевика) конечная температура хладоносителя будет определяться зависимостью

$$t_x = t_т - (t_т - t_{0x})\exp\left(-\frac{kF}{v_x\rho_x c_{px}}\right). \qquad (1.22а)$$

С другой стороны, конечная температура хладоносителя может быть определена по выражению (1.18а).

Подставляя выражение (1.22а) в (1.18), находим

$$v_т\rho_т c_{pт}(t_{0т} - t_т) = v_x\rho_x c_{px}(t_т - t_{0x})\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x\rho_x c_{px}}\right)\right].$$

Группируя члены, содержащие $t_т$, в одной части, получаем

$$t_т\left\{v_т\rho_т c_{pт} + v_x\rho_x c_{px}\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x\rho_x c_{px}}\right)\right]\right\} =$$

$$= v_т\rho_т c_{pт} t_{0т} + v_x\rho_x c_{px} t_{0x}\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x\rho_x c_{px}}\right)\right],$$

откуда

$$t_т = \frac{v_т\rho_т c_{pт} t_{0т}\left\{1 + \frac{t_{0x}}{t_{0т}}\frac{v_x\rho_x c_{px}}{v_т\rho_т c_{pт}}\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x\rho_x c_{px}}\right)\right]\right\}}{v_т\rho_т c_{pт}\left\{1 + \frac{v_x\rho_x c_{px}}{v_т\rho_т c_{pт}}\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x\rho_x c_{px}}\right)\right]\right\}}.$$

Подставляя полученное выражение для $t_т$ в (1.18а), можно найти выражение для t_x

$$t_x = t_{0x} + \frac{v_т\rho_т c_{pт}}{v_x\rho_x c_{px}}\left\{t_{0т} - \frac{t_{0т}\left\{1 + \frac{t_{0x}}{t_{0т}}\frac{v_x\rho_x c_{px}}{v_т\rho_т c_{pт}}\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x\rho_x c_{px}}\right)\right]\right\}}{1 + \frac{v_x\rho_x c_{px}}{v_т\rho_т c_{pт}}\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x\rho_x c_{px}}\right)\right]}\right\},$$

которое после несложных преобразований приводится к виду

$$t_x = t_{0x} + \frac{(t_{0т} - t_{0x})\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x\rho_x c_{px}}\right)\right]}{1 + \frac{v_x\rho_x c_{px}}{v_т\rho_т c_{pт}}\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x\rho_x c_{px}}\right)\right]}.$$

Полученные уравнения

$$t_т = \frac{t_{0т}\left\{1 + \frac{t_{0x}}{t_{0т}}\frac{v_x\rho_x c_{px}}{v_т\rho_т c_{pт}}\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x\rho_x c_{px}}\right)\right]\right\}}{1 + \frac{v_x\rho_x c_{px}}{v_т\rho_т c_{pт}}\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x\rho_x c_{px}}\right)\right]}, \qquad (1.23)$$

$$t_x = t_{0x} + \frac{(t_{0т} - t_{0x})\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x \rho_x c_{px}}\right)\right]}{1 + \frac{v_x \rho_x c_{px}}{v_т \rho_т c_{pт}}\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x \rho_x c_{px}}\right)\right]}$$

представляют собой простейшую математическую модель теплообменного аппарата типа "перемешивание - вытеснение", дающую возможность получить значения температур охлаждаемой и охлаждающей сред на выходе из теплообменного аппарата, выбранных в рассматриваемом случае в качестве выходных (внутренних) параметров, в зависимости от начальных температур обменивающихся теплом сред, их расходов и теплофизических свойств, площади поверхности аппарата, условий теплообмена, являющихся входными и управляющими (внешними) факторами и параметрами модели. Естественно, что полученные решения будут справедливы в пределах принятых допущений.

Если рассматривается случай, когда конечная температура одной из сред известна, то необходимая площадь поверхности аппарата может быть определена приравниванием выражений (1.18а) и (1.22а) или аналогичных для теплоносителя, в зависимости от того, какая температура известна. В первом случае, если известна конечная температура теплоносителя (охлаждаемой среды):

$$t_{0x} + (t_{0т} - t_т)\frac{v_т \rho_т c_{pт}}{v_x \rho_x c_{px}} t_т - (t_т - t_{0x})\left[1 - \exp\left(-\frac{kF}{v_x \rho_x c_{px}}\right)\right].$$

Из написанного равенства может быть найдена необходимая площадь теплопередающей поверхности

$$F = \frac{v_x \rho_x c_{px}}{k} \ln \frac{1}{1 - \frac{t_{0т} - t_т}{t_т - t_{0x}} \frac{v_т \rho_т c_{pт}}{v_x \rho_x c_{px}}}. \qquad (1.24)$$

Условия физической реализуемости такого аппарата определяются соотношением

$$\frac{t_{0т} - t_т}{t_т - t_{0x}} \frac{v_т \rho_т c_{pт}}{v_x \rho_x c_{px}} < 1,$$

что в данном случае эквивалентно требованию положительности выражения, стоящего под знаком логарифма в уравнении (1.24).

Теплообменный аппарат типа "вытеснение – вытеснение". Принципиальная схема аппарата для случая прямоточного движения сред показана на рис.1.21. Примерами таких аппаратов являются двухтрубные теплообменники, движение потоков в которых удовлетворительно характеризуется моделью идеального вытеснения.

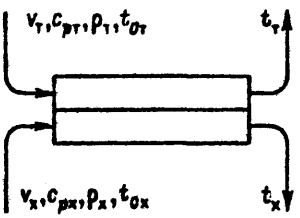


Рис.1.21

Математическое описание такого аппарата может быть составлено из двух уравнений типа (1.14а). Стационарный режим характеризуется системой уравнений, отражающих изменение температуры хладоносителя по длине аппарата (1.20), и аналогичного выражения для теплоносителя

$$v_т \rho_т c_{pт} \frac{dt_т}{dl} = \frac{kF}{l_F}(t_х - t_т). \qquad (1.25)$$

При интегрировании этих уравнений с учетом начальных условий для прямотока $t_т\big|_{l=0} = t_{0т}$, $t_х\big|_{l=0} = t_{0х}$ используются общие методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. В результате получаются следующие выражения для выходных температур хладоносителя и теплоносителя:

$$t_т = t_{0т} - \frac{v_х \rho_х c_{px}}{v_х \rho_х c_{px} + v_т \rho_т c_{pт}}(t_{0т} - t_{0х})\left\{1 - \exp\left[-\frac{kF}{v_т \rho_т c_{pт}} \frac{l}{l_F}\left(1 + \frac{v_т \rho_т c_{pт}}{v_х \rho_х c_{px}}\right)\right]\right\},$$

$$t_х = t_{0х} + \frac{v_т \rho_т c_{pт}}{v_х \rho_х c_{px} + v_т \rho_т c_{pт}}(t_{0т} - t_{0х})\left\{1 - \exp\left[-\frac{kF}{v_т \rho_т c_{pт}} \frac{l}{l_F}\left(1 + \frac{v_т \rho_т c_{pт}}{v_х \rho_х c_{px}}\right)\right]\right\}. \qquad (1.26)$$

Система уравнений (1.26) представляет собой математическую модель прямоточного двухтрубного аппарата, позволяющую установить взаимосвязь между температурами обменивающихся теплом сред, объемными расходами, теплофизическими свойствами сред и условиями теплообмена.

В случае, если в аппарате осуществляется встречное движение сред (противоток), уравнения (1.20) и (1.25) должны интегрироваться при следующих начальных условиях:

$$t_т\big|_{l=l_F}=t_{0т},\quad t_х\big|_{l=0}=t_{0х},$$

т.е. при допущении, что теплая (охлаждаемая) среда входит в аппарат справа.

В этих условиях для определения температуры охлаждаемой и охлаждающей сред могут использоваться и уравнения (1.26) с учетом того, что $l=0$ для зависимости $t_т$ будет характеризовать крайнее правое сечение аппарата, а для зависимости $t_х$ - крайнее левое.

Если температура теплоносителя на выходе из аппарата известна, то по выражению (1.26) можно найти площадь теплопередающей поверхности аппарата

$$F=-\frac{v_т\rho_т c_{pт}}{k}\cdot\frac{\ln\left[1-\dfrac{t_{0т}-t_т}{t_{0т}-t_{0х}}\left(1+\dfrac{v_т\rho_т c_{pт}}{v_х\rho_х c_{pх}}\right)\right]}{1+\dfrac{v_т\rho_т c_{pт}}{v_х\rho_х c_{pх}}}. \qquad (1.27)$$

Условие физической реализуемости такого аппарата определяется положительным значением выражения, стоящего под знаком логарифма в формуле (1.27), т.е. соблюдением условия

$$\frac{t_{0т}-t_т}{t_{0т}-t_{0х}}\left(1+\frac{v_т\rho_т c_{pт}}{v_х\rho_х c_{pх}}\right)<1.$$

В случаях, когда одна из сред изменяет свое агрегатное состояние, что имеет место в теплообменных аппаратах холодильных установок, полученные зависимости нуждаются в некоторой корректировке.

При моделировании испарителя открытого типа, например панельного, он может рассматриваться как аппарат типа "перемешивание - перемешивание", в котором теплой (охлаждаемой) средой является промежуточный хладоноситель (рассол), а холодной средой - рабочее тело.

Исходные уравнения (1.16) в этом случае (если не учитывать теплообмен с окружающей средой) примут вид

$$v_s\rho_s c_s(t_{s1}-t_{s2})-kF\frac{t_{s1}-t_{s2}}{\ln\dfrac{t_{s1}-t_0}{t_{s2}-t_0}}=0, \qquad (1.28)$$

$$-G_a q_0(t_к, t_0) + kF \frac{t_{s1} - t_{s2}}{\ln \dfrac{t_{s1} - t_0}{t_{s2} - t_0}} = 0,$$

где t_{s1} - температура хладоносителя, поступающего в испаритель, К; t_{s2} - температура хладоносителя, выходящего из испарителя, К; t_0 - температура кипения рабочего тела, К; G_a - массовый расход рабочего тела, кг/с; q_0 - удельная массовая холодопроизводительность рабочего тела, кДж/кг; s - индекс, характеризующий параметры хладоносителя.

Очевидно, что система уравнений (1.28) может быть решена относительно двух любых параметров.

Так как в систему (1.28) входит логарифмическая разность температур, решение этой системы может привести к получению уравнений, записанных в неявной форме, что в ряде случаев требует использования специально разработанных алгоритмов.

К аппаратам типа "перемешивание - перемешивание" могут быть отнесены и конденсатор-испаритель каскадной холодильной машины, и испаритель панельного типа, работающий как аккумулятор холода при условии, что аккумуляция осуществляется намораживанием льда на панелях.

При моделировании кожухотрубных или кожухозмеевиковых аппаратов может использоваться модель "перемешивание - вытеснение". В частности, при моделировании горизонтального кожухотрубного испарителя уравнения (1.20) и (1.21) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} v_s \rho_s c_s \frac{dt_s}{dl} &= -\frac{kF}{l_F}[t_s(l) - t_0], \\ G_a q_0(t_к, t_0) &= \frac{kF}{l_F} \int_0^l [t_s(l) - t_0]\, dl. \end{aligned} \qquad (1.29)$$

Решение этой системы уравнений позволяет получить математическую модель кожухотрубного испарителя.

В качестве примера аппаратов типа "вытеснение - вытеснение" можно назвать регенеративный теплообменник пар - жидкость хладоновой холодильной машины, работающей по циклу с регенера-

цией тепла, а также противоточные двухтрубные теплообменники, использовавшиеся для охлаждения водой жидкого аммиака после конденсатора.

Приведенные примеры показывают, что рассмотренные общие закономерности могут успешно использоваться для моделирования различных теплообменных аппаратов холодильных установок, при условии отражения в выражениях математического описания специфических особенностей протекающих в этих аппаратах процессов.

Глава 2

ОПТИМИЗАЦИЯ МОДЕЛИРУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

2.1. Статическая оптимизация

Как уже отмечалось, при современных масштабах производства искусственного холода капитальные вложения в создание холодильных станций и расход энергии непосредственно на производство холода становятся очень большими. Сокращение их даже на доли процента за счет применения оптимальной конструкции оборудования или оптимального режима его работы может дать существенный экономический эффект. Использование методов математического моделирования применительно к анализу процессов, происходящих в холодильных установках или отдельных элементах, позволяет определить оптимальные условия их протекания, а также оптимально управлять ими при нарушении режимов работы или изменении входных факторов. Поэтому одной из задач, которую должен уметь решать инженер, является составление и использование алгоритма оптимального проектирования процесса или объекта и алгоритма оптимального управления этим процессом или объектом.

В последнее время термин "оптимизация" получил очень широкое распространение, при этом употребление его часто недостаточно обосновано.

Как известно, оптимизация - это целенаправленная деятельность, заключающаяся в получении наилучших результатов при определенных условиях [6]. Это определение подчеркивает необходимость отыскания специфических методов, обеспечивающих безусловное получение наилучших результатов. Чтобы решать оптимизационные задачи, необходимо уяснить основные требования, предъявляемые к их постановке.

Прежде всего постановка задачи оптимизации предполагает четкое выделение объекта оптимизации, независимо от того, что понимается под этим термином - конструкция машины или аппарата, режим осуществления технологического процесса и т.п.

Далее необходимо сформулировать цель оптимизации и разработать требования к объекту оптимизации. От правильности постановки этих требований часто зависит возможность решения задачи.

При формулировании цели необходимо учитывать, что правильной постановкой задачи оптимизации является нахождение оптимального значения только одной величины. Типичным случаем неправильной постановки задачи оптимизации является требование нахождения оптимальных значений нескольких величин одновременно, например "произвести максимальное количество холода при минимальном расходе энергии". Так как минимальный расход энергии равен нулю, то ни о каком максимальном количестве холода говорить нельзя. При правильной постановке задачи оптимизации можно говорить о "производстве максимального количества холода при заданном расходе энергии" или "о минимальном расходе энергии для производства заданного количества холода".

Встречающиеся в литературе упоминания о возможности одновременной оптимизации двух и более не связанных между собой величин сводятся, в конечном счете, к оптимизации также одной условной величины, которая определяется по следующему правилу:

$$y = \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 + \ldots + \alpha_n y_n ,$$

где y - условная оптимизируемая величина; y_i ($i = 1,2,\ldots,n$) - выходные факторы и параметры, по которым осуществляется оптимизация; α_i ($i = 1,2,\ldots,n$) - коэффициенты, сумма которых равна единице, оценивающие весомость (значимость) каждого выходного фактора или параметра в условной оптимизируемой величине y.

Так как значимость каждого выходного фактора или параметра (при отсутствии связи между ними) может быть установлена при таком подходе только на основе балльной (экспертной) оценки, эта методика неизбежно несет печать субъективизма. Очевидно, что при наличии связи между выходными факторами и параметрами этот метод не применяется, так как уравнение связи между рассматриваемыми величинами позволяет определить единый критерий, учитывающий их взаимное влияние.

Для решения задачи оптимизации нужно располагать ресурсом оптимизации, под которым понимают свободу выбора значений не-

которых управляющих факторов. Иными словами, объект оптимизации должен обладать определенными степенями свободы (управляющими воздействиями), которые позволяют менять его состояние в соответствии с теми или иными требованиями.

Кроме того, для правильной постановки задачи оптимизации интересующее качество объекта должно иметь количественную оценку. Количественная оценка оптимизируемого качества называется критерием оптимальности или целевой функцией.

Таким образом, для правильной постановки оптимизационной задачи необходимо соблюдение следующих условий: 1) требование оптимизации только одной величины; 2) наличие степеней свободы - управляющих воздействий у оптимизируемого объекта; 3) возможность количественной оценки оптимизируемой величины.

Постановка задачи оптимизации предполагает существование конкурирующих свойств объекта: количество продукции - качество продукции; количество продукции - расход сырья и т.п. Для любой энергетической системы, в том числе и для холодильной установки, включающей в свой состав теплообменные аппараты, такими конкурирующими свойствами являются капитальные затраты и расход энергии (эксплуатационные расходы). Действительно, увеличение температурных напоров в конденсаторе и испарителе приводит, с одной стороны, к уменьшению теплообменных поверхностей, а значит, к сокращению капитальных затрат, а с другой стороны, вызывает повышенный расход энергии, т.е. приводит к увеличению эксплуатационных расходов. Сокращение температурных напоров вызывает обратное явление. Наличие конкурирующих свойств особенно характерно при постановке оптимальной задачи с экономической оценкой. Выбор компромиссного решения и представляет собой процедуру решения оптимальной задачи.

Иногда требуется получить экстремальное значение какого-либо параметра, тогда конкурирующие свойства можно и не обнаружить. В этом случае речь идет об экстремальных свойствах самого объекта оптимизации, обусловленных природой протекающего в нем процесса.

Наиболее общей постановкой оптимизационной задачи служит выражение критерия оптимальности в виде экономической оценки. В общем виде это можно представить как

$$R = R(V, K, \vartheta, Q), \qquad (2.1)$$

где R - критерий оптимальности; V - объем выпускаемой продукции (производительность); K - объем капитальных вложений; ϑ - эксплуатационные затраты; Q - качественные показатели продукта.

Конкретный вид уравнения (2.1) может быть различным в зависимости от постановки задачи, т.е. от того, что выбрано в качестве критерия оптимальности (сумма прибыли за определенный промежуток времени, себестоимость продукции (приведенные затраты), эффективность использования капитальных вложений и т.д.).

Не останавливаясь на рассмотрении экономических критериев оптимальности и методах их выбора, отметим, что формула (2.1) пригодна для определения оптимального стационарного режима, характерного для непрерывных производств, а также для периодических процессов, если анализ их экономических показателей охватывает большой период времени, включающий в себя несколько циклов периодического производства.

Наряду с задачами статической оптимизации (оптимизация стационарных режимов) существуют задачи оптимального управления при нестационарных режимах эксплуатации, т.е. задачи динамической оптимизации. Например, задача оптимального управления периодическим процессом за один рабочий цикл, обеспечивающего при заданном времени цикла максимальный выход продукции; задача пуска процесса и перевода его с одного режима на другой и т.д. В этом случае значение критерия оптимальности определяется не только положением, существующим в рассматриваемый момент времени, но и предысторией процесса. Поэтому для оценки эффективности в качестве критериев оптимальности в этом случае используются интегральные оценки - функционалы вида

$$I = \int_{\tau_0}^{\tau_к} R d\tau , \qquad (2.2)$$

где R - заданная функция параметров, определяющая состояние процесса в любой момент.

Режим работы холодильной установки определяется, как известно, температурами источников тепла - охлаждаемого объекта и окружающей среды. Последняя подвержена сезонным колебаниям, приводящим к периодическим изменениям режима работы холодильного оборудования. Поэтому, строго говоря, задача оптимизации режима работы холодильной установки является задачей динамиче-

ской оптимизации, которая должна решаться с использованием в качестве критериев оптимальности функционалов вида (2.2).

Для осуществления целенаправленного поиска условий оптимума, т.е. условий, обеспечивающих достижение максимума или минимума (в зависимости от формулировки задачи) целевой функции, используются определенные математические методы. Ниже рассматриваются некоторые методы поиска экстремальных значений целевой функции, находящие себе применение при оптимизации холодильных установок.

2.1.1. Методы нахождения экстремума функции одной переменной

При решении оптимизационных задач обычно требуется найти экстремальное (максимальное или минимальное в зависимости от условий задачи) значение целевой функции. Для этого используются различные математические методы поиска экстремума. Все многообразие методов может быть разделено на две группы – аналитические и численные. Так как существует большое количество методов поиска экстремума функции, ниже рассматриваются лишь некоторые из них.

Метод классического анализа функций. Этот метод относится к аналитическим. Он может быть использован в случаях, когда известен аналитический вид зависимости оптимизируемой величины R от независимой (оптимизирующей) переменной x ($R = R(x)$). Кроме того, для применения метода классического анализа функция $R(x)$ должна быть непрерывна, по крайней мере дважды дифференцируема, среди ограничений не должно быть неравенств и требования о положительности или целочисленности переменных.

Соблюдение всех этих требований позволяет найти аналитические выражения для производных оптимизируемой функции, использование которых позволяет формулировать необходимые и достаточные условия существования экстремума.

Условия существования экстремума у непрерывной функции $R(x)$ при отсутствии ограничений на диапазон изменения переменной определяются из анализа первой производной $\frac{dR}{dx}$. Функция $R(x)$ может иметь экстремумы в тех точках оси x, где производная $\frac{dR}{dx}$ равна нулю или вообще не существует (графически $\frac{dR}{dx} = 0$ озна-

чает, что касательная в этой точке параллельна оси x). Равенство производной нулю или ее отсутствие являются только необходимыми условиями существования экстремума, но не достаточными. Как видно из рис.2.1, при значениях переменной, соответствующих x_2 и x_4, производная $\frac{dR}{dx}$ равна нулю, однако экстремума функций в этих точках не существует.

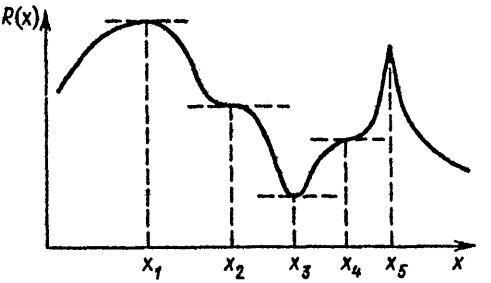


Рис.2.1

Чтобы определить, действительно ли в точке, "подозреваемой" на экстремум, имеет место максимум или минимум функции, необходимо каждый раз проводить дополнительное исследование одним из перечисленных ниже способов.

С р а в н е н и е з н а ч е н и й ф у н к ц и й. Со значением функции в точке x_0, подозреваемой на экстремум, сравниваются значения функции в точках, лежащих справа и слева (но достаточно близко) от нее, т.е. в точках $x_0+\varepsilon$ и $x_0-\varepsilon$, где ε - малая положительная величина (рис.2.2). Очевидно, что если оба значения $R(x_0+\varepsilon)$ и $R(x_0-\varepsilon)$ меньше, чем $R(x_0)$, то в точке x_0 - максимум функции, если $R(x_0+\varepsilon)>R(x_0)$ и $R(x_0-\varepsilon)>R(x_0)$, то в точке x_0 - минимум, а если $R(x_0+\varepsilon)>R(x_0)>R(x_0-\varepsilon)$ или $R(x_0+\varepsilon)<R(x_0)<R(x_0-\varepsilon)$, то в точке x_0 нет ни максимума, ни минимума функции.

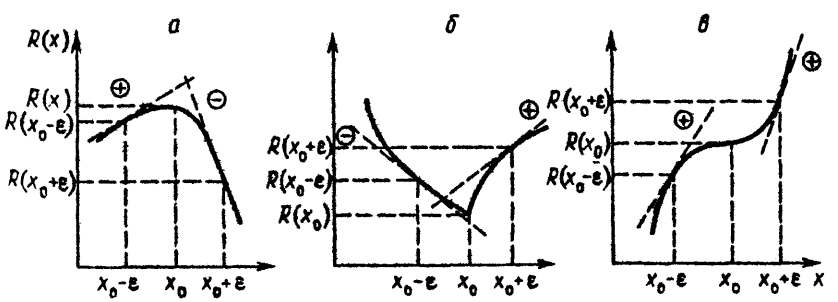


Рис.2.2

Сравнение знаков производных. При этом способе исследования определяется знак производной $\frac{dR}{dx}$ в точках $x_0+\varepsilon$ и $x_0-\varepsilon$. Если знаки различны, то в точке x_0 - экстремум функции (см.рис.2.2). При изменении знака плюс на минус в точке x_0 - максимум функции, при изменении знака минус на плюс - минимум. Если знаки одинаковые, то в рассматриваемой точке ни максимума, ни минимума функции нет.

Исследование знаков высших производных. Этот способ применим, если в точке x_0 существуют производные высших порядков, т.е. если функция $R(x)$ непрерывна сама и имеет непрерывные производные $\frac{dR}{dx}$, $\frac{d^2R}{dx^2}$ и т.д. В точке x_0, подозреваемой на экстремум, для которой $\frac{dR}{dx}=0$, вычисляется $\frac{d^2R}{dx^2}$. Если $\frac{d^2R}{dx^2}<0$, то в точке x_0 - максимум функции, а если $\frac{d^2R}{dx^2}>0$, то минимум. Отрицательность $\frac{d^2R}{dx^2}$ означает, что в точке x_0 первая производная меняет знак плюс на минус, и наоборот.

Если вторая производная в рассматриваемой точке равна нулю: $\frac{d^2R}{dx^2}=0$, необходимо вычислить следующую производную. Если окажется, что $\frac{d^3R}{dx^3}=0$, то вычисляют $\frac{d^4R}{dx^4}$ и т.д.

При этом руководствуются следующим правилом: если порядок первой производной, не обращающейся в нуль, нечетный $\left(\frac{d^3R}{dx^3}, \frac{d^5R}{dx^5}\right)$, то в этой точке функция не имеет экстремума; если порядок первой производной, не обращающейся в нуль, четный $\left(\frac{d^2R}{dx^2}, \frac{d^4R}{dx^4}\right)$, то в данной точке есть экстремум функции, который будет максимумом или минимумом в зависимости от того, отрицательна или положительна эта производная.

При решении практических задач оптимизации обычно требуется отыскать не какой-нибудь экстремум функции $R(x)$, а наибольшее или наименьшее значение этой функции (рис.2.3). Точки наибольшего или наименьшего значения функции $R(x)$ называют глобальными экстремумами в отличие от остальных, которые в этом случае называются локальными. Так как по аналитической записи функции в общем случае невозможно определить число экстремумом

то для решения оптимизационной задачи необходимо: во-первых, найти все точки функции $R(x)$, в которых может быть экстремум, во-вторых, исследовать все эти точки на экстремум и, в-третьих,

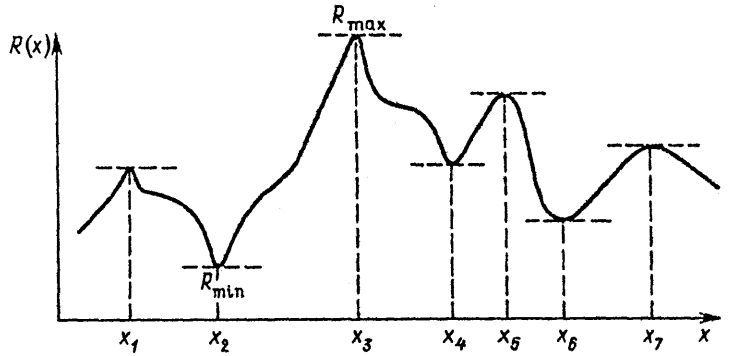


Рис.2.3

среди локальных экстремумов нужного типа (максимум или минимум) найти глобальный. При большом числе локальных экстремумов требуется очень большой объем вычислений, который может быть сокращен за счет применения следующего правила: в непрерывных функциях одной переменной максимумы и минимумы чередуются, между двумя соседними максимумами расположен один минимум и, наоборот, между двумя минимумами - один максимум.

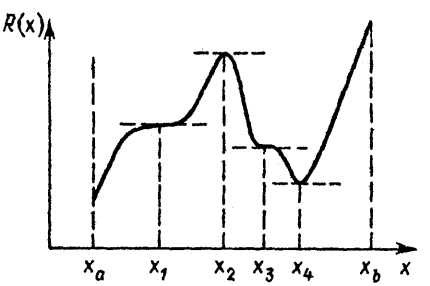


Рис.2.4

В практических задачах диапазон изменения независимой переменной x бывает ограничен заданным интервалом (рис.2.4). Приведенную методику поиска экстремальных точек можно использовать лишь для внутренних точек интервала, поэтому в число подозрительных точек должны быть включены и крайние точки интервала, в которых может быть глобальный экстремум функции.

Наряду с аналитическими широкое распространение получили численные методы поиска экстремума функции, применение которых целесообразно в тех случаях, когда выражение целевой функции

слишком громоздко и затрудняет получение аналитических зависимостей для производных, или когда целевая функция записана в неявном виде, что также осложняет вычисление производных.

Следует отметить, что численные методы поиска экстремума функции одной переменной имеют не только самостоятельное значение при решении оптимизационных задач, но и используются как вспомогательные методы при оптимизации функции нескольких переменных.

Метод локализации экстремума функции. Задача состоит в нахождении положения экстремума функции в интервале изменения переменной от $x_0 = a$ до $x_n = b$. Для решения весь интервал изменения аргумента делится на N равных частей. На рис.2.5 показано такое деление для $N = 4$. При значениях переменных, соответствующих границам участков (включая начальное и конечное значения), вычисляются значения функции $R(x)$. Среди полученных значений $R(x_i)$, где $i = 0,1,2,3,n$, находится значение, соответствующее типу отыскиваемого экстремума. Так, если ищется минимум функции, то наименьшее значение функции будет при x_2.

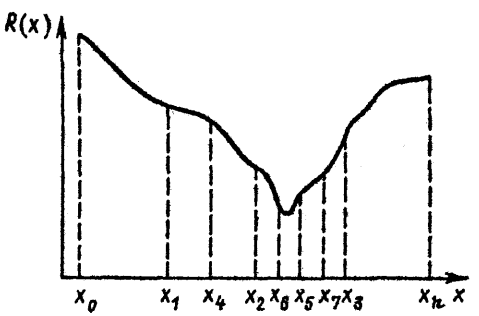


Рис.2.5

После этого выбирается новый интервал, включающий два участка предыдущего интервала, непосредственно примыкающих к значению переменной x_2, соответствующему минимальному значению функции. Поскольку на границах выбранного интервала значения функции $R(x)$ больше, чем в его середине, можно предположить, что минимум лежит в интервале $x_1 - x_3$.

Таким образом, в результате проделанного анализа минимум функции локализован в интервале изменения переменной, вдвое меньшем начального. Применяя к нему описанную процедуру, т.е. разделяя его на четыре части, вычисляя значения функции на границах участков и выбирая значение переменной, обеспечивающее наименьшее значение функции, можно еще в два раза уменьшить

рассматриваемый интервал изменения переменной. Повторяя эти действия многократно, можно добиться требуемой точности определения экстремума функции. Выбор значения $N = 4$ оказывается наиболее целесообразным, так как в этом случае при переходе к новому интервалу, вдвое сужающему границы изменения независимой переменной, необходимо вычислить значения функции $R(x)$ только в двух точках.

Абсолютная ошибка в определении положения экстремума оценивается по выражению

$$\Delta = (b-a)\cdot 2^{-(s-1)/2},$$

где s – число расчетов целевой функции, которое при использовании этого метода является нечетным.

Относительная ошибка при числе расчетов целевой функции $s = 21$ составит

$$\delta = \frac{\Delta}{b-a} = 2^{-(21-1)/2} \approx 0{,}001.$$

Метод "золотого сечения". Более высокую точность определения положения экстремума можно обеспечить, если разделять интервал, в котором ищется экстремальное значение функции, в некотором иррациональном соотношении.

Представим себе, что известны значения функции $R(x)$ на границах интервала при $x_0 = a$ и $x_3 = b$, а также еще в двух точках при x_1 и x_2 (рис.2.6). Тогда можно выбрать один из подынтервалов x_0–x_2 или x_1–x_3, в котором отыскивается интересующее значение функции.

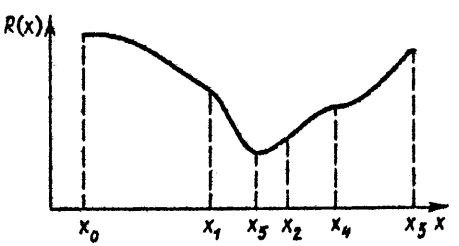


Рис.2.6

Допустим, что ищется минимум функции. Тогда есть основания полагать, что этот минимум локализован на участке x_1–x_3. Необходимо выбрать в этом подынтервале x_1–x_3 точку x_4 так, чтобы точки x_2 и x_4 делили интервал x_1–x_3 в таком же соотношении, в каком точки x_1, x_2 делят исходный интервал x_0–x_3. Очевидно, что это предъявляет определенное требование и к выбору местонахождения точек x_1 и x_2 в пределах исходного интервала x_0–x_3. Допустим, что для-

ны подынтервалов x_0-x_2 и x_1-x_3 равны, тогда отрезки x_0-x_1 и x_2-x_3 также равны. При этих условиях для подынтервала x_1-x_3 должны быть равны отрезки x_1-x_2 и x_4-x_3.

Если воспользоваться обозначениями $y=b-a=x_0-x_3$, $y_1=x_0-x_1=x_2-x_3$, $y_2=x_1-x_2=x_4-x_3$, то для подобного деления отрезков необходимо соблюдение условия

$$\frac{x_0-x_1}{x_0-x_3}=\frac{x_1-x_2}{x_1-x_3} \quad \text{или} \quad \frac{y_1}{y}=\frac{y_2}{y-y_1}.$$

Преобразуя последнее равенство, нетрудно получить выражение

$$\frac{y_1}{y}=\frac{y-2y_1}{y-y_1} \quad \text{или} \quad yy_1-y_1^2=y^2-2yy_1,$$

которое приводится к квадратному уравнению

$$\left(\frac{y_1}{y}\right)^2-3\left(\frac{y_1}{y}\right)+1=0.$$

Решение этого уравнения позволяет найти требуемое отношение

$$\frac{y_1}{y}=\frac{3-\sqrt{9-4}}{2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\approx 0{,}38.$$

Найденное отношение получило название "золотого сечения". Особенность его заключается в том, что если в исходном интервале отрезки x_0-x_1 и x_2-x_3 составляли по ~0,38 длины исходного отрезка x_0-x_3, то в подынтервале x_1-x_3, составляющем ~0,62 исходного интервала, отрезок x_1-x_2 будет составлять ~0,38 длины подынтервала, так же, как и отрезок x_4-x_3, а отрезок x_2-x_3 ~0,62 длины подынтервала.

Если теперь выбрать новый подынтервал x_1-x_4, то откладывая отрезок x_1-x_5, равный x_2-x_4, можно определить местонахождение точки x_5, при этом отрезок x_1-x_5 будет составлять ~0,38 длины этого подынтервала.

Таким образом, одно вычисление функции позволяет локализовать экстремум в пределах ~0,62 длины исходного интервала.

Относительная погрешность нахождения экстремума будет определяться выражением

$$\delta=\frac{\Delta}{b-a}=\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{(s-3)}.$$

При том же числе вычислений функции $s = 21$ относительная погрешность составит

$$\delta = \frac{1}{2} \cdot 0{,}62^{18} \approx 0{,}9 \cdot 10^{-4}.$$

Иными словами, метод "золотого сечения" позволяет на порядок повысить точность нахождения экстремума по сравнению с методом локализации экстремума при одинаковом количестве вычислений значений функции.

Метод поиска экстремума с использованием чисел Фибоначчи. Числами Фибоначчи называют последовательность чисел, полученных из натурального ряда чисел на основании следующих рекуррентных соотношений: $F_k = F_{k-1} + F_{k-2}$; $F_1 = 1$; $F_0 = 1$. Ниже приведены значения чисел Фибоначчи, полученные на основании указанных соотношений:

k	...	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
F_k	...	2	3	5	8	13	21	34	55	89		
k	...	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
F_k	...	144	233	377	610	987	1597	2584	4181	6765	10946	17711

Последовательность поиска экстремума с помощью чисел Фибоначчи может быть такой:

1) определяется некоторое вспомогательное число N, зависящее от требуемой точности поиска экстремума Δ: $N = \frac{b-a}{\Delta}$;

2) находится число Фибоначчи, определяемое соотношением

$$F_{s-1} < N < F_s;$$

3) определяется минимальный шаг поиска экстремума

$$\Delta_{min} = \frac{b-a}{F_s};$$

4) рассчитывается значение функции $R(x)$ в начале интервала при $x_0 = a$, т.е. $R(a)$;

5) определяется следующее значение аргумента $x_1 = x_0 + \Delta_{min} F_{s-2}$ и вычисляется значение функции $R(x_1)$;

6) если был сделан удачный шаг, т.е. $R(x_1) < R(x_0)$, то определяется следующее значение аргумента $x_2 = x_1 + \Delta_{min} F_{s-3}$ и вычисляется значение функции $R(x_2)$;

7) при неудачном шаге, $R(x_1) > R(x_0)$, значение аргумента определяется выражением $x_2 = x_1 - \Delta_{min} F_{s-3}$.

Указанные действия повторяются до тех пор, пока не будут использованы все числа Фибоначчи в убывающей последовательности $F_{s-i-2} = F_{s-i} - F_{s-i-1}$ (рис.2.7).

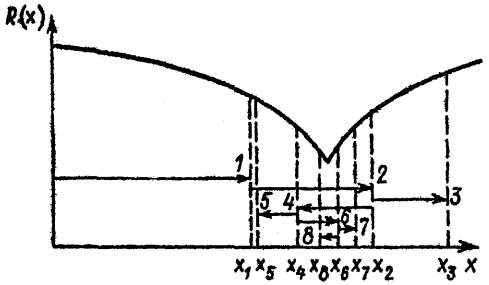


Рис.2.7

При числе расчетов 21 относительная погрешность при использовании чисел Фибоначчи равна

$$\delta = \frac{\Delta}{b-a} = \frac{1}{F_{21}} \approx 0{,}56 \cdot 10^{-4},$$

что несколько ниже, чем при использовании метода "золотого сечения".

2.1.2. Методы нахождения экстремума функции нескольких переменных

Решение задачи оптимизации существенно усложняется, если критерий оптимальности является функцией нескольких независимых переменных. Особые трудности возникают при отсутствии непрерывности у всех или нескольких производных оптимизируемой функции.

Ниже рассматриваются необходимые и достаточные условия существования экстремума для непрерывных функций, имеющих непрерывные производные первого и второго порядка.

Для непрерывной функции многих переменных

$$R = R(x_1, x_2, \ldots, x_n), \qquad (2.3)$$

имеющей непрерывные производные первого и второго порядков по всем переменным x_i ($i = 1,2,\ldots,n$), необходимым условием существования экстремума в точке $x_i^{(k)}$ ($i = 1,2,\ldots,n$) служит равенство нулю в этой точке частных производных по всем переменным. Точки, в которых возможен экстремум функции (2.3), определяются решением системы уравнений

$$\frac{\partial R(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1,2,\ldots,n. \qquad (2.4)$$

Для того чтобы выяснить, действительно ли точка $x_i^{(k)}$ ($i = 1,2,\ldots,n$), координаты которой удовлетворяют условиям (2.4), является точкой экстремума функции (2.3), проверки экстремальности по всем переменным в отдельности оказывается недостаточно. В этом случае может быть использована следующая методика.

Предположим, что исследуется на экстремум точка с координатами

$$X^{(k)} = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \ldots, x_n^{(k)}), \qquad (2.5)$$

удовлетворяющими системе уравнений (2.4). Разложив функцию $R(X) = R(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ в окрестности точки (2.5) в ряд Тейлора по приращению переменных $\delta x_i = x_i - x_i^{(k)}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, получим

$$R(x) = R(X^{(k)}) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial R(X^{(k)})}{\partial x_i} \delta x_i + \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} \delta x \right)^2 R(X^{(k)}) +$$

$$+ \frac{1}{6}\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} \delta x_i \right)^3 R(X^{(k)}) + \ldots \; . \qquad (2.6)$$

В выражении (2.6) использована сокращенная форма представления членов разложения с производными выше первого порядка. Например, для функции двух переменных член $\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} \delta x_i \right)^2 R(X^{(k)})$ раскрывается так:

$$\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} \delta x_i \right)^2 R(X^{(k)}) = \left(\frac{\partial}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \delta x_2 \right)^2 R(X^{(k)}) =$$

$$= \frac{\partial^2 R(X^{(k)})}{\partial x_1^2} \delta x_1^2 + 2 \frac{\partial^2 R(X^{(k)})}{\partial x_1 \partial x_2} \delta x_1 \delta x_2 + \frac{\partial^2 R(X^{(k)})}{\partial x_2^2} \delta x_2^2 .$$

Аналогично раскрываются и члены более высокого порядка при большем числе независимых переменных.

Опуская в разложении (2.6) члены, имеющие порядок малости по δx_i выше второго, и принимая во внимание, что члены первого порядка малости по δx_i обращаются в нуль, поскольку координаты точки $X^{(k)}$ удовлетворяют уравнениям системы (2.4), получим приближенное равенство

$$\delta R = R(X) - R(X^{(k)}) \approx \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} \delta x_i \right)^2 R(X^{(k)}). \qquad (2.7)$$

Из выражения (2.7) следует, что знак приращения функции δR в достаточно малой окрестности точки $X^{(k)}$ определяется производными второго порядка от $R(X)$ по всем переменным, включая и смешанные производные. Точка $X^{(k)}$ будет являться точкой экстремума функции $R(X)$, если при любых малых приращениях независимых переменных δx_i правая часть выражения (2.7) остается положительной для точки минимума и отрицательной для точки максимума функции.

2.1.3. Метод неопределенных множителей Лагранжа

Изложенный выше метод классического анализа функций может быть использован для нахождения экстремума функции при условии, что оптимизирующие переменные не связаны между собой какими-либо соотношениями, т.е. являются полностью независимыми. Такой экстремум называется безусловным. Однако при решении практических задач, связанных с оптимизацией какого-либо объекта, например холодильной установки, часто приходится сталкиваться со случаями, когда оптимизирующие переменные связаны между собой соотношениями, имеющими вид равенства. В этом случае речь может идти только о нахождении условного экстремума оптимизируемой функции [16, 36].

Рассмотрим более подробно методику нахождения условного экстремума на примере функции двух переменных, хотя все изложенное ниже будет справедливо при любом числе оптимизирующих переменных. Представим, что необходимо определить экстремум функции

$$R = R(x_1, x_2) \tag{2.8}$$

при условии, что переменные x_1 и x_2 связаны между собой соотношением

$$F(x_1, x_2) = h\,. \tag{2.9}$$

Это означает, что рассматриваются и сравниваются значения функции только для тех точек (в плоскости аргументов), которые лежат на линии, удовлетворяющей уравнению (2.9). На рис.2.8 изображены линии уровня рассматриваемой функции $R(x_1, x_2)$, а также нанесена зависимость (2.9). Безусловный максимум рассматриваемой функции достигается в точке O, в то время как условный экстремум имеет место в точке a. По образному выражению, приводимому А.Д.Мышкисом, безусловный максимум подобен вершине горы, а условный подобен высшей точке горной тропы, проекция которой на плоскость x_1-x_2 выражена уравнением (2.9).

Если из уравнения связи (2.9) можно получить зависимость x_2 от x_1 в явном виде, т.е. выразить x_2 через x_1 ($x_2 = f(x_1)$), то функцию (2.8) можно записать в виде

$$R = R[x_1, f(x_1)]\,.$$

В этом случае R становится функцией одной переменной. Условие связи (2.9) больше не действует, так как оно учтено подстановкой $x_2 = f(x_1)$, и задача об отыскании экстремума функции R сводится к нахождению безусловного экстремума.

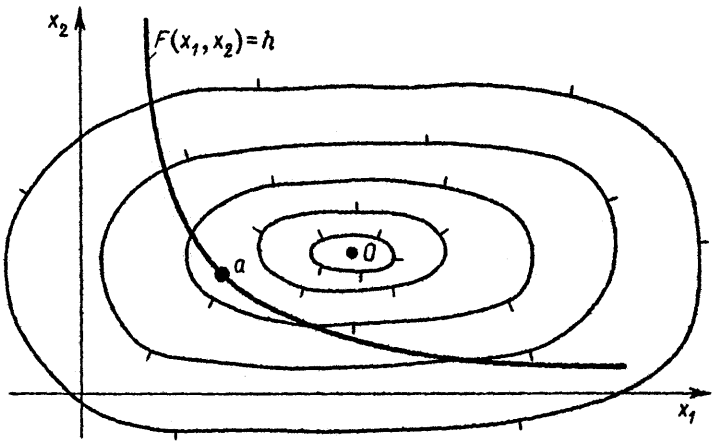


Рис.2.8

Аналогичный результат может быть получен, если уравнение (2.9) можно разрешить относительно x_2 или если это уравнение может быть представлено в параметрическом виде.

В общем случае для нахождения условного экстремума исходная функция (2.8) и уравнение связи (2.9) объединяются некоторой новой функцией - уравнением Лагранжа (лагранжианом)

$$L(x_1, x_2, \lambda) = R(x_1, x_2) + \lambda[h - F(x_1, x_2)],$$

которая представляет собой сумму исходной функции (2.8) и произведения уравнения связи (2.9), записанного в неявном виде, на некоторую неизвестную вначале величину λ, называемую множителем Лагранжа.

Применение метода неопределенных множителей Лагранжа позволяет заменить задачу отыскания условного экстремума функции (2.8) с учетом связи между переменными (2.9) задачей отыскания безусловного экстремума для лагранжиана L в соответствии с правилами, изложенными в п.2.1.2. Тогда уравнения (2.4) должны быть записаны в виде системы

$$\frac{\partial L(x_1, x_2, \lambda)}{\partial x_1} = 0, \qquad \frac{\partial L(x_1, x_2, \lambda)}{\partial x_2} = 0,$$

что вместе с уравнением связи (2.9) образует систему из трех уравнений, позволяющую определить три искомые величины x_1, x_2, λ, т.е. найти возможные точки условного экстремума. Полученные условия являются только необходимыми, методы определения достаточных признаков были рассмотрены выше.

Заметим, что число уравнений связи должно быть меньше числа переменных.

Влияние связи между переменными на результаты оптимизации может быть проиллюстрировано следующим примером.

Пусть требуется определить такие размеры ресивера холодильной установки, при которых его суммарная поверхность и, в первом приближении, расход металла на его изготовление будут минимальны.

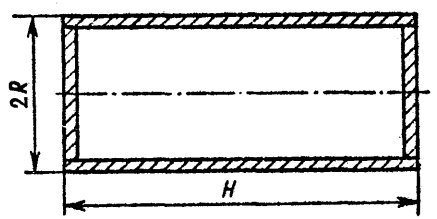


Рис.2.9

Для простоты представим ресивер в виде цилиндрического сосуда с плоскими днищами (рис.2.9). Поверхность такого аппарата будет определяться выражением

$$S = 2\pi RH + 2\pi R^2. \qquad (а)$$

Для нахождения экстремума этой функции в соответствии с (2.4) должны быть взяты производные по переменным и приравнены нулю:

$$\frac{\partial S}{\partial R} = 2\pi H + 4\pi R = 0, \qquad (б)$$

$$\frac{\partial S}{\partial H} = 2\pi R = 0. \qquad (в)$$

Из выражения (в) следует, что так как $2\pi \neq 0$, то $R_{min} = 0$. Подставив это значение в (б), получим $2\pi H = 0$; а так как $2\pi \neq 0$, то $H_{min} = 0$. Подставляя полученные значения $R_{min} = 0$ и $H_{min} = 0$ в уравнение (а), находим $S_{min} = 0$.

Таким образом, минимальная поверхность соответствует случаю, когда такой аппарат не будет существовать. Такой ответ со-

ответствует безусловному экстремуму и получен в связи с некорректной постановкой задачи.

Правильная постановка задачи требует следующей формулировки: определить такие размеры ресивера холодильной установки с заданной вместимостью (внутренним объемом V), при которых его суммарная поверхность будет минимальна.

Внутренний объем аппарата равен

$$V = \pi R^2 H . \qquad (г)$$

Выражение (г) устанавливает связь между переменными, следовательно, они не являются полностью независимыми, и в рассматриваемом случае речь может идти только о нахождении условного экстремума, удовлетворяющего как уравнению (а), так и уравнению связи (г).

Для решения должно быть записано уравнение Лагранжа

$$L = 2\pi RH + 2\pi R^2 + \lambda(V - \pi R^2 H), \qquad (д)$$

взяты от него производные по R и H и приравнены нулю:

$$\partial L/\partial R = 2\pi H + 4\pi R - 2\lambda\pi RH = 0 , \qquad (е)$$

$$\partial L/\partial H = 2\pi R - \lambda\pi R^2 = 0 . \qquad (ж)$$

Из выражения (ж) следует, что $2\pi R = \lambda\pi R^2$, откуда

$$R_{опт} = 2/\lambda . \qquad (з)$$

Подставляя выражение (з) в уравнение (е), получаем $2\pi H + 4\pi\frac{2}{\lambda} - 2\lambda\pi H\frac{2}{\lambda} = 0$, откуда $2\pi H = \frac{8\pi}{\lambda}$, или

$$H_{опт} = 4/\lambda . \qquad (и)$$

Подставляя выражения (з) и (и) в уравнение связи (г), можно вычислить множитель Лагранжа

$$\lambda = 2\sqrt[3]{\frac{2\pi}{V}} . \qquad (к)$$

Используя полученное выражение (к) для λ, находим окончательные выражения для $R_{опт}$ и $H_{опт}$:

$$R_{опт} = \frac{2}{2\sqrt[3]{\frac{2\pi}{V}}} = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} , \quad H_{опт} = \frac{4}{2\sqrt[3]{\frac{2\pi}{V}}} = 2\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} ,$$

а по ним и минимальное значение поверхности аппарата

$$S_{min} = 2\pi \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} \cdot 2\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} + 2\pi \sqrt[3]{\left(\frac{V}{2\pi}\right)^2} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2}\,.$$

Нетрудно убедиться, что полученное в этом случае решение существенно отличается от найденного ранее безусловного минимума. Следует заметить, что приведенная задача могла быть решена и путем выражения одной переменной через другую из уравнения связи (г), а затем подстановкой полученной зависимости в исходное уравнение (а), что предлагается сделать читателям.

2.1.4. Линейное программирование

При решении ряда технических задач выражение для критерия оптимальности может быть представлено в виде линейной функции от входящих в него оптимизирующих переменных. При этом на оптимизирующие переменные могут быть наложены некоторые ограничивающие условия также в форме линейных равенств или неравенств. В этом случае решение оптимизационных задач осуществляется методами линейного программирования.

Выражение для целевой функции в общем виде может быть представлено выражением

$$R = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n = \sum_{j=1}^{n} c_jx_j \quad (j=1,2,\ldots,n), \qquad (2.10)$$

где c_j - заданные постоянные коэффициенты.

Выражение (2.10) называется линейной формой. На выбор оптимальных значений переменных накладываются дополнительные условия, устанавливающие связь между оптимизирующими переменными (они могут включать в себя как равенства, так и неравенства):

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &\geqslant b_1\,, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &\geqslant b_2\,, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &\geqslant b_m\,. \end{aligned} \qquad (2.11)$$

Коэффициенты c_j в (2.10) и a_{ij} в выражениях (2.11) являются действительными числами и могут быть положительными и отрицательными, среди них могут быть и равные нулю. Число ограничений типа равенств не должно превышать общего числа оптими-

зирующих переменных в линейной форме. Число неравенств может быть произвольным.

В задачах линейного программирования обычно предполагают, что оптимизирующие переменные неотрицательны, т.е. $x_j > 0$, $j = 1,2,\ldots,n$. Также считают, что все величины b_i в выражениях (2.11) отличны от нуля и положительны. Если какое-либо значение b_i окажется отрицательным, то, умножая правую и левую части соответствующего выражения на -1, его приводят к виду, когда правая часть принимает положительное значение. Если какая-либо величина b_i оказывается равной нулю, то в левую и правую части соответствующего выражения (2.11) добавляется слагаемое x_{n+1}, что делает величину b_i' отличной от нуля. При этом считают, что добавленное слагаемое вошло и в линейную форму (2.10), но с нулевым коэффициентом ($c_{n+1} = 0$), что не изменило выражения для целевой функции.

Для сокращения записи условия (2.11) могут быть представлены в виде

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geqslant b_i, \quad i=1,2,\ldots,m, \quad j=1,2,\ldots,n. \qquad (2.11а)$$

Оптимальным решением задачи линейного программирования является такая совокупность значений независимых переменных, которая удовлетворяет условиям (2.11) и обеспечивает, в зависимости от постановки задачи, максимальное или минимальное значение линейной формы.

Обычно считают, что оптимум достигается при максимальном значении линейной формы. Случай, когда требуется найти минимальное значение линейной формы, может быть сведен к задаче максимизации путем изменения знаков у всех коэффициентов c_j ($j = 1,2,\ldots,n$), т.е.

$$\max(c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n) = -\min(-c_1x_1 - c_2x_2 - \ldots - c_nx_n).$$

Пусть нужно решить задачу максимизации критерия оптимальности, имеющего вид

$$R = x_1 + x_2, \qquad (а)$$

т.е. рассматривается выражение, в котором $n = 2$, $c_1 = 1$, $c_2 = 1$, при наличии ограничений на оптимизирующие переменные x_1 и x_2 типа равенств

$$2x_1 + x_2 = 1, \quad x_1 + 2x_2 = 1 \qquad (б)$$

и неравенств

$$x_1 \geqslant 0, \quad x_2 \geqslant 0. \qquad (в)$$

В выражениях (б) согласно (2.11) $a_{11} = 2$, $a_{12} = 1$, $a_{21} = 1$, $a_{22} = 2$, $b_1 = 1$, $b_2 = 1$.

Так как размерность рассматриваемой задачи равна двум, процесс решения может быть представлен графически. Равенства (б) на фазовой плоскости переменных x_1 и x_2 (рис.2.10) определяют область возможных значений этих переменных, которая расположена в первом квадранте и ограничена линиями, соответствующими уравнениям

$$2x_1 + x_2 = 1,$$

$$x_1 + 2x_2 = 1$$

$$(x_1 \geqslant 0, \; x_2 \geqslant 0).$$

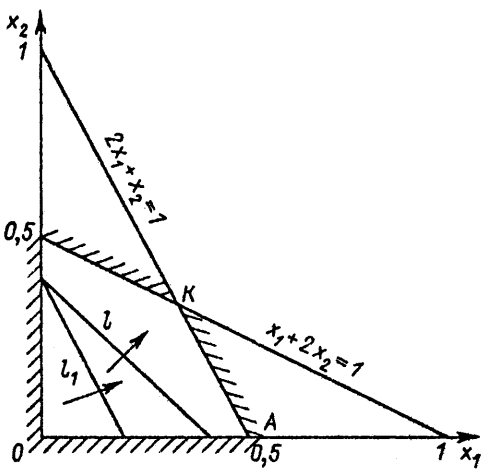


Рис.2.10

На рис.2.10 линии, ограничивающие рассматриваемую область X, заштрихованы с внешней стороны.

В соответствии со структурой линейной формы (2.10) и (а) производные от критерия оптимальности по оптимизирующим переменным постоянны, непрерывны и нигде в области X не обращаются в ноль: $\frac{\partial R}{\partial x_1} = 1$; $\frac{\partial R}{\partial x_2} = 1$. Это означает, что экстремум целевой функции может быть достигнут только на границе области X. Величина критерия оптимальности имеет постоянное значение вдоль линии l, определяемой уравнением

$$l = x_1 + x_2 . \qquad (г)$$

На рис.2.10 эта линия изображена для значения $l = 0,4$. Если ее перемещать на плоскости (x_1, x_2) параллельно самой себе в направлении, указанном стрелкой, то значение l, а следовательно, и величина целевой функции будут возрастать.

Очевидно, что максимальному значению R в рассматриваемом случае соответствует предельное положение линии l в области X, когда она проходит через точку K, являющуюся вершиной многоугольника, ограниченного линиями (б) и (в). Максимальное значение целевой функции определяется координатами точки K, которые могут быть определены совместным решением уравнений (б):

$$x_1^{(k)} = \frac{1}{3}; \quad x_2^{(k)} = \frac{1}{3}. \qquad (д)$$

Подстановка полученных значений оптимизирующих переменных (д) в уравнение линейной формы (а) позволяет определить максимальное значение целевой функции $R_{max} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

В рассмотренном примере максимальное значение целевой функции обеспечивается при некоторых конечных значениях оптимизирующих переменных. Однако в задачах линейного программирования возможны случаи, когда решению задачи соответствует бесконечный набор значений оптимизирующих переменных. Геометрически это соответствует варианту, когда одна из границ многоугольника области возможных изменений переменных параллельна линии l, определяемой выражением критерия оптимальности.

Если для условий предыдущего примера при ограничениях $2x_1 + x_2 = 1$, $x_1 + 2x_2 = 1$, $x_1 \geqslant 0$, $x_2 \geqslant 0$ целевая функция будет иметь вид $R = 2x_1 + x_2$, то максимум функции будет иметь место по линии AK (см.рис.2.10). В этом случае уравнение для линии l_1 имеет вид $l_1 = 2x_1 + x_2 = 0{,}4$. Поскольку ограничения типа равенств остались неизменными, значения $x_1^{(k)} = 1/3$ и $x_2^{(k)} = 1/3$ также не изменились, а максимальное значение целевой функции будет $R_{max} = 1$, причем это значение целевой функции может быть достигнуто при различных сочетаниях x_1 и x_2, удовлетворяющих отрезку AK.

В рассмотренном примере система ограничений описывает замкнутую область возможных значений оптимизирующих переменных. Иногда система ограничений может определить и незамкнутую область. Так, если ограничения описываются выражениями $8x_1 - 4x_2 = 1$, $8x_1 - 2x_2 = 2$, $x_1 \geqslant 0$, $x_2 \geqslant 0$ (рис.2.11), то целевая функция вида $R = x_1 + x_2$ достигнет максимума при бесконечно больших значениях x_1 и x_2, так как возможности перемещения линии $l = x_1 + x_2$ ($l = 0{,}25$) в направлении увеличения R не ограничены.

В то же время, при незамкнутой области изменения переменных максимум целевой функции может лежать и не в бесконечности Если при перечисленных выше ограничениях целевая функция имеет вид $R = 3x_1 - x_2$, то перемещение линии $l_1 = 3x_1 - x_2 = 0{,}5$ ограничено. Решая систему уравнений

$$8x_1 - 4x_2 = 1, \quad 8x_1 - 2x_2 = 2,$$

можно вычислить значения $x_1^{(k)} = 3/8$, $x_2^{(k)} = 1/2$ и определить максимальное значение целевой функции $R_{max} = 3 \cdot \frac{3}{8} - \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$.

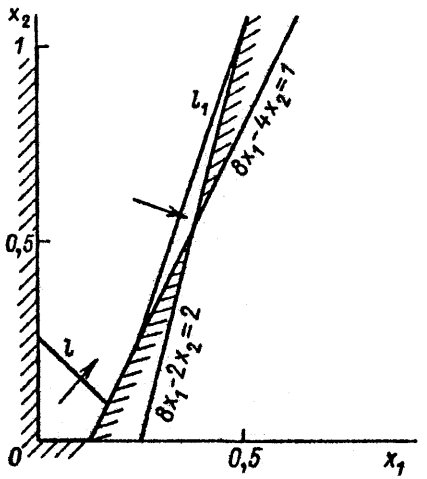


Рис.2.11

В общем случае произвольного числа n оптимизирующих переменных геометрическая интерпретация задачи невозможна. Область допустимых значений переменных в n-мерном пространстве является многогранником, ограниченным гиперплоскостями, уравнения которых задаются ограничениями (2.11). Поверхность, вдоль которой критерий оптимальности имеет постоянное значение, будет представлять собой также гиперплоскость, определяемую конкретным видом выражений (2.10).

2.1.5. Нелинейное программирование

Как уже отмечалось, математическая формулировка задачи оптимизации сводится к отысканию наибольшего или наименьшего значения функции нескольких переменных

$$R = R(x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad (2.12)$$

при наличии ограничений на оптимизирующие переменные, записанных в виде равенств или неравенств

$$\varphi_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leq 0, \quad i = 1, 2, \ldots, m. \qquad (2.13)$$

В тех случаях, когда аналитический вид соотношений (2.12) и (2.13) известен, для нахождения экстремума могут быть использованы описанные выше методы.

Однако при решении большого числа практических задач приходится сталкиваться со случаем, когда выражение (2.12) целевой функции не может быть записано в явном виде при заданной совокупности значений оптимизирующих переменных x_j. Наличие ограничений (2.13), которые могут быть выражены трудновычислимыми функциями, еще более затрудняет нахождение оптимального решения. Решение такого рода задач с нелинейными и трудновычислимыми соотношениями, определяющими критерий оптимальности и ограничения на переменные, осуществляется методами нелинейного программирования. Как правило, задачи нелинейного программирования решаются только численными методами, что возможно практически только при использовании ЭВМ.

Методы нелинейного программирования представляют собой методы последовательного улучшения начального решения, или многошаговые методы. При этом в задачах нелинейного программирования обычно заранее нельзя сказать, какое число шагов гарантирует нахождение оптимума с заданной степенью точности. Разработано большое количество разнообразных методов нелинейного программирования, которые по способу определения шага поиска подразделяются на безградиентные и градиентные методы поиска оптимума.

При решении конкретных задач оптимизирующие переменные могут иметь различный физический смысл (например, температура, давление, расход какой-либо среды и т.п.) и соответственно различные единицы измерения. При использовании численных методов решения оказывается целесообразным приведение переменных к безразмерному нормализованному виду.

Для нормализации их на основе физических представлений устанавливаются возможные диапазоны изменения переменных. Допустим, что некоторая физическая величина v_j может менять свое значение в пределах $v_{j\max} > v_j > v_{j\min}$. Тогда в безразмерной нормализованной форме эта переменная может быть представлена таким образом:

$$x_j = \frac{v_j - v_{j\min}}{v_{j\max} - v_{j\min}}, \qquad (2.14)$$

при этом предел изменения новой нормализованной переменной будет $1 \geqslant x_j \geqslant 0$.

Безградиентные методы поиска оптимума. Безградиентными методами поиска экстремума целевой функции называются такие, в которых в процессе поиска используется сравнительная оценка величины критерия оптимальности в результате выполнения очередного шага.

Метод сканирования. Этот метод заключается в последовательном вычислении значения целевой функции в ряде точек, принадлежащих области изменения оптимизирующих переменных, и нахождении среди этих точек такой, в которой целевая функция достигает своего экстремального значения. Точность метода сканирования зависит от того, насколько часто располагаются выбранные точки в области изменения оптимизирующих переменных.

Достоинствами метода сканирования является то, что его применение гарантирует отыскание глобального экстремума, а также независимость поиска от вида оптимизируемой функции. Недостатком является необходимость вычисления значений целевой функции для большого числа точек.

Дополнительные ограничения на независимые переменные не усложняют, а наоборот, упрощают применение метода сканирования, так как точки, не удовлетворяющие заданным условиям, просто исключаются из рассмотрения и целевая функция для них не рассчитывается. Количество расчетов, которые должны быть произведены для нахождения экстремума, определяются из следующих соображений.

Если задана точность определения экстремума Δ, т.е. если найденные значения нормализованных переменных не должны отличаться от истинного положения оптимума больше, чем на величину Δ, то общее число рассчитываемых значений целевой функции составит

$$s = \left(\frac{1}{\Delta}\right)^n ,$$

где n – число оптимизирующих переменных (размерность) решаемой задачи.

Так, для отыскания оптимума функции двух переменных $R(x_1, x_2)$ с точностью $\Delta = 1 \cdot 10^{-3}$ потребуется выполнить $s = \left(\frac{1}{1 \cdot 10^{-3}}\right)^2 = 1 \cdot 10^6$, а для функции трех переменных $s = \left(\frac{1}{1 \cdot 10^{-3}}\right)^3 = 1 \cdot 10^9$ расчетов.

Степенная зависимость числа расчетов от размерности задачи ограничивает эффективное использование метода сканирования либо задачами невысокой размерности, либо невысокой точностью поиска экстремума.

Для уменьшения числа расчетов существуют алгоритмы с переменным шагом сканирования, когда вначале выполняется грубый поиск, позволяющий выявить область нахождения глобального экстремума, а затем, в пределах этой области, осуществляется поиск с меньшим шагом.

Метод поочередного изменения переменных. Этот метод, известный также как метод Гаусса – Зейделя, сводится к изменению в произвольной последовательности значения оптимизирующих переменных. Изменение каждой переменной производится до тех пор, пока не будет достигнуто экстремальное значение (максимум или минимум) критерия оптимальности. После того как достигнут оптимум по данной переменной, начинается варьирование следующей.

Недостатком этого метода является трудность поиска при наличии ограничений на значения оптимизирующих переменных или при наличии "оврагов" у оптимизируемой функции (оврагом называется особенность целевой функции, заключающаяся в том, что от определенных оптимизирующих переменных функция зависит очень слабо).

Симплексный метод. Все безградиентные методы поиска оптимума связаны с выполнением большого числа расчетов. Для сокращения числа расчетов и определения направления поиска оптимума был разработан симплексный метод. Идея этого метода заключается в том, что по известным значениям целевой функции в вершинах выпуклого многогранника, называемого симплексом, находится направление, в котором надо сделать следующий шаг, чтобы получить наибольшее изменение (увеличение или уменьшение) критерия оптимальности.

Понятие симплекс в n-мерном пространстве характеризует выпуклый многогранник, имеющий $n+1$ вершин, каждая из которых образуется пересечением n гиперплоскостей данного пространства.

Примером симплекса в двухмерном пространстве ($n=2$) является треугольник, а в трехмерном пространстве ($n=3$) – любая четырехгранная пирамида, имеющая четыре вершины. Симплекс

обладает одним свойством, которое и дало возможность использовать его для проведения оптимизационных расчетов: против любой его вершины C_j расположена только одна грань, на которой можно построить новый симплекс, отличающийся от прежнего расположением новой вершины C_j^*, в то время как все остальные вершины будут совпадать. При этом новая вершина C_j^* может находиться по другую сторону грани от вершины C_j.

Поиск оптимума (минимума) функции двух переменных симплексным методом показан на рис.2.12. Производится расчет зна-

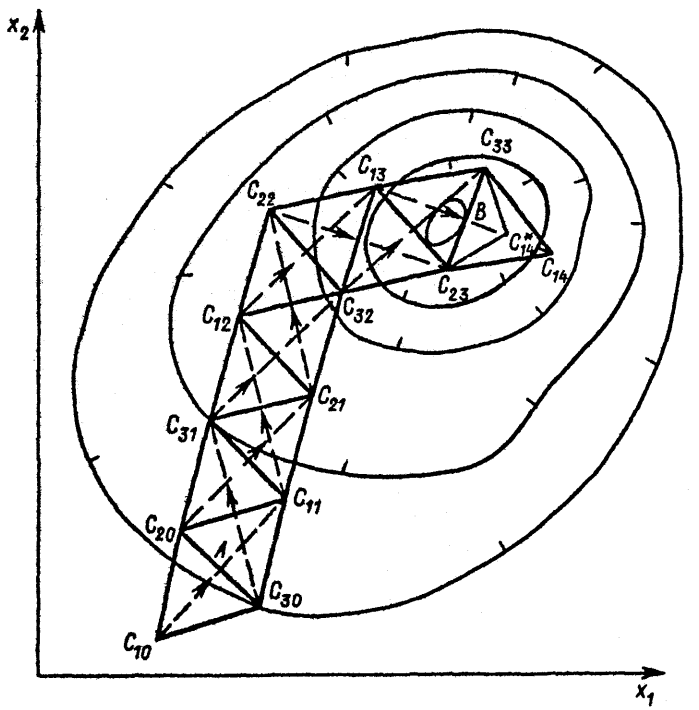


Рис.2.12

чений целевой функции в точках C_{10}, C_{20}, C_{30}, соответствующих начальному положению симплекса (треугольника). Из найденных трех значений целевой функции выбирается наибольшее. В рассматриваемом случае наибольшим значением будет C_{10}. После этого строится новый симплекс C_{11}, C_{20}, C_{30}: из вершины C_{10} на про-

тивоположную сторону опускается перпендикуляр и на продолжении прямой $C_{10}-A$ откладывается отрезок $A-C_{11}=C_{10}-A$. Штриховая линия со стрелкой показывает преобразование симплекса. В новой вершине C_{11} вычисляется значение целевой функции и сравнивается со значениями для других вершин C_{20} и C_{30}. Затем находится вершина, соответствующая наибольшему значению целевой функции (C_{30}), и строится следующий симплекс C_{11}, C_{20}, C_{31}, и т.д.

В результате исключения вершин симплексов с максимальным значением целевой функции процесс направлен к искомой точке с ее минимальным значением. На рис.2.12 показано, что вблизи точки экстремума может произойти зацикливание счета, вызванное тем, что вершины C_{13} и C_{14} будут иметь максимальное значение целевой функции в симплексах C_{13}, C_{23}, C_{33} и C_{14}, C_{23}, C_{33}. Тогда от симплекса C_{13}, C_{23}, C_{33} будет осуществляться переход к симплексу C_{14}, C_{23}, C_{33}, а от последнего - опять к симплексу C_{13}, C_{23}, C_{33}. Для устранения зацикливания необходимо уменьшить шаг спуска в районе оптимума. Для этого на продолжении прямой $C_{13}-B$ должен быть отложен не отрезок $B-C_{14}=C_{13}-B$, а отрезок $B-C_{14}^{*}=\frac{1}{2}(C_{13}-B)$. В результате в симплексе C_{14}^{*}, C_{23}, C_{33} наибольшее значение целевой функции будет уже в вершине C_{33}. Критерием окончания поиска служат размеры симплекса. Поиск оптимума прекращается, если все ребра симплекса станут меньше наперед заданной, достаточно малой величины.

В качестве начального симплекса лучше всего использовать правильный симплекс со всеми вершинами и гранями, одинаково удаленными от центра (в рассмотренной двухмерной задаче - равносторонний треугольник).

Градиентные методы поиска оптимума. В основу градиентных методов положены вычисление и анализ производных целевой функции.

Когда аналитический вид целевой функции (2.12) известен, вычисление производных $\frac{\partial R}{\partial x_i}$ ($i=1,2,\ldots,n$) не составляет особого труда, хотя в ряде случаев и приводит к весьма громоздким выражениям. Если же зависимость (2.12) не может быть получена в явном виде или вид этой зависимости оказывается настолько сложен, что аналитические выражения для производных $\frac{\partial R}{\partial x_i}$ оказываются слишком громоздкими для практического использования при

расчетах, то единственным способом определения производных является численный метод. В этом случае значение производной определяется по приближенному соотношению

$$\frac{\partial R}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta R}{\Delta x_i} = \frac{R(x_1, x_2, \ldots, x_i + \Delta x_i, \ldots, x_n) - R(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n)}{\Delta x_i}. \qquad (2.14)$$

Метод релаксации. Сущность метода заключается в отыскании осевого направления, вдоль которого целевая функция изменяется (уменьшается или увеличивается) наиболее сильно. Для этого в начальной точке поиска определяются производные целевой функции по всем оптимизирующим переменным. Основному направлению с наиболее быстрым изменением целевой функции соответствует наибольшая по модулю производная. Если знак производной отрицательный, целевая функция убывает в направлении оси, если знак производной положительный - в обратном направлении. При поиске минимума целевой функции по направлению убывания делаются шаги до тех пор, пока не будет получено ее минимальное значение по выбранному осевому направлению. При достижении минимального значения вновь определяются производные по всем переменным за исключением той, по которой уже осуществлялся "спуск". Выбирается осевое направление быстрого убывания целевой функции, по которому осуществляется спуск до минимального значения критерия оптимальности по этой оси. Затем вновь определяются производные, и т.д.

Критерием окончания поиска экстремума (минимума) целевой функции является достижение такой точки, при движении из которой по любой оси дальнейшего уменьшения целевой функции не происходит.

На практике в качестве признака оптимума часто пользуются условием

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial R}{\partial x_i} \right)^2 \leq \delta .$$

При $\delta \to 0$ оно превращается в строгое условие равенства частных производных нулю в точке экстремума.

Очевидно, что скорость движения к оптимуму зависит от выбранного шага. При малом шаге необходимо сделать большое число шагов, что увеличивает время расчетов, при большом шаге вблизи оптимума может начаться "рыскание", так как вероятность попа-

дания в окрестность оптимума при большом шаге мала. Поэтому обычно поиск ведется с переменным шагом.

Простейший алгоритм изменения шага строится следующим образом. Принимается шаг, равный 0,1 нормализованной безразмерной величины, и с этим шагом осуществляется спуск (при поиске минимума) по выбранной оси до тех пор, пока для двух последовательно вычисленных значений целевой функции соблюдается условие $R(X^{(k+1)}) < R(X^{(k)})$. При нарушении этого условия шаг уменьшается вдвое и движение осуществляется в обратном направлении из последней рассчитанной точки.

Применение метода релаксации встречает значительные трудности, если на область оптимизирующих переменных наложены ограничения типа неравенств или если у целевой функции имеются "овраги", не совпадающие по направлению с осями. В этих случаях поиск может остановиться в любой точке границы или в любой точке дна "оврага".

Метод градиента. В отличие от рассмотренного выше метода релаксации в методе градиента шаги совершаются в направлении наиболее быстрого изменения целевой функции.

Градиентом функции в рассматриваемой точке называется вектор, нормальный к поверхности постоянного уровня функции, величина которого равна $\frac{\partial R(X)}{\partial n}$. Вектор градиента совпадает с направлением наибольшего возрастания целевой функции.

Поиск оптимума при использовании метода градиента производится в два этапа. На первом этапе находят значения частных производных по всем оптимизирующим переменным, которые определяют направление градиента в рассматриваемой точке. На втором этапе осуществляется шаг в направлении наиболее быстрого изменения целевой функции (обратном направлению градиента при поиске минимума и совпадающем с направлением градиента при поиске максимума). После выполнения шага изменяются значения всех оптимизирующих переменных. В новой точке опять производится вычисление производных по всем переменным, определяется направление градиента и делается следующий шаг.

Алгоритм градиентного метода может быть записан следующим образом:

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} - h^{(k)} \frac{\partial R(X^{(k)})}{\partial x_i} \Bigg/ \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\partial R(X^{(k)})}{\partial x_i} \right]^2},$$

где $h^{(k)}$ – величина шага.

Недостаток градиентного метода заключается в том, что он может обнаружить экстремум, который является только локальным, а не глобальным. Для поиска других локальных экстремумов и выявления глобального приходится производить поиск из других начальных точек.

Приведенные примеры не преследуют цели обзора всех методов решения задачи оптимизации. Они призваны показать основные пути подхода к решению оптимизационных задач и обратить внимание на трудности, которые могут встретиться на этом пути.

2.2. Динамическая оптимизация

Изложенные в п.2.1 методы были посвящены решению задач статической оптимизации, целью которых является нахождение дискретных значений совокупности оптимизирующих переменных, определяющих экстремальное (минимальное или максимальное; в зависимости от постановки задачи) значение целевой функции, определяемой в общем случае зависимостью типа (2.1).

Как уже отмечалось, зависимость (2.1) позволяет определить оптимальный стационарный режим, характерный для непрерывных производств либо для периодических процессов, при условии, что рассматриваемый промежуток времени значительно превышает продолжительность одного цикла. Предполагается, что как дискретные значения всех входных факторов и параметров, так и значения совокупности оптимизирующих переменных и критерия оптимальности остаются неизменными в течение всего рассматриваемого промежутка времени.

Если необходимо учитывать изменение входных факторов и параметров и их влияние на течение процесса в моделируемом объекте, то должна решаться задача динамической оптимизации, т.е. задача оптимального управления при нестационарных режимах эксплуатации [2, 3]. В этом случае для оценки эффективности в качестве целевой функции используется функционал, определяемый по выражению типа (2.2), и основной задачей оптимизации является

нахождение законов изменения значений оптимизирующих переменных, обеспечивающих экстремальное значение функционала. Подобные задачи могут быть решены только методами вариационного исчисления [17, 37]. Учитывая, что этот раздел высшей математики имеет специфический характер и его изучение не предусмотрено учебными планами технических вузов, ниже излагается практически применяемая методика решения задачи динамической оптимизации.

Как уже отмечалось, задачей вариационного исчисления является нахождение такого вида функции независимой переменной $y=y(x)$, которая обеспечивает экстремальное (максимальное или минимальное в зависимости от постановки задачи) значение функционала, имеющего в простейшем случае вид

$$I(y)=\int_{x_0}^{x_к}\varphi[x,y(x)]\,dx\,, \tag{2.15}$$

где x_0 и $x_к$ - соответственно начальное и конечное значение изменения независимой переменной.

В общем случае может рассматриваться функционал нескольких функций. Так, если $y_1=y_1(x)$, $y_2=y_2(x),\ldots,y_n=y_n(x)$, получим

$$I(y_1,y_2,\ldots,y_n)=\int_{x_0}^{x_к}\varphi[x,y_1,y_2,\ldots,y_n]\,dx\,. \tag{2.16}$$

При этом на искомые функции, подлежащие определению, могут быть наложены ограничения в виде дифференциальных или алгебраических уравнений и интегральных соотношений.

Для того чтобы функция $y=y(x)$ была экстремалью функционала (2.16), т.е. обеспечивала его экстремальное значение, необходимо, чтобы она удовлетворяла уравнению

$$\frac{\partial\varphi(x,y,y')}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial\varphi(x,y,y')}{\partial y'}\right]=0\,, \tag{2.17}$$

которое обычно называется уравнением Эйлера и в сокращенном виде записывается в форме

$$\varphi_y-\frac{\partial}{\partial x}\varphi_{y'}=0\,, \tag{2.17а}$$

где $$\varphi_y=\frac{\partial\varphi(x,y,y')}{\partial y}\,,\quad \varphi_{y'}=\frac{\partial\varphi(x,y,y')}{\partial y'}\,.$$

Уравнение (2.17а) является дифференциальным уравнением второго порядка относительно функции $y(x)$.

В случае, когда функционал зависит от нескольких функций одной переменной и описывается выражением типа (2.16), может быть написана система уравнений Эйлера, которой должны удовлетворять эти функции, чтобы функционал (2.16) имел экстремальное значение:

$$\varphi_{y_i} - \frac{\partial}{\partial x}\varphi_{y_i'} = 0, \quad i = 1,2,\ldots,n. \tag{2.18}$$

Таким образом, задача отыскания неизвестных функций в вариационном исчислении сводится к решению системы дифференциальных уравнений.

Следует заметить, что условия, определяемые уравнениями Эйлера, - это лишь необходимые условия экстремума функционала. Достаточные условия экстремума функционала определяются соотношениями, известными как условия Лежандра.

Не останавливаясь на рассмотрении вопроса о методике нахождения постоянных интегрирования, которые определяются из граничных условий, отметим, что все эти построения справедливы в тех случаях, когда возможно получение аналитического решения уравнений Эйлера. Однако решение этих уравнений в аналитическом виде можно получить лишь в ограниченном числе случаев. Как правило, для этого приходится использовать численные методы, что также связано со значительными вычислительными трудностями, обусловленными необходимостью решения краевых задач для нелинейных дифференциальных уравнений.

В связи с изложенным для решения рассматриваемой вариационной задачи может быть использован метод кусочно-линейной аппроксимации [6]. При этом искомые экстремали аппроксимируются кусочно-линейными функциями. Для их отыскания весь интервал интегрирования в выражении (2.16) разбивается на t равных частей и выражение функционала заменяется приближенно равной ему конечной суммой

$$I = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{t}\varphi\left(x_0 + j\Delta x, y_{i,j}, \frac{y_{i,j+1} - y_{i,j}}{\Delta x}\right)\Delta x = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{t}\varphi\Delta x, \tag{2.19}$$

где $$\Delta x = \frac{x_к - x_0}{t}, \quad i = 1,2,\ldots,n, \quad j = 1,2,\ldots,t.$$

Теперь функционал I можно считать функцией конечного набора значений $y_{i,j}$ ($i=1,2,\ldots,n$; $j=1,2,\ldots,t$) и ее экстремум искать решением системы конечных уравнений

$$\frac{\partial I}{\partial y_{i,j}}=0, \quad i=1,2,\ldots,n, \quad j=1,2,\ldots,t. \qquad (2.20)$$

Если начальное и конечное значение каждой экстремали известно, то число уравнений в системе (2.20) для каждой функции уменьшится на два, так как в этом случае значения y_{i0} и $y_{i\kappa}$ заданы.

Система уравнений (2.19) по существу представляет собой систему разностных уравнений

$$\frac{\partial \varphi_j}{\partial y}-\left(\frac{\partial \varphi_j}{\partial y'}-\frac{\partial \varphi_{(j-1)}}{\partial y'}\right)\Big/\Delta x=0, \quad j=1,2,\ldots,t,$$

которая заменяет дифференциальное уравнение Эйлера (2.17).

Решение системы уравнений (2.20) позволяет вычислить значения экстремалей в заданном числе точек и на основании этого построить кусочно-линейную функцию, аппроксимирующую экстремаль функционала (2.16).

Из приведенных выражений видно, что переход к динамической оптимизации заметно увеличивает размерность задачи. Так, если при статической оптимизации задача поиска экстремума целевой функции требовала определения n значений оптимизирующих переменных, то при переходе к динамической оптимизации для нахождения функционала целевой функции нужно определить nt значений оптимизирующих переменных. Тем не менее, как будет показано ниже, в ряде случаев использование методов динамической оптимизации необходимо, несмотря на сложность и громоздкость вычислительных операций.

Глава 3

МЕТОД ТЕРМОЭКОНОМИКИ

Повышение эффективности производства искусственного холода может осуществляться как путем улучшения конструкций отдельных элементов холодильной машины и разработки более совершенных процессов, протекающих в этих элементах, так и за счет выбора рационального режима расчета и эксплуатации всей холодильной установки в целом. Первое направление успешно развивается многими отечественными и зарубежными учеными. В результате проведения этих работ показатели отдельных элементов холодильной машины достигли достаточно высоких значений [39]. Второе направление до настоящего времени не получило достаточно широкого развития, несмотря на открываемые им большие возможности. Подавляющее большинство исследований, известных из технической литературы и связанных с определением оптимального режима работы холодильной установки, базируется на технико-экономическом подходе к решению задачи [8]. Суть такого традиционного подхода может быть схематично представлена следующим образом.

Для рассматриваемой холодильной установки принимаются некоторые начальные значения оптимизирующих переменных, определяющих термодинамические параметры цикла (например, температурные напоры в теплообменных аппаратах, изменение температуры охлаждающей и охлаждаемой сред и т.п.). Для режима, определяемого выбранными значениями параметров, производится расчет цикла, рассчитываются величины тепловых нагрузок на теплообменные аппараты, объем, описываемый поршнями (теоретическая подача) компрессоров, и необходимая производительность насосов и вентиляторов, по которым производится подбор оборудования. Для подобранного оборудования с учетом полученного режима работы выполняется технико-экономический расчет холодильной установки, заканчивающийся определением величины приведенных затрат. После этого изменяется один или несколько оптимизирующих параметров и расчет повторяется.

Изменение оптимизирующих переменных может производиться простым перебором значений в интервале возможного их изменения (метод сканирования), использованием математических методов для выбора массива значений параметров (например, метод Монте-Карло) или направленным поиском значений оптимизирующих переменных (градиентные методы).

Вновь вычисленные значения приведенных затрат сравниваются с предыдущими значениями, и худший вариант, характеризующийся большими приведенными затратами, отбрасывается. Затем принимаются новые значения оптимизирующих параметров, опять производится расчет приведенных затрат и их сопоставление с предыдущим вариантом и т.д. Вариант, обеспечивающий минимальные приведенные затраты, является оптимальным.

Таким образом, применяемая методика независимо от того, используется ли для выбора оптимальных значений параметров простейший метод сканирования или применяется направленный (градиентный) метод их поиска, сводится, по существу, к проведению большего или меньшего количества вариантных расчетов.

Несмотря на ряд технических трудностей, обусловленных большим количеством необходимых расчетов и возможностью наличия "оврагов" у оптимизируемой целевой функции, традиционный технико-экономический метод, характеризующийся последовательным учетом термодинамических (энергетических) и экономических факторов, вполне пригоден для нахождения оптимального режима работы одноцелевых (обслуживающих охлаждаемый объект с одной температурой) холодильных установок. В этом случае традиционный технико-экономический метод позволяет определить себестоимость вырабатываемого холода и оценить влияние отдельных составляющих приведенных затрат на себестоимость вырабатываемой продукции.

При оптимизации многоцелевых холодильных установок (обслуживающих несколько охлаждаемых объектов с различными температурами) традиционный технико-экономический метод позволяет установить значения оптимизирующих переменных, определяющих режим работы, соответствующий минимальным приведенным затратам. Однако с помощью традиционного технико-экономического метода расчета определить себестоимость холода, вырабатываемого при различных температурах, оказывается невозможным, так как этот метод не позволяет учесть "качество" производимого холода.

Традиционный технико-экономический метод расчета не может быть также использован при оптимизации режима работы холодильных установок с учетом сезонных колебаний температуры окружающей среды, температуры охлаждаемого объекта и потребности в холоде.

Кроме того, необходимо указать, что применение традиционных технико-экономических методов не предусматривает получения общих (аналитических) решений и предполагает индивидуальный подход к каждой рассматриваемой холодильной установке.

Для развития традиционных форм технико-экономических расчетов в 60-е годы американский ученый М.Трайбус [43] предложил методику единовременного учета термодинамических и экономических факторов при проведении оптимизационных расчетов, названную им термоэкономикой. Термоэкономический подход был использован М.Трайбусом и Р.Эвансом [44] при оптимизации режима работы установки, используемой для опреснения соленых вод.

Метод термоэкономики может быть успешно применен для оптимизации различных холодильных установок [7]. Основной идеей метода является использование для оценки изменений, происходящих в энергетической системе, некоторой обобщенной термодинамической характеристики, обеспечивающей получение конечного полезного эффекта. Учитывая, что в холодильных установках (как и в других энергетических системах) энергия может передаваться как в форме теплоты, так и в форме механической работы, в качестве обобщенной термодинамической характеристики выбрана эксергия [9].

Эксергией вещества называется максимальная способность этого вещества к совершению работы в процессе, конечное состояние которого определяется условиями термодинамического равновесия с окружающей средой [42].

Исходя из этого определения, под эксергией теплоты следует понимать работу, которая может быть получена в обратимом прямом цикле при переходе некоторого количества теплоты Q_h от греющего источника с температурой T_h к окружающей среде с температурой $T_{o.c}$ (рис.3.1):

$$e_{Q_h} = Q_h \eta_т = Q_h \left(1 - \frac{T_{o.c}}{T_h}\right), \qquad (3.1)$$

где $\eta_т$ – термический к.п.д. прямого обратимого цикла.

Эксергия холода – это работа, которая должна быть затрачена в обратимом обратном цикле для переноса некоторого количества теплоты $Q_{охл}$ от охлаждаемого объекта с температурой $T_{охл}$ к окружающей среде с температурой $T_{о.с}$ (рис.3.2):

$$e_{Q_{охл}} = \frac{Q_{охл}}{\varepsilon_0} = Q_{охл}\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл}} - 1\right), \qquad (3.2)$$

где ε_0 – холодильный коэффициент обратимого обратного цикла.

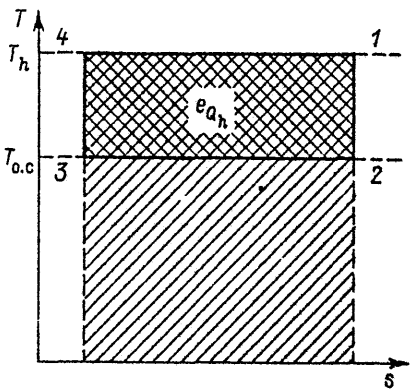


Рис.3.1

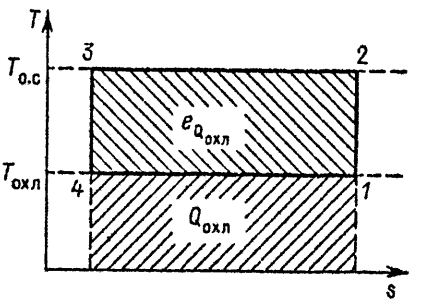


Рис.3.2

При использовании термоэкономического метода анализируются изменения, происходящие с основным потоком эксергии, обеспечивающим получение полезного конечного эффекта (в случае анализа холодильных установок – приведенной эксергетической производительности, т.е. эксергии полученного холода). При этом рассматриваются и учитываются потери эксергии, возникающие при передаче и преобразовании энергии в отдельных элементах установки, а также экономические затраты, связанные с созданием и эксплуатацией соответствующих элементов установки, наличие которых определяется выбранной схемой. Потери эксергии, так же как и экономические затраты, приводят к повышению цены единицы эксергии по мере перемещения потока от точки ввода эксергии в систему до получения конечного эффекта. Так как величина полезного конечного эффекта, например приведенной эксергетической производительности, для конкретной холодильной установки задана количественно, то для оптимизации системы необходимо опре-

делить условия, обеспечивающие получение минимальной цены единицы эксергетической производительности.

Решение такой задачи оказывается возможным при анализе некоторой математической модели, построенной с учетом требований термоэкономики, которая адекватна реальной технологической схеме холодильной установки.

Анализ изменений, претерпеваемых только основным потоком эксергии, обеспечивающим получение конечного полезного эффекта, позволяет представить термоэкономическую модель холодильной установки в виде ряда отдельных зон, соединенных последовательно и образующих параллельные, сходящиеся или расходящиеся цепочки. Разбивка реальной технологической схемы холодильной установки на отдельные зоны должна производиться на основании общих соображений. Глубина декомпозиции определяется характером решаемых задач. Использование метода декомпозиции позволяет в ряде случаев упростить математическое описание рассматриваемой системы.

Такое линеаризованное представление технологической схемы холодильной установки позволяет в ряде случаев исключить обратные связи (рециклы), что значительно упрощает расчет. При этом разрыв и исключение из рассмотрения отдельных технологических связей, неизбежные при линеаризации замкнутой схемы холодильной установки, не приводят к нарушению корректности постановки задачи благодаря использованию в термоэкономической модели такой величины, как эксергия, - инвариантной к подобного рода превобразованиям.

Метод термоэкономики дает возможность не только оптимизировать режим работы одноцелевых и многоцелевых холодильных установок, но и позволяет определить себестоимость холода, вырабатываемого в многоцелевых установках при различных температурах, так как эксергия, являющаяся в термоэкономической модели основным носителем информации, в отличие от тепловых величин, позволяет учесть потенциал холода.

3.1. Термоэкономическая модель одноступенчатой одноцелевой компрессорной холодильной установки

Принципиальная схема одноступенчатой одноцелевой компрессорной холодильной установки с проточной системой водоснабже-

ния приведена на рис.3.3, а ее цикл в диаграмме *T-s* – на рис.3.4. Схема включает в себя компрессор с электродвигателем *11*, конденсатор *12*, насос (вентилятор) с электродвигателем для подачи

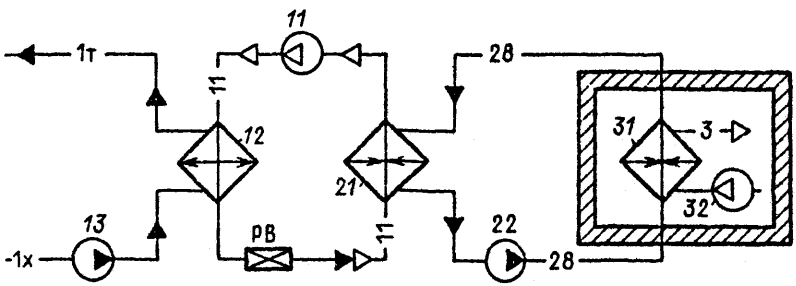


Рис.3.3

в конденсатор охлаждающей среды *13*, регулирующий вентиль РВ, испаритель *21*, насос с электродвигателем для транспортировки промежуточного хладоносителя *22*, охлаждающие приборы *31*, вентилятор с электродвигателем *32* для обеспечения вынужденного движения воздуха у охлаждающих приборов (в случае применения воздухоохладителя). Нетрудно убедиться, что приведенная схема является наиболее полной,

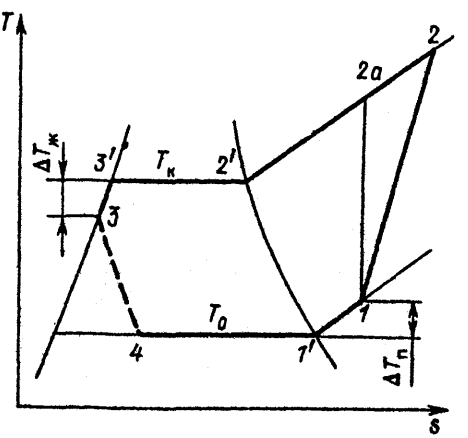


Рис.3.4

и на ее основе, за счет исключения отдельных элементов испарительной части, могут быть получены любые возможные варианты одноступенчатой схемы, как с охлаждением промежуточным хладоносителем, так и с непосредственным охлаждением за счет кипения рабочего тела. Известно, что в холодильной установке в качестве охлаждающей среды могут использоваться вода или воздух. В последнем случае позицию *13* следует рассматривать как венти-

лятор с электродвигателем. Естественно, что изображение аппаратов и компрессора на схеме носит условный характер и ни в коей мере не предопределяет тип используемого оборудования.

При построении термоэкономической модели одноступенчатой одноцелевой холодильной установки исходя из наиболее общего (экономического) подхода в качестве целевой функции была выбрана переменная часть приведенных затрат. Кроме того, для упрощения получаемых выражений сделаны следующие допущения:

1) не учитывалось изменение потерь давления в трубопроводах при транспортировке рабочего тела и других сред. Потери давления в трубопроводах и аппаратах считались постоянными, не зависящими от режима работы;

2) не учитывался теплообмен рабочего тела с окружающей средой, происходящий в компрессоре и теплообменных аппаратах через их наружную поверхность, омываемую воздухом;

3) предполагалось, что изменение площади теплопередающей поверхности теплообменных аппаратов, объема, описываемого поршнями компрессора, и производительности насосов и вентиляторов при подборе оборудования по оптимальной разности температур по сравнению с этими же величинами, определенными по обычной методике, не приводит к увеличению необходимой площади машинного отделения и соответствующему повышению стоимости здания, а также не требует увеличения численности и фонда заработной платы обслуживающего персонала;

4) перегрев всасываемого компрессором пара $\Delta T_{п}$, так же как и переохлаждение жидкого рабочего тела, поступающего к регулирующему вентилю $\Delta T_{ж}$, в рассматриваемом случае не оптимизировались. Считалось, что перегрев пара обусловлен правилами безопасной эксплуатации [30, 31], а охлаждение жидкости осуществляется непосредственно в конденсаторе и определяется выбранным типом аппарата;

5) стоимость запорной арматуры, регулирующих вентилей, трубопроводов и вспомогательного оборудования, так же как и стоимость рабочего тела, необходимого для первоначальной заправки системы, считалась одинаковой в установке с оборудованием, подобранным по оптимальным разностям температур в теплообменных аппаратах, и установке с оборудованием, подобранным по обычно принимаемой разности температур в аппаратах. Это дало воз-

можность не учитывать стоимость арматуры, трубопроводов, вспомогательного оборудования и рабочего тела, необходимого для первоначальной заправки системы, при определении величины нормативных отчислений и расходов на реновацию и ремонт.

Допущения 3) и 5) приводят к тому, что изменяющаяся часть приведенных затрат включает в себя, кроме нормативных отчислений, отчислений на реновацию и ремонт от стоимости тех элементов оборудования, основные характеристики или производительность которых изменяются в результате выполнения оптимизационных расчетов, только энергетические составляющие затрат, т.е. стоимость энергии и охлаждающей воды.

Таким образом, сделанные допущения позволяют рассматривать и сопоставлять только переменную часть приведенных затрат, изменяющуюся в результате оптимизации режима работы холодильных установок, так как остальные составляющие приведенных затрат в сопоставляемых вариантах будут оставаться неизменными. В дальнейшем в тексте под приведенными затратами будет пониматься их переменная часть.

Следует заметить, что все исключенные сделанными допущениями факторы могут быть учтены при проведении оптимизационных расчетов. Для этого все величины, содержащиеся, например, в пп.3 и 5 (необходимая площадь машинного отделения, его стоимость, численность и фонд заработной платы обслуживающего персонала, стоимость рабочего тела, необходимого для первоначальной заправки системы, и т.д.), должны быть представлены в виде некоторых функциональных зависимостей от характеристик оборудования, определяемых в результате оптимизации режима работы, таких, как площадь теплопередающей поверхности теплообменных аппаратов или объем, описываемый поршнями компрессора. Эти зависимости могут быть получены для каждого типа предприятий на основе обобщения имеющихся статистических данных. В этом случае при оптимизации режима работы в величину приведенных затрат будут входить переменная стоимость машинного отделения, переменная величина фонда заработной платы, переменная стоимость рабочего тела, необходимого для первоначальной зарядки, и т.д.

Естественно, что учет этих факторов несколько усложнит используемые зависимости и увеличит объем вычислений.

Учитывая изложенные выше исходные положения и сделанные допущения, термоэкономическая модель одноступенчатой одноцелевой компрессорной холодильной установки, технологическая схема которой была приведена на рис.3.3, может быть представлена в виде трех последовательно соединенных зон, изображенных на рис.3.5, ограниченных контрольной поверхностью. Зона *1* объеди-

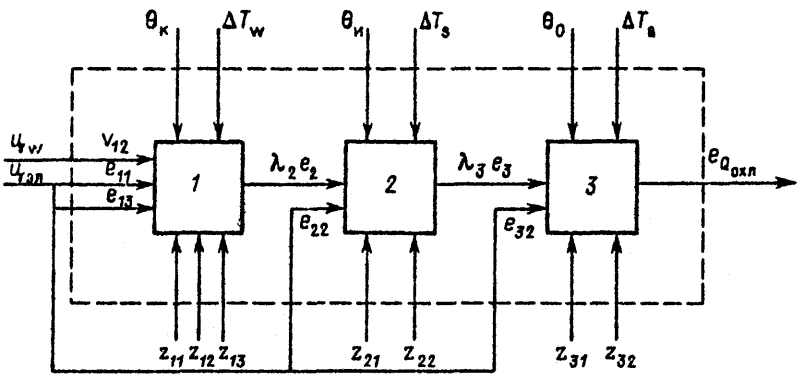


Рис.3.5

няет компрессор с электродвигателем *11*, конденсатор *12*, регулирующий вентиль РВ и насос (вентилятор) с электродвигателем *13*, обеспечивающий подачу в конденсатор охлаждающей среды. Зона *2* объединяет испаритель *21* и насос с электродвигателем *22* для транспортировки промежуточного хладоносителя. Зона *3* объединяет рассольный воздухоохладитель *31* и вентилятор с электродвигателем *32* для транспортировки охлаждаемого в воздухоохладителе воздуха.

В каждой из зон термоэкономической модели холодильной установки учитываются нормативные отчисления от стоимости соответствующих элементов оборудования, включенных в рассматриваемую зону, а также отчисления на реновацию и ремонт этих элементов. Для удобства расчетов эти отчисления отнесены к одному часу работы оборудования. Они могут быть определены по выражению

$$z_i = \frac{(k_{нi} + k_{рi}) C_i}{\tau_{р.г}}, \qquad (3.3)$$

где z_i - удельные суммарные (нормативные, на реновацию и ремонт) отчисления от стоимости i-го элемента оборудования, $i = 1,2,\ldots,m$, отнесенные к одному часу работы установки; $k_{н_i}$ - нормативный коэффициент отчислений от стоимости i-го элемента оборудования; $k_{р_i}$ - коэффициент отчислений на реновацию и ремонт от стоимости i-го элемента оборудования; C_i - полная стоимость i-го элемента; $\tau_{р.г}$ - расчетное годовое число часов работы холодильной установки.

Нормативный коэффициент отчислений $k_н$ определяется действующими нормативными документами и для элементов энергетических установок, к которым относится и холодильное оборудование, составляет $k_н = 0,15$.

Коэффициент отчислений на реновацию и ремонт имеет отраслевой характер и должен приниматься в соответствии с нормативами, действующими в отрасли, которой подчинено рассматриваемое предприятие.

При использовании в качестве целевой функции не экономических, а каких-то иных показателей, например объемных или массовых, вместо отчислений от стоимости z_i будут включать объемные или массовые характеристики соответствующих элементов оборудования [28].

От внешнего источника через контрольную поверхность к различным зонам термоэкономической модели холодильной установки подводится эксергия (энергия) e_{11} - для привода электродвигателя компрессора*, e_{13} - для привода электродвигателя насоса (вентилятора) охлаждающей среды, e_{22} - для привода электродвигателя насоса промежуточного хладоносителя, e_{32} - для привода электродвигателя вентилятора воздухоохладителя. Цена энергии (эксергии), подводимой от внешнего источника, известна и равна $u_{эл}$. От внешнего источника подводится охлаждающая среда, расход которой равен v_{12}, а цена u_w. Заметим, что при использовании оборотной системы водоснабжения цена воды u_w должна учитывать отчисления (нормативные, на реновацию и ремонт) от стоимости градирни и насоса с электродвигателем, расход энергии на транспортировку воды при использовании конденсаторов со сво-

---

* Здесь и ниже подстрочный индекс соответствует номеру соответствующего элемента на принципиальной схеме.

бодным сливом (оросительных, вертикальных кожухотрубных и т.п.) и стоимость воды, расходуемой на добавку в связи с испарением части воды и ее механическим уносом. При использовании конденсаторов, исключающих свободный слив (горизонтальных кожухотрубных и т.п.) стоимость насоса с электродвигателем и расход энергии на ее перекачку в стоимость воды оборотной системы водоснабжения включаться не должны, так как они учтены величинами z_{13} и e_{13}. Очевидно, что при использовании конденсаторов с воздушным охлаждением стоимость охлаждающей среды (воздуха) $u_w = 0$, а стоимость вентилятора с электродвигателем и расход энергии учитываются теми же величинами z_{13} и e_{13}.

При оптимизации холодильной установки по объемным или массовым показателям вместо цены электроэнергии $u_{эл}$ и воды u_w должны использоваться соответственно объемная или массовая характеристика энергогенерирующего и водоохлаждающего оборудования [28].

В зависимости от поставленной задачи оптимизации в качестве оптимизирующих переменных могут выбираться различные величины, при условии, что их общее число обеспечивает получение замкнутой системы уравнений.

Анализ одноступенчатой холодильной установки показывает, что к числу оптимизирующих переменных для рассматриваемой системы могут быть отнесены логарифмические разности температур между обменивающимися теплом средами (температурные напоры) в конденсаторе $\Theta_к$, испарителе $\Theta_и$ и приборах охлаждения* $\Theta_о$, а также изменения температуры охлаждающей среды в конденсаторе ΔT_w, промежуточного хладоносителя в испарителе $\Delta T_б$ и воздуха в воздухоохладителе $\Delta T_в$. Такой выбор переменных представляется целесообразным, так как он обеспечивает сравнительно простое определение температурных условий осуществления цикла (температур кипения и конденсации) при заданных температурах охлаждаемого объекта, окружающей и охлаждающей сред.

При решении задачи статической оптимизации холодильной установки с учетом сделанных допущений и принятых обозначений

---

* При использовании в качестве охлаждающих приборов батарей непосредственного охлаждения со свободным движением воздуха $\Theta_о$ – арифметическая разность между средней температурой воздуха в помещении и температурой кипения рабочего тела.

величина годовых приведенных затрат может быть найдена по формуле

$$ПЗ = [u_{эл}(e_{11}+e_{13}+e_{22}+e_{32}) + u_w v_{12} + z_{11}+z_{12}+z_{13}+z_{21}+z_{22}+z_{31}+z_{32}]\tau_{р.г}. \quad (3.4)$$

Расход электрической энергии на привод двигателей компрессора, насосов и вентиляторов, расход охлаждающей среды, так же как и величина площади теплопередающей поверхности теплообменных аппаратов, объем, описываемый поршнями компрессора, производительность насосов и вентиляторов (определяющие их стоимость, а следовательно, и величину отчислений) зависят от режима работы установки, а значит, от температурных напоров в теплообменных аппаратах и интервала изменения температур охлаждающей и охлаждаемой сред. Поэтому правая часть выражения (3.4) является функцией выбранных оптимизирующих переменных.

Следовательно, величина приведенных затрат является функцией нескольких переменных, экстремальное значение которой может быть определено по условиям

$$\frac{\partial ПЗ}{\partial \theta_к}=0,\ \frac{\partial ПЗ}{\partial \theta_и}=0,\ \frac{\partial ПЗ}{\partial \theta_о}=0,\ \frac{\partial ПЗ}{\partial \Delta T_w}=0,\ \frac{\partial ПЗ}{\partial \Delta T_s}=0,\ \frac{\partial ПЗ}{\partial \Delta T_в}=0. \quad (3.5)$$

Условия (3.5) применимы, если все оптимизирующие переменные могут рассматриваться как независимые и задача сводится к определению безусловного экстремума (в рассматриваемом случае – безусловного минимума). В действительности эти переменные связаны между собой, что может быть проиллюстрировано следующим примером. Увеличение температурного напора в испарителе $\theta_и$ при постоянной холодопроизводительности $Q_о$ и постоянной средней температуре хладоносителя $\bar{T}_s$ приведет к понижению температуры кипения рабочего тела $T_о$, что, как известно, повлечет за собой увеличение энергии, потребляемой компрессором. Последнее, в соответствии с выражением теплового баланса, приведет к увеличению тепловой нагрузки на конденсатор и при фиксированной площади его теплопередающей поверхности – к соответствующему увеличению температурного напора в аппарате $\theta_к$, а при фиксированном расходе охлаждающей среды – к соответствующему увеличению ее подогрева ΔT_w. Аналогично можно установить связи и между другими переменными.

Получение аналитических выражений, описывающих взаимосвязь между всеми оптимизирующими переменными, представляется достаточно сложной задачей. В то же время применение методов термоэкономики позволяет упростить задачу и получить аналитические решения.

Как показано на рис.3.5, термоэкономическая модель одноцелевой одноступенчатой холодильной установки может быть представлена рядом последовательно соединенных зон. Такое представление позволяет выразить отчисления от стоимости элементов и энергию, подводимую к каждой из зон, в виде функциональных зависимостей от потока эксергии, выходящего из рассматриваемой зоны, и воздействующих на эту зону оптимизирующих переменных.

С учетом сказанного величины нормативных отчислений от стоимости элементов оборудования и расходов на реновацию и ремонт z_i, количество эксергии, подводимой к отдельным элементам установки от внешнего источника e_j, и объемный расход охлаждающей среды, используемой для отвода теплоты конденсации v_{12}, могут быть в общем виде представлены следующим образом:

$$
\begin{aligned}
z_{11} &= Z_{11}(e_2, \theta_к, \Delta T_w), & z_{21} &= Z_{21}(e_3, \theta_и, \Delta T_в),\\
z_{12} &= Z_{12}(e_2, \theta_к, \Delta T_w), & z_{22} &= Z_{22}(e_3, \theta_и, \Delta T_в),\\
z_{13} &= Z_{13}(e_2, \theta_к, \Delta T_w), & e_{22} &= E_{22}(e_3, \theta_и, \Delta T_в),\\
e_{11} &= E_{11}(e_2, \theta_к, \Delta T_w), & z_{31} &= Z_{31}(e_{Q_{охл}}, \theta_0, \Delta T_в),\\
e_{13} &= E_{13}(e_2, \theta_к, \Delta T_w), & z_{32} &= Z_{32}(e_{Q_{охл}}, \theta_0, \Delta T_в),\\
v_{12} &= V_{12}(e_2, \theta_к, \Delta T_w), & e_{32} &= E_{32}(e_{Q_{охл}}, \theta_0, \Delta T_в).
\end{aligned}
\qquad (3.6)
$$

Уравнения, входящие в систему (3.6), относятся к разным зонам термоэкономической модели, связь между которыми осуществляется основным потоком эксергии, обеспечивающим получение конечного эффекта. Поток эксергии, связывающий отдельные зоны, может быть также представлен в виде функциональной зависимости от выходящего из зоны потока эксергии и воздействующих на рассматриваемую зону оптимизирующих переменных:

$$
e_2 = E_2(e_3, \theta_и, \Delta T_в), \quad e_3 = E_3(e_{Q_{охл}}, \theta_0, \Delta T_в). \qquad (3.7)
$$

В выражениях (3.6) и (3.7) e_j означает количество эксергии, а E_j – функцию, описывающую его изменение. Аналогичное замечание справедливо для Z_i и Z_i, а также для v_{12} и V_{12}.

Наличие связей между оптимизирующими переменными заставляет рассматривать оптимизацию величины приведенных затрат как задачу оптимизации функции нескольких переменных при наличии ограничений типа равенств (уравнений связи), т.е. как задачу нахождения условного экстремума.

Как отмечалось ранее (см. п.2.1.3), задачи, связанные с нахождением условного экстремума функции, могут быть решены при использовании метода неопределенных множителей Лагранжа. Для нахождения условного экстремума должны быть приравнены нулю значения частных производных не от исходной, а от некоторой новой функции Лагранжа. При этом для нахождения экстремума частные производные должны быть взяты не только по оптимизирующим переменным исходной функции, но и по новым переменным, вводимым уравнениями связи, т.е. ограничениями типа равенств. Применение метода неопределенных множителей Лагранжа сводит задачу нахождения условного экстремума исходной функции приведенных затрат к задаче отыскания безусловного экстремума новой функции – лагранжиана.

С учетом приведенных выше систем уравнений (3.6) и (3.7) выражение лагранжиана для рассматриваемой задачи может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned} L = \{ & u_{эл}[E_{11}(e_2, \theta_к, \Delta T_w) + E_{13}(e_2, \theta_к, \Delta T_w) + E_{22}(e_3, \theta_и, \Delta T_s) + \\ & + E_{32}(e_{Q_{охл}}, \theta_0, \Delta T_в)] + u_w V_{12}(e_2, \theta_к, \Delta T_w) + Z_{11}(e_2, \theta_к, \Delta T_w) + \\ & + Z_{12}(e_2, \theta_к, \Delta T_w) + Z_{13}(e_2, \theta_к, \Delta T_w) + Z_{21}(e_3, \theta_и, \Delta T_s) + \\ & + Z_{22}(e_3, \theta_и, \Delta T_s) + Z_{31}(e_{Q_{охл}}, \theta_0, \Delta T_в) + Z_{32}(e_{Q_{охл}}, \theta_0, \Delta T_в) + \\ & + \lambda_2[E_2(e_3, \theta_и, \Delta T_s) - e_2] + \lambda_3[E_3(e_{Q_{охл}}, \theta_0, \Delta T_в) - e_3]\} \tau_{р.г}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Сравнивая выражение для приведенных затрат и для лагранжиана и учитывая зависимости (3.6) и (3.7), нетрудно убедиться в полной тождественности уравнений (3.4) и (3.8).

Как известно, для нахождения условий экстремума должны быть взяты частные производные от функции Лагранжа (3.8) по

всем переменным (как оптимизирующим, так и дополнительным, введенным уравнениями связи) и приравнены нулю.

Частные производные по e_j дают возможность вычислить значения λ_j. Так, частная производная по e_2 имеет вид

$$\frac{\partial L}{\partial e_2} = \tau_{р.г} \frac{\partial}{\partial e_2}[u_{эл}(E_{11}+E_{13}) + u_w V_{12} + Z_{11} + Z_{12} + Z_{13} - \lambda_2 e_2] = 0;$$

так как $\tau_{р.г} \neq 0$, то, очевидно, равно нулю значение производной, откуда

$$\lambda_2 = \frac{\partial}{\partial e_2}[u_{эл}(E_{11}+E_{13}) + u_w V_{12} + Z_{11} + Z_{12} + Z_{13}]. \qquad (3.9а)$$

Аналогично может быть записано выражение производной по e_3:

$$\frac{\partial L}{\partial e_3} = \tau_{р.г} \frac{\partial}{\partial e_3}(u_{эл}E_{22} + Z_{21} + Z_{22} + \lambda_2 E_2 - \lambda_3 e_3) = 0, \quad \tau_{р.г} \neq 0,$$

$$\lambda_3 = \frac{\partial}{\partial e_3}(u_{эл}E_{22} + Z_{21} + Z_{22} + \lambda_2 E_2). \qquad (3.9б)$$

Производные по оптимизирующим переменным позволяют получить выражения

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_к} = \tau_{р.г} \frac{\partial}{\partial \theta_к}[u_{эл}(E_{11}+E_{13}) + u_w V_{12} + Z_{11} + Z_{12} + Z_{13}] = 0, \quad \tau_{р.г} \neq 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_к}[u_{эл}(E_{11}+E_{13}) + u_w V_{12} + Z_{11} + Z_{12} + Z_{13}] = 0; \qquad (3.10а)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta T_w} = \tau_{р.г} \frac{\partial}{\partial \Delta T_w}[u_{эл}(E_{11}+E_{13}) + u_w V_{12} + Z_{11} + Z_{12} + Z_{13}] = 0, \quad \tau_{р.г} \neq 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T_w}[u_{эл}(E_{11}+E_{13}) + u_w V_{12} + Z_{11} + Z_{12} + Z_{13}] = 0; \qquad (3.10б)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_и} = \tau_{р.г} \frac{\partial}{\partial \theta_и}(u_{эл}E_{22} + Z_{21} + Z_{22} + \lambda_2 E_2) = 0, \quad \tau_{р.г} \neq 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_и}(u_{эл}E_{22} + Z_{21} + Z_{22} + \lambda_2 E_2) = 0; \qquad (3.10в)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta T_s} = \tau_{р.г} \frac{\partial}{\partial \Delta T_s}(u_{эл}E_{22} + Z_{21} + Z_{22} + \lambda_2 E_2) = 0, \quad \tau_{р.г} \neq 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T_s}(u_{эл}E_{22} + Z_{21} + Z_{22} + \lambda_2 E_2) = 0; \qquad (3.10г)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_0} = \tau_{р.г} \frac{\partial}{\partial \theta_0}(u_{эл} E_{32} + Z_{31} + Z_{32} + \lambda_3 E_3) = 0; \quad \tau_{р.г} \neq 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_0}(u_{эл} E_{32} + Z_{31} + Z_{32} + \lambda_3 E_3) = 0; \qquad (3.10д)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta T_в} = \tau_{р.г} \frac{\partial}{\partial \Delta T_в}(u_{эл} E_{32} + Z_{31} + Z_{32} + \lambda_3 E_3) = 0, \quad \tau_{р.г} \neq 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T_в}(u_{эл} E_{32} + Z_{31} + Z_{32} + \lambda_3 E_3) = 0. \qquad (3.10е)$$

Полученная система уравнений (3.10) устанавливает связь между диссипацией энергии и затратами в каждой зоне при определенных значениях экономических показателей ($u_{эл}$, $u_в$, λ_2, λ_3). Система уравнений (3.9) позволяет определить значения экономических показателей λ_2 и λ_3.

Если записать выражения (3.9) в форме конечных приращений

$$\lambda^*_2 = \frac{\Delta[u_{эл}(E_{11} + E_{13}) + u_в V_{12} + Z_{11} + Z_{12} + Z_{13}]}{\Delta e_2}, \qquad (3.11а)$$

$$\lambda^*_3 = \frac{\Delta(u_{эл} E_{22} + Z_{21} + Z_{22} + \lambda^*_2 E)}{\Delta e_3}, \qquad (3.11б)$$

то нетрудно убедиться, что величины λ^*_2 и λ^*_3, представляющие собой отношение приращения затрат к приращению количества эксергии, выражают собой цену единицы эксергии в соответствующих сечениях термоэкономической модели.

В общем случае величины λ_2 и λ_3 по смыслу выражают собой скорость изменения затрат при изменении количества эксергии. Как будет показано ниже, выражения E_{11}, E_{13}, V_{12}, Z_{11}, Z_{12}, Z_{13} являются линейными функциями e_2, выражения E_{22}, Z_{21}, Z_{22}, E_2 - линейными функциями e_3, а выражения E_{32}, Z_{31}, Z_{32}, E_3 - линейными функциями $e_{Q_{охл}}$. Следовательно, можно утверждать, что в данном случае графическое представление производной и функции будут совпадать, что приведет к равенству $\lambda_2 = \lambda^*_2$, $\lambda_3 = \lambda^*_3$.

Таким образом, в рассматриваемом случае неопределенные множители Лагранжа λ_j выражают цену единицы эксергии, выходящей из каждой зоны термоэкономической модели. При этом цена эксергии при входе в каждую последующую зону определяется с учетом нормативных отчислений от стоимости оборудования, отчислений на его реновацию и ремонт, а также потерь (диссипации) энергии в предыдущей зоне.

Из выражений (3.9а) и (3.9б) легко установить влияние каждой составляющей на цену эксергии, выходящей из данной зоны, т.е. оценить влияние каждого элемента схемы на цену конечного продукта. Это имеет немаловажное практическое значение, так как дает возможность выделить те элементы схемы холодильной установки или статьи расходов, которые оказывают основное влияние на цену получаемого холода.

Решение системы (3.10) с учетом уравнений (3.9) позволяет определить необходимые условия для нахождения минимума лагранжиана. Иными словами, величина приведенных затрат, вычисленная при значениях независимых переменных, определенных из решения системы (3.10) с учетом (3.9), будет иметь минимальное значение.

Если в рассматриваемой области у оптимизируемой функции имеется только одна стационарная точка и, кроме того, известно, что оптимизируемая функция не имеет разрывов, а существование экстремума обусловливается физическими или какими-либо иными предпосылками, то проведенным анализом и полученными необходимыми условиями существования экстремума можно удовлетвориться.

В противном случае необходимо проверить выполнение достаточных условий существования экстремума – постоянство знака квадратичной формы (однородного полинома второй степени, полученного по формуле Тейлора). Квадратичная форма для рассматриваемой целевой функции в общем виде может быть представлена следующим образом:

$$F = a_{11}\delta x_1^2 + a_{22}\delta x_2^2 + \ldots + a_{55}\delta x_5^2 + a_{66}\delta x_6^2 +$$
$$+ 2a_{12}\delta x_1\delta x_2 + 2a_{13}\delta x_1\delta x_3 + \ldots + 2a_{16}\delta x_1\delta x_6 +$$
$$+ 2a_{23}\delta x_2\delta x_3 + \ldots + 2a_{26}\delta x_2\delta x_6 + \ldots + 2a_{56}\delta x_5\delta x_6, \quad (3.12)$$

где a_{ij} – значение второй производной оптимизируемой функции (3.8) по i-й и j-й независимым переменным при их оптимальных (удовлетворяющих системам уравнений (3.9) и (3.10)) значениях; δx_i, δx_j – отклонение i-й и j-й переменной от оптимального значения; $i = 1,2,\ldots,6$, $j = 1,2,\ldots,6$ – порядковый номер оптимизирующей переменной.

Если при всех значениях $x_i = x_i^{(k)} + \delta x_i$ (кроме $x_i = 0$) квадратичная форма положительна ($F > 0$), то оптимизируемая функция в рассматриваемой точке с оптимальными значениями незави-

симых переменных $x_i^{(k)}$ имеет минимальное значение. Если при всех значениях x_i (кроме $x_i = 0$) квадратичная форма отрицательна ($F < 0$), то оптимизируемая функция в рассматриваемой точке имеет максимум. Если же в точке ожидаемого экстремума функции квадратичная форма принимает как положительные, так и отрицательные значения, то в этой точке функция не имеет ни максимума, ни минимума. При обращении значения квадратичной формы в ноль вопрос о наличии экстремума в рассматриваемой точке анализируется с использованием производных более высоких порядков.

Естественно, что для решения систем (3.9) и (3.10) выражения (3.6) и (3.7), записанные в общем виде, должны быть представлены в виде развернутых аналитических соотношений, являющихся составляющими математического описания процессов, происходящих в отдельных элементах холодильных установок.

3.2. Математическое описание элементов холодильной установки, используемое в термоэкономической модели

Приводимые ниже аналитические зависимости относятся к одноцелевой одноступенчатой холодильной установке, функциональная схема которой изображена на рис.3.3. Рассматривается случай, когда холодильная установка используется для термостатирования, т.е. для поддержания постоянной температуры в охлаждаемом объекте, например холодильной камере, имеющей температуру $T_{охл}$.

При получении аналитических зависимостей термоэкономической модели одноступенчатой холодильной установки необходимо задать следующие исходные величины: $Q_{охл}$ - производительность холодильной установки "нетто", т.е. количество теплоты, отводимой от охлаждаемого объекта, Дж/с; $T_{о.с}$ - температуру окружающей среды, К; $T_{охл}$ - температуру охлаждаемого объекта, К; T_{w1} - температуру охлаждающей воды, определяемую в зависимости от выбранной схемы водоснабжения, К. Должны быть также известны:
- тип и характеристики основного используемого оборудования: компрессора, конденсатора, испарителя, воздухоохладителя, насосов охлаждающей воды и промежуточного хладоносителя, вентиляторов охлаждающей среды и воздухоохладителя;
- потери давления в аппаратах холодильной установки;

- вид и теплофизические свойства рабочего тела и промежуточного хладоносителя;
- тариф на электроэнергию и на воду и т.п.

Кроме того, в соответствии с допущением 4) п.3.1 должны быть заданы величины $\Delta T_{ж}$ - переохлаждения жидкого рабочего тела в конденсаторе; $\Delta T_{п}$ - перегрева всасываемого компрессором пара, К.

Приведенная (эксергетическая) производительность "нетто", согласно определению эксергии холода, может быть вычислена как работа, которая должна быть затрачена в обратимом обратном цикле для получения заданной холодопроизводительности:

$$e_{Q_{охл}} = Q_{охл}(T_{о.с}/T_{охл} - 1). \qquad (3.13)$$

Температура воздуха, поступающего в воздухоохладитель, может быть принята равной температуре охлаждаемого объекта $T_{в1} = T_{охл}$. Исходя из этого определяется средняя температура воздуха, циркулирующего через воздухоохладитель:

$$\bar{T}_{в} = T_{охл} - \Delta T_{в}/2. \qquad (3.14)$$

Потери эксергии при необратимом процессе перехода теплоты с уровня, соответствующего температуре охлаждаемого объекта $T_{охл}$, на уровень, соответствующий средней температуре охлаждаемого в воздухоохладителе воздуха $\bar{T}_{в}$, могут быть определены по зависимости

$$d_0 = Q_{охл}\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл} - \Delta T_{в}/2} - \frac{T_{о.с}}{T_{охл}}\right). \qquad (3.15)$$

Следовательно, эксергия, которой должен обладать поток воздуха*, используемого для отвода теплоты от охлаждаемого объекта (без учета теплоты, вносимой вентилятором воздухоохладителя), равна

$$e_{в} = e_{Q_{охл}} + d_0 = Q_{охл}\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл} - \Delta T_{в}/2} - 1\right). \qquad (3.16)$$

---

* Здесь и ниже рассматривается только термическая эксергия потока. Кинетическая эксергия в связи с малостью скорости потока во внимание не принимается.

По приведенной производительности холодильной установки "нетто" $e_{Q_{охл}}$ можно найти количество эксергии, подводимой к электродвигателю вентилятора воздухоохладителя от внешнего источника (потребляемую им мощность):

$$e_{32} = \frac{e_{Q_{охл}} H_в}{(T_{о.с}/T_{охл} - 1)(c_в \rho_в \Delta T_в \eta_в - H_в)\eta_{дв}}, \qquad (3.17)$$

где $H_в$ - напор воздуха, создаваемый вентилятором воздухоохладителя, Н/м^2; $c_в$ - массовая теплоемкость воздуха, Дж/(кг·К); $\rho_в$ - плотность охлаждаемого воздуха, кг/м^3; $\eta_в$ - коэффициент полезного действия вентилятора воздухоохладителя; $\eta_{дв}$ - коэффициент полезного действия электродвигателя вентилятора (с учетом к.п.д. передачи).

Выражение (3.17) написано с учетом того, что вся энергия, подводимая к электродвигателю вентилятора, в конечном счете преобразуется в теплоту, передаваемую воздуху, что требует для сохранения неизменным принятого охлаждения воздуха в воздухоохладителе некоторого увеличения его расхода.

В реальных условиях теплота, эквивалентная потерям мощности в самом вентиляторе воздухоохладителя, будет подводиться к воздуху до его поступления в воздухоохладитель, что приведет к некоторому подогреву воздуха в вентиляторе и нарушению принятого равенства $T_{в1} = T_{охл}$. Но так как потери в вентиляторе по сравнению с полезной производительностью установки составляют незначительную величину, то происходящим перераспределением температур воздуха можно пренебречь.

Полученное выражение (3.17) является развернутой формой записи зависимости для e_{32}, входящей в систему уравнений (3.6) и в выражение лагранжиана (3.8) в общем виде.

С учетом мощности, потребляемой электродвигателем вентилятора, количество теплоты, которое должно быть отведено от воздуха в воздухоохладителе, будет равно

$$Q_0^{в.о} = Q_{охл} + e_{32}. \qquad (3.18)$$

Выражение (3.18) справедливо для случая, когда электродвигатель вентилятора воздухоохладителя расположен в пределах охлаждаемого объекта. В случае, если электродвигатель вентилятора вы-

несен за пределы охлаждаемого объекта, выражение (3.18) примет вид

$$Q_0^{в.о} = Q_{охл} + e_{32}\eta_{дв} \cdot \qquad (3.18а)$$

Количество эксергии, которой должен обладать поток воздуха, с учетом теплоты, вносимой вентилятором воздухоохладителя, определится выражением

$$e_{в.о} = Q_0^{в.о}\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл} - \Delta T_в/2} - 1\right). \qquad (3.19)$$

Потеря эксергии при необратимом переходе количества теплоты $Q_0^{в.о}$ с уровня, соответствующего средней температуре воздуха $\bar{T}_в$, на уровень, соответствующий средней температуре промежуточного хладоносителя $\bar{T}_э = \bar{T}_в - \theta_0$, определяется выражением

$$d_{в.о} = Q_0^{в.о}\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл} - \Delta T_в/2 - \theta_0} - \frac{T_{о.с}}{T_{охл} - \Delta T_в/2}\right). \qquad (3.20)$$

Тогда количество эксергии, которое должно быть подведено потоком промежуточного хладоносителя к третьей зоне термоэкономической модели (см.рис.3.5), будет выражаться как сумма эксергии, которой должен обладать поток воздуха, и потерь эксергии при передаче теплоты от воздуха к хладоносителю:

$$e_э = e_{в.о} + d_{в.о} = Q_0^{в.о}\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл} - \Delta T_в/2 - \theta_0} - 1\right). \qquad (3.21)$$

Выражение (3.21) с учетом уравнений (3.13), (3.17), (3.18) и (3.18а) можно представить в виде зависимости от приведенной производительности "нетто"

$$e_э = \frac{e_{Q_{охл}}}{(T_{о.с}/T_{охл} - 1)}\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл} - \Delta T_в/2 - \theta_0} - 1\right)\frac{c_в\rho_в\Delta T_в\eta_в\eta_{дв} + (1-\eta_{дв})H_в}{(c_в\rho_в\Delta T_в\eta_в - H_в)\eta_{дв}} \qquad (3.21а)$$

для случая размещения электродвигателя вентилятора воздухоохладителя в пределах охлаждаемого помещения или

$$e_э = \frac{e_{Q_{охл}}}{(T_{о.с}/T_{охл} - 1)}\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл} - \Delta T_в/2 - \theta_0} - 1\right)\left(\frac{c_в\rho_в\Delta T_в\eta_в}{c_в\rho_в\Delta T_в\eta_в - H_в}\right) \qquad (3.21б)$$

при размещении электродвигателя вентилятора воздухоохладителя вне пределов охлаждаемого помещения. Выражения (3.21а) и (3.21б) представляют собой развернутую форму записи зависимости для e_3.

Знание величин e_{32} и e_3 позволяет определить выходную цену λ_0 единицы потока эксергии, обеспечивающей приведенную производительность, которая может быть вычислена по зависимости, аналогичной выражениям (3.9а) и (3.9б):

$$\lambda_0 = \frac{\partial}{\partial e_{Q_{охл}}}(u_{эл}E_{32} + E_{31} + E_{32} + \lambda_3 E_3). \qquad (3.22)$$

Определенное выше количество эксергии (3.21), которое должно быть подведено к зоне 3 промежуточным хладоносителем, позволяет вычислить количество эксергии, подводимой к электродвигателю насоса промежуточного хладоносителя от внешнего источника (потребляемую им мощность)

$$e_{22} = \frac{e_3 H_s}{\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл} - \Delta T_в/2 - \theta_0} - 1\right)(c_s \rho_s \Delta T_s \eta_s - H_s)\eta_{дв}}, \qquad (3.23)$$

где H_s – напор, создаваемый насосом промежуточного хладоносителя, Н/м^2; c_s – массовая теплоемкость промежуточного хладоносителя, Дж/(кг·К); ρ_s – плотность промежуточного хладоносителя, кг/м^3; η_s – коэффициент полезного действия насоса промежуточного хладоносителя; $\eta_{дв}$ – коэффициент полезного действия электродвигателя насоса (с учетом к.п.д. передачи).

Выражение (3.23) также написано с учетом того, что мощность, подводимая к насосу хладоносителя, в конечном счете преобразуется в теплоту, передаваемую промежуточному хладоносителю, что при сохранении постоянства изменения температуры хладоносителя ΔT_s требует некоторого увеличения его расхода. Зависимость (3.23) является развернутой формой записи выражения для e_{22}.

Количество теплоты, которое должно быть отведено от промежуточного хладоносителя в испарителе, определяется производительностью холодильной установки "брутто", равной

$$Q_0^{бр} = Q_0^{в.о} + e_{22}\eta_{дв}. \qquad (3.24)$$

В насосах, используемых для транспортировки хладоносителя, охлаждение электродвигателя обычно осуществляется окружающим воз-

духом, поэтому тепловые потери двигателя потоку промежуточного хладоносителя передаваться не могут. Приведенная производительность "брутто" определится выражением

$$e_{бр}=Q_0^{бр}\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл}-\Delta T_в/2-\theta_0}-1\right). \qquad (3.25)$$

Потери эксергии при необратимом переходе количества теплоты $Q_0^{бр}$ с уровня, соответствующего средней температуре промежуточного хладоносителя $\bar{T}_в$, на уровень, соответствующий температуре кипения рабочего тела $T_0=\bar{T}_в-\theta_и$, определяются с помощью зависимости

$$d_{бр}=Q_0^{бр}\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл}-\Delta T_в/2-\theta_0-\theta_и}-\frac{T_{о.с}}{T_{охл}-\Delta T_в/2-\theta_0}\right). \qquad (3.26)$$

Таким образом, с учетом потерь эксергия, которая должна быть подведена к зоне *2* термоэкономической модели (см.рис.3.5) рабочим телом, будет определяться суммированием выражений (3.25) и (3.26):

$$e_2=e_{бр}+d_{бр}=Q_0^{бр}\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл}-\Delta T_в/2-\theta_0-\theta_и}-1\right). \qquad (3.27)$$

Для дальнейшего использования величина e_2 должна быть представлена как функция величины потока эксергии e_3, выходящего из зоны *2*:

$$e_2=\frac{e_3}{\dfrac{T_{о.с}}{T_{охл}-\Delta T_в/2-\theta_0}-1}\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл}-\Delta T_в/2-\theta_0-\theta_и}-1\right)\frac{c_s\varrho_s\Delta T_s\eta_s}{c_s\varrho_s\Delta T_s\eta_s-H_s} \qquad (3.27а)$$

Зависимость (3.27а) представляет собой развернутое выражение для e_2. Определенные по зависимостям (3.24) и (3.27а) производительность холодильной установки "брутто" $Q_0^{бр}$ и количество эксергии e_2, которое должно быть подведено к зоне *2*, позволяют перейти к величинам, характеризующим процессы, осуществляемые рабочим телом. Для вычисления удельной массовой холодопроизводительности использовалась зависимость

$$q_0=r_0-\bar{c}_x'(T_з-T_0), \qquad (3.28)$$

где r_0 – скрытая теплота парообразования при температуре кипения T_0; $\bar{c}_x'$ – средняя изобарная теплоемкость жидкого рабочего

тела в интервале температур $T_3 - T_0$, при этом $T_3 = T_к - \Delta T_ж$. Скрытая теплота парообразования, так же как и теплоемкость жидкости, с достаточно высокой точностью могут быть определены по эмпирическим зависимостям, приводимым И.С.Бадылькесом [1]. Использование эмпирических зависимостей, справедливых для конкретного рабочего тела, позволяет получить весьма простые выражения, обеспечивающие достаточную для инженерных расчетов точность.

Массовый расход рабочего тела, необходимый для получения холодопроизводительности "брутто", определяется выражением

$$G_а = Q_0^{бр} / q_0 . \qquad (3.29)$$

Зависимость для массового расхода рабочего тела с учетом выражений (3.27) и (3.28) может быть представлена в виде функции e_2, т.е.

$$G_а = \frac{e_2}{\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл} - \Delta T_в/2 - \theta_0 - \theta_и} - 1\right)\left[r_0 - \bar{c}_x'(T_3 - T_0)\right]} . \qquad (3.29а)$$

По зависимостям, приводимым в работах Л.М.Розенфельда и Р.Н.Михальской [34], с учетом принимаемого перегрева пара, всасываемого компрессором $\Delta T_п$, может быть определена температура конца адиабатного процесса сжатия в компрессоре

$$T_{2а} = \bar{T}_к \left\{ 1 - \frac{\bar{c}_x''(T_к - T_0)}{\bar{T}\left[\bar{c}_p + \bar{c}_x'' \frac{(T_к - T_0)}{2\bar{T}}\right]} \right\} + \Delta T_п , \qquad (3.30)$$

где $$T_к = T_{w1} + \Delta T_w \frac{\exp(\Delta T_w/\theta_к)}{\exp(\Delta T_w/\theta_к) - 1}$$

– температура конденсации рабочего тела; $\bar{T} = \frac{T_к + T_0}{2}$ – средняя температура цикла; $\bar{c}_x''$ – теплоемкость сухого насыщенного пара при средней температуре цикла; $\bar{c}_p$ – теплоемкость перегретого пара при давлении конденсации и средней температуре перегрева $\frac{T_{2а} - T_к}{2}$. Так как теплоемкость перегретого пара зависит от температуры конца сжатия, которая в свою очередь является искомой величиной, значение $T_{2а}$ можно определить только итерационным

методом, что существенно осложняет процесс расчета. Поэтому была получена аппроксимационная зависимость, представляющая величину T_{2a} в виде

$$T_{2a} = T_{2a}(T_к, T_0, \Delta T_п), \qquad (3.30а)$$

которая и использовалась для расчетов. По определенной температуре конца сжатия при адиабатном процессе вычисляется приближенное значение температуры конца действительного процесса сжатия

$$T_2 = T_1 + \frac{T_{2a} - T_1}{\eta_i}. \qquad (3.31)$$

При этом индикаторный к.п.д. находится по эмпирической формуле И.И.Левина [15].

Определение температуры T_2 дает возможность перейти к рассмотрению процесса отвода теплоты от рабочего тела (процесс $2-2'-3'-3$, см.рис.3.4). Этот процесс можно разделить на три участка, характеризуемых различным температурным уровнем и разным количеством передаваемой теплоты. Участок $2-2'$ соответствует охлаждению перегретого пара рабочего тела до состояния насыщения; участок $2'-3'$ – собственно процесс конденсации, т.е. переход рабочего тела из состояния насыщенного пара в состояние насыщенной жидкости; участок $3'-3$ – охлаждение полученной насыщенной жидкости. Ранее уже упоминалось, что для упрощения задачи в рассматриваемой термоэкономической модели охлаждение жидкости в специальном теплообменном аппарате – переохладителе рабочего тела – не рассматривалось и глубина охлаждения жидкости $\Delta T_ж$ не оптимизировалась.

Теплота, отводимая на каждом из перечисленных выше участков, передается рабочим телом в конденсаторе охлаждающей воде, а затем в охладителе воды (градирне) – от воды к окружающей среде. В случае использования в установке конденсатора с воздушным охлаждением теплота от рабочего тела непосредственно передается в окружающую среду. Таким образом, процесс отвода теплоты от рабочего тела сопровождается потерей им эксергии, которая могла быть сообщена рабочему телу только в компрессоре. Следовательно, вычисление потерь эксергии, связанных с необратимым процессом передачи теплоты от рабочего тела через охлаждающую воду к окружающей среде, позволяет определить количе-

ство эксергии, которое должно быть сообщено рабочему телу в компрессоре.

При определении потерь эксергии, обусловленных необратимым характером процесса передачи теплоты от рабочего тела к охлаждающей среде, следует учесть, что в отличие от переноса теплоты, происходящего при температурах ниже температуры окружающей среды, который рассматривался ранее, в конденсаторе холодильной машины происходит перенос теплоты при температурах выше температуры окружающей среды. Исходя из определения эксергии теплоты ее величина может быть определена как величина работы прямого обратимого цикла. Учитывая, что независимо от того, используется ли в качестве охлаждающей среды вода или воздух, теплота, отнимаемая от рабочего тела в конденсаторе, в конечном счете все равно передается окружающей среде и рассеивается в ней, можно получить следующее выражение для потерь эксергии при передаче теплоты конденсации на участке $2'-3'$:

$$d_к^{2'-3'} = G_а r_к \left(1 - \frac{T_{о.с}}{T_к}\right), \qquad (3.32)$$

где $r_к$ – скрытая теплота парообразования при температуре $T_к$.

Аналогично могут быть получены выражения для потерь эксергии, обусловленных передачей теплоты в процессе охлаждения жидкого рабочего тела на участке $3'-3$:

$$d_к^{3'-3} = G_а \bar{c}'_{x_1} \Delta T_ж \left(1 - \frac{T_{о.с}}{T_к - \Delta T_ж/2}\right). \qquad (3.33)$$

где $\bar{c}'_{x_1}$ – среднее значение изобарной теплоемкости жидкого рабочего тела в интервале температур $T_к - T_3$. Потери эксергии, связанные с передачей тепла в процессе охлаждения перегретого пара (участок $2-2'$), будет определяться зависимостью

$$d_к^{2-2'} = G_а \bar{c}_{p1} (T_2 - T_к) \left(1 - \frac{2T_{о.с}}{T_2 - T_к}\right), \qquad (3.34)$$

где $\bar{c}_{p1}$ – среднее значение теплоемкости перегретого пара при давлении конденсации в интервале температур $T_2 - T_к$.

Наряду с необратимым отводом теплоты от рабочего тела к окружающей среде в первой зоне термоэкономической модели осуществляется также необратимый процесс, связанный с дросселиро-

ванием рабочего тела. Потери эксергии, вызванные дросселированием рабочего тела, компенсируются также за счет подвода энергии к компрессору от внешнего источника и могут быть определены на основании принципа Гюи - Стодолы. Исходя из допущения, что изобары для жидкого рабочего тела совпадают с левой пограничной кривой, что справедливо в области, удаленной от критической, для определения разности энтропий может быть использовано соотношение, подробный вывод которого проведен Л.М.Розенфельдом [35]:

$$s_4 - s_3 = \bar{c}'_x \left(\frac{T_3}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_3}{T_0} \right),$$

где s_3, s_4 - значения энтропии рабочего тела в соответствующих точках цикла. В этом случае потери эксергии в процессе дросселирования могут быть определены по выражению

$$d_{др} = G_a \bar{c}'_x T_{о.с} \left(\frac{T_3}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_3}{T_0} \right). \qquad (3.35)$$

Определение механических потерь в механизме компрессора производилось на основании известной зависимости

$$d_{м.п} = p_{i\,тр} V_h , \qquad (3.36)$$

где $p_{i\,тр}$ - удельное давление сил трения, принимаемое в зависимости от вида рабочего тела, Па; V_h - объем, описываемый поршнями компрессора, $м^3/с$. Для определения V_h находим значения холодопроизводительности, отнесенные к единице объема (по характеристикам для выбранного типа компрессора), и аппроксимируем их полиномом. В результате получаем зависимость вида

$$\varphi(T_к, T_0) = \frac{Q_0^{кат}}{V_h^{кат}} , \qquad (3.37)$$

откуда объем, описываемый поршнями компрессора выбранного типа, с учетом действительных потерь производительности будет

$$V_h = \frac{Q_0^{ер}}{\varphi(T_к, T_0)} . \qquad (3.38)$$

С учетом выражения (3.38) уравнение (3.36) принимает следующий вид:

$$d_{м.п}=\frac{p_{i\,тр}Q_0^{вр}}{\varphi(T_к,T_0)}. \qquad (3.38а)$$

Количество эксергии e_{11}, которое должно быть подведено к электродвигателю компрессора (т.е. потребляемая им мощность), определяется на основании баланса основного потока эксергии зоны *1* суммированием эксергии e_2, выходящей из зоны *1*, и потерь эксергии в этой зоне:

$$e_{11}=\frac{e_2+d_к^{2'-3'}+d_к^{3'-3}+d_к^{2-2'}+d_{др}+d_{м.п}}{\eta_{дк}}, \qquad (3.39)$$

где $\eta_{дк}$ – коэффициент полезного действия электродвигателя компрессора (с учетом к.п.д. передачи). Подставляя в (3.39) полученные выше выражения для входящих в него величин, записанные в развернутом виде, можно получить развернутую форму записи этого выражения.

Определенные выше необратимые потери в зоне *1* и соответствующие потери эксергии позволяют определить величину тепловой нагрузки на конденсатор холодильной установки

$$Q_к=Q_0^{вр}+e_2+d_к^{2'-3'}+d_к^{3'-3}+d_к^{2-2'}+d_{др}. \qquad (3.40)$$

Знание величины тепловой нагрузки на конденсатор $Q_к$ позволяет определить количество эксергии, подводимой к электродвигателю насоса охлаждающей среды (вентилятора в случае применения конденсатора с воздушным охлаждением), или мощность, потребляемую электродвигателем насоса (вентилятора):

$$e_{13}=\frac{Q_к H_w}{(c_w\rho_w\Delta T_w\eta_w-\delta_1 H_w)\eta_{дw}}, \qquad (3.41)$$

где δ_1 – коэффициент, учитывающий долю энергии, преобразованной в теплоту на пути от насоса до конденсатора; H_w – напор, создаваемый насосом (вентилятором) охлаждающей среды, Н/м^2; c_w – массовая теплоемкость охлаждающей среды, Дж/(кг·К); ρ_w – плотность охлаждающей среды, кг/м^3; η_w – коэффициент полезного действия насоса (вентилятора) охлаждающей среды; $\eta_{дw}$ – коэффициент полезного действия электродвигателя насоса (вентилятора) охлаждающей среды (с учетом к.п.д. передачи).

Выражение (3.41) написано исходя из допущения, что в насосе, на пути от насоса до конденсатора и при прохождении через последний только часть (δ_1) мощности, потребляемой электродвигателем насоса (вентилятора) охлаждающей среды, преобразуется в теплоту и подводится к охлаждающей среде. Оставшаяся часть $(1-\delta_1)$ мощности преобразуется в теплоту и подводится к охлаждающей среде в тракте за конденсатором. Это должно учитываться, например, при расчете охладителя воды, в случае использования системы оборотного водоснабжения, но не оказывает влияния на режим работы конденсатора, так как эта часть мощности, преобразованная в теплоту, подводится к охлаждающей среде уже за конденсатором. Величина коэффициента δ_1 зависит от конкретной схемы подачи охлаждающей среды. В первом приближении, когда при оптимизации проектируемой холодильной установки схема подачи охлаждающей среды неизвестна, величина коэффициента δ_1 может быть принята равной $\delta_1 = 0{,}5$. Для получения развернутого выражения для e_{13} необходимо в формулу (3.41) подставить развернутые зависимости для $Q_к$ (3.40) аналогично тому, как это было подробно показано применительно к эксергии e_{11}.

Если принять линейную зависимость стоимости теплообменных аппаратов, насосов (вентиляторов) и компрессора от их производительности, то в соответствии с выражением (3.3) можно определить удельные суммарные отчисления от стоимости отдельных элементов холодильной установки. Стоимость компрессора с электродвигателем в рублях определяется выражением [32]

$$C_{11} = A_{11} + B_{11} V_h , \qquad (3.42)$$

где A_{11} и B_{11} - числовые коэффициенты, определяемые для компрессоров заданного типа с электродвигателями.

Применение индивидуальных коэффициентов обеспечивает определенную универсальность, так как в таком виде может быть представлена стоимость не только однотипных компрессоров (например, поршневых), имеющих единую базу, но различную производительность (например, за счет изменения числа цилиндров), но и стоимость компрессоров различных типов. В этом случае нормативные отчисления и отчисления на реновацию и ремонт от стоимости компрессора составят

$$z_{11}=\frac{(k_{н11}+k_{р11})(A_{11}+B_{11}V_{т})}{\tau_{р.г}}. \qquad (3.43)$$

Подстановка в уравнение (3.43) соответствующих выражений для $V_{т}$ позволяет получить развернутую форму этой зависимости.

Аналогичная форма представления стоимости была выбрана для насосов (вентиляторов) с электродвигателями. Стоимость насоса (вентилятора) охлаждающей среды с электродвигателем определялась по зависимости

$$C_{13}=A_{13}+B_{13}v_{12}, \qquad (3.44)$$

где A_{13} и B_{13} - коэффициенты, определяемые для насоса (вентилятора) заданного типа с электродвигателем; v_{12} - объемный расход охлаждающей среды, м^3/с. Расход охлаждающей среды легко определить, зная тепловую нагрузку на конденсатор, количество эксергии, подводимой к электродвигателю насоса (вентилятора), величину подогрева охлаждающей среды и ее теплофизические свойства. С учетом принятых допущений расход охлаждающей среды будет выражаться зависимостью

$$v_{12}=\frac{Q_{к}+\delta_{1}e_{13}\eta_{дw}}{c_{w}\rho_{w}\Delta T_{w}}.$$

Нормативные отчисления и отчисления на реновацию и ремонт от стоимости насоса (вентилятора) охлаждающей среды могут определяться выражением

$$z_{13}=\frac{(k_{н13}+k_{р13})\left(A_{13}+B_{13}\dfrac{Q_{к}+\delta_{1}e_{13}\eta_{дw}}{c_{w}\rho_{w}\Delta T_{w}}\right)}{\tau_{р.г}}. \qquad (3.45)$$

Подстановка развернутых выражений для $Q_{к}$ (3.40) и e_{13} (3.41) позволяет получить зависимость (3.45) в окончательном виде.

Стоимость насоса промежуточного хладоносителя с электродвигателем определяется зависимостью

$$C_{22}=A_{22}+B_{22}v_{s}, \qquad (3.46)$$

где A_{22} и B_{22} - коэффициенты, определяемые для насоса промежуточного хладоносителя рассматриваемого типа с электродвигателем; v_{s} - объемный расход промежуточного хладоносителя, м^3/с. Расход промежуточного хладоносителя может быть представлен в ви-

де зависимости от производительности холодильной установки "брутто", изменения температуры промежуточного хладоносителя в испарителе и его теплофизических свойств. Нормативные отчисления и отчисления на реновацию и ремонт от стоимости насоса промежуточного хладоносителя и его электродвигателя определяются по выражению

$$z_{22}=\frac{(k_{н22}+k_{р22})\left(A_{22}+B_{22}\dfrac{Q_0^{бр}}{c_s\rho_s\Delta T_s}\right)}{\tau_{р.г}}. \qquad (3.47)$$

Окончательная форма выражения (3.47) получается при подстановке в это уравнение входящей в него величины $Q_0^{бр}$ в развернутой форме.

Стоимость вентилятора воздухоохладителя с электродвигателем получаем аналогично:

$$C_{32}=A_{32}+B_{32}v_в, \qquad (3.48)$$

где A_{32} и B_{32} - коэффициенты, определяемые для вентилятора воздухоохладителя выбранного типа с электродвигателем; $v_в$ - объемный расход воздуха через воздухоохладитель, $м^3/с$. Расход воздуха также можно представить как зависимость от нагрузки на воздухоохладитель, изменения температуры воздуха и его теплофизических свойств. Нормативные отчисления и отчисления на реновацию и ремонт от стоимости вентилятора воздухоохладителя и его электродвигателя можно определить из выражения

$$z_{32}=\frac{(k_{н32}+k_{р32})\left(A_{32}+B_{32}\dfrac{Q_0^{в.о}}{c_в\rho_в\Delta T_в}\right)}{\tau_{р.г}}. \qquad (3.49)$$

Окончательная форма зависимости (3.49) может быть получена подстановкой в это уравнение входящих в него величин в развернутой форме.

Стоимость теплообменных аппаратов (конденсатора, испарителя, охлаждающих приборов) находим аналогично. Стоимость конденсатора равна

$$C_{12}=A_{12}+B_{12}F_к, \qquad (3.50)$$

где A_{12} и B_{12} - коэффициенты, определяемые для конденсатора выбранного типа; $F_к$ - площадь теплопередающей поверхности конденсатора.

Нормативные отчисления и отчисления на реновацию и ремонт от стоимости конденсатора вычисляются по выражению

$$z_{12}=\frac{(k_{н12}+k_{р12})\left(A_{12}+B_{12}\dfrac{Q_к}{k_к\theta_к}\right)}{\tau_{р.г}}, \qquad (3.51)$$

где $k_к$ - коэффициент теплопередачи в конденсаторе. Коэффициент теплопередачи должен быть представлен как функция расхода охлаждающей среды, а точнее, как функция скорости ее движения $k_к=k(v_{12})=k'(W_w)$. Учет скорости движения охлаждающей среды и ее влияния на коэффициент теплопередачи обязателен при использовании конденсаторов с воздушным охлаждением. При применении конденсаторов с водяным охлаждением основное влияние на коэффициент теплопередачи оказывает термическое сопротивление слоя загрязнения, влияние скорости воды значительно меньше (из-за высоких значений коэффициента теплоотдачи со стороны воды), и этот фактор на рассматриваемой стадии оптимизации холодильной установки не учитывался. Изменение коэффициента теплоотдачи со стороны рабочего тела, происходящее при варьировании температуры конденсации за счет соответствующего изменения теплофизических свойств рабочего тела, не оказывает заметного влияния на коэффициент теплопередачи и поэтому не принималось во внимание в настоящем расчете. Однако при введении в математическое описание соответствующих зависимостей, полученных на основании обработки экспериментальных данных, все перечисленные факторы могут быть учтены при проведении оптимизационных расчетов по предлагаемой методике. Подстановка в (3.51) развернутого выражения для $Q_к$ позволяет привести его к требуемой форме.

Стоимость испарителя для охлаждения промежуточного хладоносителя вычисляется по выражению

$$C_{21}=A_{21}+B_{21}F_и, \qquad (3.52)$$

где A_{21} и B_{21} - коэффициенты, определяемые для выбранного типа испарителя; $F_и$ - площадь теплопередающей поверхности испарителя, м^2. При определении площади теплопередающей поверхности испарителя, в отличие от конденсатора, следует учитывать влияние разности температур хладоносителя и кипения рабочего тела на коэффициент теплопередачи аппарата [11, 12]. Используя обычно принимаемую линейную аппроксимацию, коэффициент тепло-

передачи испарителя можно представить в виде $k_и = A_и + B_и \theta_и$, где $A_и$ и $B_и$ - коэффициенты, выбираемые в зависимости от типа аппарата, области изменения температур кипения и вида рабочего тела. С учетом сказанного нормативные отчисления и отчисления на реновацию и ремонт от стоимости испарителя определяются выражением

$$z_{21} = \frac{(k_{н21} + k_{р21})\left(A_{21} + B_{21}\dfrac{Q_0^{бр}}{k_и \theta_и}\right)}{\tau_{р.г}}. \qquad (3.53)$$

Наряду с влиянием на коэффициент теплопередачи температуры кипения и температурного напора в испарителе следовало учесть также влияние скорости движения хладоносителя. Ограниченное число экспериментальных данных не позволило получить зависимость коэффициента теплопередачи от скорости хладоносителя, поэтому в проводившихся расчетах этот фактор не учитывался [38]. Подстановка развернутых зависимостей для $Q_0^{бр}$ в выражение (3.53) позволяет привести его к нужной форме.

Стоимость воздухоохладителя (охлаждающих батарей) вычисляется по выражению

$$C_{31} = A_{31} + B_{31} F_{в.о}, \qquad (3.54)$$

где A_{31} и B_{31} - коэффициенты, определяемые для выбранного типа воздухоохладителей (батарей); $F_{в.о}$ - площадь теплопередающей поверхности воздухоохладителя (батарей), м^2. Площадь теплопередающей поверхности воздухоохладителя определялась по опытным значениям коэффициента теплопередачи [33]. Использование этих значений для проведения расчетов воздухоохладителей или батарей представляется вполне обоснованным, так как в реальных условиях эксплуатации охлаждающих приборов при отрицательных температурах основные термические сопротивления создаются инеем, выпадающим на теплопередающей поверхности. Строгое математическое описание процессов образования инея, изменения его теплофизических свойств и толщины слоя является самостоятельной задачей.

Значение коэффициента теплопередачи для воздухоохладителей может быть определено по зависимости

$$k_{в.о} = A_{в.о} + B_{в.о} \bar{T}_в, \qquad (3.55)$$

где $A_{в.о}$ и $B_{в.о}$ - коэффициенты, зависящие от типа воздухоохладителя и области изменения температур хладоносителя; $\bar{T}_s$ - средняя температура хладоносителя. В рассматриваемом случае нормативные отчисления и отчисления на реновацию и ремонт от стоимости воздухоохладителя определяются выражением

$$z_{31} = \frac{(k_{н31} + k_{р31})\left(A_{31} + B_{31}\dfrac{Q_0^{в.о}}{k_{в.о}\theta_0}\right)}{\tau_{р.г}}. \qquad (3.56)$$

Подстановка развернутых зависимостей для $Q_0^{в.о}$ позволяет привести выражение (3.56) к форме, пригодной для использования его в формулах (3.6) и (3.8).

Подстановка полученных в развернутой форме выражений для $e_{11}, e_{13}, e_{22}, e_{32}, v_{12}, e_2, e_3, z_{11}, z_{12}, z_{13}, z_{21}, z_{22}, z_{31}, z_{32}$ в системы уравнений (3.9), (3.10) и проведение указанных в этих зависимостях действий (в частности, взятие производных) позволяет получить аналитическое решение системы уравнений, которое в общем виде формулирует необходимые условия минимума величины приведенных затрат. Получающаяся система состоит из трансцендентных уравнений, решение которых без помощи современной вычислительной техники связано с определенными трудностями. Использование современных вычислительных машин и наличие стандартных программ решения системы нелинейных уравнений позволяет сравнительно легко справиться с этой задачей.

Таким образом, одним из существеннейших достоинств методики оптимизации расчетного режима работы холодильной установки, базирующейся на термоэкономике, является получение однозначного аналитического решения, формулирующего необходимые условия, обеспечивающие получение минимальной величины приведенных затрат. Это аналитическое решение, получаемое в виде системы уравнений, пригодно для любой одноцелевой одноступенчатой холодильной установки, работающей по рассматриваемой схеме. Если учесть, что выбрана наиболее полная схема одноступенчатой установки, работающей по циклу без регенерации тепла, то очевидно, что полученное решение задачи оптимизации может быть трансформировано применительно к любой схеме одноступенчатой установки, работающей по нерегенеративному циклу.

Такой подход значительно упрощает задачу оптимизации расчетного режима работы одноцелевых одноступенчатых холодильных установок.

3.3. Статическая оптимизация одноступенчатой холодильной установки

Для иллюстрации возможностей рассмотренной методики моделирования и оптимизации одноступенчатой холодильной установки на основе термоэкономического подхода ниже приводятся результаты решения задач статической оптимизации [22, 23].

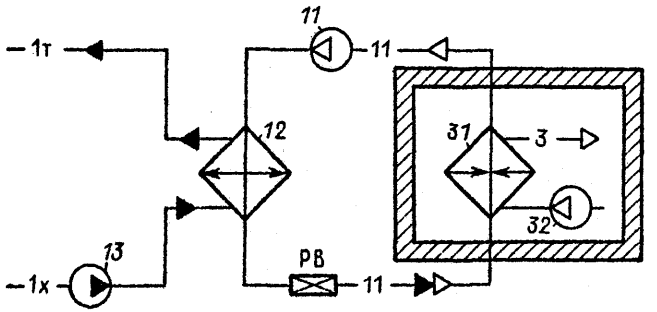


Рис.3.6

Оптимизировалась холодильная установка, функциональная схема которой приведена на рис.3.6. Как видно из приведенной схемы, рассматривалась одноступенчатая холодильная установка непосредственного испарения с оборотной системой водоснабжения, в качестве охлаждающих приборов использовались как воздухоохладители, так и батареи. Производительность установки была принята $Q_{охл}$ = 581 кДж/с (500 000 ккал/ч). Установка была укомплектована поршневыми компрессорами типа П-110, П-220, горизонтальными кожухотрубными конденсаторами типа КТГ, воздухоохладителями непосредственного испарения типа ВОП-100, ВОП-150, батареями непосредственного испарения из труб ∅ 38х2,5, с оребрением металлической лентой 45 х 1 мм, насосами для транспортировки охлаждающей воды типа К (консольными). Выбор конкретного типа оборудования позволяет достаточно строго определять его характеристики и удельные показатели, необходимые для расчетов [40].

Термоэкономическая модель рассматриваемой установки изображена на рис.3.7 для случая использования воздухоохладителей. При использовании батарей из числа оптимизирующих переменных следует исключить изменение температуры воздуха $\Delta T_в$ к зоне 3

не будет подводиться энергия для привода электродвигателя вентилятора воздухоохладителя e_{32} и нет отчислений от стоимости вентилятора с электродвигателем z_{32}.

Сопоставляя модель на рис.3.7 с общей моделью одноступенчатой установки (см.рис.3.5), нетрудно заметить, что в рассматриваемом случае отсутствует промежуточный хладоноситель, поэтому из модели исключена зона 2 и $e_2 = e_3$.

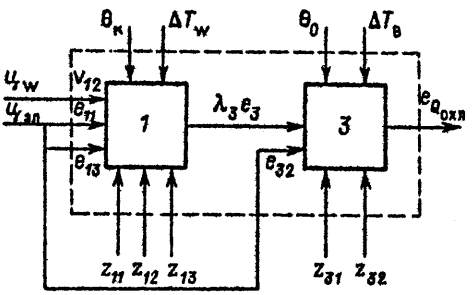


Рис.3.7

Предполагалось, что охлаждение конденсатора осуществляется оборотной системой водоснабжения. Температура воды, поступающей в конденсатор, рассчитывалась по известной методике, при этом температура мокрого термометра определялась для постоянной относительной влажности воздуха $\varphi_{о.с} = 60\%$. Коэффициент эффективности градирни принимался постоянным $\eta = 0{,}6$, не зависящим от глубины охлаждения воды в градирне. Цена оборотной воды принималась равной 0,01 руб/м^3, цена электроэнергии – 0,02 руб/(кВт·ч) (по одноставочному тарифу), кроме случаев, оговоренных особо.

Значения оптимальных температурных напоров и изменений температуры охлаждающей и охлаждаемой сред при различных расчетных значениях температуры окружающей среды, различных температурах охлаждаемого объекта и непрерывной работе установки в течение года ($\tau_{р.г} = 8760$ ч) приведены для случая использования в качестве охлаждающих приборов: батарей непосредственного испарения (рис.3.8) и воздухоохладителей (рис.3.9). На этих рисунках отчетливо прослеживается влияние на оптимизирующие переменные расчетной температуры окружающей среды $T_{о.с}$, изменявшейся в пределах $10 < T_{о.с} < 30$ °С (*1* – $T_{о.с} = 10$ °С, *2* – 20 °С, *3* – 30 °С), и температуры охлаждаемого объекта $T_{охл}$, изменявшейся в пределах $-15 < T_{охл} < 5$ °С.

Обращает на себя внимание малое значение оптимального температурного напора в конденсаторе, лежащее для всех видов ох-

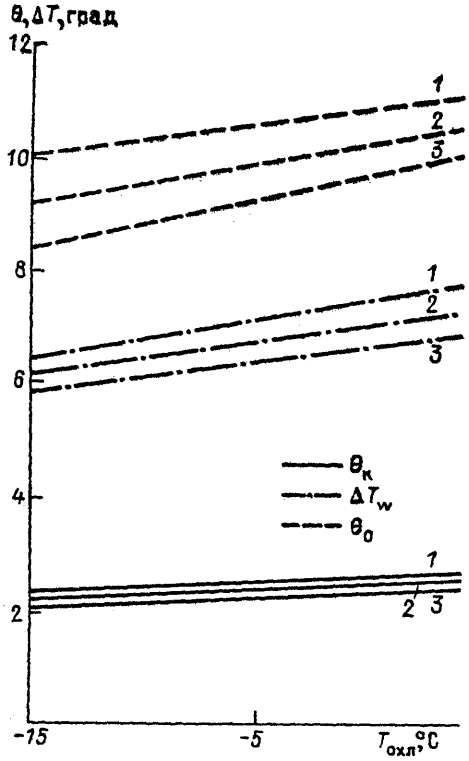

θ,ΔT,град
12
10
8
6
4
2
1
2
3
1
2
3
θк
ΔTw
θ0
1
2
3
-15
-5
Tохл,°C

Рис.3.8

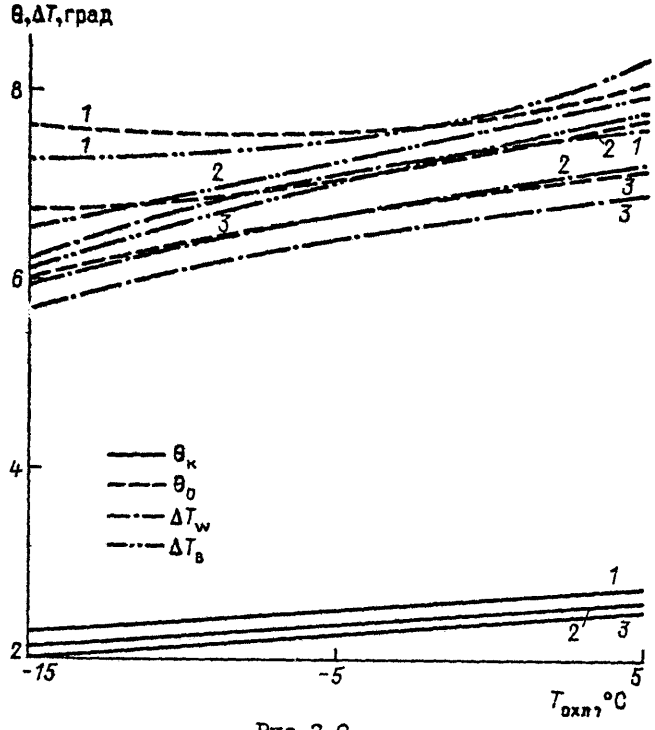

θ,ΔT,град
8
6
4
2
1
1
2
3
2
1
2
3
3
θк
θ0
ΔTw
ΔTв
1
2
3
-15
-5
5
Tохл,°C

Рис.3.9

лаждающих приборов в интервале $2 < \theta_к < 3$ К, что в ~2 раза меньше обычно принимаемого.

Температурный напор в приборах охлаждения существенно зависит от их типа. Так, для батарей его оптимальное значение в зависимости от условий меняется в пределах $8{,}5 < \theta_0 < 11$ К, а для воздухоохладителей - в пределах $6 < \theta_0 < 8$ К. При этом снижение температуры охлаждаемого объекта, так же как и повышение расчетного значения температуры окружающей среды, приводит к уменьшению оптимальных значений температурных напоров в теплообменных аппаратах.

Оптимальное значение подогрева охлаждающей воды в конденсаторе меняется в зависимости от условий в пределах $\Delta T_w = 5{,}6 \div 7{,}8$ К. Оно уменьшается с понижением температуры охлаждаемого объекта и повышением расчетного значения температуры окружающей среды. Однако в среднем оптимальные значения этой величины оказываются в ~2 раза выше обычно принимаемых в настоящее время.

Оптимальная величина охлаждения воздуха в воздухоохладителе меняется в зависимости от условий в пределах $\Delta T_в = 6 \div 8$ К, что примерно на 1/3 превышает обычно принимаемые значения.

Существенное влияние на величину оптимизирующих переменных оказывает расчетное время работы холодильной установки. В ряде отраслей промышленности потребность в искусственном холоде носит сезонный характер. Это наблюдается в тех случаях, когда искусственный холод используется для компенсации теплопритоков через ограждения помещений, для снятия пиковых нагрузок при замкнутой системе охлаждения воды, для первичной термической обработки пищевых продуктов в период массовых заготовительных кампаний и т.п. Проектирование сезонно действующих холодильных установок ведется обычно по значениям перепадов температур, принимаемых для непрерывно работающих установок.

На рис.3.10, 3.11 показаны зависимости оптимальных температурных напоров и изменений температур охлаждающей и охлаждаемой сред для рассмотренной ранее одноступенчатой холодильной установки при постоянном значении расчетной температуры окружающей среды $T_{о.с} = 20\ ^{o}C$ для $T_{охл} = 5\ ^{o}C$ (*1*), $-5\ ^{o}C$ (*2*) и $-15^{o}C$ (*3*) от расчетного числа часов работы. Уменьшение расчетного числа часов работы приводит к повышению оптимальных значений температурных напоров в конденсаторе и приборах охлаждения. Опти-

мальные значения температурного напора в конденсаторе возрастают при $\tau_{р.г} = 2190$ ч до $\theta_к = 3 \div 4{,}4$ К. Оптимальные значения температурного напора в батареях непосредственного испарения возрастают при $\tau_{р.г} = 2190$ ч до $\theta_0 = 16 \div 17$ К, что значительно (на 60 ÷ 80%) превышает обычно рекомендуемые значения. Оптимальные значения температурного напора в воздухоохладителях непосредственного испарения при $\tau_{р.г} = 2190$ ч достигают $\theta_0 = 11{,}5 \div 12{,}5$ К, что в 1,25 - 1,5 раза превышает обычно рекомендуемые значения.

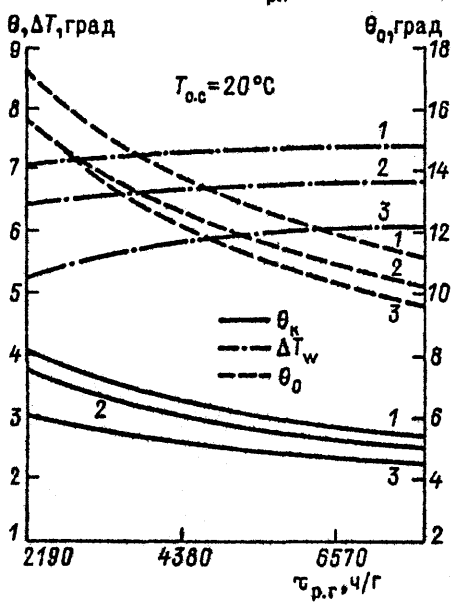


Рис.3.10

Одновременно с увеличением оптимальных значений температурных напоров в теплообменных аппаратах, при уменьшении расчетного числа часов работы установки, происходит уменьшение оптимального значения подогрева охлаждающей воды и оптимального значения охлаждения воздуха в воздухоохладителе. Выполненные расчеты и приведенные примеры показывают, что оптимальные значения температурных напоров в теплообменных аппаратах и оптимальные значения температуры охлаждающей и охлаждаемой сред зависят от многих факторов, таких, как цена (тариф) электроэнергии и охлаждающей воды, расчетная температура окружающей среды, температура охлаждаемого объекта, расчетное число часов работы установки в течение года, типа, характеристик и стоимости используемого оборудования и т.п. Эти факторы практически никак не учитываются действующими нормативными документами, содержащими рекомендации по выбору температурных напоров и изменений температур сред, вследствие чего не обеспечивается опти-

мальный расчетный режим работы холодильных установок, соответствующий минимальной величине приведенных затрат.

Одновременно необходимо отметить, что оптимальные значения температурных напоров и изменений температуры охлаждаемой и охлаждающей сред носят в значительной степени индивидуальный характер и не могут быть представлены для всех случаев едиными дискретными значениями, как это делается в настоящее время в действующих рекомендациях и указаниях.

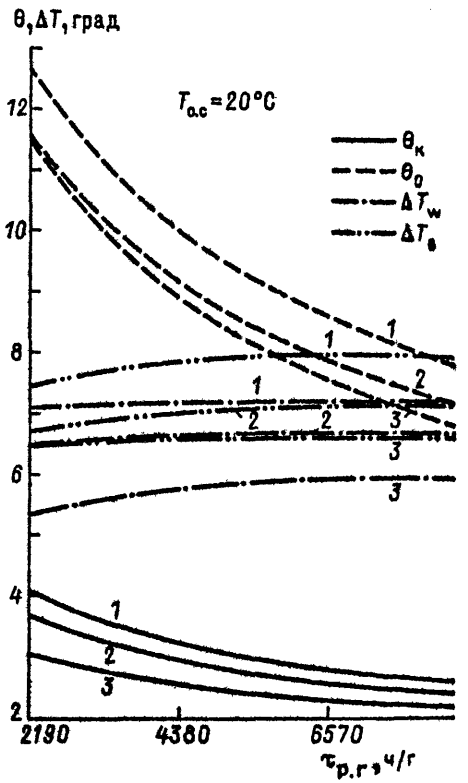


Рис.3.11

Во всех рассмотренных случаях оптимизация расчетного режима приводит к экономии переменной части приведенных затрат, которая для установок с воздухоохладителями составляет 12 - 17%, а для установок с батареями непосредственного охлаждения 7 - 11%. Экономия приведенных затрат уменьшается при понижении температуры охлаждаемого объекта.

На рис.3.12 представлены диаграммы переменной части приведенных затрат одноцелевой одноступенчатой холодильной установки с испарительной системой, укомплектованной различными типами охлаждающих приборов, для режима, характеризуемого непрерывной работой в течение года $\tau_{р.г}$ = 8760 ч, расчетной температурой окружающей среды $T_{о.с}$ = 20°С и температурой охлаждаемого объекта $T_{окл}$ = -5°С (штриховкой отмечен режим с рекомендуемыми перепадами температур, без штриховки - оптимальный расчетный режим).

При использовании в качестве охлаждающих приборов воздухоохладителей непосредственного испарения доля отчислений от стоимости оборудования в переменной части приведенных затрат составляет 22,83% для оптимальных и 13,95% для обычно рекомен-

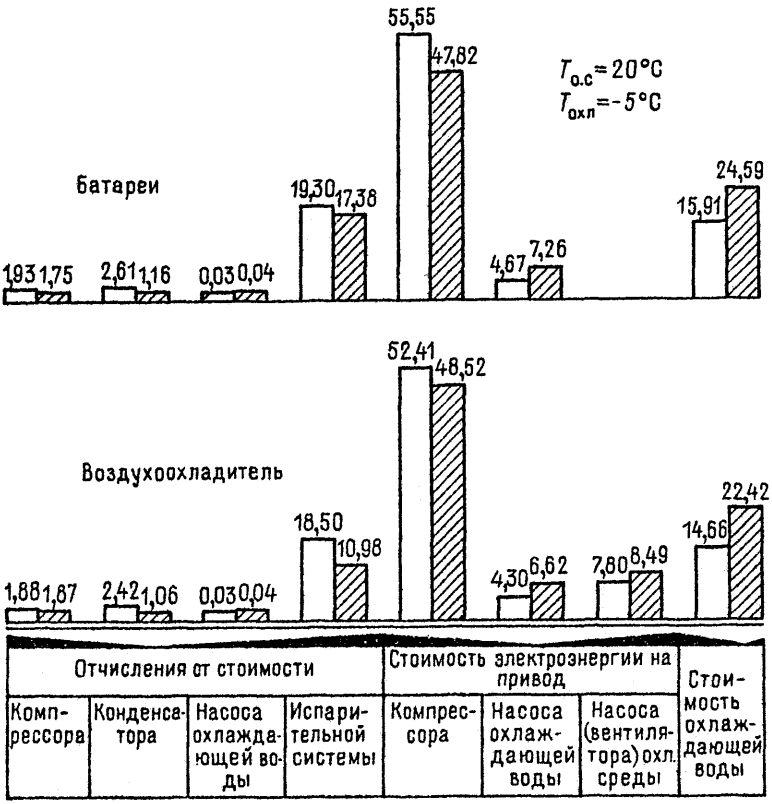


Рис.3.12

дуемых перепадов температур. Соответственно доля затрат на электроэнергию составляет 64,51 и 63,63%. Даже при использовании низкоэффективных охлаждающих приборов - батарей непосредственного испарения - доля отчислений от стоимости оборудования не превышает 23,87% для оптимальных и 20,33% для обычно рекомендуемых перепадов температур. При этом доля затрат на электроэнергию остается высокой - соответственно 60,22 и 55,08%.

Таким образом, доля отчислений от стоимости оборудования не превышает 25% переменной части приведенных затрат, что свидетельствует о решающем влиянии на себестоимость получаемого холода эксплуатационных составляющих, в частности, стоимости электроэнергии и охлаждающей воды. При этом наибольшую долю - свыше 50% - составляет стоимость электрической энергии.

Разработанная методика дает возможность оценить потери эксергии в отдельных элементах холодильной установки. На рис.3.13

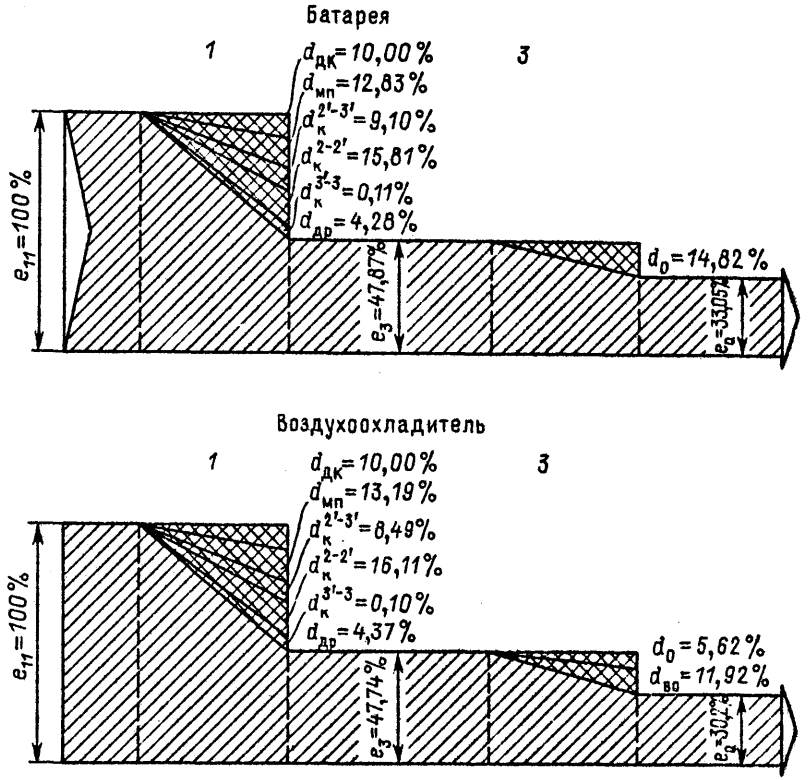


Рис.3.13

представлены эксергетические диаграммы одноступенчатых холодильных установок, укомплектованных испарительными системами различных типов ($\tau_{р.г}$ = 8760 ч, $T_{о.с}$ = 20 °С и $T_{охл}$ = -5 °С).

Как видно из приводимых данных, лишь 30 ÷ 35% эксергии, подводимой к электродвигателю компрессора, используется для производства холода и преобразуется в приведенную производительность. Основными потерями в зоне *I* для всех установок являются потери, связанные со сбивом перегрева (охлаждением перегретого пара, поступающего в конденсатор из компрессора). За ними следуют механические потери, а затем потери, обусловленные отводом теплоты конденсации. В целом около 50% подведенной к электродвигателю компрессора эксергии теряется в зоне *I*. При анализе испарительной системы видно, что наибольшими потерями характеризуется холодильная установка с воздухоохладителями непосредственного охлаждения.

Сопоставление энергетических и экономических показателей оптимизированных холодильных установок, укомплектованных воздухоохладителями и батареями непосредственного охлаждения, показывает, что при равных внешних условиях установка с воздухоохладителем расходует на ~23,5% больше электрической энергии, на ~7,0% - охлаждающей воды, а величина переменной части приведенных затрат для такой установки оказывается на ~10,0% больше. Таким образом, с экономической точки зрения испарительная система с батареями непосредственного охлаждения оказывается предпочтительнее. При этой оценке не учитывался ряд эксплуатационных преимуществ, присущих воздухоохладителям, - удобство удаления снеговой "шубы", возможность автоматизации процесса оттаивания, большая равномерность температурного поля в охлаждаемом помещении и т.д. Кроме того, следует учитывать, что применение малоинтенсивных

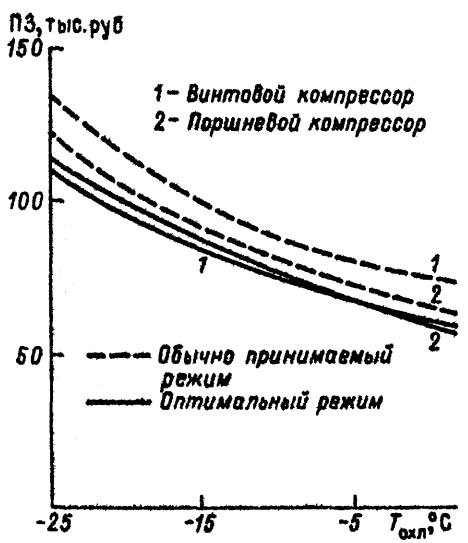


Рис.3.14

батарей, хотя оно экономически и оправдано, влечет за собой увеличение металлоемкости установки на ~110,5% для рассматриваемых условий.

Интересные выводы могут быть сделаны при сопоставлении холодильных установок, использующих различные типы оборудования. На рис.3.14 приведены значения переменной части приведенных затрат для одноступенчатых холодильных установок производительностью $Q_{охл}$ = 581 кДж/с (500 000 ккал/ч), укомплектованных поршневыми (типа А-110, А-220) и винтовыми (типа А-350) компрессорами и воздухоохладителями, работающими при расчетной температуре окружающей среды $T_{о.с}$ = 20 °С и различных температурах охлаждаемого объекта. Сопоставляя величину приведенных затрат при режиме, определяемом обычно рекомендуемыми перепадами температур, нетрудно убедиться в экономической нецелесообразности применения винтовых компрессоров, так как приведенные затраты на установку с винтовым компрессором оказываются на 10 - 15% больше. Если оптимизировать расчетный режим работы этих установок, то оказывается, что оптимальные значения температурных напоров в конденсаторах и испарителях, так же как подогрев охлаждающей воды и охлаждение воздуха в воздухоохладителях, оказываются различными для установок с поршневыми и винтовыми компрессорами (рис.3.15). При этом оптимальные значения температурного напора и подогрева воды в конденсаторе для установки с

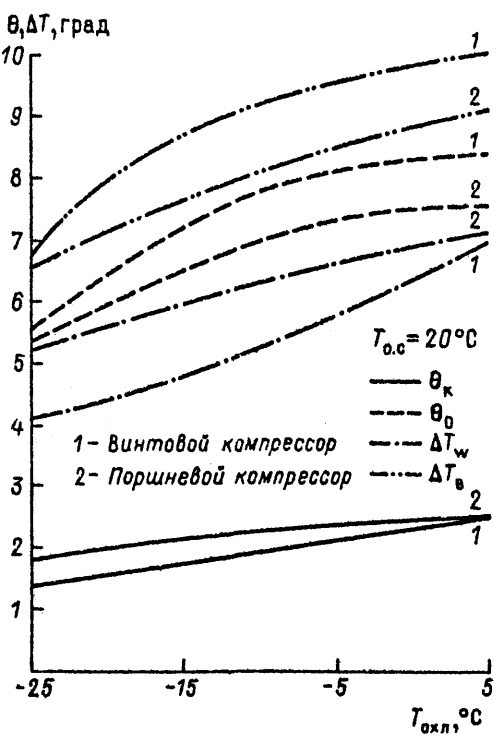


Рис.3.15

винтовыми компрессорами оказываются меньше, а температурного напора в воздухоохладителе и охлаждения воздуха в нем - больше, чем для установки с поршневыми компрессорами. Это свидетельствует о том, что винтовой компрессор более чувствителен к повышению давления конденсации, в то время как поршневой - к понижению давления кипения рабочего тела.

Сопоставление приведенных затрат для этих установок, при оптимизации расчетного режима работы каждой из них, меняет описанную выше картину. Оказывается, что установки с поршневыми компрессорами при рассматриваемых условиях экономически целесообразно применять только при температурах охлаждаемого объекта $T_{охл} > -6\,^{o}C$, а с винтовыми компрессорами - при $T_{охл} < -6\,^{o}C$, если по каким-либо техническим причинам в этих условиях не могут быть применены двухступенчатые схемы.

Глава 4

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ И ДИНАМИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ХОЛОДИЛЬНЫХ УСТАНОВОК С УЧЕТОМ СЕЗОННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛОТЫ И ВЕЛИЧИНЫ НАГРУЗОК

Изложенное выше посвящено определению оптимальных значений температурных напоров в теплообменных аппаратах и оптимальных изменений температуры охлаждающей и охлаждаемой сред при некотором фиксированном, так называемом "расчетном" значении температуры окружающей среды, фиксированном значении температуры охлаждаемого объекта и заданном значении нагрузки. Эти исходные условия не полностью учитывают специфику работы холодильных установок. Целевым назначением холодильной установки является, как известно, перенос теплоты, отводимой от охлаждаемого объекта к окружающей среде. Этот перенос теплоты осуществляется, в соответствии со вторым законом термодинамики, за счет затраты механической работы. В то же время температура окружающей среды - атмосферного воздуха, воды естественных водоемов, так же как и воды, получаемой в атмосферных охладителях различного типа - подвержена суточным и сезонным колебаниям.

Сезонные колебания температуры окружающей среды непосредственно определяют изменения температуры охлаждающей среды в случае, если в холодильной установке используются конденсаторы воздушного охлаждения. Эти же колебания вызывают соответствующие изменения температуры охлаждающей воды при использовании в установках конденсаторов с водяным охлаждением. Практические мероприятия, осуществляемые с целью недопущения обмерзания градирен в зимнее время года и сводящиеся к искусственному поддержанию температуры охлаждающей воды системы оборотного водоснабжения выше некоторого минимального уровня (путем отключения отдельных градирен или их вентиляторов), так же как и искусственное поддержание давления конденсации, обеспечивающего надежную подачу рабочего тела в испарительную систему (за счет отключения вентиляторов конденсаторов воздушного охлаждения или

отдельных аппаратов), приводят к отклонению закона изменения температуры охлаждающей среды и температуры конденсации от закона изменения температуры атмосферного воздуха, но не меняют существа рассматриваемого вопроса. Таким образом, даже для холодильных установок, обеспечивающих потребности технологического процесса и характеризующихся постоянной в течение года нагрузкой $Q_{охл} = const$ и постоянной температурой охлаждаемого объекта $T_{охл} = const$, температура конденсации рабочего тела, определяемая температурой окружающей среды, а значит, и режим работы всей установки будут изменяться в течение года.

Большое число установок, работающих в промышленности, используется для термостатирования охлаждаемого объекта, т.е. поддержания его температуры на некотором постоянном уровне ниже температуры окружающей среды. В этом случае нагрузка на холодильную установку будет зависеть от величины теплопритоков, т.е. количества теплоты, проникающей в охлаждаемый объект через ограждения помещения. Очевидно, что это количество теплоты будет пропорционально разности температур окружающей среды и охлаждаемого объекта, т.е. будет изменяться в течение года.

Для установок такого типа режим работы будет изменяться как вследствие периодического изменения температуры окружающей среды ($T_{о.с} = var$), так и за счет изменения нагрузки на холодильную установку ($Q_{охл} = var$), что вызовет соответствующее изменение температуры кипения рабочего тела и его массового расхода.

В соответствии с имеющимися рекомендациями [41] подбор оборудования для холодильных установок (за исключением сезоннодействующих) производится по наименее благоприятным условиям, в соответствии с которыми расчетная температура воздуха, служащая для определения как температуры охлаждающей среды (а значит, температуры конденсации), так и величины теплопритоков в термостатируемые помещения, определяется по зависимости

$$T_{в.р} = \bar{T}_{ж.м} + A_1 T_{абс.макс.},$$

где $T_{в.р}$ - расчетная температура воздуха, К; $\bar{T}_{ж.м}$ - средняя температура самого жаркого месяца, К; $T_{абс.макс}$ - температура абсолютного максимума для данного географического пункта, К; A_1 - числовой коэффициент. Очевидно, что холодильное оборудование,

подобранное по этим условиям, будет полностью использоваться только в самый жаркий период, а в остальное время года должно частично отключаться.

Вследствие сезонных колебаний температуры окружающей среды оптимизация режима работы только для дискретных (расчетных) условий представляется недостаточной. Однако, несмотря на очевидность положения о том, что сезонные колебания температуры окружающей среды и тепловых нагрузок должны каким-то образом влиять на выбор оптимальных значений температуры охлаждающей и охлаждаемой среды, т.е. на выбор оптимального режима работы установки, большинство исследователей подробно этот вопрос не рассматривает. В то же время очевидно, что он касается наиболее широких аспектов решения задачи оптимизации холодильной установки.

Рассмотрим постановку задачи оптимизации холодильных установок с учетом сезонных колебаний температуры окружающей среды и нагрузок [21]. В качестве примера опять может быть рассмотрена одноцелевая одноступенчатая холодильная установка, предназначенная для термостатирования помещений с постоянной в течение года температурой $T_{охл} = const$, технологическая схема которой изображена на рис.4.1.

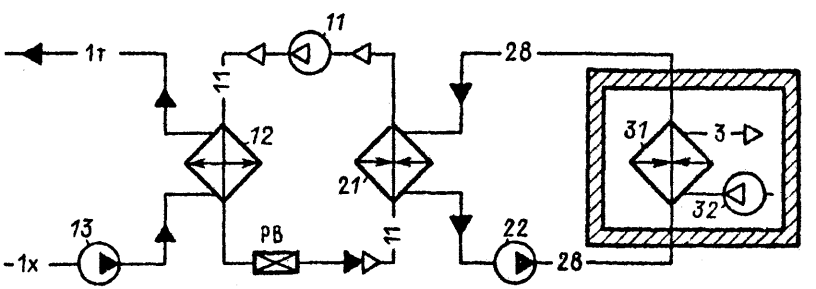


Рис.4.1

Поскольку в данном случае ставится задача динамической оптимизации рассматриваемой холодильной установки, целевая функция - переменная часть приведенных затрат - с учетом сделанных в п.3.1 допущений должна вычисляться не по зависимости (3.4), а определяться функционалом вида

$$ПЗ = \int_0^{\tau_{р.г}} ПЗЧ\,d\tau = \sum_{i=1}^{N} \int_0^{\tau_{р.г}} z_i\,d\tau + \int_0^{\tau_{р.г}} Э\,d\tau\,, \qquad (4.1)$$

где $ПЗЧ$ - часовые приведенные затраты (точнее, их переменная часть), руб/ч; z_i - удельные отчисления (нормативные, на реновацию и ремонт) для i-го элемента оборудования, руб/ч; $Э$ - часовые эксплуатационные расходы, руб/ч; $\tau_{р.г}$ - число часов работы установки в течение года, ч; N - число оптимизируемых элементов холодильной установки.

Как и при статической оптимизации, задача сводится к нахождению такого соотношения между капитальными затратами и эксплуатационными расходами, которые обеспечили бы минимальную величину годовых приведенных затрат.

Подход к решению такой задачи может быть проиллюстрирован следующим образом. С учетом выражения (3.3) нетрудно убедиться, что величина отчислений z_i определяется стоимостью установленного оборудования и не зависит от режима его эксплуатации. Следовательно, первое слагаемое в (4.1) будет выражать собой постоянную в течение года величину отчислений (нормативных, на реновацию и ремонт) от стоимости установленного оборудования.

Если принять какую-то совокупность значений температурных напоров в конденсаторе $\theta_к$, испарителе $\theta_и$, воздухоохладителе θ_0, изменений температуры охлаждающей воды ΔT_w, промежуточного хладоносителя ΔT_s, воздуха $\Delta T_в$, температуры поступающей охлаждающей воды T_{w1}, окружающей среды $T_{о.с}$, охлаждаемого помещения $T_{охл}$ и нагрузки $Q_{охл}$, то для этих условий могут быть рассчитаны параметры цикла, определены значения тепловых потоков в теплообменных аппаратах и вычислены необходимые площади теплопередающих поверхностей конденсатора $F_к$, испарителя $F_и$, воздухоохладителя $F_{в.о}$, теоретическая подача компрессора V_h, производительность насосов охлаждающей воды v_{12}, хладоносителя v_s и вентиляторов воздухоохладителей $v_в$. Это позволяет вычислить стоимость перечисленных элементов оборудования и отчисления от этой стоимости.

На рис.4.2 величина годовых отчислений от стоимости элементов оборудования выражается площадью O-A-E-F. Очевидно, что ордината O-A представляет собой $\sum_{i=1}^{N} z_i$, а абсцисса O-F-$\tau_{р.г}$ При выбранном оборудовании для разных периодов времени, т.е. для

различных температур окружающей среды, может быть рассчитан режим работы установки, а значит, и эксплуатационные расходы. Допустим, что их величина определяется площадью фигуры *A-B-C-D-E*.

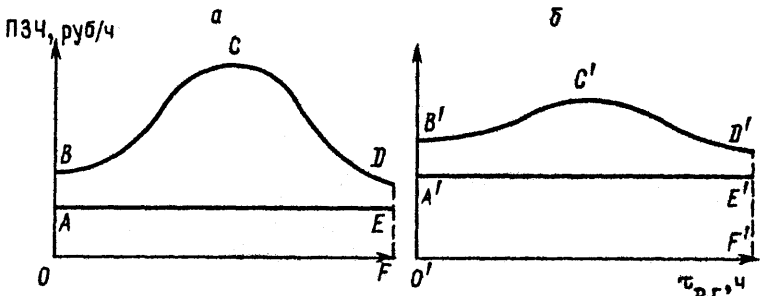


Рис.4.2

Тогда суммарная площадь *0-A-B-C-D-E-F* на том же рисунке будет выражать годовые приведенные затраты на производство холода для рассматриваемых условий.

Если повторить все приведенные выше рассуждения, уменьшив, например, вдвое все логарифмические разности температур $\theta'_к$, $\theta'_и$, θ'_0 и изменения температур охлаждаемых сред $\Delta T'_s$, $\Delta T'_в$, увеличив подогрев охлаждающей воды $\Delta T'_w$, то нетрудно прийти к выводу, что в этом случае площадь теплопередающей поверхности аппаратов $F'_к$, $F'_и$, $F'_{в.о}$ возрастет, так же возрастет производительность насосов хладоносителя v'_s и вентиляторов воздухоохладителей $v'_в$ при некотором уменьшении теоретической подачи компрессоров V'_h и производительности насосов охлаждающей воды v'_{12}. В результате стоимость оборудования и величина отчислений от стоимости возрастут и будут выражаться площадью *0'-A'-E'-F'* (рис. 4.2). В то же время эксплуатационные расходы, в связи с повышением температуры кипения и понижением температуры конденсации, уменьшатся и будут выражаться площадью *A'-B'-C'-D'-F'*. Годовые приведенные затраты в этом втором варианте будут определяться площадью *0'-A'-B'-C'-D'-E'-F'*.

Следовательно, задача сводится к выбору таких значений площади теплопередающих поверхностей теплообменных аппаратов и такого закона изменения температуры охлаждающих и охлаждаемых сред, при которых годовые приведенные затраты на производство холода (т.е. площадь криволинейной фигуры *0-A-B-C-D-E-F*) бу-

дут минимальны. Такие задачи, как уже отмечалось в п.2.2, могут решаться с использованием методов вариационного исчисления.

Целью решения задач динамической оптимизации является установление законов изменения оптимизирующих переменных, обеспечивающих минимальное (в общем случае экстремальное) значение целевой функции, в качестве которой выступает функционал. Как будет показано ниже, решение задачи динамической оптимизации холодильных установок оказывается возможным на базе термоэкономического подхода.

Будем считать, что температура окружающей среды $T_{o.c}$, температура охлаждающей воды T_{w1}, температура охлаждаемого объекта $T_{охл}$ и нагрузка на холодильную установку $Q_{охл}$ изменяются в течение времени работы установки $\tau_{р.г}$ (которое в общем случае может быть и менее 8760 ч) по известному закону, т.е. $T_{o.c}=T_{o.c}(\tau)$, $T_{w1}=T_{w1}(\tau)$, $T_{охл}=T_{охл}(\tau)$, $Q_{охл}=Q_{охл}(\tau)$. Холодильная установка должна обеспечить заданную производительность во всем рассматриваемом диапазоне изменения внешних условий. В связи с этим необходимо остановиться на некоторых особенностях, связанных с подбором оборудования. Выбранное оборудование должно, с одной стороны, обеспечить минимальную величину годовых приведенных затрат, а с другой стороны, обеспечить заданную производительность при всех, в том числе самых тяжелых, режимах эксплуатации. Удовлетворить эти требования можно только при наличии некоторого резерва либо площади теплопередающей поверхности аппаратов (воздухоохладителей, испарителей и конденсаторов), либо объема, описываемого поршнями компрессора.

При понижении температуры окружающей среды, т.е. в общем случае при снижении нагрузки, поддержание заданной производительности целесообразно осуществлять за счет изменения объема, описываемого поршнями компрессора, которое практически можно осуществить отключением отдельных цилиндров либо отдельных компрессоров. Изменение объема, описываемого поршнями компрессора, при уменьшении нагрузки представляется более целесообразным, чем отключение части площади теплопередающей поверхности аппарата (путем отключения отдельных секций или отдельных аппаратов), при котором удельные нормативные отчисления и отчисления на реновацию и ремонт аппарата остаются неизменными и ничем не компенсируются. При отключении отдельных цилиндров или компрессо-

ров удельные нормативные отчисления и отчисления на реновацию и ремонт также не снижаются, но потребление энергии при отключении цилиндров уменьшается, а неработающим компрессором вообще прекращается, что обеспечивает сокращение эксплуатационных расходов. Следует также учитывать, что использование всей площади теплопередающей поверхности аппарата при снижении нагрузки повлечет за собой уменьшение температурного напора в аппарате, что, в свою очередь, приведет к понижению давления конденсации и повышению давления кипения рабочего тела и соответствующему уменьшению расхода электрической энергии на привод компрессора.

На основании приведенных рассуждений может быть сформулирован следующий подход к выбору компрессора холодильной установки: его производительность должна определяться для наиболее тяжелых условий эксплуатации.

Если холодильная установка работает при постоянной во времени нагрузке или предназначается для термостатирования охлаждаемого объекта, то наиболее тяжелые условия эксплуатации будут соответствовать максимальной температуре окружающей среды, обусловливающей наиболее высокую температуру, а значит, и давление конденсации рабочего тела, а для термостатирующих установок и наибольшие теплопритоки в охлаждаемое помещение, т.е. наибольшую нагрузку на холодильную установку. Этот режим и принимается в качестве расчетного для выбора компрессора.

В случаях, когда холодильная установка используется для отвода теплоты, выделяющейся в технологических процессах, особенно связанных с неравномерным поступлением в течение года грузов, подвергаемых термической обработке (например, охлаждение и замораживание сельскохозяйственной продукции и продуктов животноводства), максимальная величина требуемой производительности может не совпадать по времени с наивысшей температурой окружающей среды. В этих условиях должны быть проведены предварительные ориентировочные расчеты с целью выявления режима работы компрессора, требующего наибольшего объема, описываемого поршнями. Этот режим и рассматривается в качестве расчетного для выбора компрессора.

При постоянном в течение всего периода работы полном использовании площади теплопередающей поверхности теплообменных аппаратов для них будет справедливо выражение

$$F = \frac{Q_i}{k_i \theta_i} = \text{const}\ , \qquad (4.2)$$

где Q_i - текущее значение тепловой нагрузки на аппарат; k_i - текущее значение коэффициента теплопередачи; θ_i - текущее значение величины температурного напора. Выражение (4.2) показывает, что для выбора используемых в холодильной установке теплообменных аппаратов площадь теплопередающей поверхности может определяться для любого момента времени при условии, что тепловая нагрузка на аппарат, коэффициент теплопередачи и температурный напор соответствуют этому моменту времени.

Из выражения (4.2) может быть получена также следующая зависимость:

$$\theta_j = \theta_i \frac{k_i}{k_j} \frac{Q_j}{Q_i}\ , \qquad (4.3)$$

где i и j - разные моменты времени. Формула (4.3) представляет собой закон изменения температурного напора в теплообменном аппарате во времени, записанный в неявном виде. Приведенные зависимости (4.2) и (4.3) показывают, что хотя выбор теплообменных аппаратов, при условии полного использования их теплопередающей поверхности в течение всего периода работы, может производиться для любого произвольно выбранного момента времени, величина температурного напора в выбранном аппарате в течение рассматриваемого периода работы установки не может изменяться произвольно, а ее изменение должно подчиняться зависимости (4.3).

Указанная зависимость справедлива для температурного напора (логарифмической разности температур) в конденсаторе $\theta_к$, испарителе для охлаждения промежуточного хладоносителя $\theta_и$ и воздухоохладителя θ_0.

Особое положение занимают величины, определяющие подогрев охлаждающей воды ΔT_w, охлаждение промежуточного хладоносителя ΔT_s и охлаждение воздуха $\Delta T_в$. Значение ΔT_w, например, оказывает существенное влияние на температуру конденсации, а следовательно, и на давление конденсации. Изменение последнего сказывается на величине мощности, необходимой для осуществления рабочего процесса в компрессоре, а значит, и на энергетической составляющей эксплуатационных расходов. Кроме того, ΔT_w определяет расход охлаждающей воды, а следовательно, ее стои-

мость, стоимость насоса для транспортировки воды и расход энергии электродвигателем этого насоса. Таким образом, величина подогрева охлаждающей воды оказывает влияние и на капитальные затраты, связанные с сооружением холодильной установки, и на эксплуатационные расходы. В то же время закон изменения ΔT_w во времени неизвестен, не поддается какому-либо логическому обоснованию и может быть определен только исходя из минимума годовых приведенных затрат. Такое же положение возникает и при определении глубины охлаждения воздуха $\Delta T_в$ в воздухоохладителях холодильной установки, работающей при переменной нагрузке $Q_{охл}=var$, или при определении глубины охлаждения промежуточного хладоносителя ΔT_s в испарителе холодильной установки. Вопрос об определении значения подогрева воды в конденсаторе в любой момент времени и установлении закона изменения ΔT_w во времени (это же относится к охлаждению воздуха в воздухоохладителе $\Delta T_в$ и охлаждению промежуточного хладоносителя в испарителе ΔT_s) может быть решен только методами вариационного исчисления (см.п.2.2).

Рассмотрим с этих позиций сформулированную выше задачу о динамической оптимизации одноступенчатой одноцелевой холодильной установки с учетом сезонных колебаний температуры окружающей среды и нагрузки.

В этих условиях не только температура окружающей среды $T_{о.с}=T_{о.с}(\tau)$, температура поступающей охлаждающей воды $T_{w1}=T_{w1}(\tau)$, температура охлаждаемого объекта $T_{охл}=T_{охл}(\tau)$ и нагрузка $Q_{охл}=Q_{охл}(\tau)$ являются функциями времени. Функциями времени будут также приведенная эксергетическая производительность $e_{Q_{охл}}=e_{Q_{охл}}(\tau)$ и оптимизирующие переменные $\theta_к=\theta_к(\tau)$, $\theta_и=\theta_и(\tau)$, $\theta_0=\theta_0(\tau)$, $\Delta T_w=\Delta T_w(\tau)$, $\Delta T_s=\Delta T_s(\tau)$, $\Delta T_в=\Delta T_в(\tau)$. Очевидно, что и все зависящие от них величины также будут являться функциями времени: $e_{11}=e_{11}(\tau)$, $e_{13}=e_{13}(\tau)$, $e_{22}=e_{22}(\tau)$, $e_{32}=e_{32}(\tau)$, $v_{12}=v_{12}(\tau)$, $e_2=e_2(\tau)$, $e_3=e_3(\tau)$. В число этих зависимостей не включены отчисления от стоимости оборудования z_i ($i=1,2,\ldots,N$), поскольку подбор таких элементов оборудования, как компрессоры, насосы, вентиляторы, осуществляется по максимальной производительности в течение рассматриваемого периода времени, которая и определяет наибольшую стоимость, а значит, и наибольшую величину отчислений, а поверхность тепло-

обменных аппаратов, в соответствии с (4.2), используется в течение года полностью.

При этих условиях решаемая задача может быть сведена к известной задаче Лагранжа - нахождению условного экстремума (минимума) функционала нескольких функций одной независимой переменной при наличии связей между оптимизируемыми функциями. В нашем случае независимой переменной является время, а оптимизируемыми функциями - температурные напоры в аппаратах $\theta_к$, $\theta_и$, θ_0 и изменения температур охлаждающей и охлаждаемой сред ΔT_w, ΔT_s, $\Delta T_в$.

Частным случаем этой общей задачи является подробно рассмотренная в пп.3.1 и 3.2 методика статической оптимизации холодильных установок на основе использования неопределенных множителей Лагранжа.

Таким образом, применение термоэкономического подхода позволяет использовать для решения задач оптимизации единый математический аппарат. При этом решение задачи статической оптимизации является частным случаем общего решения задачи Лагранжа, используемой для динамической оптимизации холодильных установок.

С учетом изложенного, используя метод кусочно-линейной аппроксимации экстремалей (см. п.2.2), представим выражение функционала для функции Лагранжа, определяющего величину годовых приведенных затрат для рассматриваемой одноцелевой одноступенчатой холодильной установки, в следующем виде:

$$I=[Z_{11}(e_2^{(p11)},\theta_к^{(p11)},\Delta T_w^{(p11)})+Z_{12}(e_2^{(j)},\theta_к^{(j)},\Delta T_w^{(j)})+Z_{13}(e_2^{(p13)},\theta_к^{(p13)},\Delta T_w^{(p13)})+$$
$$+Z_{21}(e_3^{(j)},\theta_и^{(j)},\Delta T_s^{(j)})+Z_{22}(e_3^{(p22)},\theta_и^{(p22)},\Delta T_s^{(p22)})+Z_{31}(e_{Q_{охл}}^{(j)},\theta_0^{(j)},\Delta T_в^{(j)})+$$
$$+Z_{32}(e_{Q_{охл}}^{(p32)},\theta_0^{(p32)},\Delta T_в^{(p32)})]\tau_{р.г}+u_{эл}\Big\{\sum_{j=1}^{t}[E_{11}(e_2^{(j)},\theta_к^{(j)},\Delta T_w^{(j)})\Delta\tau]+$$
$$+\sum_{j=1}^{t}[E_{13}(e_2^{(j)},\theta_к^{(j)},\Delta T_w^{(j)})\Delta\tau]+\sum_{j=1}^{t}[E_{22}(e_3^{(j)},\theta_и^{(j)},\Delta T_s^{(j)})\Delta\tau]+$$
$$+\sum_{j=1}^{t}[E_{32}(e_{Q_{охл}}^{(j)},\theta_0^{(j)},\Delta T_0^{(j)})\Delta\tau]\Big\}+u_w\sum_{j=1}^{t}[V_{12}(e_2^{(j)},\theta_к^{(j)},\Delta T_w^{(j)})\Delta\tau]+$$
$$+\sum_{j=1}^{t}\{r_2^{(j)}[E_2(e_3^{(j)},\theta_и^{(j)},\Delta T_s^{(j)})-e_2^{(j)}]\Delta\tau\}+$$
$$+\sum_{j=1}^{t}\{r_3^{(j)}[E_3(e_{Q_{охл}}^{(j)},\theta_0^{(j)},\Delta T_в^{(j)})-e_3^{(j)}]\Delta\tau\},\quad j=1,2,\ldots,t;\quad t=\frac{\tau_{р.г}}{\Delta\tau},\qquad(4.4)$$

где $r_i^{(j)}$ – функциональный множитель Лагранжа; j (надстрочный индекс) – текущее значение порядкового номера промежутка времени, $j = 1,2,\ldots,t$; $\Delta\tau$ – продолжительность промежутка времени; индексы (р11), (р13), (р22), (р32) соответствуют режиму максимальной производительности данного элемента холодильной установки (см. рис.4.1).

Сопоставление выражения функционала (4.4) и лагранжиана (3.8) показывает их общность. Очевидно, что выражение (3.8) может быть получено из уравнения (4.4) при условии, что значения оптимизирующих переменных и зависящие от них величины остаются неизменными в течение всего рассматриваемого периода (года). Поэтому все основные положения, подробно разобранные при рассмотрении термоэкономической модели (см. п.3.1))и составлении математического описания элементов холодильной установки (п.3.2), остаются справедливыми и при решении задач динамической оптимизации.

На основании выражения (2.20) по аналогии с зависимостями (3.9) могут быть получены уравнения, позволяющие вычислить значения функциональных множителей Лагранжа:

$$r_2^{(j)} = \frac{\partial}{\partial e_2^{(j)}}\left[u_{эл}\left(E_{11}^{(j)} + E_{13}^{(j)}\right) + u_w V_{12}^{(j)} + Z_{12}^{(j)}\right] + \frac{\partial Z_{11}^{(p11)}}{\partial e_2^{(p11)}} + \frac{\partial Z_{13}^{(p13)}}{\partial e_2^{(p13)}},$$

$$r_3^{(j)} = \frac{\partial}{\partial e_3^{(j)}}\left(u_{эл}E_{22}^{(j)} + r_2^{(j)}E_2^{(j)} + Z_{21}^{(j)}\right) + \frac{\partial Z_{22}^{(p22)}}{\partial e_3^{(p22)}}, \quad j = 1,2,\ldots,t. \quad (4.5)$$

Используя выражения (4.5) аналогично зависимостям (3.10), можно получить следующую систему уравнений:

$$\sum_{j=1}^{t}\left\{\frac{\partial}{\partial\theta_к^{(j)}}\left[u_{эл}\left(E_{11}^{(j)} + E_{13}^{(j)}\right) + u_w V_{12}^{(j)} + Z_{12}^{(j)}\right]\right\} + t\left(\frac{\partial Z_{11}^{(p11)}}{\partial\theta_к^{(p11)}} + \frac{\partial Z_{13}^{(p13)}}{\partial\theta_к^{(p13)}}\right) = 0,$$

$$\sum_{j=1}^{t}\left[\frac{\partial}{\partial\theta_и^{(j)}}\left(u_{эл}E_{22}^{(j)} + r_2^{(j)}E_2^{(j)} + Z_{21}^{(j)}\right)\right] + t\frac{\partial Z_{22}^{(p22)}}{\partial\theta_и^{(p22)}} = 0,$$

$$\sum_{j=1}^{t}\left[\frac{\partial}{\partial\theta_0^{(j)}}\left(u_{эл}E_{32}^{(j)} + r_3^{(j)}E_3^{(j)} + Z_{31}^{(j)}\right)\right] + t\frac{\partial Z_{32}^{(p32)}}{\partial\theta_0^{(p32)}} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial\Delta T_w^{(j)}}\left[u_{эл}\left(E_{11}^{(j)} + E_{13}^{(j)}\right) + u_w V_{12}^{(j)} + Z_{12}^{(j)}\right] + \frac{\partial Z_{11}^{(p11)}}{\partial\Delta T_w^{(p11)}} + \frac{\partial Z_{13}^{(p13)}}{\partial\Delta T_w^{(p13)}} = 0, \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T_s^{(j)}}\left(u_{эл} E_{22}^{(j)} + r_2^{(j)} E_2^{(j)} + Z_{21}^{(j)}\right) + \frac{\partial Z_{22}^{(p22)}}{\partial \Delta T_s^{(p22)}} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T_в^{(j)}}\left(u_{эл} E_{32}^{(j)} + r_3^{(j)} E_3^{(j)} + Z_{31}^{(j)}\right) + \frac{\partial Z_{32}^{(p32)}}{\partial \Delta T_в^{(p32)}} = 0.$$

Система уравнений (4.6) с учетом зависимостей (4.5) представляет собой записанное в общем виде решение задачи динамической оптимизации одноступенчатой одноцелевой холодильной установки, работающей по схеме, изображенной на рис.4.1.

Решение системы уравнений (4.6) позволяет получить набор значений экстремалей (минималей) функционала годовых приведенных затрат (4.4). В результате решения системы уравнений (4.6) имеем дискретный набор оптимизирующих переменных $\theta_к^{(j)}$, $\theta_и^{(j)}$, $\theta_0^{(j)}$, $\Delta T_w^{(j)}$, $\Delta T_s^{(j)}$, $\Delta T_в^{(j)}$ ($j = 1,2,\ldots,t$), дискретный набор значений объемных расходов сред $v_{12}^{(j)}$, $v_s^{(j)}$, $v_в^{(j)}$ и теоретической подачи компрессоров $V_h^{(j)}$, а также соответствующих им мощностей электродвигателей насосов охлаждающей среды $e_{13}^{(j)}$, насосов промежуточного хладоносителя $e_{22}^{(j)}$, вентиляторов воздухоохладителя $e_{32}^{(j)}$ и компрессоров $e_{11}^{(j)}$, обеспечивающих минимальную величину функционала (4.4).

Набор значений расходов сред $V_h^{(j)}$, $v_{12}^{(j)}$, $v_s^{(j)}$, $v_в^{(j)}$ ($j = 1,2,\ldots,t$) представляет собой закон оптимального управления рассматриваемой холодильной установкой, справедливый в пределах сделанных допущений. В то же время значения $V_h^{(p11)}$, $v_{12}^{(p13)}$, $v_s^{(p22)}$, $v_в^{(p32)}$ служат для подбора соответствующего оборудования (насосов охлаждающей среды, насосов хладоносителя, вентиляторов воздухоохладителей, компрессоров) по их максимальной, в течение рассматриваемого периода времени, производительности.

Выбор величины площади поверхности теплопередающих аппаратов (конденсаторов $F_к$, испарителей $F_и$, воздухоохладителей $F_{в.о}$), в соответствии с принципом полного использования поверхности в течение всего периода времени (4.2), может производиться по любому отрезку времени при условии, что тепловой поток, коэффициент теплопередачи и температурный напор относятся к этому отрезку.

Аппроксимация полученного набора значений для каждой из перечисленных выше функций оптимизирующих переменных позволяет

получить аналитическое выражение для минимали функционала, т.е. аналитическое выражение закона изменения оптимизирующих величин в течение года, обеспечивающего минимальную себестоимость производимого холода.

4.1. Двухступенчатые одноцелевые холодильные установки

Изложенный выше материал касался вопросов моделирования и динамической оптимизации одноступенчатых холодильных установок. Однако на практике для получения температур кипения ниже 25 °С широкое распространение получили двухступенчатые холодильные установки.

Наряду с классическими двухступенчатыми схемами в последние годы для получения низких температур нашли широкое применение компаундные схемы холодильных установок. Применение компаундных схем оправдано для многоцелевых (обслуживающих охлаждаемые объекты с различными температурами) холодильных установок. Поэтому ниже рассматривается модель двухступенчатой холодильной установки, работающей по классической схеме [27].

При моделировании двухступенчатой холодильной установки, схема которой приведена на рис.4.3, а термодинамический цикл изображен на рис.4.4, в зону *1* термоэкономической модели (рис. 4.5) дополнительно включается компрессор ступени низкого давления *14* и промежуточный сосуд *15*. Включение ступени низкого давления приводит к появлению дополнительных оптимизирующих переменных, в качестве которых могут быть выбраны разность температур на холодном конце змеевика промежуточного сосуда $\Delta T_{п.с}$ и среднелогарифмическая разность температур в промежуточном сосуде $\theta_{п.с}$. При этом должны быть учтены вводимые в первую зону модели суммарные отчисления от стоимости компрессора ступени низкого давления с электродвигателем z_{14} и от стоимости промежуточного сосуда z_{15}, а также энергия, необходимая для привода компрессора ступени низкого давления e_{14}.

Очевидно, при динамической оптимизации $\Delta T_{п.с} = \Delta T_{п.с}(\tau)$, $\theta_{п.с} = \theta_{п.с}(\tau)$. $e_{14} = e_{14}(\tau)$. При таком подходе программа, использовавшаяся для моделирования процессов, происходящих в зоне *1* одноступенчатой установки, позволяет моделировать процессы ступени высокого давления двухступенчатой холодильной установки при условии, что в качестве T_0 будет приниматься T_{02}. Для

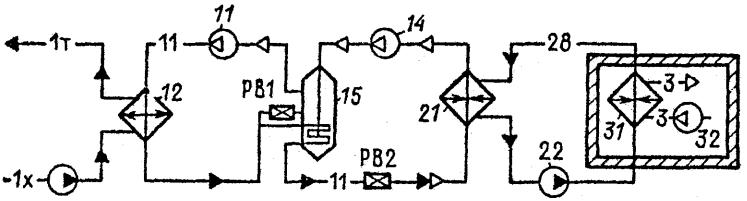


Рис.4.3

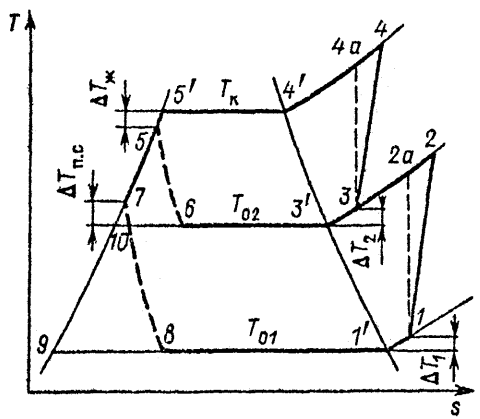


Рис.4.4

моделирования процессов ступени низкого давления на основании изложенных выше принципов должна быть создана аналогичная дополнительная программа.

Выражение функционала, определяющего минимальную величину переменной части приведенных затрат для одноцелевой двухступенчатой холодильной установки, будет иметь следующий вид:

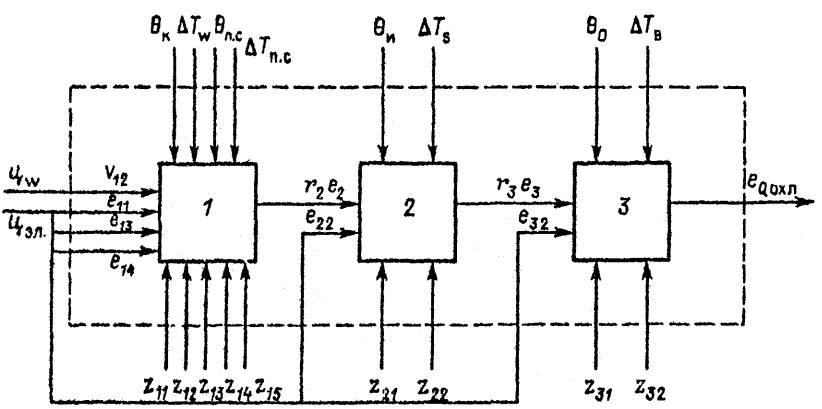


Рис.4.5

$$I=\Big[Z_{11}(e_2^{(p11)},\theta_к^{(p11)},\Delta T_w^{(p11)},\theta_{n.c}^{(p11)},\Delta T_{n.c}^{(p11)})-Z_{12}(e_2^{(j)},\theta_к^{(j)},\Delta T_w^{(j)},\theta_{n.c}^{(j)},\Delta T_{n.c}^{(j)})+$$

$$+Z_{13}(e_2^{(p13)},\theta_к^{(p13)},\Delta T_w^{(p13)},\theta_{n.c}^{(p13)},\Delta T_{n.c}^{(p13)})+Z_{14}(e_2^{(p14)},\theta_к^{(p14)},\Delta T_w^{(p14)},\theta_{n.c}^{(p14)},\Delta T_{n.c}^{(p14)})+$$

$$+Z_{15}(e_2^{(j)},\theta_к^{(j)},\Delta T_w^{(j)},\theta_{n.c}^{(j)},\Delta T_{n.c}^{(j)})+Z_{21}(e_3^{(j)},\theta_и^{(j)},\Delta T_s^{(j)})+$$

$$+Z_{22}(e_3^{(p22)},\theta_и^{(p22)},\Delta T_s^{(p22)})+Z_{31}(e_{Q_{охл}}^{(j)},\theta_0^{(j)},\Delta T_в^{(j)})+Z_{32}(e_{Q_{охл}}^{(p32)},\theta_0^{(p32)},\Delta T_в^{(p32)})\Big]\tau_{р.г}+$$

$$+u_{эл}\Big\{\sum_{j=1}^{t}\big[E_{11}(e_2^{(j)},\theta_к^{(j)},\Delta T_w^{(j)},\theta_{n.c}^{(j)},\Delta T_{n.c}^{(j)})\Delta\tau\big]+\sum_{j=1}^{t}\big[E_{13}(e_2^{(j)},\theta_к^{(j)},\Delta T_w^{(j)},\theta_{n.c}^{(j)},\Delta T_{n.c}^{(j)})\Delta\tau\big]+$$

$$+\sum_{j=1}^{t}\big[E_{14}(e_2^{(j)},\theta_к^{(j)},\Delta T_w^{(j)},\theta_{n.c}^{(j)},\Delta T_{n.c}^{(j)})\Delta\tau\big]+\sum_{j=1}^{t}\big[E_{22}(e_3^{(j)},\theta_и^{(j)},\Delta T_s^{(j)})\Delta\tau\big]+$$

$$+\sum_{j=1}^{t}\big[E_{32}(e_{Q_{охл}}^{(j)},\theta_0^{(j)},\Delta T_в^{(j)})\Delta\tau\big]\Big\}+u_w\sum_{j=1}^{t}\big[V_{12}(e_2^{(j)},\theta_к^{(j)},\Delta T_w^{(j)},\theta_{n.c}^{(j)},\Delta T_{n.c}^{(j)})\Delta\tau\big]+$$

$$+\sum_{j=1}^{t}\big\{r_2^{(j)}\big[E_2(e_3^{(j)},\theta_и^{(j)},\Delta T_s^{(j)})-e_2^{(j)}\big]\Delta\tau\big\}+\sum_{j=1}^{t}\big\{r_3^{(j)}\big[E_3(e_{Q_{охл}}^{(j)},\theta_0^{(j)},\Delta T_в^{(j)})-e_3^{(j)}\big]\Delta\tau\big\}, \tag{4.7}$$

$$j=1,2,\ldots,t;\quad t=\frac{\tau_{р.г}}{\Delta\tau}.$$

На основании полученного выражения функционала (4.7) составляется следующая система уравнений:

$$\sum_{j=1}^{t}\Big\{\frac{\partial}{\partial\theta_к^{(j)}}\big[u_{эл}(E_{11}^{(j)}+E_{13}^{(j)}+E_{14}^{(j)})+u_wV_{12}^{(j)}+Z_{12}^{(j)}+Z_{15}^{(j)}\big]\Big\}+$$

$$+t\left(\frac{\partial Z_{11}^{(p11)}}{\partial\theta_к^{(p11)}}+\frac{\partial Z_{13}^{(p13)}}{\partial\theta_к^{(p13)}}+\frac{\partial Z_{14}^{(p14)}}{\partial\theta_к^{(p14)}}\right)=0,$$

$$\sum_{j=1}^{t}\Big\{\frac{\partial}{\partial\theta_{n.c}^{(j)}}\big[u_{эл}(E_{11}^{(j)}+E_{13}^{(j)}+E_{14}^{(j)})+u_wV_{12}^{(j)}+Z_{12}^{(j)}+Z_{15}^{(j)}\big]\Big\}+$$

$$+t\left(\frac{\partial Z_{11}^{(p11)}}{\partial\theta_{n.c}^{(p11)}}+\frac{\partial Z_{13}^{(p13)}}{\partial\theta_{n.c}^{(p13)}}+\frac{\partial Z_{14}^{(p14)}}{\partial\theta_{n.c}^{(p14)}}\right)=0,$$

$$\sum_{j=1}^{t}\left[\frac{\partial}{\partial\theta_и^{(j)}}\big(u_{эл}E_{22}^{(j)}+r_2^{(j)}E_2^{(j)}+Z_{21}^{(j)}\big)\right]+t\,\frac{\partial Z_{22}^{(p22)}}{\partial\theta_и^{(p22)}}=0,$$

$$\sum_{j=1}^{t}\left[\frac{\partial}{\partial\theta_0^{(j)}}\big(u_{эл}E_{32}^{(j)}+r_3^{(j)}E_3^{(j)}+Z_{31}^{(j)}\big)\right]+t\,\frac{\partial Z_{32}^{(p32)}}{\partial\theta_0^{(p32)}}=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial\Delta T_w^{(j)}}\big[u_{эл}(E_{11}^{(j)}+E_{13}^{(j)}+E_{14}^{(j)})+u_wV_{12}^{(j)}+Z_{12}^{(j)}+Z_{15}^{(j)}\big]+\frac{\partial Z_{11}^{(p11)}}{\partial\Delta T_w^{(p11)}}+\frac{\partial Z_{13}^{(p13)}}{\partial\Delta T_w^{(p13)}}+\frac{\partial Z_{14}^{(p14)}}{\partial\Delta T_w^{(p14)}}=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T_{\text{п.с}}^{(j)}}\left[u_{\text{эл}}\left(E_{11}^{(j)}+E_{13}^{(j)}+E_{14}^{(j)}\right)+u_{\text{w}}V_{12}^{(j)}+Z_{12}^{(j)}+Z_{15}^{(j)}\right]+\frac{\partial Z_{11}^{(\text{p11})}}{\partial \Delta T_{\text{п.с}}^{(\text{p11})}}+\frac{\partial Z_{13}^{(\text{p13})}}{\partial \Delta T_{\text{п.с}}^{(\text{p13})}}+\frac{\partial Z_{14}^{(\text{p14})}}{\partial \Delta T_{\text{п.с}}^{(\text{p14})}}=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T_{\text{в}}^{(j)}}\left(u_{\text{эл}}E_{22}^{(j)}+r_2^{(j)}E_2^{(j)}+Z_{21}^{(j)}\right)+\frac{\partial Z_{22}^{(\text{p22})}}{\partial \Delta T_{\text{в}}^{(\text{p22})}}=0, \qquad (4.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T_{\text{в}}^{(j)}}\left(u_{\text{эл}}E_{32}^{(j)}+r_3^{(j)}E_3^{(j)}+Z_{31}^{(j)}\right)+\frac{\partial Z_{32}^{(\text{p32})}}{\partial \Delta T_{\text{в}}^{(\text{p32})}}=0,$$

$$r_2^{(j)}=\frac{\partial}{\partial e_2^{(j)}}\left[u_{\text{эл}}\left(E_{11}^{(j)}+E_{13}^{(j)}+E_{14}^{(j)}\right)+u_{\text{w}}V_{12}^{(j)}+Z_{12}^{(j)}+Z_{15}^{(j)}\right]+\frac{\partial Z_{11}^{(\text{p11})}}{\partial e_2^{(\text{p11})}}+\frac{\partial Z_{13}^{(\text{p13})}}{\partial e_2^{(\text{p13})}}+\frac{\partial Z_{14}^{(\text{p14})}}{\partial e_2^{(\text{p14})}},$$

$$r_3^{(j)}=\frac{\partial}{\partial e_3^{(j)}}\left(u_{\text{эл}}E_{22}^{(j)}+r_2^{(j)}E_2^{(j)}+Z_{21}^{(j)}\right)+\frac{\partial Z_{22}^{(\text{p22})}}{\partial e_3^{(\text{p22})}}, \quad j=1,2,\ldots,t.$$

Легко заметить, что выражения, относящиеся ко второй и третьей зонам модели, не претерпели никаких изменений по сравнению с предыдущим вариантом одноцелевой одноступенчатой установки (см. выражения (4.5), (4.6)), что подтверждает универсальность получаемых решений.

Решение системы уравнений (4.8) позволяет получить (через дискретные наборы значений) оптимальные законы изменения расхода сред (рабочего тела в ступени высокого и низкого давления, охлаждающей воды, промежуточного хладоносителя, воздуха), оптимальные значения площади теплопередающей поверхности аппаратов (конденсатора, змеевика промежуточного сосуда, испарителя, воздухоохладителя) и максимальные значения производительности компрессоров, насосов и вентиляторов, обеспечивающие минимальную величину переменной части приведенных затрат для рассматриваемой одноцелевой двухступенчатой холодильной установки.

Естественно, что введение в схему (см. рис.4.3) и соответственно в математическую модель дополнительных элементов – компрессора ступени низкого давления с электродвигателем *14* и промежуточного сосуда со змеевиком *15* – требует получения для этих элементов развернутых выражений математического описания, аналогичных приведенным в п.3.2 и необходимых для решения системы уравнений (4.8).

Удельная массовая холодопроизводительность рабочего тела, циркулирующего в ступени низкого давления, находится по выражению, аналогичному (3.28):

$$q_{01}=r_{01}-\bar{c}'_{x_2}\left(T_7-T_{01}\right), \qquad (4.9)$$

где r_{01} – скрытая теплота парообразования при низкой температуре кипения T_{01} ; $\bar{c}'_{x_2}$ – средняя изобарная теплоемкость жидкого рабочего тела в интервале температур $T_7 - T_{01}$; $T_7 = T_{02} + \Delta T_{п.с}$ – температура жидкого рабочего тела, выходящего из змеевика промежуточного сосуда.

Массовый расход рабочего тела через компрессор ступени низкого давления определяется по выражению, аналогичному (3.29):

$$G_{a1} = Q_0^{бр} / q_{01} . \qquad (4.10)$$

Температура конца процесса сжатия рабочего тела в компрессоре ступени низкого давления определяется по зависимости типа (3.30) или (3.30а) для соответствующего интервала температур $T_{2a} = T_{2a}\,(\,T_{02}, T_{01}, \Delta T_1\,)$.

Количество эксергии, которое должно быть подведено к электродвигателю компрессора ступени низкого давления, определяется на основании следующих предпосылок.

Задачей ступени низкого давления является перенос теплоты $Q_0^{бр}$ с уровня, соответствующего температуре кипения рабочего тела в охлаждающих приборах T_{01}, на уровень промежуточной температуры кипения T_{02}, поддерживаемый в промежуточном сосуде. В обратимом процессе для этого должна быть затрачена эксергия, определяемая выражением, аналогичным (3.27):

$$e_2^* = Q_0^{бр}\left(\frac{T_{02}}{T_{охл} - \Delta T_в/2 - \theta_0 - \theta_и} - 1\right). \qquad (4.11)$$

Как уже отмечалось, в качестве одной из оптимизирующих переменных при рассмотрении двухступенчатой холодильной установки выбиралась среднелогарифмическая разность температур в змеевике промежуточного сосуда $\theta_{п.с}$:

$$\theta_{п.с} = \frac{(T_5 - T_{02}) - (T_7 - T_{02})}{\ln \dfrac{T_5 - T_{02}}{T_7 - T_{02}}}, \qquad (4.12)$$

где $T_7 = T_{02} + \Delta T_{п.с}$, а $T_5 = T_к - \Delta T_ж$.

Решая выражение среднелогарифмической разности температур (4.12) относительно T_{02}, можно получить следующее уравнение:

$$T_{02} = T_5 - \Delta T_{п.с} \exp\left(\frac{T_5 - T_{02} - \Delta T_{п.с}}{\theta_{п.с}}\right). \qquad (4.12а)$$

Полученное трансцендентное уравнение (4.12а) имеет неявный вид, однако при решении поставленной оптимизационной задачи оно может быть решено, например, итерационным методом и полученное значение промежуточной температуры кипения T_{02} - использовано в дальнейших расчетах.

При осуществлении реальных процессов в ступени низкого давления (СНД) появляются необратимые потери, связанные с необходимостью охлаждения перегретого пара и дросселированием жидкого рабочего тела и приводящие к дополнительному расходу энергии электродвигателем компрессора ступени низкого давления.

Потери эксергии, обусловленные охлаждением сжатого пара в компрессоре ступени низкого давления, определяются выражением, аналогичным (3.34):

$$d^{2\text{-}3'} = G_{a1}\bar{c}_{p2}(T_2 - T_{02})\left(1 - \frac{2T_{02}}{T_2 + T_{02}}\right), \qquad (4.13)$$

где $\bar{c}_{p2}$ - среднее значение теплоемкости перегретого пара при промежуточном давлении кипения в интервале температур $T_2 - T_{02}$.

Потери, связанные с дросселированием рабочего тела в регулирующем вентиле $РВ_2$, определятся зависимостью, аналогичной (3.35):

$$d_{др}^{снд} = G_{a1}\bar{c}'_{x_2}T_{02}\left(\frac{T_7}{T_{01}} - 1 - \ln\frac{T_7}{T_{01}}\right). \qquad (4.14)$$

Механические потери в компрессоре ступени низкого давления определяются по зависимостям, аналогичным (3.36) - (3.38), с учетом реального интервала температур $T_{02} - T_{01}$ и соответствующей величины удельного давления сил трения $p_{i\,тр}^{снд}$.

При этих условиях эксергия, подводимая к электродвигателю компрессора ступени низкого давления e_{14}, вычисляется по выражению

$$e_{14} = \frac{e_2^* + d^{2\text{-}3'} + d_{др}^{снд} + d_{м.п}^{снд}}{\eta_{дк}^{снд}}. \qquad (4.15)$$

Полная холодопроизводительность ступени высокого давления будет равна

$$Q_0^{снд} = Q_0^{бр} + e_2^* + d^{2\text{-}3'} + d_{др}^{снд} \qquad (4.16)$$

По зависимости (3.28) может быть найдена удельная массовая холодопроизводительность при условии, что температура кипения рабочего тела равна T_{02} и определен массовый расход рабочего тела через ступень высокого давления G_{a2} по зависимости (3.29).

При использовании промежуточного сосуда со змеевиком кроме потерь от дросселирования рабочего тела в процессе *5-6* должны быть учтены необратимые потери, связанные с охлаждением рабочего тела в змеевике в процессе *5-7* рабочим телом, кипящим в кожухе промежуточного сосуда при температуре T_{02}. Потери от дросселирования могут быть подсчитаны по зависимости, аналогичной выражению (3.35) с учетом реального количества рабочего тела:

$$d_{др}=(G_{a2}-G_{a1})\bar{c}'_x T_{o.c}\left(\frac{T_5}{T_{02}}-1-\ln\frac{T_5}{T_{02}}\right). \qquad (а)$$

Потери, связанные с охлаждением рабочего тела в змеевике, определяются выражением

$$d_{зм}=G_{a1}\bar{c}'_x(T_5-T_7)\left(\frac{T_5+T_7}{2T_{02}}-1\right). \qquad (б)$$

Таким образом, суммарные потери, связанные с дросселированием части потока рабочего тела ($G_{a2}-G_{a1}$) и необратимым охлаждением потока рабочего тела G_{a1}, направляемого в ступень низкого давления, должны определяться суммированием выражений (а) и (б). Л.М.Розенфельдом было показано [35], что необратимые потери процесса дросселирования *5-6* и процесса охлаждения жидкого рабочего тела *5-10*, осуществляемого за счет кипения насыщенной жидкости *10-6* - равны. Поэтому, если допустить, что T_7 и T_{10} близки друг к другу, $T_7 \approx T_{10}=T_{02}$, необратимые потери процесса дросселирования ступени высокого давления могут быть определены по зависимости, близкой к (3.35):

$$d^{свд}_{др}=G_{a2}\bar{c}'_x T_{o.c}\left(\frac{T_5}{T_{02}}-1-\ln\frac{T_5}{T_{02}}\right).$$

Дальнейший расчет ступени высокого давления проводится по методике, изложенной для одноступенчатой одноцелевой холодильной установки, и никаких принципиальных затруднений не вызывает.

Так как задачей ступени высокого давления является перенос теплоты $Q_0^{свд}$ с температурного уровня T_{02} на уровень окру-

жающей среды, то в обратимом процессе для этого к компрессору ступени высокого давления должна быть подведена эксергия

$$e_2^{**} = Q_0^{\text{свд}} \left(\frac{T_{0.c}}{T_{02}} - 1 \right).$$

В реальных условиях (с учетом потерь) эксергия e_{11}, подводимая к электродвигателю компрессора ступени высокого давления, определяется выражением

$$e_{11} = \frac{e_2^{**} + d_к^{4'-5'} + d_к^{5'-5} + d_к^{4-4'} + d_{др}^{\text{свд}} + d_{м.п}^{\text{свд}}}{\eta_{ДК}^{\text{свд}}}.$$

Отчисления от стоимости компрессора низкого давления определяются выражением, аналогичным (3.43):

$$z_{14} = \frac{(k_{н14} + k_{р14})(A_{14} + B_{14} V_h^{\text{снд}})}{\tau_{р.г}} \qquad (4.17)$$

Отчисления от стоимости промежуточного сосуда могут быть определены по зависимости, связывающей стоимость с поверхностью змеевика:

$$z_{15} = \frac{(k_{н15} + k_{р15})(A_{15} + B_{15} F_{п.с})}{\tau_{р.г}}, \qquad (4.18)$$

где

$$F_{п.с} = \frac{G_{a1} c_x' (T_5 - T_7)}{k_{п.с} \theta_{п.с}}.$$

4.2. Холодильные установки с оборотной системой водоснабжения

В реальных условиях эксплуатации для отвода теплоты конденсации от холодильных установок широко применяются системы оборотного водоснабжения [4]. В этих системах вода, восприняв теплоту конденсации, направляется в атмосферный охладитель (градирню), где передает полученную теплоту воздуху и возвращается в конденсатор холодильной установки.

Режим работы градирни характеризуется степенью охлаждения воды $\Delta T_w = T_{w2} - T_{w1}$ и глубиной охлаждения, т.е. степенью приближения температуры выходящей из градирни воды T_{w1} к теоретическому (при данных условиях окружающей среды) пределу охлаж-

дения $T_{м.т}$, соответствующему температуре мокрого термометра. Температура выходящей из градирни воды T_{w1} при постоянных параметрах окружающего воздуха ($T_{o.c}$, $\varphi_{o.c}$) зависит от удельных тепловой и гидравлической нагрузок, расхода охлаждающего воздуха и ряда других факторов. Изменение этих величин оказывает влияние на экономические показатели работы градирни [10].

В то же время изменения температуры поступающей в конденсатор воды T_{w1} и подогрева воды в конденсаторе $\Delta T_w = T_{w2} - T_{w1}$ сказываются на режиме работы холодильной установки, в частности, на условиях конденсации рабочего тела, а это влияет на производительность компрессоров, потребляемую ими мощность, и, следовательно, на экономические показатели холодильного оборудования. Поэтому обоснованный выбор значений параметров, характеризующих режим работы градирни и холодильного оборудования, должен осуществляться при комплексном рассмотрении и оптимизации совместной работы холодильной установки и входящего в ее состав водоохлаждающего устройства.

Ниже рассматривается методика динамической оптимизации одноцелевой одноступенчатой холодильной установки с оборотным водоснабжением [24]. Естественно, что все рассуждения справедливы и для двухступенчатых холодильных установок.

Схема одноцелевой одноступенчатой холодильной установки с оборотным водоснабжением приведена на рис.4.6.

Поскольку работа градирни оказывает влияние на условия конденсации рабочего тела, при создании термоэкономической модели представляется целесообразным включить водоохлаждающее устройство в зону *I* модели, в которую входят компрессор *II*, конденсатор *I2* и насос охлаждающей воды *I3*. В этом случае (рис.4.7) в зоне *I* должны дополнительно учитываться суммарные отчисления (нормативные, на реновацию и ремонт) от стоимости градирни z_{16} и вентилятора с электродвигателем z_{17} (при использовании вентиляторных градирен с принудительной подачей воздуха в ороситель), эксергия, подводимая к электродвигателю вентилятора градирни e_{17}, и расход свежей воды $v_{св}$ (идущей на восполнение потерь воды от испарения и механического уноса) с тарифом на нее $u_{w\,св}$. Включение в оптимизационную задачу градирни привело к появлению двух дополнительных оптимизирующих переменных, в качестве которых выбраны температура выходящей из градирни и поступающей в конденсатор воды T_{w1} и плотность орошения g_w. Оче-

видно, что при динамической оптимизации все эти вновь вводимые переменные также являются функцией времени, т.е. $T_{w1} = T_{w1}(\tau)$, $g_w = g_w(\tau)$, $v_{св} = v_{св}(\tau)$, $e_{17} = e_{17}(\tau)$.

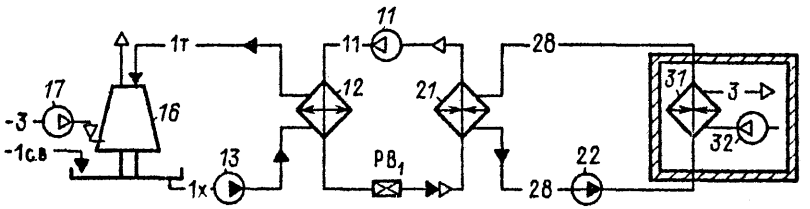


Рис.4.6

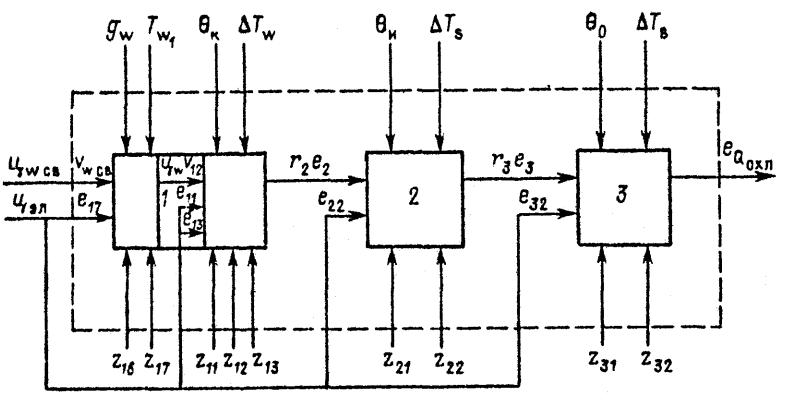


Рис.4.7

Следует обратить внимание на то, что приводимые далее рассуждения справедливы для случая использования конденсаторов, в которых не происходит разрыва струи воды (например, горизонтальных кожухотрубных).

При использовании конденсаторов с разрывом струи (вертикальных кожухотрубных) и расположении их на одном уровне с градирней в схеме водоснабжения должны предусматриваться две группы насосов *13* и *16*, первые из которых обеспечивают подачу воды из поддона градирни в конденсатор, а вторые – из поддона конденсатора в градирню. Так как их характеристики в

принципе должны быть близки друг к другу, такое изменение схемы может быть учтено удваиванием расхода энергии на насосы охлаждающей воды e_{13}, удваиванием величины отчислений от их стоимости z_{13} и удваиванием их количества при подборе конкретного оборудования.

Для унификации моделей, алгоритмов и программ предусмотрено поступление к зоне l из градирни оборотной воды с объемным расходом v_{12} ($v_{12} = v_{12}(\tau)$) и ценой, определяемой величиной отчислений (нормативных, на реновацию и ремонт) от стоимости градирни, стоимости вентилятора с электродвигателем, расходом электроэнергии на привод вентилятора и тарифом на электроэнергию, расходом добавляемой свежей воды и тарифом на нее.

Цена оборотной воды определяется выражением

$$u_w = \frac{u_{w\,св} v_{w\,св} + u_{эл} e_{17} + z_{16} + z_{17}}{v_{12}}. \qquad (4.19)$$

Выражение для функционала переменной части годовых приведенных затрат холодильной установки с оборотным водоснабжением, схема которой соответствует рис.4.6, а термоэкономическая модель - рис.4.7, имеет следующий вид:

$$I = [Z_{11}(e_2^{(p11)}, \theta_к^{(p11)}, \Delta T_w^{(p11)}, T_{w1}^{(p11)}) + Z_{12}(e_2^{(j)}, \theta_к^{(j)}, \Delta T_w^{(j)}, T_{w1}^{(j)}) +$$

$$+ Z_{13}(e_2^{(p13)}, \theta_к^{(p13)}, \Delta T_w^{(p13)}, T_{w1}^{(p13)}) + Z_{21}(e_3^{(j)}, \theta_и^{(j)}, \Delta T_в^{(j)}) + Z_{22}(e_3^{(p22)}, \theta_и^{(p22)}, \Delta T_в^{(p22)}) +$$

$$+ Z_{31}(e_{Q_{охл}}, \theta_0^{(j)}, \Delta T_в^{(j)}) + Z_{32}(e_{Q_{охл}}^{(p32)}, \theta_0^{(p32)}, \Delta T_в^{(p32)})] \tau_{р.г} +$$

$$+ u_{эл}\left\{ \sum_{j=1}^{t} [E_{11}(e_2^{(j)}, \theta_к^{(j)}, \Delta T_w^{(j)}, T_{w1}^{(j)}) \Delta\tau] + \sum_{j=1}^{t} [E_{13}(e_2^{(j)}, \theta_к^{(j)}, \Delta T_w^{(j)}, T_{w1}^{(j)}) \Delta\tau] + \right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{t} [E_{22}(e_3^{(j)}, \theta_и^{(j)}, \Delta T_в^{(j)}) \Delta\tau] + \sum_{j=1}^{t} [E_{32}(e_{Q_{охл}}^{(j)}, \theta_0^{(j)}, \Delta T_в^{(j)}) \Delta\tau] \right\} +$$

$$+ \sum_{j=1}^{t} [u_w(e_2^{(j)}, \theta_к^{(j)}, \Delta T_w^{(j)}, T_{w1}^{(j)}, g_w^{(j)}) V_{12}(e_2^{(j)}, \theta_к^{(j)}, \Delta T_w^{(j)}, T_{w1}^{(j)}) \Delta\tau] + \qquad (4.20)$$

$$+ \sum_{j=1}^{t} \{ r_2^{(j)} [E_2(e_3^{(j)}, \theta_и^{(j)}, \Delta T_в^{(j)}) - e_2^{(j)}] \Delta\tau \} + \sum_{j=1}^{t} \{ r_3^{(j)} [E_3(e_{Q_{охл}}^{(j)}, \theta_0^{(j)}, \Delta T_в^{(j)}) - e_3^{(j)}] \Delta\tau \},$$

где $j=1,2,\ldots,t$; $t=\tau_{р.г}/\Delta\tau$; g_w – удельная гидравлическая нагрузка на ороситель градирни (плотность орошения), кг/(с·м^2).

Полученное выражение (4.20) позволяет составить систему уравнений, определяющую минимальное значение функционала:

$$\sum_{j=1}^{t}\frac{\partial}{\partial\theta_к^{(j)}}\left[u_{эл}\left(E_{11}^{(j)}+E_{13}^{(j)}\right)+U_w^{(j)}V_{12}^{(j)}+Z_{12}^{(j)}\right]+t\left(\frac{\partial Z_{11}^{(p11)}}{\partial\theta_к^{(p11)}}+\frac{\partial Z_{13}^{(p13)}}{\partial\theta_к^{(p13)}}\right)=0,$$

$$\sum_{j=1}^{t}\frac{\partial}{\partial g_w^{(j)}}\left(U_w^{(j)}V_{12}^{(j)}\right)=0,$$

$$\sum_{j=1}^{t}\frac{\partial}{\partial\theta_и^{(j)}}\left(u_{эл}E_{22}^{(j)}+r_2^{(j)}E_2^{(j)}+Z_{21}^{(j)}\right)+t\frac{\partial Z_{22}^{(p22)}}{\partial\theta_и^{(p22)}}=0,$$

$$\sum_{j=1}^{t}\frac{\partial}{\partial\theta_0^{(j)}}\left(u_{эл}E_{32}^{(j)}+r_3^{(j)}E_3^{(j)}+Z_{31}^{(j)}\right)+t\frac{\partial Z_{32}^{(p32)}}{\partial\theta_0^{(p32)}}=0, \qquad (4.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial\Delta T_w^{(j)}}\left[u_{эл}\left(E_{11}^{(j)}+E_{13}^{(j)}\right)+U_w^{(j)}V_{12}^{(j)}+Z_{12}^{(j)}\right]+\frac{\partial Z_{11}^{(p11)}}{\partial\Delta T_w^{(p11)}}+\frac{\partial Z_{13}^{(p13)}}{\partial\Delta T_w^{(p13)}}=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial T_{w1}^{(j)}}\left[u_{эл}\left(E_{11}^{(j)}+E_{13}^{(j)}\right)+U_w^{(j)}V_{12}^{(j)}+Z_{12}^{(j)}\right]+\frac{\partial Z_{11}^{(p11)}}{\partial T_{w1}^{(p11)}}+\frac{\partial Z_{13}^{(p13)}}{\partial T_{w1}^{(p13)}}=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial\Delta T_в^{(j)}}\left(u_{эл}E_{22}^{(j)}+r_2^{(j)}E_2^{(j)}+Z_{21}^{(j)}\right)+\frac{\partial Z_{22}^{(p22)}}{\partial\Delta T_в^{(p22)}}=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial\Delta T_в^{(j)}}\left(u_{эл}E_{32}^{(j)}+r_3^{(j)}E_3^{(j)}+Z_{31}^{(j)}\right)+\frac{\partial Z_{32}^{(p32)}}{\partial\Delta T_в^{(p32)}}=0,$$

где

$$r_2^{(j)}=\frac{\partial}{\partial e_2^{(j)}}\left[u_{эл}\left(E_{11}^{(j)}+E_{13}^{(j)}\right)+U_w^{(j)}V_{12}^{(j)}+Z_{12}^{(j)}\right]+\frac{\partial Z_{11}^{(p11)}}{\partial e_2^{(p11)}}+\frac{\partial Z_{13}^{(p13)}}{\partial e_2^{(p13)}},$$

$$r_3^{(j)}=\frac{\partial}{\partial e_3^{(j)}}\left(u_{эл}E_{22}^{(j)}+r_2^{(j)}E_2^{(j)}+Z_{21}^{(j)}\right)+\frac{\partial Z_{22}^{(p22)}}{\partial e_3^{(p22)}},\quad j=1,2,\ldots,t;\quad t=\frac{\tau_{р.г}}{\Delta\tau}.$$

Решение системы уравнений (4.21) позволяет получить оптимальные значения характеристик элементов оборудования и оптимальные законы изменения расхода всех сред, обеспечивающие минимальную величину функционала, т.е. переменной части приведенных затрат для рассматриваемой холодильной установки с системой оборотного водоснабжения.

Включение в оптимизационную задачу водоохлаждающего устройства требует разработки математического описания происходящих в градирне процессов в развернутой форме.

Ниже приводятся основные закономерности.

В отличие от существующих методов расчетов градирен, ориентированных на фиксированный расход воздуха через ороситель и рассмотрение наиболее тяжелых условий их работы, в предлагаемой методике наряду с перечисленными ранее еще ряд величин - температура мокрого термометра, относительная влажность атмосферного воздуха, тепловая нагрузка, а в результате и массовый расход воздуха через градирню рассматриваются как некоторые функции времени $T_{м.т} = T_{м.т}(\tau)$, $\varphi_{о.с} = \varphi_{о.с}(\tau)$, $q_F = q_F(\tau)$, $G_в = G_в(\tau)$. Это дает возможность осуществить численное интегрирование системы дифференциальных уравнений, описывающих закономерности испарительного охлаждения воды в градирне для разных отрезков времени в течение года.

Для численного решения задачи ороситель градирни делится горизонтальными сечениями на m слоев высотой $\Delta h_{ор}$, и расчет производится последовательно с нижнего слоя. При этом делаются следующие допущения:

- состояние воздуха и температура воды в пределах слоя оросителя не изменяются, изменение происходит на границе слоя;
- температура поверхности пленки воды равна температуре воды в данном слое;
- количество воды по высоте оросителя не изменяется: $G_{w1} = G_{w2} = \ldots = G_w = \text{const}$;
- парциальное давление сухого воздуха постоянно.

Массовый расход воздуха, необходимый для отвода теплоты конденсации, равен

$$G_в = Q_w / \Delta i_в ,$$

где Q_w - количество теплоты, отдаваемое водой; $\Delta i_в$ - изменение энтальпии воздуха.

Количество теплоты $\Delta Q_{\alpha i}$, полученное воздухом в результате конвективного теплообмена в слое оросителя высотой $\Delta h_{ор\,i}$, определяется зависимостью

$$\Delta Q_{\alpha i} = \alpha_{v i}(T_{w i} - T_{в i})\Delta V_{ор\,i} , \qquad (4.22)$$

где $\alpha_{v i}$ - объемный коэффициент теплоотдачи; $T_{w i}$ - температура воды в пределах слоя; $T_{в i}$ - температура воздуха в пределах слоя: $\Delta V_{ор\,i} = F_{ор}\Delta h_{ор\,i}$ - объем оросителя в пределах слоя.

Объемный коэффициент теплоотдачи вычисляется по выражению

$$\alpha_{vi} / \beta_{xvi} = c_{вл\,i}, \qquad (4.23)$$

где β_{xvi} – объемный коэффициент массопереноса; $c_{вл\,i} = 1+1{,}84\,d_i$ – удельная теплоемкость влажного воздуха; d_i – влагосодержание воздуха. Для вычисления объемного коэффициента массопереноса используется эмпирическая зависимость

$$\beta_{xv} = A g_w^n g_в^m, \qquad (4.24)$$

которая на основании рекомендуемого допущения ($n + m = 1$) приводится к виду

$$\beta_{xv} = A g_w \lambda^m, \qquad (4.24а)$$

где $g_в$ – массовая скорость воздуха, кг/(м^2·с); g_w – плотность орошения, кг/(м^2·с); $\lambda = G_в / G_w$ – отношение массовых расходов воздуха и воды; A, m, n – индивидуальные постоянные коэффициенты, зависящие от типа градирни.

Температура воздуха при прохождении слоя оросителя высотой $\Delta h_{op\,i}$ изменяется на величину

$$\Delta T_{в\,i} = \frac{\Delta Q_{w\,i}}{G_в c_в}. \qquad (4.25)$$

Количество испарившейся воды определяется выражением

$$\Delta G_{w\,i} = \beta_{xv\,i} (d_{T_{w\,i}} - d_i) \Delta V_{op\,i}, \qquad (4.26)$$

где $d_{T_{w\,i}}$ – влагосодержание насыщенного воздуха у поверхности пленки воды с температурой $T_{w\,i}$.

Влагосодержание воздуха при прохождении слоя оросителя высотой $\Delta h_{op\,i}$ изменяется на величину

$$\Delta d_i = \frac{\Delta G_{w\,i}}{G_в}. \qquad (4.27)$$

Количество теплоты, передаваемое воздуху за счет испарения воды, определяется зависимостью

$$\Delta Q_{\beta\,i} = r(T_{w\,i}) \Delta G_{w\,i}, \qquad (4.28)$$

где $r(T_{w\,i}) = 2500 + 1{,}88\,T_{w\,i}$ – скрытая теплота парообразования воды при температуре $T_{w\,i}$. Общее количество теплоты, отданное

водой при прохождении слоя, определяется суммированием количеств теплоты, вычисляемых из выражений (4.22) и (4.28): $\Delta Q_i = \Delta Q_{\alpha i} + \Delta Q_{\beta i}$, а величина подохлаждения воды при прохождении слоя оросителя высотой $\Delta h_{op\,i}$

$$\Delta T_{wi} = \frac{\Delta Q_i}{G_w c_w}. \qquad (4.29)$$

Энтальпия воздуха при прохождении слоя оросителя высотой $\Delta h_{op\,i}$ изменяется на величину

$$\Delta i_{в\,i} = \frac{\Delta Q_i}{G_в}. \qquad (4.30)$$

В результате этого расчета определяется состояние воздуха, покидающего слой оросителя:

$$T_{в(i+1)} = T_{в\,i} + \Delta T_{в\,i}, \quad d_{(i+1)} = d_i + \Delta d_i, \quad i_{в(i+1)} = i_{в\,i} + \Delta i_{в\,i}$$

и температура воды на верхней границе слоя $T_{w(i+1)} = T_{wi} + \Delta T_{wi}$.

Значения этих величин являются исходными для расчета процессов тепло-массопереноса в пределах следующего слоя $\Delta h_{op(i+1)}$.

Полученные соотношения справедливы для случая, когда воздух, проходящий через ороситель, не достигает состояния насыщения. В случае, если после одного из слоев влагосодержание воздуха превысит значение влагосодержания насыщенного воздуха при соответствующей температуре, предусматривается определение массы водяного пара, который будет конденсироваться в воздухе. Подогрев воздуха в этом слое оросителя будет определяться не зависимостью (4.25), а будет вычисляться по формуле

$$\Delta T_{в\,i} = \frac{\Delta Q_{\alpha i}}{G_в c_в} + \frac{r(T_{в\,i})\Delta G_к}{G_в c_в}, \qquad (4.25а)$$

где $r(T_{в\,i})$ – скрытая теплота парообразования воды при соответствующей температуре воздуха $T_{в\,i}$; $\Delta G_к = (d_i - d''_{T_{в\,i}})G_в$ – массовый расход конденсирующегося водяного пара; d_i – влагосодержание воздуха; $d_{T_{в\,i}}$ – влагосодержание насыщенного воздуха при соответствующей температуре $T_{в\,i}$.

Расчет производится последовательно для всех слоев оросителя. В результате находятся значения следующих величин для рассматриваемого промежутка времени $\Delta\tau_j$ ($j = 1, 2, \ldots, t$):

$$\Delta T_{вj} = \sum_{i=1}^{m} \Delta T_{вi}, \quad \Delta d_j = \sum_{i=1}^{m} \Delta d_i,$$
$$\Delta i_{вj} = \sum_{i=1}^{m} \Delta i_{вi}, \quad \Delta T_{wj} = \sum_{i=1}^{m} \Delta T_{wi}, \quad Q_{wj} = \sum_{i=1}^{m} \Delta Q_i. \tag{4.31}$$

Добиваясь равенства полученного значения ΔT_{wj} принятому значению оптимизирующей переменной ΔT_w, а величины Q_{wj} – количеству теплоты, отводимой в градирне при полученном значении T_{w1j}, находят действительный массовый расход воздуха $G_в$.

Таким образом, принятый алгоритм решения представляет собой итеративную процедуру, в которой определяется расход воздуха, необходимого для охлаждения воды в градирне, в режиме совместной работы холодильной установки и водоохлаждающего устройства при полном использовании теплообменной поверхности оросителя.

По известному массовому расходу воздуха можно вычислить необходимый напор, который должен обеспечить вентилятор:

$$H = \frac{V^2 \bar{\rho}}{F_{op}^2 2} \Sigma\zeta, \tag{4.32}$$

где V – объемный расход воздуха, м^3/с; $\bar{\rho}$ – средняя плотность воздуха в градирне, кг/м^3; $\Sigma\zeta$ – коэффициент полного аэродинамического сопротивления градирни, определяемый по зависимости

$$\Sigma\zeta = a g_w + b, \tag{4.33}$$

где a, b – коэффициенты, выбранные по справочной литературе для данного типа градирни.

Зная начальное состояние воздуха и используя зависимости (4.31), можно определить плотность воздуха при выходе из градирни и среднюю плотность воздуха в градирне.

Эксергию, необходимую для привода вентилятора градирни, находим по формуле

$$e_{17} = \frac{VH}{\eta_{вг}\eta_{двг}}, \tag{4.34}$$

где $\eta_{вг}$ – к.п.д. вентилятора градирни; $\eta_{двг}$ – к.п.д. электродвигателя вентилятора градирни.

Отчисления от стоимости градирни определяются в зависимости от выбранного типа градирни и необходимой площади оросителя:

$$z_{16}=\frac{(k_{н16}+k_{р16})(A_{16}+B_{16}F_{ор})}{\tau_{р.г}}. \qquad (4.35)$$

Отчисления от стоимости вентилятора градирни с электродвигателем определяются аналогично другим подобным устройствам

$$z_{17}=\frac{(k_{н17}+k_{р17})(A_{17}+B_{17}V)}{\tau_{р.г}}. \qquad (4.36)$$

4.3. Многоцелевые холодильные установки

В реальных условиях производства искусственного холода широкое применение находят многоцелевые холодильные установки, предназначенные для одновременного отвода теплоты от нескольких охлаждаемых объектов с различными температурами. Эти установки имеют несколько испарительных систем, возможно даже различного типа, различные схемы (одно или двухступенчатые) сжатия рабочего тела и общий конденсатор с общим водоохлаждающим устройством.

Используя принятые ранее обозначения отдельных элементов холодильной установки и обозначая элементы, относящиеся к различным системам, предназначенным для отвода теплоты от охлаждаемых объектов с различными температурами, подстрочным индексом i, суммарную величину годовых приведенных затрат можно в общем случае записать так:

$$П3=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{t}\left\{\left[u_{эл}\left(\mathcal{E}^{(j)}_{11(i)}+\mathcal{E}^{(j)}_{13(i)}+\mathcal{E}^{(j)}_{14(i)}+\mathcal{E}^{(j)}_{22(i)}+\mathcal{E}^{(j)}_{32(i)}\right)+u^{(j)}_{w}V^{(j)}_{12(i)}\right]\Delta\tau\right\}+ \qquad (4.37)$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\left[\left(Z^{(p11)}_{11(i)}+Z^{(j)}_{12(i)}+Z^{(p13)}_{13(i)}+Z^{(p14)}_{14(i)}+Z^{(j)}_{15(i)}+Z^{(j)}_{21(i)}+Z^{(p22)}_{22(i)}+Z^{(j)}_{31(i)}+Z^{(p32)}_{32(i)}\right)\tau_{р.г}\right],$$

где $j=1,2,\ldots,t$; $t=\tau_{р.г}/\Delta\tau$; $i=1,2,\ldots,n$ – число уровней температуры. Величины $Z_{12(i)}$, $Z_{13(i)}$, $\mathcal{E}^{(j)}_{13(i)}$, $V^{(j)}_{12(i)}$ имеют смысл долевых составляющих отчислений от стоимости конденсатора, насосов для подачи охлаждающей оборотной воды, расхода энергии на привод насосов охлаждающей воды и общего расхода охлаждающей оборотной воды, приходящиеся на каждую i-ю ветвь холодильной установки в j-й промежуток времени. Таким образом, выражение (4.37) представляет собой сумму приведенных затрат для

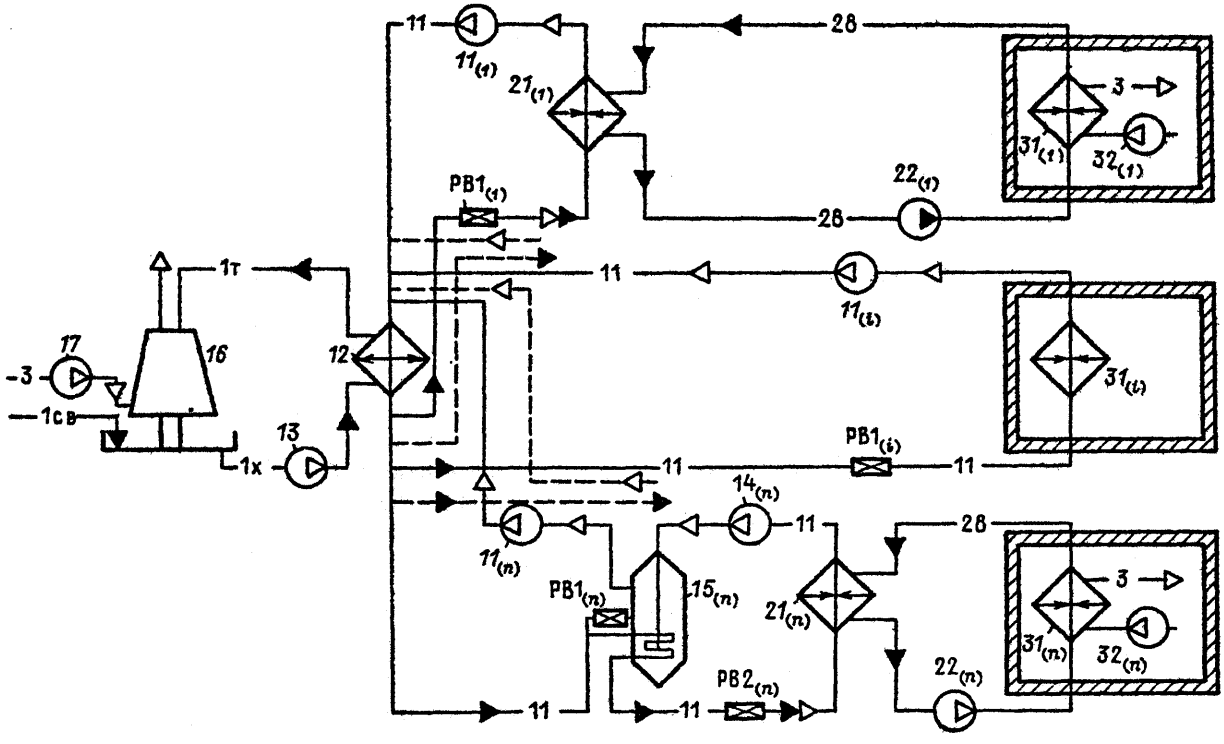

11
$11_{(1)}$
$21_{(1)}$
28
3
$31_{(1)}$
$32_{(1)}$
$22_{(1)}$
$PB1_{(1)}$
28
1т
11
$11_{(i)}$
17
-3
16
12
$31_{(i)}$
1св
13
$PB1_{(i)}$
1х
11
11
$14_{(n)}$
11
28
$11_{(n)}$
$PB1_{(n)}$
$15_{(n)}$
$21_{(n)}$
3
$31_{(n)}$
$32_{(n)}$
$22_{(n)}$
$PB2_{(n)}$
11
11

Рис.4.8

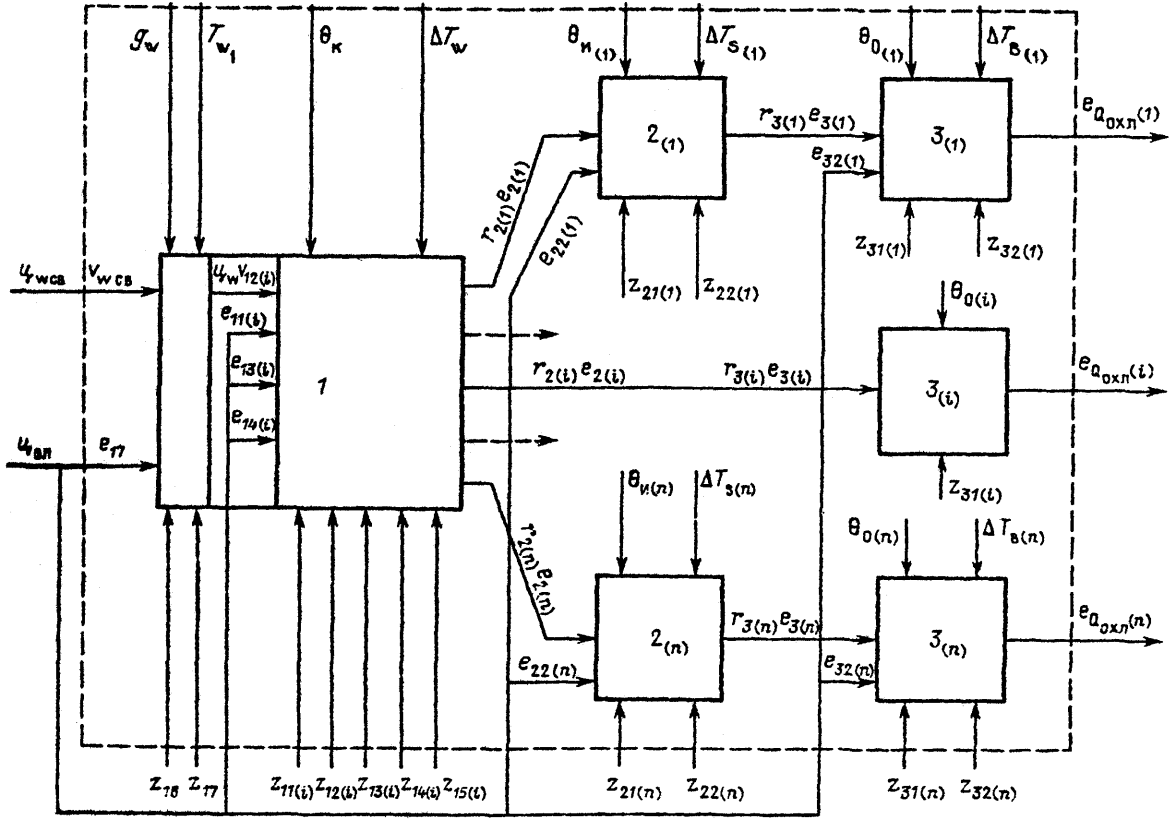

g_w
T_{w_1}
$\theta_к$
ΔT_w
$\theta_{и(1)}$
$\Delta T_{з(1)}$
$\theta_{0(1)}$
$\Delta T_{в(1)}$
$q_{wсв}$
$V_{wсв}$
$q_{wV_{12(i)}}$
$e_{11(i)}$
$e_{13(i)}$
$e_{14(i)}$
$q_{вл}$
e_{17}
1
$r_{2(1)}e_{2(1)}$
$e_{22(1)}$
$2_{(1)}$
$r_{3(1)}e_{3(1)}$
$3_{(1)}$
$e_{32(1)}$
$e_{q_{охл}(1)}$
$z_{21(1)}$
$z_{22(1)}$
$z_{31(1)}$
$z_{32(1)}$
$r_{2(i)}e_{2(i)}$
$r_{3(i)}e_{3(i)}$
$\theta_{0(i)}$
$3_{(i)}$
$e_{q_{охл}(i)}$
$z_{31(i)}$
$\theta_{и(n)}$
$\Delta T_{з(n)}$
$\theta_{0(n)}$
$\Delta T_{в(n)}$
$r_{2(n)}e_{2(n)}$
$2_{(n)}$
$r_{3(n)}e_{3(n)}$
$3_{(n)}$
$e_{32(n)}$
$e_{q_{охл}(n)}$
$e_{22(n)}$
$z_{21(n)}$
$z_{22(n)}$
$z_{31(n)}$
$z_{32(n)}$
z_{16} z_{17}
$z_{11(i)}z_{12(i)}z_{13(i)}z_{14(i)}z_{15(i)}$

Рис.4.9

каждой ветви холодильной установки, обслуживающей соответствующие охлаждаемые объекты:

$$ПЗ = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{t} ПЗ_{(i)}^{(j)} . \qquad (4.37а)$$

Выражение (4.37а) определяет вид термоэкономической модели многоцелевой холодильной установки. Эта модель представляет собой параллельное соединение ряда отдельных термоэкономических моделей одноцелевых холодильных установок, обеспечивающих отвод теплоты от охлаждаемых объектов с различными температурами, при условии, что конденсатор и водоохлаждающее устройство (если рассматривается система с оборотным водоснабжением) являются общими, а значит, подогрев воды в конденсаторе ΔT_w, температурный напор в конденсаторе $\theta_к$, температура поступающей в конденсатор воды T_{w1} и плотность орошения в градирне g_w будут одинаковыми для всех установок.

Для многоцелевой установки, функциональная схема которой изображена на рис.4.8, термоэкономическая модель будет иметь вид, как показано на рис. 4.9.

Выражение функционала, определяющего переменную часть приведенных затрат для этой установки, может быть записано в виде

$$I = \sum_{i=1}^{n} \Big\{ \Big[Z_{11(i)}\big(e_{2(i)}^{(p11\,i)}, \theta_к^{(p11\,i)}, \Delta T_w^{(p11\,i)}, T_{w1}^{(p11\,i)}, \theta_{п.с(i)}^{(p11\,i)}, \Delta T_{п.с(i)}^{(p11\,i)}\big) +$$

$$+ Z_{12(i)}\big(e_{2(i)}^{(j)}, \theta_к^{(j)}, \Delta T_w^{(j)}, T_{w1}^{(j)}, \theta_{п.с(i)}^{(j)}, \Delta T_{п.с(i)}^{(j)}\big) + Z_{15(i)}\big(e_{2(i)}^{(j)}, \theta_к^{(j)}, \Delta T_w^{(j)}, T_{w1}^{(j)}, \theta_{п.с(i)}^{(j)}, \Delta T_{п.с(i)}^{(j)}\big) +$$

$$+ Z_{13(i)}\big(e_{2(i)}^{(p13\,i)}, \theta_к^{(p13\,i)}, \Delta T_w^{(p13\,i)}, T_{w1}^{(p13\,i)}, \theta_{п.с(i)}^{(p13\,i)}, \Delta T_{п.с(i)}^{(p13\,i)}\big) +$$

$$+ Z_{14(i)}\big(e_{2(i)}^{(p14\,i)}, \theta_к^{(p14\,i)}, \Delta T_w^{(p14\,i)}, T_{w1}^{(p14\,i)}, \theta_{п.с(i)}^{(p14\,i)}, \Delta T_{п.с(i)}^{(p14\,i)}\big) +$$

$$+ Z_{21(i)}\big(e_{3(i)}^{(j)}, \theta_{и(i)}^{(j)}, \Delta T_{s(i)}^{(j)}\big) + Z_{22(i)}\big(e_{3(i)}^{(p22\,i)}, \theta_{и(i)}^{(p22\,i)}, \Delta T_{s(i)}^{(p22\,i)}\big) +$$

$$+ Z_{31(i)}\big(e_{Q_{охл}(i)}^{(j)}, \theta_{0(i)}^{(j)}, \Delta T_{в(i)}^{(j)}\big) + Z_{32(i)}\big(e_{Q_{охл}(i)}^{(p32\,i)}, \theta_{0(i)}^{(p32\,i)}, \Delta T_{в(i)}^{(p32\,i)}\big)\Big] \tau_{р.г} \Big\} +$$

$$+ ц_{эл} \sum_{i=1}^{n} \Big\{ \sum_{j=1}^{t} \big[E_{11(i)}\big(e_{2(i)}^{(j)}, \theta_к^{(j)}, \Delta T_w^{(j)}, T_{w1}^{(j)}, \theta_{п.с(i)}^{(j)}, \Delta T_{п.с(i)}^{(j)}\big) \Delta\tau \big] +$$

$$+ \sum_{j=1}^{t} \big[E_{13(i)}\big(e_{2(i)}^{(j)}, \theta_к^{(j)}, \Delta T_w^{(j)}, T_{w1}^{(j)}, \theta_{п.с(i)}^{(j)}, \Delta T_{п.с(i)}^{(j)}\big) \Delta\tau \big] +$$

$$+\sum_{j=1}^{t}\left[E_{14(i)}\left(e_{2(i)}^{(j)},\theta_{к}^{(j)},\Delta T_{w}^{(j)},T_{w1}^{(j)},\theta_{п.с(i)}^{(j)},\Delta T_{п.с(i)}^{(j)}\right)\Delta\tau\right]+$$

$$+\sum_{j=1}^{t}\left[E_{22(i)}\left(e_{3(i)}^{(j)},\theta_{и(i)}^{(j)},\Delta T_{s(i)}^{(j)}\right)\Delta\tau\right]+\sum_{j=1}^{t}\left[E_{32(i)}\left(e_{Q_{охл}(i)}^{(j)},\theta_{0(i)}^{(j)},\Delta T_{в(i)}^{(j)}\right)\Delta\tau\right]\Bigg\}+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{t}\left[U_{w}^{(j)}\left(e_{2(i)}^{(j)},\theta_{к}^{(j)},\Delta T_{w}^{(j)},T_{w1}^{(j)},g_{w}^{(j)},\theta_{п.с(i)}^{(j)},\Delta T_{п.с(i)}^{(j)}\right)\times\right.$$

$$\left.\times V_{12(i)}\left(e_{2(i)}^{(j)},\theta_{к}^{(j)},\Delta T_{w}^{(j)},T_{w1}^{(j)},\theta_{п.с(i)}^{(j)},\Delta T_{п.с(i)}^{(j)}\right)\Delta\tau\right]+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{t}\left\{r_{2(i)}^{(j)}\left[E_{2(i)}\left(e_{3(i)}^{(j)},\theta_{и(i)}^{(j)},\Delta T_{s(i)}^{(j)}\right)-e_{2(i)}^{(j)}\right]\Delta\tau\right\}+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{t}\left\{r_{3(i)}^{(j)}\left[E_{3(i)}\left(e_{Q_{охл}(i)}^{(j)},\theta_{0(i)}^{(j)},\Delta T_{в(i)}^{(j)}\right)-e_{3(i)}^{(j)}\right]\Delta\tau\right\},\quad(4.36)$$

где $i=1,2,\ldots,n$; $j=1,2,\ldots,t$; $t=\tau_{р.г}/\Delta\tau$.

Приведенное выражение функционала (4.38) позволяет составить следующую систему уравнений:

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{\sum_{j=1}^{t}\left[\frac{\partial}{\partial\theta_{к}^{(j)}}\left(u_{эл}\left(E_{11(i)}^{(j)}+E_{13(i)}^{(j)}+E_{14(i)}^{(j)}\right)+U_{w}^{(j)}V_{12(i)}^{(j)}+Z_{12(i)}^{(j)}+Z_{15(i)}^{(j)}\right)\right]+\right.$$

$$\left.+t\left(\frac{\partial Z_{11(i)}^{(p11\,i)}}{\partial\theta_{к}^{(p11\,i)}}+\frac{\partial Z_{13(i)}^{(p13\,i)}}{\partial\theta_{к}^{(p13\,i)}}+\frac{\partial Z_{14(i)}^{(p14\,i)}}{\partial\theta_{к}^{(p14\,i)}}\right)\right\}=0,$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{t}\frac{\partial}{\partial g_{w}^{(j)}}\left(U_{w}^{(j)}V_{12(i)}^{(j)}\right)=0,$$

$$\sum_{j=1}^{t}\left\{\frac{\partial}{\partial\theta_{п.с(i)}^{(j)}}\left[u_{эл}\left(E_{11(i)}^{(j)}+E_{13(i)}^{(j)}+E_{14(i)}^{(j)}\right)+U_{w}^{(j)}V_{12(i)}^{(j)}+Z_{12(i)}^{(j)}+Z_{15(i)}^{(j)}\right]\right\}+$$

$$+t\left(\frac{\partial Z_{11(i)}^{(p11\,i)}}{\partial\theta_{п.с(i)}^{(p11\,i)}}+\frac{\partial Z_{13(i)}^{(p13\,i)}}{\partial\theta_{п.с(i)}^{(p13\,i)}}+\frac{\partial Z_{14(i)}^{(p14\,i)}}{\partial\theta_{п.с(i)}^{(p14\,i)}}\right)=0,$$

$$\sum_{j=1}^{t}\left[\frac{\partial}{\partial\theta_{и(i)}^{(j)}}\left(u_{эл}E_{22(i)}^{(j)}+r_{2(i)}^{(j)}E_{2(i)}^{(j)}+Z_{21(i)}^{(j)}\right)\right]+t\,\frac{\partial Z_{22(i)}^{(p22\,i)}}{\partial\theta_{и(i)}^{(p22\,i)}}=0,$$

$$\sum_{j=1}^{t}\left[\frac{\partial}{\partial\theta_{0(i)}^{(j)}}\left(u_{эл}E_{32(i)}^{(j)}+r_{3(i)}^{(j)}E_{3(i)}^{(j)}+Z_{31(i)}^{(j)}\right)\right]+t\,\frac{\partial Z_{32(i)}^{(p32\,i)}}{\partial\theta_{0(i)}^{(p32\,i)}}=0,$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{\partial}{\partial\Delta T_{w}^{(j)}}\left[u_{эл}\left(E_{11(i)}^{(j)}+E_{13(i)}^{(j)}+E_{14(i)}^{(j)}\right)+U_{w}^{(j)}V_{12(i)}^{(j)}+Z_{12(i)}^{(j)}+Z_{15(i)}^{(j)}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial Z_{11(i)}^{(p11\,i)}}{\partial\Delta T_{w}^{(p11\,i)}}+\frac{\partial Z_{13(i)}^{(p13\,i)}}{\partial\Delta T_{w}^{(p13\,i)}}+\frac{\partial Z_{14(i)}^{(p14\,i)}}{\partial\Delta T_{w}^{(p14\,i)}}\right\}=0,$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{\partial}{\partial T_{w1}^{(j)}}\left[u_{эл}\left(E_{11(i)}^{(j)}+E_{13(i)}^{(j)}+E_{14(i)}^{(j)}\right)+U_{w}^{(j)}V_{12(i)}^{(j)}+Z_{12(i)}^{(j)}+Z_{15(i)}^{(j)}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial Z_{11(i)}^{(p11i)}}{\partial T_{w1}^{(p11i)}}+\frac{\partial Z_{13(i)}^{(p13i)}}{\partial T_{w1}^{(p13i)}}+\frac{\partial Z_{14(i)}^{(p14i)}}{\partial T_{w1}^{(p14i)}}\right\}=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T_{n.c(i)}^{(j)}}\left[u_{эл}\left(E_{11(i)}^{(j)}+E_{13(i)}^{(j)}+E_{14(i)}^{(j)}\right)+U_{w}^{(j)}V_{12(i)}^{(j)}+Z_{12(i)}^{(j)}+Z_{15(i)}^{(j)}\right]+$$

$$+\frac{\partial Z_{11(i)}^{(p11i)}}{\partial \Delta T_{n.c(i)}^{(p11i)}}+\frac{\partial Z_{13(i)}^{(p13i)}}{\partial \Delta T_{n.c(i)}^{(p13i)}}+\frac{\partial Z_{14(i)}^{(p14i)}}{\partial \Delta T_{n.c(i)}^{(p14i)}}=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T_{в(i)}^{(j)}}\left(u_{эл}E_{22(i)}^{(j)}+r_{2(i)}^{(j)}E_{2(i)}^{(j)}+Z_{21(i)}^{(j)}\right)+\frac{\partial Z_{22(i)}^{(p22i)}}{\partial \Delta T_{в(i)}^{(p22i)}}=0, \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T_{в(i)}^{(j)}}\left(u_{эл}E_{32(i)}^{(j)}+r_{3(i)}^{(j)}E_{3(i)}^{(j)}+Z_{31(i)}^{(j)}\right)+\frac{\partial Z_{32(i)}^{(p32i)}}{\partial \Delta T_{в(i)}^{(p32i)}}=0,$$

где

$$r_{2(i)}^{(j)}=\frac{\partial}{\partial e_{2(i)}^{(j)}}\left[u_{эл}\left(E_{11(i)}^{(j)}+E_{13(i)}^{(j)}+E_{14(i)}^{(j)}\right)+U_{w}^{(j)}V_{12(i)}^{(j)}+Z_{12(i)}^{(j)}+Z_{15(i)}^{(j)}\right]+$$

$$+\frac{\partial Z_{11(i)}^{(p11i)}}{\partial e_{2(i)}^{(p11i)}}+\frac{\partial Z_{13(i)}^{(p13i)}}{\partial e_{2(i)}^{(p13i)}}+\frac{\partial Z_{14(i)}^{(p14i)}}{\partial e_{2(i)}^{(p14i)}};$$

$$r_{3(i)}^{(j)}=\frac{\partial}{\partial e_{3(i)}^{(j)}}\left(u_{эл}E_{22(i)}^{(j)}+r_{2(i)}^{(j)}E_{2(i)}^{(j)}+Z_{21(i)}^{(j)}\right)+\frac{\partial Z_{22(i)}^{(p22i)}}{\partial e_{3(i)}^{(p22i)}};$$

$$i=1,2,\ldots,n;\quad j=1,2,\ldots,t;\quad t=\tau_{p.г}/\Delta\tau.$$

Решение системы уравнений (4.39) может осуществляться на основании последовательного рассмотрения входящих в состав многоцелевой холодильной установки испарительных систем с установлением их взаимного влияния, взаимного влияния этих систем и общего конденсатора, а также общего водоохлаждающего устройства.

В результате решения может быть получен набор дискретных значений оптимизирующих переменных, определяющий оптимальный закон их изменения во времени для каждой температуры охлаждения объекта. При этом общий расход охлаждающей воды определяется суммированием расходов по каждой ветви. Аналогично определяется суммарная теплопередающая поверхность конденсаторов и суммарная производительность насосов охлаждающей оборотной воды. Суммарная производительность вентиляторов градирни и сум-

марная поверхность оросителя градирни определяются по общей нагрузке на водоохлаждающее устройство.

Полученные (через дискретные наборы оптимизирующих переменных) законы изменения расходов охлаждающих и охлаждаемых сред, а также рабочего тела в сочетании с определенными значениями поверхностей теплообменных аппаратов обеспечивают минимальные затраты на производство искусственного холода в многоцелевой холодильной установке с учетом изменения нагрузки и параметров окружающей среды в течение рассматриваемого периода времени - года.

Как уже отмечалось в п.2.2, переход к динамической оптимизации приводит к резкому увеличению размерности решаемой задачи. Это особенно существенно при рассмотрении многоцелевых холодильных установок, работающих на три-четыре температуры кипения. В связи с изложенным в ЛТИХП на базе теории динамического программирования была разработана методика решения оптимизационных задач, позволившая существенно сократить их размерность [26].

Сущность этой методики сводится к решению задачи динамической оптимизации в несколько стадий. На первой стадии при некоторых фиксированных значениях параметров системы F_i за счет выбора параметров оптимального управления ΔT_{ij} находится локальный минимум функционала. В дальнейшем направленным поиском устанавливается оптимальное значение параметров системы $F_{i\,opt}$, определяющих оптимальное значение параметров состояния $\theta_{ij\,opt}$, и осуществляется выбор параметров оптимального управления $\Delta T_{ij\,opt}$, обеспечивающих минимум рассматриваемого функционала.

4.4. Оптимизация значений коэффициента теплопередачи ограждений охлаждаемых помещений

Приведенные примеры методики динамической оптимизации одноцелевых и многоцелевой одноступенчатой и двухступенчатой холодильных установок с проточной и оборотной системами водоснабжения далеко не исчерпывают возможностей термоэкономического подхода к решению оптимизационных задач. Наряду с оптимизацией по экономическим показателям термоэкономический подход позволяет выбрать в качестве целевой функции, например, массовые или объемные показатели системы, что особенно существенно для оптимизации транспортных холодильных установок.

При использовании в качестве целевой функции массы системы методика решения оптимизационной задачи остается неизменной. Однако в качестве характеристики элементов оборудования x_i в этом случае должна приниматься не стоимостная, а массовая их оценка. Точно так же вместо стоимости энергии, потребляемой холодильной системой от внешнего источника, должна оцениваться масса энергогенерирующего оборудования и масса топлива, затрачиваемого на производство необходимого количества энергии [28].

Существуют и другие задачи, которые могут быть решены на основании термоэкономического подхода. Рассмотренная методика моделирования и оптимизации отличается использованием системного подхода к холодильной установке, основанного на возможностях, открываемых широкой декомпозицией системы.

Все рассмотренные изменения схемы (переход от одноступенчатого сжатия к двухступенчатому, работа установки с оборотной системой водоснабжения, анализ условий работы многоцелевой установки, обслуживающей ряд охлаждаемых объектов с различными температурами) касались зоны *1* термоэкономической модели, при этом подчеркивалось, что все зависимости, используемые в зонах *2* и *3*, остаются неизменными.

Однако изменения могут вноситься и в эти области термоэкономической модели. На холодильных предприятиях, предназначенных для термической обработки и хранения при пониженных температурах скоропортящихся продуктов, как правило, имеется большое количество охлаждаемых помещений, предназначенных для поддержания в них температуры ниже температуры окружающей среды. Для уменьшения количества теплоты, проникающей в охлаждаемые помещения из окружающей среды, ограждения охлаждаемых помещений имеют тепловую изоляцию. Затраты на создание тепловой изоляции охлаждаемых помещений могут достигать 25-40% стоимости холодильного сооружения, поэтому выбор коэффициента теплопередачи ограждений, а значит, и толщины слоя тепловой изоляции может существенно сказываться на стоимости холодильника.

В настоящее время значения коэффициента теплопередачи наружных ограждений охлаждаемых помещений определяются по нормативным документам в зависимости от среднегодовой температуры района строительства холодильного предприятия и температуры охлаждаемого помещения. Широкий диапазон изменения среднегодо-

вой температуры в пределах одной климатической зоны (от 0 до 9 °С, что практически охватывает почти всю территорию Советского Союза) позволяет высказать сомнения по поводу достаточно серьезной обоснованности существующей методики выбора значения коэффициента теплопередачи наружных ограждений.

В то же самое время наличие методики динамической оптимизации многоцелевых холодильных установок делает закономерным вопрос о целесообразности включения выбора коэффициента теплопередачи наружных ограждений холодильника в общую систему оптимизации холодильной установки.

Оптимизация коэффициента теплопередачи наружных ограждений холодильника, а значит, оптимизация толщины слоя тепловой изоляции ограждений может базироваться на наличии следующих конкурирующих свойств: изменение толщины слоя тепловой изоляции сказывается, с одной стороны, на стоимости холодильника, а с другой - на стоимости холодильного оборудования и расходе энергии на производство искусственного холода. Следует иметь в виду, что при хранении неупакованного груза толщина слоя тепловой изоляции и величина обусловленных ею теплопритоков в охлаждаемое помещение будет также влиять и на величину потерь груза от естественной убыли (усушки).

Перечисленные факторы обосновывают принципиальную возможность оптимизации значений коэффициента теплопередачи тепловой изоляции и определяют актуальность этой задачи. Однако практическое решение такой оптимизационной задачи встречает определенные трудности. При рассмотрении методики оптимизации как одноцелевых, так и многоцелевых холодильных установок в качестве исходной величины неизменно использовалась холодопроизводительность, т.е. количество теплоты, которое должно быть отведено от охлаждаемого объекта для поддержания его температуры на заданном уровне. При включении в оптимизационную систему коэффициента теплопередачи наружных ограждений, т.е. толщины слоя тепловой изоляции, однозначное определение и задание холодопроизводительности становится невозможным.

В этом случае приходится иметь дело с новым классом задач - оптимизации при неполностью заданных параметрах оптимизируемой системы. Традиционный технико-экономический подход не позволяет решить поставленную задачу, в то время как термоэконо-

мический подход дает возможность составить математическое описание модели холодильной установки при неполностью заданных параметрах системы и осуществить ее оптимизацию.

Ниже излагается методика решения оптимизационной задачи, предусматривающая наряду с оптимизацией холодильного оборудования и режима его эксплуатации также и оптимизацию коэффициента теплопередачи наружных ограждений.

Общее количество теплоты, проникающее в охлаждаемое помещение, определяется, как известно, выражением [14]

$$Q_{охл} = Q_{1т} + Q_{1с} + Q_2 + Q_3 + Q_4 , \qquad (4.40)$$

где $Q_{1т}$ – теплоприток через ограждения, вызываемый разностью температур; $Q_{1с}$ – теплоприток через ограждения, вызываемый воздействием солнечной радиации; Q_2 – теплоприток от грузов, подвергаемых термической обработке; Q_3 – теплоприток с воздухом, используемым для вентиляции охлаждаемых помещений; Q_4 – эксплуатационные (прочие) теплопритоки.

Если включить теплопритоки через внутренние стены в эксплуатационные теплопритоки Q_4, то величины $Q_{1т}$ и $Q_{1с}$ будут оценивать только теплопритоки через наружные ограждения. В этом случае эти величины определяются выражениями

$$Q_{1т} = \sum_{i=1}^{n} k_{огр} F_{огр\,i} (T_{о.с} - T_{охл}) + k_{покр} F_{покр} (T_{о.с} - T_{охл}),$$

$$Q_{1с} = k_{огр} F_{огр1}\, \Delta T_с + k_{покр} F_{покр} \Delta T_с , \qquad (4.41)$$

где $k_{огр}$ – коэффициент теплопередачи вертикальных наружных ограждений (стен); $k_{покр}$ – коэффициент теплопередачи горизонтального наружного ограждения (покрытия для одноэтажного предприятия); $F_{огр\,i}$ – площадь наружной стены; $F_{покр}$ – площадь покрытия (для одноэтажного холодильника); $F_{огр1}$ – площадь наружной стены, через которую учитывается приток теплоты, вносимой солнечной радиацией; $\Delta T_с$ – разность температур, учитывающая теплоту, вносимую солнечной радиацией; n – число наружных стен.

Учитывая выражения (4.41), зависимость (4.40) можно представить в следующем виде:

$$Q_{охл} = k_{огр} A_1 + k_{покр} A_2 + A_3 , \qquad (4.42)$$

где $A_1 = \sum_{i=1}^{n} F_{огр\,i} (T_{о.с} - T_{охл}) + F_{огр1} \Delta T_с$; $A_2 = F_{покр} (T_{о.с} - T_{охл} + \Delta T_с)$;

$A_3 = Q_2 + Q_3 + Q_4$.

Термоэкономическая модель холодильной установки в этом случае должна претерпеть следующие изменения, которые коснутся зоны *3*: появляются новые оптимизирующие переменные $k_{огр}$ и $k_{покр}$; вводится дополнительная величина z_{33}, учитывающая нормативные, на реновацию и ремонт отчисления от стоимости тепловой изоляции, отнесенные к 1 ч работы установки.

Схема холодильной установки соответствует изображенной на рис.4.8, а измененная термоэкономическая модель представлена на рис.4.10.

В этих условиях приведенная (эксергетическая) производительность "нетто" должна с учетом (4.42) определяться по выражению

$$e_{Q_{охл}i} = (k_{огр}A_1 + k_{покр}A_2 + A_3)\left(\frac{T_{о.с}}{T_{охл}i} - 1\right). \qquad (4.43)$$

Сравнивая выражение (4.43) с зависимостью (3.13), нетрудно убедиться в том, что изменения коснулись только выражения для $Q_{охл}$ (4.42). Соответствующие изменения коснутся выражений (3.15) и (3.16). Подставляя (4.43) в формулу (3.17) для определения эксергии e_{32}, можно получить ее новое представление, пригодное для оптимизации значений коэффициента теплопередачи ограждений. Произведя действия, предусмотренные зависимостями (3.18)-(3.20), можно получить выражение (3.21) для подводимой к зоне *3* эксергии e_3, также учитывающее возможность оптимизации коэффициентов теплопередачи наружных ограждений.

Выражения, используемые для математического описания элементов холодильной установки и процессов, относящихся к зонам *2* и *1* термоэкономической модели, никаких изменений претерпевать не будут.

При изложении методики подхода к оптимизации значений коэффициентов теплопередачи внимание было сосредоточено на наружных ограждениях. Это объясняется тем, что внутренние ограждения (внутренние стены, междуэтажные перекрытия) работают практически в условиях постоянных во времени перепадов температур и потому не нуждаются в динамической оптимизации.

Выражение для коэффициента теплопередачи позволяет, при принятой конструкции ограждения и выбранном материале тепловой изоляции, однозначно определить ее толщину

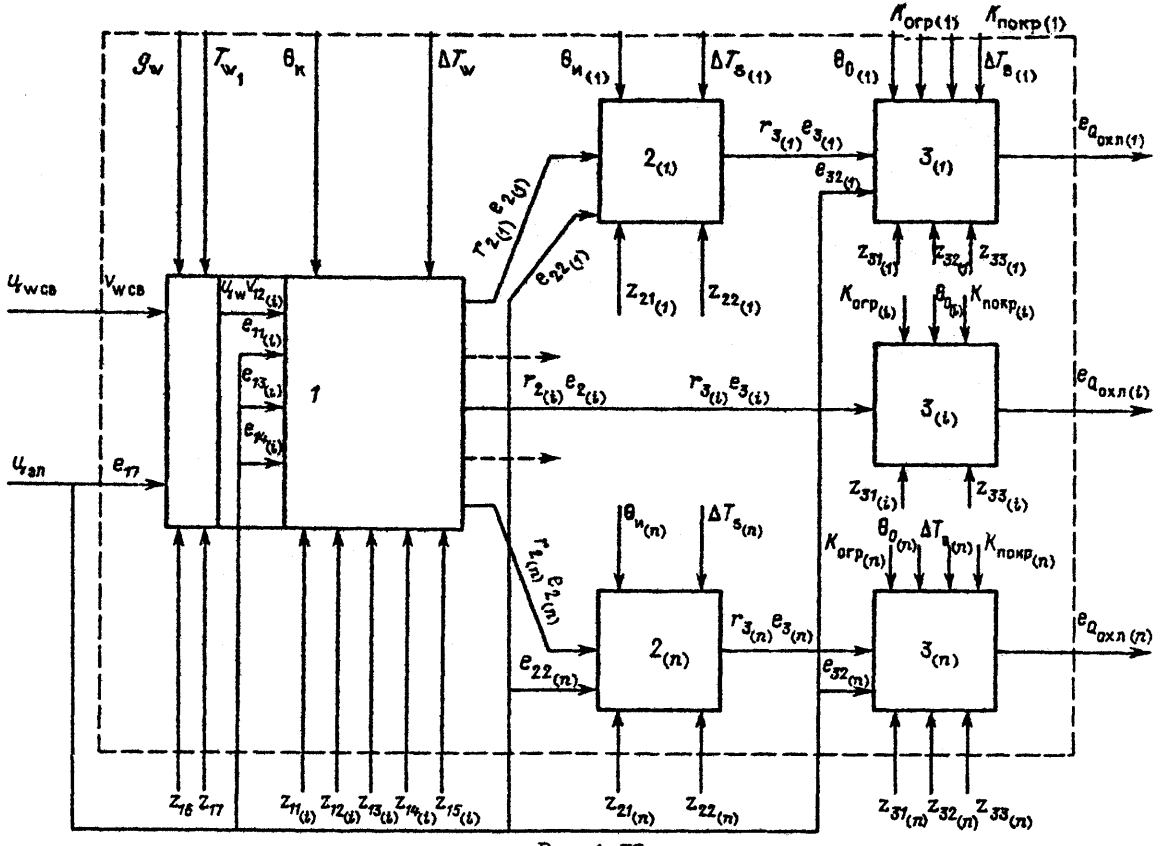

1
2(1)
2(i)
2(n)
3(1)
3(i)
3(n)
Kогр(1)
Kпокр(1)
θв(1)
ΔTв(1)
θв(i)
ΔTв(i)
θв(n)
ΔTв(n)
Kогр(i)
Kпокр(i)
Kогр(n)
Kпокр(n)
Tw1
θк
ΔTw
Vwсв
Vw12(i)
e11(i)
e13(i)
e14(i)
e17
z16 z17
z11(i) z12(i) z13(i) z14(i) z15(i)
z21(1) z22(1)
z21(i)
z21(n) z22(n)
z31(1) z32(1) z33(1)
z31(i) z33(i)
z31(n) z32(n) z33(n)

Рис.4.10

$$\delta_{из}=\lambda_{из}\left[\frac{1}{k}-\left(\frac{1}{\alpha_{н}}+\sum\frac{\delta_i}{\lambda_i}+\frac{1}{\alpha_{охл}}\right)\right].$$

Расчет стоимости тепловой изоляции и величины отчислений при этих условиях не представляет сложности:

$$z_{33}=\frac{(k_{н33}+k_{р33})(\delta_{из.огр}u_{из.огр}\sum_{i=1}^{n}F_{огр\,i}+\delta_{из.покр}u_{из.покр}F_{покр})}{\tau_{р.г}}, \qquad (4.44)$$

где $\delta_{из.огр}$, $\delta_{из.покр}$ – толщина слоя тепловой изоляции вертикальных ограждений и покрытия соответственно; $u_{из.огр}$, $u_{из.покр}$ – стоимость 1 м^3 изоляционного материала "в деле" для тепловой изоляции вертикальных ограждений и покрытия соответственно.

Выражение для функционала в этом случае может быть представлено в виде

$$I=\sum_{i=1}^{n}\{[Z_{11(i)}(e^{(p11\,i)}_{2(i)},\theta^{(p11\,i)}_{к},\Delta T^{(p11\,i)}_{w},T^{(p11\,i)}_{w1},\theta^{(p11\,i)}_{п.с(i)},\Delta T^{(p11\,i)}_{п.с(i)})+$$

$$+Z_{12(i)}(e^{(j)}_{2(i)},\theta^{(j)}_{к},\Delta T^{(j)}_{w},T^{(j)}_{w1},\theta^{(j)}_{п.с(i)},\Delta T^{(j)}_{п.с(i)})+Z_{15(i)}(e^{(j)}_{2(i)},\theta^{(j)}_{к},\Delta T^{(j)}_{к},T^{(j)}_{w1},\theta^{(j)}_{п.с(i)},\Delta T^{(j)}_{п.с(i)})+$$

$$+Z_{13(i)}(e^{(p13\,i)}_{2(i)},\theta^{(p13\,i)}_{к},\Delta T^{(p13\,i)}_{w},T^{(p13\,i)}_{w1},\theta^{(p13\,i)}_{п.с(i)},\Delta T^{(p13\,i)}_{п.с(i)})+$$

$$+Z_{14(i)}(e^{(p14\,i)}_{2(i)},\theta^{(p14\,i)}_{к},\Delta T^{(p14\,i)}_{w},T^{(p14\,i)}_{w1},\theta^{(p14\,i)}_{п.с(i)},\Delta T^{(p14\,i)}_{п.с(i)})+Z_{21(i)}(e^{(j)}_{3(i)},\theta^{(j)}_{и(i)},\Delta T^{(j)}_{s(i)})+$$

$$+Z_{22(i)}(e^{(p22\,i)}_{3(i)},\theta^{(p22\,i)}_{и(i)},\Delta T^{(p22\,i)}_{s(i)})+Z_{31(i)}(e^{(j)}_{Q_{охл}(i)},\theta^{(j)}_{0(i)},\Delta T^{(j)}_{в(i)},k^{(j)}_{огр(i)},k^{(j)}_{покр(i)})+$$

$$+Z_{32(i)}(e^{(p32\,i)}_{Q_{охл}(i)},\theta^{(p32\,i)}_{0(i)},\Delta T^{(p32\,i)}_{в(i)},k^{(p32\,i)}_{огр(i)},k^{(p32\,i)}_{покр(i)})+$$

$$+Z_{33(i)}(e^{(j)}_{Q_{охл}(i)},\theta^{(j)}_{0(i)},\Delta T^{(j)}_{в(i)},k^{(j)}_{огр(i)},k^{(j)}_{покр(i)})]\tau_{р.г}\}+$$

$$+u_{эл}\sum_{i=1}^{n}\left\{\sum_{j=1}^{t}[\mathcal{E}_{11(i)}(e^{(j)}_{2(i)},\theta^{(j)}_{к},\Delta T^{(j)}_{w},T^{(j)}_{w1},\theta^{(j)}_{п.с(i)},\Delta T^{(j)}_{п.с(i)})\Delta\tau]+\right.$$

$$+\sum_{j=1}^{t}[\mathcal{E}_{13(i)}(e^{(j)}_{2(i)},\theta^{(j)}_{к},\Delta T^{(j)}_{w},T^{(j)}_{w1},\theta^{(j)}_{п.с(i)},\Delta T^{(j)}_{п.с(i)})\Delta\tau]+$$

$$+\sum_{j=1}^{t}[\mathcal{E}_{14(i)}(e^{(j)}_{2(i)},\theta^{(j)}_{к},\Delta T^{(j)}_{w},T^{(j)}_{w1},\theta^{(j)}_{п.с(i)},\Delta T^{(j)}_{п.с(i)})\Delta\tau]+\sum_{j=1}^{t}[\mathcal{E}_{22(i)}(e^{(j)}_{3(i)},\theta^{(j)}_{и(i)},\Delta T^{(j)}_{s(i)})\Delta\tau]+$$

$$\left.+\sum_{j=1}^{t}[\mathcal{E}_{32(i)}(e^{(j)}_{Q_{охл}(i)},\theta^{(j)}_{0(i)},\Delta T^{(j)}_{в(i)},k^{(j)}_{огр(i)},k^{(j)}_{покр(i)})\Delta\tau]\right\}+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{t}[\mathcal{U}^{(j)}_{w}(e^{(j)}_{2(i)},\theta^{(j)}_{к},\Delta T^{(j)}_{w},T^{(j)}_{w1},g^{(j)}_{w},\theta^{(j)}_{п.с(i)},\Delta T^{(j)}_{п.с(i)})\times$$

$$\times V_{12(i)}(e^{(j)}_{2(i)}, \theta^{(j)}_{к}, \Delta T^{(j)}_{w}, T^{(j)}_{w1}, \theta^{(j)}_{п.с(i)}, \Delta T^{(j)}_{п.с(i)})\,\Delta\tau\Big] +$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{t}\Big\{r^{(j)}_{2(i)}\big[E_{2(i)}(e^{(j)}_{3(i)}, \theta^{(j)}_{н(i)}, \Delta T^{(j)}_{s(i)}) - e^{(j)}_{2(i)}\big]\Delta\tau\Big\} +$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{t}\Big\{r^{(j)}_{3(i)}\big[E_{3(i)}(e^{(j)}_{Q_{охл}(i)}, \theta^{(j)}_{0(i)}, \Delta T^{(j)}_{в(i)}, k^{(j)}_{огр(i)}, k^{(j)}_{покр(i)}) - e^{(j)}_{3(i)}\big]\Delta\tau\Big\},$$

где $i = 1,2,\ldots,n$; $j = 1,2,\ldots,t$; $t = \tau_{р.г}/\Delta\tau$. (4.45)

Система уравнений, обеспечивающих получение минимального значения функционала, будет аналогична (4.39) за исключением двух выражений, которые претерпят некоторые изменения, т.е.

$$\sum_{j=1}^{t}\frac{\partial}{\partial\theta^{(j)}_{0(i)}}(u_{эл}E^{(j)}_{32(i)} + r^{(j)}_{3(i)}E^{(j)}_{3(i)} + Z^{(j)}_{31(i)} + Z^{(j)}_{33(i)}) + t\frac{\partial Z^{(p32i)}_{32(i)}}{\partial\theta^{(p32i)}_{0(i)}} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial\Delta T^{(j)}_{в(i)}}(u_{эл}E^{(j)}_{32(i)} + r^{(j)}_{3(i)}E^{(j)}_{3(i)} + Z^{(j)}_{31(i)} + Z^{(j)}_{33(i)}) + \frac{\partial Z^{(p32j)}_{32(i)}}{\partial\Delta T^{(p32i)}_{в(i)}} = 0, \quad (4.39а)$$

и дополнительно будут включены еще два уравнения

$$\sum_{j=1}^{t}\frac{\partial}{\partial k^{(j)}_{огр(i)}}(u_{эл}E^{(j)}_{32(i)} + r^{(j)}_{3(i)}E^{(j)}_{3(i)} + Z^{(j)}_{31(i)} + Z^{(j)}_{33(i)}) + t\frac{\partial Z^{(p32i)}_{32(i)}}{\partial k^{(p32i)}_{огр(i)}} = 0,$$

$$\sum_{j=1}^{t}\frac{\partial}{\partial k^{(j)}_{покр(i)}}(u_{эл}E^{(j)}_{32(i)} + r^{(j)}_{3(i)}E^{(j)}_{3(i)} + Z^{(j)}_{31(i)} + Z^{(j)}_{33(i)}) + t\frac{\partial Z^{(p32i)}_{32(i)}}{\partial k^{(p32i)}_{покр(i)}} = 0. \quad (4.46)$$

В результате решения модифицированной системы уравнений (4.39а) с учетом дополнительных выражений (4.46) наряду с законами изменения расходов охлаждающих, охлаждаемых сред и рабочего тела, площадями поверхностей теплообменных аппаратов будут определены значения коэффициентов теплопередачи для наружных ограждений, обеспечивающие минимальные затраты на производство холода с учетом круглогодичной эксплуатации холодильной установки. По этим значениям можно определить неизвестную вначале холодопроизводительность $Q_{охл\,i}$ при всех температурах охлаждаемых объектов.

Рассмотренная методика была использована для комплексной оптимизации многоцелевой холодильной установки [25]. В качест-

ве прототипа была выбрана холодильная установка, предусмотренная типовым проектом пищевого предприятия, работающая на три температуры кипения, соответствующие температурам охлаждаемых помещений -3, -20, -30 °С.

Первая группа охлаждаемых помещений (-3 °С), предназначенная для хранения охлажденных грузов, обслуживается одноступенчатой холодильной установкой непосредственного охлаждения с воздухоохладителями. Помещения с температурой -20 °С для хранения мороженых грузов и с температурой -30 °С для термической обработки грузов обслуживаются двухступенчатыми холодильными установками непосредственного охлаждения соответственно с батареями и воздухоохладителями.

Значения тепловых нагрузок при расчетных условиях принимались в соответствии с данными типового проекта: $Q_{охл(-3)}$ = = 385 кДж/с, $Q_{охл(-20)}$ = 224 кДж/с и $Q_{охл(-30)}$ = 1080 кДж/с.

Так как при динамической оптимизации рассматривается режим работы оборудования в течение расчетного периода (года), то на результатах оптимизационных расчетов должны сказываться климатические условия района расположения объекта, а также тариф на электроэнергию и воду. В связи с этим в пределах основной климатической зоны со среднегодовой температурой от 0 до 9 °С было рассмотрено несколько городов: Мурманск ($T_{ср.год}$ = 0 °С), Благовещенск ($T_{ср.год}$ = 0 °С), Москва ($T_{ср.год}$ = 4,8 °С) и Волгоград ($T_{ср.год}$ = 8 °С). На рис.4.11 приведены оптимальные значения оптимизирующих переменных, полученные для многоцелевой холодильной установки, расположенной в Москве ($u_{эл}$ = 0,014 руб/(кВт·ч), $u_{w\,св}$ = 0,15 руб/м^3), а на рис.4.12 - оптимальные законы управления производительностью отдельных элементов холодильной установки, обеспечивающие минимальное значение переменной части приведенных затрат. При проведении этих расчетов не оптимизировался температурный режим охлаждаемых помещений и не учитывалось влияние на режим работы установки потерь продукта в результате естественной убыли (усушки).

Принятая методика оптимизации, основанная на аналитическом решении задачи Лагранжа, применима к гладким функциям, не имеющим разрывов. В то же время конкретное холодильное оборудование (компрессоры, конденсаторы, испарители, воздухоохладители, батареи, насосы, вентиляторы и т.д.) представляет собой

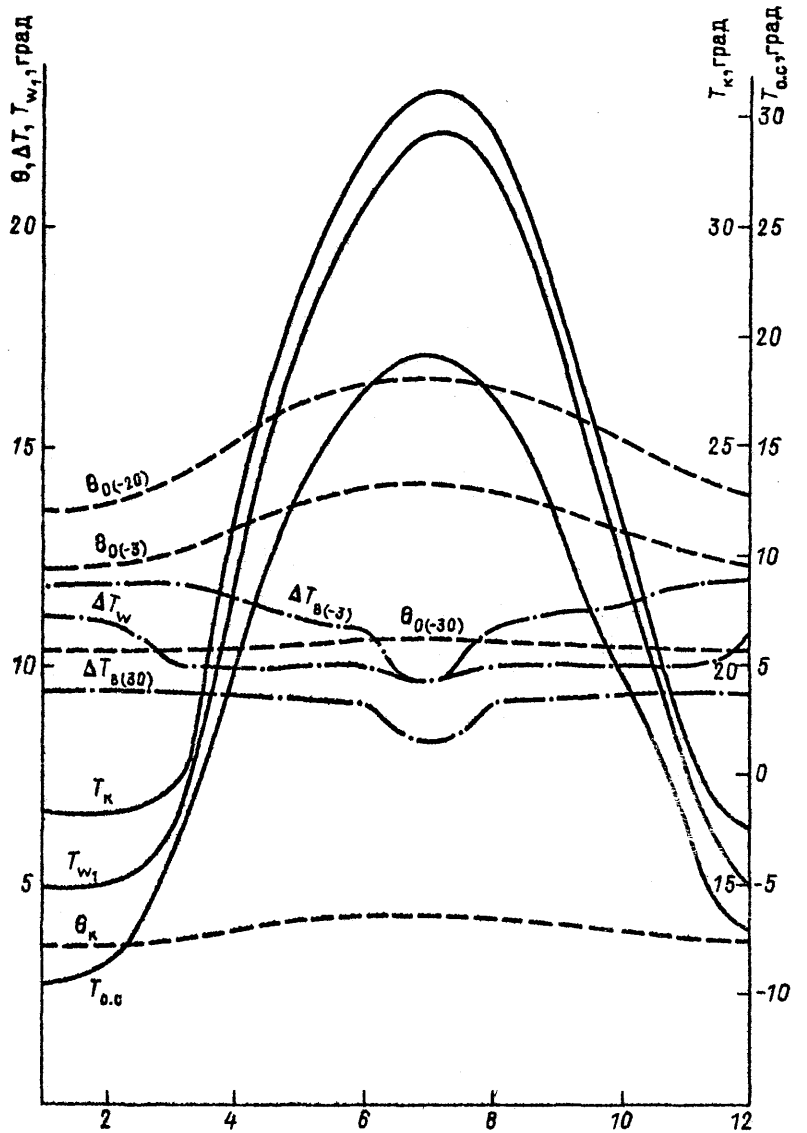

θ,ΔT, T_w1,град
T_к,град
T_о.с,град
20
15
10
5
30
25
20
15
10
5
0
-5
-10
θ_0(-20)
θ_0(-3)
ΔT_w
ΔT_в(-3)
θ_0(-30)
ΔT_в(30)
T_к
T_w1
θ_к
T_о.с
2
4
6
8
10
12
τ,мес

Рис.4.11

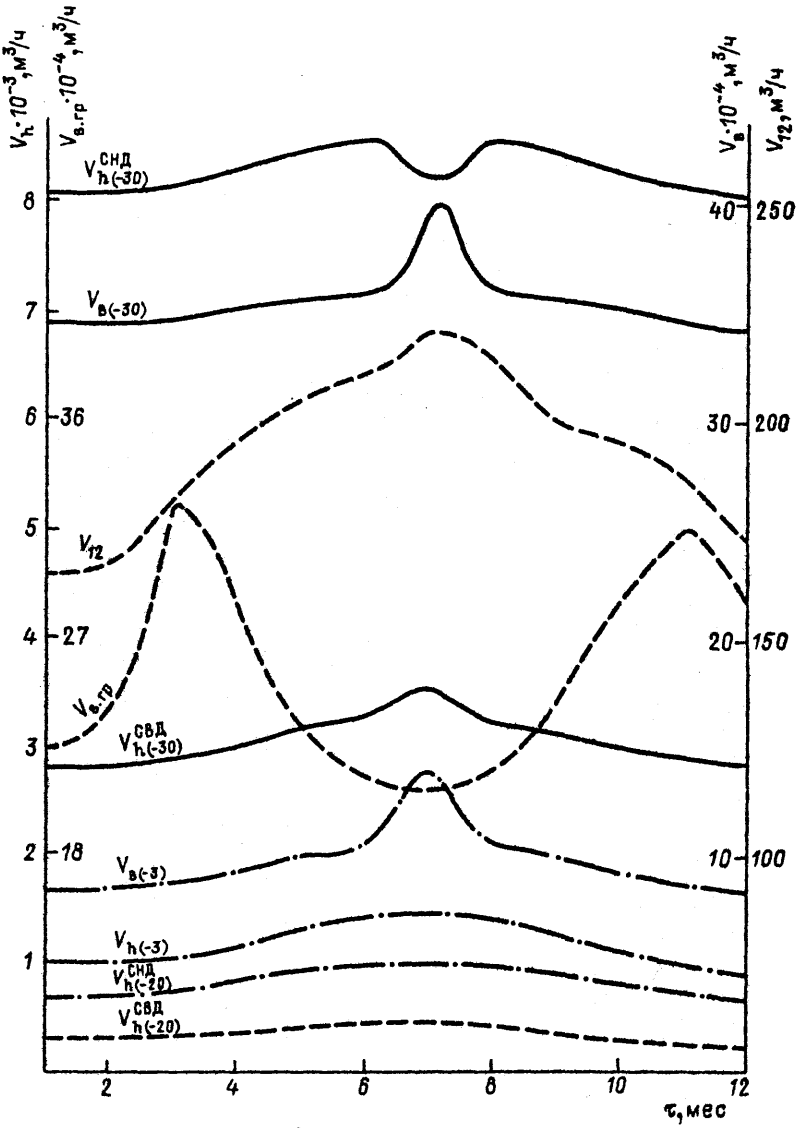

$V_h \cdot 10^{-3}$, м³/ч
$V_{в.гр} \cdot 10^{-4}$, м³/ч
$V_в \cdot 10^{-4}$, м³/ч
V_{12}, м³/ч
$V_{h(-30)}^{СНД}$
$V_{в(-30)}$
V_{12}
$V_{в.гр}$
$V_{h(-30)}^{СВД}$
$V_{в(-3)}$
$V_{h(-3)}$
$V_{h(-20)}^{СНД}$
$V_{h(-20)}^{СВД}$
8
7
6
5
4
3
2
1
36
27
18
40
30
20
10
250
200
150
100
2
4
6
8
10
12
τ, мес

Рис.4.12

дискретный ряд типоразмеров оборудования, выбор которых обусловливает дискретное изменение оптимизирующих переменных. В связи с этим задача динамической оптимизации решается в три этапа.

Первый этап сводится к оптимизации идеализированной холодильной установки, укомплектованной непрерывными рядами оборудования. Например, предполагается, что установка может быть оснащена конденсаторами типа КТГ с характеристиками, соответствующими реальным образцам, но с любой, необходимой по расчету, поверхностью теплообмена. Те же рассуждения могут быть распространены и на все остальные виды оборудования. В результате оптимизированная на первом этапе установка является тем идеализированным образцом, который обеспечивает минимальные приведенные затраты на производство холода.

На втором этапе, опираясь на полученные оптимальные характеристики элементов оборудования, осуществляют подбор реальных образцов оборудования, выпускаемого в настоящее время промышленностью. При этом в качестве критерия для выбора реальных типоразмеров могут быть заданы (кроме максимальной приближенности к оптимальным характеристикам) минимальная стоимость, минимальная масса, минимальная занимаемая площадь или минимальный занимаемый объем и т.д. Наряду с жестко заданными критериями подбор реального оборудования в ряде случаев можно осуществлять и по комплексу различных эксплуатационных показателей в режиме диалога человек - ЭВМ.

Наконец, на третьем этапе определяется оптимальный режим эксплуатации подобранного оборудования (оптимальное управление им). После определения оптимального режима эксплуатации вычисляется величина приведенных затрат. Эта величина, естественно, будет больше, чем приведенные затраты на идеализированную холодильную установку. Величина перерасхода приведенных затрат и количество сооружаемых установок позволяют оценить общий перерасход средств и решить вопрос о целесообразности заказа специализированных типов оборудования с оптимальными характеристиками.

На рис.4.11 и 4.12 приведены результаты первого этапа динамической оптимизации (оптимизация идеализированной холодильной установки).

В технической литературе встречаются высказывания о том, что оптимизация многоцелевых холодильных установок не обязательна, так как полученный результат будет тождествен оптимизации комплекса одноцелевых установок, входящих в рассматриваемую многоцелевую. Для проверки справедливости этого положения по описанной методике были оптимизированы три одноцелевые установки (обслуживающие охлаждаемые помещения с $T_{охл1} = -3^{\circ}C$, $T_{охл2} = -20^{\circ}C$ и $T_{охл3} = -30^{\circ}C$) и одна многоцелевая, включающая эти три системы. Оптимизация проводилась при условии размещения установок в Москве, Мурманске ($u_{эл} = 0{,}014$ руб/(кВт·ч), $u_{w\,св} = 0{,}15$ руб/м^3), Благовещенске ($u_{эл} = 0{,}028$ руб/(кВт·ч), $u_{w\,св} = 0{,}45$ руб/м^3) и Волгограде ($u_{эл} = 0{,}013$ руб/(кВт·ч), $u_{w\,св} = 0{,}1$ руб/м^3).

Результаты оптимизационных расчетов приведены на рис.4.13. Как следует из приведенных данных, оптимизация многоцелевой холодильной установки с общим конденсатором и общей градирней позволяет по сравнению с совокупностью одноцелевых оптимальных установок снизить величину переменной части приведенных затрат на 10-17%, сократить расход электроэнергии на 25-30% и уменьшить расход воды на 15-30% при увеличении капитальных затрат на 2-9%.

Расчеты показывают, что при оптимизации многоцелевой холодильной установки, по сравнению с оптимизированными одноцелевыми установками, практически не происходит изменения температурных напоров θ_{0i} в охлаждающих приборах и разности температур воздуха в воздухоохладителях $\Delta T_{вi}$. Поэтому характеристики охлаждающих приборов в обоих случаях оказываются близкими. Однако оптимальные режимы работы конденсаторов и градирен меняются весьма существенно, и именно за счет этого происходит снижение величины приведенных затрат для многоцелевой холодильной установки.

Комплексная оптимизация многоцелевых установок, проведенная для перечисленных выше городов, показывает, что даже в пределах одной климатической зоны, при одной и той же величине расчетных нагрузок и использовании однотипного оборудования холодильные установки должны комплектоваться этим оборудованием поразному (рис.4.14). Так, для Благовещенска, отличающегося высокими тарифами на воду и электроэнергию, оптимальная площадь

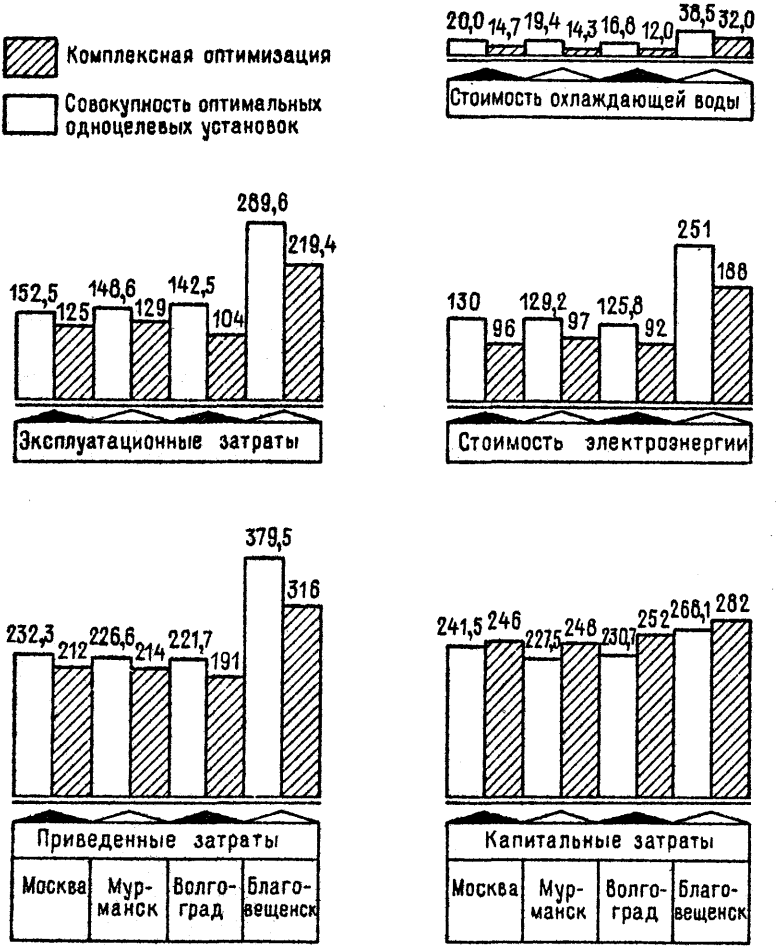


Рис.4.13

поверхности конденсатора больше, чем для Москвы и Мурманска, на ~10-15%, а оптимальная площадь оросителя градирни в Благовещенске превышает оптимальные значения площади оросителя градирни в Волгограде на 60%, в Мурманске на ~50 и в Москве на 30%. Оптимальная площадь поверхности охлаждающих приборов установки в Благовещенске на 10-14% превосходит соответствующие

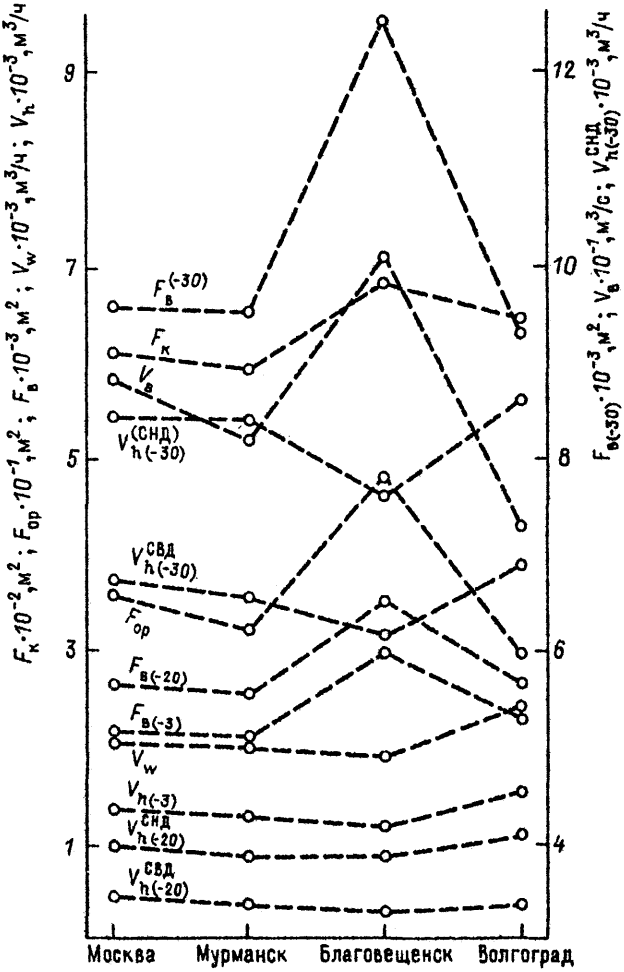


Рис.4.14

оптимальные площади поверхностей охлаждающих приборов установок, расположенных в других городах, причем эта разница наиболее ощутима для охлаждающих приборов, обслуживающих помещения с наиболее низкой температурой ($T_{охл\,3} = -30\,^{o}C$). Оптимальное значение расчетной (максимальной) производительности вен-

тиляторов градирни установки в Благовещенске оказывается на ~50% выше, чем в Волгограде, на ~25% выше, чем в Мурманске, и на ~15% выше, чем в Москве. В то же время расход свежей воды на установку в Благовещенске оказывается ниже, чем в других городах. Соответственно ниже оказываются и значения расчетной (максимальной) теоретической подачи V_{hi} (объемов, описанных поршнями) компрессоров.

Такое перераспределение производительности отдельных элементов холодильного оборудования в зависимости от климатических условий и тарифов на электроэнергию и воду показывает, что использование типового проектирования не может обеспечить минимальную величину приведенных затрат.

Минимальная себестоимость холода может быть достигнута только при индивидуальном оптимальном проектировании, учитывающем климатические и экономические показатели района размещения проектируемого объекта. Оно может быть осуществлено при использовании систем автоматизированного проектирования, базирующихся на методах математического моделирования. Оптимальное управление холодильной установкой должно осуществляться на основании полученных при динамической оптимизации законов регулирования, подобных приведенным на рис.4.12. Полученные законы оптимального регулирования должны рассматриваться как основа для создания системы автоматического управления холодильной установкой, которая может быть реализована на базе современной вычислительной техники.

Глава 5

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Применение вычислительных машин для решения инженерных задач началось почти одновременно с появлением ЭВМ. Однако на первом этапе оно носило эпизодический характер. Вычислительные машины использовались для решения отдельных не связанных между собою задач. При этом от пользователя требовалось выполнение комплекса весьма трудоемких работ по подготовке задачи к решению. Эта подготовка включала в себя математическую формулировку задачи, выбор численных методов решения, разработку алгоритма, запись программы на каком-нибудь алгоритмическом языке, кодировку исходных данных, занесение программы и исходных данных на промежуточный носитель (перфорацию) и отладку программы, т.е. обнаружение ошибок и внесение исправлений. Только после этого можно было приступить к решению задачи. Естественно, что большой объем неавтоматизированных работ, непривычных для проектировщика, требующий специальной подготовки, терпения и аккуратности, сдерживал широкое использование ЭВМ. Кроме того, при решении расчетных задач, необходимых для проектирования, использовались главным образом методики, ориентированные на ручной счет. В этом случае применение ЭВМ не вносило ничего принципиально нового и не давало никаких качественных сдвигов.

На следующем этапе появились математические модели, методы и алгоритмы, в большей степени учитывающие возможности ЭВМ. Были разработаны подходы к получению математических моделей для целых классов объектов. Формализация этих подходов позволила перейти от создания программ для решения составляемых вручную уравнений к программам для автоматического получения уравнений самой машиной и их последующего решения. Конечно, эти программы были значительно сложнее, но их достоинством была универсальность, заключающаяся в том, что программа автоматического получения уравнений одинакова для всего класса объектов и, будучи один раз составлена, может быть многократно использована

инженерами-проектировщиками в различных ситуациях. При использовании подобных универсальных программ инженер-пользователь освобождался от выполнения ряда сложных подготовительных этапов и мог начинать свою работу с ЭВМ непосредственно с кодировки исходных данных. При этом упрощался и процесс отладки, так как снижалась вероятность появления ошибок на этапах подготовки задачи.

На этом же этапе были разработаны алгоритмы задач, которые не имели расчетного характера, такие, как изготовление чертежей, прокладка трасс, компоновка элементов в блоках устройств и т.п. Однако используемые технические средства и программное обеспечение еще не были объединены в единую систему, а это требовало от инженера-проектировщика помимо знания инструкций по эксплуатации проектных программ еще и знания особенностей системных программ и языков программирования, что ограничивало круг пользователей.

Устранение всех этих недостатков стало возможным при системном подходе к решению проблем проектирования с помощью ЭВМ, т.е. при создании и внедрении систем автоматизированного проектирования - САПР [18]. Под автоматизированным проектированием следует понимать систематическое применение средств вычислительной техники в процессе проектирования при научно обоснованных распределении функций между проектировщиком и ЭВМ и выборе методов решения задачи. Очевидно, что систематическое использование ЭВМ в процессе проектирования возможно только на основе математического моделирования.

5.1. Принципы построения САПР

ГОСТ 23501.0-79 определяет систему автоматизированного проектирования (САПР) как организационно-техническую систему, включающую комплекс средств автоматизации проектирования, которая взаимодействует с подразделениями проектной организации и выполняет автоматизированное проектирование.

Автоматизация проектирования основана на широком использовании ЭВМ. Однако наличие ЭВМ - необходимое, но не достаточное условие для создания САПР. Оно должно базироваться на определенных успехах в научно-технической, организационной и экономической областях [20].

Рассматривая научно-технический аспект проблемы, следует отметить, что для создания САПР необходимо:

- создать систему знаний, позволяющую оценивать работу проектируемых объектов, их узлов и деталей во всех возможных режимах функционирования;

- изучить процесс проектирования, являющийся одним из сложнейших видов творческой деятельности человека;

- создать технические средства, обеспечивающие автоматическую переработку различных видов информации (математической, графической) в ходе проектирования.

Необходимая для инженерной деятельности вообще и создания САПР в частности система знаний включает в себя как основные естественные (математика, физика, химия), так и технические науки, сочетание которых позволяет формализовать процессы и явления, протекающие в проектируемых объектах. Однако создание САПР предполагает наличие не только формализованного представления технического объекта, но и технологии его проектирования, с четким выделением отдельных этапов и их взаимосвязи. Для этого проектирование необходимо рассматривать не как обособленную деятельность отдельных индивидуумов, а как науку, рассматривающую методологию и общие принципы подхода к разработке новых объектов [19].

Проектирование технического объекта связано с созданием, преобразованием и представлением в принятой форме образа этого объекта. Образ объекта или его составных частей может создаваться в воображении человека в результате творческого процесса или генерироваться по некоторым алгоритмам в процессе взаимодействия человека и ЭВМ.

Проектирование начинается при наличии задания на проектирование, которое отражает потребности общества в получении некоторого технического изделия. Это задание становится исходным (первичным) описанием объекта. Результатом проектирования является полный комплект документации, содержащий все необходимые сведения для изготовления объекта в заданных условиях. Этот комплект документации представляет собой окончательное описание объекта.

Таким образом, проектирование - это процесс, заключающийся в преобразовании исходного описания объекта в окончательное

описание на основе комплекса работ исследовательского, расчетного и конструкторского характера.

Проектирование сложных систем включает в себя стадии: предпроектных исследований, технического задания и технического предложения, эскизного, технического и рабочего проектов, испытаний и внедрения.

На стадиях предпроектных исследований, технического задания и технического предложения на основании изучения потребностей общества, научно-технических достижений в рассматриваемой и смежной отраслях промышленности, имеющихся ресурсов определяются назначение, основные принципы построения технического объекта и формулируется техническое задание (ТЗ) на его проектирование. Эти стадии называют также стадиями научно-исследовательских работ (НИР).

На стадии эскизного проекта (стадии опытно-конструкторских работ - ОКР) проверяется корректность и реализуемость основных принципов и положений, определяющих функционирование будущего объекта, и на основе детальной проработки возможности построения системы создается его эскизный проект.

На стадии технического проекта выполняется всесторонняя проработка всех частей проекта, конкретизируются и детализируются технические решения. На стадии рабочего проекта создается вся необходимая техническая документация для сооружения объекта.

Для отдельных этапов проектирования характерны такие виды деятельности, как изобретательство, инженерный анализ и принятие решений. Изобретательство - наиболее сложно формализуемый вид деятельности, так как исследованию в этом случае подвергаются не методы проектирования, а творческая интуитивная деятельность человека. Это область деятельности науки о творчестве - эвристики. Инженерный анализ наиболее подготовлен для включения в САПР, поскольку изучение и сопоставление вариантов реализации объектов проводится на основе их математических, физических и информационных моделей. Здесь очень существенны работы, направленные на формализацию процедуры построения моделей, поскольку этот процесс очень трудоемок и требует затрат труда высококвалифицированных специалистов.

Принятие решений также может быть формализовано благодаря появлению и развитию специальных научных методов, объединяемых

под названием "исследование операций". Эта часть проектирования также подлежит включению в САПР. В итоге можно отметить, что применение системы автоматизированного проектирования в настоящее время целесообразно для этапов эскизного, технического и рабочего проектирования, на которых оказывается возможной формализация объектов и их элементов.

Описание сложных технических объектов должно согласовываться с возможностями восприятия человеком и возможностями преобразования описаний с помощью имеющихся средств проектирования. Удовлетворить это требование в рамках единого описания удается обычно только для простых изделий. Для большинства объектов требуется расчленение представлений о проектируемых объектах на иерархические уровни и аспекты. Это позволяет распределить работы по проектированию сложных объектов между подразделениями проектной организации, что способствует повышению эффективности и производительности труда проектировщиков.

Разделение описаний по степени детализации отображаемых свойств и характеристик объекта лежит в основе блочно-иерархического подхода к проектированию и приводит к появлению иерархических уровней (уровней абстрагирования) в представлениях о проектируемом объекте.

На каждом иерархическом уровне используются свои понятия системы и элементов. На уровне l (верхнем) (рис.5.1) проектируемый сложный объект S рассматривается как система, состоящая

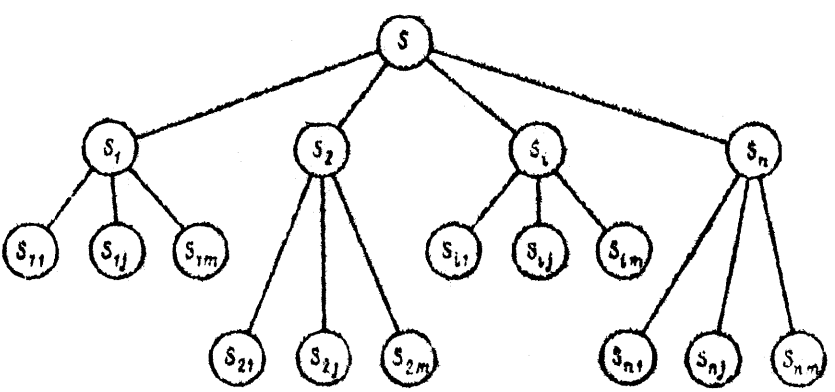


Рис.5.1

из n взаимосвязанных и взаимодействующих элементов S_i ($i = 1,2,\ldots,n$). Каждый из элементов уровня *1* представляет собой также весьма сложный объект, который рассматривается как система на уровне *2*. Элементами этих систем S_i ($i = 1,2,\ldots,n$) являются объекты S_{ij} ($i = 1,2,\ldots,n$; $j = 1,2,\ldots,m$). Как правило, выделение элементов S_{ij} производится по функциональному признаку. Аналогичное разделение может быть продолжено до получения на некотором уровне элементов, которые дальнейшему делению не подлежат. Такие элементы по отношению к объекту S являются базовыми.

При этом используется и принцип декомпозиции, позволяющий осуществлять раздельное представление и проектирование объектов S_i на уровне *1*, объектов S_{ij} на уровне *2* и т.д.

При проектировании схемы крупной многоцелевой холодильной установки, которая рассматривается как сложный объект S, она может быть представлена на уровне *1* как система, состоящая из элементов S_i, которыми являются схема трубопроводов рабочего тела, схема трубопроводов хладоносителя, схема трубопроводов охлаждающей воды и т.д. Каждый из этих элементов S_i на уровне *2* может рассматриваться как система, элементами S_{ij} которой являются элементы оборудования. Например, для схемы трубопроводов рабочего тела такими элементами могут быть компрессоры, конденсатор, охлаждающие приборы, промежуточные сосуды, ресиверы, циркуляционные насосы и т.д., для схемы трубопроводов охлаждающей воды - конденсатор, градирня, циркуляционные насосы для перекачки воды и т.п.

В этом случае при проектировании схемы холодильной установки, укомплектованной стандартным оборудованием, базовыми элементами служат такие элементы оборудования, как компрессоры, конденсаторы, градирни, насосы, емкостные аппараты, приборы охлаждения, вспомогательное оборудование и т.п., являющиеся в большинстве случаев продукцией машиностроительных заводов.

В то же время, рассматривая поршневой компрессор как объект проектирования S, его можно представить на уровне *1* как сложную систему, состоящую из элементов S_i, которыми будут являться механизмы движения, шатунно-поршневая группа, блок-картер, система смазки, клапанная группа и т.д. Каждый из этих элементов может на уровне *2* рассматриваться как сложная систе-

ма, состоящая из s_{ij} элементов, в качестве которых могут выступать, наряду с отдельными деталями, и сборочные единицы (например, масляный насос в сборе, нагнетальный клапан в сборе), рассматриваемые на следующем уровне j как системы, состоящие из s_{ijk} элементов, в качестве которых будут выступать детали – седло клапана, пластина клапана, пружина клапана, шестерня масляного насоса и т.д. Базовыми элементами для продукции машиностроения являются детали.

Разделение описаний по иерархическим уровням позволяет выделить нисходящее и восходящее проектирование. Если решение задач более высоких иерархических уровней предшествует решению задач более низких иерархических уровней, то проектирование называют нисходящим. Если вначале выполняются этапы, соответствующие низким иерархическим уровням, то проектирование называют восходящим. При нисходящем проектировании система разрабатывается в условиях, когда элементы еще не разработаны, и поэтому их характеристики имеют предположительный характер. При восходящем проектировании элементы разрабатываются до разработки всей системы, поэтому требования к ним не сформулированы и носят ориентировочный характер.

Условия выполнения проектных работ требуют в ряде случаев повторного выполнения предыдущих этапов после проведения последующих. Такие повторения обеспечивают последовательное приближение к оптимальным результатам, хотя и обусловливают итерационный характер проектирования.

На практике встречаются оба вида проектирования и их сочетание. При проектировании холодильных установок из стандартных унифицированных элементов используется восходящее проектирование.

Кроме разделения описаний по степени подробности отражения свойств объекта, представленного иерархическими уровнями, их разделяют по характеру отображаемых свойств. Это разделение приводит к появлению различных аспектов описаний, таких, как функциональный, конструктивный и технологический. Решение задач, связанных с преобразованием или получением описаний, относящихся к этим аспектам, называют функциональным, конструкторским и технологическим проектированием.

Функциональный аспект связан с отображением основных принципов функционирования объекта, характера физических процессов протекающих в нем, и получает отражение в принципиальных, функциональных и структурных схемах и сопровождающих их документах.

Конструкторский аспект связан с реализацией функционального проектирования, т.е. с определением геометрических форм объектов и их взаимным расположением в пространстве.

Технологический аспект связан с реализацией конструкторского проектирования. Он включает в себя описание методов и средств изготовления объектов.

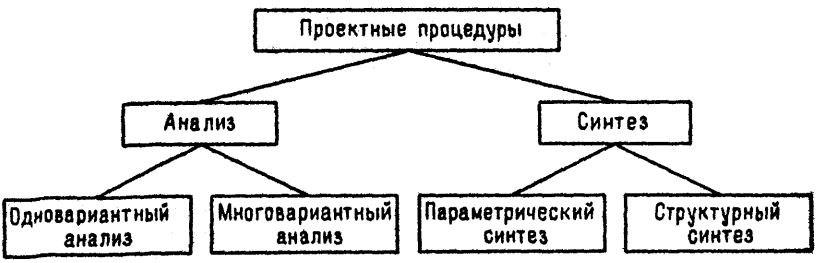


Рис.5.2

Перечисленные выше этапы проектирования могут быть также разделены на составные части, которые называют проектными процедурами. Проектная процедура считается типовой, если она предназначена для многократного применения при проектировании различных типов объектов. Классификация типовых проектных процедур показана на рис.5.2.

Все многообразие типовых проектных процедур может быть разделено на две большие группы - анализа и синтеза. Синтез состоит в создании описания объекта, а анализ - в определении свойств и исследовании работоспособности объекта.

Процедуры синтеза предусматривают структурный и параметрический синтез. При структурном синтезе задача заключается в определении структуры объекта, т.е. определении перечня типов элементов, составляющих объект, и способов связи элементов между собой. При параметрическом синтезе определяется влияние числовых значений параметров элементов при заданных структуре и условиях работоспособности на выходные параметры объекта. Если эта задача направлена на поиск наилучшего значения некоторого

показателя качества, то процедура параметрического синтеза является оптимизационной процедурой.

Процедуры анализа включают процедуры одновариантного и многовариантного анализа. При одновариантном анализе требуется определить значения выходных параметров объекта по заданной совокупности входных и управляющих факторов и параметров. Эта задача сводится к однократному решению системы уравнений математической модели. Многовариантный анализ предусматривает исследование выходных факторов и параметров объекта в пределах некоторой области изменений входных и управляющих факторов и параметров, что достигается многократным решением системы уравнений математической модели объекта. Типичная последователь-

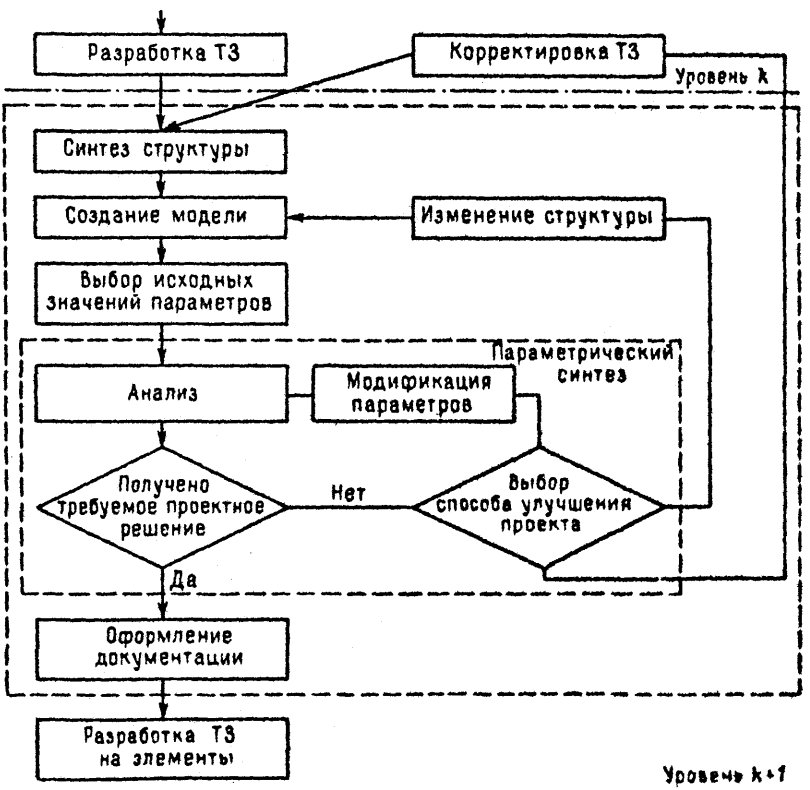


Рис.5.3

ность проектных процедур на этапе нисходящего проектирования показана на рис.5.3.

Рассматривая организационный аспект, необходимо отметить, что САПР является сложной кибернетической системой класса человек - машина. Создание такого рода систем является чрезвычайно трудоемкой задачей, требующей интеграции различных областей знаний. Создание САПР опирается обычно на теорию систем - научное направление, связанное с разработкой совокупности философских, методологических, конкретно-научных и прикладных проблем анализа и синтеза сложных систем. Несмотря на давнее зарождение теории систем, ее становление и превращение в самостоятельное научное направление произошло в начале второй половины нашего столетия. Необходимость и значение системного подхода отчетливо проявились при создании таких больших систем человек - машина, как космические, автоматизированные системы управления (АСУ) и т.п. Системный подход можно представить себе как совокупность системного рассмотрения проблемы с различных сторон с привлечением специалистов различного профиля, системного представления, достигаемого с помощью построения моделей изучаемых явлений и объектов, и системы организации работ, включающей непрерывное планирование и управление с помощью современных методов координации работ. Развитие системного подхода в рамках общей теории систем обеспечило организационные возможности построения САПР.

Экономический аспект проблемы определяется значительными затратами материальных и трудовых ресурсов, связанных с созданием САПР. Использование для САПР ЭВМ первого поколения было невозможно в связи с малым объемом их оперативной памяти, низкими надежностью и быстродействием, а также длительностью и сложностью подготовки задач к решению. Эти машины были практически малорентабельными быстродействующими арифмометрами, которые использовались для решения разовых эпизодических задач, не поддававшихся ручным расчетам (баллистические расчеты, расчеты потоков нейтронов и т.п.). Потребовались переход к новой элементной базе, кардинальная перестройка технологии и производства, разработка и создание ЭВМ второго, а затем и третьего поколений для подготовки технической базы систем автоматизированного проектирования. Кроме создания материальной базы боль-

ших затрат требует разработка программного обеспечения ЭВМ, под которым понимают комплекс программ, описаний и инструкций, позволяющих автоматизировать вычислительный процесс на ЭВМ в ходе программирования, отладки и решения задачи.

Таким образом, решающим фактором перехода от теоретических исследований в области САПР к практической реализации и внедрению этих систем является рост научно-технического и экономического потенциала промышленно развитых стран.

При разработке и создании системы автоматизированного проектирования к ней предъявляется ряд требований, которым она должна удовлетворять. САПР создается как человеко-машинная система. Это система автоматизированного проектирования, в которой важную роль играет человек. В принципе возможно создание автоматических систем, осуществляющих процесс проектирования без вмешательства человека. Однако в данный момент это маловероятно и вряд ли целесообразно с экономической точки зрения. Человек в САПР должен решать задачи, которые в настоящее время не формализованы, а также задачи, которые он может на основании своих эвристических способностей решать более эффективно, чем ЭВМ на основе вычислительных возможностей. Взаимодействие человека и ЭВМ в процессе проектирования - один из основных принципов построения и эксплуатации САПР.

САПР создается как иерархическая система, реализующая комплексный подход к автоматизации всех уровней проектирования. Иерархия уровней проектирования отражается в структуре специального программного обеспечения САПР в виде иерархии подсистем, а также в иерархическом подходе к техническим средствам САПР, подразделяющимся на центральный вычислительный комплекс (ЦВК) и автоматизированные рабочие места (АРМ) проектировщиков. Следует подчеркнуть необходимость обеспечения комплексного характера САПР, так как автоматизация проектирования на одном из уровней при сохранении старых форм проектирования на соседних уровнях менее эффективна, чем автоматизация всех этапов.

САПР создается как совокупность информационно-согласованных подсистем. Информационная согласованность означает, что все или большинство возможных последовательностей задач проектирования обслуживаются информационно-согласованными программами, т.е. такими, в которых данные, являющиеся объектом переработки,

входят в массивы, не требующие изменений при переходе от одной программы к другой. В ряде случаев результаты решения одной задачи могут являться исходными данными для решения другой задачи. Если для согласования программ требуется переработка массивов с участием человека, добавляющего недостающие параметры, изменяющего значения параметров или перекомпоновывающего массив, то это свидетельствует о плохом согласовании программ. Плохая информационная согласованность превращает САПР в совокупность автономных программ, что снижает также качество проектных решений.

САПР создается как открытая и развивающаяся система. Это требование обусловлено тем, что такая сложная система, как САПР, разрабатывается обычно в течение длительного времени, поэтому эксплуатация отдельных частей системы по мере их готовности представляется экономически целесообразной. Кроме того, первоначально введенный в эксплуатацию базовый вариант нуждается в дальнейшем развитии и дополнении, что требует включения в систему новых программ. И наконец, прогресс в науке и технике приводит к созданию новых образцов оборудования, для отражения свойств которых нужны новые математические модели. Все это вызывает непрерывное совершенствование и пополнение системы автоматизированного проектирования.

САПР создается как специализированная система с максимальным использованием унифицированных модулей. Это положение объясняется противоречиями между требованиями высокой эффективности и универсальности. Высокая эффективность системы, характеризуемая малыми затратами времени и средств на выполнение проектных разработок, обеспечивается за счет ее специализации. Однако в этом случае неизбежно возрастает количество специализированных САПР, что вызывает увеличение затрат на их разработку. Удешевление разработки систем автоматизированного проектирования может быть достигнуто путем использования унифицированных элементов.

5.2. Техническое, программное и информационное обеспечение САПР

К техническим средствам, используемым при создании САПР, предъявляются следующие основные требования:

- обеспечение решения задач всех этапов проектирования за приемлемое время;

- обеспечение эффективного взаимодействия инженеров-проектировщиков с ЭВМ;

- наличие режима работы ЭВМ с разделением времени для одновременного обслуживания всего коллектива проектировщиков;

- открытость комплекса технических средств для расширения и модернизации системы.

Эти требования удовлетворяются в настоящее время в основном за счет использования электронно-вычислительных машин единой серии - ЕС ЭВМ.

Машина единой серии представляет собой комплекс технических средств, которий может быть использован в различних режимах. Типичная структурная схема ЕС ЭВМ приведена на рис.5.4.

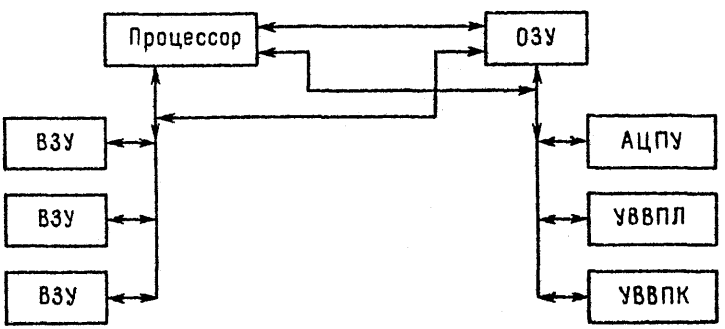


Рис.5.4

Исходная информация (числа и программа решения задачи) вводится в оперативное запоминающее устройство ОЗУ с помощью устройств ввода-вывода информации с перфокарт УВВПК или перфолент УВВПЛ. Программы многократного использования и справочные данные хранятся во внешних запоминающих устройствах ВЗУ. Программа выполняется за счет поочередной выборки из ОЗУ в процессор команд программы, расшифровки их и подготовки процессора к выполнению запрограммированных операций. Результаты выполненных операций пересылаются в ОЗУ. После того как порция информации, содержащаяся в ОЗУ, будет переработана, процессор в соответствии с программой произведет обмен информацией между ОЗУ и ВЗУ, т.е. в ОЗУ будет введена новая порция информации.

Наличие двух запоминающих устройств - оперативного ОЗУ и внешнего ВЗУ - связано со спецификой их устройства и работы. ОЗУ характеризуется высоким быстродействием (малым временем, необходимым для выборки или записи числа), но ограниченным объемом памяти. ВЗУ имеет значительно больший объем памяти, но поиск нужных массивов, выборка и запись информации занимают относительно большое время. Поэтому для сокращения времени счета вычислительный процесс следует программировать таким образом, чтобы число обращений к ВЗУ было минимальным, но обмен информации проводился большими порциями.

Таким образом, непосредственная обработка информации в ЭВМ осуществляется в процессоре, который в соответствии с заданной программой управляет ходом вычислительного процесса и производит операции над цифрами и кодами.

Вывод результатов решения задачи на ЭВМ осуществляется обычно с помощью алфавитно-цифрового печатающего устройства - АЦПУ. Кроме того, вывод информации может производиться также на перфокарты (УВВПК) и перфоленту (УВВПЛ). Устройства ввода-вывода (АЦПУ, УВВПК, УВВПЛ) и внешние запоминающие устройства ВЗУ обычно называют внешними или периферийными.

В минимальный комплект ЕС ЭВМ входят следующие периферийные устройства:

- внешние запоминающие устройства ВЗУ - накопитель на магнитной ленте (НМЛ) и накопитель на магнитных дисках (НМД);
- устройства ввода-вывода с перфолент (УВВПЛ) и перфокарт (УВВПК);
- алфавитно-цифровое печатающее устройство (АЦПУ);
- электрическая пишущая машинка "Консул" для ввода команд оператора при оперативной связи;
- устройство подготовки данных (УПД) на перфокартах и перфоленте.

С точки зрения пользователя, решение задач на ЭВМ возможно как в пакетном, так и диалоговом режиме.

Режим пакетной обработки (программный режим) предусматривает автоматическое решение задачи без вмешательства человека. Оператор в начале работы устанавливает колоду перфокарт или бобину с перфолентой в устройство ввода и после окончания счета снимает с АЦПУ часть рулона с отпечатанным результатом решения.

Пакетный режим применяется в случаях, когда могут быть предусмотрены все возможные ситуации при решении и формализован выбор продолжения решения в точках ветвления алгоритма. Пакетный режим может быть рекомендован для решения громоздких задач, требующих большого времени счета между точками ветвления.

Диалоговый режим (оперативный или интерактивный) применяется в случаях, когда автоматический выбор пути продолжения решения нежелателен или затруднен. При пассивном диалоговом режиме автоматическое выполнение программы прерывается в заранее предусмотренных точках ветвления и ЭВМ ждет приказа от человека. Применение пассивного диалогового режима может быть рекомендовано при наличии трудно формализуемых правил и процедур для принятия решений, при условии, что время ожидания решения (т.е. ответ на реплику человека) не слишком велико и объем числовой информации, подлежащей вводу в ЭВМ в процессе диалога, также невелик (иначе резко возрастает время диалога).

Наряду с пассивным встречается активный диалоговый режим, предусматривающий вмешательство человека в процессе решения задачи на любом этапе, а не в отдельных, заранее запрограммированных точках.

В зависимости от количества одновременно обслуживаемых программ различают однопрограммный и многопрограммный режим работы ЭВМ. При работе в однопрограммном режиме во время работы устройств ввода-вывода не работает процессор и, наоборот, при работе процессора простаивают устройства ввода-вывода, что нерационально. Более полная загрузка отдельных устройств ЭВМ обеспечивается при одновременном решении нескольких задач в многопрограммном режиме (режиме мультипрограммирования). Многопрограммный диалоговый режим работы ЭВМ называется режимом разделения времени (или режимом мультидоступа).

Исторически режим разделения времени появился как результат развития вычислительной техники. ЭВМ первого поколения эксплуатировались, как правило, в оперативном режиме. ЭВМ находилась в пользовании одного человека, который мог прервать автоматическое выполнение программы, обдумать ход решения и направить его по тому или иному пути с помощью команд, задаваемых с пульта. Это приводило к простоям и неэффективному использованию ЭВМ. В ЭВМ второго поколения главенствующим стал пакетный

режим. Переход к пакетному режиму резко повысил производительность ЭВМ, однако пользователь потерял возможность оперативного получения результатов решения и после каждого останова программы ему приходилось ждать формирования нового пакета.

Для устранения отмеченных недостатков был разработан режим разделения времени. При этом режиме пользователь получает в свое распоряжение терминал, включающий в себя дисплей и клавиатуру, за которым он может обдумывать ход решения и полученные результаты. ЭВМ поочередно опрашивает все терминалы и при наличии запроса обслуживает соответствующего пользователя, затем переходит к следующему терминалу или к решению фоновой задачи (задачи, которая требует длительного времени для решения и обслуживается только при отсутствии запросов с терминалов). В этом случае с одной ЭВМ работает несколько пользователей и при достаточном быстродействии ЭВМ у каждого из них складывается впечатление индивидуальной работы на машине. Следует учесть, что режим разделения времени усложняет программное обеспечение.

Для обеспечения пакетного режима работы ЭВМ достаточен перечисленный выше набор периферийных устройств, однако для реализации диалогового режима необходимо в составе технических средств иметь специальные устройства для обеспечения диалога человека с машиной, каковыми являются дисплеи. Существуют алфавитно-цифровые и графические дисплеи. У первых на экране может быть отображена текстовая информация, состоящая из букв, цифр и некоторых специальных символов. Графические дисплеи служат для отображения как текстовой, так и графической информации в виде графиков, рисунков и простых чертежей. Возможности дисплеев в отображении сложных чертежей ограничены. Кроме того, изображение на экране удобно для визуального восприятия, однако оно не является документом, который можно сохранять и включать в комплект технической документации. Поэтому для получения чертежей в требуемой форме используются специальные устройства вывода графической информации - чертежные автоматы, а для ввода сложных графических построений в ЭВМ применяются устройства кодирования графической информации.

Дисплеи, чертежные автоматы, кодировщики графической информации образуют дополнительную группу периферийных устройств современных машин, обеспечивающих эффективное взаимодействие инженеров-проектировщиков с ЭВМ.

Периферийные устройства, обеспечивающие пакетный и диалоговый режимы работы САПР, объединяют в комплекс оборудования, получивший название автоматизированного рабочего места (АРМ). Обычно в состав АРМ входят устройства ввода-вывода с перфолент и перфокарт, внешние запоминающие устройства, алфавитно-цифровое печатающее устройство, графический дисплей (ГД), алфавитно-цифровой дисплей (АЦД), чертежный автомат (графопостроитель - ГП), кодировщик графической информации (КГИ) и пишущая машинка "Консул". Таким образом, АРМ представляет собой достаточно сложную подсистему технических средств. Связь всех устройств АРМ и управление их работой осуществляется обычно с помощью мини-ЭВМ - вычислительной машины меньшей производительности по сравнению с ЭВМ, применяемыми в центральном вычислительном комплексе.

Система, состоящая из центрального вычислительного комплекса (ЦВК), оснащенного ЕС ЭВМ, и только одного АРМ, не обеспечит эффективного использования дорогостоящего оборудования ЦВК. Поэтому система автоматизированного проектирования обычно строится как двухуровневая система коллективного пользования (рис.5.5), когда один ЦВК обслуживает одновременно несколько АРМ. Режимом работы ЦВК в этом случае является режим разделения времени. При такой компоновке АРМ может работать как в автономном режиме, так и в режиме взаимодействия с ЦВК.

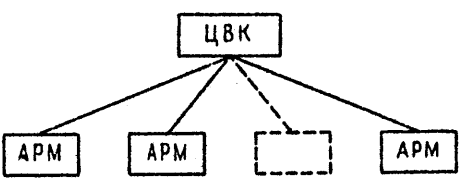


Рис.5.5

В настоящее время известно несколько типов автоматизированных рабочих мест. Так, например, существуют АРМ инженера-конструктора, АРМ инженера-технолога и т.д. Технические устройства, входящие в состав АРМ, занимают весьма большую площадь и имеют высокую стоимость. Поэтому практически одно автоматизированное рабочее место, установленное в специальном помещении, используется всеми инженерами одного подразделения проектной организации. Кроме того, непосредственно на рабочих местах проектировщиков могут быть установлены терминалы.

Программное обеспечение ЭВМ – это совокупность программ, процедур и правил, вместе со всей необходимой документацией, позволяющая использовать вычислительную машину для решения различных задач. Часть программного обеспечения, предназначенная для планирования и организации процесса обработки, ввода-вывода, управления данными, распределения ресурсов (памяти), подготовки и отладки программ и других вспомогательных операций обслуживания, называется операционной системой (ОС).

Общее программное обеспечение САПР и представляет собой операционную систему. Операционная система включает в себя программы двух групп – обрабатывающие и управляющие. Первая из них образует группу подготовки программ, включающую трансляторы с алгоритмических языков, библиотеки стандартных программ для решения типовых задач и обслуживающие (сервисные) программы. Управляющие программы образуют группу исполнения программ, включающую управление задачами, управление заданиями и управление данными.

Программы пользователей обычно называют прикладными, поэтому специальное программное обеспечение САПР составляют пакеты прикладных программ, инструкции по их использованию и входные языки. По сути разработка САПР сводится к созданию специального программного обеспечения, характеристики и особенности которого определяют возможности САПР в части решения проектных задач.

Инженер-пользователь САПР должен в первую очередь ознакомиться с языками общения с ЭВМ, служащими для описания задач и объектов проектирования. Он должен изучить состав и условия применения пакета прикладных программ. Нужно знать также структуру и принцип объединения программ друг с другом, реализованные в системе автоматизированного проектирования.

Информационное обеспечение САПР заключается в создании банков данных. Банком данных в САПР называется подсистема, обеспечивающая включение, хранение и выдачу информационных массивов, содержащих сведения о проектируемых объектах и предназначенных для использования на последующих этапах проектирования данного или новых объектов. Банк данных включает в себя собственно информационные массивы, совокупность которых называют обычно базой данных, и программное обеспечение для управле-

ния базой данных, которое заключается в реализации доступа к базе данных со стороны прикладных программ и в изменении по приказам пользователей содержания и формы представления записей в базе данных.

База данных может содержать сведения справочного характера, например сведения о серийно изготавливаемом оборудовании, запорной арматуре, сортаменте трубопроводов, нормативы, различные физические константы, правила и извлечения из ГОСТов, закодированные чертежи типовых изделий и т.п. В базу данных входят результаты выполнения предыдущих этапов проектирования, предназначенные для использования на последующих этапах.

По характеру использования банки данных делятся на индивидуальные, коллективные, долговременные и оперативные. Индивидуальный банк данных имеет каждый пользователь САПР. В коллективный банк данных подсистемы засылаются результаты, которые могут использоваться другими исполнителями проекта. Доступ к коллективному банку данных возможен только при указании пароля, известного кругу лиц, которым разрешено пользоваться данными из банка. Долговременные и оперативные банки данных различаются сроком хранения сведений и видами запоминающих устройств.

Рассмотрим лингвистическое обеспечение САПР. Термин "язык" означает любое средство общения, любую систему символов или знаков для обмена информацией. Раньше под общением понималась передача информации от человека к человеку, однако в последнее время возникла проблема обмена информацией между человеком и ЭВМ. В первую очередь, общение человека и ЭВМ необходимо для задания машине алгоритмов решения задач вычислительного характера, ввода исходных данных и получения результатов решения. Исходные данные и результаты, имеющие форму массивов чисел, понятные человеку и легко реализуемые в машине, не требуют новых языковых средств. Однако для записи алгоритмов решения задач, представляющих совокупность формальных правил, однозначно определяющих содержание и последовательность выполняемых процедур, потребовались специальные языки, называемые алгоритмическими.

Алгоритмический язык по ГОСТ 19781-74 - это набор символов и система правил образования и истолкования конструкций из этих символов для задания алгоритмов.

Алгоритмический язык для записи программ и данных называют языком программирования. Язык содержит средства для описа-

ния математических действий и математических объектов, над которыми производятся эти действия.

При работе с САПР приходится решать задачи не только вычислительного характера. Поэтому в языках, используемых в САПР для задания исходной информации, необходимы средства непосредственного описания объектов проектирования в форме, удобной для отображения информации, имеющейся в распоряжении инженера на данном этапе разработки. Следовательно, в САПР должны использоваться алгоритмические языки программирования при создании программного обеспечения и языки для общения инженера-пользователя с ЭВМ.

Наиболее удобны для человека проблемно-ориентированные языки, учитывающие особенности того класса задач, для записи алгоритмов решения которых они предназначены. Языками, ориентированными на описание инженерных и научных задач, при решении которых преобладают операции численного анализа, являются Алгол 60, Фортран, ПЛ-1. Языком, ориентированным на широкий круг экономических задач, является Кобол.

Кроме языков программирования в САПР используются языки общения человека с ЭВМ - входные языки. Входные языки также относятся к проблемно-ориентированным языкам, однако в них в основном развиты элементы для описания объектов и слабее представлены элементы для описания действий. При решении задач проектирования инженер имеет дело с различными документами (чертежами, схемами, графиками). Поэтому в языках общения с ЭВМ необходимо иметь средства для отображения информации графического характера. Эти возможности реализуются во входном языке с помощью системы символов и правил, называемых языком описания объектов (ЯОО). Инженер должен иметь возможность задать машине не только сведения об объекте, но и о том, какие задачи должны быть решены и в каких условиях. Для задания этих сведений используется подмножество входного языка, именуемое языком описания заданий (ЯОЗ). Язык описания заданий стараются выбрать близким по возможностям, символике, грамматике к универсальным алгоритмическим языкам, дополняя и расширяя их.

Из ЭВМ к человеку также поступает информация, имеющая не только числовую форму (тексты, данные, отображающие чертежи). Поэтому при работе в режиме диалога используется единый диалоговый язык.

Таким образом, для записи прикладных программ анализа, синтеза, оптимизации используются алгоритмические языки. Эти программы создаются специалистами по машинному программированию и включаются в библиотеки прикладных программ. Пользователь САПР должен уметь правильно обратиться к нужной программе, задав всю исходную информацию для решения своей задачи, и правильно интерпретировать полученные результаты.

Указатель литературы

1. Бадылькес И.С. Свойства холодильных агентов. М., 1974.
2. Беллман Р. Динамическое программирование / Пер. с англ. М., 1960.
3. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования / Пер. с англ. М., 1965.
4. Берман Л.Д. Испарительное охлаждение циркуляционной воды. М.;Л., 1949.
5. Богданов С.Н., Иванов О.П., Куприянова А.В. Холодильная техника. Свойства веществ. Справочник. Изд.3-е, доп. и перераб. М., 1985.
6. Бояринов А.И., Кафаров В.В. Методы оптимизации в химической технологии. М., 1969.
7. Бродянский В.М. Эксергетический метод термодинамического анализа. М., 1973.
8. Быков А.В., Калнинь И.М., Крузе А.С. Холодильные машины и тепловые насосы. М., 1988.
9. Бэр Г.Д. Техническая термодинамика. М., 1977.
10. Гладков В.А., Арефьев Ю.И., Пономаренко В.С. Вентиляторные градирни. Изд.2-е, доп. и перераб. М., 1976.
11. Гоголин А.А. Оптимальные перепады температур в испарителях и конденсаторах холодильных машин // Холодильная техника. 1972. № 3.
12. Гоголин А.А. О сопоставлении и оптимизации теплообменных аппаратов холодильной машины // Холодильная техника. 1981. № 4.
13. Дудников Е.Г., Балакирев В.С., Кривсунов В.Н., Цирлин А.М. Построение математических моделей химико-технологических объектов. Л., 1970.
14. Курылев Е.С., Герасимов Н.А. Холодильные установки. Л., 1980.
15. Левин И.И., Ткачев А.Г., Розенфельд Л.М. Холодильные машины. М.;Л., 1939.
16. Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике. М., 1969.
17. Мышкис А.Д. Математика для втузов. Специальные курсы. М., 1971.
18. Норенков И.П. Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем. М., 1980.
19. Норенков И.П. Системы автоматизированного проектирования: В 9 кн. Кн.1. Принципы построения и структура. М., 1986.
20. Нуждихин В.Г., Беседин А.Д. Системы автоматизированного проектирования: создание и внедрение. М., 1984.
21. Оносовский В.В. Оптимизация холодильных установок с учетом сезонных колебаний температуры окружающей среды // Холодильная техника. 1981. № 5.

22. Оносовский В.В., Крайнев А.А. Выбор оптимального режима работы холодильных машин и установок с использованием метода термоэкономического анализа // Холодильная техника. 1978. № 5.

23. Оносовский В.В., Крайнев А.А. Пути снижения затрат на эксплуатацию одноступенчатых холодильных установок // Холодильная техника. 1980. № 5.

24. Оносовский В.В., Лещенко В.Ф. Динамическая оптимизация холодильных установок // Холодильная техника. 1987. № 5.

25. Оносовский В.В., Лещенко В.Ф. Оптимизация холодильной установки, использующей систему оборотного водоснабжения конденсаторов // Холодильная техника. 1987. № 8.

26. Оносовский В.В., Лещенко В.Ф. Методика динамической оптимизации холодильных установок // Повышение эффективности компрессорных и теплоиспользующих холодильных машин. Л., 1987.

27. Оносовский В.В., Ротгольц Е.А. Оптимизация режима работы двухступенчатой холодильной установки // Холодильная техника. 1980. № 12.

28. Оносовский В.В., Сергуткин С.В. Комплексная оптимизация судовых холодильных установок // Холодильная техника. 1986. № 10.

29. Попырин Л.С. Математическое моделирование и оптимизация теплоэнергетических установок. М., 1978.

30. Правила устройства и безопасной эксплуатации аммиачных холодильных установок. М., 1981.

31. Правила техники безопасности на фреоновых холодильных установках. М., 1971.

32. Прейскурант № 23-02.4.1. Оптовые цены на оборудование холодильное и компрессорное. М., 1978.

33. Проектирование холодильников /Ю.С.Крылов, П.И.Пирог, В.В. Васютович и др. М., 1972.

34. Розенфельд Л.М., Михальская Р.Н. Анализ влияния физических свойств рабочего тела на величину необратимых потерь обратных круговых процессов // Докл.АН СССР. 1953. Т.93. № 2.

35. Розенфельд Л.М., Ткачев А.Г. Холодильные машины и аппараты. Изд.2-е, доп. и перераб. М., 1960.

36. Смирнов В.И. Курс высшей математики: В 4 т. Т.1. М., 1974.

37. Смирнов В.И. Курс высшей математики: В 4 т. Т.4. М., 1974.

38. Ткачев А.Г. Выбор скорости движения рассола в испарителях // Холодильная техника. 1951. № 4.

39. Холодильные машины /Под общей ред.И.А.Сакуна. Л., 1985.

40. Холодильная техника: Холодильные машины. Справочник. М., 1982.

41. Холодильная техника: Проектирование холодильных сооружений. Справочник. М., 1978.

42. Шаргут Я., Петела Р. Эксергия. М., 1968.

43. Tribus M. Thermostatics and thermodynamics. New Jersey, 1961.

44. Tribus M., Evans R.B. The thermoeconomics of sea water conversion. Los Angeles, 1962.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Глава 1. Математическое моделирование 3

1.1. Классификация моделей. . . . . -
1.2. Математические модели. 9
1.3. Характеристики объектов моделирования. 23
1.4. Математические модели теплообменных аппаратов 36

Глава 2. Оптимизация моделируемых объектов. 52

2.1. Статическая оптимизация. . . . . -
2.2. Динамическая оптимизация 82

Глава 3. Метод термоэкономики 86

3.1. Термоэкономическая модель одноступенчатой одноцелевой компрессорной холодильной установки 90
3.2. Математическое описание элементов холодильной установки, используемое в термоэкономической модели 103
3.3. Статическая оптимизация одноступенчатой холодильной установки. 120

Глава 4. Методика моделирования и динамической оптимизации холодильных установок с учетом сезонных колебаний температуры источников теплоты и величины нагрузок. 131

4.1. Двухступенчатые одноцелевые холодильные установки 143
4.2. Холодильные установки с оборотной системой водоснабжения. 150
4.3. Многоцелевые холодильные установки 159
4.4. Оптимизация значений коэффициента теплопередачи ограждений охлаждаемых помещений. 165

Глава 5. Системы автоматизированного проектирования . . . 181
5.1. Принципы построения САПР 182
5.2. Техническое, программное и информационное обеспечение САПР 192
Указатель литературы. 202

Учебное издание

Оносовский Вадим Валентинович

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ
ХОЛОДИЛЬНЫХ УСТАНОВОК

Редактор И.Н.Рязанова
Художественный редактор С.В. Алексеев
Обложка художника Н.И.Абрамова
Технический редактор Л.А.Топорина
Корректоры С.К.Школьникова, Л.С.Львова

ИБ № 3318

Подписано в печать 22.05.90. М-30145. Формат 60x84 1/16.
Бумага тип. № 2. Печать офсетная. Усл.печ.л. 12,09.
Усл. кр.-отт. 12,32. Уч.-изд.л. 10,87. Заказ 5023.
Тираж 3865 экз. Цена 35 коп.
Издательство Ленинградского университета. 199034, Ленинград,
Университетская наб., 7/9

РС