Emil Simiu Robert H. Scanlan

Wind Effects on Structures:

An Introduction to Wind Engineering

John Wiley & Sons
New York / Chichester / Brisbane / Toronto

Э. Симиу Р. Сканлан

Воздействие ветра на здания и сооружения

Перевод с английского
Б. Е. Маслова, А. В. Швецовой

Под редакцией
канд. техн. наук Б. Е. Маслова

БИБЛИОТЕКА
Бол...
Моск...
инв. № 136976

Москва Стройиздат 1984

ПЕРЕУЧЕТ 1980 г.

УДК 624.042.41
С37

Симиу Э., Сканлан Р. Воздействие ветра на здания и сооружения / Пер. с англ. Б. Е. Маслова, А. В. Швецовой; Под ред. Б. Е. Маслова. — М.: Стройиздат, 1984. — 360 с., ил. — Перевод. изд.: Wind Effects on Structures / E. Simiu, R. Scanlan (1978).

В книге американских авторов рассмотрены вопросы атмосферной термо- и гидродинамики, ветровой климатологии и ее влияние на проектирование и расчет инженерных конструкций. Показана зависимость ветровой нагрузки и ее распределения на здания и сооружения от скорости ветра. Исследуются явления аэроупругости. Отмечена необходимость аэродинамических модельных испытаний как важного этапа при расчете и проектировании конструкций на ветровое воздействие.

Для научных и инженерно-технических работников научно-исследовательских и проектных организаций.

Табл. 27, ил. 218, список лит.: 539 назв.

Рекомендовано к изданию А. Ф. Смириовым, директором ЦНИИСК им. Кучеренко.

С $\frac{3202000000\text{-}310}{047(01)\text{-}84}$ 78-84

© 1978 by John Wiley & Sons, Inc.
© Предисловие к русскому изданию. Перевод на русский язык, Стройиздат, 1984

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Предлагаемая вниманию читателей книга «Воздействие ветра на здания и сооружения» написана известными американскими специалистами д-ром Э. Симиу и проф. Р Х. Сканланом. В подзаголовке авторы назвали свой труд «Введением в инженерные исследования ветровых воздействий». Определение этой области прикладных исследований, сформировавшейся в последние годы в самостоятельную дисциплину, и стоящих перед ней задач дал проф. Дж. Е. Чермак (1957). Он охарактеризовал ее «как рациональный подход к рассмотрению взаимодействия между ветром в пограничном слое атмосферы, человеком и инженерными сооружениями на поверхности земли... И задача инженера состоит в том, чтобы не только свести к минимуму человеческие жертвы и расходы, связанные с потерей имущества, но также использовать все возможности улучшения комфортных условий для людей и увеличения экономичности проекта путем учета благоприятных условий, создаваемых воздействием ветра».

Книга охватывает широкий круг проблем, разрабатываемых на основе последних достижений в этой области. Основной акцент авторы делают на физическую интерпретацию рассматриваемых явлений, зачастую опуская сложные математические выкладки. Естественно, не все вопросы раскрыты в ней с достаточной полнотой, но некоторые из них представляют особый интерес для советских специалистов в связи с тем, что не нашли еще должного освещения в отечественной литературе. Небезынтересно будет также сравнить методики определения расчетных скоростей ветра и расчета зданий и ряда сооружений, рассматриваемые авторами, с решениями аналогичных вопросов в нашей стране, изложенными, например, в «Руководстве по расчету зданий и сооружений на действие ветра».

Одно из достоинств книги — практическая направленность всех полученных результатов, по-видимому, обусловлена характером деятельности самих авторов. Книга содержит много разнообразных примеров применения описанных методов исследований и расчета сооружений, большой иллюстративный материал и рекомендации по правильной интерпретации полученных данных. Вместе с тем она представляет большую научную ценность и в другом аспекте: авторы объединили и рассмотрели с единых позиций огромный фактический материал (свыше 500 литературных источников), используя который читатель может в дальнейшем более углубленно изучить интересующие его вопросы.

«Воздействие ветра на здания и сооружения» — первая переводная книга, выпускаемая Стройиздатом по указанной проблеме. При переводе терминология в основном приведена в соответствие с терминологией, используемой в отечественной литературе. Однако в отдельных случаях мы сочли целесообразным оставить американскую терминологию, например, когда авторы при рассмотрении обтекания сооружений воздушным потоком широко используют термины гидродинамики: жидкость (подразумевая среду, в которой находится тело), поток жидкости, гидродинамические силы и целый ряд других.

Книга, несомненно, представляет интерес для инженерных и научных работников. Она может служить и хорошим учебным пособием, поскольку содержит необходимые сведения (математический аппарат, основные сведения из метеорологии, климатологии, механики жидкости и газа, аэродинамики, динамики сооружений и др.), позволяющие молодому специалисту овладеть современными методами исследований и расчета сооружений на ветровые воздействия.

Канд. техн. наук Б. Е. Маслов

ПРЕДИСЛОВИЕ

Определение ветровых нагрузок на здания и инженерные сооружения в ряде случаев приводит к весьма сложным проблемам, решение которых требует особо серьезного внимания, поскольку разрабатываемые проекты должны удовлетворять требованиям надежности и пригодности сооружений к нормальной эксплуатации. К таким инженерным задачам относятся: определение динамических реакций высоких сооружений, нагрузок на наружное остекление зданий и навесные стены, особенно в высотных зданиях, выявление степени пригодности к нор-

мальной эксплуатации пешеходных зон при некоторых типах застройки территории, изучение колебаний и флаттера висячих мостов, описание воздействия торнадо на ядерные энергетические установки, оценивание вероятности появления экстремальных ветров на строительной площадке.

В последние два десятилетия опубликовано большое число работ, в которых сделана попытка дать обоснованное объяснение вышеуказанным явлениям и разработать соответствующие аналитические решения и инженерные методы расчета. Однако не все они легко доступны для понимания. Авторы книги «Воздействие ветра на здания и сооружения» поставили перед собой задачу объединить основные направления проводимых исследований в этой области.

Книга предназначена для инженеров и архитекторов, которые могут ее использовать в своей практической деятельности. Выбранные для данной работы темы изложены вне зависимости друг от друга и, по возможности, на основе положений фундаментальных исследований. В монографию включено большое число ссылок на первоисточники.

Уровень подготовки, предполагаемой у читателя, должен примерно соответствовать степени бакалавра науки и техники. Авторы стремились избегать сложных математических формулировок, когда они необязательны. Основные понятия теории вероятностей, статистики и теории случайных процессов, используемые в современных исследованиях ветровых воздействий, даны в приложениях, в которых особо подчеркивается значение интуитивных подходов к решению задач.

В I части книги рассмотрены те метеорологические, микрометеорологические и климатологические аспекты ветрового режима местности, которые представляют интерес для инженерных исследований ветровых воздействий. Во II части книги приведены основные положения аэродинамики, динамики сооружений и аэроупругости с последующим использованием их для расчета различных типов сооружений и элементов конструкций. Отдельные главы посвящены обсуждению вопросов, связанных с вызываемым ветром дискомфортом как внутри зданий, так и вокруг них, а также оценке необходимости проведения испытаний в аэродинамической трубе для проектирования сооружений.

Инженерные исследования ветровых воздействий — новая и быстроразвивающаяся область прикладных наук. По этой причине современные методы определений ветровых воздействий и данные, на которых они основаны, не следует рассматривать как окончательные. Авторы глубоко убеждены, что необходимо тщательно выявлять области неопределенности и четко указывать на недостатки, присущие этим методам. И это они делали на протяжении всей книги.

Распределение обязанностей при работе над книгой было следующим: главы 1—3, 5, 7, 9—11, а также приложения написаны Э. Симиу, главы 4, 6 и 8 — Р. Х. Сканланом. Однако авторы совместно редактировали и обменивались многочисленными критическими замечаниями по всем разделам книги.

Авторы выражают искреннюю благодарность следующим лицам, которые читали отдельные части рукописи и внесли ценные критические замечания: проф. Х. А. Панофски, д-ру Н. Дж. Куку, д-ру Дж. Ф. Костелло, д-ру Х. Л. Крачеру, д-ру Дж. Дж. Филибеину, д-ру Г. Е. Маттингли, д-ру Дж. М. Митчеллу, д-ру Р. Н. Райту, проф. Дж. Т. П. Яо. Все они заслуживают нашу признательность, так как их критические замечания способствовали значительному улучшению работы. Однако ответственность за все ошибки и неточности целиком лежит на авторах.

Мы также признательны Д. Симиу и Р. Н. Сканлану за внимательное прочтение и редактирование текста, а С. Мюррей, Р. Хокер и Н. Сканлан за высококвалифицированную перепечатку на машинке. Авторы выражают свою благодарность Р. С. Вулсону, Дж. Френсису Тиндаллу, Дж. Л. Бромбергу, Д. Оппенгейму и С. Винклер, а также всем работникам издательства «Джон Вайли энд санз».

Вашингтон, Федеральный округ Колумбия
Принстон, Нью-Джерси, июнь, 1977

Эмиль Симиу
Роберт Х. Сканлан

Развитие производства современных видов строительных материалов и типов конструкций привело к появлению нового поколения сооружений, которые по сравнению с построенными ранее являются исключительно гибкими, легкими, со слабыми демпфирующими свойствами. Такие сооружения, как правило, характеризуются повышенной чувствительностью к действию ветра. В связи с этим появилась необходимость разработать методы расчета, дающие возможность проектировщику оценивать ветровые воздействия с большей степенью точности, чем это требовалось раньше. Усилия, направленные на развитие таких методов, привели к созданию, в основном в прошлом десятилетии, прикладной дисциплины, получившей название инженерные исследования ветровых воздействий.

Задача инженера состоит в том, чтобы обеспечить такую работу сооружений под действием ветровых нагрузок, которая отвечала бы требованиям надежности и пригодности к нормальной эксплуатации в течение всего срока их службы. Для достижения этой цели проектировщику необходимо иметь данные о ветровом режиме местности, о зависимости между ветровым режимом местности и нагрузками, вызываемыми при этом на сооружение, о работе сооружения под действием этих нагрузок.

Ветровой режим местности. Информация о ветровом режиме местности, необходимая для проектирования сооружений, включает отдельные элементы, полученные на основе метеорологии, микрометеорологии и климатологии.

Метеорология дает описание и объяснение основных характерных особенностей атмосферных течений. Эти особенности могут иметь весьма существенное значение для расчета сооружений. Например, в случае торнадо наличие области низкого атмосферного давления в центре циклона является фактором особой значимости для расчета ядерных энергетических установок.

Микрометеорология пытается дать подробное описание структуры атмосферных течений вблизи поверхности земли. Проектировщика сооружений непосредственно интересуют характер изменения средних скоростей ветра по высоте над поверхностью земли, структура атмосферной турбулентности и зависимость средних скоростей и турбулентности от шероховатости подстилающей поверхности местности.

Климатология, применительно к описанию ветрового режима местности, занимается вопросами прогнозирования ветровых условий для заданных географических районов. Вероятностные формулировки по прогнозируемым скоростям ветра удобно представлять в виде карт ветров, которые в настоящее время включаются в различные строительные нормы.

Силы, вызываемые действием ветра на сооружения. Сооружение, помещенное в воздушный поток, подвергается действию аэродинамических сил, которые, в общем, можно определить, используя имеющиеся решения теоретической аэродинамики и данные экспериментальных исследований. Однако если условия окружающей местности или характеристики сооружения существенно отличаются от рассмотренных ранее, то возникает необходимость в проведении специальных экспериментов в аэродинамической трубе.

Аэродинамические силы состоят из сил лобового сопротивления, которые действуют в направлении среднего течения, и подъемных (поперечных) сил, действующих перпендикулярно этому направлению. Если же расстояние между центром жесткости сооружения и центром давления (т.е. точкой приложения равнодействующей аэродинамических сил) велико, то сооружение подвергается также действию крутящих моментов, которые могут оказать существенное влияние при его расчете.

Реакция сооружения на ветровые нагрузки. Поскольку аэродинамические силы зависят от времени, для определения реакции сооружения следует использовать методы динамики сооружений. Более того, нерегулярный характер этой зависимости потребует применения основных положений теории случайных процессов в теоретических исследованиях. В отдельных случаях может возникнуть необходимость в проведении анализа на основе аэроупругости, т. е. в изучении взаимодействия между аэродинамическими и инерционными силами, демпфированием и силами упругости с целью исследования аэродинамической устойчивости сооружения.

Из всего вышеизложенного видно, что расчет современных сооружений, подверженных действию ветровых нагрузок, требует использования методов большого числа других дисциплин, а также соответствующих экспериментальных данных. Авторы склонны считать, что в настоящее время нет еще исчерпывающих ответов на все рассматриваемые здесь вопросы, однако за последние десять лет были достигнуты значительные успехи в разработке некоторых из них.

При этом получили развитие такие методы расчета и техника экспериментальных исследований, которые существенно расширили возможности проектировщика в оценке воздействия ветра с позиций обеспечения как прочности, так и пригодности сооружений к нормальной эксплуатации. Цель данной книги состоит в том, чтобы изложить эти методы расчета и экспериментальных исследований, привести соответствующий материал, необходимый для понимания и обоснования рациональности такого подхода, а также критически рассмотреть их возможности и недостатки при расчете сооружений.

ЧАСТЬ I. АТМОСФЕРА

1. АТМОСФЕРНАЯ ЦИРКУЛЯЦИЯ

Образование ветра, или движение воздуха относительно поверхности земли, в основном вызывается переменностью нагрева солнцем атмосферы Земли. Его непосредственной причиной является разница давления в точках, расположенных на одинаковой высоте над уровнем моря, что связано с термодинамическими и механическими процессами, происходящими в неоднородной как по времени, так и в пространстве атмосфере.

Энергия, необходимая для возникновения таких явлений, обеспечивается солнцем в виде излучаемого им тепла. Солнце является первичным источником энергии, другим ее источником, непосредственно влияющим на атмосферу, служит поверхность Земли. В самом деле, атмосфера в значительной степени остается проницаемой для солнечной радиации подобно стеклянной крыше теплицы. Поэтому можно считать, что та часть солнечной радиации, которая не отражается (или не рассеивается) в космическое пространство, почти полностью поглощается землей, которая при нагревании испускает энергию в виде эффективного излучения земной поверхности. Его характерные длины волн (порядка 10 мкм) больше аналогичных величин солнечной радиации, переходящей в тепло. Атмосфера в основном прозрачная к солнечной радиации, но закрытая для излучения земной поверхности, поглощает испускаемое землей тепло и частично излучает его обратно к поверхности земли.

1.1. Термодинамика атмосферы

1.1.1. Температура атмосферы. Для иллюстрации влияния распределения температуры воздуха в атмосфере на возникновение ветров рассмотрим упрощенную модель атмосферной циркуляции. В этой модели пренебрегается влиянием изменения температуры воздуха по высоте, влажностью воздуха, вращением земного шара и трением, а поверхность земли считается однообразной и ровной.

Напомним, что ось вращения Земли наклонена приблизительно под углом 66°30 к плоскости ее орбиты вокруг солнца (плоскости эклиптики). Поэтому средняя годовая интенсивность солнечной радиации и соответственно интенсивность излучения земной поверхности и температура атмосферы будут выше в экваториальной, чем в полярных областях. Чтобы объяснить картину циркуляции, которая возникает в результате такой разницы в температуре, Хамфри [1.1] предложил следующий идеальный эксперимент (рис. 1.1).

Предположим, что резервуары A и B наполнены жидкостью одинаковой температуры до уровня a и что трубы *1* и *2* перекрыты. Если температура жидкости в резервуаре A возрастет, а в резервуаре B останется постоянной, то жидкость в резервуаре A расширится и

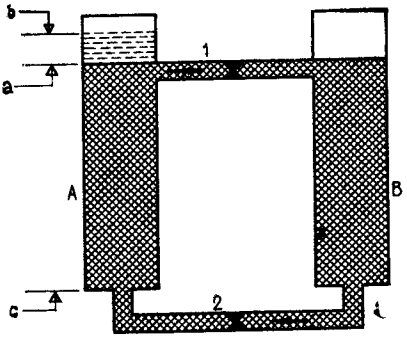
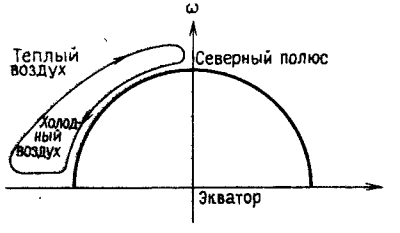


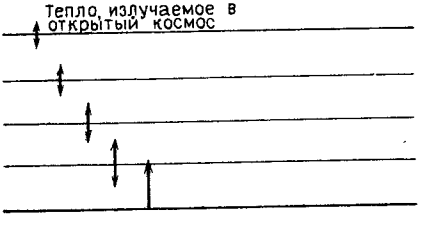
Рис. 1.1. Циркуляция вследствие разницы температур между двумя столбами жидкости

Рис. 1.2. Упрощенная модель атмосферной циркуляции

Рис. 1.3. Перенос тепла посредством радиации в атмосфере







достигнет уровня *в*. Расширение не повлечет за собой изменение общего веса жидкости, содержащейся в резервуаре *А*. Давление на уровне *с* останется поэтому неизменным и если открыть трубу 2, то не возникнет течения жидкости между резервуарами *А* и *В*. Если, однако, открыть трубу *1*, то жидкость потечет из *А* в *В* из-за разности уровней (*b*—*a*). Соответственно на уровне *с* давление в резервуаре *А* уменьшится, тогда как давление в резервуаре *В* возрастет. При открывании трубы *2* жидкость будет перетекать по ней от *В* к *А*. Вызванная таким образом циркуляция будет продолжаться до тех пор, пока сохранится разность температур жидкости в резервуарах *А* и *В*.

Если резервуары *А* и *Б* мысленно заменить столбами воздуха над экватором и над полюсом, тогда, очевидно, в отсутствие других воздействий атмосферная циркуляция будет развиваться так, как это показано на рис. 1.2. В действительности циркуляция атмосферы чрезвычайно усложняется за счет тех факторов, которыми пренебрегли в приведенной выше модели. Влияние этих факторов будет рассмотрено ниже.

Температура атмосферы определяется следующими процессами [1.2, 1.3, 1.4]:

солнечной радиацией и излучением земной поверхности, как уже было рассмотрено в этой главе;

радиацией в атмосфере;

сжатием или расширением воздуха;

молекулярной и турбулентной теплопроводностью;

испарением и конденсацией водяного пара.

1.1.2. Радиация в атмосфере. Для наглядности рассмотрим действие следующей модели. Тепло, излучаемое поверхностью земли, по-

глощается слоем воздуха, непосредственно находящимся над землей (или поверхностью океана), и вновь излучается этим слоем в виде двух потоков, уходящих вниз и вверх. Последний поглощается следующим вышележащим слоем воздуха и вновь излучается вниз и вверх. Перенос тепла посредством излучения в атмосфере, согласно этой модели, представлен на рис. 1.3.

1.1.3. Сжатие и расширение. Атмосферное давление создается весом вышележащего воздуха. Небольшая масса (или частица) сухого воздуха, движущаяся вертикально, испытывает, таким образом, изменение давления, которому соответствует изменение температуры. Для определения последней воспользуемся уравнением состояния для идеального газа и первым законом термодинамики:

$$pv = RT; \quad (1.1) \qquad dq = c_v\, dT + pdv, \qquad (1.2)$$

где p — давление; v — удельный объем; R — газовая постоянная для сухого воздуха; T — абсолютная температура; dq — количество тепла, переданного частице; c_v — удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Дифференцируя первое соотношение и подставляя полученное при этом выражение для pdv во второе, получим

$$dq = (c_v + R)\, dT - vdp. \qquad (1.3)$$

Сравним это соотношение с

$$dq = c_p\, dT, \qquad (1.4)$$

которое выражает первый закон термодинамики в частном случае изобарического (при постоянном давлении) процесса (c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении), легко заметить, что $c_v + R = c_p$. Воспользовавшись еще раз уравнением состояния, можно записать

$$dq = c_p\, dT - RT\,(dp/p). \qquad (1.5)$$

Процессы, для которых $dq = 0$, принято называть адиабатическими. Для таких процессов предыдущее соотношение принимает вид

$$dT\ T - (R/c_p)\,(dp\ p) = 0. \qquad (1.6)$$

а после интегрирования получаем уравнение Пуассона или уравнение сухой адиабаты

$$T\ T_0 = (p/p_0)^{R/c_p}. \qquad (1.7)$$

Для сухого воздуха $R/c_p = 0{,}288$. Известным примером влияния изменения давления на температуру служит нагревание сжатого воздуха в накачиваемой шине.

Если частица воздуха в атмосфере движется достаточно быстро, то можно считать, что тепловой обмен частицы с окружающей средой будет пренебрежимо малым, и допущение $dq = 0$ — приближенно корректным. Тогда из уравнения Пуассона следует, что поскольку восходящий воздух испытывает уменьшение давления, его температура также будет уменьшаться. Падение температуры адиабатически восходящего сухого воздуха на единицу изменения высоты известно как *сухоадиабатический градиент температуры* и равно примерно 1° С/100 м земной атмосферы.

Рассмотрим небольшую массу сухого воздуха в положении *1* (рис.

1.4). Ее высота над уровнем моря и температура составляют соответственно h_1 и T_1. Если эта частица движется вертикально вверх с некоторой достаточной скоростью, то изменение ее температуры будет адиабатическим безотносительно к вертикальному градиенту температуры (изменению температуры с высотой над поверхностью земли), преобладающему в атмосфере. В то время как в положении *2* температура окружающего воздуха равна T_2, температура рассматриваемого элементарного объема воздуха составит $T_2' = T_1 - (h_2 - h_1)/\gamma_a$, где γ_a — адиабатический градиент температуры. Давление со стороны этой частицы и окружающего воздуха будет одинаковым в силу третьего закона Ньютона. Из уравнения состояния следует, что разнице температур $T_2' - T_2$ здесь соответствует разница в плотности между рассматриваемым элементарным объемом воздуха и окружающим воздухом. Это вызывает выталкивающую силу, которая при $T_2 < T_2'$ действует вверх и, следовательно, перемещает элементарный объем воздуха дальше от его первоначального положения (сверхадиабатический градиент температуры, как на рис. 1.4) или при $T_2 > T_2'$ действует вниз, стремясь, таким образом, вернуть частицу в ее первоначальное положение. Считается, что стратификация атмосферы *неустойчива* в первом случае и *устойчива* во втором. Если же $T_2 = T_2'$, т.е. градиент температуры, преобладающий в атмосфере, является адиабатическим, то говорят, что стратификация *безразличная* (*нейтральная*).

Простой пример устойчивой стратификации жидкостей — слой воды, подстилающий слой нефти; противоположный пример (неустойчивой стратификации) — слой воды над нефтью.

1.1.4. Молекулярная и турбулентная теплопроводность. Молекулярная теплопроводность представляет собой диффузионный процесс, который осуществляет перенос тепла. Он совершается посредством движения отдельных молекул и является пренебрежимо малым при рассмотрении атмосферных процессов. Турбулентная теплопроводность включает в себя перенос тепла в результате существующего движения воздуха, в котором оно накапливается.

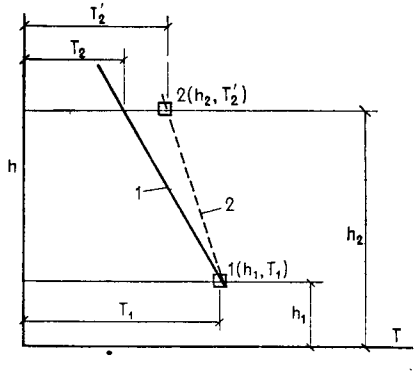


Рис. 1.4. Градиенты температуры
1 — преобладающий в атмосфере; *2* — адиабатический

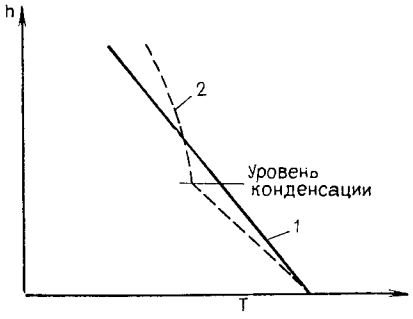


Рис. 1.5. Влияние конденсации на вертикальный градиент температуры
1 — сухоадиабатический градиент температуры; *2* — влажноадиабатический градиент температуры

1.1.5. Конденсация и испарение водяного пара. Согласно закону Дальтона, давление влажного воздуха равняется сумме p парциального давления e водяного пара и парциального давления сухого воздуха $p - e$. Экспериментально установлено, что если давление e превышает некоторую величину E, известную как давление насыщенного пара, то происходит конденсация избытка влаги, и что давление насыщенного пара E экспоненциально возрастает при увеличении температуры влажного воздуха.

Можно показать, что элементарный объем восходящего ненасыщенного влажного воздуха (т.е. для которого $e/E < 1$) будет испытывать падение температуры, по существу равное сухоадиабатическому градиенту температуры. Так как частица воздуха поднимается и ее температура уменьшается, то давление насыщенного пара будет также умеиьшаться. И если рассматриваемый элементарный объем достигнет уровня, для которого отношение e/E становится равным единице, то в нормальных условиях произойдет конденсация. Выше этого уровня водяной пар, содержащийся в элементарном объеме воздуха, будет продолжать конденсироваться и начнет выделяться теплота конденсации. Она равна количеству тепла, которое было первоначально необходимо для изменения фазы воды от жидкой к парообразной, т.е. скрытой теплоте испарения, накопленной паром.

Теплота конденсации участвует в механической работе, заключающейся в расширении поднимающейся частицы, которое перед насыщением происходило только за счет затраты внутренней энергии. Падеиие температуры насыщенного паром, адиабатически восходящего элементарного объема воздуха поэтому ниже, чем у сухого или влажного ненасыщенного воздуха (рис. 1.5). Передавая энергию, которая увеличивает температуру частицы относительно той, которую она имела бы при адиабатическом режиме для сухого воздуха, теплота конденсации помогает поддерживать конвекцию воздуха к верхним слоям атмосферы. Этот фактор играет важную роль в возникновеиии некоторых типов ветров.

1.2. Гидродинамика атмосферы

Движение элементарной массы воздуха определяется вторым законом Ньютона:

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}, \tag{1.8}$$

где m — масса; $\mathbf{a}$ — ускорение и $\Sigma \mathbf{F}$ — сумма сил, действующих на элементарную массу воздуха.

В данном разделе приводится краткое описание сил $\mathbf{F}$ и их влияние на движеиие воздуха.

1.2.1. Сила барического градиента. Рассмотрим бесконечно малый объем воздуха $dxdydz$ (рис. 1.6) и предположим, что средние давления, действующие на нижиюю и верхнюю грани, будут соответственно p и $p + (\partial p/\partial z)dz$. В отсутствие сил, отличиых от давления, результирующая вертикальная сила, действующая на объем $dxdydz$, будет равна $(\partial p/\partial z)dxdydz$ или на единицу объема $-\partial p/\partial z$. Результирующие силы

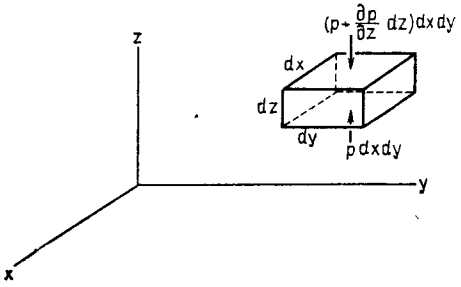


Рис. 1.6. Вертикальное давление на элементарную массу воздуха

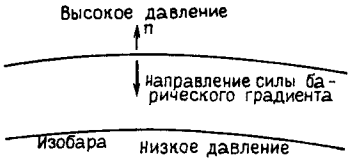


Рис. 1.7. Направление силы барического градиента

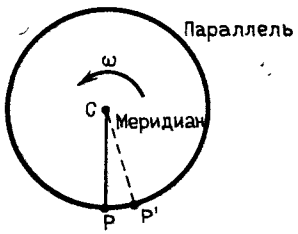


Рис 1.8. Видимое движение частицы воздуха вследствие вращения земли

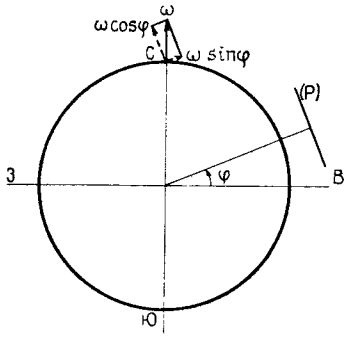


Рис. 1.9. Составляющие вектора угловой скорости ω

на единицу объема, действующие в направлении x и y, подобным же образом обозначим соответственно dp/dx и dp/dy. Результирующий вектор этих сил называется горизонтальным барическим градиентом (горизонтальным градиентом давления) и обозначается dp/dn, где n — нормаль к некоторому контуру постоянного горизонтального давления. Горизонтальный барический градиент является вынуждающей силой, вызывающей горизонтальное движение воздуха. Результирующая сила, приходящаяся на единицу массы и вызванная горизонтальным барическим градиентом $(1/\rho)(dp/dn)$, часто называется силой горизонтального барического градиента (ρ — плотность воздуха).

Воздушная масса под действием только сил барического градиента будет двигаться из районов высокого давления в районы низкого давления. Направление силы барического градиента показано на рис. 1.7, на котором также нанесены изобары (линии, проведенные на некотором горизонтальном плане и соединяющие точки одинакового давления).

1.2.2. Отклоняющая сила, вызванная вращением Земли. Движение материальной точки, не подверженной действию внешних сил, будет происходить по прямой линии при его описании в инерциальной системе отсчета. Однако для наблюдателя, находящегося на вращающемся земном шаре, траектория, описываемая материальной точкой, покажется искривлениой. Отклонение движения материальной точки от прямой линии, определениое относительно вращающейся Земли, может

Таблица 1.1. Параметр Кориолиса

Широта, град	$f=2\ \omega \sin \varphi$, c^{-1}	Широта, град	$f=2\ \omega \sin \varphi$, c^{-1}
0	0	50	$1{,}1172\cdot10^{-4}$
5	$0{,}1271\cdot10^{-4}$	55	1,1947
10	0,2533	60	1,2630
15	0,3775	65	1,3218
20	0,4988	70	1,3705
25	0,6164	75	1,4087
30	0,7292	80	1,4363
35	0,8365	85	1,4529
40	0,9375	90	1,4584
45	1,0313		

быть приписано некой инерционной силе — силе Кориолиса, которая в векторной форме записывается в виде [7]

$$\mathbf{F}_c = 2m(\mathbf{v}\boldsymbol{\omega}), \tag{1.9}$$

где m — масса материальной точки; $\boldsymbol{\omega}$ — вектор угловой скорости вращения земли; $\mathbf{v}$ — скорость материальной точки относительно системы координат, вращающейся с Землей.

Сила $\mathbf{F}_c$ перпендикулярна $\boldsymbol{\omega}$ и $\mathbf{v}$, направлена в соответствии с правилом умножения векторов (правилом правой руки) и имеет значение, равное $2m\,|\boldsymbol{\omega}|\,|\mathbf{v}|\sin\alpha$, где α — угол между $\boldsymbol{\omega}$ и $\mathbf{v}$.

Пусть точка C (рис. 1.8) будет Северным полюсом. Рассмотрим некоторый элемент воздушной массы, движущейся в пространстве по прямой в направлении CP. Если движение начинается из точки C в момент времени $t = 0$, то в момент времени t частица достигнет точки P, а меридиан, вдоль которого началось движение, займет положение CP'. Для наблюдателя, находящегося на земле, покажется, что рассматриваемый элемент воздушной массы отклоняется к западу на величину $P'P$.

Поэтому можно наблюдать, как в Северном полушарии вследствие вращения Земли ветер, имеющий первоначальное направление вдоль меридиана, изменяет его вправо от первоначального, т.е. если он был направлен к северу, то изменяет направление к востоку (станоится западным ветром). Если был направлен на юг, то изменяет направление к западу (становится восточным ветром). Для Южного полушария верны противоположные утверждения.

Если параметр Кориолиса определить в виде

$$f = 2\omega \sin \varphi, \tag{1.10}$$

где φ — широта рассматриваемой точки,

то отсюда следует, что сила Кориолиса, действующая на каждую частицу в плоскости (P), параллельной поверхности земли (рис. 1.9) для элемента воздушной массы, движущегося в этой плоскости со скоростью $\mathbf{v}$ относительно Земли, имеет значение

$$F_c = mfv. \tag{1.11}$$

Значения f даны в табл. 1.1 в виде функции широты.

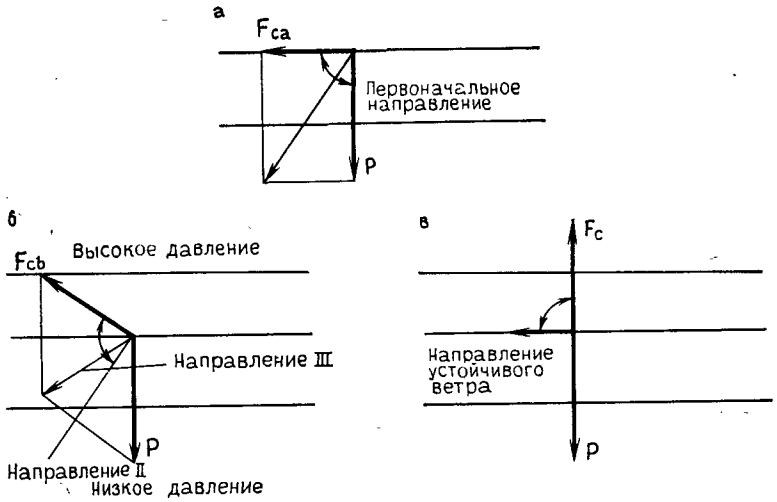


Рис. 1.10. Равновесие сил при геострофическом ветре

1.2.3. Равновесие силы в воздушном потоке при отсутствии трения о подстилающую поверхность. На достаточно больших высотах влияние на ветер трения о землю становится пренебрежимо малым, и горизонтальное движение воздуха относительно поверхности земли в потоке без ускорения определяется равновесием горизонтального градиента давления, силы Кориолиса и центробежной силы.

Действие этих сил, приложенных к элементарной массе воздуха (предполагается, что она находится в Северном полушарии), показано на рис. 1.10. Если рассматриваемая частица начнет двигаться по направлению силы горизонтального барического градиента (обозначаемой **P**), то под действием силы Кориолиса $\mathbf{F}_{ca}$ она отклонится от этого направления (рис. 1.10,*а*). Таким образом, частица будет двигаться в направлении *II* результирующего вектора сил **P** и $\mathbf{F}_{ca}$ (см. рис. 1.10,*б*). Теперь отклоняющей силой станет $\mathbf{F}_{cb}$, которой соответствует новое направление движения (направление *III* на рис. 1.10,*б*). Когда же достигается установившееся состояние, то ветер направлен по изобарам, как показано на рис. 1.10,*в*.

Изобары на рис. 1.10 нанесены в виде прямых линий. Это означает, что в данном случае отсутствует центробежная сила. Однако в более общем случае (при искривленных изобарах) центробежная сила будет включена в рассмотрение. Такой случай приводится ниже.

Установившаяся скорость, при которой наступает равновесие между силой барического градиента и одной лишь силой Кориолиса, называется *геострофической скоростью ветра* G, и она связана с градиентом давления посредством уравнения

$$2\omega G \sin\varphi = P = (dp/dn)\,\rho \qquad (1.12)$$

или

$$G = (dp/dn)/\rho f. \qquad (1.13)$$

где P — модуль вектора **P**; f — параметр Кориолиса и ρ — плотность воздуха.

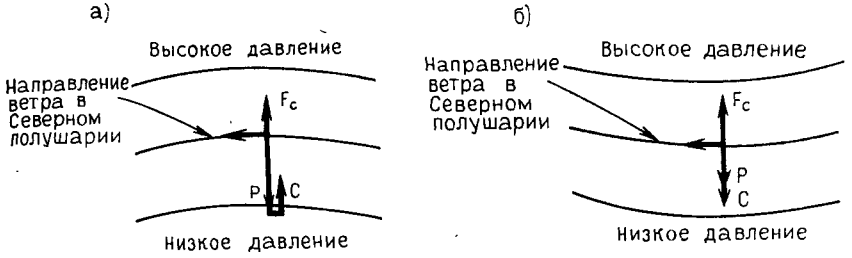


Рис. 1.11. Равновесие сил без учета трения при циклонической (*а*) и антициклонической (*б*) циркуляциях

Если изобары искривлены (рис. 1.11), то сила **P**, так же как центробежная сила **C**, будет действовать на элементарную массу воздуха по нормали к изобарам, и результирующий установившийся воздушный поток будет снова направлен вдоль изобар. Его скорость определяется из соотношений

$$V_{gr} f \pm (V_{gr}^2/r) = P = (dp/dn)/\rho. \qquad (1.14)$$

где знак «плюс» или «минус» для воздушной массы в Северном полушарии принимается в зависимости от того, будет ли циркуляция циклонической (вокруг центра низкого давления) или антициклонической (вокруг центра высокого давления); r — радиус кривизны траекторий воздуха*; V_{gr} — *градиентная скорость ветра*, которая равна геострофической скорости ветра в частном случае, когда кривизна изобар нулевая.

Если радиус кривизны изобар конечен, то в Северном полушарии

$$V_{gr} = rf/2 + [(r/\rho) + (rf/2)^2]^{1/2} \qquad (1.15)$$

для циклонической циркуляции и

$$V_{gr} = +(rf/2) - [(rf/2)^2 - (r/\rho)(dp/dn)]^{1/2} \qquad (1.16)$$

для антициклонической циркуляции.

Знак радикала задается из условия, что $V_{gr} = 0$, когда $dp/dn = 0$. Из выражений для V_{gr} следует, что для одинаковых значений r, f и dp/dn ветры в антициклоне сильнее, чем ветры в циклоне [1].

Приведенное выше обсуждение объясняет закон Бейс—Балло, который гласит, если в Северном полушарии стоять спиной к ветру, то высокое давление будет с правой стороны, а низкое — с левой (для Южного полушария наоборот).

1.2.4. Влияние трения. Поверхность земли оказывает на движущийся воздух воздействие в виде горизонтальной силы трения, которая тормозит поток. Влияние этой силы на воздушный поток уменьшается с увеличением высоты над землей и, как указывалось ранее, становится пренебрежимо малым выше высоты δ, известной как верхняя граница пограничного слоя атмосферы. Выше этой высоты, когда отсутствует влияние трения о подстилающую поверхность, устанавли-

* Строго говоря, радиус кривизны этих траекторий может отличаться от радиуса кривизны изобары. Однако этой разницей можно пренебречь, если принять, что приближенно ветер устойчивый.

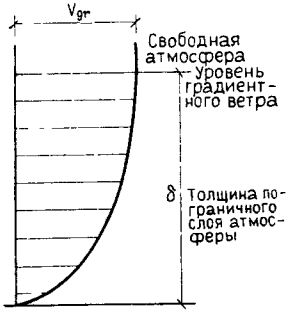
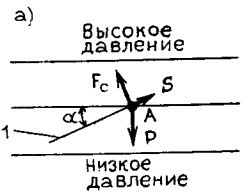
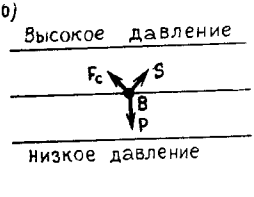


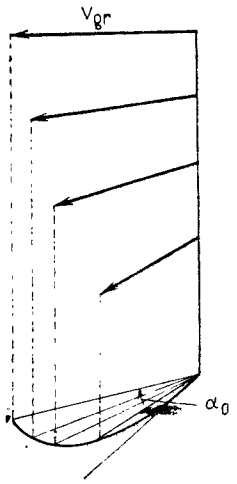
Рис. 1.12. Пограничный слой атмосферы

Рис. 1.13. Равновесие сил в пограничном слое атмосферы
1 — направление движения частицы; F_c — сила Кориолиса; S — сила трения; P — сила барического градиента

Рис. 1.14. Спираль вектора скорости ветра в пограничном слое атмосферы







вается равновесие сил в воздушном потоке , и ветер с градиентной скоростью (градиентный ветер) направлен по изобарам. Атмосфера выше пограничного слоя называется свободной атмосферой (рис. 1.12).

Именно ветровой режим внутри пограничного слоя атмосферы представляет непосредственный интерес для проектировщика гражданских инженерных сооружений. Поэтому вопросы о толщине пограничного слоя, изменении скорости ветра и его направления с высотой над поверхностью земли, структуре турбулентности в пограничном слое атмосферы более подробно рассматриваются в гл. 2.

Здесь же отметим, что в отличие от градиентной скорости ветра вектор скорости устойчивого ветра в пограничном слое пересекает изобары. Рассмотрим геострофическое течение (т. е. течение, при котором изобары можно считать прямыми) и равновесие сил, действующих на частицы *A* и *B*, которые движутся горизонтально внутри пограничного слоя (рис. 1.13). Если *A* (рис. 1.13,*а*) находится выше, чем *B* (рис. 1.13,*б*), то ее скорость v и (в силу соотношения $F_c = mfv$) сила Кориолиса F_c будут больше таких же величин для *B*. Поэтому угол отклонения α направления ветра от изобар будет меньше для вышерасположенной (более быстрой) частицы. Угол α будет равен нулю на уровне градиентного ветра (уровне трения) и достигнет максимального значения около поверхности земли. В Северном полушарии вектор скорости ветра в пограничном слое можно представить в виде спирали, показанной на рис. 1.14.

В случае циклона (или воздушного потока вокруг центра низкого давления) ветер будет пересекать изобары около поверхности земли по направлению к центру. Следовательно, масса воздуха будет медленно сходиться и подниматься. Если конвергенция в приземном слое превысит дивергенцию в верхних слоях, то масса и вес столба воздуха в центре циклона значительно возрастут, поэтому сила барического

градиента, направленная внутрь его, уменьшится. В результате такого уменьшения центр низкого давления рассеется, и, как говорят, произойдет *заполнение* депрессии.

В случае антициклона ветер около поверхности земли будет пересекать изобары по направлению от центра высокого давления. Если дивергенция в приземном слое превысит конвергенцию в верхних слоях, тогда воздух в нижних слоях будет стремиться расшириться и осесть и, таким образом, начнется рассеяние центра антициклона.

1.3. Движение атмосферного воздуха

Большинство процессов, происходящих в атмосфере, можно описать как функцию величин, кратко рассмотреиных в предыдущих разделах: скорости ветра (т. е. горизонтальной и вертикальной составляющих), давления, температуры, плотности и влажности. Поведение этих шести величин определяется шестью уравнениями: уравнением состояния, первым законом термодинамики, уравнениями неразрывности (непрерывности) массы и влажности и уравнениями движения в горизонтальном и вертикальном направлениях.

Если имеются соответствующие исходные данные, эти уравиения можно проинтегрировать, чтобы получить количественное описание атмосферных условий на некоторый короткий промежуток времени после сбора этих данных. Вычисленные таким образом значения шести переменных затем могут быть использованы как начальные условия для последующего интегрирования. Этот последовательиый процесс аппроксимации составляет основу численных методов прогноза погоды, которые появились вследствие увеличения возможностей проведения наблюдений, включая в самое последнее время наблюдеиия со спутников (рис. 1.15), и развития современной электронно-вычислительной техники.

Движеиие атмосферного воздуха можно описать как суперпозицию взаимосвязанных потоков, характеризуемых масштабами, охватывающими примерно от 1 мм до тысяч километров. Для анализа таких движений удобно их классифицировать в соответствии с горизонтальным масштабом. В метеорологии обычно устанавливают три основиые группы атмосферных движений: микромасштабные, мезомасштабные и синоптические*. В соответствии с классификацией [8] синоптический масштаб включает движения с характеристическими размерами, превышающими порядка 500 км, и масштабами времени 2 сут и более. Микромасштаб — движения с характеристическими размерами примерно менее 20 км и масштабами времени менее 1 ч. Мезомасштабные движения определяются размерами и интервалами времени, лежащими между соответствующими характеристиками микромасштабных и синоптических движений.

1.3.1. Общая циркуляция. Совместное влияние вращения земли и треиия разрушает термическую ячейку циркуляции, представленную

* Синоптические движения совместно с планетарными относятся к макромасштабным явлениям. (*Примеч. науч. ред.*)

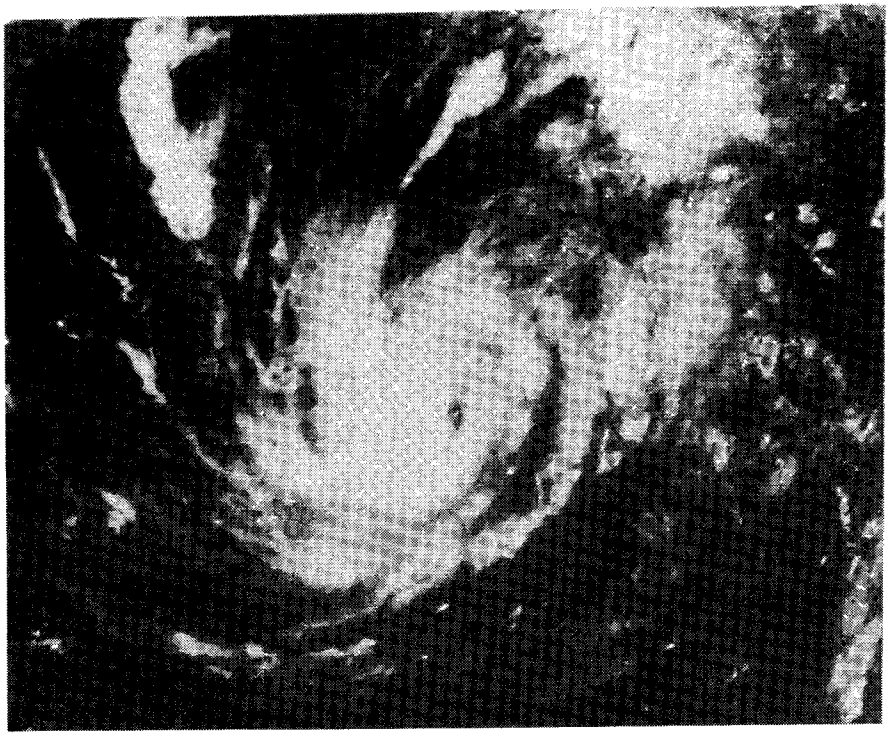


Рис. 1.15. Вид урагана Фифи со спутника, 18 сентября 1974 г. (с разрешения Национального управления по исследованию океанов и атмосферы)

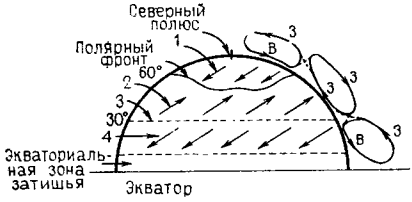


Рис. 1.16. Трехъячеистая меридиональная модель циркуляции

1 — восточный перенос в полярных широтах; *2* — западный перенос; *3* — конские широты; *4* — пассаты

на рис. 1.2., преобразуя ее в систему, состоящую в основном из трех ячеек циркуляции, как это показано на рис. 1.16 [2]. Эта теоретическая модель совместима с существованием (на уровне моря) зон высокого давления в конских широтах* и низкого давления вблизи полярного фронта.

В действительности трехъячеистая меридиональная модель циркуляции усложняется вследствие влияния сезонных и географических факторов. К сезонным факторам относятся изменения положения зон

* Субтропические широты в океанах, близкие к 30—35°. Их название связано с временами парусного флота, когда мореплаватели, шедшие в Вест-Индию, попадали в этих широтах в длительный штиль и из-за недостатка пресной воды вынуждены были выбрасывать за борт взятых для перевозки лошадей. (*Примеч. науч. ред.*)

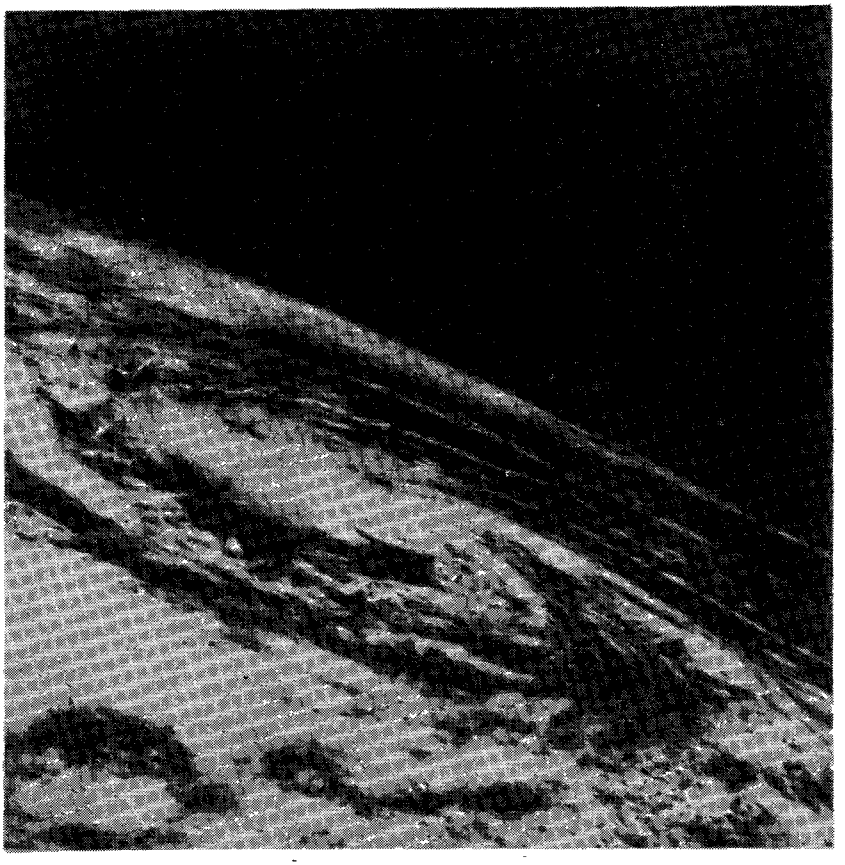


Рис. 1.17. Ураган Глэдис, как его увидела команда «Аполлона» (с разрешения Национального управления по исследованию океанов и атмосферы)

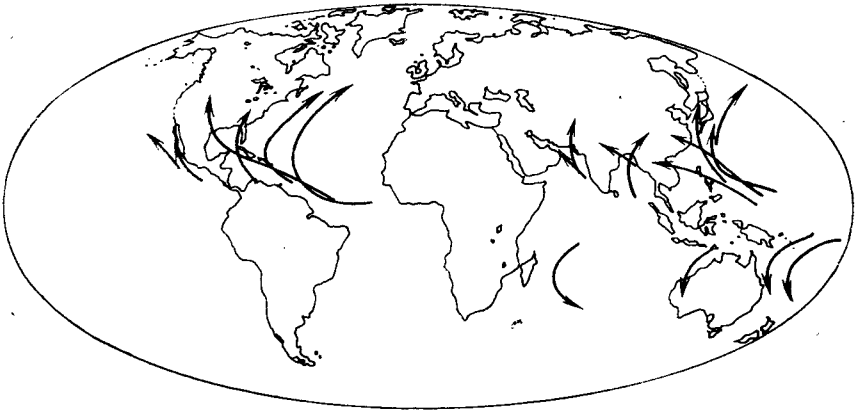


Рис. 1.18. Основные пути ураганов [9]

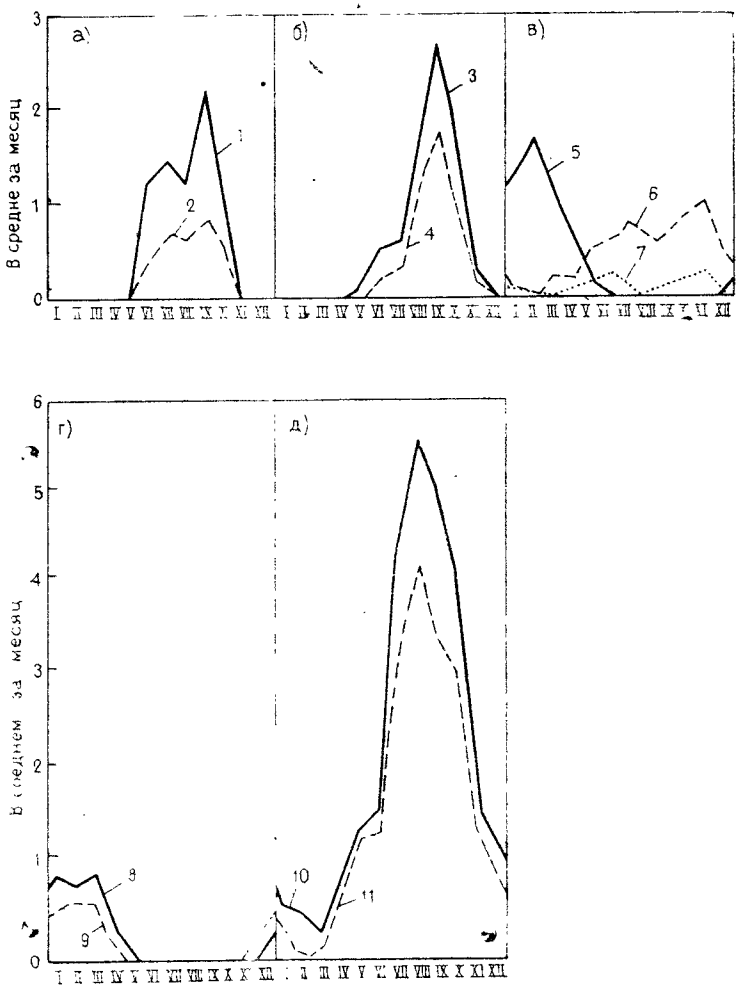


Рис. 1.19. Мировая статистика тропических циклонов [9] (ν — среднее число тропических циклонов за год)

а — северо-восточная часть Тихого океана, 1947—1966 гг. (*1* — ν=7,9 тропического циклона; *2* — ν=3,1 урагана); *б* — Северная Атлантика, 1886—1966 гг. (*3* — ν=8 тропических циклонов; *4* — ν=4,8 урагана); *в* — Индийский океан. Время наблюдений неизвестно (*5* — ν=3,1 тропического циклона, Бенгальский залив; *6* — ν=1,5 тропического циклона, в Аравийском море; *7* — ν=5,1 тропического циклона, от Мадагаскара до 90° восточной долготы); *г* — Южная часть Тихого океана, 1947—1956 гг. (*8* — ν=3,1 тропического циклона, восточное побережье Австралии; *9* — ν=2,1 тропического циклона, западное побережье Австралии); *д* — центральная и северо-западная части Тихого океана, 1957—1966 гг. (*10* — ν=28 тропических циклонов; *11* — ν=20,4 тайфуна)

и интенсивности давления в них. Они вызываются годовым ходом солнца к северу и югу от экватора. Географические факторы связаны с различием физических свойств и неравномерностью распределения воды и суши по поверхности земного шара.

Летом воздух над океаном холоднее, чем над сушей, поскольку поверхность океана нагревается медленнее, чем материк. Точно так же, как на рис. 1.1, жидкость течет по трубе 2 из холодного в теплый резервуар, воздух вблизи поверхности земли будет перемещаться силой барического градиента, направленной летом от океана к суше. С другой стороны, зимой воздух холоднее над сушей, и океаны становятся источниками тепла.

1.3.2. Термическая вторичная циркуляция: муссоны и ураганы. Предполагается, что вторичная циркуляция будет термической, если центры высокого или низкого давления (т.е. антициклона или циклона), вокруг которых она развивается, сформированы нагреванием или охлаждением нижних слоев атмосферы.

Муссоны — сезонные ветры, которые формируют ячейки общей циркуляции и развиваются вокруг образуемых над материком областей высокого давления зимой и областей низкого давления летом. Благодаря обширным территориям суши Азиатского континента особую активность муссоны проявляют в Азии, где они оказывают значительное влияние на сезонные изменения условий погоды.

Ураганы. Тропические циклоны — это атмосферные возмущения, которые всю свою энергию получают за счет скрытой теплоты, выделяющейся при конденсации водяного пара, и возникают в основном между 5 и 20° широты. Обычно их диаметры составляют порядка нескольких сотен километров. Толщина слоя атмосферы, вовлеченного в процесс, — порядка 10 км. Ураганами принято называть тропические циклоны, движущиеся со скоростями приземного ветра, превышающими примерно 120 км/ч. Вид ураганов с космического корабля показан на рис. 1.15 и 1.17.

Ураганы (известные как тайфуны на Дальнем Востоке и циклоны в районе Австралии и Индийского океана) наиболее часто наблюдаются в конце летних и начале осенних месяцев (август-сентябрь в Северном полушарии, февраль-март в Южном полушарии), за исключением Северной части Индийского океана. Они обычно перемещаются со скоростью от 5 до 50 км/ч. Основные пути ураганов показаны на рис. 1.18. Заметим, однако, что отдельные ураганы могут проследовать необычными, самыми беспорядочными путями. Мировая статистика тропических циклонов представлена на рис. 1.19 [9]. Данные о тропических циклонах, достигших береговой линии США, достаточно подробно приведены в разд. 3.3.

На вертикальном разрезе видно (рис. 1.20), что структура урагана в зрелой стадии складывается из пяти основных областей*. Область *1* представляет собой примерно круглое, относительно сухое ядро затишья или незначительного ветра, называемое глазом, вокруг которого концентрируется атмосферное возмущение. Потоки воздуха

* На рисунке приведены их приблизительные размеры.

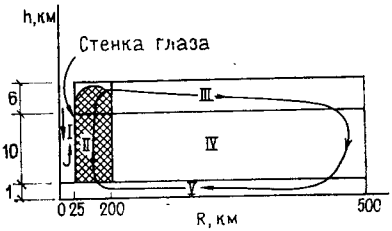
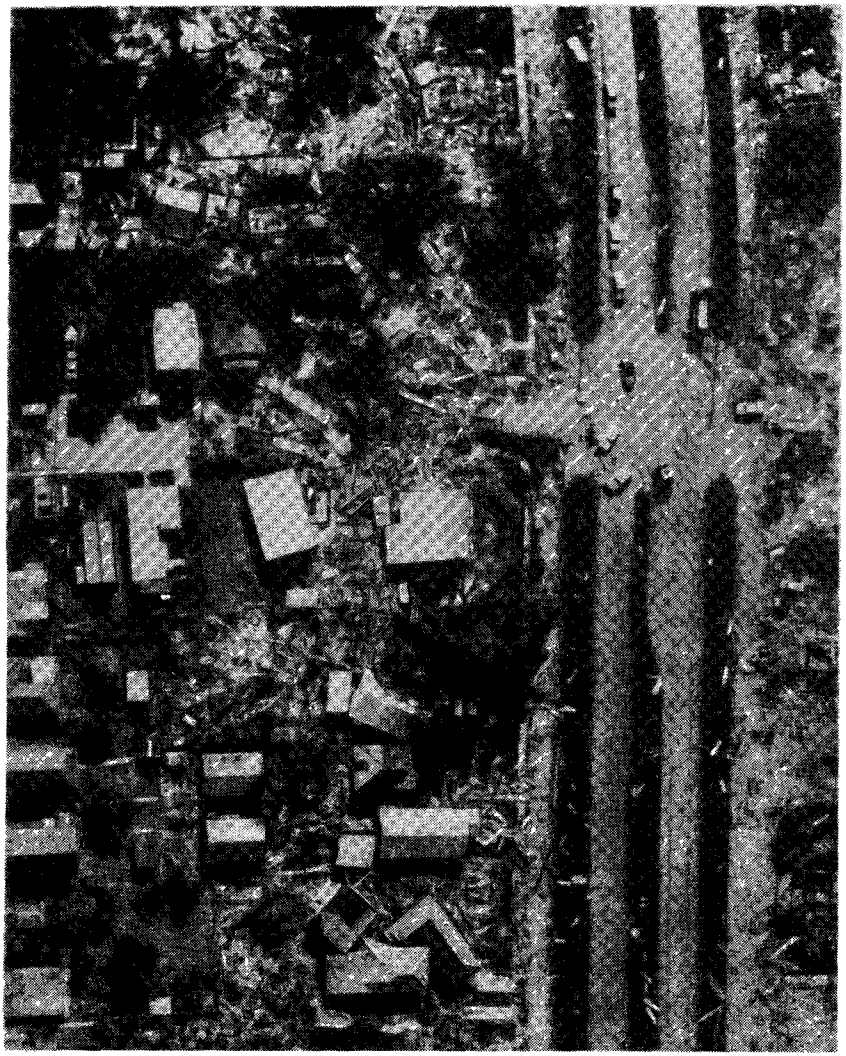


Рис. 1.20. Структура урагана

Рис. 1.21. Разрушения, вызванные ураганом, шт. Миссисипи



медленно поднимаются вблизи периметра глаза и опускаются в его центре. Область *II* состоит из вихря, в котором теплый, влажный воздух переносится на большие высоты (посредством термодинамического механизма переноса, рассмотренного в подразд. 1.1) и образует высокие конвективные облака.

По мере подъема влажного воздуха происходит конденсация водяного пара, и это приводит к интенсивным ливням и выделению огромного количества скрытой теплоты. (Установлено, что тепловая энергия конденсации, выделенная ураганом за 1 ч, может оказаться эквивалентной электрической энергии, используемой всеми Соединенными Штатами за одну неделю [1.9]). Далее воздух перетекает из области *II* в слой оттока (область *III*). В области *IV* образуется вихреобразный поток, который очень медленно опускается в пограничный слой — область *V*. Ниже области *II*, где имеются сильные восходящие токи, может произойти отрыв пограничного слоя.

Согласно Грэхэму и Хадсону [1.10], выражение вида

$$(1/\rho)(dp/dr) = [(p_N - p_0)/\rho] \qquad (1.17)$$

$$(R_m/r^2)\, e^{-R_m/r},$$

где p_N — давление, которое достигается при радиусе $r \to \infty$; p_0 — давление в центре глаза бури $(p_N - p_0)\rho$ — предполагается не зависящим от высоты; R_m — удвоенное значение радиуса, соответствующего максимуму dp/dr, довольно хорошо характеризует типичные поля давления ураганов. Если воспользоваться этим описанием градиента поля давления, то описание поля градиентных скоростей ветра получается из уравнения градиентного ветра (справедливого для циклонической циркуляции), выведенного в разд. 1.2. Из приведенного там выражения следует, что градиентная скорость достигает максимума при радиусе порядка R_m. От этого значения радиуса скорость быстро уменьшается до нуля в центре глаза бури и более медленно до относительно небольших величин, которые имеют место на значительном удалении от центра.

В то время как градиентная скорость ветра направлена по изобарам (см. рис. 1.10,*в*), скорость ветра в пограничном слое имеет радиальную компоненту, направленную в сторону низкого давления, как было показано в разд. 1.2. Именно эта компонента вызывает приток теплого влажного воздуха от поверхности океана в область *II*, тем самым поддерживая питание циклона энергией. Над сушей диссипативное действие трения возрастает, и в то же время имеется тенденция к перекрытию притока энергии в виде теплого влажного воздуха. В результате тропические циклоны возмещают этот недостаток над сушей обычно не более нескольких суток.

Разрушительные действия ураганов значительны как вследствие непосредственного действия ветра, который может достигать в приземном слое скоростей порядка 250 км/ч и более, так и (обычно даже в большей степени) вследствие вызванных ветром массивных нагонов воды, известных как штормовая бора, совместно с затоплением местности сильными ливнями (рис. 1.21 и 1.22). В США средние убытки от ураганов оцениваются порядка 2 млрд. дол. в год [11].



Рис. 1.22. Разрушения, вызванные ураганом, остров Файэр, Нью-Йорк

1.3.3. Внетропический циклон. Такие циркуляции вызываются или механическим действием горного барьера на крупномасштабные атмосферные течения, или взаимодействием воздушных масс вдоль фронтов.

Воздушные массы характеризуются относительно однородными физическими свойствами при горизонтальных расстояниях, сравнимых с размерами океанов или континентов. Их физические свойства приобретаются в регионе формирования и могут изменяться во время последующего перемещения.

Воздушные массы можно классифицировать по географическому положению их очагов на три основные группы: арктические, полярные и тропические*, каждую из них в свою очередь можно подразделить на континентальную и морскую. Например, континентальный полярный воздух — сухой и холодный, тогда как морской тропический воздух — влажный и теплый.

Переходные зоны между воздушными массами называются фронтальными зонами. Изменение физических свойств атмосферы при переходе через фронтальные зоны происходит достаточно быстро, последние могут быть идеализированы в виде поверхностей разрыва, известные как поверхности фронта. Линия пересечения поверхности фронта с поверхностью равного возвышения относительно уровня моря называется линией фронта.

Равновесный наклон фронта между двумя воздушными массами может быть приближенно вычислен на основе простых гидростатических соображений и обычно изменяется в пределах от 1/50 до 1/400.

Фронт принято называть *холодным* или *теплым* (рис. 1.23) в зависимости от его движения в направлении теплого или холодного воздуха. Обычно теплый фронт движется медленнее, и его приход не связывают с ненастными условиями погоды. С другой стороны, холодный фронт может продвигаться быстрее и вызывать холодную, ветреную погоду. Часто перед холодными фронтами развивается линия шквалов, которая может сопровождаться очень интенсивными грозами и торнадо. Резкие изменения температуры, скорости или градиента поля давления могут вызвать волнообразные возмущения во фронте, распространяющиеся подобно волнам в сплошной среде. Более существенные изменения способны вызвать волны, увеличение амплитуд которых во времени приводит к развитию интенсивных вихрей. Формирование и развитие большинства интенсивных крупномасштабных циркуляций в средних широтах (внетропических циклонов) связывают с такими неустойчивыми волнами, наблюдаемыми преимущественно по фронту. В основном внетропические циклоны движутся в восточном направлении со скоростями порядка 20 км/ч летом и 50 км/ч зимой.

1.3.4. Местные ветры. Влияние мелкомасштабных местных ветров на общую циркуляцию пренебрежимо мало. Однако их интенсивность иногда может быть значительной и в ряде случаев определяет конструкцию зданий или сооружений.

Фён (рис. 1.24). Воздушный поток, встретивший на своем пути горный хребет, под влиянием склона горы вынужден подниматься. Если он наберет достаточно большую высоту, то вследствие адиабатического охлаждения воздуха на наветренной стороне произойдет конденсация и выпадение осадков. Таким образом, потеряв бо́льшую часть первоначально содержавшегося в ней водяного пара, воздушная масса, перевалившая через гребень, вынуждена опускаться. Последующее адиабатическое сжатие приводит к существенному повышению температуры сухого опускающегося воздуха.

* Обычно в эту классификацию включают еще экваториальные воздушные массы. (*Примеч. науч. ред.*)

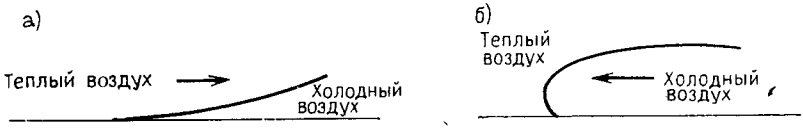


Рис. 1.23. Наклоны теплого (*а*) и холодного (*б*) фронтов

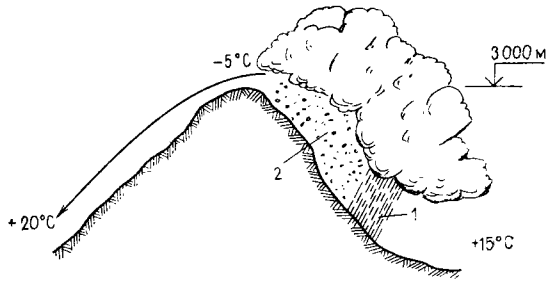


Рис. 1.24. Фён
1 — дождь; *2* — снег

В США сильные и обладающие интенсивной турбулентностью ветры типа фён, называемые чинук, развиваются на склонах Скалистых гор. Зимой чинук примечателен тем, что приводит к внезапному значительному повышению температуры, сопровождаемому необычно быстрым исчезновением местного снежного покрова.

Бора. Адиабатическое нагревание при нисходящем движении очень холодной массы воздуха, перевалившей через горный барьер или плато, может быть недостаточным, чтобы превратить ее в теплый ветер типа фён. Когда остающийся все еще холодным воздух опускается под действием силы тяжести в теплую область на подветренной стороне, его потенциальная энергия превращается в кинетическую энергию. Поэтому могут возникнуть чрезвычайно сильные ветры, характеризуемые порывами 150—200 км/ч, которые чередуются периодами затишья.

Ветры типа бора наблюдаются в местностях, где крутые склоны отделяют холодные плато от теплых равнин. Наиболее известные ветры типа бора возникают в Триесте и Фиуме на северовосточном побережье Адриатики*.

Местные ветры, усиливающиеся за счет эффекта струйных течений. Эффект струйного течения состоит в увеличении силы ветра вследствие влияния рельефа местности, что приводит к сходимости линий тока. Мистраль-ветер долины нижней Роны на юге Франции представляет собой хорошо известный пример ветра типа бора, усиленного струйным эффектом.

Грозы. Необходимым условием появления гроз является образование высоких конвективных облаков, которые вызываются восходящим движением теплого, влажного воздуха. Это движение может начаться вследствие термической неустойчивости, наличия горных склонов или фронта. Соответственно грозы подразделяются на термически конвективные (тепловые), орографические и фронтальные.

* В Советском Союзе ветры типа бора (норд-ост) известны в Новороссийске, на берегах Байкала (сарма) и в других местах. (*Примеч. науч. ред.*)

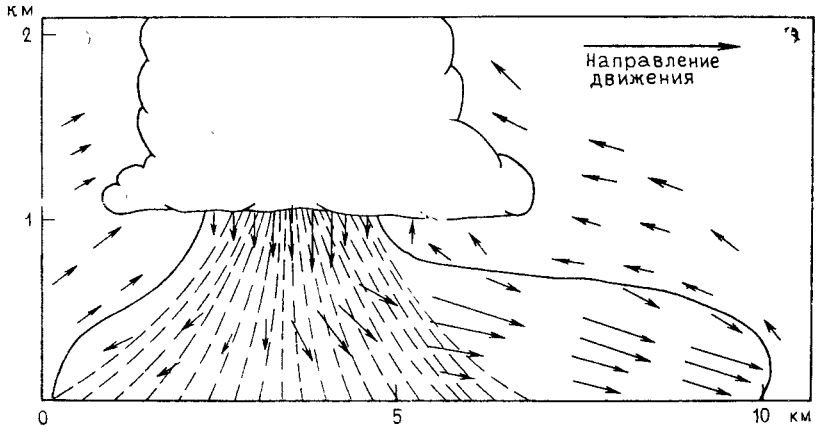


Рис. 1.25. Поперечное сечение грозы в зрелой стадии [12]

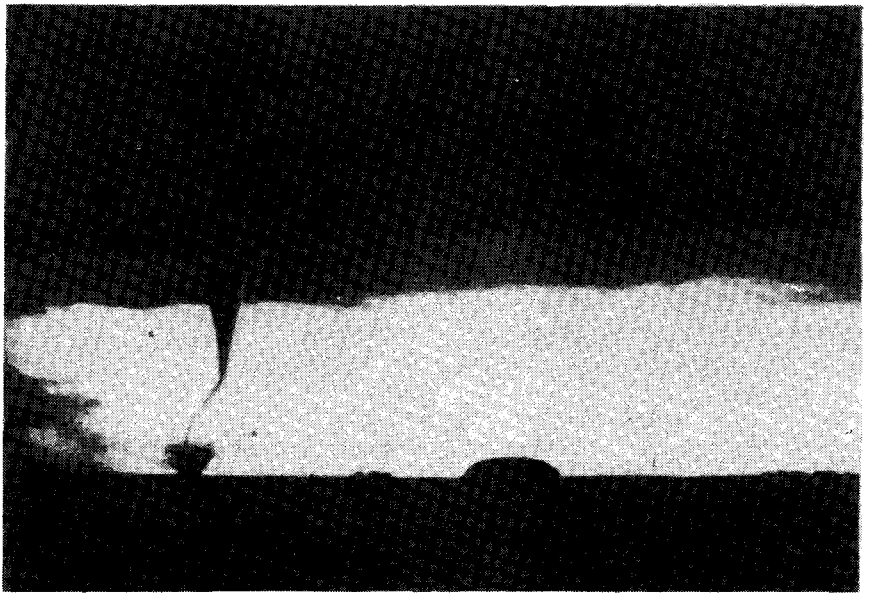


Рис. 1.26. Воронка торнадо

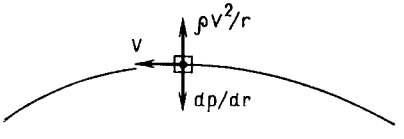


Рис. 1.27. Равновесие сил в вихре торнадо

Если конденсация водяного пара, содержащегося в восходящем воздухе, приводит к обильному выпадению осадков, то силы вязкого трения, приложенные со стороны капель дождя к воздуху, через который он проходит, способствуют появлению сильного нисходящего потока. Часть выпадающей воды испаряется в нижележащих слоях атмосферы, которые, таким образом, охлаждаются и, следовательно, опускаются. Холодный нисходящий поток распространяется над поверхностью земли наподобие пристеночной струи (т.е. потока, вызванного струей, ударяющей в стену), образуя шквалистые ветры. Эта стадия в жизненном цикле грозы, связанная с сильными нисходящими потоками, длится от 5 до 30 мин и называется зрелой стадией [1.12]. Когда приток энергии за счет восходящего движения воздуха истощится, произойдет рассеяние грозы. Схематически вертикальное поперечное сечение грозовой ячейки в зрелой стадии показано на рис. 1.25. Характерная особенность гроз — резкое увеличение скорости ветра, известное как первый порыв, связано с прохождением зоны разрыва между холодным нисходящим потоком и окружающим воздухом.

Торнадо. Из всех ветров торнадо обладают наибольшей энергией: они вызывают разрушения, оцениваемые в 100 млн. дол. ежегодно в одних только США [13]. Торнадо состоит из вихря обычно порядка 300 м в диаметре, который развивается во время сильной грозы и перемещается относительно поверхности земли со скоростями порядка 30—100 км/ч по траектории примерно в 15 км длиной, направленной преимущественно на северо-восток. Максимальное значение тангенциальных скоростей торнадо, которое удалось определить, было порядка 350 км/ч, но не исключается возможность того, что некоторые из них в действительности могут быть значительно выше.

Торнадо наблюдаются как воронкообразные облака (рис. 1.26). Вероятно, наивысшие тангенциальные скорости в вихре развиваются у края воронки, они падают по направлению к его центру и с увеличением расстояния от наружного края воронки.

Поскольку центробежные силы в вихре торнадо значительно превышают силы Кориолиса, последними можно пренебречь, и уравнение градиентного ветра (см. разд. 1.2) может быть записано в виде

$$V^2 r = (dp/dr)\rho, \qquad (1.18)$$

где V — циклострофическая скорость ветра; r — расстояние по радиусу от центра вихря; ρ — плотность воздуха; dp/dr — градиент давления по радиусу.

Из рис. 1.27, на котором показаны силы, действующие на частицу в вихре торнадо, видно, что давление в торнадо уменьшается по направлению к его центру. Разница между давлением в центре вихря и на расстоянии нескольких сотен футов от него может составлять $\sim$100 ГПа (0,1 ат).

О торнадо также сообщается в Австралии, Западной Европе, Индии и Японии, хотя значительно реже, чем в США. Торнадо, которые наблюдаются в Японии, известны как татсумаки. Типичные диаметры татсумаки — около 50 м. Скорость их поступательного движения составляет 40—50 км/ч, средняя длина траекторий, ко-



Рис. 1.28. Разрушения, вызванные торнадо, в Рочестере, Индиана

торые направлены в основном на северо-восток, — около 3 км, а их максимальные тангенциальные скорости, вероятно, около 200 км/ч [1.14].

Разрушительные действия торнадо на здания показаны на рис. 1.28.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛ. 1

1.1. W. J. Humphreys, *Physics of the Air*, Dover, New York, 1964.
1.2. H. R. Byers, *General Meteorology*, McGraw-Hill, New York, 1944.
1.3. G. J. Haltiner and F. L. Martin, *Dynamical and Physical Meteorology*, McGraw-Hill, New York, 1957.
1.4. L. T. Matveev, *Physics of the Atmosphere*, TT67-51380, U. S. Department of Commerce, National Technical Information Service, Springfield, Va.
1.5. A. Miller, *Meteorology*, Charles E. Merril, Columbus, Ohio, 1971.
1.6. M. Neiburger, J. G. Edinger, and W. D. Bonner, *Understanding the Atmospheric Environment*, W. H. Freeman, San Francisco, 1973.
1.7. H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Addison—Wesley, New York, 1950.

1.8. F. Fiedler and H. A. Panofsky, «Atmospheric Scales and Spectral Gaps», *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **51** (Dec. 1970) 1114—1119.
1.9. *Hurricane*, U. S. Department of Commerce, ESSA PI 670009, 1969.
1.10. H. E. Graham and G. N. Hudson, *Surface Winds Near the Center of Hurricanes (and Other Cyclones)*, National Hurricane Research Project, Report No. 39, U. S. Department of Commerce, Washington, D. C., 1960.
1.11. G. T. Sav, *Natural Disasters: Some Empirical and Economic Considerations*, NBSIR 74—473, Center for Building Technology, National Bureau of Standards, Washington, D. C., 1974.
1.12. *Thunderstorm*, Report of the Thunderstorm Project, U. S. Department of Commerce, Washington, D. C., 1949.
1.13. E. Kessler, «Tornadoes», *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **51** (Oct. 1970) 926—936.
1.14. H. Ishizaki et al. «Disasters Caused by Severe Local Storms in Japan», *Bull. Disaster Prev. Res. Inst.*, Kyoto University, **20** (March 1971) 227—243.

2. ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ АТМОСФЕРЫ

Как уже говорилось, поверхность земли оказывает воздействие на движущуюся массу воздуха в виде горизонтальной силы сопротивления, которая тормозит поток. Этот эффект вследствие турбулентного перемешивания распространяется на область, называемую *пограничным слоем атмосферы*. Толщина пограничного слоя в случае безразличной (нейтральной) стратификации атмосферы изменяется обычно от нескольких сотен метров до нескольких километров в зависимости от силы ветра, шероховатости поверхности местности и широты. В пределах пограничного слоя скорость ветра возрастает с увеличением высоты над уровнем моря; ее величину на верхней границе пограничного слоя часто называют *градиентной скоростью*. За пределами пограничного слоя, т.е. в свободной атмосфере, ветер со скоростью, примерно равной градиентной скорости, направлен вдоль изобар.

В данной главе рассмотрены те аспекты течений в пограничном слое атмосферы, которые представляют интерес при проектировании сооружений. Приведены теоретические и экспериментальные результаты изучения средних профилей ветра, соотношения между скоростями ветра при различной шероховатости подстилающей поверхности и структуре атмосферной турбулентности. Поскольку инженер-строитель интересуется в первую очередь действием сильных ветров, дальнейшее изложение ведется в предположении о безразличной стратификации атмосферы. Подтверждением этого допущения является тот факт, что при сильных ветрах механическая (динамическая) турбулентность* имеет преобладающее влияние по сравнению с тепловой конвекцией и поэтому посредством турбулентного перемешивания стремится вызвать безразличную стратификацию атмосферы, подобно тому как перемешивание в тонком слое жидкости приводит к наступлению изотермического состояния. К тому же, поскольку скорости ветров значительно ниже скорости звука, можно принять гипотезу о несжимаемости воздуха при изучении динамики его течения.

* Количественное описание явления механической турбулентности приведено в разд. 4.3.

2.1. Основные уравнения

2.1.1. Уравнения осредненного движения. Движение в атмосфере подчиняется фундаментальным уравнениям механики сплошных сред, которые включают уравнение неразрывности (в соответствии с принципом сохранения массы) и уравнения изменения количества движения, т. е. второй закон Ньютона. Эти уравнения могут быть дополнены феноменологическими соотношениями, т.е. эмпирическими зависимостями, которые описывают удельную реакцию рассматриваемой непрерывной упругой среды на внешние воздействия (например, для случая линейно-упругого тела эти дополнительные соотношения представляют так называемый закон Гука).

Если уравнение неразрывности и уравнения количества движения осреднить по времени и отбросить члены, которые являются пренебрежимо малыми [2.1, 2.2], то получим уравнения, описывающие осредненное движение в пограничном слое атмосферы:

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}+W\frac{\partial U}{\partial z}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}-fV-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_u}{\partial z}=0; \qquad (2.1)$$

$$U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}+W\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+fU-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_v}{\partial z}=0; \qquad (2.2)$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+g=0; \qquad (2.3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}+\frac{\partial W}{\partial z}=0, \qquad (2.4)$$

где U, V и W — составляющие средней скорости по осям x, y и z в прямоугольной системе координат; p, ρ, f и g — соответственно среднее давление, плотность воздуха, параметр Кориолиса и ускорение силы тяжести; τ_u и τ_v — напряжения трения соответственно по направлениям осей x и y.

Ось z является вертикальной осью, а ось x для удобства выбрана совпадающей с направлением напряжения трения на поверхности земли, обозначаемого τ_0 (рис. 2.1).

Из дифференцирования уравнения (2.3) по x или y видно, что изменение в вертикальном направлении горизонтального градиента давления зависит от горизонтального градиента плотности. В данной работе ограничимся рассмотрением только тех течений, в которых горизонтальный градиент плотности пренебрежимо мал (например, баротропных течений) (см. [2.3]). В этом случае горизонтальный градиент давления не изменяется по высоте, и следовательно, по всей толщине пограничного слоя имеет такое же значение, как на его верхней границе, т.е.

$$\partial p/\partial n=\rho\left[fV_{gr}\pm(V_{gr}^2/r)\right], \qquad (2.5)$$

где V_{gr} — градиентная скорость; r — радиус кривизны изобар; n — направление градиентного ветра [см. уравнение (1.14)].

Если можно воспользоваться геострофическим приближением, то из уравнения (1.13) следует

$$1/\rho\,(\partial p/\partial x)=fV_g; \qquad (2.6a)$$

$$1/\rho\,(\partial p/\partial y)=-fU_g, \qquad (2.6б)$$

где U_g и V_g — составляющие геострофической скорости G по осям x и y.

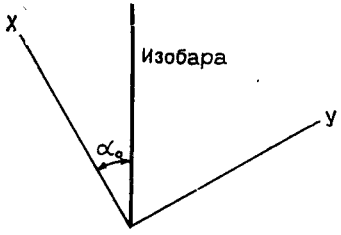


Рис. 2.1. Направление осей координат

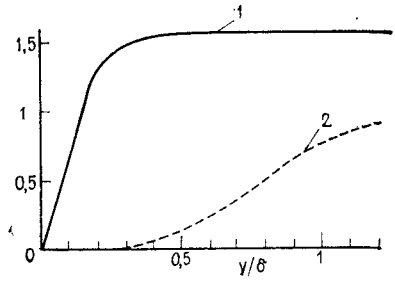


Рис. 2.2. Эмпирические функции
1 — масштаб диссипации энергии; *2* — коэффициент турбулентной диффузии

Граничные условия можно установить следующим образом: на поверхности земли скорость ветра равна нулю, тогда как с увеличением высоты от поверхности земли до равной толщине пограничного слоя исчезают напряжения трения и ветер приобретает градиентную скорость.

2.1.2. Замыкание уравнений поля средних скоростей. Для решения уравнений осредненного движения необходимо, чтобы принимались такие феноменологические соотношения (называемые также соотношениями замыкания), которые позволяют определить напряжения τ_u и τ_v. Хорошо известно допущение [2.1], что коэффициент турбулентной вязкости K и путь смешения L можно определить таким образом, что

$$\tau_u = \rho K(x, y, z)\frac{\partial U}{\partial z}; \quad (2.7a) \qquad \tau_v = \rho K(x, y, z)\frac{\partial V}{\partial z}; \quad (2.7б)$$

$$K(x, y, z) = L^2(x, y, z)\left[\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right]^{1/2}. \quad (2.8)$$

Использование уравнений (2.7)—(2.8) совместно с уравнениями (2.1)—(2.4) принято называть замыканием уравнений поля средних скоростей. В уравнениях (2.7) должны задаваться или коэффициент турбулентной вязкости, или длина пути смешения.

2.1.3. Замыкание уравнений осредненного поля турбулентности. Из уравнений количества движения для осредненного движения может быть выведено следующее уравнение (см., например, [2.3]):

$$\left[U\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\overline{q}^2}{2}\right) + V\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\overline{q}^2}{2}\right) + W\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\overline{q}^2}{2}\right)\right] -$$

$$- \left[\frac{\tau_u}{\rho}\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\tau_v}{\rho}\frac{\partial V}{\partial z}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\overline{w\left(\frac{p'}{\rho} + \frac{q^2}{2}\right)}\right] + \varepsilon = 0. \quad (2.9)$$

где черта над символом обозначает осреднение по времени; u, v, w — турбулентные пульсации скорости соответственно по осям x, y, z; $q = (u^2 + v^2 + w^2)^{1/2}$ представляет собой результирующий вектор пульсаций скорости; p' — пульсация давления; ε — скорость диссипации энергии на единицу массы.

Уравнение (2.9) называется *уравнением баланса турбулентной энергии* и выражает баланс адвекции (члены в первых скобках), генерации (члены во вторых скобках), диффузии и диссипации. Использование уравнения (2.9) и сопутствующих феноменологических соотношений совместно с уравнениями (2.1)—(2.4) принято называть замыканием уравнений осредненного поля турбулентности. Феноменологическое описание величин, включенных в уравнение (2.9), пытались выполнить различные авторы [2.4—2.6].

В работе [2.7] сообщается об успешных предсказаниях характеристик пограничного слоя, основывающихся на уравнении (2.9) и различных феноменологических зависимостях; несмотря на это, все еще существуют различные мнения относительно сравнительных достоинств этих зависимостей. В частности, замыкание уравнений осредненного поля турбулентности, по-видимому, дает преимущества при изучении трехмерных течений в пограничном слое атмосферы. Следуя [2.8] и [2.9] в [2.10], были предложены зависимости:

$$\{\tau_u^2+\tau_v^2\}^{1/2}=\rho a_1 \overline{q}^2; \tag{2.10}$$

$$\overline{w\left(\frac{p'}{\rho}+\frac{q^2}{2}\right)}=\frac{1}{Q_e}(\overline{q^2})_{\text{макс}}(\overline{q^2})\, a_2\left(\frac{y}{\delta}\right); \tag{2.11}$$

$$\varepsilon=\frac{(\overline{q^2})^{3/2}}{L_d\,(y/\delta)}; \tag{2.12}$$

$$\frac{\tau_u}{\partial U/\partial z}=\frac{\tau_v}{\partial V/\partial z}, \tag{2.13}$$

в которых $a_1 \approx 0{,}16$; δ — толщина пограничного слоя; Q_e— результирующий вектор скорости на внешней границе пограничного слоя (или градиентная скорость атмосферного течения).

В случае замыкания уравнений осредненного поля турбулентности с использованием уравнений (2.9)—(2.13) эмпирическими функциями, которые должны быть заданы, являются коэффициент турбулентной диффузии $a_2(y/\delta)$ и масштаб диссипации энергии (путь диссипации) $L_d(y/\delta)$. В [2.10] предложено для этих функций использовать кривые, которые приведены на рис. 2.2.

2.1.4. Замыкание уравнений во втором приближении состоит в дополнении уравнений количества движения и неразрывности уравнениями Рейнольдса, которые выводятся на их основе и определяют компоненты тензора напряжений.

Уравнения Рейнольдса содержат новые неизвестные члены, включающие тройные корреляции скорости, для которых должны быть найдены подходящие феноменологические зависимости. Для получения таких зависимостей был предложен метод инвариантного моделирования, который основывается на следующих предпосылках. Получаемые в результате моделирования члены должны:

обладать тензорными свойствами и условиями симметрии такими же, как исходные члены в уравнениях Рейнольдса;

отвечать условиям размерности;

быть инвариантными относительно преобразования Галилея, т. е. переноса осей координат;

удовлетворять всем основным законам сохранения [2.11, 2.12].

Замыкание уравнений во втором приближении использовалось, например, при изучении структуры течения в пограничном слое атмосферы вблизи границы резкого изменения шероховатости поверхности [2.13].

2.2. Профили средних скоростей в горизонтально-однородном потоке

Можно полагать, что в пределах горизонтальной местности с однородной шероховатостью поверхности на достаточно больших областях разгона существуют районы, над которыми воздушный поток при макросиноптических процессах будет однородным в горизонтальном направлении. Существование горизонтально-однородных атмосферных течений подтверждается наблюдениями и составляет отличие пограничного слоя атмосферы от двумерных пограничных слоев, которые возникают при обтекании плоских пластин.

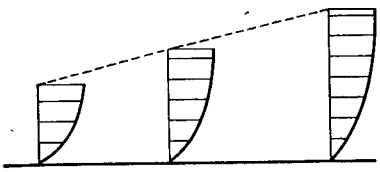


Рис. 2.3. Нарастание двухмерного пограничного слоя вдоль плоской пластины

В самом деле, известно, что в последнем случае поток в пределах пограничного слоя замедляется под действием горизонтальных напряжений, так что толщина пограничного слоя нарастает, как это показано на рис. 2.3. Однако в пограничном слое атмосферы горизонтальный градиент давления, который в слоях ниже градиентной высоты лишь частично уравновешивается силой Кориолиса (см. рис. 1.13), «перевозбуждает» среду и противодействует росту пограничного слоя. По этой причине горизонтальная однородность потока сохраняется [2.14].

При равновесном состоянии горизонтально-однородного потока уравнения (2.1) и (2.2), в которых использованы уравнения (2.6), принимают вид

$$V_g - V = (1/\rho f)\,(\partial \tau_u / \partial z); \qquad (2.14а)$$

$$U_g - U = (-1/\rho f)\,(\partial \tau_v / \partial z). \qquad (2.14б)$$

2.2.1. Спираль Экмана. Если в приведенной выше модели напряжения трения представить в виде уравнений (2.7) и к тому же принять, что турбулентная вязкость постоянна, то полученная таким образом модель называется спиралью Экмана. В этом случае уравнения (2.14) становятся системой уравнений с постоянными коэффициентами. При граничных условиях $U = V = 0$ для $z = 0$ и $U = U_g$, $V = V_g$ для $z \to \infty$ решение этой системы имеет вид

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} G\,[1 - e^{-az}\,(\cos az - \sin az)]; \qquad (2.15а)$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{2}} G\,[1 - e^{-az}(\cos az + \sin az)], \qquad (2.15б)$$

где $a = (f/2K)^{1/2}$.

Выражения (2.15), которые описывают спираль Экмана, схематически представлены на рис. 1.14. Однако было установлено неудовлетворительное соответствие этих уравнений данным наблюдений. Например, исходя из формул (2.15), угол α_0 между напряжением приземного трения τ_0 и направлением геострофического ветра (см. рис. 2.1 и 1.14) составляет 45°, тогда как наблюдения показывают, что в баротропных течениях, зависящих в основном от шероховатости местности, этот угол может изменяться примерно от 6 до 30°. Причиной расхождений является допущение, удобное с математической точки зрения, но физически неверное, что турбулентная вязкость не зависит от высоты.

2.2.2. **Турбулентный слой Экмана.** Метеорологи пытались решить уравнения (2.15), используя допущения об изменении турбулентной вязкости по высоте, что является более правдоподобным, чем предположение об ее постоянстве. Обзор соответствующих решений можно найти в [2.2 и 2.15].

Отличный от них подход недавно был развит в [2.14], в которой замыкание уравнений основывается на соображениях подобия, аналогичных тем, которые были использованы в теории двумерных течений в пограничном слое, а не на обращении к полю средних скоростей. При таком подходе пограничный слой подразделяется на приземный слой воздуха и внешний пограничный слой. Можно утверждать, что напряжение приземного трения τ_0 должно зависеть от скорости потока на некотором небольшом расстоянии z от поверхности земли, шероховатости местности (т.е. параметра шероховатости z_0) и плотности воздуха ρ, поэтому τ_0 выразится в виде функции F от этих величин, т.е.

$$\tau_0 = F\,(U\mathbf{i} + V\mathbf{j},\ z,\ z_0,\ \rho), \qquad (2.16)$$

где $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ — единичные векторы соответственно по направлениям осей x и y.

В безразмерном виде уравнение (2.16) удобно записать следующим образом:

$$(U\mathbf{i} + V\mathbf{j})/u_* = f_1\,(z/z_0), \qquad (2.17)$$

где

$$u_* = (\tau_0/\rho)^{1/2} \qquad (2.18)$$

известна как динамическая скорость (скорость трения) потока и f_1 — некоторая функция отношения z/z_0.

Уравнение (2.17) представляет собой хорошо известный универсальный закон турбулентности вблизи стенки и описывает течение в приземном слое.

Подобным же образом можно утверждать, что снижение скорости $[(U_g\mathbf{i} + V_g\mathbf{j}) - (U\mathbf{i} + V\mathbf{j})]$ на высоте z во внешнем пограничном слое должно зависеть от напряжения приземного трения τ_0, высоты, до которой влияние напряжений у стенки распространяется в потоке, т.е. толщины пограничного слоя δ и плотности воздуха ρ. Выраженне для этой завнсимости в безразмерном виде известно как закон дефекта скорости:

$$(U\mathbf{i}+V\mathbf{j})/u_*=(U_g\,\mathbf{i}+V_g\mathbf{j})/u_*+f_2(z/\delta), \qquad (2.19)$$

где f_2 — некоторая функция, которая будет определена ниже.

Если при этом принять, что переход от режима вблизи поверхности земли к режиму во внешнем слое происходит постепенно, то, по-видимому, существует область перекрытия, в которой оба закона справедливы. Запишем уравнение (2.17) в такой форме:

$$(U\mathbf{i}+V\mathbf{j})/u_*=f_1[(z/\delta)(\delta/z_0)]. \qquad (2.20)$$

Из самого вида уравнений (2.19) и (2.20) и условия, что их правые части равны в области перекрытия, следует, что функция f_1 должна быть аддитивной арифметической функцией. Из решения аналогичной двумерной задачи хорошо известно, что две функции (f_1 и f_2) будут логарифмическими [2.16 и 2.17]. Требования рассматриваемой задачи будут выполнены, если f_1 и f_2 определены следующим образом [2.14]:

$$f_1(\xi)=(\ln\xi^{1/k})\,\mathbf{i}; \quad (2.21); \quad f_2(\xi)=(\ln\xi^{1/k})\,\mathbf{i}+(B/k)\,\mathbf{j}. \qquad (2.22)$$

где B и k — постоянные величины.

Подставляя выражения (2.21) и (2.22) соответственно в уравнения (2.20) и (2.19), имеем

$$U\mathbf{i}+V\mathbf{j}/u_*=1/k\left(\ln\frac{z}{\delta}+\ln\frac{\delta}{z_0}\right)\mathbf{i}; \qquad (2.23)$$

$$U\mathbf{i}+V\mathbf{j}/u_*=U_g\,\mathbf{i}+V_g\,\mathbf{j}/u_*+1/k\left(\ln\frac{z}{\delta}\right)\mathbf{i}+(B/k)\,\mathbf{j}. \qquad (2.24)$$

Если приравнять теперь (2.23) и (2.24) в области перекрытия, то в результате получим

$$U_g/u_*=1/k\ln\delta/z_0; \quad (2.25) \qquad V_g/u_*=-B/k, \qquad (2.26)$$

откуда следует

$$G=\left(B^2+\ln^2\frac{\delta}{z_0}\right)^{1/2}\frac{u_*}{k}. \qquad (2.27)$$

Далее покажем, что толщину пограничного слоя δ можно выразить в виде

$$\delta=c\,(u_*/f), \qquad (2.28)$$

где c — постоянная величина.

Для доказательства справедливости этого соотношения умножим уравнения (2.14а) и (2.14б) соответственно на единичные вектора $\mathbf{j}$ и $\mathbf{i}$. Из полученных таким образом выражений, учитывая при этом, что $\tau_u=\tau_0$, $\tau_v=0$ на поверхности и $\tau_u=\tau_v=0$ при $z=\delta$, следует

$$\int[U\mathbf{i}+V\mathbf{j}-(U_g\,\mathbf{i}+V_g\,\mathbf{j})]\,dz=(\tau_0/\rho f)\,\mathbf{i}, \qquad (2.29)$$

причем интегрирование производится по толщине пограничного слоя. Поскольку основной перенос воздушной массы происходит в тех частях пограничного слоя, где выполняется уравнение (2.19) (включая сюда и область перекрытия приземного слоя, по-видимому, вплоть до весьма малой высоты), профиль скорости в (2.29) может быть приближенно описан этим уравнением. Если подставить теперь (2.28) в (2.19)

и воспользоваться выражением (2.18), то левая часть равенства (2.29) принимает вид

$$\int u_* f_2 (zf/cu_*)\, dz = cu_*^2/f \int f_2 (\zeta)\, d\zeta = \text{constant } (\tau_0/\rho f), \qquad (2.29a)$$

т. е. равенство (2.29) удовлетворяется и установлена справедливость соотношения (2.28) [2.14]. В таком случае выражение (2.27) может быть записано в виде

$$G = \left[B^2 + \left(\ln \frac{u_*}{fz_0} - A \right)^2 \right]^{1/2} (u_*/k). \qquad (2.30)$$

Выражение (2.30) было независимо получено в [2.18, 2.5]. Вывод формулы в [2.5] основывался на уравнении баланса турбулентной энергии и допущении, что длина пути смешения пропорциональна z.

Величины A и B представляют собой универсальные постоянные. Из анализа наблюдений установлено, что $4{,}3 < B < 5{,}3$ и $0 < A < 2{,}8$ [2.14, 2.15, 2.18—2.24]. На основании экспериментов в аэродинамической трубе и атмосфере хорошо известная *постоянная Кармана* обычно принимается равной $k \approx 0{,}4$*. Коэффициент c в выражении (2.28) составляет порядка 0,25 — 0,3 [2.20, 2.25].

2.2.3. Логарифмический закон. Уравнение (2.23) может быть записано в виде

$$U(z) = (1/k)\, u_* \ln (z/z_0), \qquad (2.31)$$

($k \approx 0{,}4$) и известно как логарифмический закон.

Последними микрометеорологическими исследованиями установлено, что высота над поверхностью земли z_l, до которой можно приближенно считать справедливым выражение (2.31), определяется соотношением

$$z_l = b\, (u_*/f), \qquad (2.32)$$

где b — константа, имеющая значения порядка 0,015—0,03 [2.25, 2.26].

Как отмечалось в [2.25], соотношение (2.32) выражает тот хорошо известный из лабораторных экспериментов факт, что логарифмический слой охватывает некоторую часть (порядка 10%) толщины пограничного слоя δ [см. (2.28)].

Можно также показать, что соотношение (2.32) непосредственно следует из допущения, что в области $0 < z < z_l$ напряжение трения τ_u ненамного отличается от напряжения приземного трения τ_0 (см., например, [2.1], с.489) и составляющая скорости V мала. Проинтегрировав уравнение (2.14а) по высоте z_l, получим

$$\tau_u = \tau_0 + \rho f \int_0^{z_l} (V_g - V)\, dz \approx \tau_0 + \rho f V_g z_l \qquad (2.33)$$

или

$$|\rho f V_g z_l| = \eta \tau_0,$$

где η — мало.

* Истинное значение k стало в последние годы объектом некоторой дискуссии [2.93]. Однако благодаря установлению погрешностей, свойственных выражениям, приведенным в данном тексте, истинное значение постоянной k не влияет на расчеты, представляющие интерес для описаиных здесь инженерных приложений.

Используя соотношения (2.18) и (2.26),

$$z_l = \eta u_*^2/(fV_g) = \eta k/(fB)\, u_* = b\,(u_*/f). \qquad (2.34)$$

Как показано в [2.25, 2.27], для практических целей можно считать, что логарифмический закон выполняется даже для высот, превышающих те, на которых η составляет порядка 30%.

Если, например, $f = 10^{-4}\ c^{-1}$, $U = 30$ м/с на высоте 10 м над поверхностью земли, $z_0 = 0{,}05$ м (открытая местность) и $b = 0{,}02$, то из выражений (2.31)—(2.32) следует, что $z_l \approx 400$ м. При сильных ветрах справедливость логарифмического закона вплоть до высот порядка нескольких сотен метров была подтверждена помимо измерений, о которых сообщается в [2.28, 2.29], также и наблюдениями в Сэйле [2.30] и Крэнфилде [2.31], результаты которых анализируются в [2.22].

Учитывая конечность высоты неровностей поверхности, необходимо видоизменить выражение (2.31) на основе эмпирических данных [2.32]. Будет правильнее, если через z обозначить не высоту над поверхностью земли, а определять эту величину в виде

$$z = z_g - z_d, \qquad (2.35)$$

где z_g — высота над поверхностью земли; z_d — вертикальное расстояние, известное как высота вытеснения.

Величину z будем называть эффективной высотой. Параметры течения z_0 и z_d определяются эмпирически и являются функциями природных условий, высоты и распределения неровностей поверхности [2.33]. Параметр шероховатости z_0 служит характеристикой размера вихрей у поверхности земли. В [2.29] предлагается для получения приемлемых значений высоты вытеснения в городах пользоваться формулой

$$z_d = \overline{H} - z_0/k. \qquad (2.36)$$

где $\overline{H}$ — обобщенный уровень верха крыш в городе.

Типичные значения z_0 для различных типов поверхностей и соответствующие значения коэффициента поверхностного трения (определяемого по формуле $k = \{k/[\ln(10/z_0)]\}^2$, где z_0 выражается в метрах), приведены в табл. 2.1 [2.34]—[2.37]. В эту таблицу также включены значения z_0, предлагаемые для застроенной местности. Определить характерные профили ветра для застроенной местности обычно трудно, в самом процессе определения содержится элемент неопределенности, поскольку неоднородны местные течения (например, в связи с влиянием спутных струй). По этой причине значения z_0 на застроенных территориях могут значительно различаться от эксперимента к эксперименту. Значения, указанные в табл. 2.1, предназначены для использования в инженерных расчетах сооружений в предположении, что $z_d = 0$. Как показано в [2.94] (см. также [2.95, 2.96]), они основываются на тщательном анализе данных натурных наблюдений.

2.2.4. Степенной закон. Исторически первое представление профиля средней скорости ветра при горизонтальной однородной местности имело вид степенного закона, предложенного в [2.39] в 1916 г.:

$$U(z_{g1}) = U(z_{g2})\,(z_{g1}/z_{g2})^{\alpha}, \qquad (2.37)$$

Таблица 2.1. Значения параметра шероховатости z_0 и коэффициента поверхностного трения для различных типов поверхности κ

Тип поверхности	z_0, см	$10^3\,\kappa$
Песок	0,01—0,1	1,2—1,9
Поверхность моря [2.35]	0,0003*—0,5**	0,7—2,6
Снежный покров	0,1—0,6	1,9—2,9
Скошенная трава ($\sim$0,01 м)	0,1—1	1,9—3,4
Низкая трава (степь)	1—4	3,4—5,2
Вспаханное под пар поле	2—3	4,1—4,7
Высокая трава	4—10	5,2—7,6
Карликовые растения	10—30	7,6—13
Мелколесье (средняя высота деревьев 15 м, одно дерево на 10 м^2, $z_d \approx$ $\approx$12 м) [2.36]	90—100	28—30
Пригороды с редкой застройкой	20—40***	10,5—15,4
Города, пригороды со сплошной застройкой	80—120***	25,1—35,6
Центры крупных городов	200—300	61,8—110,4

* Скорость ветра на высоте 10 м над поверхностью земли равна 1,5 м/с.
** Скорость ветра на высоте 10 м над поверхностью земли $>$15 м/с.
*** Значения z_0 предназначены для использования в предположении, что z_d=0[2.94]

где α — показатель степени, зависящий от шероховатости местности; z_{g1} и z_{g2} — высоты над поверхностью земли.

В современной практике проектирования в строительстве принимается, что:

1) степенной закон с постоянным показателем степени α остается в силе вплоть до градиентной высоты (уровня трения) δ; величина δ является функцией только аргумента α [2.40].

Из первого из этих допущений следует, что

$$\frac{U(z_g)}{G} = \left(\frac{z_g}{\delta}\right)^{\alpha}. \qquad (2.38)$$

Второе допущение фактически является инженерным упрощением описания толщины пограничного слоя, заданного выражением (2.28). Значения δ и α, рекомендуемые в [2.40 и 2.41] для использования в проектировании, приведены в табл. 2.2. Отметим, что значения δ (для открытой местности и центров крупных городов), подобные тем, которые даны в табл. 2.2, были предположены Пэгоном в 1935 г. [2.91].

В настоящее время логарифмический закон считается метеорологами лучшим описанием профилей сильного ветра в нижних слоях атмосферы [2.25, 2.42 — 2.47], соответственно степенной закон более не используется в практике метеорологических исследований.

2.2.5. **Соотношение между скоростями ветра для различных условий шероховатости подстилающей поверхности.** Рассмотрим две соседние местности, каждая с однородной шероховатостью и достаточно большой областью разгона. Обозначим параметры шероховатости для этих местностей через z_{01} и z_0 и предположим, что $z_{01} < z_0$. Замедление

Таблица 2.2. Значения δ и α, рекомендуемые в [2.40, 2.41]

По данным	Открытая местность		Пригороды		Центры крупных городов	
	α	δ, м	α	δ, м	α	δ, м
[2.40]	0,16	275	0,28	400	0,40	520
[2.41]	$\frac{1}{7}$	275	$\frac{1}{4,5}$	400	$\frac{1}{3}$	460

течения вследствие влияния приземного трения будет более эффективным над местностью с большей шероховатостью. Следовательно, если значение геострофической скорости одинаково над обеими территориями, то на одинаковых высотах средние скорости ветра будут меньше над территорией с большей шероховатостью. Соответствующие профили ветра схематически показаны на рис. 2.4.

Из их рассмотрения напрашивается следующий прием для установления связи между скоростями ветра при различных условиях шероховатости подстилающей поверхности. Чтобы вычислить скорость ветра $U(z_g, z_0)$ над местностью с большей шероховатостью, если известна скорость $U(z_{g1}, z_{01})$, для профиля скорости над каждой местностью записывается выражение (2.38), затем из полученных двух соотношений исключается величина G и в результате определяется скорость ветра

$$U(z_g, z) = \left(\frac{z_g}{\delta(z_0)}\right)^{\alpha(z_0)} \left(\frac{\delta(z_{01})}{z_{g1}}\right)^{\alpha(z_{01})} U(z_{g1}, z_{01}), \qquad (2.39)$$

где $\alpha(z_0)$, $\delta(z_0)$ и $\alpha(z_{01})$, $\delta(z_{01})$ соответствуют параметрам шероховатости z_0 и z_{01}.

Уравнение (2.39) было предложено в [2.40] и будет в дальнейшем упоминаться как *модель степенного закона*.

Недавно был предложен альтернативный метод, который основывается на результатах теоретических и экспериментальных исследований [2.22]. Если известна скорость $U(z_{g1}, z_{01})$, то из выражения (2.31) найдем

$$u_{*1} = \frac{U(z_{g1}, z_{01})}{2,5 \ln(z_1/z_{01})}, \qquad (2.40)$$

где использованы обозначения равенства (2.35). Применяя теперь выражение (2.40) для двух профилей, приведенных на рис. 2.4, и исключая G, получим

$$\left[B^2 + \left(\ln\frac{u_*}{fz_0} - A\right)^2\right]^{1/2} u_* = \left[B^2 + \left(\ln\frac{u_{*1}}{fz_{01}} - A\right)^2\right]^{1/2} u_{*1}. \qquad (2.41)$$

Из равенства (2.41) устанавливают значение динамической скорости u_* и затем определяют

$$U(z_g, z_0) = 2,5 u_* \ln(z/z_0). \qquad (2.42)$$

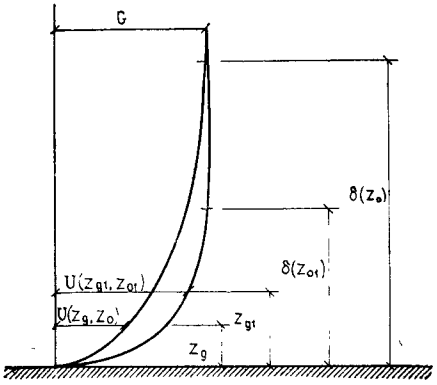


Рис. 2.4. Профили скорости ветра

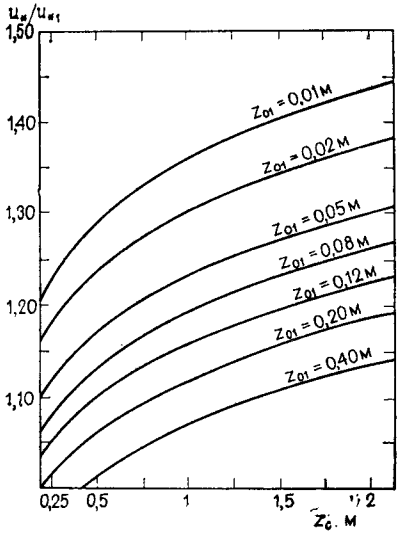


Рис. 2.5. Отношения u_*/u_{*1}

Соотношения (2.40), (2.41) и (2.42) будут в дальнейшем упоминаться как *модель подобия*.

Как показано в [2.22], некоторая неопределенность относительно точных значений постоянных A и B в равенстве (2.41) мало сказывается на результатах, поскольку приходится иметь дело с оценками скоростей ветра в нижних слоях атмосферы. С возможными ошибками порядка 3% или даже менее, можно принять, что $A = 1{,}4$ и $B = 4{,}7$. Точно так же зависимость результатов от u_* и f несущественна, и ею можно пренебречь. Следовательно, для практических задач отношение u_*/u_{*1} можно определять как функцию от параметров шероховатости z_0 и z_{01}. Зависимость u_*/u_{*1} от z_0 и z_{01} с достаточной степенью точности (рис. 2.5) можно представить в виде соотношения [92]:

$$u_*/u_{*1} = (z_0/z_{01})^{0,0706}. \qquad (2.43)$$

Однако последующие исследования показали, что модель подобия должна быть скорректирована на основе экспериментальных данных в случае местности, для которой $z_0 >$ примерно 0,3 м. В табл. 2.3 приведены значения отношения u_*/u_{*1}, основанные на данных измерений при $z_{01} = 0{,}07$ м и различных значениях z_0, представляющих практический интерес [2.94].

Проиллюстрируем применение модели подобия на следующем числовом примере. Используемые в этом примере данные были получены путем измерений в самом Лондоне и вблизи него и опубликованы в [2.29]. В Хитроу $z_{01} = 0{,}08$ м, $z_{d1} \approx 0$ и средняя скорость ветра, измеренная на высоте $z_{g1} = 10$ м над поверхностью земли, составляет $U(z_{g1}, z_{01}) = 11{,}7$ м/с. Необходимо найти среднюю скорость ветра $U(z_g, z_0)$ на высоте $z_g = 195$ м над поверхностью земли около башни Министерства почт в Лондоне, где принимается, что $z_0 = 2{,}5$ м ($z_d = 0$).

Из выражения (2.40) $u_{*1} = 0{,}968$ м/с. Из табл. 2.3 $u_{*1}/u_* = 1{,}46$, т. е. $u_* = 1{,}41$ м/с. Используя выражение (2.42), найдем, что $U(z_g, z_0) = 15{,}3$ м/с. Отметим, что этот результат совпадает с реально измеренной скоростью ветра [2.22, 2.29].

Таблица 2.3 Отношения u_*/u_{*1} при $z_{01}=0{,}07$ м и различных значениях z_0 [2.94]

z_0, м	0,005	0,07	0,30	1	2,50
u_*/u_{*1}	0,83	1	1,15	1,33	1,46

Если же среднюю скорость вблизи башни Министерства почт на высоте $z_g = 195$ м вычислить, используя модель степенного закона (2.39) с параметрами α и δ, предложенными в [2.40], то получим $U(z_g, z_0) = 13{,}4$ м/с против измеренного значения скорости 15,3 м/с.

2.3. Атмосферная турбулентность

2.3.1. **Каскадный процесс переноса энергии.** Можно считать, что пульсации скорости в турбулентном потоке, проходящем через некоторую точку (рис. 2.6), происходят вследствие суперпозиции концептуальных вихрей*, каждый из которых совершает периодическое движение со своей угловой частотой $\omega = 2\pi n$ (где n — частота) или волновым числом $\mathbf{K} = 2\pi/\lambda$ (где λ — длина волны). Соответственно полную кинетическую энергию турбулентного движения можно рассматривать как сумму вкладов каждого из вихрей потока. Функция $E(K)$, выражающая зависимость этих вкладов энергии от волнового числа, носит определение энергетического спектра** турбулентного движения.

Если соответствующим образом преобразовать уравнения движения турбулентного потока, то можно показать, что «инерционные члены» в этих уравнениях связываются с переносом энергии от крупномасштабных вихрей к мелкомасштабным, тогда как посредством «диссипативных членов» учитывается рассеяние энергии. Последнее в основном происходит за счет наиболее мелкомасштабных вихрей, в которых деформации сдвига и, следовательно, напряжения вязкого трения велики. Если отсутствуют источники энергии, кинетическая энергия турбулентного движения будет убывать, т.е. будет происходить вырождение турбулентности потока: быстрее, если влияние вязкости велико, и медленнее, если это влияние мало.

Если быть более точным, то в последнем случае время затухания является продолжительным по сравнению с периодами вихрей в интервале больших волновых чисел. Следовательно, энергию таких вихрей можно приближенно считать постоянной. А это может быть только в том случае, когда энергия, подводимая к ним посредством «инерционного переноса» от крупномасштабных вихрей, уравновешивается энергией, рассеиваемой под влиянием вязкости среды. Тогда движение мелкомасштабного вихря определяется лишь скоростью переноса энергии (или, что равносильно, скоростью диссипации энергии,

* Эти вихри можно визуализировать в виде системы локальных вихрей, и поэтому говорят, что они малы, если частота их следования при распространении со средней скоростью ветра велика, и наоборот. Соответствующее понятие длины волны можно ввести как отношение средней скорости к частоте.

** Подробное обсуждение вопроса о спектре дано в прил. А2.

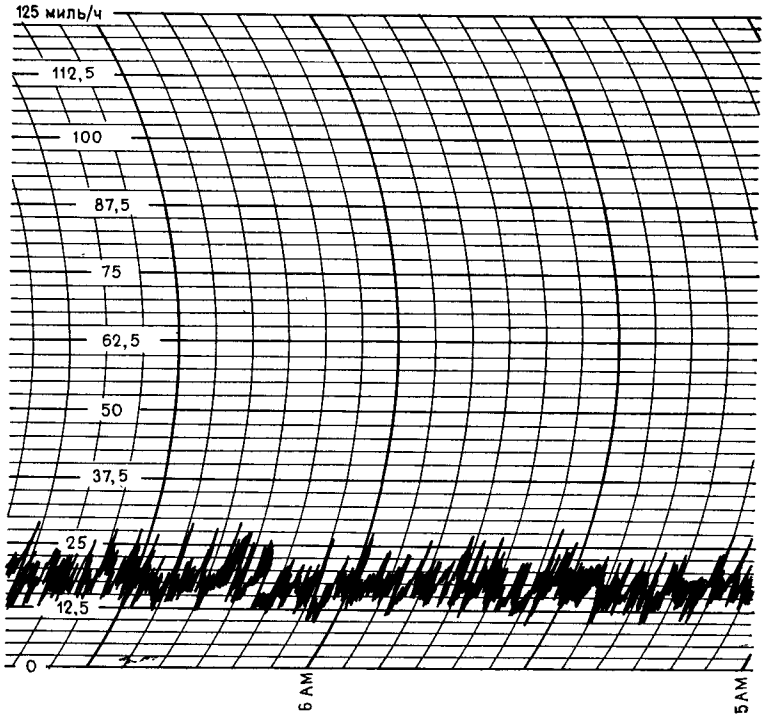


Рис. 2.6. Запись скорости ветра

обозначаемой ε, см. (2.9)) и вязкостью. Допущение, что такой случай имеет место, известно как *первая гипотеза Колмогорова*. Из этого допущения следует, что поскольку мелкомасштабное турбулентное движение зависит только от параметров самого потока, оно не зависит от внешних условий, таких как граничные условия, и поэтому имеет место *локальная изотропность*, т.е. отсутствие преимущественного направления движения мелкомасштабных вихрей.

Далее можно предположить, что диссипация энергии почти полностью происходит в самых мелкомасштабных вихрях потока. Следовательно, на нижнем конце интервала волновых чисел более высокого порядка, к которому применима первая гипотеза Колмогорова, влияние вязкости мало. Можно считать, что в этом подынтервале, известном как *инерционный подынтервал*, турбулентное движение не зависит от вязкости и поэтому определяется только скоростью переноса энергии (которая в свою очередь равна скорости диссипации энергии). Из этого допущения, известного как *вторая гипотеза Колмогорова*, следует, что записанное ниже соотношение, содержащее $E(K)$ и ε, выполняется для достаточно больших K, т.е.

$$F[E(K),\ K,\ \varepsilon]=0, \tag{2.44}$$

где $E(K)$ — энергия, приходящаяся на единицу волнового числа.

Размерность величин в квадратных скобках равенства (2.44) соответственно $[L^3T^{-2}]$, $[L^{-1}]$ и $[L^2T^{-3}]$. Из соображений размерности (см. разд. 9.1) непосредственно следует, что

$$E(K) = a_1 \varepsilon^{2/3} K^{-5/3}, \tag{2.45}$$

где a_1 — универсальная постоянная.

Вследствие изотропности потока выражение для спектра пульсаций продольной компоненты скорости [который будем обозначать $S(K)$] с точностью до постоянной аналогично выражению (2.45). Следовательно,

$$S(K) = a\varepsilon^{2/3} K^{-5/3}, \tag{2.46}$$

причем измерениями установлено, что $a \approx 0{,}5$ [2.21].

2.3.2. Спектры пульсаций продольной компоненты скорости

2.3.2.1. Спектры в инерционном подынтервале. Измерения, проведенные в приземном слое атмосферы, подтверждают предположение, что в горизонтально однородном потоке с безразличной стратификацией генерация энергии (см. 2.9) примерно уравновешивается ее диссипацией [2.3]. Выражение такого баланса энергии может быть записано в виде

$$\varepsilon = \frac{\tau_0}{\rho} \frac{dU(z)}{dz}, \tag{2.47}$$

где

$$U(z) = \frac{1}{k} u_* \ln(z, z_0). \tag{2.48}$$

Если воспользоваться выражениями (2.18), (2.47) и (2.48), то

$$\varepsilon = u_*^3 / kz. \tag{2.49}$$

Подставим (2.49) в формулу (2.46), принимая при этом, что

$$K = \frac{2\pi n}{U(z)}. \tag{2.50}$$

В результате получим

$$nS(z, n) u_*^2 = 0{,}26 f^{-2/3}, \tag{2.51}$$

где безразмерная величина*

$$f = nz / U(z) \tag{2.52}$$

известна как координата Монина (или координата подобия)** и

$$S(z, n)\, dn = S(z, K)\, dK. \tag{2.53}$$

В (2.50) подразумевается, что возмущение течения распространяется со скоростью $U(z)$, и, следовательно, $u(t)$ можно отождествить с $u(-x/U)$, где u — скорость пульсаций; t — время; x — координата в направлении средней скорости U (гипотеза Тэйлора*).

* Такое использование f в качестве общепринятого обозначения не следует путать с ее предыдущим применением как параметра Кориолиса.

** В отечественной литературе эту величину обычно называют безразмерной частотой; в дальнейшем будет использоваться именно это определение. (*Примеч. науч. ред.*)

Таблица 2.4. Значения β для различных параметров шероховатости

z_0, м	0.005	0.07	0.30	1	2,50
β	6.00	6,00	5.25	4,85	4

Левая часть выражения (2.51) называется приведенным спектром пульсаций продольной компоненты скорости и, очевидно, является функцией высоты. Хотя отдельные выборки могут давать существенные отклонения от прогнозируемых значений, в среднем это выражение дает очень хорошее описание спектра в интервале высоких частот [2.43—2.45, 2.49 — 2.52] и для инженерных целей может с известным запасом считаться справедливым при $f > 0{,}2$ [2.49, 2.52, 2.54]. Так, в случае логарифмического закона для больших скоростей ветра, которые принимаются при расчете сооружений (скажем, порядка 20 м/с или более), допустимо использовать (2.51) на всем интервале высот, представляющих интерес для инженера-строителя.

2.3.2.2. Спектры в интервале низких частот. Как указывалось в [2.43, 2.44, 2.50], в интервале низких частот нарушаются гипотезы подобия, и поэтому недопустимо описывать спектр посредством универсального соотношения. Тем не менее можно получить его описание, дающее хорошие результаты, если иметь в виду, что:

одномерная спектральная плотность приближается к некоторому конечному значению при $f \to 0$ [2.21];

произведение $nS(z, n)$ достигает максимума на частоте $f = fm$, отвечающей неравенству $0 < f_m < f_s$, где f_s — такое значение f, при превышении которого становится справедливым выражение (2.51);

суммарная площадь под кривой спектральной плотности равна среднему квадрату пульсаций скорости (см. прил. А2);

среднее значение квадрата пульсаций с осреднением в один час можно выразить в виде

$$\overline{u'^2} = \beta u_*^2. \qquad (2.54)$$

Выбор времени осреднения в 1 ч обосновывается данными экспериментальных наблюдений, показывающими, что в промежутке времени порядка 1 ч существует «провал» в спектре пульсаций скорости, который разделяет микромасштабные и мезомасштабные движения [2.53]. Обычно принимается, что β не зависит от высоты.** Значения β, основанные на натурных измерениях и предлагаемые для инженерных расчетов, приведены в табл. 2.4.

---

* Эта гипотеза называется также гипотезой «замороженной» турбулентности — так как, согласно ей, турбулентные образования в системе отсчета, движущейся со средней скоростью потока, считаются «замороженными», т. е. не меняющимися во времени. (*Примеч. науч. ред.*)

** Тогда из выражения (2.31) следует, что отношение $(\overline{u'^2})^{1/2}/U(z)$ (известное как интенсивность турбулентности на высоте z) равно $\beta^{1/2}$ [2,5 ln (z/z_0)].

2.3.2.3. Выражения для спектров пульсаций продольной компоненты скорости. Если принять с запасом $\beta = 6$, то указанным выше условиям отвечает кривая, описываемая выражением вида:

$$nS(z, n)/u_*^2 = 200f/(1+50f)^{5/3}. \qquad (2.55)$$

Выражение (2.55), которое было предложено в [2.51], весьма точно аппроксимирует спектр и в интервале более высоких частот (2.51) и поэтому может использоваться для характеристики всего спектра [2.55].

В (2.55) $\beta = 6$ и $f_m = 0{,}03$. В действительности β может принимать и другие значения в зависимости от шероховатости местности, как это показано в табл. 2.4. К тому же спектры в интервале низких частот и, следовательно, безразмерные частоты f_m, соответствующие их максимумам, по-видимому, изменяются совершенно неупорядочным образом в зависимости от местоположения и при переходе от измерений в атмосфере к лабораторным условиям*. Согласно [2.45], эти непредсказуемые изменения могут быть вызваны мезомасштабными явлениями, кроме того, f_m изменяется с высотой. На основании имеющихся результатов измерений [2.50, 2.54] для условий безразличной стратификации, которые преобладают при сильных ветрах, $f_m \approx 0{,}02 - 0{,}03$ при $z = 3 - 6$ м; $f_m \approx 0{,}025 - 0{,}04$ при $z = 15 - 20$ м; $f_m \approx 0{,}04 - 0{,}08$ при $z = 30 - 60$ м и $f_m \approx 0{,}1$ при $z \approx 90$ м. Поэтому возникает вопрос, не может ли предположение, что $f_m = 0{,}03$, которое включено в (2.55), быть источником существенных ошибок при определении реакции сооружения. Для ответа на него необходимо изучить влияние изменения f_m на величину реакции.

Имея это в виду, в [2.55] было выведено альтернативное выражение для продольных спектров турбулентности, не противоречащее ранее изложенным требованиям, но в котором f_m и β являются произвольно изменяемыми параметрами, а не постоянными величинами, как в (2.55). Удобно, и, как будет показано в подразд. 7.4, с достаточной для инже-

* Поскольку бо́льшая часть энергии турбулентных вихрей концентрируется в интервале низких частот, длина волны, соответствующая безразмерной частоте максимума спектра, является удобной и полезной характеристикой размера элементов турбулентности. Другой, более распространенной характеристикой такого рода, является интегральный масштаб турбулентности. Как следует из А2.28а (прил. А2), интегральный продольный масштаб турбулентности пропорционален значению ординаты продольного спектра турбулентности (по направлению среднего течения) при $n = 0$. Это значение плохо выражено в условиях атмосферных течений. Подобно безразмерной частоте максимума спектра интегральный масштаб, увеличиваясь в среднем с высотой над поверхностью земли, в то же время претерпевает существенные изменения от эксперимента к эксперименту. Например, приводимые в [2.62] (ч. II, с. 31 и 32) для открытой экспозиции значения интегральных масштабов, полученные в результате натурных измерений, изменяются от 110 до 690 м на уровне 110,8 м (среднее значение 350 м); от 60 до 650 м на уровне 80,8 м (среднее значение 300 м); от 130 до 450 м на уровне 50,8 м (среднее значение 240 м) и от 60 до 460 м на уровне 30,8 м (среднее значение 200 м). Такие большие изменения величины интегрального масштаба являются одним из источников погрешности при лабораторных аэродинамических испытаниях сооружений. Материалы по масштабу турбулентности можно найти также в [2.97].

нерных задач точностью, можно представить спектр в интервале низких частот в виде

$$\frac{nS(z,\ n)}{u_*^2}=c_1+a_1 f+b_1 f^2;\quad 0\leqslant f\leqslant f_m; \tag{2.56}$$

$$\frac{nS(z,\ n)}{u_*^2}=c_2+a_2 f+b_2 f^2;\quad f_m\leqslant f\leqslant f_s. \tag{2.57}$$

Коэффициенты в выражениях (2.56) и (2.57) определяются из следующих условий:

1) $S(z,\ n)$ не равна нулю при $f=0$;

2) производная от $nS(z,\ n)$ обращается в нуль при $f=f_m$;

3) выражения (2.56), (2.57) и (2.51) описывают кривую, не имеющую разрывов при $f=f_m$ и $f=f_s$;

4) $$\int_0^\infty S(z,\ n)\,dn=\beta u_*^2. \tag{2.58}$$

В соответствии с этим $c_1=0$, $a_1=-2b_1f_m$, $a_2=-2b_2f_m$;

$$c_2=\frac{(f_s-2f_m)(\beta-\beta_1)-\dfrac{2}{3}\beta_1(f_s/2-2f_m)}{\left[\dfrac{3}{2}+\ln(f_s/f_m)\right](f_s-2f_m)-(f_s/2-2f_m)}; \tag{2.59}$$

$$\begin{gathered} b_2=\frac{(2/3)\beta_1-c_2}{f_s(f_s-2f_m)}\quad f_s\neq 2f_m;\\ b_2=2\,\frac{(2/3)\beta_1(3/2+\ln 2)-(\beta-\beta_1)}{f_s^2}\quad f_s=2f_m; \end{gathered} \tag{2.60}$$

$$b_1=b_2-c_2/f_m^2,\ \text{где}\ \beta_1=0{,}39f_s^{-2/3}. \tag{2.61}$$

В [2.55] сообщается о расчетах, проведенных на основе выражений (2.56)—(2.61). Они показали, что реакции высоких сооружений по направлению потока несущественно зависят от фактического значения f_m. Однако эти реакции самым прямым образом зависят от значения β, принятого в расчетах.

По этой причине выражения (2.56)—(2.61) рекомендуется использовать в программах для вычисления реакций от ветровых воздействий по направлению потока.

2.3.2.4. Выражение для спектра скорости ветра, используемое в настоящее время в [2.56]. Методики проведения расчетов гибких сооружений, включенные в настоящее время в [2.56], основываются на предположении, что выполняется следующее эмпирическое выражение для продольного спектра турбулентности (см. [2.58]):

$$nS(z,\ n)/u_*^2=4\,[x^2/(1+x^2)^{4/3}], \tag{2.62}$$

где $x=1200n/U(10)$; n выражается в герцах; $U(10)$ — средняя скорость ветра при $z=10$ м, м/с.

Выражение (2.62) получено путем осреднения результатов наблюдений на различных высотах над поверхностью земли и, следовательно, не отражает зависимость спектра от высоты. В отсутствие моделей,

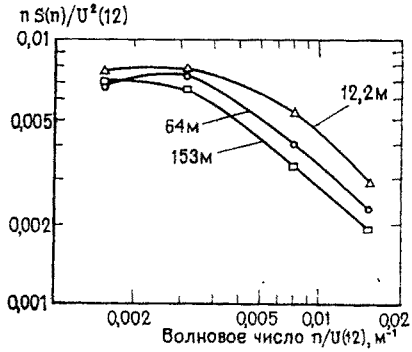


Рис. 2.7. Продольный спектр турбулентности по измерениям в Сэйле, Австралия (полученный по 20 записям) [58]

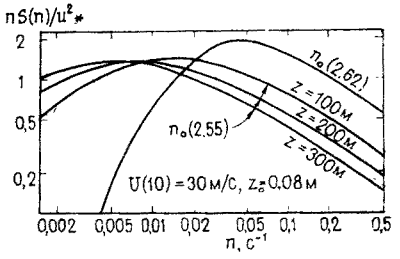


Рис. 2.8. Сравнение спектров, заданных выражениями (2.55) и (2.62)

способных описать эту зависимость (такие модели получили развитие только впоследствии, в 60-х годах), (2.62) и другие подобные выражения, приведенные в литературе, обеспечили полезные первые приближения для продольного спектра турбулентности в пограничном слое атмосферы. Отметим, что зависимость спектра от высоты явно подтверждается данными, опубликованными в [2.58] (рис. 2.7).

Как будет показано в разд. 7.4, спектральный состав в интервале низких частот мало влияет на реакцию сооружения, однако значения компонент турбулентных пульсаций на частотах равных или близких собственным частотам высокого сооружения могут оказать весьма существенное влияние на его реакцию. Поэтому представляет интерес сравнить более высокочастотные компоненты в выражениях (2.62) и (2.51) (или же соответственно в (2.62) и (2.55)). Такое сравнение показывает, что выражение, используемое в настоящее время в строительных нормах, может на 100 — 400% завышать ординаты продольного спектра турбулентности в этом интервале частот, как это видно из табл. 2.5 и рис. 2.8.

2.3.3. **Взаимные спектры пульсаций продольной компоненты скорости.** Взаимный спектр*, полученный для двух непрерывных записей, служит характеристикой степени их взаимосвязи (корреляции) и определяется в виде

$$S^{cr}_{u_1 u_2}(r, n) = S^{C}_{u_1 u_2}(r, n) + iS^{Q}_{u_1 u_2}(r, n), \qquad (2.63)$$

где $i = \sqrt{-1}$.

Действительная и мнимая части в (2.63) известны соответственно как коспектр и квадратурный спектр. Индексы при u_1 и u_2 указывают, что две эти записи сделаны в точках M_1 и M_2, расстояние между которыми обозначается через r.

Определим когерентность в виде [2.59]

$$\mathscr{B}(r, n) = [\mathrm{Coh}(r, n)]^2 = c^2_{u_1 u_2}(r, n) + q^2_{u_1 u_2}(r, n), \qquad (2.64)$$

* Вопрос о взаимном спектре подробно обсуждается в прил. А2.

где

$$c^2_{u_1 u_2}(r,\ n) = \frac{\left[S^C_{u_1 u_2}(r,\ n)\right]^2}{S(z_1,\ n)\,S(z_2,\ n)}\ ; \tag{2.65а}$$

$$q^2_{u_1 u_2}(r,\ n) = \frac{\left[S^Q_{u_1 u_2}(r,\ n)\right]^2}{S(z_1,\ n)\,S(z_2,\ n)}\ . \tag{2.65б}$$

В выражениях (2.65) $S(z_1, n)$ и $S(z_2, n)$ — спектры пульсаций продольной компоненты скорости в точках M_1 и M_2.

В [2.60] предложено следующее выражение для корня квадратного из когерентности (называемого также коэффициентом узкополосной взаимной корреляции):

$$\mathrm{Coh}\,(r,\ n) = e^{-\widehat{f}}\ , \tag{2.66}$$

где

$$\widehat{f} = \frac{n\left[C^2_{1z}(z_1-z_2)^2 + C^2_{1y}(y_1-y_2)^2\right]^{1/2}}{U(10)} \tag{2.67}$$

или соответственно

$$\widehat{f} = \frac{n\left[C^2_z(z_1-z_2)^2 + C^2_y(y_1-y_2)^2\right]^{1/2}}{1/2\left[U(z_1)+U(z_2)\right]}\ . \tag{2.68}$$

В выражениях (2.67) и (2.68) y_1, y_2 и z_1, z_2 — координаты точек M_1, M_2; линия M_1M_2 предполагается перпендикулярной направлению среднего течения; $U(10)$ — скорость ветра при $z = 10$ м; коэффициенты убывания экспоненты C_y, C_z (или C_{1y}, C_{1z}) определяются экспериментально.

При однородной турбулентности квадратурный спектр обращается в нуль [2.49]. По-видимому, в атмосферных условиях отношение квадратурного спектра к коспектру мало и поэтому для инженерных задач можно принять, что корень квадратный из когерентности приближенно равен приведенному коспектру $c_{u_1u_2}$. На основании измерений в аэродинамической трубе в [2.61] было высказано предположение, что для инженерных расчетов допустимо принимать

$$S^C_{u_1 u_2}(r,\ n) = S^{1/2}(z_1,\ n)\ S^{1/2}(z_2,\ n)\,e^{-\widehat{f}}\ , \tag{2.69}$$

где $\widehat{f}$ определяется выражением (2.68); $C_z = 10$, $C_y = 16$.

Оказывается, однако, что коэффициенты убывания экспоненты C_z, C_y (или C_{1z}, C_{1y}) не являются независимыми от шероховатости и обычно имеют бо́льшие значения в условиях шероховатости подстилающей поверхности, таких, например, которые характерны для городских районов, чем при гладких поверхностях [2.49]. Более того, натурные измерения свидетельствуют о том, что коэффициенты убывания экспоненты зависят от высоты над поверхностью земли и довольно сильно от скорости ветра, как это показано на рис. 2.9 и 2.10 [2.62, 2.63]. Зависимость коэффициентов убывания экспоненты от скорости ветра явно прослеживается на рис. 2.11, на котором нанесены кривые, соответствующие выражению (2.66), и экспериментальные значения

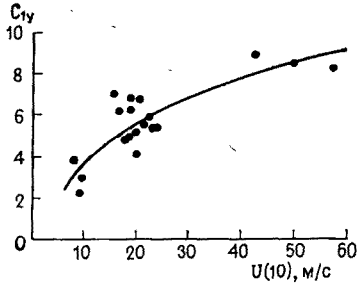


Рис. 2.9. Измененне коэффицнента убывания экспоненты C_{1y} в зависнмости от скорости ветра (открытая местность) [63]

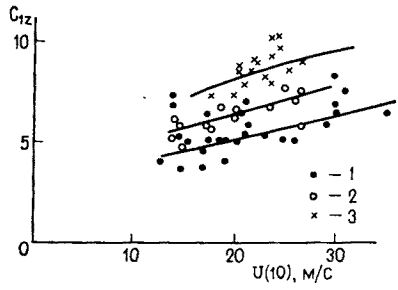


Рис. 2.10. Изменение C_{1z} в зависнмости от скорости ветра и высоты (открытая местность) [63]. Уровень установки анемометров
1 — № 150, ~110 м; *2* — № 110, ~50 м; *3* — № 80, ~30 м

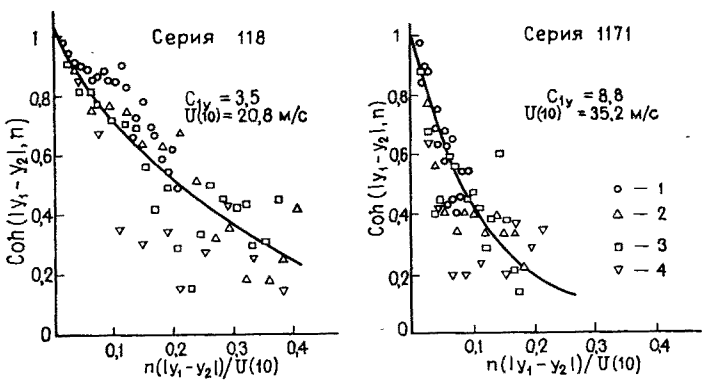


Рис. 2.11. Экспериментальные значения $Coh(|y_1 - y_2|, n)$ [62]
1 — y_1=0; y_2=12 м; *2* — y_1=0; y_2=35 м; *3* — y_1=12 м; y_2=35 м; *4* — y_1=80 м; y_2=35 м

корня квадратного из когерентности для записей (проведенных в точках с одинаковыми отметками) при $U(10) = 20{,}8$ м/с ($C_{1y} = 3{,}5$) и $U(10) = 35{,}2$ м/с ($C_{1y} = 8{,}8$) [2.62]. Зависимость коэффициентов убывания экспоненты от шероховатости местности, высоты над поверхностью земли и скорости ветра недостаточно обоснована и поэтому является источником погрешности результатов при инженерных расчетах сооружений. Следовательно, необходимы дальнейшие исследования в этой области как теоретические, так и экспериментальные.

2.3.4. Спектры и взаимные спектры пульсаций вертикальной и поперечной компонент скорости. В [2.3] показано, что спектры вертикальных пульсаций вплоть до высоты порядка 50 м можно определять по формуле

$$\frac{nS_w(z, n)}{u_*^2} = \frac{3{,}36f}{1+10f^{5/3}}. \qquad (2.70)$$

В соответствии с данными измерений, опубликованными в [2.62], взаимный спектр вертикальных пульсаций для двух точек M_1 и M_2,

Таблица 2.5. Значения $nS(n)/u_*^2$ при $z_0=0{,}08$ м и $U(10)=30$ м/с [2.55]

Число колебаний в секунду n (1)	$z=100$ м		$z=300$ м		Для любых значений z, выражение (2.62) (6)
	f (2)	выражение (2.51) или (2.55) (3)	f (4)	выражение (2.51) или (2.55) (5)	
0,1	0,255	0,70	0,568	0,37	1,47
0,2	0,450	0,43	1,172	0,23	0,98
0,5	1,125	0,24	2,930	0,13	0,54
1	2,250	0,15	5,860	0,08	0,34

расположенных на одинаковой высоте z, может быть выражен в виде

$$S_{w_1 w_2}(\Delta y,\ n)=S_w(z,\ n)\,e^{-8n\Delta y/U(z)}\ , \qquad (2.70a)$$

где Δy — горизонтальное расстояние между точками M_1 и M_2.

Спектр пульсаций поперечной компоненты скорости можно записать в виде

$$\frac{nS_v(n)}{u_*^2}=\frac{15f}{(1+9{,}5f)^{5/3}}\ . \qquad (2.71)$$

Выражение (2.71) было предложено в [2.51]. Выражения (2.70) и (2.71), в которых параметр f определяется из (2.52), соответствуют условию, что в интервале более высоких частот отношение ординат вертикального и поперечного спектров к ординатам продольного спектра равно 4/3 [2.50].

Можно ориентировочно принять, что взаимные спектры пульсаций поперечной компоненты скорости задаются выражением подобным (2.69), но с коэффициентами убывания экспоненты, уменьшенными примерно на 33% по сравнению со значениями, использованными в этом выражении [2.64].

2.3.5. Зависимость скорости ветра от времени осреднения. Из определения среднего значения вытекает, что средняя скорость ветра зависит от времени осреднения. При уменьшении продолжительности интервала осреднения максимальное значение средней скорости, соответствующее этому интервалу, увеличивается. Соотношение между скоростями ветра при осреднении t, c, $U_t(z)$ и один час $U_{3600}(z)$ может быть записано следующим образом:

$$U_t(z)=U_{3600}(z)+c(t)\,\overline{u'^2}^{1/2}, \qquad (2.72)$$

где $c(t)$ — коэффициент, зависящий от t; u' — продольная компонента пульсаций скорости.

Если подставить выражения (2.31) и (2.54) в (2.72), то

$$U_t(z)=U_{3600}(z)\left(1+\frac{\beta^{1/2}c(t)}{2{,}5\ln(z/z_0)}\right). \qquad (2.73)$$

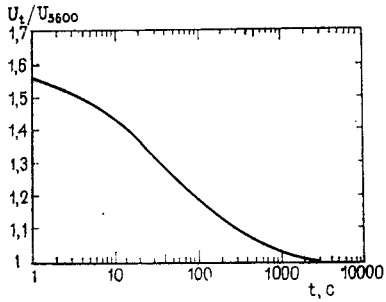


Рис. 2.12. Отношение максимальной скорости с интервалом осреднения t к скорости с часовым осреднением [41]

Коэффициент $c(t)$ определяется на основании статистического анализа записей скоростей ветра. Результаты таких исследований опубликованы Дёстом [2.65] и представлены графически на рис. 2.12, который соответствует условиям открытой местности ($z_0 \approx 0{,}05$ м) при высоте $z = 10$ м. Значения $c(t)$, соответствующие рис. 2.12, приведены в табл. 2.6.

Результаты экспериментальных исследований, приведенные в [2.66], говорят о том, что выражение (2.72) применимо (с указанными значениями коэффициента $c(t)$) для скоростей ветра над местностями с параметрами шероховатости до $z_0 = 1$ м.

При расчетах высоких зданий используются средние скорости с часовым осреднением [2.41; 2.57], тогда как сведения о силе ветра в настоящее время задаются в виде значений максимальной скорости ветра* (в милях в час) на высоте порядка 10 м над поверхностью земли

Таблица 2.6. Коэффициент $c(t)$

t	1	10	20	30	50	100	200	300	600	1000	3600
$c\ (t)$	3	2,32	2	1,73	1,35	1,02	0,70	0,54	0,36	0,16	0

в открытой местности. Для такой максимальной скорости ветра U_f время осреднения в секундах составляет $t = 3600/U_f$, где U_f задается в милях в час. Например, если $U_f = 90$ миль/ч, то $t = 40$ с и соответствующее ей среднее значение скорости при часовом осреднении, взятое по рис. 2.12, составляет $90/1{,}28 \approx 70$ миль/ч (31 м/с).

2.4. Горизонтально-неоднородные течения

Горизонтальные неоднородности атмосферных течений могут быть обусловлены либо состоянием подстилающей поверхности земли (например, изменениями шероховатости поверхности, рельефа местности), либо метеорологической природой самого течения (как в случае тропических циклонов или ураганов). Структура горизонтально-однородных течений в основном вполне понятна, однако результаты, достигнутые в их изучении, в значительной степени все еще остаются

* Согласно решению Всемирной метеорологической организации, 10-минутный интервал осреднения является основным для определения статической компоненты ветровой нагрузки. (*Примеч. науч. ред.*)

неполными или ориентировочными. Некоторые из них без сомнения представляют интерес для проектировщика и поэтому будут здесь рассмотрены.

2.4.1. Поток вблизи границы изменения шероховатости подстилающей поверхности. При рассмотрении горизонтально-однородного потока предполагалось, что шероховатость поверхности однородна по всей бесконечной плоскости. В действительности строительная площадка ограничена в размерах, поэтому на течение вблизи ее границ оказывает влияние шероховатость поверхности соседних территорий.

Полезные сведения о структуре потока в переходных зонах могут быть получены при рассмотрении простого случая скачкообразного изменения шероховатости по линии, перпендикулярной направлению среднего течения [2.13, 2.67 — 2.71] (рис. 2.13). Выше по течению от этого скачка поток горизонтально однороден и вблизи поверхности земли определяется параметрами z_{01} и u_{*1}. Ниже по течению изменение шероховатости приведет к возмущению потока на высоту $h(x)$. Эта высота, известная как толщина *внутреннего пограничного слоя*, возрастает с увеличением расстояния x до тех пор, пока не наступит установившееся состояние всего потока для параметра шероховатости z_{02} местности, расположенной вниз по течению от скачка шероховатости.

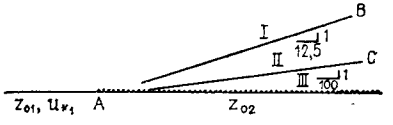


Рис. 2.13. Зоны потока вниз по течению от места изменения шероховатости местности

Если ограничиться исследованием нижней части пограничного слоя, то можно принять, что поток является двумерным. Для установившегося течения, пренебрегая силой барического градиента, влияние которой, как показано в [2.71], незначительно, уравнения неразрывности и количества движения могут быть записаны в виде

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+W\frac{\partial U}{\partial z}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau}{\partial z}; \tag{2.74}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial W}{\partial z}=0. \tag{2.75}$$

Поскольку уравнения (2.74) и (2.75) содержат три неизвестные, чтобы замкнуть систему необходимо третье уравнение. В решении, приведенном в [2.69], дополнительно использовалось замыкание уравнений осредненного поля турбулентности. Уравнение (2.9) для двумерного потока и при феноменологических соотношениях, подобных тем, которые были предложены в [2.9 и 2.10] [см. соотношения (2.10) — (2.13)], принимает вид

$$\frac{U}{0,16}\frac{\partial(\tau/\rho)}{\partial x}+\frac{W}{0,16}\frac{\partial(\tau/\rho)}{\partial z}=\frac{\tau}{\rho}\frac{\partial U}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\tau/\rho}{0,16}\frac{\partial(\tau/\rho)}{\partial z}\Big/\frac{\partial U}{\partial z}\right)-$$

$$-\frac{(\tau/\rho)^{3/2}}{L}=0. \tag{2.76}$$

где L — путь смешения.

Вследствие справедливости логарифмического закона в приземном слое воздуха при горизонтально однородном течении применимо следующее выражение для пути смешения [2.1]:

$$L = kz \qquad (2.77)$$

($k \approx 0{,}4$). Следуя Монину [2.72], в [2.69] было принято, что в уравнении (2.76) это же выражение для L выполняется у поверхности земли по всему потоку, включая возмущенное течение с подветренной стороны от скачка шероховатости.

Граничные условия для уравнений (2.74) — (2.76) имеют следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} U &= 2{,}5u_{*1} \ln \frac{z}{z_{01}} && (2.78)\\ W &= 0 && (2.79)\\ \tau &= \rho u_{*1}^2 && (2.80) \end{aligned}\right\} (x < 0);$$

$$\left.\begin{aligned} U &= 0 && (2.81)\\ W &= 0 \\ \tau &= \rho \left[0{,}4 z_{02} \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_{z_{02}}\right]^2 && (2.82) \end{aligned}\right\} (x > 0; \quad z = z_{02})$$

[см. выражения (2.7) — (2.8)].

Уравнения (2.74) — (2.76) с граничными условиями (2.78) — (2.82) были решены численно в [2.69] для различных значений параметра $m = \ln(z_{01}/z_{02})$. Вычисления показали, что в случае перехода от гладкой поверхности к шероховатой ниже по течению от скачка шероховатости можно выделить три области (рис. 2.13). В области *I* (выше линии AB, характеризуемой уклоном приблизительно 1:12,5) скорость ветра, по существу, равна его скорости над местностью, расположенной выше по течению от скачка шероховатости, что согласуется с выводами, сделанными независимо другими авторами [2.67 и 2.68].

В области *III* (ниже линии AC, характеризуемой уклоном порядка 1:100) можно принять, по крайней мере сугубо приближенно, что поток является установившимся при новых условиях шероховатости, т.е. определяется теми же самыми параметрами z_{02}, u_{*2}, которые управляли бы его течением при параметре шероховатости везде равным z_{02}. В области *II* при увеличении расстояния вниз по течению от скачка шероховатости профили скоростей все в большей и большей степени отклоняются от профиля, описываемого выражением (2.78), и турбулентная энергия постепенно изменяется от значений, характеризуемых линией AB (где она, по всей видимости, примерно такая же, как для местности, расположенной выше по течению от скачка шероховатости), до значений, характеризуемых линией AC, где она может быть описана через параметры z_{02}, u_{*2}. Практически можно считать, что профиль, соответствующий этим параметрам, полностью устанавливается на расстояниях свыше 5 км вниз по течению от места изменения шероховатости.

2.4.2. Воздушный поток над холмами. В [2.73, 2.74] сообщается об изучении в аэродинамической трубе моделей потоков над пологими и крутыми склонами. Для условий открытой местности приведенные в [2.73] отношения $(U_2/U_1)^2$ в различных точках измерений представлены на рис. 2.14 и 2.15 (через U_2 и U_1 обозначены скорости ветра на высоте z над поверхностью земли соответственно ниже и выше по течению от рассматриваемого склона). Измерения, о которых сообщается в [2.74], в основном подтверждают эти данные. Результаты, полученные в [2.73, 2.74], также свидетельствуют о том, что для пологих склонов с уклоном порядка 20 — 35% отношения U_2/U_1 для практических целей можно считать не зависящими от их крутизны. В то же время для склонов с 10%-ным уклоном отношения $(U_2 - U_1)/U_1$ составляют только около половины их значения для случая 20%-ного уклона [2.73].

Недавно в [2.75, 2.76] были опубликованы сообщения о результатах теоретического изучения воздушных потоков над холмами. Для холма с максимальной высотой h, продольным масштабом $L(L \gg h)$ и профилем, описываемым в виде $hf(x/L)$, где $f(x/L) \leqslant 1$ (рис. 2.16), в [75] было получено следующее выражение:

$$\frac{U_2}{U_1} = 1 + \frac{h\sigma \ln^2 (L/z_0)\, \widehat{u}^{(0)}(x, z)}{L \ln (l/z_0) [\ln (z/l) + \ln (l/z_0)]}, \qquad (2.83)$$

где U_2 — скорость ветра в точке с координатами (x, z); U_1 — скорость ветра при $(x = -\infty, z)$; z_0 — параметр шероховатости; x — горизонтальное расстояние, отсчитываемое от вершины холма (см. рис. 2.16); z — высота рассматриваемой точки над поверхностью холма; $\widehat{u}^{(0)}$ — приближенное значение безразмерной величины, характеризующей возмущение скорости с наветренной стороны, вызванное наличием холма:

$$\sigma = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f'(x/L)\, d(x/L)}{(x/L)}; \qquad (2.84)$$

$$l/z_0 = \frac{1}{8} \left(\frac{L}{z_0} \right)^{0,9}, \qquad (2.85)$$

где l — толщина внутреннего пограничного слоя, образовавшегося вследствие изменения напряжений приземного трения при обтекании холма воздушным потоком. Этот внутренний пограничный слой подобен тому, который вызывается изменением шероховатости подстилающей поверхности.

Для любого холма, симметричного относительно $x = 0$, $\widehat{u}^{(0)}$, можно выразить через функции Кельвина, как это показано в [2.75]. В частном случае, когда

$$f(x/L) = \frac{1}{1 + (x/L)^2}, \qquad (2.86)$$

где L — горизонтальное расстояние от вершины холма до точки, в которой его высота составляет половину максимальной высоты h, $\sigma = 1$.

Значения $\widehat{u}^{(0)}$, соответствующие профилю, описываемому выражением (2.86), показаны в виде графиков на рис. 2.17 для точек с координатами

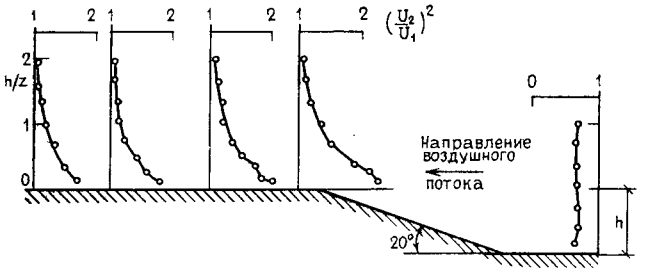


Рис. 2.14. Профили ветра над крутым склоном [73]

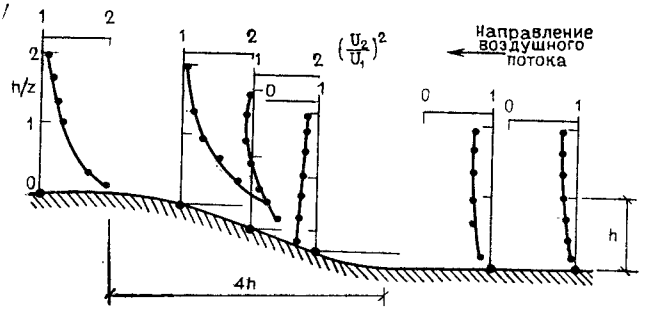


Рис. 2.15. Профили ветра над крутым склоном [73]

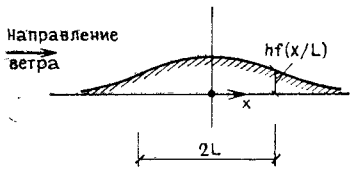


Рис. 2.16. Профиль пологого холма

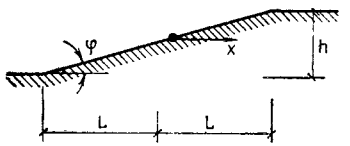


Рис. 2.17. Значения $\hat{u}^{(0)}$

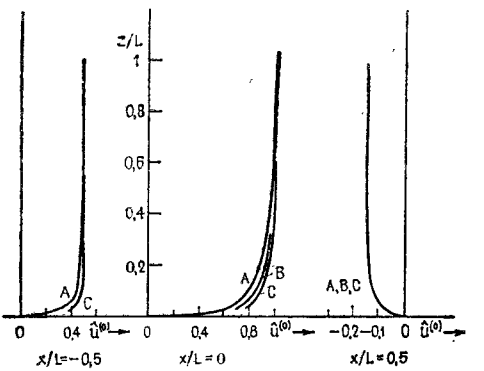


Рис. 2.18. Поток над крутым склоном — обозначения [2.76]

14
15
16 | 17
18

$x/L = 0$ (вершина холма), $x/L = -0{,}5$ и $x/L = 0{,}5$ при $l/z_0 = 10^3$, $L/z_0 = 2{,}1 \cdot 10^4$ (кривые A), $l/z_0 = 10^4$, $L/z_0 = 3{,}2 \cdot 10^5$ (кривые B) и $l/z_0 = 10^5$, $L/z_0 = 3{,}6 \cdot 10^6$ (кривые C). Значения $[(U_2 - U_1)/U_1](L/h)$, вычисленные в [2.75], приведены в табл. 2.7.

Исследования и результаты [2.75] справедливы для холмов в сельской местности ($z_0 \approx 0{,}03$ м) при $0{,}1 \gtrsim L \gtrsim 10$ км и отношениях $h/L \gtrsim \frac{1}{8}(z_0/L)^{0,1}$. Например, если $z_0 = 0{,}025$ м, $L = 500$ м и $h = 25$ м, тогда из выражения (2.85) отношение $z_0/l = 1 \cdot 10^{-3}$. Согласно табл. 2.7, ему соответствует отношение $U_2/U_1 \approx 1{,}12$ при $z/l = 0{,}1$ (или $z \approx 2{,}5$ м). Теория дает менее точные результаты с увеличением шероховатости местности ($z_0 \approx 0{,}5$ м), действительные значения скорости U_2 становятся меньше значений, получаемых по табл. 2.7.

Таблица 2.7. Значения $[(U_2-U_1)/U_1]\,(L/h)$ на вершине холма

Z/l	$z_0/l=10^{-3}$	$z_0/l=10^{-4}$	$z_0/l=10^{-5}$
0	2,09	1,87	1,72
0,1	2,46	2,13	1,92
0,3	2,33	2,07	1,85
0,6	2,20	1,97	1,78
1	2,08	1,87	1,72
1,5	1,97	1,79	1,66
2,1	1,88	1,73	1,62

В [2.76] было выведено следующее соотношение, характеризующее поток над крутым склоном (рис. 2.18):

$$\frac{U_2}{U_1} \approx 1+\frac{h}{L}\,\frac{4}{\pi}\ln\frac{(z/L)^2+[1+(x/L)]^2}{(z/L)^2+[1-(x/L)]^2}, \qquad (2.87)$$

в котором использованы обозначения, аналогичные принятым в (2.83). В [2.76] содержится указание, что выражение (2.87) можно использовать для потоков над склонами с крутизной порядка 20° и при $L \ll 5$ км.

2.4.3. Пограничный слой урагана. Горизонтальные неоднородности воздушного потока в урагане над однородной горизонтальной поверхностью обусловлены изменением градиента давления в зависимости от расстояния от центра возмущения [см. выражение (1.17)]. При выводе логарифмического закона, описывающего профили средних скоростей ветра у поверхности земли (2.31), было принято, что течение в свободной атмосфере является геострофическим (см. 2.2). Это допущение не выполняется в области самых сильных ветров урагана в зрелой стадии, отсюда возникает вопрос, применимы ли выражения (2.31) и (2.41) в этой области?

Все попытки аналитического решения проблемы пограничного слоя в урагане, которые были предприняты до сих пор [2.77 — 2.81], применимы к установившимся осесимметричным средним течениям. Решения, полученные в [2.77] с использованием результатов [2.80], базируются на предположении, что турбулентная вязкость постоянна, и поэтому не могут обеспечить надежное подробное описание потока вблизи поверхности земли. Значительно более реалистичная модель учета влияния турбулентности используется в [2.81], где уравнения движения и неразрывности дополняются соотношениями для замыкания уравнений осредненного поля турбулентности, которые были рассмотрены в разд. 2.1 см. (2.9)—(2.13). Полученная таким образом система уравнений, в которой выражение для градиента поля давления принято в виде (1.17), была решена численно для значений параметра шероховатости от 0,002 до 0,90 м при разнице между высоким давлением в удаленной области и низким давлением в центре урагана от 60 до 140 мбар и изменении радиусов, при которых градиентный ветер имеет максимальные значения скоростей, от 30 до 50 км. В соответствии с [2.81] на самых нижних 400 м пограничного слоя профили сред-

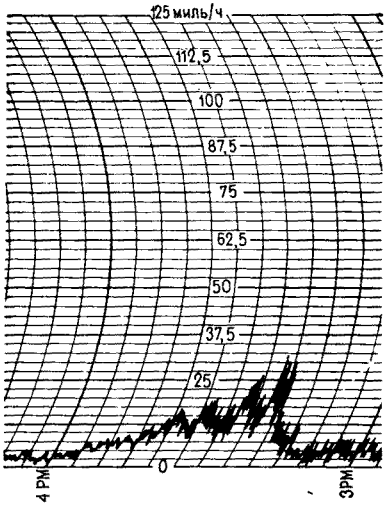


Рис. 2.19. Запись скорости ветра при грозе

них скоростей ветра лишь незначительно отличаются от логарифмических профилей, описываемых выражением (2.31).

Этот результат, по-видимому, опровергает допущение, в неявном виде включенное, например, в Строительные нормы южных штатов США [2.82], что профили ветра в ураганах значительно положе, чем при бурях на материке. В отличие от Строительных норм южных штатов США Американский национальный стандарт А58.1—1972 [2.57] официально признает, что разница между профилями ветра в ураганах и внетропических циклонах незначительна. Однако он не содержит указаний относительно соотношений между более высокими скоростями ветра на застроенной и открытой местностях, которые, по-видимому, преобладают при распространении ураганов.

Сделаем еще два замечания о ветрах в урагане:

1) в непосредственной близости от глаза возникает отрыв потока и принятые допущения о пограничном слое нарушаются (см. подразд. 1.3). Значение этого явления для проектировщика еще недостаточно хорошо выяснено;

2) при движении урагана в глубь материка происходит заполнение депрессии (см. подразд. 1.3) и максимальные скорости ветров уменьшаются. Эмпирическое описание ослабления силы ветра как функции расстояния от береговой линии было предложено в [2.83 и 2.84], из которого следует, что отношения наибольших скоростей порывов ветра на расстояниях 50, 100 и 150 км в глубь материка и на побережье составляют примерно 0,88; 0,82 и 0,72.

2.4.4. Ветры при грозах. Поток холодного воздуха, который распространяется при грозе горизонтально над поверхностью земли (см. подразд. 1.3), сравнивался с пристеночной струей. Точно так же, как в случае пристеночной струи, приземное трение замедляет распространяющийся поток, поэтому можно ожидать, что около поверхности земли он будет подобен обычному пограничному слою [2.85 — 2.87].

Особый интерес для проектировщика представляет так называемый первый порыв (или линия шквалов), т.е. возникающий при грозе ветер, который характеризуется значительным и относительно быстрым изменением скорости и направления (рис. 2.19). Следуя [2.88, 2.89], будем называть увеличение скорости ветра и интервал времени, в течение которого оно происходит, соответственно величиной порыва ΔV и длительностью порыва Δt. В зависимости от интенсивности грозы по-

рыв может изменяться примерно от 3 до 30 м/с, тогда как его длительность составляет от нескольких до примерно 20 мин.

Записи скоростей ветра, о которых сообщается в [2.89], показывают, что за интервал времени Δt:

до 100 м над поверхностью земли скорость ветра изменяется с высотой в соответствии с логарифмическим законом;

выше 100 м изменение скорости ветра с высотой становится незначительным.

До сих пор не получено никакого соотношения между скоростями ветра при различных условиях шероховатости, которое основывалось бы на достаточно обоснованной модели воздушного потока при грозе. Для перехода от скоростей ветра при грозе, зарегистрированных на открытой местности, к скоростям ветра на застроенной местности Американский национальный стандарт A58.1—1972 использует такую же методику, как при ветре, вызванном внетропическим циклоном (2.39), несмотря на то что такие понятия, как градиентная высота и градиентная скорость при грозе, теряют свой смысл. Приемлем ли такой подход для инженерных задач в строительстве — это вопрос, который заслуживает исследования, особенно если учесть, что, согласно [2.90], примерно треть экстремальных скоростей ветра, зарегистрированных в США, связывают с грозами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛ. 2

2.1. H. Schlichting, *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill, New York, 1960.
2.2. L. T. Matveev, *Physics of the Atmosphere*, TT 67-51380, National Technical Information Service, Springfield, Virginia, 1967.
2.3. J. L. Lumley and H. A. Panofsky, *The Structure of Atmospheric Turbulence*, Wiley, New York, 1964.
2.4. G. L. Mellor and H. J. Herring, «A Survey of th Mean Turbulent Field Closure Models», *AIAA J.*, **11**, 5 (May 1973) 590—599.
2.5. A. S. Monin and A. M. Yaglom, *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence*, Vol. 1, MIT Press, Cambridge, Mass., 1971.
2.6. J. F. Nash and V. C. Patel, *Three-Dimensional Turbulent Boundary Layers*, S.B.C. Technical Books, Atlanta, 1972.
2.7. *Computation of Turbulent Boundary Layers*, Proceedings, of the AFOSR-IFP Stanford Conference, Vols. 1 and 2, Stanford Univ., 1968.
2.8. A. A. Townsend, *The Structure of Turbulent Shear Flow*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., 1955.
2.9. P. Bradshaw, D. H. Ferris and N. P. Atwell, «Calculation of Boundary Layer Development Using the Turbulent Energy Equation», *J. Fluid Mech.*, **28** (1967) 593—616.
2.10. J. F. Nash, «The Calculation of Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer in Incompressible Flow», *J. Fluid Mech.*, **37** (1969) 625—642.
2.11. C. duP. Donaldson, «Calculation of Turbulent Shear Flows for Atmospheric and Vortex Motions», *AIAA J.*, **10**, 1 (Jan. 1972) 4—12.
2.12. J. L. Lumley and B. Khajeh-Nouri, «Computational Modeling of Turbulent Transport», *Adv. Geophys.*, **18A**, Academic, New York (1974) 169—192.
2.13. K. S. Rao, J. C. Wyngaard and O. R. Coté, «The Structure of the Two-Dimensional Internal Boundary Layer over a Sudden Change of Surface Roughness», *J. Atmos Sci.*, **31**, 3 (April 1974) 738—746.
2.14. G. T. Csanady, «On the Resistance Law of a Turbulent Ekman Layer», *J. Atmos. Sci.*, **24** (Sept. 1967) 467—471.
2.15. S. R. Hanna, *Characteristics of Winds and Turbulence in the Planetary Boundary Layer*, Technical Memorandum No. ERLTM-ARL 8, ESSA Research Laboratories, Oak Ridge, Tenn., 1969.

2.16. G. B. Schubauer and C. M. Tchen, *Turbulent Flow*, Princeton Univ. Press, Princeton, N. J., 1961.
2.17. C. B. Millikan, «A Critical Discussion of the Turbulent Flows in Channels and Circular Tubes», in Proceedings of the Fifth International Congress of Applied Mechanics, Cambridge, Mass., 1938.
2.18. A. E. Gill, «Similarity Theory and Geostrophic Adjustment», *J., Royal Meteorol. Soc.*, **94** (1968) 586—588.
2.19. R. H. Clarke, «Observational Studies in the Atmospheric Boundary Layer», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **96** (1970) 91—114.
2.20. E. J. Plate, *Aerodynamic Characteristics of Atmospheric Boundary Layers*, U S. Atomic Energy Commission Critical Review Series, 1972.
2.21. H. Tennekes and J. L. Lumley, *A First Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1972.
2.22. E. Simiu, «Logarithmic Profiles and Design Wind Speeds», *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, **99**, No. EM5, Proc. Paper 10100 (Oct. 1973) 1073—1083.
2.23. E. L. Deacon, «Geostrophic Drag Coefficients», *Bound. Layer Meteorol.*, **5**, 3 (July 1973) 321—340.
2.24. A. K. Blackadar (personal communication, Feb. 1976).
2.25. H. Tennekes, «The Logarithmic Wind Profile», *J. Atmos. Sci.*, **30** (1973) 234—238.
2.26. J. Wyngaard, «Notes on Surface Layer Turbulence», in Proceedings of the American Meteorological Society Workshop on Micrometeorology, Boston, 1972.
2.27. A. K. Blackadar and H. Tennekes, «Asymptotic Similarity in Neutral Barotropic Boundary Layers», *J. Atmos. Sci.* **25** (Nov. 1968) 1015—1020.
2.28. D. M. Carl, T. C. Tarbell and H. A. Panofsky, «Profiles of Wind and Temperature from Towers over Homogeneous Terrain», *J. Atmos. Sci.*, **30** (July 1972) 788—794.
2.29. N. C. Helliwell, «Wind Over London», in *Proceedings of the Third International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo, 1971, Saikon, 1972, pp. 23—32.
2 30. E. L. Deacon, «Gust Variation with Height up to 150 m», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **91** (1955) 562—573.
2.31. R. I. Harris, «Measurements of Wind Structure at Heights up to 598 ft Above Ground Level,» in Proceedings of the Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures, Loughborough University of Technology, Leicestershire, U. K., 1968.
2.32. O. G. Sutton, *Atmospheric Tutrbulence*, Methuen, London and Wiley, New York, 1960.
2.33. H. Lettau, «Computation of Richardson Numbers, Classification of Wind Profiles and Determination of Roughness Parameters», *Exploring the Atmosphere's First Mile*, Vol. 1, Pergamon, London and New York, 1957, pp. 328—336.
2.34. G. E. Daniels, (ed.), *Terrestrial Environment (Climatic) Criteria Guidelines for Use in Space Vehicle Development*, 1971 Revision, NASA Technical Memorandum TM X-64589, George C. Marshall Space Flight Center, Ala.
2.35. J. Wu, «Wind Stress and Surface Roughness at Air-Water Interface», *J. Geophys. Res.*, **74**, (1969) 444—455.
2.36. H. R. Oliver, «Wind Profiles in and Above a Forest Canopy», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **97** (1971) 548—553.
2.37. E. Simiu, «Equivalent Static Wind Loads for Tall Building Design», *J. Struct. Div.*, ASCE, **102**, No. ST4, Proc. Paper 12057 (April 1976) 719—737.
2.38. P. Duchêne-Marullaz, «Full-Scale Measurements of Atmospheric Turbulence in a Suburban Area,» in *Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects on Buildings and Other Structures*, London, 1975, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., 1976, pp. 23—31.
2.39. G. Hellman, «Über die Bewegung der Luft in den untersten Schichten der Atmosphäre», *Meteorol. Z.*, **34**, (1916) 273.
2.40. A. G. Davenport, «The Relationship of Wind Structure to Wind Loading», in *Proceedings of the Symposium on Wind Effects on Buildings and Structu-*

res, Vol. 1, National Physical Laboratory, Teddington, U. K., He Majesty's Stationery Office, London, 1965, pp. 53—102.
2.41. J. Vellozzi and E. Cohen, «Dynamic Response of Tall Flexible Structures to Wind Loadings», in *Proceedings of the Technical Meeting Concerning Wind Loads on Buildings and Structures*, Building Science Series 30, National Bureau of Standards, Washington, D. C., 1970, pp. 115—128.
2.42. H. C. Shellard, «Results of Some Recent Special Measurements in the United Kingdom Relevant to Wind Loading Problems», in *Proceedings of the International Research Seminar on Wind Effects on Buidlings and Structures*, Ottawa, Vol. 1, University of Toronto Press, Toronto, 1968, pp. 515—533.
2.43. F. Pasquill, «Wind Structure in the Atmospheric Boundary Layer», in *A Discussion on Architectural Aerodynamics, Phil. Trans. Roy. Soc. London, A***269**, (1971) 439—456.
2.44. F. Pasquill, «Some Aspects of Boundary Layer Description», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **98** (1972) 469—494.
2.45. P. R. Owen, «Buildings in the Wind», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **97** (1974) 396—413.
2.46. H. C. Shellard, «Phe Estimation of Design Wind Speeds», in *Proceedings of the Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures*, Vol. 1, National Physical Laboratory, Teddington, U. K., Her Majesty's Stationery Office, London, 1965, pp. 30—51.
2.47. N. Sisserwine, P. Tattleman, D. D. Grantham and I. I. Gringorten, *Extreme Wind Speeds, Gustiness and Variations with Height for MIL-STD 210 B*, Technical Report No. AFCRL-TR-0560, Air Force Cambridge Research Laboratories, 1973.
2.48. J. O. Hinze, *Turbulence*, McGraw-Hill, New York, 1959.
2.49. H. W. Teunissen, *Characteristics of the Mean Wind and Turbulence in the Planetary Boundary Layer*, Review No. 32, Institute for Aerospace Studies, University of Toronto, 1970.
2.50. H. E. Busch and H. A. Panofsky, «Recent Spectra of Atmospheric Turbulence», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **94** (1968) 132—48.
2.51. J. C. Kaimal et al., «Spectral Characteristics of Surface-Layer Turbulence», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **98** (1972) 563—589.
2.52. I. A. Singer, N. E. Busch and J. A. Frizzola, «The Micrometeorology of the Turbulent Flow Field in the Atmospheric Boundary Surface Layer,» in *Proceedings of the International Research Seminar on Wind Effects on Buildings and Structures*, Ottawa, Vol. 1, University of Toronto Press, Toronto, 1968, pp. 557—594.
2.53. F. Fiedler and H. A. Panofsky, «Atmospheric Scales and Spectral Gaps», *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **51**, 12 (Dec. 1970) 1114—1119.
2.54. G. H. Fichtl and G. E. McVehil, «Longitudinal and Lateral Spectra of Turbulence in the Atmospheric Boundary Layer at the Kennedy Space Center», *J. Appl. Meteor.*, (Sept. 1970) 51—63.
2.55. E. Simiu, «Wind Spectra and Dynamic Alongwind Response», *J. Struct. Div.*, ASCE, **100**, No. ST9, Proc. Paper 10815 (Sept. 1974) 1897—1910.
2.56. *Canadian Structural Design Manual*, Supplement No. 4 to the National Building Code of Canada, Associate Committee on the National Building Code and National Research Council of Canada, Ottawa, 1970.
2.57. *American National Standard Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures*, A58.1, American National Standards Institute, New York, 1972.
2.58. A. G Davenport, «The Spectrum of Horizontal Gustiness Near the Ground in High Winds», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **87**, (1961) 194—211.
2.59. H. A. Panofsky and I. A. Singer, «Vertical Structure of Turbulence», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **91**, (1965) 339—344.
2.60. A. G. Davenport, «The Dependence of Wind Load upon Meteorological Parameters», in *Proceedings of the International Research Seminar on Wind Effects on Buildings and Structures*, University of Toronto Press. Toronto, 1968, pp. 19—82.
2.61. B. J. Vickey, «On the Reliability of Gust Loading Factors», in *Proceedings of the Technical Meeting Concerning Wind Loads on Buildings and Structures*,

National Bureau of Standards, Building Science Series 30, Washington, D. C., 1970, pp. 93—104.
2.62. M. Shiotani, *Structure of Gusts in High Winds*, Interim Report, Parts 1—4, The Physical Sciences Laboratory, Nihon University, Furabashi, Chiba, Japan, 1967—1971.
2.63. M. Shiotani and Y. Iwatani, «Correlations of Wind Velocities in Relation to the Gust Loadings», in *Proceedings of the Third International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo, 1971, Saikon, Tokyo, 1972, pp. 57—67.
2.64. A. K. Blackadar, H. A. Panofsky and F. Fiedler, *Investigation of the Turbulen Wind Field Below 500 Feel Altitude at the Eastern Test Range, Florida*, NASA CR-2438, National Aeronautics and Space Administration, Washington, D. C., 1974.
2.65. C. S. Durst, «Wind Speeds Over Short Periods If Time», *Meteor. May.*, **89** (1960) 181—186.
2.66. P. Sachs, *Wind Forces in Engineering*, Pergamon, New York, 1972.
2.67. H. A. Panofsky and A. A. Townsend, «Change of Terrain Roughness and the Wind Profile», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **90** (1964) 147—155.
2.68. P. A. Taylor, «On Wind and Shear Stress Profiles above a Change in Surface Roughness», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **95** (1969) 77—91.
2.69. E. W. Peterson, «Modification of Mean Flow and Turbulent Energy by a Change in Surface Roughness under Conditions of Neutral Stability», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **95** (1969) 561—575.
2.70. R. A. Antonia and R. E. Luxton, «The response of a turbulent boundary layer to a step change in surface roughness. Part 1. Smooth to rough», *J. Fluid Mech.*, **48**, Part 4 (1971) 721—761.
2.71. C. C. Shir, «A Numerical Computation of Air Flow Over a Sudden Change of Surface Roughness», *J. Atmos. Sci.*, **29** (March 1972) 304—310.
2.72. A. S. Monin, «Smoke Propagation in the Surface Layer of the Atmosphere», in *Adv. Geophys.*, **6** Academic, New York (1959), 331—343.
2.73. B. G. De Bray, «Atmospheric Shear Flows over Ramps and Escarpments», *Ind. Aerodyn. Abstr.*, **4**, 5 (Sept.—Oct. 1973) 1—4.
2.74. C. Sacré, *Influence d'une colline sur la vitesse du vent dans la couche limite de surface*, Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, Nantes, Franse, 1973.
2.75. P. S. Jackson and J. C. R. Hunt, «Turbulent Flow Ower a Low Hill», *J. Royal Meteorol. Soc.* **101** (1975) 929—955.
2.76. P. S. Jackson, «A Theory for Flow Over Escarpments», in *Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, London, 1975, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., 1976, pp. 33—40.
2.77. S. L. Rosenthal, *A Theoretical Analysis of the Field of Motion in the Hurricane Boundary Layer*, National Hurricane Research Project, Report No. 56, U. S. Department of Commerce, Washington, D. C. 1962.
2.78. R. K. Smith, «The Surface Boundary Layer of a Hurricane,» *Tellus*, **20** (1968), 473—484.
2.79. G. F. Carrier, A. L. Hammond and O. D. George, «A Model of the Mature Hurricane», *J. Fluid Mech.*, **47** (1971) 145—170.
2.80. E. Simiu, «Variation of Mean Winds with Hurricanes», *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, **100**, No. EM4, Proc. Paper 10692 (Aug. 1974) 833—837.
2.81. E. Simiu, V. C. Patel and J. F. Nash, «Mean Wind Profiles in Hurricanes», *J., Eng. Mech. Div.*, ASCE, **102**, No. EM2, Proc. Paper 12044 (April 1976) 265—273.
2.82. *Southern Standard Building Code*, Birmingham, Ala., 1965, p. 12-5.
2.83. W. Malkin, *Filling and Intensity Changes in Hurricanes over Land*. National Hurricane Research Project, Report No. 34, U. S. Department of Commerce. Washington, D. C., 1959.
2.84. J. L. Goldman and T. Ushiyima, «Decrease in Maximum Hurricane Winds after Landfall», *J. Struct. Div.*, ASCE, **100**, No. ST1, Proc. Paper 10295 (Jan. 1974) 129—141.
2.85. M. B. Glauert, «The Wall Jet», *J. Fluid Mech.*, **1** (1956) 625.

2.86. P. Bakke, «An Experimental Investigation of a Wall Jet», *J. Fluid Mech.*, **2** (1957) 467.
2.87. J. Burnham and M. J. Colmer, *On Large Rapid Wind Fluctuations. Which Occur When the Wind Had Previously Been Light*, Technical Report No. 69261, Royal Aircraft Establishment, Farnborough, U. K., 1969.
2.88. M. J. Colmer, «On the Character of Thunderstorm Gust-Fronts», Technical Memorandum Aero 1316, Royal Aircraft Establishment Farnborough, U. K., 1971.
2.89. R. W. Sinclair, R. A. Anthes and H. A. Panofsky, *Variation of the Low Level Winds During the Passing of a Thunderstorm Gust Front*, NASA Contractor Report No. CR-2289, 1973.
2.90. H. C. S. Thom, «New Distributions of Extreme Wind Sreeds in the United States», *J. Struct. Div.*, ASCE, No. ST7, Proc. Paper 6038 (July 1968) 1787—1801.
2.91. W. W. Pagon, «Wind Velocity in Relation to Height Above Ground», *Eng. News Res.*, **114** (May 1935), 742—745.
2.92. J. Biétry (personal sommunication, July 1976).

3. КЛИМАТОЛОГИЯ ВЕТРА И ЕЕ СВЯЗЬ С ПРОЕКТИРОВАНИЕМ СООРУЖЕНИЙ

Климатологию можно определить как совокупность вероятностных формулировок долгосрочных условий погоды. Раздел климатологии, который специализируется на изученнн ветров, называют климатологией ветра. Климатология ветра обеспечнвает проектнровщика и составителя норм информацией по экстремальным ветрам, которые могут действовать на сооружение в течение всего срока его службы*. Такая иифорнация необходима, чтобы принять достаточно обоснованные решения о значении ветровых нагрузок, нспользуемых в расчете.

Даниая глава посвящена обзору задач, рассматриваемых при описании ветровых климатнческих условнй для нужд проектирования сооружений и прн разработке критериев для определения расчетных скоростей ветра. Изложены методики оценок экстремальных ветров и рассмотреиы присущие им погрешности. Часть рассматриваемого материала в значительной степени опирается на обозначения и методы теории вероятностей и математической статистики, которые достаточно подробно рассмотреиы в прил. А1.

Надежность выводов климатологин, основанных на анализе данных об экстремальных скоростях ветра, безусловно, зависит от качества полученной информацин. Эта тема рассматривается в подразд. 3.1. Вопросы прогнозирования экстремальных скоростей ветра в благоприятных ветровых климатических условнях и в районах распространения ураганов рассмотрены соответственно в подразд. 3.2. и 3.3. Информация о частоте появления в США ветров ториадо разлнчной интенсивности приведена в разд. 3.4. И, наконец, вопросы, связаиные с разработкой критериев для выбора расчетной ветровой нагрузки на осиове данных климатологин ветра, обсуждены в разд. 3.5.

3.1. Данные о скорости ветра

Для обеспечения пригодной инфбрмацией о ветровых климатических условиях заданной местности данные о скоростях ветра, зарегистрированных в этой местиости, должны быть *надежными* и составлять *микрометеорологический однородный ряд*.

3.1.1. Надежность данных о скорости ветра. Данные о скорости ветра можно считать надежными в двух случаях.

* Ветры, не представляющне нитерес с точки зрения надежности сооруженнй, будут рассмотрены в гл. 10.

Таблица 3.1. Поправки к показаниям скоростей ветра [3.2]

Показания скорости		Поправки в целых значениях, миль/ч	Показания скорости		Поправки в целых значениях, миль/ч
по 3-чашечному анемометру типа S, миль/ч (1928—1931* гг.)	по 4-чашечному анемометру, миль/ч (до 31 декабря 1927 г.)*		по 3-чашечному анемометру типа S, миль/ч (1928—1931* гг.)	по 4-чашечному анемометру, миль/ч (до 31 декабря 1927 г.)*	
0**—16	0**—8	+1	167—174	74—77	—17
17—26	9—12	0	175—184	78—80	—18
27—35	13—16	—1	185—192	81—84	—19
36—44	17—20	—2	193—200	85—88	—20
45—52	21—24	—3		89—91	—21
53—61	25—28	—4		92—95	—22
62—70	29—32	—5		96—99	—23
71—79	33—36	—6		100—103	—24
80—87	37—39	—7		104—106	—25
88—96	40—43	—8		107—110	—26
97—105	44—47	—9		111—114	—27
106—114	48—51	—10		115—117	—28
115—122	52—54	—11		118—121	—29
123—132	55—58	—12		122—125	—30
133—139	59—62	—13		126—128	—31
140—149	63—65	—14		129—132	—32
150—157	66—69	—15		133—136	—33
158—166	70—73	—16		137—140	—34
				141—143	—35

* Ссылка на [3.1]
** Наблюдалось перемещение чашек анемометра.

1. Приборы, используемые для получения информации (т.е. ветроприемники и регистрирующие устройства), работали вполне удовлетворительно и правильно тарированы. Если же удалось установить, что тарировка выполнена неверно, то исходные данные должны корректироваться всякий раз, когда имеется необходимая для этой цели информация.

Например, вот какая информация содержится в выдержке из [3.1] о ветрах (при 5-минутном интервале осреднения), зарегистрированных в исходных записях Бюро погоды США, которые были выполнены до 1932 г.:

«До 31 декабря 1927 г. все регистрируемые скорости ветра представляли собой нескорректированные показания 4-чашечных анемометров. С 1928 по 1931 г. включительно все показания скоростей по старым 4-чашечным анемометрам корректировали для согласования с показаниями вводимых в то время 3-чашечных приборов, показания которых не были скорректированы на истинные скорости. Начиная с 1 января 1932 г. в исходные записи показаний 3- и 4-чашечных анемометров уже вводили поправки на истинную скорость».

Официальные инструкции Бюро погоды США по коррекции показаний 3- и 4-чашечных анемометров приведены в табл. 3.1, которая заимствована из [3.2]. Покажем, как нужно ею пользоваться. Для Уиллистона, Северная Дакота, отсчеты максимальной скорости ветра (при осреднении 5 мин), по исходным записям Национального управления по исследованию океана и атмосферы за 1922 и 1930 гг.,

составляют соответственно 56 и 37 миль в час. Используя поправки из табл. 3.1, получим истинные значения скоростей (в соответствии с тарировками Бюро погоды США) равными соответственно 56 — 12 = = 44 и 37 — 2 = 35 миль в час.

2. Ветроприемник был установлен так, что не подвергался действию местных воздушных течений, вызванных близостью препятствия (например, верха здания или приборной стойки). Для большинства метеорологических станций США наличие такого рода препятствия во время наблюдения, как правило, отмечается в Справочниках сводок по местным климатологическим данным (МКД сводки), выпускаемых Службой по сбору данных об окружающей среде Национального управления по исследованию океана и атмосферы [3.3].

3.1.2. Микрометеорологическая однородность данных о скорости ветра. Ряд данных о скорости ветра здесь принято называть микрометеорологически однородным, если все относящиеся к нему результаты наблюдений можно рассматривать как полученные в одинаковых или эквивалентных микрометеорологических условиях.

Эти условия определяются следующими факторами:

временем осреднения (т.е. зарегистрирован ли сильнейший порыв ветра, максимальная скорость ветра, его средние скорости при одноминутном, пятиминутном осреднении и т.д.);

высотой над поверхностью земли;

шероховатостью поверхности окружающей местности (экспозицией).

Время осреднения. Если за время регистрации наблюдений интервалы осреднения были различны, то полученные данные должны быть приведены к общему времени осреднения. Это можно сделать воспользовавшись зависимостью (2.73), данными в табл. 2.1 и 2.6.

Результаты наблюдений, характеризуемые осреднением на коротких интервалах времени, такие как наивысшие скорости порывов ветра или максимальные скорости ветра (в милях в час), в ряде случаев могут оказывать более сильное влияние, чем влияние обычной локальной турбулентности, и таким образом до некоторой степени искажать картину интенсивности средних ветров. Поэтому в принципе желательно, чтобы исходные данные, используемые для описания ветрового режима, были осреднены на относительно длинных интервалах времени, скажем, около 5 мин.

Высота над поверхностью земли. Если за время наблюдений высота установки анемометра изменялась, то полученные данные должны быть приведены к общей высоте следующим образом. Пусть параметр шероховатости и высота вытеснения обозначены соответственно через z_0 и z_d (z_0 и z_d — параметры, которые характеризуют шероховатость подстилающей поверхности, см. разд. 2.2). Для сильных ветров (т.е. со скоростями, превышающими примерно 10 м/с) отношение средних скоростей $U(z_1)$ и $U(z_2)$ соответственно на высотах z_1 и z_2 над поверхностью земли для горизонтальной местности с однородной шероховатостью поверхности может быть записано в виде

$$\frac{U(z_1)}{U(z_2)} = \frac{\ln[(z_1 - z_d)/z_0]}{\ln[(z_2 - z_d)/z_0]}. \qquad (3.1)$$

Соотношение (3.1) непосредственно следует из выражения (2.31). Для открытой местности $z_d \approx 0$, и значение параметра шероховатости можно принять по табл. 2.1. Как отмечалось в разд. 2.2.3, существует еще много неясного относительно определения параметров шероховатости для застроенной местности, поэтому следует ожидать существенных ошибок при использовании в этих условиях выражения (3.1). Необходим здравый смысл и практический опыт, чтобы удержать в разумных пределах ошибки, присущие субъективной оценке этих параметров. В отдельных случаях, безусловно, целесообразно изучить влияние таких возможных ошибок на предсказания экстремальных скоростей ветра.

Шероховатость поверхности окружающей местности. Во многих случаях местонахождение анемометров изменялось за время проведения наблюдений (например, с городской метеостанции — на станцию ближайшего аэропорта). Соответствующие записи можно в принципе привести к общей шероховатости подстилающей поверхности, используя модель подобия [соотношения (2.40) и (2.41) или рис. 2.5], описанную в разд. 2.2. Как указывалось в разд. 2.4, эта модель может считаться пригодной для горизонтальной местности, если в районе каждой станции шероховатость поверхности достаточно однородная на расстоянии от анемометра, примерно в 100 раз превышающем высоту его установки. Для местности, характеризуемой защищенностью мелкомасштабными объектами, исходные данные можно скорректировать, используя методику из [3.4].

На практике часто сталкиваются с такой ситуацией, когда анемометр может оставаться на месте, а шероховатость поверхности окружающей местности значительно изменится за истекшие годы в результате интенсивной застройки земельных участков. В таких случаях приведение исходных данных к общей шероховатости может вызвать непреодолимые трудности, если отсутствует подробная информация по отдельным этапам освоения территории.

Изменения высоты и местонахождения анемометра для большинства метеорологических станций США вносятся в Сводки местных климатологических данных [3.3].

3.2. Предсказания экстремальных скоростей ветра в благоприятных климатических условиях

Редкие ветры (например, ураганы), которые отличаются метеорологическими условиями возникновения и являются значительно более сильными, чем обычные ежегодные экстремальные ветры, будем называть здесь экстраординарными ветрами. Климатические условия, в которых не ожидается появление экстраординарных ветров, принято называть благоприятными. Есть основания полагать, что в таких климатических условиях каждый результат наблюдений в ряду максимальных годовых скоростей ветра вносит свой вклад в описание вероятностных характеристик экстремальных ветров. Следовательно, можно ожидать, что статистический анализ таких рядов даст возможность

получить полезные предсказания относительно экстремальных ветров на длительный период времени.

Так, в благоприятных климатических условиях на любой заданной метеостанции можно определить случайную величину, состоящую из максимальных годовых скоростей ветра. Если к тому же это одна из тех метеостанций, где имеются записи скоростей ветра за несколько лет подряд, то можно оценить функцию распределения (ФР) этой случайной величины с тем, чтобы описать вероятностные характеристики максимальных годовых скоростей ветра. В таком случае основная расчетная скорость ветра определяется как скорость, соответствующая заданному значению p ФР, или, что равносильно, заданному среднему интервалу повторения $\overline{N}$*. Ветер, соответствующий среднему интервалу повторения $\overline{N}$ лет, обычно называют ветром с повторяемостью один раз в $\overline{N}$ лет.

Вопрос о том, какой средний интервал повторения следует установить для расчета сооружений, освещен в подразд. 3.5. Здесь же мы рассмотрим практически одинаково важные вопросы оценки ФР максимальных годовых скоростей и погрешностей, связанных с предсказаниями скоростей ветра. В дополнение к ошибкам, которые связывают с качеством исходных данных (см. разд. 3.1), такие погрешности включают также ошибки *моделирования* и ошибки *выборочного обследования*. Ошибки моделирования происходят из-за неправильного выбора самой вероятностной модели. Ошибки выборочного обследования есть следствие ограниченности объема выборок, из которых оцениваются параметры распределения, и теоретически становятся исчезающе малыми с увеличением объема выборки до бесконечности.

3.2.1. Распределения вероятностей максимальных годовых скоростей. Из самой природы этой случайной величины следует, что подходящую модель для описания режима экстремальных ветров обеспечивает распределение вероятностей максимальных значений, общее выражение которого имеет вид (см. разд. А1.5):

$$F(v) = \exp\left\{-\left[\frac{v-\mu}{\sigma}\right]^{-\gamma}\right\} \begin{cases} \mu < v < \infty \\ -\infty < \mu < \infty \\ 0 < \sigma < \infty \\ \gamma > 0 \end{cases}, \qquad (3.2)$$

где v — скорость ветра; μ — параметр положения; σ — параметр масштаба; γ — параметр, характеризующий длину «хвоста» распределения. Выражение (3.2) может рассматриваться как выражение, представляющее целое семейство распределений, каждое из которых характеризуется некоторым значением параметра γ длины хвоста распределения.

С увеличением γ хвост кривой распределения вероятностей становится короче, т. е. вероятность появления какого-либо заданного большого значения случайной величины становится меньше. В частности, можно показать, что при $\gamma \to \infty$ выражение (3.2) принимает вид

* Напомним, что $\overline{N} = 1/(1-p)$ [см. прил. А1, выражение (А1.45)].

$$F(v) = \exp\left\{-\exp\left[-\frac{v-\mu}{\sigma}\right]\right\} \begin{cases} -\infty < v < \infty \\ -\infty < \mu < \infty \\ 0 < \sigma < \infty \end{cases} \qquad (3.3)$$

[см. (А1.53)]. Выражения (3.2) и (3.3) относятся соответственно к типу II и типу I функций распределения максимальных значений.

В Национальных строительных нормах Канады [3.5] принято, что экстремальным ветрам лучше всего отвечает моделирование распределением типа I (3.3). С другой стороны, в Американском национальном стандарте АНСИ А58.1 [3.6] принято, что экстремальные ветры для благоприятных ветровых климатических условий лучше всего моделируются распределением типа II (3.2) при $\mu = 0$ и $\gamma = 9$ [3.7]. Чтобы выявить разницу между предсказаниями экстремальных ветров, основывающимися на выражении (3.2) при $\gamma = 9$, с одной стороны, и на выражении (3.3), с другой стороны, был проведен анализ записей максимальных годовых скоростей, полученных на 12 станциях за время наблюдений от 17 до 40 лет.

Установлено, что эта разница составляет примерно от 2 до 4% для ветров с повторяемостью один раз в 50 лет, от 3 до 6% для ветров с повторяемостью один раз в 100 лет и от 10 до 16% для ветров с повторяемостью один раз в 1000 лет. Отсюда видно, что ошибка моделирования (т.е. ошибка, состоящая в использовании модели из [3.5], тогда как в действительности справедлива модель из [3.6] или наоборот) будет существенной только для прогнозов ветров, соответствующих большим интервалам повторения, например ветров, вызывающих предельные состояния, связываемые с отказом сооружений. Следовательно, вопрос о том, какое из выражений [3.2] или [3.3] лучше описывает режим экстремальных ветров, представляет интерес в связи с оценкой коэффициентов надежности сооружений, подверженных действию ветровых нагрузок.

О попытках проверить (используя критерий χ^2) гипотезу, какая из моделей (принятая в [3.5] или [3.6]) наилучшим образом соответствует рядам максимальных годовых скоростей ветра, сообщается в [3.8]. Однако результаты этих исследований неубедительны. Совсем недавно были выполнены исследования [3.9] 37-летних рядов максимальных годовых скоростей ветра при 5-минутном осреднении на основе вероятностного выборочного коэффициента корреляции, описанного в разд. А1.6. Данные, использованные в [3.9], получены на станциях, где не отмечалось никаких изменений в высоте установки и местоположении анемометров за время проведения наблюдений. Они были впервые опубликованы в [3.1]. Установлено, что из 18 рядов, содержащих данные наблюденнй за 37 лет, которые получены в климатических условиях, считавшихся благоприятными*, 72% лучше всего отвечают распределениям типа I или типа II при $\gamma \geqslant 13$; 11% — распределению

* Из 21 ряда исходных данных, проанализированных в [3.9], два (Корпус-Кристи и Ки-Уэст) были получены в районах распространения ураганов, а третий (Оклахома-Сити) — в районе, подвержеином действию интенсивных местных циклонов. Они были исключеиы из приведеиного здесь анализа.

типа II при $7 \leqslant \gamma < 13$ и 17% — распределению типа II при $2 \leqslant \leqslant \gamma < 7$.

Как показано в [3.10], из 300 выборок (объемом $n = 37$) данных, полученных путем моделирования со случайными числами из генеральной совокупности с распределением типа I, около 70% лучше всего описываются распределением типа I или типа II при $\gamma \geqslant 13$, около 11% — распределением типа II при $7 \leqslant \gamma < 13$ и около 19% — распределением типа II при $2 \leqslant \gamma < 7$. Замечательная согласованность результатов, которые получены для выборок, образованных данными измерений, с одной стороны, и для выборок, генерированных на основе распределения типа I, с другой стороны (72% против 70%, 11% против 11%, 17% против 19%), дает подтверждение гипотезе, что распределение типа I является подходящей вероятностной моделью генеральной совокупности экстремальных ветров в благоприятных климатических условиях. Дополнительные статистические данные в поддержку этой гипотезы приведены в [3.10].

3.2.2. **Нахождение оценок и доверительных интервалов для ветра с повторяемостью один раз в $\overline{N}$ лет: численный пример.** Как показано в прил. А1.6, для заданного множества данных с исходным распределением экстремальных значений типа I можно использовать несколько методов оценки параметров распределения и, следовательно, значения случайной величины, соответствующего заданному среднему интервалу повторения*. Однако этим методам оценки присущи ошибки выборочного обследования. Количественную меру последних можно получить вычислением *доверительных интервалов* для оцениваемой величины, т.е. интервалов, о которых можно утверждать (с определенной степенью вероятности, что это утверждение верно), что они содержат истинное неизвестное значение этой величины. Методики, которые могут быть использованы для оценки ветра с повторяемостью один раз в $\overline{N}$ лет и доверительных интервалов для него, достаточно подробно рассмотрены в прил. А1.6. Применение одной из этих методик покажем на следующем примере.

Для Ричмонда (Виргиния) среднее значение $\overline{X}$ и стандартное отклонение s выборки максимальных годовых скоростей ветра при 5-минутном осреднении, зарегистрированных в течение 1912 — 1948 гг., составляют соответственно 69,6 и 7,6 км/ч [3.1, 3.9]. Воспользовавшись выражением (А1.74), которое основывается на методе моментов, получим оценку $\widehat{v_{\overline{N}}}$ скорости $v_{\overline{N}}$ ветра со средним интервалом повторения $\overline{N}$:

$$\widehat{v_{\overline{N}}} = \overline{X} + s\,(y - 0{,}5772)\,\sqrt{6}\,/\pi = \\ = 38{,}9 + 4{,}7\,(y - 0{,}5772)\,\sqrt{6}\,/\pi, \qquad (3.4)$$

* В прил. А1 эта величина обозначается $G_X(p)$, где $p = 1 - 1/\overline{N}$, а $\overline{N}$ — средний интервал повторения. В этой главе используется обозначение $G_X(1 - 1/\overline{N}) \equiv v_{\overline{N}}$.

где

$$y = -\ln[-\ln(1 - 1/\bar{N})]. \tag{3.5}$$

Для $\bar{N} = 50$ и $\bar{N} = 1000$ лет соответствующие значения $\hat{v}_{\bar{N}}$ составят $\hat{v}_{50} = 82{,}1$ и $\hat{v}_{1000} = 103$ км/ч.

Как уже отмечалось, этим оценкам присущи ошибки выборочного обследования. Их стандартное отклонение можно оценить, используя выражение (А1.76) (также основанное на методе моментов), в котором принимается $\sigma = (\sqrt{6}/\pi)s$ (А1.70), т.е.

$$SD\left(\hat{v}_{\bar{N}}\right) = \left[\frac{\pi^2}{6} + 1{,}1396\,(y - 0{,}5772)\,\frac{\pi}{\sqrt{6}} + \right.$$

$$\left. + 1{,}1\,(y - 0{,}5772)^2\right]^{1/2} \frac{\sqrt{6}}{\pi}\,\frac{s}{\sqrt{n}}, \tag{3.6}$$

где n — объем выборки.

Для рассматриваемой выборки $s = 7{,}6$ км/ч и $n = 37$, так что $SD(\hat{v}_{50}) = 4{,}2$ и $SD(\hat{v}_{1000}) = 7{,}2$ км/ч.

Как показано в прил. А1.6, вероятности того, что $v_{\bar{N}}$ находится в интервалах $\hat{v}_{\bar{N}} \pm SD(\hat{v}_{\bar{N}})$, $\hat{v}_{\bar{N}} \pm 2SD(\hat{v}_{\bar{N}})$, $\hat{v}_{\bar{N}} \pm 3SD(\hat{v}_{\bar{N}})$, составляют соответственно примерно 68, 95 и 99%. Эти интервалы принято называть 68-, 95- и 99%-ными доверительными интервалами для 37-летней выборки из Ричмонда (они приведены в табл. 3.2, графа 3).

В прил. А1.6 также показано, что ширину доверительных интервалов можно уменьшить, если пользоваться более эффективной оценкой. Однако эти интервалы не могут быть уже, чем получаемые при оценивании нижней границы на основе неравенства Крамера—Рао (К.Р.) (А1.77). Для Ричмонда доверительные интервалы, основывающиеся на этой оценке, показаны в графе 4 табл. 3.2. Как видно, разница между результатами, приведенными в графах 3 и 4, мала. Это совпадает с выводом, сделанным в прил. А1.6, что эффективность метода моментов

Таблица 3.2. Доверительные интервалы для скорости ветра со средним интервалом повторения $\bar{N}$ в Ричмонде

Доверительный уровень, %	Средний интервал повторения $\bar{N}$, лет	Оценивание методом моментов	Оценивание с использованием нижней границы Крамера—Рао
1	2	3	4
68	50	82,1±5	82,1±3,4
	1000	103±7,2	103±5,6
95	50	82,1±10	82,1±6,8
	1000	103±14,5	103±11,3
99	50	82,1±15	82,1±10,1
	1000	103±21,7	103±16,9

[выражения (3.4) и (3.5)] в большинстве случаев достаточна для расчета сооружений.

Из табл. 3.2 видно, что ошибки при нахождении оценок для ветра со средним интервалом повторения 50 лет составляют порядка 12% при 95%-ном доверительном уровне. Поскольку давления ветра пропорциональны квадратам его скоростей (см. гл. 4), соответствующие ошибки при нахождении оценки давлений составят порядка 25%.

3.3. Предсказания экстремальных скоростей ветра в районах действия ураганов

Рассмотрим теперь предсказания экстремальных ветров для климатических условий, характеризуемых появлением ураганов. В разд. 3.2 предполагалось, что в благоприятных ветровых климатических условиях каждый из результатов в рядах максимальных годовых скоростей ветра вносит вклад в описание вероятностных характеристик экстремальных ветров. Однако в районе действия ураганов большинство значений скоростей в рядах данных о самых сильных годовых ветрах значительно ниже экстремальных скоростей, связываемых с ураганами, а именно они должны учитываться в расчете; следовательно, эти более низкие скорости неприемлемы с точки зрения надежности сооружений. Такой случай иллюстрируется рис. 3.1, на котором показаны максимальные скорости ветра при 5-минутном осреднении, зарегистрированные в Корпус-Кристи, Техас, между 1912 и 1948 гг. [3.9]. Это дает возможность утверждать, что в районах действия ураганов ряды максимальных годовых скоростей не могут обеспечить необходимую стати-

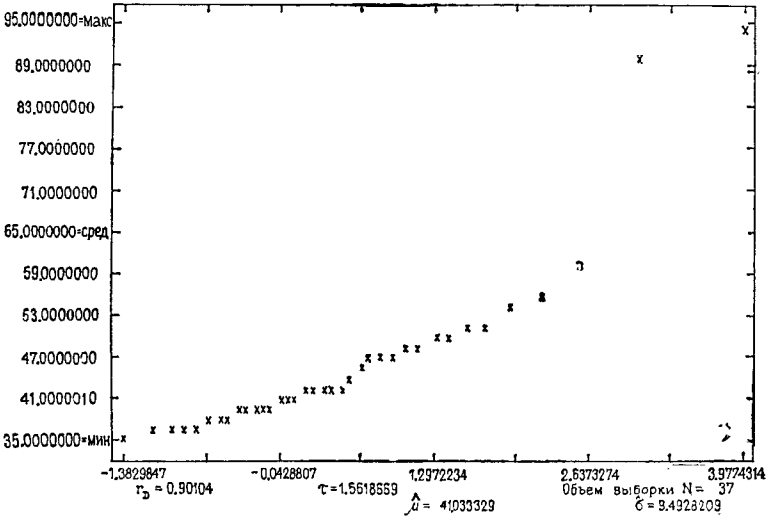
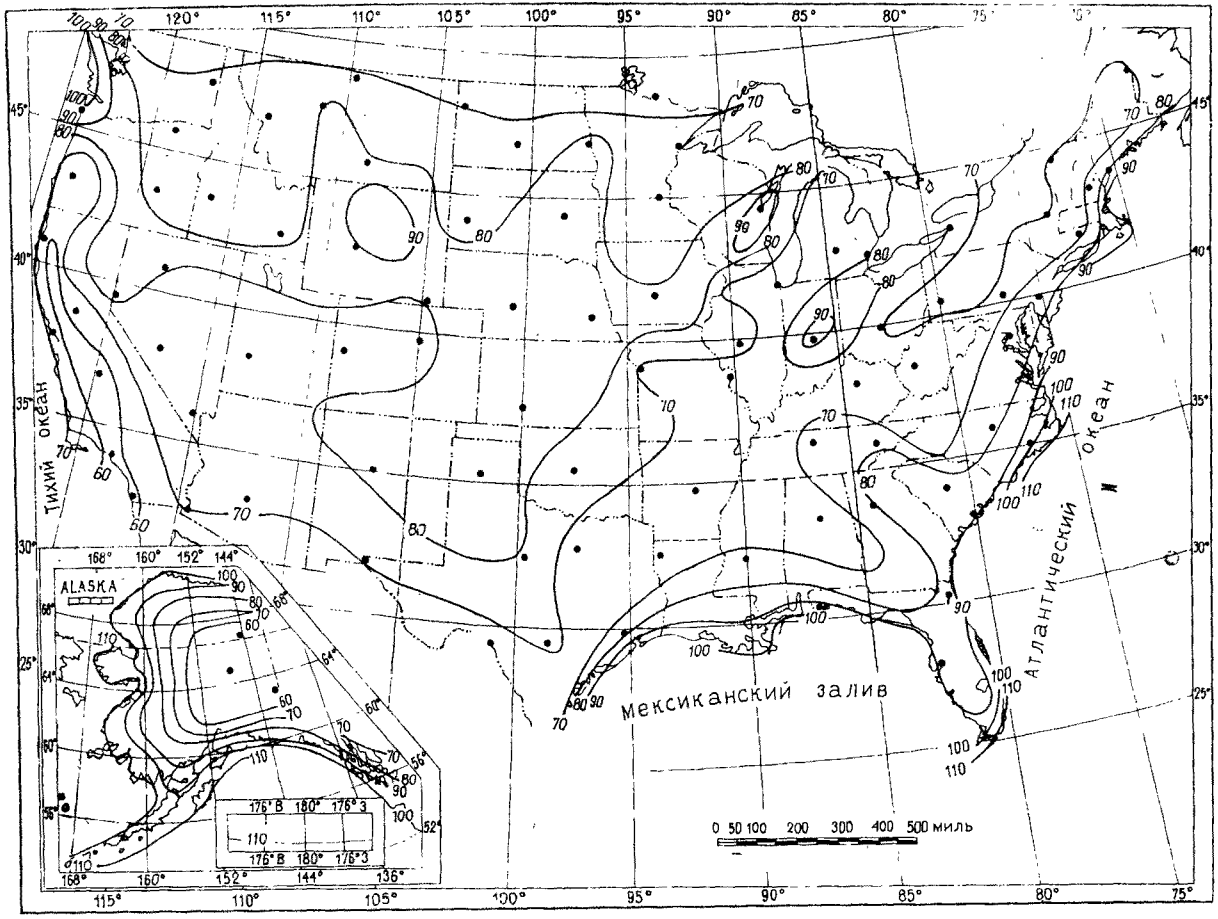


Рис. 3.1. График распределения вероятностей максимальных годовых скоростей ветра за 1912—1948 гг. в Корпус-Кристи, Техас [3—9]

r_D — вероятностный выборочный коэффициент корреляции; $\hat{\mu}$ — оценка отрезка, отсекаемого на оси ординат; $\hat{\sigma}$ — оценка тангенса угла наклона


Тихий океан
Атлантический океан
Мексиканский залив
ALASKA
0 50 100 200 300 400 500 миль

стическую информацию о ветрах, представляющую интерес для проектировщика сооружений, примерно так же, как для обитателей классной комнаты первоклассников (к ним можно отнести и учителя), мало пользы в статистическом исследовании роста взрослых. Что дело обстоит именно так, будет показано ниже.

По оси абсцисс на рис. 3.1 отложена приведенная переменная величина $y = -\ln\left[-\ln\left(1 - \frac{1}{\overline{N}}\right)\right]$, где $\overline{N}$ — средний интервал повторения. На основании выражений (А1.43) и (А1.45) функция распределения экстремальных значений типа I была бы представлена на рис. 3.1 в виде прямой линии, отрезок отсекаемый которой на оси ординат и ее тангенс угла наклона равнялись бы соответственно параметрам распределения μ и σ; в такой же мере, как и генеральная совокупность максимальных годовых скоростей ветра, описывалась бы распределением типа I, фактические результаты наблюдений при этом приближенно аппроксимировались бы прямой линией.

На рис. 3.1 показан примерно такой случай, поскольку здесь нанесены данные о ветрах меньшей силы, чем ураган. Однако если (как это сделано на рис. 3.1) ветры ураганной силы все же включаются в анализируемый ряд, то аппроксимация исходных данных распределением типа I, очевидно, будет чрезвычайно плохой.

Лучшую аппроксимацию можно получить, если использовать распределение типа II с малым значением параметра, характеризующего длину его хвоста. Однако, как показано в [3.9], прогнозы экстремальных ветров в районах действия ураганов, основывающиеся на распределениях типа II, в большинстве случаев нереалистичны. Например, аппроксимация таким распределением данных записей максимальных годовых скоростей за 1917 — 1936 гг. в Корпус-Кристи привела бы при оценивании скорости ветра со средним интервалом повторения 1000 лет к нелепому результату — 3138 км/ч.

Существенные трудности возникают также при использовании смешанных распределений вероятностей Фреше [3.7]. В самом деле, поскольку ураганы — редкие события, данные о скоростях ветра в ураганах (или тропических циклонах) в записях наиболее сильных годовых ветров, полученных на одной произвольно взятой станции, немногочисленны (например, на рис. 3.1 только два наблюдения относятся к скоростям ветра в урагане). Следовательно, доверительные интервалы для предсказаний экстремальных ветров, как правило, недопустимо широки; например, для $\overline{N} = 100$ лет — порядка $\hat{v}_{100}(1 \pm \pm 0{,}6)$ при 68%-ном доверительном уровне, см. [3.12]. Именно по этой причине максимальная скорость ветра со средним интервалом повторения 50 лет (оцененная на основе смешанного распределения Фрише), приводимая в [3.6] для Корпус-Кристи, составляет только 122,3 км/ч на высоте 9,14 м (30 футов) от поверхности земли для открытой местности [3.7] (рис. 3.2). Эта величина представляется чрезвычайно низкой. В самом деле, с 1916 по 1970 г. Корпус-Кристи пострадал от

◀

Рис. 3.2. Карта основных расчетных скоростей ветра [максимальные скорости с повторяемостью один раз в 50 лет на высоте 30 футов (9,14 м) от поверхности земли для открытой местности]

трех опустошительных ураганов [3.11] с наибольшими скоростями ветров до 193,1 км/ч на высоте 7 м от поверхности земли для открытой местности (см. Корпус-Кристи 1970 г., Ежегодные сводки местных климатологических данных).

Поскольку ряды данных о самых сильных годовых ветрах, по-видимому, не обеспечивают подходящую основу для предсказания скоростей ветра в урагане, то были предложены методы, основывающиеся на других подходах, которые и будут коротко рассмотрены.

3.3.1. Методика, основанная на максимуме средней месячной скорости. В этой методике, предложенной в [3.13], предполагается, что режим экстремальных ветров описывается следующей функцией распределения:

$$F(v) = p_T \exp\left[-\left(\frac{v}{\sigma}\right)^{-4,5}\right] + (1 - p_T)\exp\left[-\left(\frac{v}{\sigma}\right)^{-9}\right], \qquad (3.7)$$

где v — скорость ветра; p_T — вероятность того, что годовой экстремальный ветер вызывается тропическим штормом; σ — параметр масштаба распределения.

Параметр p_T, который определен в [3.13] как эмпирическая функция среднего числа тропических штормов, проходящих за год через квадрат со сторонами в 5° долготы и широты, приведен на рис. 3.3. Параметр σ задан на рис. 3.4 в виде функции максимума средних месячных скоростей ветра, зарегистрированных на метеостанции, проводящей наблюдения достаточно длительное время (скажем, около 10 лет).

Использование этой методики поясняется на следующих примерах: Уэст-Палм-Бич (Флорида), Бостон (Массачусетс) и Колумбия (Миссури), для которых соответственно $p_T \approx 0{,}43$; $p_T \approx 0{,}12$ и $p_T = 0$ (см. рис. 3.3). В Уэст-Палм-Бич максимум средних месячных скоростей за период наблюдений 1952 — 1974 гг. (полученный из сводок местных климатологических данных) составил 22,4 км/ч на высоте 9,14 м над поверхностью земли. Из рис. 3.4 $\sigma = 82{,}1$ км/ч, следовательно,

$$F(v) = 0{,}43\exp\left[-\left(\frac{v}{82{,}1}\right)^{-4,5}\right] + 0{,}57\exp\left[-\left(\frac{v}{82{,}1}\right)^{-9}\right]. \qquad (3.8)$$

Напомним, что $\overline{N} = 1/[1 - F(v_{\overline{N}})]$. Тогда из выражения (3.8) следует, что оцениваемые ветры со средним интервалом повторения $\overline{N}$ для $\overline{N} = 50$, 100 и 1000 лет имеют скорости, соответственно равные $v_{50} = 164{,}1$, $v_{100} = 193{,}1$ и $v_{1000} = 318{,}6$ км/ч.

В Бостоне наивысшая из средних месячных скоростей ветра, зарегистрированных в течение 1950 — 1974 гг., составила 30,2 км/ч на высоте 9,14 м над поверхностью земли для открытой местности. Этому значению соответствует $\sigma = 102{,}3$ км/ч. Как следует из выражения (3.8), при $p_T = 0{,}12$ оценки для экстремальных ветров составляют $v_{50} = 170{,}6$ км/ч и $v_{100} = 191{,}5$ км/ч. Отметим, что значения оценок, приведенные в [3.7] и включенные в [3.6], равны $v_{50} = 141{,}6$ км/ч и $v_{100} = 149{,}7$ км/ч, т.е. значительно ниже, чем полученные на основе выражения (3.7).

В Колумбии, Миссури, вероятность появления ураганов равна нулю, и выражение (3.7) принимает вид

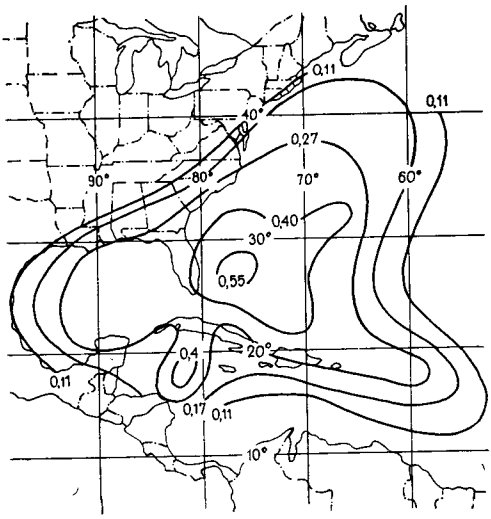
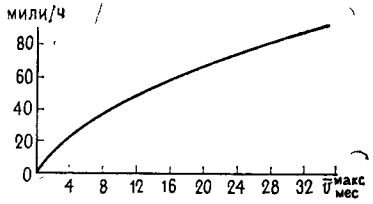


Рис. 3.3. Вероятность появления p_T годовых экстремальных ветров, вызванных тропическим штормом

Рис. 3.4. Параметр масштаба распределения

$\bar{v}_{\text{мес}}^{\text{макс}}$ — максимум средней месячной скорости ветра, мили/ч

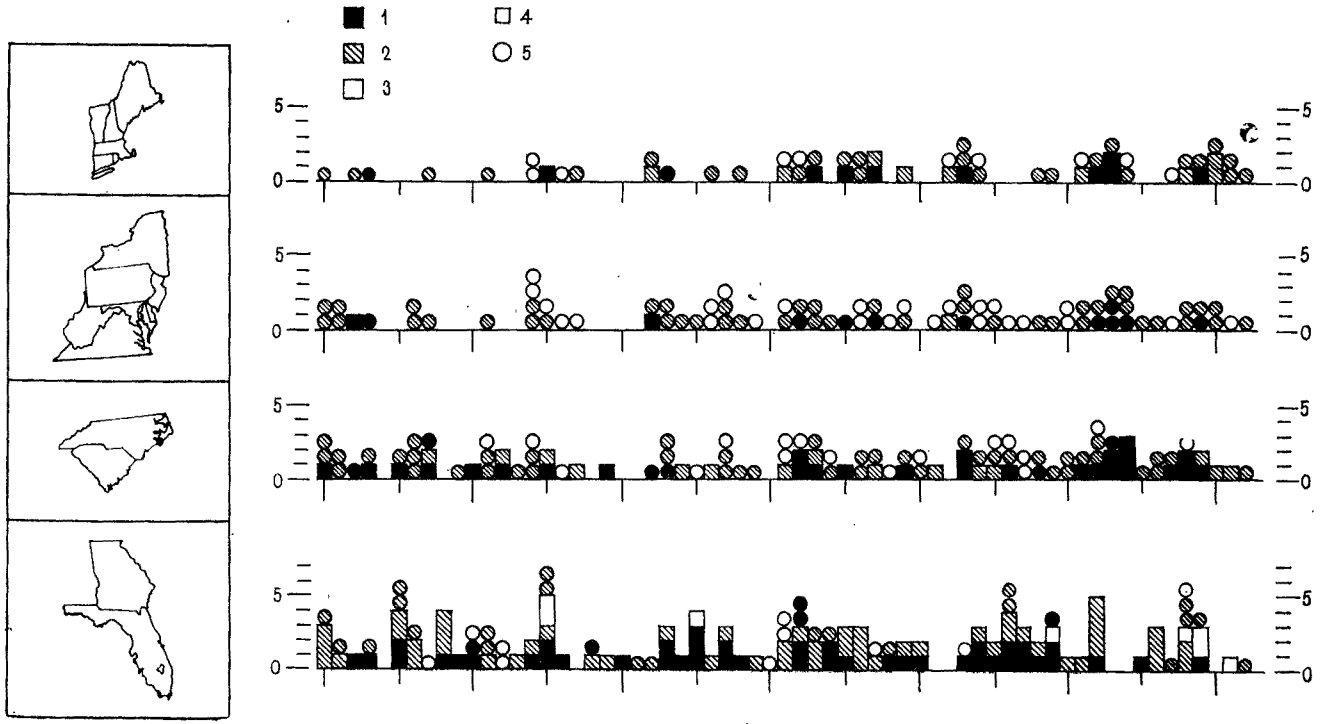


$$F(v) = \exp\left[-\left(\frac{v}{\sigma}\right)^{-9}\right]. \qquad (3.9)$$

Максимум месячных скоростей ветра, зарегистрированных между 1951 — 1974 гг., составил 25,3 км/ч на высоте 9,14 м над поверхностью земли для открытой местности; следовательно, $\sigma = 91{,}7$ км/ч и $v_{50} = 141{,}6$ км/ч, $v_{100} = 152{,}9$ км/ч и $v_{1000} = 197{,}3$ км/ч. Отметим, что оценки экстремальных значений из [3.6] ниже, а именно $v_{50} = 112{,}6$ км/ч и $v_{100} = 136{,}8$ км/ч. Экстремальные скорости в Колумбии оценивались также в предположении о справедливости распределения типа I с параметрами, полученными из рядов максимальных годовых скоростей за 1951 — 1974 гг., зарегистрированных на высоте 9,14 м над поверхностью земли в открытой местности. Найденные таким образом значения составили $v_{50} = 106{,}2$ км/ч, $v_{100} = 111$ км/ч и $v_{1000} = 130{,}3$ км/ч против $v_{50} = 141{,}6$ км/ч, $v_{100} = 152{,}9$ км/ч и $v_{1000} = 197{,}3$ км/ч, полученных оцениванием на основе выражения (3.7) с сопутствующими ему допущениями из [3.13].

Среди этих допущений — существование зависимости между максимумом средней месячной скорости и экстремальными скоростями ветра, которая подразумевается в выражении (3.7) и на рис. 3.3 и 3.4. Никакого фундаментального обоснования с точки зрения метеорологии для этой зависимости не было предложено в [3.13] или в каких-либо других работах, поэтому подтверждается она или нет, — вопрос спорный, требующий дополнительного исследования.

3.3.2. Методики, основанные на климатологических характеристиках ураганов. Чтобы пояснить основные положения таких методик, проведем оценку вероятности того, что ураганные ветры со скоростями, превышающими 155 миль в час (249,4 км/ч), будут иметь место на каком-либо одном заданном участке побережья Техаса. При оценке воспользуемся следующей информацией:


1
2
3
4
5
5
0

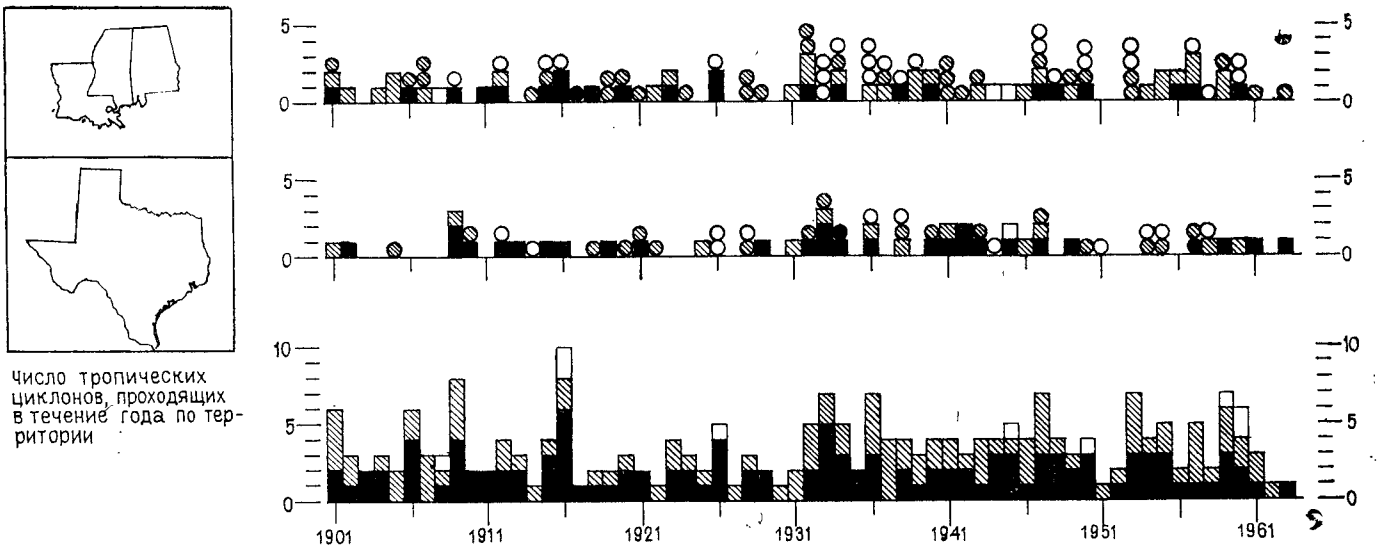


Рис. 3.5. Годовая частота появления тропических циклонов, проходящих по территории США или достаточно близко от побережья, чтобы оказывать существенное воздействие на различные его участки посредством тропических штормов или ураганных ветров, обильных дождей или высоких штормовых прилнаов, 1901—1963 гг. [3—15] *1* — ураганы (ветры со скоростями 74 мили/ч и выше); *2*—тропические штормы (ветры со скоростями 39—73 мили/ч); *3* — депрессии; *4* — для *1, 2, 3,* когда центр проходнл по территорни указанного района; *5* — для *1, 2, 3,* когда центр находился в открытом море или проходил по территории другого района

среднее годовое число ураганов со скоростями ветра, превышающими 155 миль в час (249,4 км/ч), которые проходят по территории США, ν_A^{155}. Согласно данным Национальной службы погоды, за прошедшие примерно 75 лет было два таких урагана: ураган Лейбэ Дей Флорида Кис в 1935 г. и ураган Камилла в 1969 г. [3.14]. В таком случае обоснованной оценкой будет $\nu_A^{155} \approx 2$ урагана/(75 лет) = 0,027 урагана/год;

среднее годовое число ураганов, проходящих по территории США, ν_A. Эту величину можно оценить из рис. 3.5: $\nu_A \approx 116$ ураганов/(63 года) $\approx 1{,}84$ урагана /год;

среднее годовое число всех ураганов, проходящих по территории Техаса, ν_T. Из рис. 3.5 $\nu_T \approx 27$ ураганов/(63 года) $\approx 0{,}43$ урагана/год;

средняя ширина области, охваченной ветрами со скоростями, превышающими 155 миль в час, при прохождении одного урагана, W.

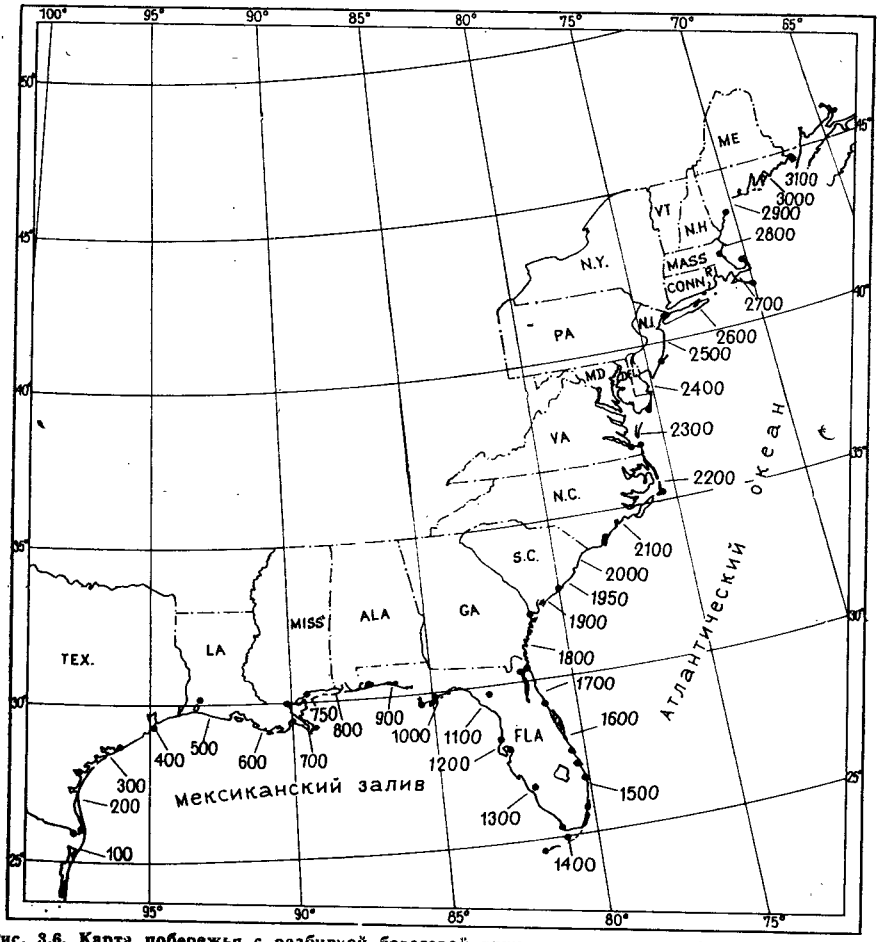


Рис. 3.6. Карта побережья с разбивкой береговой линии на интервалы (в морских милях) [3.18]

Согласно [3.16], участок разрушений, вызванных ураганом Лейбэ Дей Флорида Кис, был шириной 35 — 40 миль. Будем считать с запасом, что ветры со скоростями, превышающими 155 миль в час, вызывают полосу разрушений вдоль пути следования урагана шириной 30 миль. В случае урагана Камилла ее, по-видимому, с запасом можно принять равной $W = 20$ миль [3.17]. Тогда для использования в расчетах обоснованным является значение $W = (30 + 20)/2 = 25$ миль (40,2 км).

Предположим, что среднее годовое число ураганов со скоростями более 155 миль в час (249,4 км/ч), движущихся по территории Техаса, составит

$$\nu_T^{155} = \frac{\nu_T}{\nu_A} \nu_A^{155}. \tag{3.10}$$

В (3.10) в неявном виде содержится допущение, что распределение вероятностей интенсивности прихода ураганов одинаково для побережий Мексиканского залива и Атлантического океана США. Поскольку длина (осредненной) береговой линии штата Техас около 375 миль, искомая вероятность составит

$$P(v > 155 \text{ миль/ч}) = \nu_T^{155} \frac{W}{375} = 0{,}00042. \tag{3.11}$$

т.е. приблизительно 1/2500 в год.

Только что представленная оценка имеет несколько существенных недостатков. Во-первых, естественно, что ошибки в оценке ν_A^{155} могли быть большими, поскольку она основывается на записях наблюдений за 75 лет, которые содержат только два относящихся к рассматриваемому вопросу результата. Во-вторых, допущение, что интенсивность прихода ураганов является равномерно распределенной величиной по длине береговой линии Техаса, переоценивает вероятность того, что ураган обрушится на участок береговой линии, примыкающий к границе Мексики (примерно на 25%), и недооценивает такую вероятность (примерно на 25%) вблизи границы штата Луизиана (рис. 3.6 и 3.7). В-третьих, трудно установить надежность оценки ν_T. В самом деле, согласно рис. 3.7, $\nu_T \approx 1{,}6/(100 \cdot 10)$ число приходов/год/морская миля побережья $\times$ 0,53 урагана/приход $\times$ 330 морских милей побережья $\approx$ 2,28 урагана/год против 0,43 урагана/год, полученных на основе данных рис. 3.5. Это расхождение, возможно, появилось вследствие учета некоторых тропических циклонов как ураганов в [3.15]. В-четвертых, оценки W в значительной мере субъективны, так как никакие измерения такого рода не проводились; следовательно, вдобавок может возникнуть существенная ошибка при получении оценки W.

Несмотря на эти недостатки, только что изложенный подход может быть до некоторой степени полезным при проведении грубых оценок вероятности разрушения сооружений в районах действия ураганов, например с целью подсчета ставок страховых премий. К тому же достоинство выражений (3.10) и (3.11) состоит в том, что в отличие от модели, основывающейся на максимуме средней месячной скорости, они дают четкую, физически обоснованную картину тех погрешностей, которые содержит полученная оценка.

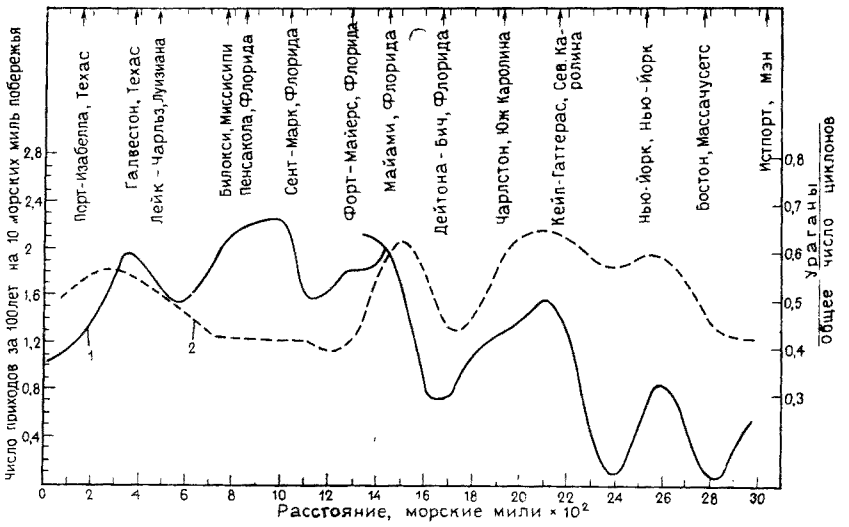


Рис. 3.7. Приблизительные частоты прихода на побережье Мексиканского залива и Восточное побережье США тропических штормов и ураганов (1871—1973) и приближенные отношения числа приходов ураганов к общему числу приходов тропических штормов и ураганов (1886—1973) [3.18]

1 — циклоны, достигшие побережья; *2* — отношение ураганы / общее число циклонов

Более всеобъемлющий и эффективный подход к моделированию вероятностей появления экстремальных ветров для некоторой площадки на основе информации о характеристиках тропических циклонов приведен в [3.19]. При таком подходе анализ проводится в два этапа.

На первом этапе разрабатывают модель для нахождения вероятности появления тропических циклонов в области, окружающей интересующую площадку (скажем, на 200 миль вдоль побережья в каждую сторону от площадки и на 200 миль в сторону моря от места ее расположения). Обозначим эту вероятность $P(H)$. Предположим, к примеру, что интенсивность прихода тропических циклонов в рассматриваемую область составляет 0,3 за год. Тогда, если воспользоваться геометрическим распределением, вероятность того, что тропический циклон появится в этой области по крайней мере один раз в пять лет, составит $P(H) = 1 - (1 - 0{,}3)^5 = 0{,}83$ (А1.30). Если принять, что справедливо распределение Пуассона (А1.34), то $P(H) = 1 - P(0{,}5) = 1 - e^{-0{,}3\times 5} = 0{,}78$. Более сложные модели для $P(H)$ были предложены в [3.19, 3.20]. Однако даже такая простая модель, как геометрическое распределение, в основном подходит для практических задач.

На втором этапе оценивают распределения вероятностей экстремальных ветров для рассматриваемой площадки, используя:

а) статистические данные о зависимости числа появлений тропических циклонов от положения x вдоль побережья или расстояния y от

берега; направлении φ и поступательной скорости s перемещений тропических циклонов; давлении в центре глаза p_0 и радиусе, соответствующем максимальной скорости ветра в тропическом циклоне, R_m;

б) достаточно обоснованную модель, описывающую максимальные скорости ветров, вызываемых на представляющей интерес площадке тропическими циклонами с характеристиками x (или y), φ, s, p_0 и R_m. Эта модель должна к тому же характеризовать затухание силы ветра с увеличением расстояния от береговой линии, как показано в подразд. 2.4.

По имеющимся данным оценивают распределения вероятностей для каждого параметра из п. «а». Затем эти распределения совместно с выбранной моделью скорости ветра используют для получения (посредством методов Монте-Карло) распределения экстремальных ветров для изучаемой площадки, отражающего тот факт, что тропический циклон имел место в окружающей ее области. Обозначим соответствующее распределение вероятностей через $P(v/H)$. Распределение вероятностей экстремальных ветров для рассматриваемой площадки обозначается $P(v)$ и может быть записано в виде

$$P(v) = P(v/H)\,P(H). \tag{3.12}$$

Подробная информация о характеристиках тропических циклонов побережья Мексиканского залива и Восточного побережья США в удобной форме обобщена в [3.18]. Полезную информацию о тропических циклонах можно также почерпнуть, например, из [3.11], [3.21] — [3.28]. Модели максимальных скоростей и полей скоростей ветра как функций характеристик тропических циклонов приведены в [3.19, 3.29]. Другие модели основываются на выражениях для градиента давления и градиентной скорости, приведенных в гл. 1*, а также на принимаемой зависимости между приземными и градиентными ветрами. Однако существующие модели в значительной степени являются ориентировочными, поэтому требуется дополнительное исследование по моделированию полей в тропических циклонах.

3.4. Вероятности появления ветров торнадо

Рассмотрим некоторую область A_0, скажем квадрат со сторонами в 1° широты и долготы, и обозначим повторяемость торнадо для данной области (т.е. среднее число появлений торнадо в течение года) через $\bar{n}$. Вероятность того, что торнадо пройдет через определенный участок местности, принадлежащий этой области, в течение одного года принимается в виде

$$P(S) = \bar{n}\,(\bar{a}/A_0), \tag{3.13}$$

где $\bar{a}$ — средняя площадь территории, охватываемая действием отдельного торнадо.

* Давление на больших расстояниях от центра тропического циклона обычно принимают равным $p_N = 1013$ миллибар (ГПа).

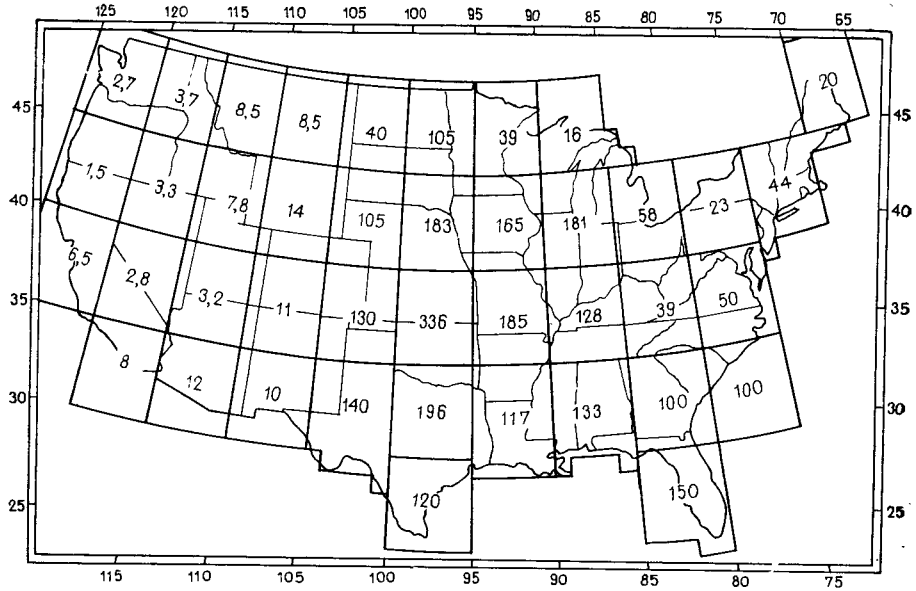


Рис. 3.8. Вероятности действия торнадо в квадратах со сторонами пять градусов, охватывающих территорию Соединенных Штатов (принятые единицы измерения — вероятности за год $\times 10^{-5}$) [3.30]

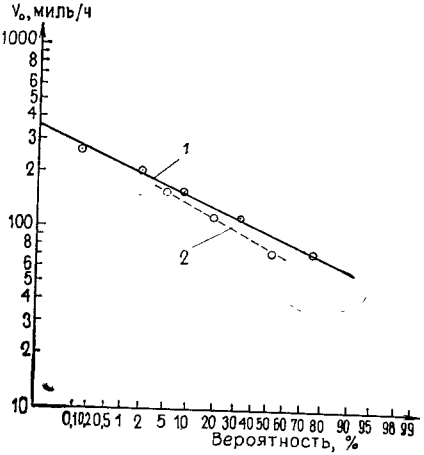


Рис. 3.9. Вероятность превышения (в %) заданных значений скорости ветра V_0 [3.30] *1* — для всей территории США; *2* — для всех штатов к западу от 105° западной долготы

В некоторых приложениях, например при проектировании ядерных установок, представляет интерес оценить не вероятность $P(S)$, а вероятность $P(S, V_0)$ того, что торнадо с максимальными скоростями ветра, превышающими некоторое заданное значение V_0, обрушится на участок местности в течение одного произвольно взятого года. Эта вероятность может быть записана в виде

$$P(S, V_0) = P(V_0) P(S), \tag{3.14}$$

где $P(V_0)$ — вероятность того, что максимальная скорость ветра в торнадо превысит V_0.

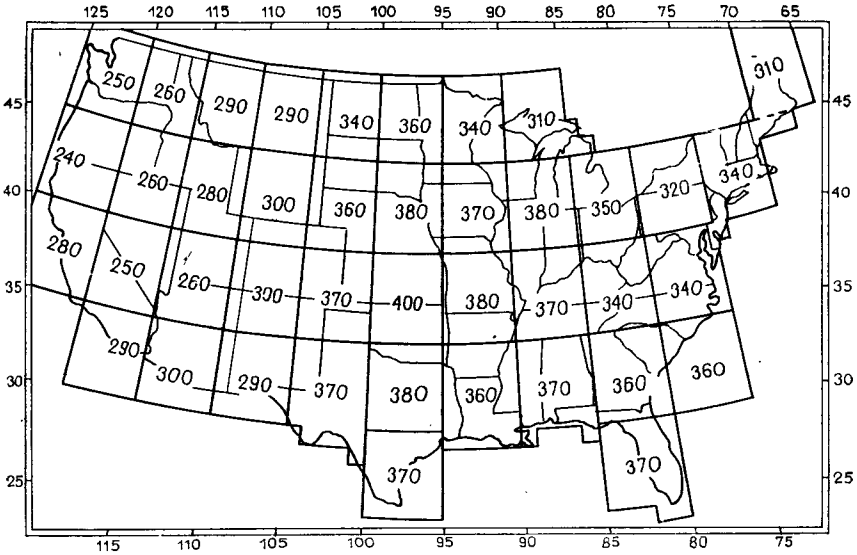


Рис. 3.10. Расчетные значения скорости ветра торнадо в квадратах со сторонами 5° при вероятности его появления в течение года, равной 10^{-7} [3.30]

Оценки вероятностей $P(S)$ для территории США показаны на рис. 3.8, который заимствован из [3.30]. Рисунок 3.8 построен на основе соотношения (3.13), в котором $\bar{n}$ оценивалась из данных по повторяемости торнадо за 13 лет, $\bar{a} = 2{,}82$ квадратные мили (согласно оценкам, сделанным в [3.31]) и $A_0 = 4780 \cos\varphi$, где φ — широта центра рассматриваемого квадрата со стороной в 1°. Оценки вероятностей $P(V_0)$, показанные на рис. 3.9, также заимствованы из [3.30]. Эти оценки основаны на наблюдениях 1612 торнадо в течение 1971 и 1972 гг. и их градацией (в значительной степени субъективной) *в соответствии* со шкалой интенсивности, предложенной в [3.32]*. Отметим, что при оценке значений вероятностей, представленных на рис. 3.9, предполагалось, что области прохождения торнадо не зависят от их интенсивности.

Максимальную скорость торнадо, соответствующую заданной вероятности его появления, можно оценить по рис. 3.8 и 3.9. В соответствии с [3.30] «для того, чтобы надлежащим образом защитить здоровье населения и обеспечить его безопасность, определение расчетного основного торнадо проводится исходя из условия, что вероятность появления в течение года торнадо, превышающего по интенсивности расчетное основное торнадо (РОТ) для ядерных установок, должна быть порядка 10^{-7}». В таком случае искомую вероятность $P(V_0)$ определяют из соотношения

$$P(V_0)\,P(S) = 10^{-7}. \qquad (3.15)$$

* Эта шкала приводится в [3.30, 3.33].

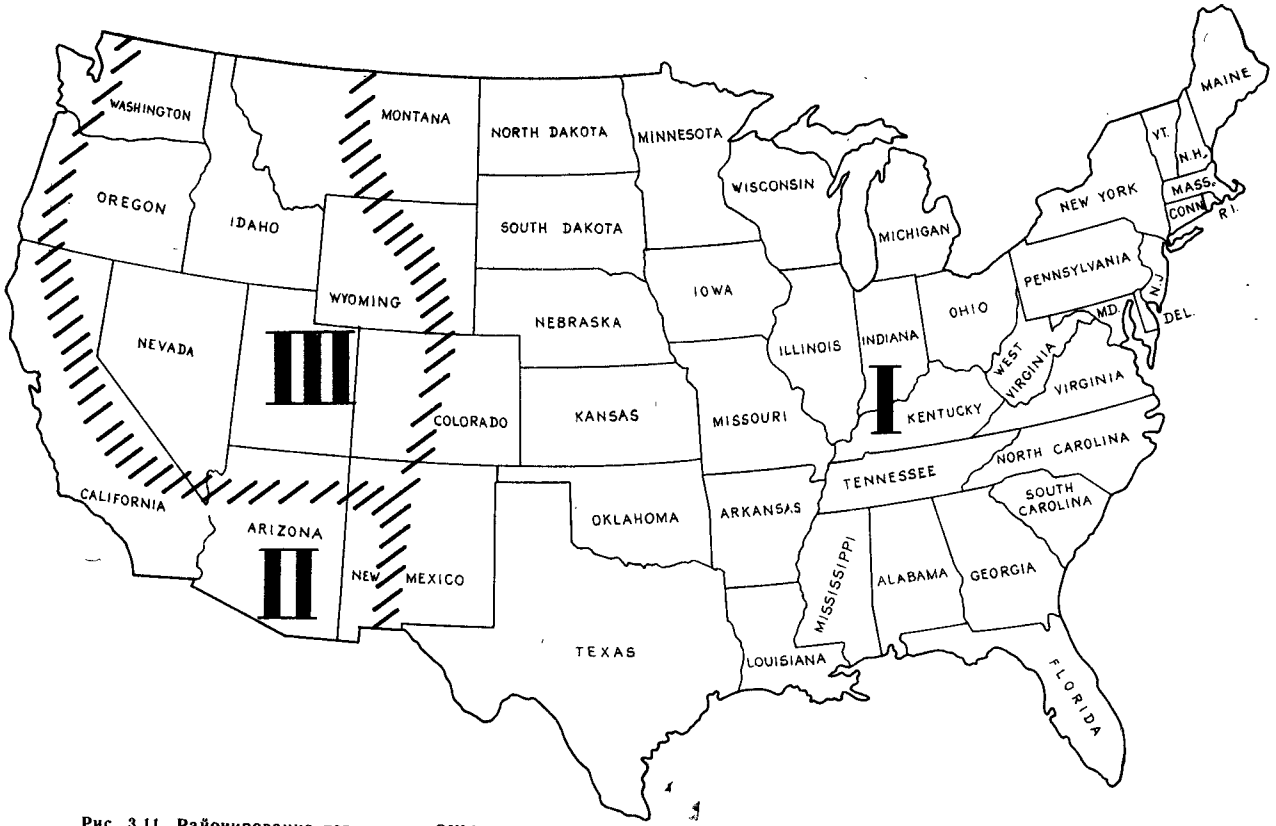


Рис. 3.11. Районирование территории США по интенсивности торнадо [3.30]

Таблица 3.3. Характеристики ветров торнадо по районам

Район	Максимальная скорость, км/ч	Скорость вращения, км/ч	Скорость поступательного движения, км/ч	Радиус, соответствующий максимальной скорости вращения воздушного потока, м
I	580	467	113	45,7
II	483	386	96.5	45,7
III	386	306	80,5	45,7

Значение $P(S)$ для рассматриваемого участка местности берут из рис. 3.8. Скорость ветра, соответствующую определенной таким образом вероятности $P(V_0)$, находят затем по рис. 3.9. Средние интенсивности торнадо с вероятностью появления в течение года, равной 10^{-7} для каждого из квадратов со стороной 5′, охватывающих территорию США, приведены на рис. 3.10 [3.30]. Они получены на основе равенства (3.15) и рис. 3.8 и 3.9.

Для проведения расчета ядерных установок вся территория США в зависимости от интенсивности торнадо разбита [3.30] на три района, показанных на рис. 3.11. Соответствующие им характеристики ветров торнадо приведены в табл. 3.3.

Отметим, что в отсутствие большего числа исходных данных, чем имеется сейчас, затруднительно дать надежную оценку вероятности появления интенсивных ветров торнадо. В самом деле, по мнению авторов, по крайней мере при современном состоянии исследований, не нужно присваивать никаких точных значений вероятностным формулировкам появления ветров торнадо, если рассматриваемые вероятности такого же рода как те, которые использовались при проектировании ядерных установок.

Перепад давления при прохождении торнадо можно оценить из уравнения для циклострофического ветра. Используя соотношение $V_{tr} = dr/dt$, (1.18) можно записать в виде

$$\frac{dp}{dt} = \frac{V_{tr}}{R_m} \rho V_t^2, \tag{3.16}$$

где p — давленне; t — время; V_{tr} — скорость поступательного движения; ρ — плотность воздуха; R_m — радиус, соответствующий максимальной скорости вращения воздушного потока; V_t — максимальная тангенциальная скорость ветра* [3.30].

Принимая, что R_m обычно составляет 45,7 м (150 футов) для интенсивных торнадо и что $V_t \approx V_{\text{rot}}$, из приближенного решения уравнения (3.16), в котором используются параметры из табл. 3.3, получаем значения, приведенные в табл. 3.4 [3.30].

* Скорость вращения V_{rot} есть результирующая для тангенциальной и радиальной скоростей.

Таблица 3.4. Падения давления и скорости падения давления по районам

Район	Общая величина падения давления, ГПа	Скорость падения давления, ГПа/с
I	207	138
II	155	82,8
III	103,5	41,4

3.5. Разработка расчетных критериев ветровой нагрузки на основе климатологической информации

Расчетные скорости ветра, включенные в технические условия на ветровые нагрузки, и в прошлом, и сейчас все еще продолжают устанавливать на эмпирической, во многом субъективной основе. Наша цель — дать краткое описание критериев, используемых в ныне действующих строительных нормах, для выбора расчетных скоростей ветра. Кроме того, важно обсудить ряд проблем и трудностей, встретившихся в предпринимаемых сейчас попытках обосновать выбор расчетных скоростей ветра с позиций надежности сооружений.

3.5.1. Критерии, используемые в действующих строительных нормах, для выбора расчетных скоростей ветра. Расчетную скорость ветра на любой заданной метеостанции в пределах США определяют в [3.35] как «пиковое» значение скорости порывов ветра* на высоте 9,14 м (30 футов) от поверхности земли, зарегистрированное на этой станции за время наблюдений 1914 — 1952 гг. Такое определение было принято в Единых строительных нормах [3.36]. Из выражения (А1.64) следует, что расчетная скорость ветра, включенная в Единые строительные нормы, приближенно равна пиковому значению скорости порывов ветра с интервалом повторения 39 лет.

Американским национальным стандартом АНСИ А58.1-1972 [3.6] в качестве расчетных установлены максимальные скорости ветра со средним интервалом повторения: 50 лет для большинства постоянных сооружений, 100 лет для сооружения с необычно высокой степенью риска для жизни людей и имущества в случае наступления отказа, 25 лет для сооружений, не предназначенных для людей, или где риск для жизни человека ничтожно мал. Сравнение пиковых значений скоростей порывов ветра со средним интервалом повторения 39 лет из [3.35] и максимальных скоростей ветра с повторяемостью один раз в 50 лет из [3.6] затруднительно вследствие микрометеорологической неоднородности данных, используемых в [3.35]. Однако на основании прошлого опыта можно констатировать, что оба эти критерия и пиковое значение скорости порывов ветра со средним интервалом повторения 39 лет и максимальная скорость ветра с повторяемостью один раз в 50 лет приводят к ветровым нагрузкам, которые, по-видимому, обеспечивают приемлемую степень надежности сооружений.

* В [3.35] принято, что максимальная скорость порывов ветра составляет 1,3 максимальной скорости ветра.

Согласуется ли это с требованиями надежности и экономичности, является вопросом, к которому, в принципе, можно подойти с позиций надежности сооружений. Рассмотрим некоторые аспекты этого вопроса.

3.5.2. Расчетные скорости ветра и надежность сооружений. Рассмотрим сооружение, для которого уровень допускаемых напряжений будет достигнут при действии ветра со средним интервалом повторения 50 лет. Можно показать, что вероятности превышения этого уровня за срок службы сооружения составят 65% для срока службы 50 лет и 85% для срока службы 100 лет [выражение (А1.31) и пример 2, следующий за выражением (А1.33)]. Как видно, эти вероятности достаточно велики и поэтому высказывались предложения, что их следует снизить за счет назначения больших средних интервалов повторения $\bar{N}$ для расчетных скоростей ветра, скажем принимать $\bar{N} = 500$ лет [3.37].

Однако высокая вероятность превышения допускаемых напряжений необязательно должна быть причиной для беспокойства, что подтверждается в основном удовлетворительными эксплуатационными качествами большинства типов зданий, запроектированных на основании [3.36]. Весьма важным является вопрос о том, достаточно ли надежно рассматриваемое сооружение, т. е. допустимо ли мала вероятность наступления его предельного состояния, связываемого с разрушением.

В таком случае возникает необходимость установить допустимо малые вероятности неблагоприятного исхода. Для случая автомобильного движения в США вероятность смертельного исхода в дорожной катастрофе в настоящее время рассматривается приемлемой, если на 200 млн. человек, пользующихся автомобилями, приходится 40 тыс. смертей, что составляет 1/500 на человека за год, или около 1/100 на человека за время его жизни*. Значение термина «приемлемый» в этом контексте имеет тот смысл, что большинство людей, пользующихся автомобилями, предпочитают подвергаться повседневному риску гибели в дорожной катастрофе, чем терпеть дополнительные расходы для его снижения.

Что касается сооружений, то, по-видимому, до сих пор не установлено, что составляет допустимую вероятность разрушения, за исключением быть может (и то в неявном виде) случая ядерных энергетических установок (см. разд. 3.4). Предположим, однако, что допустимая вероятность разрушения P_f задана. Сооружение, запроектированное на заданную ветровую нагрузку W_d, будет считаться достаточно надежным, если расчетное значение вероятности его разрушения P_d не превысит вероятность P_f. Именно этот критерий должен устанавливать адекватность расчетной ветровой нагрузки W_d.

Вероятность разрушения P_d можно было бы теоретически оценить на основе положений теории надежности сооружений, если известны распределения вероятностей нагрузок и прочности элементов конструкций и соединений. Однако методы, которыми теория надежности располагает в настоящее время, не позволяют получить искомые оценки, за исключением некоторых особых случаев, как, например, случай, рассмотренный в разд. А1.3 [см. выражения (А1.19 — А1.21)]. Кроме

* Эта цифра должна быть выше для «лихих» водителей и ниже для осторожных.

того, необходимые для этого распределения вероятностей во многих случаях недостаточно обоснованы. Поэтому практически не удается установить не только P_f, но также и P_d. Так, в большинстве случаев, когда имеют дело со сложными сооружениями, практически чрезвычайно трудно (если вообще возможно) оценить на основе методов теории надежности правомерность расчетных скоростей ветра, задаваемых строительными нормами и стандартами [3.38].

Тем не менее применение методов теории надежности к простым идеализированным моделям позволяет (как это будет показано в дальнейшем) составить правильное представление о правомерности некоторых положений о ветровых нагрузках, которые включены в строительные нормы.

3.5.3. Критический анализ использования среднего интервала повторения в качестве расчетного критерия. Как указывается в [3.6], ст. 11, используемый в расчетах средний интервал повторения следует выбирать в виде функции «от назначения, ожидаемого срока службы сооружения, степени его чувствительности к ветровым нагрузкам и риска для жизни людей и сохранности имущества в случае разрушения». В этой формулировке подразумевается, что использование в расчете заданного интервала повторения $\overline{N}_d$ обеспечит одинаковый уровень надежности для любых двух сооружений, подверженных действию ветровых нагрузок, при условии, что эти сооружения являются эквивалентными с точки зрения надежности, т.е. что такие факторы, как свойства материалов, ожидаемый срок службы и степень чувствительности к ветровым нагрузкам, одинаковы для них обоих. В частности, предполагается, что два сооружения будут одинаково надежными безотносительно к типу ветровых климатических условий, в которых каждое из них предполагается эксплуатировать, если они рассчитаны для одного и того же интервала повторения $\overline{N}_d$. Именно это допущение служит обоснованием для принятия среднего интервала повторения 50 лет при проектировании постоянных сооружений на всей территории США* [3.5].

Как показано ниже, анализ простой модели с позиций надежности дает основание считать, что такое допущение не соблюдается. Рассмотрим, например, растянутый элемент и пусть его отказ определяется как достижение напряжения текучести. Предполагается, что элемент работает линейно. Кроме того, принимается, что временная нагрузка, действующая на элемент, относительно невелика, так что расчет выполняется исходя из условия [3.6, с.10]

$$f_a \geqslant f_D + f_w(\overline{N}_d), \tag{3.17}$$

где f_a — допускаемое напряжение; f_D — напряжение, вызываемое постоянной нагрузкой; $f_w(\overline{N}_D)$ — напряжение, вызываемое ветром со скоростью v_d, которая соответствует среднему интервалу повторения $\overline{N}_d$.

И, наконец, коэффициенты изменчивости постоянной нагрузки и прочности материала принимаются пренебрежимо малыми по сравне-

* В Канаде предпочитают использовать интервал повторения 30, а не 50 лет [3.39].

нию с подобной же величиной для ветровых нагрузок, т.е. постоянная нагрузка и прочность материала предполагаются детерминированными, а не случайными величинами.

Средний интервал повторения $\bar{N}_y$ скорости ветра v_y, при действии которого наступает отказ, характеризует уровень надежности элемента и может быть выведен из соотношения

$$f_y = f_D + f_w(\bar{N}_y), \tag{3.18}$$

где f_y — напряжение текучести; $f_w(\bar{N}_y)$ — напряжение, вызываемое в элементе действием ветра с интервалом повторения $\bar{N}_y$.

Напряжения, вызванные ветровой нагрузкой, могут быть записаны в виде

$$f_w(\bar{N}_d) = KG(v_d)\, v_d^2; \tag{3.19}$$

$$f_w(\bar{N}_y) = KG(v_y)\, v_y^2, \tag{3.20}$$

где $G(v_d)$ и $G(v_y)$ — коэффициенты динамического усиления реакции от действия порывов ветра; K — коэффициент пропорциональности, который фактически представляет собой коэффициент влияния.

Коэффициенты динамического усиления реакции (коэффициенты динамичности) характеризуются слабой зависимостью от скорости ветра, поэтому в данном исследовании можно приближенно принять $G(v_d) = G(v_y)$. Тогда из соотношения (3.17), в котором поставлен знак равенства, используя (3.20), скорость ветра со средним интервалом повторения $\bar{N}_y$ может быть записана в виде

$$v_y = \left[\frac{f_y/f_a - f_D/f_a}{1 - f_D/f_a}\right]^{1/2} v_d. \tag{3.21}$$

При благоприятных ветровых климатических условиях можно принять, что вероятностные характеристики экстремальных ветров описываются распределением типа I, так что в выражении (3.21)

$$v_d = \mu - \sigma \ln\left[-\ln\left(1 - \frac{1}{\bar{N}_d}\right)\right]. \tag{3.22}$$

Тогда средний интервал повторения

$$\bar{N}_y = \frac{1}{1 - F(v_y)}, \tag{3.23}$$

где

$$F(v_y) = \exp\left\{-\exp\left[\frac{-(v_y - \mu)}{\sigma}\right]\right\}. \tag{3.24}$$

Из рассмотрения выражения (3.21) совместно с (3.24) видно, что $\bar{N}_y$ зависит от следующих факторов:

отношения f_y/f_a напряжения текучести к допускаемому напряжению;

отношения f_D/f_a, которое можно рассматривать как характеристику степени чувствительности к ветровому воздействию; в [3.35] она

Таблица 3.5. Расчетные средние интервалы повторения $\bar{N}_y$ (лет) [3.40]

				$\bar{N}_d = 50$ лет			$\bar{N}_d = 100$ лет		
			f_D/f_a	0	0,33	0,67	0,0	0,33	0,67
			v_y/v_d	1,28	1,40	1,71	1,28	1,40	1,71
	μ	σ	σ/μ						
Алпена, Мичиган	41	2,7	0,066	10,400	102	$>10^7$	25,300	270	$>10^7$
Ричмонд, Виргиния	37,7	3,7	0,098	2,560	13,900	$1,1 \cdot 10^6$	6,260	36,900	$3,3 \cdot 10^6$
Каир, Иллинойс	37,4	4	0,107	2,020	9,900	588	4,950	24,400	$2 \cdot 10^6$
Кантон, Нью-Йорк	40	5,3	0,132	1,220	4,800	167	2,990	12,800	556

определяется как степень преобладания ветровой нагрузки во всей внешней нагрузке. Для сооружения, рассчитанного в соответствии с выражением (3.17), степень чувствительности к ветровому воздействию будет высокой или низкой в зависимости от того, будет ли f_D/f_a соответственно ближе к нулю или единице;

среднего интервала повторения $\bar{N}_d$ расчетной скорости ветра;

расчетных параметров распределения μ и σ, которые характеризуют ветровые климатические условия в заданной местности.

Используя климатологические данные из [3.9], вычислим средние интервалы повторения $\bar{N}_y$ для четырех районов. При этом примем, что $f_y = 36 \cdot 10^3$, $f_a = 22 \cdot 10^3$ фунтов на квадратный дюйм (соответственно 248 и 152 МПа). Рассматриваются два значения $\bar{N}_d$, а именно $\bar{N}_d = 50$ лет и $\bar{N}_d = 100$ лет. Вычисления для каждого из этих значений проводятся для случаев $f_D/f_a = 0$; 0,33 и 0,67. Соответственно отношения v_y/v_d определяют из выражения [3.21]. Результаты вычислений приведены в табл. 3.5.

Как следует из табл. 3.5, $\bar{N}_y$ действительно зависит от характеристик ветровых климатических условий в рассматриваемом районе, т. е. существенно уменьшается с увеличением отношения σ/μ. Например, при одинаковых свойствах материала, степени чувствительности к ветровым воздействиям и средних интервалах повторения расчетных скоростей ветра, сооружение, расположенное в Кантоне, Нью-Йорк, будет менее надежным, чем такое же сооружение в Алпене, Мичиган. При $f_D/f_a = 0{,}33$ и $\bar{N}_d = 50$ лет рассматриваемое сооружение было бы более чем в 20 раз надежнее при его расположении в Алпене, а не в Кантоне. Более того, даже если бы сооружение в Кантоне было рассчитано на действие ветра с повторяемостью один раз в

100 лет, оно все же было бы в 10 раз менее надежным, чем сооружение в Алпене, рассчитанное на действие ветра с повторяемостью один раз в 50 лет.

Эти результаты подтверждают, что использование карт расчетных ветров, разработанных на основе стандартных средних интервалов повторения, несовместимо с задачей (подразумеваемой в положениях Строительных норм) обеспечения согласованных уровней надежности для сооружений, подверженных действию ветровых нагрузок. Для решения этой задачи требуются исследования, направленные на развитие с позиций надежности сооружений положений о районировании расчетных скоростей ветра.

Из результатов, приведенных в табл. 3.5, также следует, что средние интервалы повторения $\bar{N}_y$ сильно зависят от степени чувствительности сооружения к ветровым воздействиям, характеризуемой отношением f_D/f_a, но данная зависимость не принимается в расчет в современной практике проектирования. По этому вопросу также необходимо провести исследования, чтобы разработать эффективный расчетный критерий, обеспечивающий более согласованные уровни надежности для элементов с различной степенью чувствительности к ветровым воздействиям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛ. 3

3.1. A. Court, «Wind Extremes as Design Factors», *J. Franklin Inst.*, **256** (July 1953) 39—55.

3.2. *Manual of Surface Observations*, U. S. Weather Service, Washington, D.C., 1951, p. 92.

3.3. *Selective Guide to Climatic Data Sources*, Key to Meteorological Records Documentation No. 4.11, Environmental Data Service, U. S. Department of Commerce, Washington, D. C., 1969.

3.4. J. Wierenga, «An Objective Exposure Correction Method for Average Wind Speeds Measured at a Sheltered Location», *J. Royal Meteorol. Soc.*, **102** (1976) 241—253.

3.5. *Canadian Structural Design Manual*, Supplement No. 1 to the National Building Code of Canada, Associate Committee on National Building Code and National Research Council of Canada, Ottawa, 1975.

3.6. *Building Code Requirements or Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures*, American National Standard A58 1, American National Standards Institute, New York, 1972.

3.7. H. C. S. Thom, «New Distributions of Extreme Wind Speeds in the United States», *J. Struct. Div.*, ASCE, **94**, No. ST7, Proc. Paper 6038 (July 1968) 1787—1801.

3.8. P. Duchêne-Marullaz, «Etude des Vitesses Maximales du Vent», *Cahiers du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment*, No. 131, Cahier 1118, Paris, 1972.

3.9. E. Simiu and J. J. Filliben, *Statistical Analysis of Extreme Winds*, Technical Note No. 868, National Bureau of Standards, Washington, D. C., 1975.

3.10. E. Simiu, J. Biêtry, and J. J. Filliben, «Sampling Errors in the Estimation of Extreme Winds», *J. Struct. Div.*, ASCE (in press).

3.11. A. L. Sugg, L. G. Pardue, and R. L. Carrodus, *Memorable Hurricanes of the United States*, National Weather Service, Southern Region, NOAA Technical Memorandum NWS SR-56. Fort Worth. Tex., 1971.

3.12. H. L. Crutcher, «Wind Extremes», in Proceedings of the Second U. S. National Conference on Wind Engineering Research, Colorado State University, Fort Collins, Colo., 1975.

3.13. H. C. S. Thom, «Toward a Universal Climatological Extreme Wind Distribution», in *Proceedings of the International Research Seminar on Wind Effects on Buildings and Structure*, Vol. 1, University of Toronto Press, Toronto, Canada, 1968.
3.14. «The Hurricane Disaster Potential Scale», *Weatherwise* 27, 4, (Aug., 1974) 169, 186.
3.15. C. W. Cry, *Tropical Cyclones of the North Atlantic Ocean—Tracks and Frequencies of Hurricanes and Tropical Storms, 1871—1963*, Technical Paper No. 55, U. S. Department of Commerce, Weather Bureau, Washington, D. C., 1965.
3.16. G. E. Dunn and B. J. Miller, *Atlantic Hurricanes*, Louisiana State Univ. Press, Baton Rouge, La., 1960.
3.17. H. C. S. Thom and R. D. Marshall, «Wind and Surge Damage Due to Hurricane Camille», *J. Waterways, Harbors, and Coastal Eng. Div.*, ASCE **97**, WW5, (May 1971) 355—363.
3.18. F. P. Ho, R. W. Schwerdt, and H. V. Goodyear, *Some Climatological Characteristics of Hurricanes and Tropical Storms, Gulf and East Coasts of the United States*, NOAA Technical Report No. NWS 15, National Oceanic and Atmospheric Administration, Washington, D. C., May 1975.
3.19. L. R. Russell, «Probability Distributions for Hurricane Effects», *J. Waterways, Harbors, and Coastal Eng. Div.*, ASCE **97**, WW2, (Feb. 1971) 139—154.
3.20. L. R. Russell and G. I. Schuëller, «Probabilistic Models for Texas Gufl Coast Hurricane Occurrences», *J. Petro. Tech.*, (March 1974) 279—288.
3.21. D. L. Harris, «Meteorological Aspects of Storm Surge Generation», *J. Hydra. Div.*, ASCE (Dec. 1958) 1859-1 to 1859-25.
3.22. C. S. Gilman and V. A. Myers, «Hurricane Winds for Design Along the New England Coast», *J. Waterways and Harbors Div.*, ASCE **87**, WW5, (May 1961) 45—65.
3.23. E. Hugot, *Handbook of Cane Sugar Engineering*, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 1960.
3.24. *Hurricanes Affecting the Coast of Texas from Galveston to Rio Grande*, Technical Memorandum No. 78, Baech Erosion Board, Office of the Chief of Engineers, Department of the Army, Corps of Engineers, 1956.
3.25. J. R. Hope and C. J. Neumann, *Digitized Atlantic Tropical Cyclone Tracks*, NOAA Technical Memorandum NWS SR-55, National Oceanic and Atmospheric Administration, National Weather Service, Southern Region, Fort Worth, Tex., 1971.
3.26. V. A. Myers, *Storm Tide Frequencies on the South Carolina Coast*, NOAA Technical Report No. NWS 16, National Oceanic and Atmospheric Administration, Office of Hydrology, Silver Spring, Md., 1975.
3.27. J. E. Overland, *Estimation of Hurricane Storm Surge in Apalachicola Bay*, Florida, NOAA Technical Report No. NWS 17, National Oceanic and Atmospheric Administration, Office of Hudrology, Silver Spring, Md., 1975.
3.28. *Model Minimum Hurricane-Resistant Building Standards for the Texas Gulf Coast*, The Texas Coastal and Marine Council, Austin, Tex., 1976.
3.29. C. Holliday, *On the Maximum Sustained Winds Occurring in Atlantic Hurricanes*, Technical Memorandum No. WBTM-SR-45, U. S. Dept. of Commerce, Environmental Sciences Services Administration, Weather Bureau, Southern Region, Fort Worth, Tex., 1969.
3.30. E. H. Markee, J. G. Beckerley, and K. E. Sanders, *Technical Basis for Interim Regional Tornado Criteria*, WASH-1300 (UC-11), U. S. Atomic Energy Commission, Office of Regulation, Washington, D. C., 1974.
3.31. H. C. S. Thom, «Tornado Probabilities», *Mon. Weather Rev.*, **17** (Dec. 1973) 730—736.
3.32. T. T. Fujita, *Proposed Characterization of Tornadoes and Hurricanes by Area and Intensity*, Satellite and Mesometeorology Research Project (University of Chicago), Research Paper No. 89, 1970.
3.33. Y. K. Wen and S. L. Chu, «Tornado Risks and Design Wind Speed», *J. Struct. Div.*, ASCE (Dec. 1973) 2409—2421.
3.34. J. R. Eagleman, V. U. Muirhead, and W. Willems, *Thunderstorms, Tornadoes and Building Damage*, Lexington Books, Heath Lexington, Mass., 1975.

3.35. G. N. Brekke, *Wind Pressures in Various Areas of the United States*, Building, Materials, and Structures Report No. 152, National Bureau of Standards, Washington, D. C. 1959.
3.36. *Uniform Building, Code*, International Conference of Building Officials, Los Angeles, 1974.
3.37. *Discussion of Paper III-7 by H. S. Saffir*, «Hurricane Camille: Data on Storm and Structural Damage», comment by A. G. Davenport, in *Proceedings of the Third International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures, Tokyo*, 1971, Saikon, Tokyo, 1972, p. 641.
3.38. «Structural Safety — A Literature Review», Task Committee on Structural Safety of the Administrative Committee on Analysis and Design for Structural Division, *J. Struct. Div.*, ASCE, **98**, No. ST4 (April 1972) 845—884.
3.39. *Canadian Structural Design Manual*, Supplement No. 4 to the National Building Code of Canada, Associate Committee on the National Building Code and National Research Council of Canada, Ottawa, 1970, p. 11.
3.40. E. Simiu, «Wind Climate and Failure Risks», *J. Struct. Div.*, ASCE **102**, No. ST9, Proc. Paper 12389 (Sept. 1976) 1703—1707.

ЧАСТЬ II. ВЕТРОВЫЕ НАГРУЗКИ И ИХ ВОЗДЕЙСТВИЕ НА СООРУЖЕНИЯ

4. АЭРОДИНАМИКА ПЛОХООБТЕКАЕМЫХ ТЕЛ

Предмет аэродинамики охватывает очень широкую область исследований. По этой причине в настоящей главе остановимся только на нескольких основных ее моментах. Данная область исследований получила первоначальный интенсивный импульс к своему развитию еще в начале XX столетия, когда предпринимались усилия овладеть полетами летательных аппаратов тяжелее воздуха. С тех пор она постоянно интенсивно развивалась благодаря различным исследованиям в аэрокосмической области, а также непрерывному совершенствованию конструкции машин с внутренними потоками, таких как реактивные двигатели, насосы и турбины.

За последние три десятилетия возникли новые интересные направления применения аэродинамики для расчета гражданских инженерных сооружений. Поскольку обычно приходится иметь дело с природным воздушным потоком, эти приложения аэродинамики ограничиваются рассмотрением явлений, происходящих преимущественно в малоскоростных потоках несжимаемых жидкости и газа. При таком применении аэродинамика становится к тому же тесно связаной с метеорологией и, в частности, занимается турбулеитными течениями в пограничном слое атмосферы.

Наряду со средней скоростью ветра, имеющей первостепенное значение, для инженера-строителя представляют интерес два аспекта этих турбулентных течений: степень турбулентности природного воздушного потока, набегающего на сооружение, и локальная или «пристеночная» турбулентность, вызываемая самим сооружением. Поскольь-

ку большинство сооружений в гражданском строительстве по своей форме являются для ветра плохообтекаемыми объектами, основное внимание в инженерных исследованиях ветровых воздействий уделяется аэродинамике плохообтекаемых тел. Это обстоятельство, характеризующее новое состояние исследований (которым не придавали такого большого значения в аэронавтике и других предыдущих научных разработках), привело к появлению новых работ по изучению особенностей обтекания сооружений с плохообтекаемыми формами, таких как здания, башни и мосты. В этой связи особое внимание уделяется детальному изучению формирования давления со стороны потока на обтекаемое тело.

В настоящей главе рассматриваются некоторые основные теоретические положения и данные экспериментальных работ, которые положены в основу инженерных исследований ветровых воздействий.

4.1. Основные уравнения

4.1.1. Уравнения движения и неразрывности. Выделим в потоке жидкости неподвижный элементарный объем dV. Вектор скорости* жидкости обычно представляется в виде

$$\mathbf{u} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}, \tag{4.1}$$

где i, j, k — единичные компоненты вектора по трем осям x, y, z в неподвижной прямоугольной системе координат.

Для компактности обозначения заменим x, y, z соответственно на x_1, x_2, x_3; u, v, w на u_1, u_2, u_3 и единичные векторы i, j, k на $\mathbf{i}_1$, $\mathbf{i}_2$, $\mathbf{i}_3$. Тогда (4.1) можно переписать в виде

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^{3} u_i \mathbf{i}_i. \tag{4.2}$$

Сила, действующая на жидкость, содержащуюся в объеме dV, состоит из двух частей. Первую часть, которую принято называть массовой силой и которая вызывается некоторым полем сил, таким как гравитационное, обозначим $\mathbf{F}\rho dV$, где ρ — плотность жидкости. Вторая часть вызывается суммарным действием на этот объем жидкости внутренних напряжений σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$). Так, например, вклад в нее за счет нормальных напряжений σ_{11} (рис. 4.1) составляет

$$-\sigma_{11}\,dx_2\,dx_3 + \left(\sigma_{11} + \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1}\,dx_1\right) dx_2\,dx_3 = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1}\,dx_1\,dx_2\,dx_3 = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1}\,dV. \tag{4.3}$$

Подобным же образом можно показать, что составляющая суммарной силы по направлению i от действия всех напряжений σ_{ij} выразится в виде

* В приложениях в тех случаях, когда поток только в одном направлении характеризуется существенным значением средней скорости, на которую накладываются переменные компоненты, среднее течение часто принимается направленным по оси x со скоростью U; соответственно компоненты скорости по осям x, y, z в этом случае обозначаются как $U + u$, v, w.

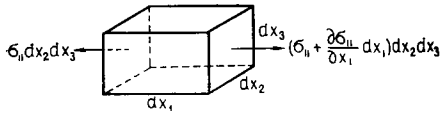


Рис. 4.1. Силы, действующие на элементарный объем жидкости

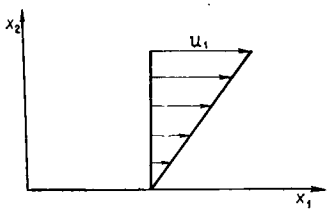


Рис. 4.2. Линейная зависимость скорости от расстояния от стены

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} dV. \tag{4.4}$$

Обозначая затем составляющие **F** как F_i ($i = 1, 2, 3$), получим на основании второго закона Ньютона уравнение баланса сил

$$\frac{Du_i}{Dt} \rho dV = F_i \rho dV + \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} dV \ (i = 1, 2, 3), \tag{4.5}$$

где оператор D/Dt, известный как субстанциональная или *материальная* производная, определяется следующим образом:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{j=1}^{3} u_j \frac{\partial}{\partial x_j}. \tag{4.6}$$

Поскольку уравнения (4.5) справедливы для всех элементарных объемов, множитель dV можно опустить, тогда *уравнения движения* частицы жидкости запишем в виде

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho F_i + \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial_{ij}}{\partial x_j} \ (i = 1, 2, 3). \tag{4.7}$$

Можно получить различные формы этого основного уравнения в зависимости от природы сил F_i и напряжений σ_{ij}, действующих на частицу жидкости.

Прежде чем перейти к рассмотрению этих частных случаев, представляется полезным напомнить принцип сохранения массы. Суть его состоит в том, что скорость увеличения массы жидкости, содержащейся внутри некоторого объема, ограниченного неподвижной замкнутой поверхностью, должна быть равна разнице между скоростями притока и оттока из этого объема. Соответственно можно показать, что уравнения неразрывности будут иметь вид [4.1, 4.2]:

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \tag{4.8}$$

Для несжимаемой жидкости, в которой плотность не меняется, они преобразуются к виду

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \tag{4.9}$$

4.1.2. Уравнения Навье—Стокса. В отличие от твердого тела жидкость в условиях статического нагружения не способна воспринимать какие-либо установившиеся напряжения, за исключением нормального напряжения. С другой стороны, при динамических нагрузках она может оказывать переменное по времени сопротивление сдвигу. В таком случае можно с достаточной точностью принять, что единственными включаемыми в рассмотрение напряжениями должны быть или нормальные давления, или напряжения, связанные с вязкостью жидкости, что и делается в большинстве приложений механики жидкости. Жидкости, напряжения внутреннего трения в которых пропорциональны изменению производной скорости по нормали к ее вектору, называются *вязкими*, или *ньютоновскими*. Например, напряжение трения σ_{12} в простом двумерном (плоском) потоке, показанном на рис. 4.2, выражаются в виде

$$\sigma_{12} = \mu \, (\partial u_1 / \partial x_2), \tag{4.10}$$

где коэффициент пропорциональности носит определение динамического коэффициента вязкости жидкости*.

Далее, раскладывая *тензор* полных напряжений σ_{ij} в некоторой точке жидкости на напряжение давления (или просто *давление*, т. е. нормальное напряжение) p и *девиатор* напряжений, который определяется как

$$d_{ij} = 2\mu \left(e_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{k=1}^{3} e_{kk} \right) \quad (i, \ j = 1, 2, 3), \tag{4.11}$$

где

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \tag{4.12}$$

и

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j, \end{cases} \tag{4.13}$$

можно получить следующее выражение, характеризующее падение напряжения σ_{ij}:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu \left(e_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{k=1}^{3} e_{kk} \right). \tag{4.14}$$

При использовании его для ньютоновской жидкости получим уравнения движения** в виде:

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ 2\mu \left(e_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{k=1}^{3} e_{kk} \right) \right\}. \tag{4.15}$$

* Единицы динамической вязкости: μ = (сила/площадь) (длина/скорость) = = (сила·время/длина^2) = масса/(длина·время). Например, значения μ для воздуха и воды при 20 °С составляют $\mu_{\text{воздуха}} = 1{,}81$ г/(см·с), $\mu_{H_2O} = 1{,}002$ г/(см·с). Общепринятыми единицами измерения являются пуазы: 1 П = 1 г/(см·с) = 0,002089 фунт-сила·с/фут^2. В системе СИ динамическая вязкость измеряется в Па·с, 1 П = 0,1 Па·с.

** Более подробное объяснение можно найти, например, в [4.1—4.4].

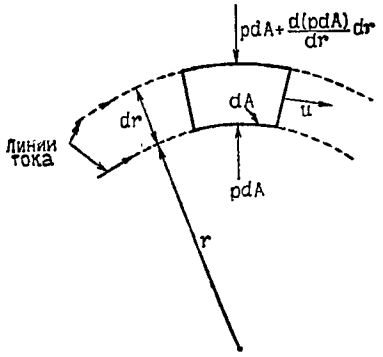


Рис. 4.3. Течение по криволинейной траекторин

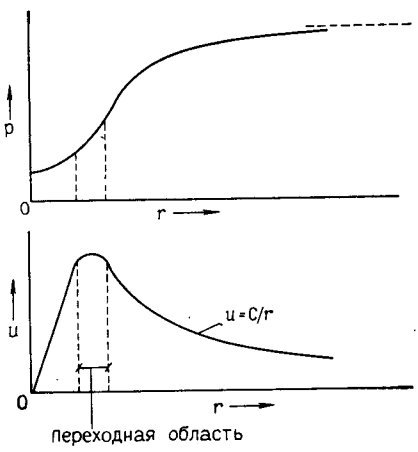


Рис. 4.4. Распределение давления и скорости в потоке при вихревом течении

Уравнения (4.15) ($i, j = 1, 2, 3$) представляют собой хорошо известные *уравнения Навье—Стокса*. Если воспользоваться (4.12) и при этом считать, что динамический коэффициент вязкости является постоянным по всей жидкости, то уравнения (4.15) принимают вид

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left(\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial \sum_{k=1}^{3} (\partial u_k / \partial x_k)}{\partial x_i} \right). \qquad (4.16)$$

Дальнейшее упрощение возможно в случае несжимаемой жидкости, т. е. когда выполняется равенство (4.9). Тогда уравнения (4.16) в векторной форме запишем следующим образом:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \mathbf{F} - \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial p}{\partial x_i} \mathrm{i}_i + \mu \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial x_j^2}. \qquad (4.17)$$

4.1.3. Уравнение Бернулли. В том случае, когда жидкость, будучи несжимаемой, является к тому же *невязкой* ($\mu = 0$) и на нее действуют пренебрежительно малые массовые силы, уравнение (4.17) принимает вид

$$\rho \frac{Du}{Dt} = - \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial p}{\partial x_i} \mathrm{i}_i. \qquad (4.18)$$

Если оси координат направлены таким образом, что x_1 соответствует направлению движения и течение установившееся, то непосредственно из интегрирования уравнения (4.18) получим

$$1/2 \, | \mathrm{u} |^2 + p/\rho = \mathrm{const} \qquad (4.19)$$

в каждой точке линии тока. Уравнение (4.19) — частный случай *теоремы Бернулли* и чаще всего записывается в виде

$$1/2 \rho u^2 + p = \mathrm{const}, \qquad (4.20)$$

где u — скорость потока вдоль линии тока; $^1/_2\rho u^2$ имеет размерность давления и обычно называется *динамическим давлением* (скоростным напором).

Это уравнение, имеющее важное значение, широко используется для интерпретации соотношения между давлением и скоростью в атмосферных течениях и потоках в аэродинамической трубе. Подробное рассмотрение уравнения Бернулли и его применения для исследования потоков жидкости, включая и те, в которых учитывается ее вязкость, приведено в подразд. 3.5 из [4.3].

4.2. Течение по криволинейной траектории. Вихревое течение

Рассмотрим плоский поток между двумя локально концентрическими линиями тока, отстоящими друг от друга на расстоянии dr и имеющими радиус кривизны r (рис. 4.3). Чтобы поток сохранял свою криволинейную траекторию, он должен испытывать действие ускорения по направлению к центру кривизны линий тока величиной u^2/r (где u — локальная тангенциальная скорость течения). Обозначим давление, действующее на рассматриваемый элемент жидкости, через p. Разница давления от одной линии тока к другой по радиусу кривизны r, которая и обусловливает появление ускорения, равна dp. Тогда уравнение движения элемента жидкости запишется в виде

$$dpdA = \rho dr dA\,(u^2/r),$$

где ρ — плотность жидкости; A — площадь элемента в плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка.

Из этого соотношения следует, что изменение давления по нормали к линиям тока криволинейного потока в отсутствие каких-либо других сил составляет

$$dp = \rho u^2 \frac{dr}{r}. \tag{4.21}$$

Затем с помощью уравнения Бернулли (4.20) можно вычислить давление вдоль криволинейной траектории такого невозмущенного потока.

В частности, рассмотрим случай, когда поток является замкнутым, круговым и значение p_0 в уравнении (4.20) одинаково по всей линии тока, так называемый случай *вихревого течения*. Дифференцируя (4.20), получим уравнение

$$\rho u\,(du/dr) + (dp/dr) = 0, \tag{4.22}$$

которое совместно с (4.21) дает

$$du/u = -dr/r. \tag{4.23}$$

Проинтегрировав затем (4.23), в результате получим

$$ur = C = \text{const}. \tag{4.24}$$

Этот простой закон устанавливает для несжимаемой, невязкой жидкости теоретическое соотношение (гиперболического типа) между радиусом r и тангенциальной скоростью u в *свободном вихре*.

Однако в реальном свободном вихре вдобавок сказывается влияние вязкости, которая не учитывалась в только что приведенном простом выводе формулы. В частности, при этом будет иметь место эффект «запирания» некоторой части жидкости (вблизи центра), приводящий к ее вращению как жесткого тела, а не идеальной жидкости, описываемой соотношением (4.24).

Таким образом, локально вблизи центра свободного вихря скорость u будет *увеличиваться* с увеличением радиуса, тогда как в соответствии с равенством (4.24) она должна *уменьшаться* с увеличением r. В действительности же это последнее условие будет выполняться за пределами *переходной области*, в которой u достигает своего максимального значения. Значение u в такой области зависит от степени вязкости жидкости и суммарного количества движения вихря.

На рис. 4.4 показаны количественные зависимости давления и скорости от r, которые выполняются в свободном вихре, возникающем в реальной жидкости. Следует отметить, что описанный здесь свободный вихрь отличается от вынужденного или *ограниченного вихря*, который может развиваться в жидкости, содержащейся во вращающемся резервуаре.

Свободный вихрь играет важную роль во многих потоках, встречающихся в инженерных приложениях. Например, атмосферные течения вдоль криволинейных изобар, показанных на синоптической карте, описываются на основе обобщений уравнения (4.21), которые были сделаны в разд. 2, где дополнительно учтены еще силы Кориолиса.

4.3. Пограничные слои и отрыв потока

Установлено, что интервал значений коэффициента вязкости для различных жидкостей весьма велик. Коэффициент вязкости воздуха при обычных значениях атмосферного давления и температуры имеет относительно малую величину. Тем не менее в ряде случаев эта малая вязкость играет значительную роль. Важное проявление вязких свойств воздуха имеет место при образовании *пограничных слоев*.

Рассмотрим поток воздуха над неподвижной гладкой поверхностью. Экспериментально установлено, что в месте контакта воздуха с поверхностью происходит его прилипание. Это вызывает торможение движения воздуха в слое вблизи поверхности, который принято называть пограничным слоем. В пределах пограничного слоя скорость воздуха возрастает от нуля на поверхности (отсутствие скольжения) до ее полного значения, которое соответствует внешнему (в противоположность пограничному слою) течению [2.1]. Профиль скорости в пограничном слое изображен на рис. 4.5.

Поскольку воздух обладает массой, то он проявляет свои инерционные свойства в соответствии со вторым законом Ньютона (или, точнее, уравнениями Навье—Стокса). Следовательно, наиболее существенное влияние на воздушный поток оказывают две силы: вязкости и инерции. Их соотношение между собой становится своего рода критерием того, появление какого рода характерных особенностей течения или явлений следует при этом ожидать. Этот критерий можно выра-

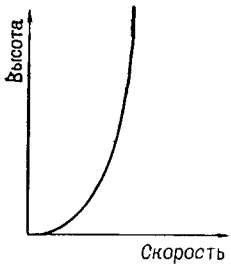


Рис. 4.5. Типичный профиль скорости в пограничном слое
1 — высота; *2* — скорость

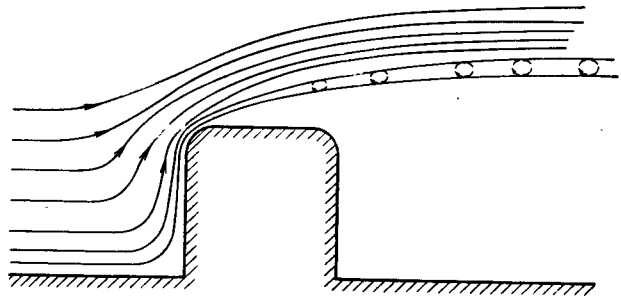


Рис. 4.6. Отрыв потока при обтекании угла препятствия

зить в виде безразмерного параметра Re (числа Рейнольдса), которое пропорционально отношению сил инерции и вязкости.

Например, рассмотрим некоторый объем жидкости с характерным размером образующей его поверхности L. Тогда на основании теоремы Бернулли распределенное суммарное давление $p - p_0$, вызванное потоком жидкости, движущимся со скоростью U, и составляющее порядка $^1/_2\rho U^2$, приведет к возникновению сил инерции, действующих на элемент жидкости, заключенный в этом объеме. Они составят порядка $\rho U^2 L^2$. С другой стороны, приходящиеся на этот элемент вязкие напряжения имеют порядок $\mu U/L$, так что силы, учитывающие влияние вязкости, составят порядка $\mu U/LL^2$. Тогда отношение сил инерции и вязкости будет порядка

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho U^2 L^2}{\mu UL^2/L} = \rho \frac{UL}{\mu} = \frac{UL}{\nu}, \qquad (4.25)$$

где $\nu = \mu/\rho$ называется кинематическим коэффициентом вязкости* (см. также разд. 9.1). Таким образом, когда Re велико, преобладает влияние сил инерции; если же оно мало, сильнее сказывается влияние вязкости. Отметим, что концепция числа Рейнольдса носит весьма локальный характер в отношении учета влияния границ потока, т. е. выбор характерной длины L для вычисления Re зависит от степени заинтересованности исследователя в изучении локальных подробностей. Таким образом, поток, обтекающий данное тело, может характеризоваться широким диапазоном значений Re в зависимости от той

* Типичные значения кинематических коэффициентов вязкости для воздуха и воды составляют соответственно $\nu_{\text{возд}} = 0{,}150$ см^2/с при 20 °С и $\nu_{H_2O} = 1{,}004$ см^2/с при 20 °С.

Общепринятой единицей кинематической вязкости является стокс: 1 Ст = 1 см^2/с = 0,0010764 фут^2/с.

В системе СИ кинематическая вязкость измеряется в м^2/с, 1 Ст = 10^{-4} м^2/с.

Удобной приближенной формулой для нахождения числа Рейнольдса в воздухе при примерно 20 °С и атмосферном давлении может служить выражение $67000UL$, где U — измеряется в м/с, а L — в метрах. Оно принимает вид $6230UL$ при U в футах/с, а L — в футах.

области, на которой сконцентрированы исследования. Если же поток, охватывающий данное тело, рассматривается в целом, то обычно за длину L принимают некоторый габаритный характерный размер этого тела.

Отрыв пограничного слоя происходит в том случае, когда движение частиц жидкости в пограничном слое в такой степени замедляется под действием сил инерции, что течение вблизи поверхности меняет свое направление на противоположное. Эти эффекты торможения возникают из-за наличия в потоке положительных градиентов давления (градиентов противодавления). Такие значительные положительные градиенты давления, как те, которые могут возникнуть, например, при обтекании угла плохообтекаемого тела, приводят к отрыву потока. Посредством процессов, которые еще недостаточно ясны, отделившиеся слои образуют дискретные вихри, распространяющиеся в спутной струе позади плохообтекаемого тела (рис. 4.6). Естественно, что особенности этого течения в значительной степени зависят от числа Рейнольдса.

Течения, представляющие практический интерес, имеют числа Рейнольдса, охватывающие интервал от значений близких к нулю до 10^8 или 10^9. Непрерывное увеличение чисел Рейнольдса потока, обтекающего препятствие, как правило, вызывает последовательную смену течений, отличающихся широким разнообразием явлений, для которых число Рейнольдса (как показано, например, в разд. 4.4) является удобным критерием.

Если, как это имеет место в большинстве случаев, поток, обтекающий тело, отрывается в некоторой точке*, то спутная струя будет обладать свойствами вихреобразования. В зависимости от значения числа Рейнольдса течение будет *турбулентным* в большей или меньшей степени. Следовательно, многие турбулентные потоки можно рассматривать как обычные спутные струи, в которых объект, находившийся выше по течению, уже «перемешал» поток в известном смысле таким же образом, как это было описано. Турбулентность может быть вызвана и при помощи другого, чем упомянутый выше механизм перемешивания (например, термической конвекцией), но для большинства потоков, имеющих важное значение в инженерных исследованиях ветровых воздействий, можно считать, что турбулентность вызвана механически. Так, например, деревья, здания или местность, расположенная выше по течению от заданной точки, играют важную роль в развитии турбулентности ветра, наблюдаемого в пограничном слое атмосферы над этой точкой. Описание турбулентности природных воздушных потоков приведено в разд. 2.3.

При наличии турбулентности в потоке один турбулентный слой жидкости стремится вызвать турбулентные движения в прилежащих слоях, что, например, имеет место в спутной струе или пограничном слое. Это происходит посредством передачи количества движения от

* Для аэродинамической поверхности появление такого отрыва вдоль ее корпуса обычно желательно как можно позже, в соответствии со стремлением путем регулирования распределения давления (приданием соответствующей геометрической формы) увеличить подъемную силу и уменьшить сопротивление.

одного слоя к другому. Подобное же явление встречается и в отсутствие турбулентности, когда образуется ламинарный (в противоположность турбулентному) пограничный слой. Разница между ламинарным и турбулентным пограничным слоем состоит в том, что в первом перенос количества движения происходит на молекулярном, а не на макроскопическом уровне. Динамический коэффициент вязкости жидкости μ фактически характеризует результат такого молекулярного переноса количества движения. Как отмечается в разд. 2.1, при рассмотрении атмосферных течений можно считать, что свойства турбулентных пограничных слоев определяются эквивалентной кинематической вязкостью, называемой турбулентной вязкостью, значения которой отражают обусловленные турбулентностью большие переносы количества движения.

4.4. Спутная струя и вихревые системы в плоском потоке

Все последующее обсуждение проводится в предположении, что поток является двумерным (плоским), т. е. не зависит от координаты, нормальной к рассматриваемой плоскости. Рассмотрим двумерный поток, обтекающий плоскую пластину с острыми кромками, которая показана на рис. 4.7.

При весьма малых числах Рейнольдса (например, $UL/\nu \approx 0{,}3$, где L — размер пластины поперек потока) поток огибает острые углы и безотрывно следует вдоль как передней, так и тыльной стороны контура пластины (см. рис. 4.7, *а*). При небольшом увеличении числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} \approx 10$), достигнутом только путем увеличения скорости течения при обтекании той же самой пластины, происходит срыв струй потока по ее углам, а позади пластины образуются два крупных симметричных вихря, которые остаются присоединенными к ее тыльной стороне (см. рис. 4.7, *б*).

При дальнейшем увеличении числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} \approx 250$) симметричные вихри разрушаются и заменяются правильной последовательностью чередующихся вихрей, которые по очереди образуются у верхней и нижней кромок пластины и уносятся вниз по течению (рис. 4.7, *в*). Полный цикл этого явления определяется как проявление его активности от появления некоторой мгновенной картины обтекания тела и до следующей подобной же картины.

При еще бо́льших числах Рейнольдса, скажем $\mathrm{Re} \geqslant 1000$ (рис. 4.7, *г*), преобладают инерционные силы. При этом крупные, обособленные вихри имеют небольшую возможность для своего формирования, и вместо них позади пластины образуется, как правило, турбулентная спутная струя. Две внешние кромки пластины формируют «слой со сдвигом», состоящий из длинных цепочек наиболее мелких вихрей. Они располагаются в той части спутной струи, которая прилегает к области плавного течения. В итоге отметим, что эти результаты наглядно иллюстрируют изменения, происходящие в потоке в зависимости от числа Рейнольдса, при переходе от области с преобладающим влиянием вязкости к области, где преобладает действие сил инерции.

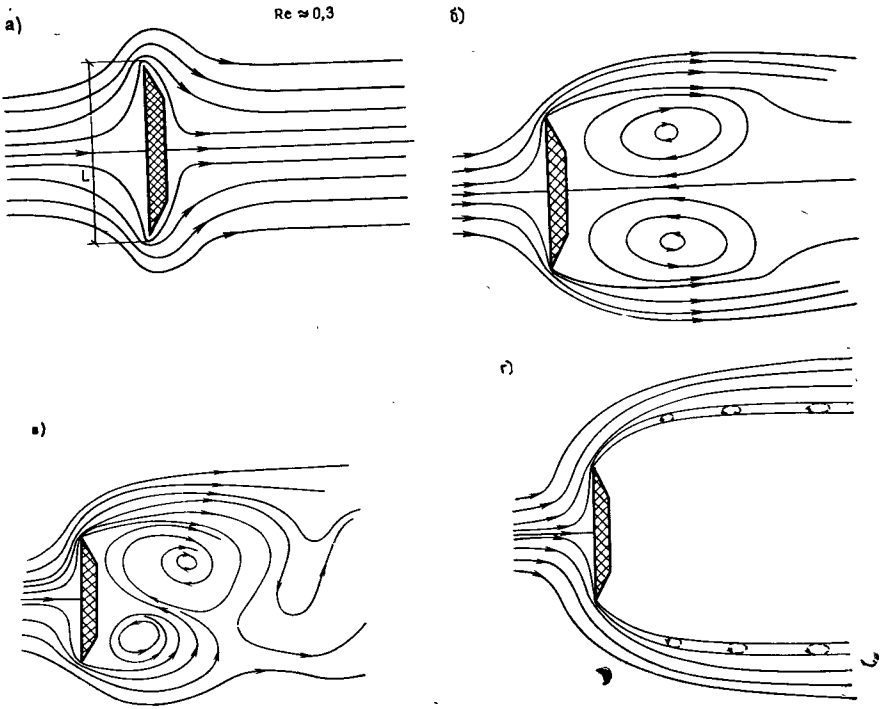


Рис. 4.7. Обтекание пластины с острыми кромками
а — Re≈0,3; *б* — Re≈10; *в* — Re≈250; *г* — Re⩾1000

Далее кратко рассмотрим известный случай плоского потока, обтекающего круговой цилиндр (рис. 4.8). Увеличивая скорость течения, можно вызвать целый ряд состояний потока, каждое из которых отождествляется с конкретным интервалом чисел Рейнольдса. При весьма малых значениях числа Рейнольдса ($Re \approx 1$) поток (который предполагается при подходе к телу ламинарным) остается присоединенным к цилиндру по всему его периметру, как это показано на рис. 4.8, *а*. При $Re \approx 20$ течение сохраняется симметричным, но происходит отрыв потока и образование в спутной струе крупных вихрей, которые располагаются вблизи тыльной (относительно направления течения) поверхности цилиндра, что и показано на рис. 4.8, *б*. При $30 \leqslant Re \leqslant 5000$ от цилиндра отрываются правильно чередующиеся вихри, которые образуют вниз по течению четко выраженную «вихревую дорожку». Первыми сообщение об этом явлении сделали Бенар [4.5] и фон Карман [4.6] (рис. 4.8, *в*).

Более тонкие детали этого поразительного процесса до сих пор еще не изучены, и он продолжает оставаться в центре многих как экспериментальных, так и теоретических исследований. Позади цилиндра образуется устойчивая система расположенных в шахматном порядке вихрей, которые перемещаются вниз по течению со скоростью, несколько

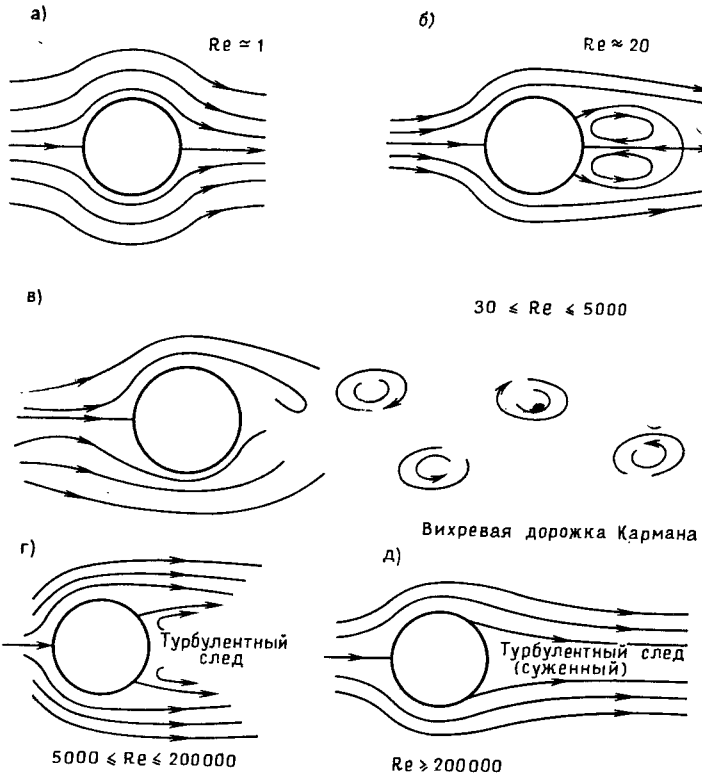


Рис. 4.8. Обтекание кругового цилиндра
а — Re≈1; *б* — Re≈20; *в* — $30 \leqslant Re \leqslant 5000$; *г* — $5000 \leqslant Re \leqslant 200\,000$; *д* — $Re \geqslant 200\,000$

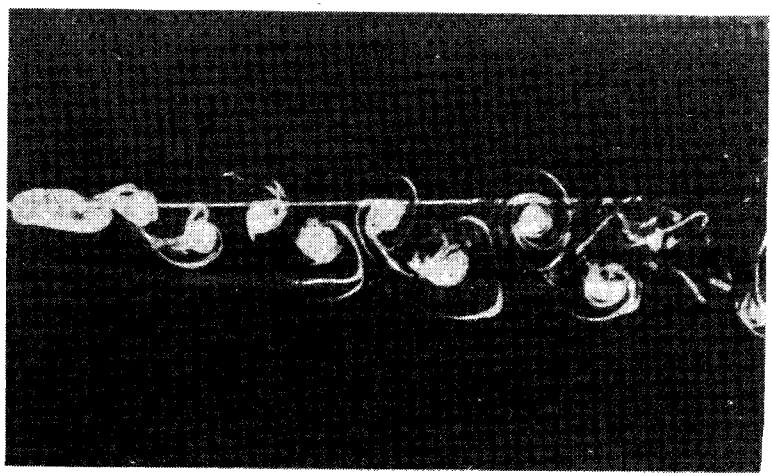


Рис. 4.9. Вихревая дорожка в гидродинамической трубе

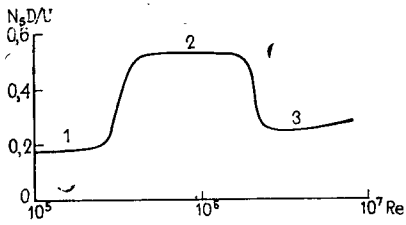


Рис. 4.10. Зависимость числа Струхаля N_sD/u от числа Рейнольдса Re для кругового цилиндра

1 — периодический срыв вихрей; *2* — случайный срыв вихрей; *3* — регулярный срыв вихрей

меньшей, чем скорость окружающей жидкости. В этом интервале чисел Рейнольдса в отличие от самих вихрей течение спутной струи довольно плавное и регулярное. На рис. 4.9 изображены линии тока в спутной струе позади кругового цилиндра, установленного в гидродинамической трубе [4.7], при упомянутом выше интервале значений чисел Re. Течение на этой фотографии стало видимым за счет выделения из цилиндра красящего вещества.

При дальнейшем увеличении числа Рейнольдса в интервале $5000 \leqslant \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 200\,000$ перед точкой отрыва сохраняется безотрывное ламинарное обтекание цилиндра. В отделившемся же потоке наблюдается пространственная картина движений, и в спутной струе происходит переход к турбулентному течению — тем дальше от цилиндра вниз по течению, чем меньше числа Рейнольдса и ближе к его поверхности при их увеличении [4.19]. Для наибольших в этом интервале чисел Рейнольдса спутная струя позади цилиндра подвергается турбулизации уже непосредственно после отрыва потока и между находящимися на некотором расстоянии друг от друга слоями со сдвигом образуется турбулентный след (рис. 4.8, *г*).

При превышении $\mathrm{Re} \approx 200\,000$ (рис. 4.8, *д*) спутная струя заметно суживается (что приводит к уменьшению лобового сопротивления, см. рис.4.16) и срыв вихрей в гораздо большей степени представляется случайным. Однако с увеличением скорости при $\mathrm{Re} \approx 4 \cdot 10^6$ их срыв снова становится регулярным, несмотря на то, что спутная струя теперь сохраняет значительную степень турбулентности. Наибольшее значение числа Рейнольдса, до которого проводились экспериментальные исследования этого явления, составляет примерно 10^8 [9.31].

Другие плохообтекаемые тела, особенно треугольные, квадратные, прямоугольные и другие призмы правильной и неправильной геометрической формы, вызывают аналогичные явления срыва вихрей.

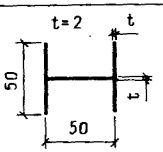
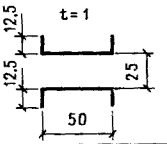
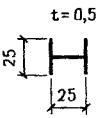
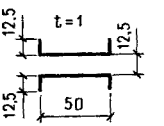
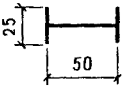
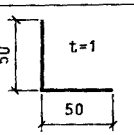
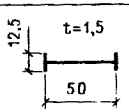
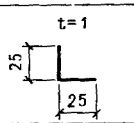
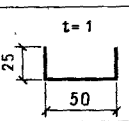
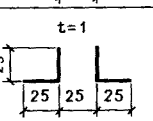
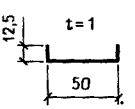
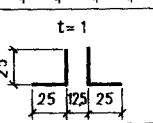
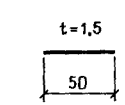
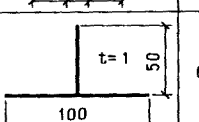
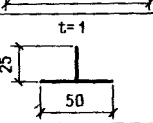
О явно выраженной их закономерности в спутной струе впервые было сообщено Струхалем [4.8], который указал, что явление срыва вихрей описывается в терминах безразмерного числа (числа Струхаля):

$$\mathrm{Sh} = N_s D/U,$$

где N_s — частота полных циклов срыва вихрей; D — характеристический размер тела в проекции на плоскость, нормальную к средней скорости течения; U — скорость набегающего потока, который предполагается ламинариым.

Число Sh принимает различные характеристические постоянные значения в зависимости от формы поперечного сечения призмы, помещенной в поток. На рис. 4.10 [4.9] проведено обобщение зависимости Sh от Re для кругового цилиндра в интервале значений $10^5 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^7$.

Таблица 4.1. Число Струхаля Sh для различных профилей

Направление ветра	Размеры профиля, мм	Значение Sh	Направление ветра	Размеры профиля, мм	Значение Sh
→		0,120	↓		0,147
↓		0,137			
→		0,120	↓		0,150
↓		0,144	←		0,145
			↑		0,142
			↙		0,147
↓		0,145	←		0,131
			↑		0,134
			↙		0,137
↓		0,140	→		0,121
↑		0,153	↓		0,143
↓		0,145	→		0,135
↑		0,168			
→		0,156	→		0,160
↓		0,145			
Цилиндр 11800 < Re < 19100 		0,200	→		0,114
			↑		0,145

В табл. 4.1 [4.10] также приводится целый ряд значений Sh для различных форм поперечного сечения при числах Рейнольдса, соответствующих интервалу явно выраженного срыва вихрей; при этом приходящий поток является ламинарным.

Еще продолжается некоторая дискуссия по вопросу о том, сможет ли по-прежнему проявляться периодический характер срыва вихрей при чрезвычайно больших числах Рейнольдса, скажем $\mathrm{Re} \gg 10^8$. Если вместо истинного кинематического коэффициента вязкости использовать эффективный коэффициент турбулентной вязкости (см. 2.2), то в таком случае можно вычислить новый интервал чисел Рейнольдса, в котором появляется возможность еще раз прогнозировать отрыв правильно чередующихся вихрей от очень больших плохообтекаемых объектов. Таким способом можно наблюдаемые время от времени в океанских течениях позади островов вихревые дорожки из больших вихрей привести в соответствие с существенно более мелкомасштабными экспериментальными наблюдениями.

В качестве примера на рис. 4.11 приведена репродукция сделанной со спутника фотографии [4.11] вихревой дорожки в атмосфере, которая стала видимой благодаря присутствию облаков в месте отрыва вихрей от горной вершины острова Гуадалупе, возвышающейся более чем на 1200 м над Тихоокеанским побережьем Мексики. Фотография охватывает около 250 км. Если принять эффективное значение коэффициента (кинематической) турбулентной вязкости равным $\nu_t \approx 50$ м^2/с, то полномасштабное число Рейнольдса, составляющее для рассматриваемого явления порядка 10^{10} (при $\nu \approx 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ м^2/с), было бы сведено к эффективному значению $\mathrm{Re}_{eff} \approx 3000$, которое вполне соответствует интервалу ламинарного течения в спутной струе со срывом правильно чередующихся вихрей. В предположении, что остров имеет около 20 км длины, расстояние между центрами последовательных, периодически повторяющихся вихрей составляет примерно 55 км. Далее, принимая число Струхаля для вершины острова равным $\mathrm{Sh} \approx 0{,}12$, среднюю скорость ветра $U = 30$ м/с и эффективный размер для острова $D \approx 6000$ м, получим следующую частоту срыва вихрей:

$$N_s = \frac{0{,}12\,(30)}{6000} = 6 \cdot 10^{-4}\ \text{Гц},$$

которая в свою очередь соответствует периоду срыва вихрей $T = 1/N_s = 1667$ с. Используя зависимость $S = UT$, можно вычислить расстояние между вихрями (шаг вихрей) $S = 30 \cdot 1667 = 50\,000$ м $=$ $= 50$ км, которое согласуется с приближенными измерениями по фотографии. Другая интересная фотография крупномасштабного вихревого следа представлена на рис. 4.12 [4.12]*.

Когда условия обтекания таковы, что в спутной струе присутствует хорошо выраженная вихревая дорожка, то непосредственно за телом появляется перекрестный поток, который имеет составляющую, перпендикулярную направлению приходящего потока. Следователь-

* Она привлекла авторов тем, что подобная же задача рассматривалась в [4.70].

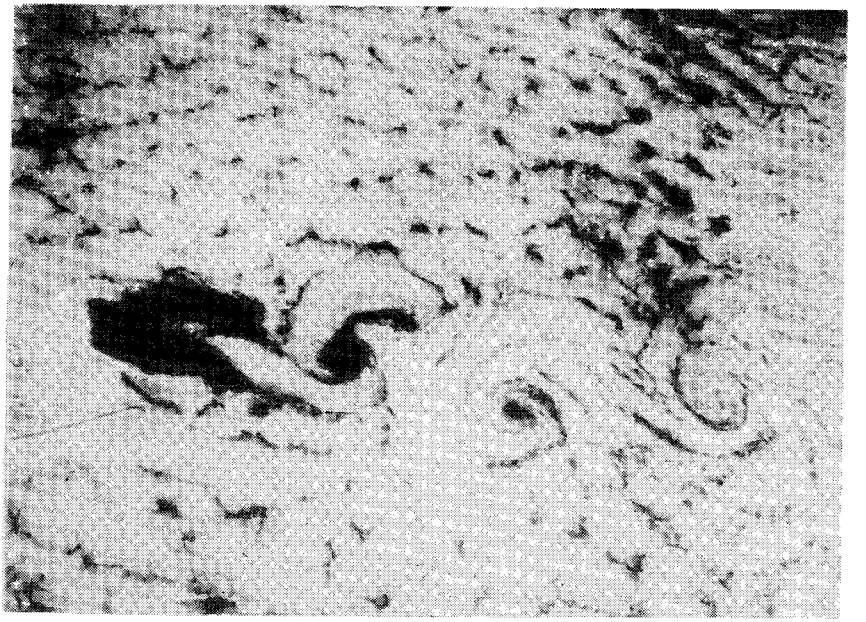


Рис. 4.11. Фотография со спутника вихрей в облаках за островом Гуадалупе [4.11]

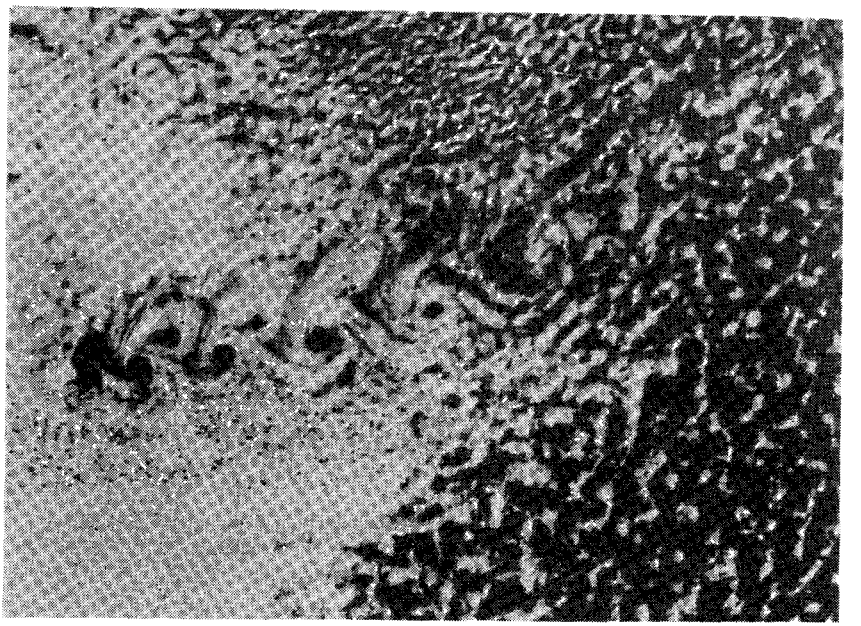
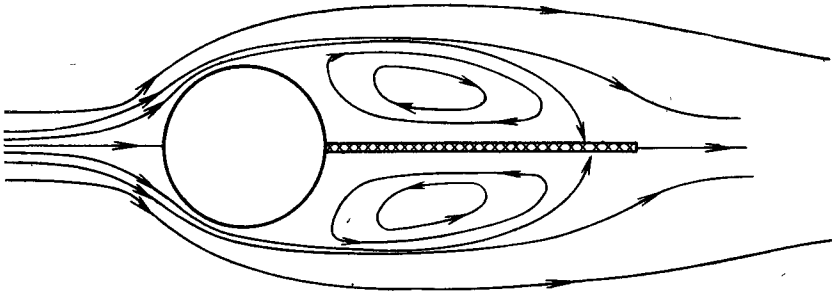


Рис. 4.12. Фотография со спутника острова Ян-Майен (Североиый Ледовитый океаи)



а)

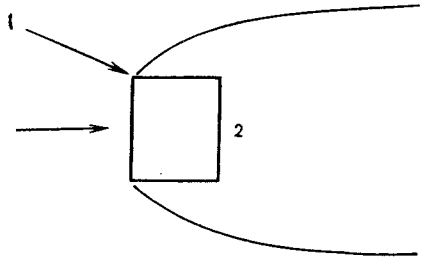


Рис. 4.13. Влияние разделительной пластины на течение позади кругового цилиндра [4.13, 4.61]

б)

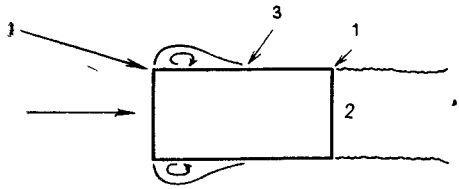


Рис. 4.14. Отрыв потока и спутные струи при обтекании квадратной и прямоугольной призм

1 — отрыв; *2* — спутная струя; *3* — повторное соединение

но, путем установки «разделительной пластины» в создаваемый телом ближний след становится возможным помешать образованию вихревой дорожки, как это впервые было предложено в [4.13] (рис. 4.13). Назначение этой пластины состоит в том, чтобы подавить поперечное течение и таким образом и в целом успокоить течение в спутной струе. Качественно присутствие пластины оказывает влияние такого же рода, как удлинение тела в направлении течения, которое приводит к его приближению, с известной долей аппроксимации, к форме симметричной аэродинамической поверхности. Следуя этому подходу, становится понятным, почему удлиненные тела, ориентированные своим наибольшим размером параллельно основному потоку, проявляют тенденцию вызывать относительно узкие спутные струи большей частью без возбуждения существенного вихревого следа.

При сравнении обтекания квадратных и прямоугольных призм (рис. 4.14) видно, что квадратное поперечное сечение (при достаточно большом Re) вызывает отрыв потока, сопровождаемый появлением ши-

рокой турбулентной спутной струи, тогда как при более вытянутой прямоугольной форме (в зависимости от отношения длины к ширине) отрыв потока может произойти в передних углах, за ним вниз по течению последует восстановление безотрывного обтекания и, наконец, еще один отрыв потока на задней кромке. Таким образом, становится понятно, что на результирующую спутную струю влияет не только плохообтекаемая лобовая поверхность тела, помещенного в жидкость, важное значение для ее формы имеют также длина тела в направлении течения и его общая форма. Если в противоположность случаю, показанному на рис. 4.14, *б*, расположить прямоугольник длинной стороной перпендикулярно потоку, то след за телом будет проявлять сильно выраженные характерные особенности вихревого следа, сопутствуемого при более высоких значениях Re турбулентной спутной струей, которая не отличается от струи, вызываемой плоской пластиной с острыми кромками (см. рис. 4.7, *в*, *г*).

4.5. Давление, подъемная сила, сила лобового сопротивления и момент, действующие на двумерные конструкции

На рис. 4.15 показано поперечное сечение плохообтекаемого тела, которое помещено в поток, имеющий скорость U. Поток вызывает на поверхности тела местные давления p в соответствии с уравнением Бернулли:

$$1/2\rho U^2 + p = \text{const}, \tag{4.26}$$

где постоянство левой части соблюдается вдоль линии тока, а U представляет собой скорость по линии тока в непосредственной близости от тела (т. е. непосредственно за пограничным слоем, который образуется на его поверхности).

В результате интегрирования давления по поверхности тела получим равнодействующую силу и момент. Составляющие этой силы в направлении течения и поперек его называют соответственно *силой лобового сопротивления и подъемной силой*. Совершенно очевидно, что на силу лобового сопротивления, подъемную силу и момент оказывают влияния как форма тела, так и значение числа Рейнольдса.

Телу, например, можно специально придать определенные очертания с целью минимизации силы сопротивления и максимизации подъемной силы, получив в результате профиль аэродинамической поверхности. С другой стороны, как, например, во многих случаях применительно к гражданскому строительству, форма объекта не может быть подвергнута такой специальной пригонке; его форма вероятнее всего устанавливается исходя из других задач проектирования сооружений, а не только связанных с аэродинамикой. Несомненно, однако, что подъемная сила, сила лобового сопротивления и момент, развиваемые потоком, обтекающим сооружение, представляют значительный интерес, поскольку являются воздействиями, на которые необходимо производить его расчет.

Обычно принято относить все давления, измеренные на поверхности сооружения, к среднему динамическому давлению $^1/_2\rho U^2$ ветра

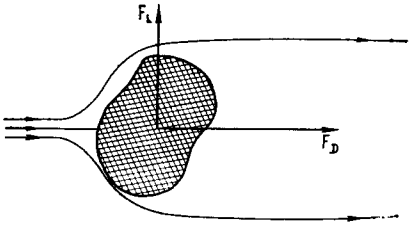
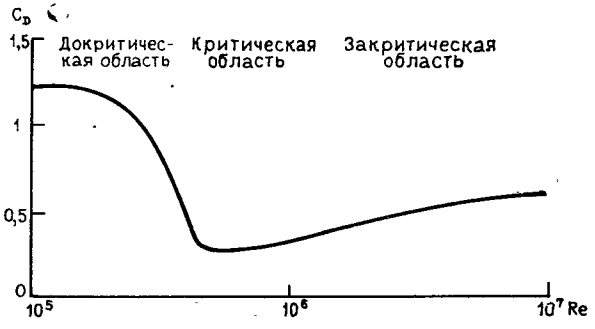


Рис. 4.15. Подъемная сила и сила лобового сопротивления, действующие на произвольное плохообтекаемое тело

Рис. 4.16. Изменение среднего коэффициента лобового сопротивления C_D в зависимости от числа Рейнольдса Re для кругового цилиндра



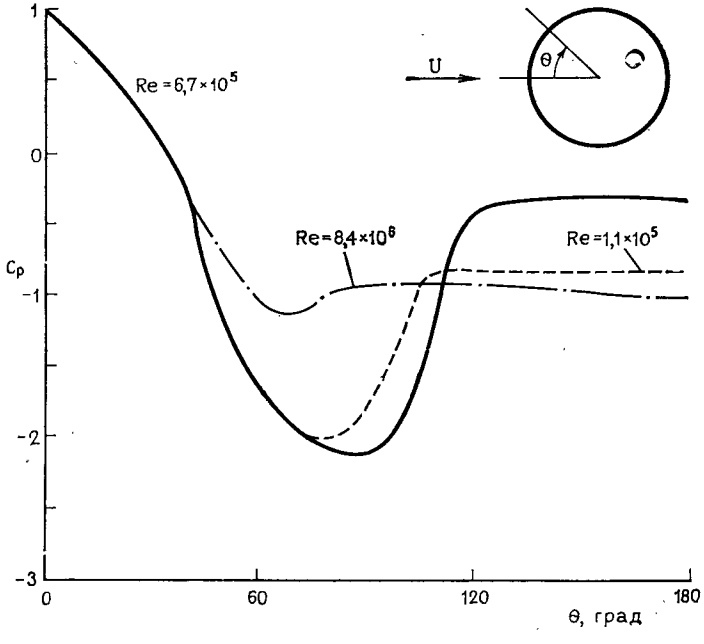


Рис. 4.17. Влияние числа Рейнольдса на распределение давления по периметру кругового цилиндра [4.15]

(скоростному напору) на значительном удалении от него вверх по течению или свободного (невозмущенного) воздушного потока на некотором расстоянии от сооружения (например, в точке, находящейся достаточно высоко над ним за пределами пограничного слоя). В таком случае безразмерный *коэффициент давления* C_p определяется в виде

$$C_p = (p - p_0) \cdot (1/2\rho U^2), \qquad (4.27)$$

где U — средиее значение скорости такого исходного ветра; p — p_0 — разница между местным давлением и давлением на значительном удалении вверх по течению, p_0.

Такая безразмерная форма записи дает возможность переносить результаты модельных экспериментов на натуру и устанавливать базисные значения для создания каталогов аэродинамических характеристик заданных геометрических форм.

Аналогично и суммарные силы давления ветра (на единицу ширины потока) F_L и F_D соответственно в направлениях вектора подъемной силы и набегающего потока могут быть записаны в безразмерном виде и выражены через *коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления* C_L и C_D следующим образом:

$$C_L = F_L/(1/2\rho U^2 B); \qquad (4.28) \qquad C_D = F_D/(1/2\rho U^2 B), \qquad (4.29)$$

где B — некоторый характерный исходный размер сооружения.

Для вызываемого потоком результирующего момента соответствующий коэффициент записывается в виде

$$C_M = M/(1/2\rho U^2 B^2). \qquad (4.30)$$

Когда поток является пульсирующим, что является следствием наступления турбулентного состояния, изменений, связываемых с вихревым течением, или пристеночной (вызванной помещенным в поток телом) турбулентностью, вышеприведенные величины становятся переменными во времени. В тех случаях, когда силы и моменты изменяются во времени, для их более полного описания необходимо знать не только средние значения коэффициентов силовых факторов, но также и спектральные плотности этих величин*. Отметим, что в двумерном (плоском) потоке F_L, F_D и M представляют собой соответствующие значения, приходящиеся на единицу длины в направлении, перпендикулярном к плоскости наблюдения. Для пространственных случаев правильная размерность сохраняется путем введения дополнительного коэффициента B в знаменатель каждого выражения.

Вернемся к рассмотрению обтекания цилиндра круглого поперечного сечения. Изменение среднего значения его коэффициента лобового сопротивления C_D можно представить так, как это сделано на рис. 4.16, где показана его зависимость от числа Рейнольдса. Отметим, в частности, резкое падение C_D в интервале, определяемом примерно значениями $4 \cdot 10^5 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 6 \cdot 10^5$. Эта область его резкого падения называется *критической* областью и соответствует состоянию, при котором наблюдается переход от ламинарного к турбулентному течению в по-

* См. прил. А2.

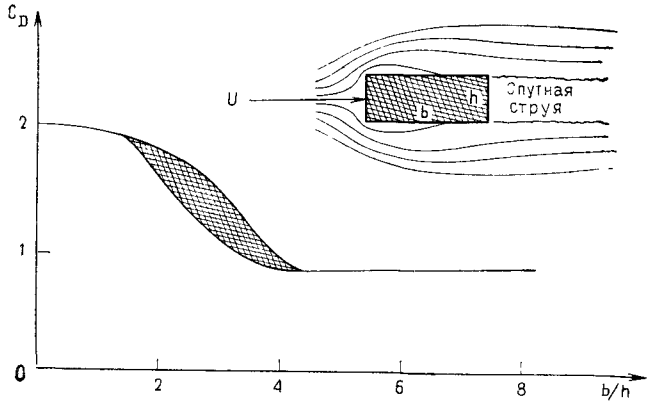


Рис. 4.18. Влияние хвостовой части на коэффициент лобового сопротивления прямоугольной призмы [4.14]

граничном слое, образующемся на поверхности цилиндра. Турбулентное перемешивание, которое в соответствии с этим происходит в пограничном слое, помогает перемещению жидкости, обладающей более значительным количеством движения, по направлению к поверхности цилиндра. В этом случае точки отрыва пограничного слоя смещаются вниз по течению и соответственно сужается спутная струя; в итоге это приводит к тому, что значение осредненного по времени коэффициента C_D составляет только $^1/_3$ его наибольшего значения. При увеличении значения Re в закритической области C_D еще раз увеличивается, но остается значительно ниже его значений в докритической области.

На рис. 4.17 в прямоугольной системе координат показано типичное распределение среднего коэффициента давления по периметру кругового цилиндра в виде функции угла Θ, характеризующего положение рассматриваемой точки. Очевидно, что приведенные результаты чувствительны к значениям числа Рейнольдса.

Коэффициент лобового сопротивления удлиненного тела прямоугольного сечения (рис. 4.18) [4.14] также является функцией узости его спутной струи, однако нижний предел ширины спутной струи приблизительно равен полной ширине тела h. При значениях Re, несколько меньших, чем в этом предельном случае, ширина спутной струи становится значительно больше ширины тела, и это сопровождается увеличением коэффициента C_D; после того, как начнется восстановление безотрывного обтекания тела, значение коэффициента лобового сопротивления снизится. В основном он является функцией относительного удлинения тела b/h, как это показано на приведенном рисунке. Течение в критической области сопровождается турбулентностью, и потому эта область на рис. 4.18 показана в виде диапазона возможных значений (темный участок на рис. 4.18).

На рис. 4.19 [4.15] проиллюстрировано изменение в зависимости от числа Рейнольдса среднего коэффициента лобового сопротивления квадратной призмы при последовательном видоизменении ее углов. Отметим, что только квадратное сечение с углами малого радиуса кри-

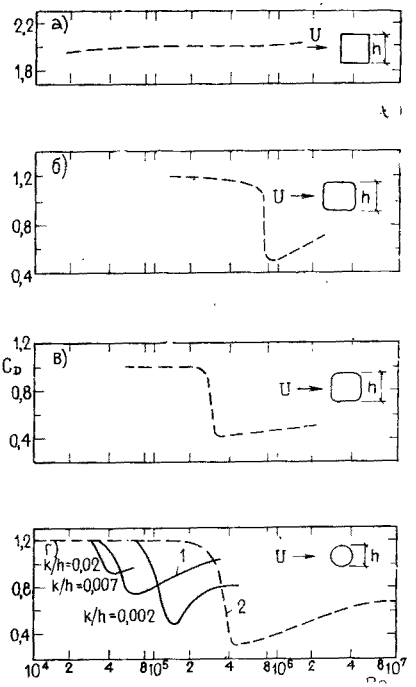


Рис. 4.19. Влияние числа Рейнольдса, радиуса закругления углов и шероховатости поверхности на коэффициент лобового сопротивления при переходе от квадратной призмы к круговому цилиндру (r — радиус закругления угла; k — размер зерен песка) [4.15]

а — при r/h=0,021; *б* — при r/h=0,167; *в* — при r/h=0,333; *г* — при r/h=0,5 (круглое поперечное сечение); *1* — поверхность, покрытая песком; *2* — гладкая поверхность

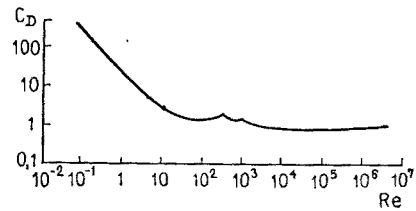


Рис. 4.20. Типичная зависимость коэффициента лобового сопротивления от числа Рейнольдса [4.14]

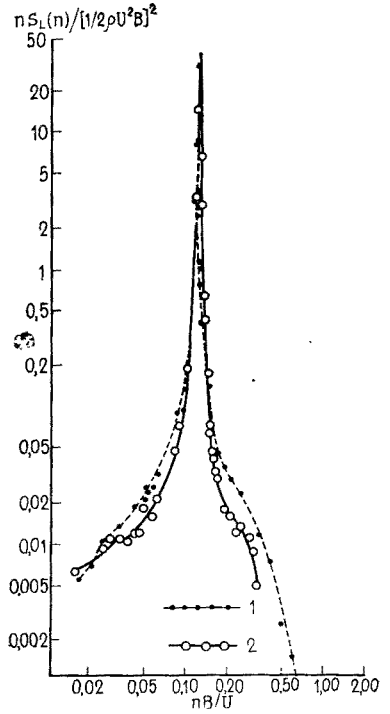


Рис. 4.21. Спектр пульсаций подъемной силы, действующей на призму квадратного сечения в потоке, направленном по нормали к лобовой поверхности (Re=10^5)

1 — турбулентное течение; *2* — плавное течение

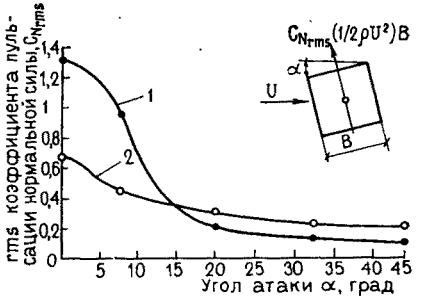


Рис. 4.22. Измененне коэффициента пульсаций нормальной силы $C_{N_{rms}}$ для прямоугольной призмы в зависимости от угла атаки

1 — плавное течение; *2* — турбулентное течение

визны проявляет практически неизменное лобовое сопротивление при изменении числа Рейнольдса. Это имеет простое объяснение. За счет раннего отрыва потока в передних углах сечения и из-за короткой хвостовой части тела практически исключается возможность восстановления безотрывного обтекания. В то же время квадратное сечение со скругленными углами проявляет свойства иметь при обтекании такую же критическую область для коэффициента лобового сопротивления, которая, как было показано ранее, существует для кругового цилиндра.

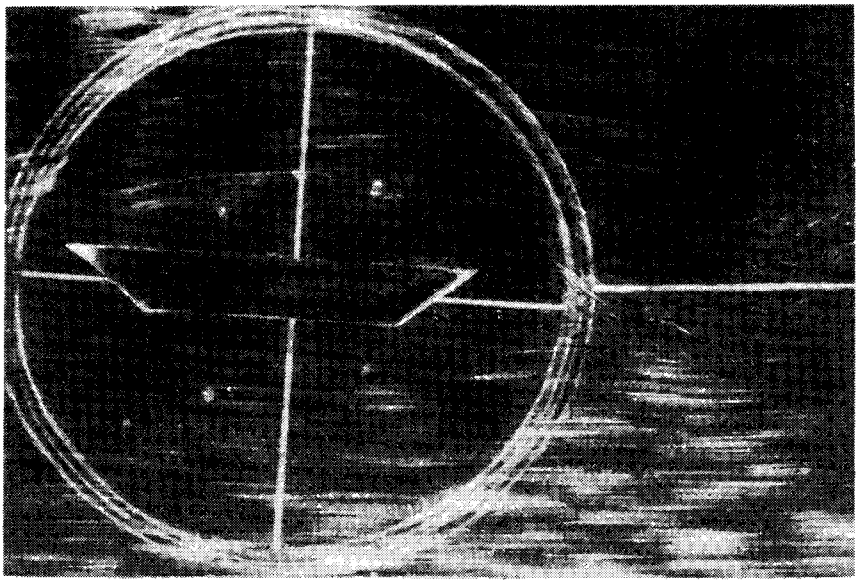
Из-за наличия таких явлений следует ожидать, что некоторые характеристики потока при испытаниях моделей в аэродинамической трубе не будут зависеть от числа Рейнольдса, в то время как другие могут быть достаточно чувствительны к нему. В соответствии с этим правомерно утверждение, что определенные нечувствительные к значениям числа Рейнольдса особенности течения могут встретиться в испытаниях, в которых явно выраженный отрыв потока всегда будет происходить в одних и тех же точно установленных точках. Некоторые же типы тел, такие как круговые цилиндры, характеризуются обширными областями, где возможен отрыв потока и в которых положение действительных точек отрыва зависит от числа Рейнольдса. При обтекании таких тел структура всего потока будет весьма чувствительна к значению числа Рейнольдса (см. разд. 9.3).

При очень малых числах Рейнольдса коэффициент лобового сопротивления в результате возрастания влияния вязкости значительно увеличивается. Это хорошо видно на рис. 4.20 [4.14], на котором показаны значения C_D для круглых и квадратных плоских пластин при $10^{-1} \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 10^{7}$. (Необязательно, чтобы аналогичные влияния оказывались на подъемную силу и момент, хотя и здесь весьма возможно привнесение некоторого искажения.)

На всем протяжении этого параграфа предполагалось, что рассматриваемые формы имеют гладкую поверхность и что сам приходящий поток является ламинарным. Если же каждый из этих факторов изменится, то следует ожидать значительного видоизменения рассмотренных до сих пор результатов (см., например, результаты, относящиеся к обтеканию кругового цилиндра; рис. 4.19).

Поскольку разница давления в поперечном направлении на грани призмы квадратного сечения с остроочерченными углами изменяется во времени, то коэффициент подъемной силы этого профиля будет также функцией времени: $C_L = C_L\ (t)$. На рис. 4.21 показана спектральная плотность C_L, построенная в виде зависимости от nB/U, где n — частота, Гц; B — длина стороны квадрата; U — средняя скорость набегающего потока (предполагаемая постоянной по всей области рассматриваемого течения). Как в случае плавного, так и турбулентного течения максимум спектра приходится на число Струхаля $nB/U = 0{,}12$.

Это явно свидетельствует о периодическом характере срыва вихрей. Для любого заданного плохообтекаемого тела такой срыв вихрей не является чисто гармоническим явлением, что следует из распространения пика спектра и на другие частоты (см. рис. 4.21); однако хоро-



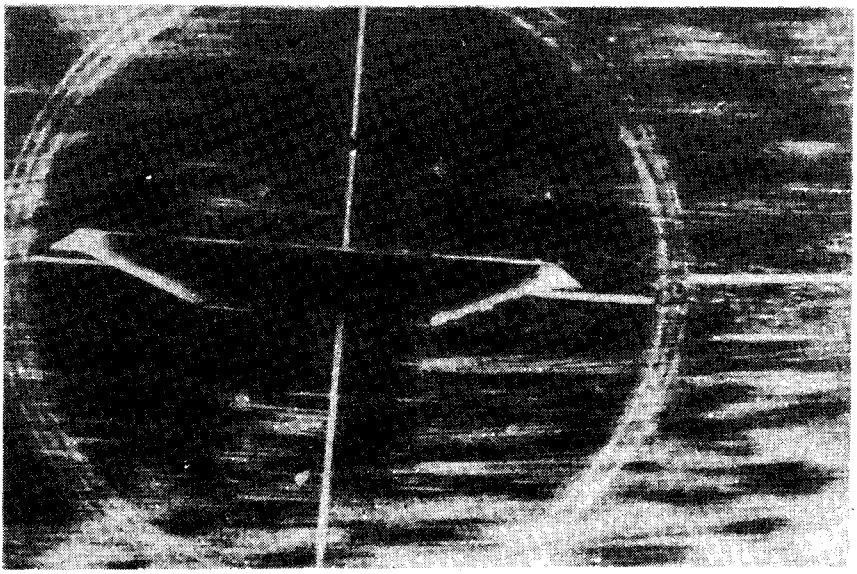
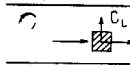
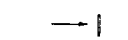
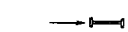


Рис. 4.23. Визуализация обтекания потоком воды модели поперечного сечения моста до и после частичного улучшения его обтекаемости

Таблица 4.2. Коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы для различных профилей

Форма профиля и направление ветра	C_D	C_L	Форма профиля и направление ветра	C_D	C_L
	2,03	0		1,99	-0,09
	1,96 2,01	0		1,62	-0,48
	2,04	0		2,01	0
	1,81	0		1,99	-1,19
	2	0,3		2,19	0
	1,83	2,07			

шее первое приближение для подъемной силы на единицу ширины потока, которая возникает при значении числа Струхаля, соответствующем максимуму спектра, задается в виде

$$F_L = 1/2\rho U^2 B\bar{C}_L \sin \omega t, \qquad (4.31)$$

где $\bar{C}_L$ — средний коэффициент подъемной силы, который зависит от индивидуальной формы поперечного сечения; $\omega = 2\pi n$, причем n — удовлетворяет соотношению Струхаля.

Среднее квадратическое (rms) значение коэффициента пульсаций-нормальной силы $C_{N_{rms}}$, действующей на квадратное поперечное сечение, показано на рис. 4.22 [4.16] в виде функции угла атаки α относительно среднего направления ветра. Как видно из этого рисунка, турбулентность потока* уменьшает наибольшее значение нормальной силы и слегка увеличивает ее наименьшее значение по сравнению с соответствующими значениями при ламинарном режиме.

На рис. 4.23 [4.7] представлены две фотографии обтекания потоком предложенных в проекте форм поперечного сечения балки жесткости моста при визуализации процесса путем внесения в поток в гидродинамической трубе мелких алюминиевых частиц. На рис. 4.23, *а* показано поперечное сечение, которое вызывает явно выраженный отрыв потока; рис. 4.23, *б* воспроизводит сглаживающее влияние на характер течения видоизмененного поперечного сечения, обеспечивающего снижение подъемной силы и силы лобового сопротивления.

В работе [4.17] приведены средние значения C_D и C_L, полученные в условиях ламинарного потока для большого числа форм поперечных сечений, обычно используемых в конструкциях, которые взяты из [4.18] (табл. 4.2). Работа [4.14] является признанным руководством по учету влияния лобового сопротивления.

* Характеристики турбулентности в эксперименте, представленном на рис. 4.22, были следующими: продольный масштаб 1,4 В; поперечный масштаб 0,4 В; интенсивность турбулентности 10%.

4.6. Характерные особенности пространственного потока

Большинство потоков приобретает трехмерный характер, главным образом в результате их контакта с границами. Например, если гипотетический ламинарный поток, состоящий из воздушной массы, которая переносится равномерно как единое целое, сталкивается с объектом, то он будет отклонен по нескольким направлениям. Подобным же образом прохождение такого потока над некоторой поверхностью приведет к установлению градиентов скоростей в пограничном слое. Помимо этого, пространственность движений явно присуща турбулентным течениям.

Хотя основные уравнения для потока жидкости остаются в силе и в этом случае, только несколько пространственных задач об обтекании были удовлетворительно решены чисто аналитическим путем из-за встретившихся при этом значительных трудностей. В результате изучение большинства пространственных случаев частично или полностью основывается на эксперименте. Поэтому этот параграф главным образом посвящен общим аспектам изучения пространственных потоков, условиям проведения испытаний и некоторым характерным результатам, полученным с их помощью.

4.6.1. Случаи, сохраняющие основные особенности плоских потоков. Использование моделей плоских потоков, рассмотренных в предыдущем параграфе, в ряде случаев было весьма успешным вследствие того, что некоторые реальные потоки сохраняют, по крайней мере в первом приближении, определенные характерные особенности двумерных потоков. Рассмотрим, например, длинный стержень квадратного поперечного сечения, обтекаемый потоком с постоянной средней скоростью, которая направлена по нормали к одной из его граней. За исключением участков вблизи концов стержня средний поток в этом случае для практических целей может рассматриваться как двумерный. Однако явления, связываемые с пульсацией потока, не одинаковы для отдельных участков по длине стержня. Разница между событиями, которые происходят в какое-либо заданное время, увеличивается с увеличением расстояния между этими участками. Это показано на рис. 4.24 [4.16] на примере разности осевого давления на верхней и нижней гранях бруса для случаев как ламинарного, так и турбулентного набегающих потоков*. Было отмечено, что трехмерность потока сама проявляется через затухание вдоль оси бруса корреляционной связи R_{AB} между разностями давлений (измеренных соответственно в точках A и A' сечения A и точках B и B' сечения B). Затухание этого коэффициента корреляции значительно усиливается, когда в приходящем потоке присутствует турбулентность. Из этого примера можно сделать заключение, что пульсационные явления, включая срыв вихрей, как правило, не могут быть совершенно равномерно распределены по всей длине цилиндрического тела, даже если поток имеет по-

* Характеристики турбулентности были такими же, как в эксперименте, представленном на рис. 4.22.

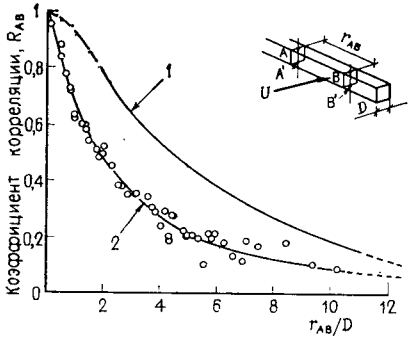


Рис. 4.24. Продольная корреляция пульсаций разности давлений поперек оси длинного стержня квадратного сечения при обтекании его потоком, перпендикулярным лобовой поверхности при $Re=10^5$

1 — плавное течение; *2* — турбулентное течение

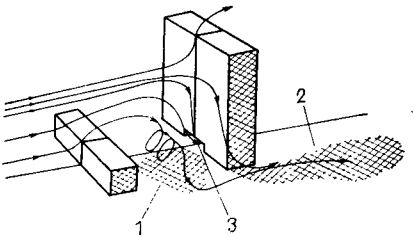


Рис. 4.25. Основные особенности обтекания модели высокого здания [10.9]

1 — вихревое течение; *2* — угловое течение; *3* — сквозной поток

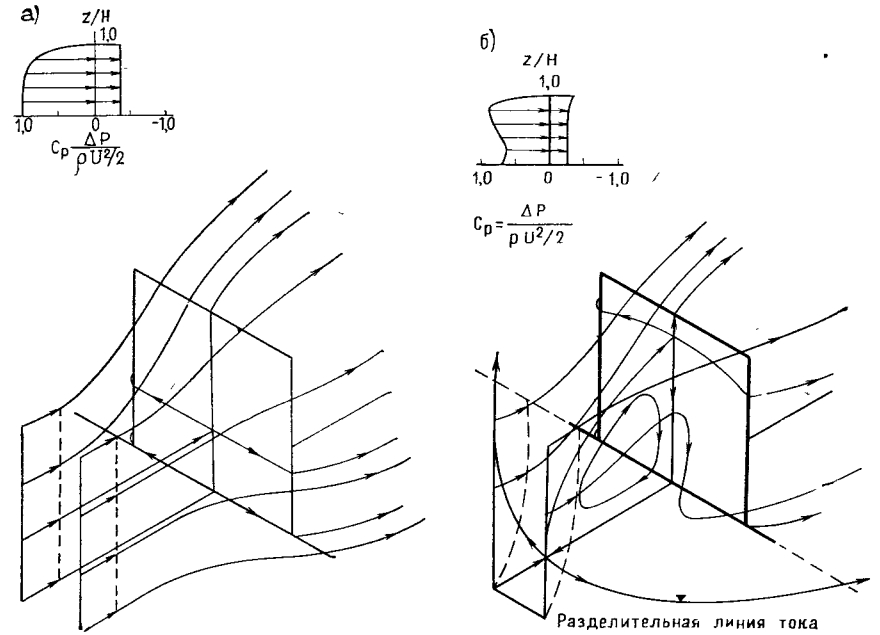


Рис. 4.26. Характер обтекания и распределение давления по осевой линии стены (при отношении высоты к ширине, равном 1 : 1)

а — в поле постоянных скоростей; *б* — в поле скоростей пограничного слоя

стоянную среднюю скорость, а тело по длине имеет постоянное поперечное сечение.

В действительности средние параметры потока с наветренных сторон высоких гибких сооружений обычно неоднородны, как это принималось в рассмотренном выше простом случае; в самом деле, в пограничном слое атмосферы средняя скорость течения увеличивается с высотой.

К тому же некоторые высокие сооружения (например, дымовые трубы) имеют переменные по высоте размеры. Эти важные особенности в дополнение к присущей потоку турбулентности еще больше уменьшают когерентность распространения вихрей в спутной струе сооружения.

4.6.2. Сооружения в трехмерных потоках; результаты проведенных исследований. Усложнение структуры воздушного потока при обтекании сооружений, а также за счет особенностей местности и объектов, находящихся выше по течению, указывает на необходимость проведения детальных экспериментальных исследований давления ветра на сооружения, используя моделирование в аэродинамической трубе объектов и реальных условий местности. Для того чтобы дать некоторое представление о характере получаемых таким образом результатов и указать на важную роль, которую играют в них вид профиля скорости в пограничном слое и характеристики турбулентности, ниже приведено несколько примеров.

Обтекание ветром зданий является важнейшим примером пространственных течений, которые не могут быть приемлемо описаны двумерными моделями. Рисунок 4.25 [10.9] служит подтверждением такого положения. На нем показана помещенная в воздушный поток модель высокого здания, перед которым расположено низкое здание. Это последнее способствует появлению вихря в пространстве между зданиями. Воздух, отклоняющийся вблизи наветренной стороны высокого здания, протекает через сквозной проход в его нижней части на уровне первого этажа. Области, где возникает ускоренное течение, расположены вокруг вертикальных и горизонтальных углов здания. В зонах вихревого, сквозного и угловых течений возникает много задач, связанных с характерными особенностями локально ускоряющегося здесь потока, которые приходится решать при проектировании (см. разд. 10.3).

Теперь приведем несколько примеров, показывающих разницу между коэффициентами давления, измеренными в однородном потоке и в пограничном слое атмосферы*.

На рис. 4.26, *а* показана усредненная картина обтекания (спектр обтекания) вертикальной стены (с отношением высоты к ширине, составляющем 1 : 1) набегающим однородным потоком. Рис. 4.25, *б* изображает такой же случай, но при обтекании в пограничном слое. На рис. 4.27, *а*, *б* показаны коэффициенты давлений, развиваемых на гранях куба, который установлен на горизонтальной поверхности (при направлении течения по нормали к одной из его граней), сначала в однородном потоке, затем в пограничном слое. На рис. 4.28, *а*, *б* подобные же результаты приводятся для высокого здания. Отметим, что коэффициенты давления на рис. 4.26, *а*, *б*, 4.27, *б* и 4.28, *б* взяты относительно скорости набегающего (невозмущенного) потока.

На рис. 4.29 [4.22] показаны значения коэффициента давления, развиваемого по центральной вертикальной плоскости небольшого сооружения при натурных испытаниях и на модели в масштабе 1/20, как

* Влияние шероховатости подстилающей поверхности местности на структуру воздушного потока отмечалось еще в 1954 г. Дженсеном [4.21].

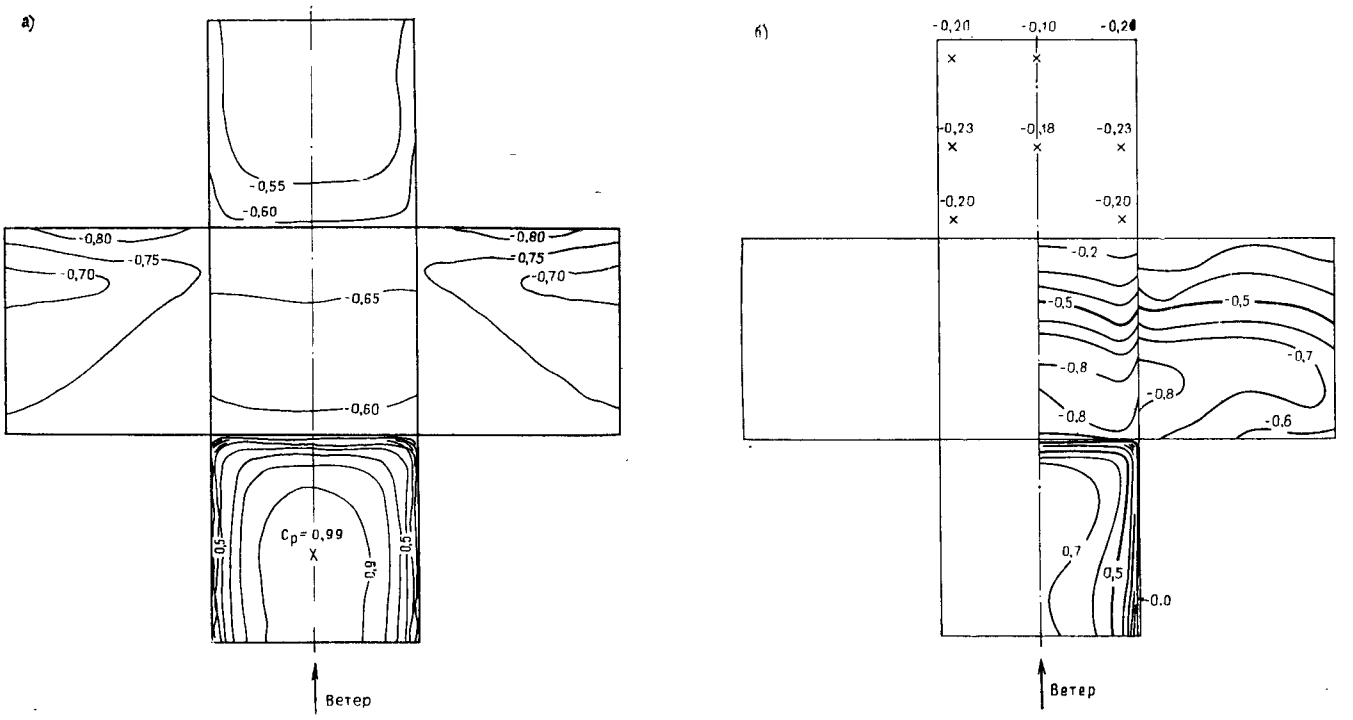


Рис. 4.27. Распределение давления по граням куба

а — в поле постоянных скоростей; *б* — в поле скоростей пограничного слоя

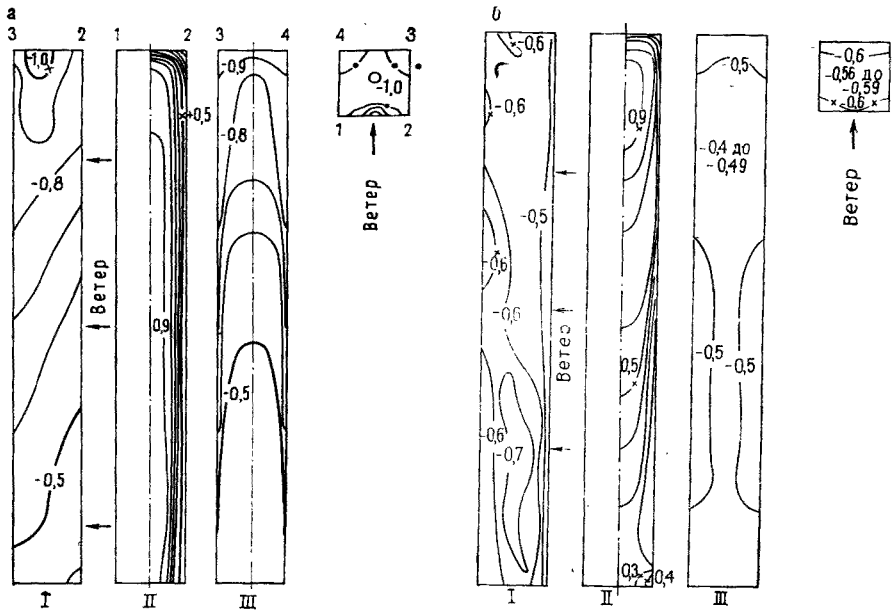


Рис. 4.28. Распределение давления по граням модели высокого здания
а — в поле постоянных скоростей; *б* — в поле скоростей пограничного слоя; *I* — боковая сторона; *II* — наветренная сторона; *III* — подветренная сторона

функции шероховатости поверхности вверх по течению, которая обусловливает профиль средней скорости и турбулентность приходящего потока (числа в круглых скобках на рис. 4.29 представляют собой размеры сооружения в натуре). В качестве критерия шероховатости поверхности используется отношение h/z_0, где h — высота здания, а z_0 — параметр шероховатости (см. разд. 2.2). Из четырех представленных здесь моделей местности одна, по-видимому, с более правильно смоделированной шероховатостью (т. е. при $h/z_0 = 170$) дала наиболее близкое приближение к результатам натурных испытаний. Отличие значений, полученных в натурных условиях, от результатов испытаний для других случаев искусственного воспроизведения шероховатости подстилающей поверхности местности является значительным. Сравнение результатов измерений давлений на высокое здание, выполненных на моделях и в натурных условиях, которые заимствованы из [4.23], проведено в разд. 9.3.

В последние годы как в натурных условиях, так и на моделях было проведено изучение внешнего давления, оказываемого воздушным потоком на гиперболические градирни с естественной вентиляцией. На рис. 4.30 показаны средние коэффициенты давления, полученные в результате натурных испытаний. Измерения проводились в горизонтальной плоскости на уровне горлового (самого узкого) сечения на двух различных объектах [4.24, 4.25]. В обоих случаях башни были выполнены из монолитного железобетона и имели шероховатые поверхности.

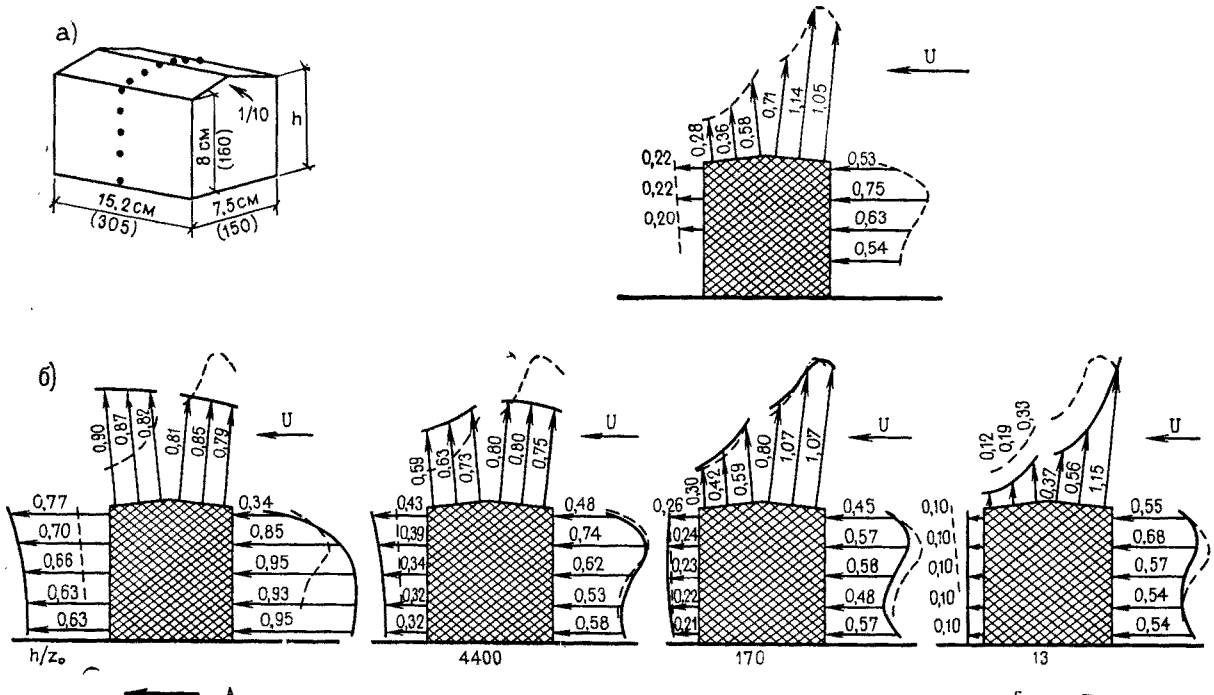


Рис. 4.29. Ветровая нагрузка на дом в натурных условиях (*а*) и ее моделирование при различных условиях испытаний в аэродинамической трубе (*б*) [4.22]

А — уменьшение шероховатости подстилающей поверхности местности; *Б* — увеличение шероховатости подстилающей поверхности местности

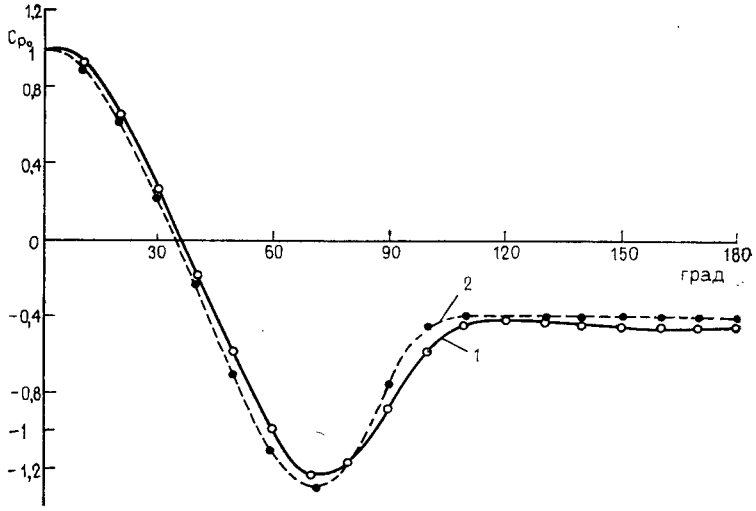


Рис. 4.30. Изменение коэффициента внешнего давления по периметру горлового сечения гиперболической градирни

1 — по данным [4.24], *2* — по данным [4.25]

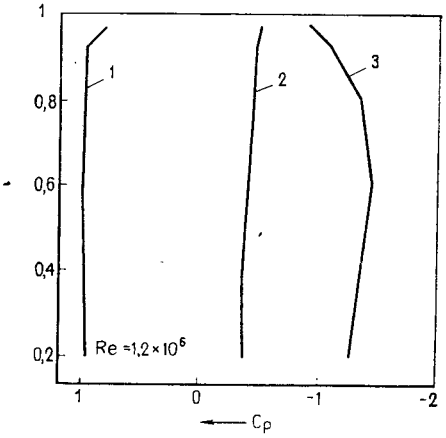


Рис. 4.31. Распределение коэффициентов давления полного торможения (*1*), осиового отсоса (*2*) и минимальных значений внешнего давления (*3*) по высоте гиперболической градирни [4.25]

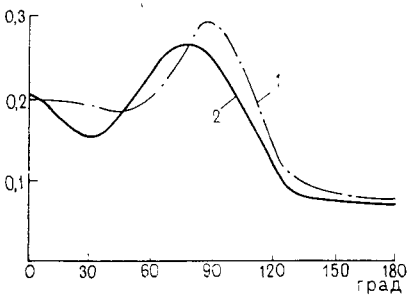


Рис. 4.32. Коэффициент пульсаций давления по периметру горлового сечения гиперболической градирни

1 — измерения в натурных условиях, Re = =6·10⁷, [4.26]; *2* — измерения на модели, Re=3·10⁵ [4.27]

Они были снабжены вертикальными ребрами: 84 ребра, выступающие на 4—5 см в радиальном направлении от поверхности башни [4.24] и 52 ребра, выступающие на 1,8 см для башни, об испытаниях которой сообщается в [4.25]. Измерения проводились при $Re \approx 10^8$ [4.24] и $Re \approx 6 \cdot 10^7$ [4.25].

Об испытаниях градирен в аэродинамической трубе сообщается в [4.25 и 4.27—4.31]. Результаты, полученные в различных испыта-

ниях, значительно отличаются друг от друга, особенно когда дело касается минимальных значений C_p ($C_p < 0$). Это, по-видимому, связано с тем, что испытания различаются тремя важными факторами:

1) параметрами турбулентности набегающего ветра; 2) моделированием шероховатости поверхности; 3) значением числа Рейнольдса при испытаниях (последнее неизбежно бывает по крайней мере на один порядок ниже, чем в натурных условиях). На рис. 4.31 [4.25] показаны полученные в результате испытаний на моделях вертикальные распределения (вдоль образующей башни) коэффициентов C_p для давления полного торможения (полное давление), давления основного отсоса и минимального давления (максимальный отсос)*. Они изменяются в зависимости от направления ветра из-за наличия местных препятствий, которые включают соседние электростанции, дымовые трубы и более мелкие градирни; приведенные результаты соответствуют наиболее неблагоприятному направлению ветра.

На рис. 4.32 [4.26] показано распределение коэффициента давления по периметру горлового сечения при натурных и модельных испытаниях градирни. Эти результаты в значительной степени подтверждаются данными [4.24].

Как уже упоминалось выше, одним из важных соображений, которое надо учитывать во всех экспериментах на моделях, является неадекватное в большинстве случаев воспроизведение значений числа Рейнольдса в натурных условиях. Некоторая компенсация этого недостатка в ряде случаев обеспечивалась введением при моделировании поверхностной шероховатости или других устройств на поверхности модели, вызывающих турбулентность (турбулизаторов), так что возбуждался поток, имеющий некоторые характеристики потока при более высоком числе Рейнольдса. До настоящего времени, по-видимому, не существует какого-либо общего руководства по таким устройствам, хотя имеются отдельные случаи успешного моделирования. Например, в [4.25] сообщается, что распределение средних значений C_p по периметру горлового сечения в натурных условиях было адекватно воспроизведено при лабораторных испытаниях посредством использования специально подобранной шероховатости поверхности модели при $\mathrm{Re} \approx 1{,}2 \cdot 10^6$. Довольно хорошее совпадение отмечается также между измерениями пульсаций давления на модели и в натурных условиях, результаты которых приведены на рис. 4.32. Об исследованиях, посвященных изучению влияния шероховатости поверхности или высоты ребер и их размещения на распределение давления по поверхности гиперболической градирни, сообщается в [4.27–4.31]. Как отмечается в [4.32, 4.33], в которых описывается влияние изменения высоты импостов на распределения давления по поверхностям моделей зданий, относительные высоты возмущений приземного пограничного слоя должны быть значительно больше при моделировании, чем в натурных условиях, из-за различия условий в пределах приземных погранич-

* Эти термины относятся к давлениям соответственно в первой точке встречи сооружения с ветром, в точках башни, находящихся в постоянном контакте со спутной струей, и в тех точках наружной поверхности башни, которые испытывают наиболее низкое давление.

ных слоев соответственно в масштабе модели и ее реального прототипа. Дальнейшее рассмотрение этого вопроса проводится в разд. 9.3.

4.7. Соотношение переменных во времени сил и скоростей ветра в турбулентном потоке

Большой интерес представляет преобразование информации о пульсациях скорости воздушного потока, в который помещено данное тело, в информацию о давлениях, оказываемых на его поверхность, или о равнодействующих силах и моментах. Поскольку большинство реальных течений являются достаточно сложными, получение таких результатов аналитическим путем невозможно, поэтому обычно используются формулы, характеризующиеся неизвестными коэффициентами, которые должны быть установлены экспериментально.

4.7.1. Силы лобового сопротивления. Суммарная сила лобового сопротивления является результирующей по поверхности данного тела всех компонентов элементарных сил, которые ориентированы в направлении набегающего потока или по направлению ветра. Переменная по времени сила лобового сопротивления $F_D\ (t)$, действующая на тело, полностью погруженное в поток, обычно выражается формулой

$$F_D\ (t) = 1/2\rho U^2\ (t)\ B^2\ C_D, \tag{4.32}$$

где B — характерный размер тела; C_D — обычный коэффициент лобового сопротивления.

В выражение (4.32) часто включается второй член вида $\rho B^3\ [dU\ (t)/dt]\ C_m$, особенно в том случае, если рассматриваемая жидкость относительно плотная, как, например, в случае воды; C_m — эмпирический коэффициент «присоединенной массы», предназначенный для учета явлений, связываемых с ускорением жидкости. В действительности коэффициент C_m имеет слабое физическое обоснование и носит только вспомогательный характер. Он, по-видимому, является полезным в тех случаях, когда тело испытывает ускорение или замедление относительно жидкости и при этом вовлеченная в этот процесс масса жидкости является достаточно существенной по сравнению с массой самого тела. В таком случае его можно наглядно представить себе в качестве характеристики гипотетической массы с ускорением dU/dt, при помощи которой учитывается суммарная сила от всех частиц жидкости, движущихся с разными ускорениями в непрерывном потоке, обтекающем тело. Однако для большинства потоков, представляющих интерес в инженерных исследованиях ветровых воздействий, член, содержащий C_m, составляет только незначительную долю от F_D. По этой причине и здесь, и в дальнейшем рассмотрении будем им пренебрегать.

Пространственный поток будет иметь три компонента скорости $U\ (t)$, $V\ (t)$ и $W\ (t)$ в трех взаимно перпендикулярных направлениях. В потоках с безразличной стратификацией*, представляющих наи-

* См. гл. 1 и 2.

больший интерес для инженерных исследований ветровых воздействий, средняя скорость ветра $\overline{U}$ направлена горизонтально, и сам ветер может характеризоваться в виде суммы средней и пульсационной компонент скорости:

$$U(t)=\overline{U}+u(t); \quad V(t)=v(t); \quad W(t)=w(t); \tag{4.33}$$

средние значения u, v и w равны нулю.

Тогда лобовое сопротивление в горизонтальном направлении можно представить посредством выражения (4.32), используя $U(t)$ в виде (4.33). Когда изменяющиеся во времени скорости вводятся таким образом, в общем случае необходимо также рассмотреть вопрос о реальной пространственной корреляции пульсаций скорости. Однако непосредственно в данной задаче будем первоначально предполагать, что рассматриваемое тело достаточно мало по сравнению с расстояниями, на которых необходимо учитывать корреляцию между пульсациями u, v и w, так что последние могут рассматриваться как полностью коррелированные величины. Поскольку при сильных ветрах, представляющих обычно наибольший интерес для инженерных исследований ветровых воздействий, отношение $u(t)/\overline{U}$ в редких случаях превышает 0,2, то u^2 вообще можно пренебречь, что приведет лишь к небольшой ошибке в выражении

$$F_D(t)=\overline{F}_D+\rho\overline{U}u(t)\,B^2\,C_D, \tag{4.34}$$

где установившееся значение силы лобового сопротивления имеет вид

$$\overline{F}_D=\tfrac{1}{2}\rho\overline{U}^2\,B^2\,C_D. \tag{4.35}$$

Из выражения (4.34) видно, что $F_D(t)$ изменяется в прямом соответствии с $u(t)$. Это является справедливым только в первом приближении, поскольку наблюдения за физическими потоками показывают, что сам коэффициент C_D также может изменяться как функция гармонических составляющих $u(t)$.

Для исследования статистических характеристик $F_D(t)$ полезно сначала рассмотреть вопрос о ее спектральной плотности. Для получения последней удобно предварительно вычислить ковариацию $F_D(t)$ (см. прил. А2, выражение (А2.21):

$$R_{F_D}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\tfrac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}F_D(t)\,F_D(t+\tau)\,dt=\overline{F_D(t)\,F_D(t+\tau)}=$$
$$=\rho^2\overline{U}^2\,B^4\,C_D^2/\overline{u(t)\,u(t+\tau)}. \tag{4.36}$$

Учитывая далее [прил. А2, выражение (А2.20)], что спектральная плотность $S_{F_D}(n)$ связана с $R_{F_D}(\tau)$ соотношением

$$S_{F_D}(n)=2\int_{-\infty}^{\infty}R_{F_D}(\tau)\cos 2\pi n\tau d\tau, \tag{4.37}$$

будем иметь

$$S_{F_D}(n)=\rho^2\overline{U}^2\,B^4\,C_D^2\,S_u(n). \tag{4.38}$$

Разделив это выражение на $(^1/_2\rho\overline{U}^2B^2)^2$, получим спектральную плотность S_{C_D} пульсаций коэффициента силы лобового сопротивления:

$$S_{C_D}(n)=4C_D^2\frac{S_u(n)}{\overline{U}^2}. \tag{4.39}$$

Это выражение будет справедливым в пределах такого интервала частот спектральной плотности $S_u(n)$, где все воздействия остаются полностью коррелированными, как это и предполагалось выше. Однако поскольку такое допущение практически не выполняется, то обычно для сохранения применимости выражения (4.39) в него вводят поправочный коэффициент, что учитывается следующей записью этого выражения:

$$S_{C_D}(n)=4C_D^2\left(S_u(n)/\overline{U}^2\right)\chi^2(n), \tag{4.40}$$

где только что введенный коэффициент $\chi^2(n)$ называется *аэродинамической передаточной функцией** рассматриваемого тела и представляет собой поправку, позволяющую перейти от идеального случая тела, погруженного в турбулентный поток с полной пространственной корреляцией, к реальным телам. Такое видоизменение спектра коэффициента лобового сопротивления приводит его в соответствие с реальными условиями обтекания.

Аэродинамическая передаточная функция зависит от формы тела, его размеров и характеристик турбулентности. Следовательно, для некоторого заданного тела она является функцией частоты. На рис. 4.33 [4.35] показан характер изменения $\chi^2(n)$ для плоской квадратной пластины, которая расположена перпендикулярно к турбулентному потоку, имеющему постоянную среднюю скорость. Уменьшение аэродинамической передаточной функции с увеличением частоты соответствует тому факту, что более мелкие турбулентные вихри имеют более короткие длины волн, следовательно, эти вихри с более высокими частотами будут характеризоваться более быстрой потерей связности между собой, чем это происходит у крупных вихрей. Работы [4.36] и [4.37], по-видимому, были одними из первых, в которых было введено и использовано понятие аэродинамической передаточной функции в задачах о бафтинге.

4.7.2. Соотношение между давлениями ветра на гибкие здания и скоростями ветра. Обоснование такого же типа, как использованное в п. 4.7.1 при получении выражения суммарных сил лобового сопротивления, применим теперь для случая высокого здания прямоугольной формы в плане, которое обтекается горизонтальным воздушным потоком, направленным по нормали к его фасаду. В этом частном случае перемещение сооружения по направлению ветра достаточно просто зависит от распределений давлений по его наветренной и подветренной сторонам.

* Использование этого термина в инженерных исследованиях ветровых воздействий является расширением области его применения, первоначально связанной с аэронавтикой [4.34].

Давление, действующее в точке Q поверхности такого тела на уровне z при установившемся течении со скоростью $U(z)$, может быть выражено в виде

$$p(Q) = {}^1/_2 \rho U^2(z)\, C_p(Q), \tag{4.41}$$

где ρ — плотность жидкости; C_p — соответствующий коэффициент давления в этой точке.

В случае неустановившегося течения $U(z) = \overline{U}(z) + u(z, t)$ давление может быть аппроксимировано выражением

$$p(Q, t) = \overline{p}(Q) + p'(Q, t), \tag{4.42}$$

где p и p' имеют следующие значения:

$$\overline{p}(Q) = {}^1/_2 \rho C_p(Q)\, \overline{U}_z^2 \left[1 + \frac{\overline{u^2(z)}}{\overline{U}^2(z)}\right]; \tag{4.43}$$

$$p'(Q) = {}^1/_2 \rho C_p(Q)\, \overline{U}^2(z) \left[2\frac{u(z)}{\overline{U}(z)} + \frac{u^2(z) - \overline{u^2(z)}}{\overline{U}^2(z)}\right]. \tag{4.44}$$

В этих выражениях черта над символом указывает на средние значения.

Приведем краткий числовой пример. В атмосфере $\overline{u^2(z)}^{1/2} \approx 2{,}5u_*$ и $\overline{U}(z) = 2{,}5u_* \ln[(z - z_d)/z_0]$ [см. соотношения (2.31), (2.54) и табл. 2.1]. Например, если $z_0 = 0{,}03$ м, $z_d \approx 0$ и $\overline{U}(10) = 40$ м/с, то при $z = 50$ м $\dfrac{\overline{u^2(z)}}{\overline{U}^2(z)} = 0{,}018$, так что ошибка за счет исключения нелинейного члена в выражении (4.43) составит менее 2%.

Более общие и аналогичные результаты для силы лобового сопротивления уже рассматривались в п. 4.7.1. Расчеты, о которых сообщается в [4.38], показывают, что $\overline{p}$ и p' удовлетворительно, с несущественной погрешностью, описываются следующими соотношениями:

$$\overline{p}(Q) = {}^1/_2 \rho \overline{U}^2(z)\, C_p(Q); \tag{4.45}$$

$$p'(Q, t) = \rho \overline{U}(z)\, u(z, t)\, C_p(Q). \tag{4.46}$$

Если, как это имеет место для многих зданий, горизонтальные размеры тела малы по сравнению с масштабом турбулентности, то допустимо принять, что пульсации давлений, вызывающие реакцию в направлении ветра и состоящие исключительно из воздействий на наветренную и подветренную стороны здания, могут быть заданы в виде

$$p'(Q_w) = \overline{U}(z)\, u(z, t)\, C_w(Q_w); \tag{4.47}$$

$$p'(Q_l) = \overline{U}(z)\, u(z, t)\, C_l(Q_l), \tag{4.48}$$

где Q_w и Q_l обозначают точки соответственно на наветренной и подветренной сторонах, и

$$C_w(Q_w) = \frac{\overline{p}(Q_w)}{\frac{1}{2}\rho \overline{U}^2(z)}; \quad (4.49); \quad C_l(Q_l) = \frac{\overline{p}(Q_l)}{\frac{1}{2}\rho \overline{U}^2(z)}, \tag{4.50}$$

где z — уровень расположения точки Q_w или Q_l.

Как указывается в гл. 7, обычно в используемых в настоящее время методиках определения реакции здания в направлении ветра принимается, что выражения (4.47) и (4.48) выполняются безотносительно к соотношению поперечных размеров здания с масштабом турбулентности. Этот вопрос еще раз обсуждается позднее в пп. 4.7.3 и 4.7.4.

Для вычисления реакции сооружения в направлении ветра (см. гл. 5) необходима информация о пространственной корреляции давлений, приложенных в двух произвольных точках Q_1 и Q_2. Такая информация предоставляется коспектром пульсаций давления (квадратурный спектр принимается пренебрежимо малым). В предположении справедливости выражений (4.47) и (4.48) коспектр принимает вид

$$S^C_{p_1 p_2}(Q_1, Q_2, n) = C_p(Q_1)\, C_p(Q_2)\, \rho^2\, \overline{U}(z_1)\, \overline{U}(z_2)\, S^C u_1 u_2 (Q_1, Q_2, n), \quad (4.51)$$

т. е. коспектр давления пропорционален коспектру пульсаций продольных компонент скорости ветра в набегающем невозмущенном потоке на уровнях расположения этих двух точек. Коэффициент давления $C_p(Q_i)$ относится к значениям, соответствующим наветренной или подветренной стороне, в зависимости от того, где расположена точка Q_i.

Коспектр $S^C_{u_1 u_2}$ можно представить в следующем виде:

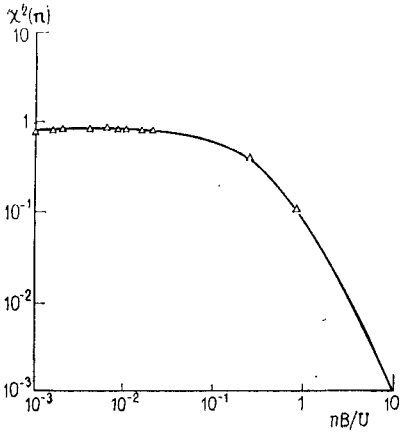
$$S^C_{u_1 u_2}(Q_1, Q_2, n) = S^C_{u_1 u_2}(r, n)\, N(n), \quad (4.52)$$

где $S^C_{u_1 u_2}(r, n)$ — коспектр пульсаций продольной компоненты скорости в точках Q_1 и Q_2' (Q_2' является проекцией точки Q_2 на плоскость, нормальную к среднему направлению ветра и проходящую через точку Q_1); r — расстояние между точками Q_1 и Q_2'; функция $N(n)$ называется коэффициентом взаимной корреляции по направлению ветра.

Если точки Q_1 и Q_2 находятся в одной вертикальной плоскости, нормальной к среднему направлению ветра (т. е. если расстояние между ними в этом направлении равно нулю), то $N(n) = 1$. Для случая, когда этот интервал не равен нулю, выражение для $N(n)$ приведено в подразд. 4.7.4. Если $Q_1 \equiv Q_2$,

$$S_p(Q_1, n) = C_p^2(Q_1) \rho^2 \overline{U^2}(z_1)\, S_u(z_1). \quad (4.53)$$

4.7.3. Пульсации давления на наветренной стороне плохообтекаемых тел. Сравнительно недавно в [4.39] была разработана теория обтекания турбулентным потоком двумерных плохообтекаемых тел, которая в дальнейшем была применена в [4.40, 4.41] для изучения поверхностного давления, вызываемого турбулентными пульсациями скорости. Теория в основном основывается на следующих допущениях: а) интенсивность турбулентности является величиной такого же порядка или даже ниже, чем интенсивность турбулентности, типичная для атмосферных течений; б) обтекаемое тело является достаточно длинным, так что концевыми эффектами можно пренебречь; в) в области потока, расположенной вверх по течению от тела, любые пульсации скорости, вносимые спутной струей, являются статистически независимыми от пульсаций скорости, вызванных турбулентностью на-



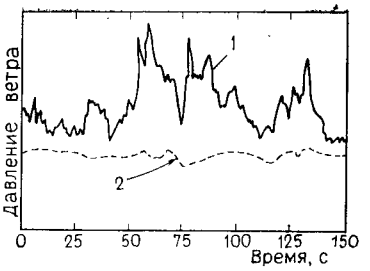


Рис. 4.34. Изменение во времени давления ветра на наветренной и подветренной стенах здания

1 — наветренная стена; *2* — подветренная стена (в спутной струе)

Рис. 4.33. Аэродинамическая передаточная функция квадратной пластины в турбулентном потоке

бегающего потока, так что последние можно рассматривать отдельно. Основным положением в подходах, развитых в [4.39], является обобщение «теории быстрых искажений», которая позволяет линеаризовать уравнения, описывающие турбулентное движение вблизи лобовой поверхности тела. Эта линеаризация проводится исходя из допущения, что изменения в осредненном течении, связанные с присутствием тела, достаточно быстро вносят искажение в существующую турбулентность потока, так что за время этого процесса нелинейный инерционный перенос энергии между вихрями различных размеров является пренебрежимо малым.

В таком случае уравнения для безразмерного вектора завихренности* турбулентного потока $\widetilde{\omega}_i$ $(i = 1, 2, 3)$ имеют вид [4.39]

$$D\widetilde{\omega}_i/Dt \approx \sum_{j=1}^{3} \omega_j (\partial \widetilde{u}_i/\partial x_j) \quad (i = 1, 2, 3), \tag{4.54}$$

где $\widetilde{u}_i$ $(i = 1, 2, 3)$ — безразмерный вектор пульсаций скорости. Безразмерное давление $\widetilde{p}'$ задается выражением

$$-\partial \widetilde{p}'/\partial x_i \approx \partial u_i/\partial t + \sum_{j=1}^{3} [\widetilde{U}_j (\partial \widetilde{u}_i/\partial x_j) + \widetilde{u}_j (\partial \widetilde{U}_i/\partial x_j)] \quad (i = 1, 2, 3), \tag{4.55}$$

где $\widetilde{u}_i$ $(i = 1, 2, 3)$ — безразмерный вектор средней скорости, поле которого приближенно является безвихревым**.

Граничные условия, по существу, сводятся к следующему: а) на большом удалении от тела значения скорости приближаются к их значениям в невозмущенном потоке и б) в непосредственной близости

* Чаще под завихренностью понимается только вертикальная компонента вихря скорости. (*Примеч. науч. ред.*)

** Безвихревым является такое течение, в котором компоненты $\omega_1 = \dfrac{\partial u_3}{\partial x_2} - \dfrac{\partial u_2}{\partial x_3}$; $\omega_2 = \dfrac{\partial u_1}{\partial x_3} - \dfrac{\partial u_3}{\partial x_1}$; $\omega_3 = \dfrac{\partial u_2}{\partial x_1} - \dfrac{\partial u_1}{\partial x_2}$ все равны нулю.

от наветренной поверхности тела скорости в каждой точке перпендикулярны внешней нормали к этой поверхности.

Расчеты, проведенные на основе приведенных выше уравнений и граничных условий, дают основания считать, например, что как только a/L_x принимает значения < 1 (где a — характерный горизонтальный размер тела и L_x — продольный интегральный масштаб турбулентности), выражение (4.53) становится применимым на наветренной стороне сооружения вплоть до частот $n \approx 0{,}15\ U/a$, где U — средняя скорость невозмущенного потока [4.41]. Для более высоких частот спектр давления убывает более быстро, чем спектр скорости, так что при расчете сооружений выражение (4.53) дает известный запас. Что это именно так, подтверждается результатами экспериментальных исследований, о которых сообщается в [4.42—4.44] и [4.44]*. Проведенные расчеты также дают основания полагать, что более мелкие вихри «скапливаются» у наветренной поверхности тела, и именно поэтому когерентность пульсаций давления на высоких частотах несколько больше, чем когерентность пульсаций скорости на тех же высоких частотах в невозмущенном потоке. При выполнении расчетов строительных конструкций этот эффект «скопления» необходимо иметь в виду, выбирая соответственно малые значения коэффициентов убывания экспонент в выражении (2.67) или (2.68).

4.7.4. Пульсации давления на подветренной стороне плохообтекаемых тел. В соответствии с выражениями (4.47)—(4.50) отношения давлений на подветренной стороне к давлениям на наветренной стороне одинаково как для пульсаций этих величин, так и для их средних значений. Результаты натурных измерений, однако, дают основания считать, что пульсации давлений на подветренной стороне являются менее интенсивными, чем они получаются в соответствии с выражением (4.48) (см., например, рис. 4.34, заимствованный из [4.50]). Поэтому представляется обоснованным предположить, что использование в расчетах выражения (4.48) с точки зрения надежности сооружений идет в запас.

Для целей расчета сооружений представляет интерес также вопрос о степени корреляции давлений на наветренной стороне здания с давлениями на его подветренной стороне. Интуитивно понятно, что эта взаимосвязь не может быть однозначной. Она будет сильнее для вихрей с большими длинами волн, которые, можно полагать, огибают тело таким же образом, как осредненное течение, и будет затухать при уменьшении длин волн. Эту зависимость можно выразить путем выбора соответствующей функции $N(n)$, входящей в (4.52). В [4.45] было предложено такое выражение для этой функции:

$$N(n) = \frac{1}{\tilde{\xi}} - \frac{1}{2\tilde{\xi}^2}\left(1 - e^{-2\tilde{\xi}}\right); \tag{4.56}$$

$$\tilde{\xi} = \frac{15{,}4n\Delta x}{\overline{U}}, \tag{4.57}$$

* Согласно [4.67], спектры давления и скорости имеют одинаковый наклон на любой заданной частоте.

где $\overline{U}$ — средняя скорость ветра на уровне, составляющем $(^2/_3)H$; Δx — наименьший из размеров B, H или D; B — длина наветренной грани; H — высота и D — ширина призматического тела.

Измерения в натурных условиях и аэродинамической трубе, о которых сообщается в [4.46, 4.47, 4.48 и 4.49], дают основание полагать, что это выражение является приемлемым для практического использования.

4.7.5. Максимальные значения местных ветровых нагрузок. Обоснованный расчет элементов покрытия, кровли, стенового заполнения и других конструкций, в которых отказ может наступить вследствие местных воздействий ветра, имеет первостепенную важность по соображениям надежности и экономичности. Поэтому желательно, чтобы нагрузки, вызываемые ветром на такие элементы, устанавливались как можно более реалистичными.

Элементы, в которых потенциально возможен отказ вследствие местных ветровых нагрузок, обычно являются достаточно жесткими, так что динамическое усиление их реакции незначительно. В таком случае ветровая нагрузка, действующая на некоторый элемент конструкции, равняется сумме мгновенных значений давлений, вызываемых ветром по всей его площади. В течение каждого шторма эта нагрузка достигает своего максимума; рассматриваемый элемент и его крепления должны быть рассчитаны таким образом, чтобы выдерживать максимум ветровой нагрузки во время шторма с повторяемостью один раз в $\overline{N}$ лет, где $\overline{N}$ — средний интервал повторения расчетной скорости ветра, установленной для данного элемента.

Суммарную ветровую нагрузку, действующую на такие конструкции, как элементы покрытия или навесные стены, в принципе можно было бы измерять непосредственно. Однако экспериментальные установки, необходимые для таких измерений, являются недоступными по цене и неудобными в использовании. Поскольку измерения давления несколько проще и обходятся они дешевле, взамен этого в основном используется следующий подход к определению величины максимальных местных ветровых нагрузок. Максимальная местная ветровая нагрузка, действующая на некоторый элемент, представляется в виде произведения (*а*) максимального давления ветра в соответствующим образом выбранной точке, (*b*) площади элемента и (*в*) коэффициента снижения нагрузки, отражающего неоднородность во времени и в пространстве давлений в различных точках. Максимальные давления ветра, которые представляют собой сумму давлений на обеих сторонах элемента (например, внешнего и внутреннего давлений в случае элемента стены), могут таким образом рассматриваться как верхние границы для экстремальных ветровых нагрузок. В отсутствие достаточного количества экспериментальных данных коэффициенты снижения нагрузки следует оценивать субъективно, в частности в зонах отрыва потока или вблизи них (например, в углах здания или по краям крыши), где местные давления не могут моделироваться с помощью аэродинамической теории.

Результаты измерений в аэродинамической трубе и в натурных условиях, о которых сообщается в литературе (см., например, [4.51

и 4.52], качественно в основном согласуются с положениями Американского национального стандарта А58.1—1972 [4.53] по расчету отдельных элементов и конструкций здания на ветровые нагрузки. Однако необходимо провести дополнительные исследования, чтобы обосновать или улучшить эти положения и продвинуть вперед решение вопросов о расчете кровли и ограждений.

Особую важность в этой связи приобретает вопрос о поведении под действием ветра оконных стекол в высоких зданиях [4.54]. Значительная неопределенность в этой области все еще продолжает существовать, как об этом указывается в литературе и о чем наглядно свидетельствуют случаи происходящих время от времени разрушений стекол в высоких сооружениях под действием ветровых нагрузок [4.55—4.60].

4.7.6. Вторичные воздействия ветра. В дополнение к ветровым нагрузкам, вызванным прямым действием воздушного потока на сооружение, в определенных случаях представляет интерес рассмотреть и производимые ветром вторичные воздействия, такие как сдувание гравийного покрытия и перенос снега. Систематическое изучение этих явлений было недавно проведено Национальным научно-исследовательским советом и Карлетонским университетом, Оттава, Канада [4.63, 4.64] и в лабораториях ЦЕБТП, Сент-Реми-ле-Шеври, Франция [4.65, 4.66].

Следует также упомянуть о воздействии ветра как о факторе, который влияет на потребление в зданиях энергии за счет увеличения инфильтрации воздуха. Как показано в [4.68], потери энергии от вызываемой ветром инфильтрации воздуха можно существенно снизить за счет ограждающего влияния деревьев, которые действуют как лесозащитная полоса; сбереженная таким образом энергия в некоторых случаях может достигать 15%.

Результаты, приведенные в [4.68], были получены при испытаниях в аэродинамической трубе и впоследствии подтверждены натурными измерениями [4.69].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛ. 4

4.1. L. M. Milne-Thompson, *Theoretical Hydrodunamics*, Macmillan, New York, 1965.
4.2. H. Rouse, *Advanced Mechanics of Fluids*, Wiley, 1958.
4.3. G. K. Batchelor, *Fluid Dynamics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., 1967.
4.4. V. L. Streeter, *Fluid Mechanics*, McGaw-Hill, New York, 1966.
4.5. H. Bénard, «Formation de centres de giration á l'arriére d'un obstacle en mouvement», *C. r. Acad. Sci.* **147** (1908), 839—842.
4.6. Th. v. Kármán, «Über den Mechanismus des Widerstandes den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt», in *Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften*, Göttingen (1911) 509—517.
4.7. G. A. Dobrodzicki, *Flow Visualization in the National Aeronautical Establishment's Water Tunnel*, Aeronautical Report No. LR-557, National Research Council of Canada, Ottawa, 1972.
4.8. V. Strouhal, Über eine besondere Art der Tonerregung», *Ann. Phys.*, 5 (1878) 216—250.
4.9. L. R. Wotton and C. Scruton, «Aerodunamic Stability», in *The Modern Design of Wind-Sensitive Structures*, Construction Industry Research and Information Association. London, England, 1971, pp. 65—81.

4.10. «Wind Forces on Structures», *Trans. ASCE* **126**, Part II (1961) 1124—1198.
4.11. NASA Skylab II Photo 73-H-964, 73-HE-777, released Oct. 2, 1973.
4.12. *Weather*, **31**, 10 (Oct. 1976) 346.
4.13. A. Roshko, «On the Wake and Drag of Bluff Bodies», *J. Aeronaut. Sci.*, **22**, 2 (1955) 124—132.
4.14. S. F. Hoerner, *Fluid-Dunamic Drag*, published by the author, 148 Busteed Drive, Midland Park, N. J., 1965.
4.15. C. Scruton and E. W. E. Rogers, «Steady and Unsteady Wind Loading of Buildings and Structures», *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, A269, (1971), 353—383.
4.16. B. J. Vickery, «Fluctuating Lift and Drag on a Long Cylinder o Square Cross—Section in a Smooth and in a Turbulent Stream», *J. Fluid Mech.*, **25**, Part 3 (1966) 481—494.
4.17. P. Sachs, *Wind Forces in Engineering*, Pergamon, Oxford, 1972.
4.18. Swiss Code of Practice, No. 160, Article 20, 1956.
4.19. G. E. Mattingly, *An Experimental Study of the Three-Dimensionality of the Flow Around a Circular Cylinder*, Report No. BN295, Institute for Fluid Dynamics and Applied Mathematics, University of Maryland, College Park, Md., June 1972.
4.20. W. D. Baines, «Effects of Velocity Distribution on Wind Loads and Flow Patterns on Buildings», in *Proceedings of the Symposium on Wind Effectc on Buildings and Structures*, Vol. 1, National Physical Laboratory, Teddington, U. K., 1963, pp. 197—223.
4.21. M. Jensen, *Shelter Effect Investigations*—, Danish Technical Press, Copenhagen, 1954.
4.22. M. Jensen and N. Franck, *Model-Scale Tests in Turbulent Wind*, Danish Technical Press, Copenhagen, 1965.
4.23. W. A. Dalgliesh, «Comparison of Model/Full-Scale Wind Pressures on a High-Rise Building, *J., Ind. Aerodyn.* **1** (1975) 55—66.
4.24. R. H. Scanlan and N. J. Sollenberger, «Pressure Differences Across the Shell of a Hyperbolic Natural-Draft Cooling Tower», in *Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, London, 1975, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., 1976, pp. 143—150.
4.25. H.-J. Niemann, «Zur stationären Windbelastung rotationsymmetrischer Bauwerke in Bereich transkritischer Reynoldszahlen», Report No. 71-2, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität, Bochum, West Germany, 1971.
4.26. H. Ruscheweyh, «Wind Loadings on Hyperbolic Natural Draught Cooling Towers», *J. Ind. Aerodun.*, **1** (1976) 335—340.
4.27. A. G. Davenport and N. Isyumov, *The Dynamic and Static Action of Wind on Hyperbolic Cooling Towers*, Vol. 1 Research Report No. BLWT1-66, University of Western Ontario, London, Canada, 1966.
4.28. J. Armitt, «The Effect of Surface Roughness and Free Stream Turbulence on the Flow Around a Model Cooling Tower at Critical Reynolds Number», in Proceedings of the Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures, Louqhborough University of Technology, Leicestershire, U. K., 1968.
4.29. C. Farell, «On the Modelling of Wind Loaling on Large Cooling Towers», Proceedinqs of the Second Annual Thermal Power Conference, Washington State Uniwersity, Pullman, Wash., 1971.
4.30. P. E. Colin and D. Olivari, «High Reynolds Number Simulation in Wind Tunnel Testing of Cooling Tower Models», I.A.S.S. Colloquium, Brussels, 1971.
4.31. C. Farell, O. Güven, and F. Maisch, «Mean Wind Loading on Rough-Walled Cooling Towers», *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, **102**, No. EM 6, Proc. Paper 12647 (1976) 1059—1081.
4.32. R. L. Wardlaw, «Comparison of Model and Full-Scale Measurements on the CIBC Building, Montreal», in Proceedings of the Sympomium on Full-Scale Measurements of Wind Effects, London, Canada, 1974.
4.33. J. A. Peterka and J. E. Cermak, *Adverse Wind Loading Induced by Adjacent Buildings*, ASCE National Structural Engineering Convention, New Orleans, La., 1975 (Reprint No. 2456).

4.34. W. R. Sears, «Some Aspects of Nonstationary Airfoil Theory and Its Applications», *J. Aero. Sci.*, 2, (1941), 104.
4.35. P. W. Bearman, «Wind Loads on Structures in Turbulent Flow», *in The Modern Dasign of Wind-Sensitive Structures*, Construction Industry Research and Information Association, London, 1971, pp. 42—48.
4.36. H. W. Liepmann, «On the Application of Statistical Concepts to the Buffeting Problem», *J. Aero. Sci.*, **19**, 12 (1952) 793—800, 822.
4.37. A. G. Davenport, «Buffeting of a Suspension Bridge by Storm Winds», *J. Struct. Div.*, ASCE, 88, No ST6, (1962) 233—264.
4.38. R. Vaicaitis and E. Simiu, «Non-Linear Perssure Terms and Along-Wind Response», *J. Struct. Div.*, ASCE, **103**, No. ST4, Proc. Paper 12837 (1977) 903—906.
4.39. J. C. R. Hunt, «A Theory of Turbulent Flows Round Two-Dimensional Bodies», *J. Fluid Mech.*, **61**, Part 4 (1973) 625—706.
4.40. J. C. R. Hunt, «A Theory of Fluctuating Pressures on Bluff Bodies in Turbulent Flows», in *Proceedings of the IUTAM-IAHR Symposium on Flow-Induced Structural Vibrations*, Karlsruhe, West Germany, 1972, E. Naudascher (Ed.), Springer- Verlag, Berlin, 1974, pp. 190—203.
4.41. J. C. R. Hunt, «Turbulent Velocities Near and Fluctuating Surface Pressures on Structures in Turbulent Wind», in *Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, London, *1975*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., 1976, pp. 309—320.
4.42. B. J. Vickery and K. H. Kao, «Drag or Along-Wind Response of Slender Structures,» *J. Struct. Dir.*, ASCE, **98**, No. ST1, Proc. Paper 8635, (1972) 21—36.
4.43. P. W. Bearman, «Some Measurements of the Distortion of Turbulence Approaching a Two-Dimensional Body, *J. Fluid Mech.* **53**. Part 3, (1972) 451—467.
4.44. R. D. Marshall, *Surface Pressure Fluctuations Near an Axisymmetric Staqnation Point*, NBS Technical Note No. 563, National Bureau of Standards, Washington, D. C. 1971.
4.45. J. Vellozzi and E. Cohen, «Gust Response Factors.» *J. Struct. Div.*, ASCE, **94**, No. ST6. Proc. Paper 5980. (1968) 1295—1313.
4.46. R. Lam Put, «Dynamic Response of a Tall Building to Random Wind Loads», *Proceedings of the Third International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo, Japan, 1971, Saikon, Tokyo, 1972, pp. 42—440.
4.47. H. van Koten, «The Fluctuating Wind Pressures on the Cladding and Inside a Building» in Symposium on Full-Scale Measurements of Wind Effects on Tall Buildings, University of Western Ontario, London, Canada, 1973.
4.48. J.D. Holmes, «Pressure Fluctuations on a Large Building and Along-Wind Structural Loading,» *J. Ind Aerodyn.*, **1**, 1 (1975) 249—278.
4.49. K.H. Kao, *Measurements of Pressure-Velocity Correlation on a Rectangular Prism in Turbulent Flow.* Report No. BLWT-20, University of Western Ontario, London., Ganada, 1970.
4.50. W. A. Dalgliesh, «Statistical Treatment of Peak Gust on Cladding,» *J. Struct. Div.*, ASCE **97**, No. ST9, Proc. Paper 8356, (1971) 2173—2187.
4.51. R. D. Marshall, «A Study of Wind Pressures on a Single-Family Dwelling in Model and Full-Scale», *J. Ind. Aerodyn.*, **1**, 2 (1975) 177—199.
4.52. K.J. Eaton, *Cladding and the Wind*, Building Research Establishment Current Paper 47/75, Building Research Station, Garston, Watford, U. K., 1975; *J. Struct. Div.*, ASCE, **102**, ST5, Proc. Paper 12114 (1976) 1043—1058.
4.53. *American Standard Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures*, A58.1, American Nationa Standards Institute, New York, 1972.
4.54. «Glass Product Recommendations-Wind Load Performance,» Pittsburgh Plate Glass Company Technical Service Report No. 101A, Pittsburgh, 1975.
4.55. F. R. Khan, A. Rational Mathod for the Design of Curtain Walls,» in *Wind Effects on High-Rise Buildings*, Proceedings of the Chicago Design Symposium held at Northwestern University, Evanston, Ill. (R. A. Parmelee, Ed.), 1970.

4.56. P.W. Fortescue, «Moments and Movements of Windows Under Aerodynamic Loads,» *Build. Sci.* 8 (1973) 159—165.
4.57. H. Ishizaki,S. Miyoshi, and T. Miwia, «On the Design of Glass Panels Against Wind Loading», in *Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, London, 1975, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K., 1976, pp. 655—662.
4.58. J.E. Minor and L.W. Beason, «Window Glass Failures in Windstorms», *J. Struct. Div.* ASCE, **102**, No. STI, Proc. Paper 11834 (1976) 147—160.
4.59. «Hancock Glass Breakage: A. Combination of Errors?,» *Engineering News Record* (May 1976) 9.
4.60. J.R. Mayne and G.R. Walker, *The Response of Glazing to Wind Pressure*, Building Research Establishment Report No. BRS-CP 44/76, Garston, Watford, U.K. 1976.
4.61. New Approaches to Design Against Wind Action», in A.G. Davenport (Ed.), *Course Notes*, The Boundary Layer Wingd Tunnel Laboratory, University of Western Ontario. London, Canada, 1971.
4.62. J. Blessman, *Aerodinamica Aplicada a Engenharia Civil*, Faculdade de Economia do Vale do Rio dos Sinos, Brasil, 1969.
4.63. R. J. Kind and R. L. Wardlaw, *Design of Rooftops Against Gravel Blow-off*, Report No. 15544, National Research Council of Canada, Ottawa, 1976.
4.64. R. J. Kind, «A Critical Examination of the Requirements for Model Simulation of Wind-Induced Erosion/Deposition Phenomena Such as Snow Grifting», *Atmos. Environ.* **10**. (1976) 219—227.
4.65. C. Mateescu and H. Popescu, *Accumulations de neige sur les constructions. Etude expérimentale sur modéles*, Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, série EM, Paris, 1974.
4.66. J. Wianecki, *Banc d'essais d'accumulation de la neige due au vent*, Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, srie EM, Paris, 1976.
4.67. W.Z. Sadeh and J. E. Cermak, «Turbulence Effect on Wall Pressure Fluctuations,» *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, **98**, No. EM6, Proc. Paper 9445 (1972) 1356—1376.
4.68. G. E. Mattingly and E. F. Peters, «Wind and Tress: Air Infiltration Effects on Energy and Housing,» *J. Ind. Aerodyn.*, **2** (1977) 1—9.
4.69. G. E. Mattingly (personal communication, Apr. 1977).
4.70. H. P. Pao and T. W. Kao, «On Vortex Trails Over Oceans», *Atmos. Sci.*, Meteorological Society of the Republic of China, Taiwan, **3** (1976) 28—38.

5. ДИНАМИКА СООРУЖЕНИЙ

Динамика сооружений — дисциплина, занимающаяся изучением реакции сооружения при изменяющихся во времени нагрузках.

Цель данной главы — дать обзор некоторых начальных положений теории динамики сооружений и на их основе получить выражения для реакции сооружений при действии распределенных стационарных случайных нагрузок. В дальнейшем эти результаты используются в частном случае — ветровых нагрузок на сооружение — при выводе выражения для его реакции в направлении ветра, включающей перемещения и ускорения. Некоторые из полученных результатов будут также полезны и в других приложениях, включенных в данную монографию.

5.1. Линейная система с одной степенью свободы

Рассмотрим систему (рис. 5.1), состоящую из одиночной массы m, сосредоточенной в точке B, и элемента AB, масса которого считается пренебрежимо малой. Перемещению $x(t)$ массы m противодействуют:

восстанавливающая сила со стороны элемента AB;

диссипативная сила, вызывающая рассеяние механической энергии и возникающая в системе при ее движении.

Предположим, что восстанавливающая сила линейна, т. е. пропорциональна перемещению $x(t)$ и демпфирование также линейное, т. е. пропорционально скорости dx/dt. Тогда из второго закона Ньютона следует, что движение массы определяется уравнением

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=F(t), \tag{5.1}$$

где $F(t)$ — изменяющаяся во времени нагрузка, которая действует на массу; k — коэффициент жесткости элемента AB; c — коэффициент сопротивления; точки обозначают дифференцирование по времени.

Уравнение (5.1) обычно записывается в форме

$$\ddot{x}+2\zeta_1(2\pi n_1)\dot{x}+(2\pi n_1)^2 x=F(t)/m, \tag{5.2}$$

где

$$n_1=1/2\pi\sqrt{k/m} \tag{5.3}$$

и

$$\zeta_1=c/(2\sqrt{km}) \tag{5.4}$$

соответственно собственная частота колебаний и относительное демпфирование системы*.

Величину $2\sqrt{km}$ принято называть критическим коэффициентом демпфирования. Можно показать, что она является таким значением коэффициента демпфирования, при превышении которого свободное движение системы становится апериодическим. Относительное демпфирование выражается в долях от величины критического коэффициента демпфирования.

5.1.1. Реакция на гармоническую нагрузку. Можно легко проверить (5.1), что если

$$F(t)=F_0\cos 2\pi nt, \tag{5.5}$$

то решение уравнения (5.2) при установившемся режиме колебаний имеет вид

$$x(t)=F_0 H(n)\cos(2\pi nt-\varphi), \tag{5.6}$$

где

$$\varphi=\operatorname{tg}^{-1}\frac{2\zeta_1(n/n_1)}{1-(n/n_1)^2}; \tag{5.7}$$

$$H(n)=\frac{1}{4\pi^2 n_1^2 m\{[1-(n/n_1)^2]^2+4\zeta_1^2(n/n_1)^2\}^{1/2}}. \tag{5.8}$$

Величина $H(n)$ известна как *коэффициент усиления* или *передаточная функция* механической системы с параметрами m, n_1 и ζ_1.

Аналогично реакцию при установившихся колебаниях системы от действия нагрузки

$$F(t)=F_0\sin 2\pi nt \tag{5.9}$$

можно представить в виде

$$x(t)=F_0 H(n)\sin(2\pi nt-\varphi). \tag{5.10}$$

* Величина $2\pi n_1$ называется собственной угловой частотой колебаний и обычно обозначается ω_1.

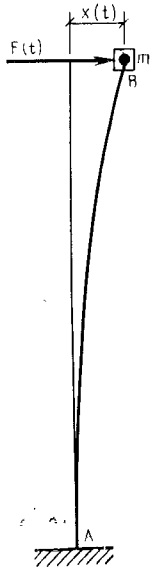


Рис. 5.1. Система с одной степенью свободы

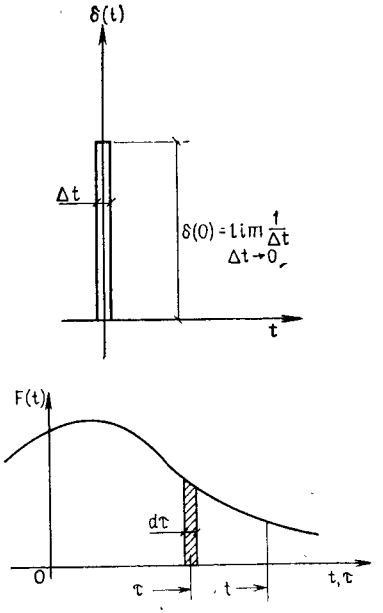


Рис. 5.2. Единичная импульсная функция
Рис. 5.3. Нагрузка $F(t)$

5.1.2. Реакция на произвольную нагрузку. Пусть система, описываемая уравнением (5.2), подвергается действию нагрузки в виде единичной импульсной функции $\delta(t)$, приложенной в момент времени $t = 0$, т. е., нагрузки, определяемой следующим образом (см. рис. 5.2):

$$\left.\begin{aligned} &\delta(t) = 0 \quad \text{при } t \neq 0; \\ &\lim_{\Delta t \to 0} \int_0^{\Delta t} \delta(t)\, dt = 1. \end{aligned}\right\} \tag{5.11}$$

Реакция системы на нагрузку $\delta(t)$ является функцией времени и обозначается $G(t)$.

Произвольная нагрузка $F(t)$ (рис. 5.3) может быть представлена как сумма элементарных импульсов величиной $F(\tau')\, d\tau'$, действующих в момент времени τ'. Вследствие линейности системы ее реакция в момент времени t на каждый такой импульс равна $G(t - \tau')\, F(\tau')\, d\tau'$, а суммарная реакция

$$x(t) = \int_{-\infty}^{t} G(t-\tau')\, F(\tau')\, d\tau'. \tag{5.12}$$

Пределы интегрирования показывают, что учитываются все элементарные импульсы, действовавшие до момента времени t. После замены переменной $\tau = t - \tau'$ выражение (5.12) принимает вид

$$x(t) = \int_0^{\infty} G(\tau)\, F(t-\tau)\, d\tau'. \tag{5.13}$$

Пусть $F(t) = F_0 \cos 2\pi nt$. Тогда из (5.6) и (5.13) следует, что

$$H(n)\cos\varphi = \int_0^\infty G(\tau)\cos 2\pi n\tau d\tau \qquad (5.14)$$

и

$$H(n)\sin\varphi = \int_0^\infty G(\tau)\sin 2\pi n\tau d\tau. \qquad (5.15)$$

Воспользовавшись выражениями (5.14) и (5.15), можно записать

$$H^2(n)\cos^2\varphi = \int_0^\infty\int_0^\infty G(\tau_1)\cos 2\pi n\tau_1\, G(\tau_2)\cos 2\pi n\tau_2\, d\tau_1\, d\tau_2; \qquad (5.16)$$

$$H^2(n)\sin^2\varphi = \int_0^\infty\int_0^\infty G(\tau_1)\sin 2\pi n\tau_1\, G(\tau_2)\sin 2\pi n\tau_2\, d\tau_1\, d\tau_2. \qquad (5.17)$$

Затем суммируя (5.16) и (5.17), получим следующее соотношение между $H(n)$ и $G(\tau)$:

$$H^2(n) = \int_0^\infty\int_0^\infty G(\tau_1)\, G(\tau_2)\cos 2\pi n(\tau_1-\tau_2)\, d\tau_1\, d\tau_2. \qquad (5.18)$$

5.1.3. Реакция при стационарной случайной нагрузке. Рассмотрим случай, когда нагрузка $F(t)$ вызывается стационарным процессом со спектральной плотностью $S_F(n)$. Выражение для спектральной плотности реакции $S_x(n)$ можно получить с помощью соотношений (А2.20), (А2.21) и (5.13):

$$S_x(n) = 2\int_{-\infty}^\infty R_x(\tau)\cos 2\pi n\tau d\tau = 2\int_{-\infty}^\infty \left[\lim_{T\to\infty} 1/T \int_{-T/2}^{T/2} x(t)\, x(t+\tau)\, dt\right]\times$$

$$\times\cos 2\pi n\tau d\tau = 2\int_{-\infty}^\infty \left\{\lim_{T\to\infty} 1/T \int_{-T/2}^{T/2} dt\left[\int_0^\infty G(\tau_1)\, F(t-\tau_1)\, d\tau_1\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\int_0^\infty G(\tau_2)\, F(t+\tau-\tau_2)\, d\tau_2\right]\right\}\cos 2\pi n\tau d\tau = 2\int_0^\infty G(\tau_1)\times$$

$$\times\left\{\int_0^\infty G(\tau_2)\left[\int_{-\infty}^\infty R_F(\tau+\tau_1-\tau_2)\cos 2\pi n\tau d\tau\right] d\tau_2\right\} d\tau_1 =$$

$$= 2\int_0^\infty\int_0^\infty G(\tau_1)\, G(\tau_2)\cos 2\pi n(\tau_1-\tau_2)\, d\tau_1\, d\tau_2 \int_{-\infty}^\infty R_F(\tau+\tau_1-\tau_2)\cos 2\pi n\times$$

$$\times(\tau+\tau_1-\tau_2)\, d(\tau+\tau_1-\tau_2) + 2\int_0^\infty\int_0^\infty G(\tau_1)\, G(\tau_2)\sin 2\pi n(\tau_1-\tau_2)\, d\tau_1\, d\tau_2\times$$

$$\times\int_{-\infty}^\infty R_F(\tau+\tau_1-\tau_2)\sin 2\pi n(\tau+\tau_1-\tau_2)\, d(\tau+\tau_1-\tau_2), \qquad (5.19)$$

где на последнем этапе использовано тождество

$$\cos 2\pi n\tau \equiv \cos 2\pi n[(\tau+\tau_1-\tau_2)-(\tau_1-\tau_2)]. \qquad (5.20)$$

На основании соотношений (А2.20), (А2.23) и (5.18) имеем

$$S_x(n) = H^2(n)\, S_F(n). \qquad (5.21)$$

Этот результат особенно полезен для решения прикладных задач.

5.2. Линейные системы с большим числом степеней свободы

5.2.1. Собственные частоты и формы колебаний сооружений с распределенными параметрами. Экспериментально доказано, что упругая система с распределенными параметрами и малым демпфированием при гармоническом возбуждении испытывает резонансные колебания на некоторых явно выраженных характерных частотах. Каждой такой резонансной или собственной частоте соответствует *собственная* или *нормальная форма* распределения амплитуд колебаний сооружения. Например, на рис. 5.4 изображены первые четыре собственные формы колебаний вертикального консольного стержня.

Эти характерные формы прогибов и связанные с ними частоты определяются особенностями самого сооружения, не зависят от внешних нагрузок и являются весьма важными динамическими характеристиками распределения его инерционных и жесткостных свойств*. Фактически совокупность собственных форм колебаний можно рассматривать как полную систему особых форм прогибов, посредством которых можно выразить любое перемещение сооружения.

Так, если z — текущая координата (например, по высоте сооружения), собственные формы горизонтальных колебаний (в направлении x) обозначаются как $x_i(z)$, где i — 1, 2, 3, ..., тогда некоторое перемещение $x(z, t)$ можно выразить в виде суммы:

$$x(z, t)=\sum_i x_i(z)\,\xi_i(t), \tag{5.22}$$

где коэффициенты $\xi_i(t)$ показывают вклад каждой собственной формы $x_i(z)$ в рассматриваемое перемещение. Коэффициенты $\xi_i(t)$ называются *обобщенными координатами* системы.

Важным свойством собственных форм колебаний $x_i(z)$ является их взаимная ортогональность с весовой функцией, характеризующей распределение массы, т. е.

$$\int x_i(z)\,x_j(z)\,m(z)\,dz=0 \quad (i\neq j), \tag{5.23}$$

где $m(z)$ — масса сооружения на единицу длины.

Так как система в действительности имеет непрерывно распределенные параметры, но реагирует на каждой своей резонансной частоте как единое целое (или система с одной степенью свободы), то весьма удобно и полезно приводить континуальные системы к системам с одной степенью свободы. В этом случае целесообразно использовать энергетический подход. Кинетическая энергия сосредоточенной массы M равна $1/2\,M\dot{x}^2$, где $\dot{x}$ — скорость ее перемещения. Определим теперь кинетическую энергию для системы с распределенными параметрами.

* Методы определения собственных частот и форм колебаний подробно рассматриваются, например, в [5.1] или в [5.3].

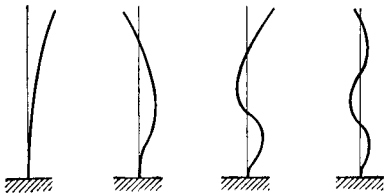


Рис. 5.4. Первые четыре собственные формы колебаний консольного стержня

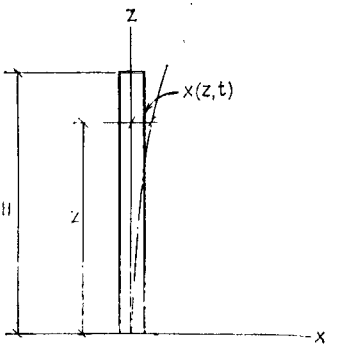


Рис. 5.5. Расчетная схема гибкого сооружения

Обозначим горизонтальное перемещение через $x(z, t)$, тогда кинетическую энергию бесконечно малого элемента с координатой z можно записать

$$^1/_2 m(z)[\dot{x}(z, t)]^2 dz.$$

Следовательно, кинетическая энергия всей системы равна:

$$\text{К. Е.} = {}^1/_2 \int m(z)[\dot{x}(z, t)]^2 dz. \tag{5.24}$$

Если система колеблется по собственной форме $x_i(z)$, тогда

$$\dot{x}(z, t) = x_i(z)\,\dot{\xi}_i(t) \tag{5.25}$$

и выражение для кинетической энергии принимает вид

$$\text{К. Е.} = {}^1/_2 M_i \dot{\xi}_i^2, \tag{5.26}$$

где

$$M_i = \int [x_i(z)]^2 m(z)\, dz. \tag{5.27}$$

M_i называется *обобщенной массой* системы, соответствующей i-й собственной форме колебаний.

В этом смысле система с распределенными параметрами, которая колеблется по какой-либо из ее собственных форм, может рассматриваться просто как система с одной степенью свободы, с массой M_i и скоростью колебаний $\dot{\xi}_i$.

5.2.2. Общее выражение для реакции. Рассмотрим сооружение, для которого можно считать, что перемещения в направлении x одинаковы для всех точек сечения с координатой z (рис. 5.5). Легко показать [5.2], что если относительное демпфирование системы мало, то обобщенные координаты $\xi_i(t)$ удовлетворяют уравнениям

$$\ddot{\xi}_i(t) + 2\zeta_i(2\pi n_i)\,\dot{\xi}_i(t) + (2\pi n_i)^2 \xi_i(t) = \frac{Q_i(t)}{M_i} \quad (i = 1, 2, 3 \ldots), \tag{5.28}$$

где ζ_i, n_i и M_i — относительное демпфирование, собственная частота и обобщенная масса (5.27) для i-й формы колебаний.

Величина $Q_i(t)$ называется *обобщенной силой*, соответствующей i-й форме колебаний и выражается в виде

$$Q_i(t)=\int_0^H p(z,\ t)\,x_i(z)\,dz, \tag{5.29}$$

где H — высота сооружения; $p(z, t)$ — изменяющаяся во времени распределенная линейная нагрузка, действующая на систему.

Как видно, каждое из уравнений (5.28) имеет такую же форму, как и уравнение движения системы с одной степенью свободы (5.2).

Если нагрузка $p(z, t)$ такова, что

$$p(z,\ t)=F(t)\,\delta(z-z_1), \tag{5.30}$$

где $\delta(z-z_1)$ определяется так же, как и в (5.11), т. е. если на сооружение действует сосредоточенная снла $F(t)$, приложенная в точке с координатой z_1, то обобщенная сила $Q_i(t)$ принимает вид

$$Q_i(t)=\lim_{\Delta z\to 0}\int_{z_1}^{z_1+\Delta z} p(z,\ t)\,x_i(z)\,dz=x_i(z_1)\,F(t). \tag{5.31}$$

5.2.3. **Реакция при гармонической нагрузке.** Если сосредоточенная сила

$$F(t)=F_0\cos 2\pi nt \tag{5.32}$$

действует на сооружение в точке с координатой z_1, то на основании формулы (5.31) обобщенная сила для i-й формы колебаний равна:

$$Q_i(t)=F_0\,x_i(z_1)\cos 2\pi nt \tag{5.33}$$

и решения уравнений (5.28) для установившихся колебаний будут аналогичны решению (5.6) при нагрузке (5.5), т. е.

$$\xi_i(t)=F_0\,x_i(z_1)\,H_i(n)\cos(2\pi nt-\varphi_i), \tag{5.34}$$

где

$$H_i(n)=\frac{1}{4\pi^2 n_i^2 M_i\left\{[1-(n/n_i)^2]^2+4\zeta_i^2(n/n_i)^2\right\}^{1/2}}, \tag{5.35}$$

$$\varphi_i=\operatorname{tg}^{-1}\frac{2\zeta_i(n/n_i)}{1-(n/n_i)^2}. \tag{5.36}$$

Из выражения (5.22) следует, что реакция сооружения в точке с координатой z имеет вид

$$x(z,\ t)=F_0\sum_i x_i(z)\,x_i(z_1)\,H_i(n)\cos(2\pi nt-\varphi_i). \tag{5.37}$$

Выражение (5.37) удобно записать в следующей форме:

$$x(z,\ t)=F_0\,H(z,\ z_1,\ n)\cos[2\pi nt-\varphi(z,\ z_1,\ n)], \tag{5.38}$$

где

$$H(z,\ z_1,\ n)=\left\{\left[\sum_i x_i(z)\,x_i(z_1)\,H_i(n)\cos\varphi_i\right]^2+\right.$$
$$\left.+\left[\sum_i x_i(z)\,x_i(z_1)\,H_i(n)\sin\varphi_i\right]^2\right\}^{1/2}; \tag{5.39}$$

$$\varphi(z,\ z_1,\ n)=\operatorname{tg}^{-1}\frac{\sum_i x_i(z)\,x_i(z_1)\,H_i(n)\sin\varphi_i}{\sum_i x_i(z)\,x_i(z_1)\,H_i(n)\cos\varphi_i}, \tag{5.40}$$

что непосредственно следует из (А2.4а) и (А2.4б).

Аналогично реакция в точке с координатой z при установившихся колебаниях от сосредоточенной силы

$$F(t)=F_0 \sin 2\pi n t,$$

действующей на сооружение в точке с координатой z_1, может быть записана таким образом:

$$x(z,\ t)=F_0 H(z,\ z_1,\ n) \sin [2\pi n t-\varphi(z,\ z_1,\ n)]. \tag{5.41}$$

5.2.4. Реакция при сосредоточенной стационарной случайной нагрузке. Обозначим через $G(z,\ z_1,\ t)$ реакцию системы в точке с координатой z при сосредоточенной единичной импульсной нагрузке $\delta(t)$, действующей в момент времени $t=0$ в точке с координатой z_1. На основе тех же рассуждений, что и при получении выражения (5.13), реакция $x(z,\ t)$ сооружения в точке с координатой z при произвольной нагрузке $F(t)$, действующей в точке с координатой z_1, может быть представлена в виде

$$x(z,\ t)=\int_0^\infty G(z,\ z_1,\ t)\, F(t-\tau)\, d\tau. \tag{5.42}$$

Отметим полную аналогию зависимостей (5.38), (5.41) и (5.42) соответственно (5.6), (5.10) и (5.13). Поэтому, выполняя те же преобразования, что и при выводе выражения (5.21), получим

$$S_x(z,\ z_1,\ n)=H^2(z,\ z_1,\ n)\, S_F(n), \tag{5.43}$$

где $S_x(z,\ z_1,\ n)$ — спектральная плотность перемещения $x(z,\ t)$; $H(z,\ z_1,\ n)$ — передаточная функция, определяемая выражением (5.39) и $S_F(n)$ — спектральная плотность нагрузки $F(t)$.

5.2.5. Реакция при двух сосредоточенных стационарных случайных нагрузках. Обозначим через $x(z,\ t)$ реакцию сооружения в точке с координатой z при действии двух стационарных случайных нагрузок $F_1(t)$ и $F_2(t)$, приложенных соответственно в точках с координатами z_1 и z_2. Ковариация реакции может быть представлена в виде

$$R_x(z,\ \tau)=\lim_{T\to\infty} 1/T \int_{-T/2}^{T/2} x(z,\ t)\, x(z,\ t+\tau)\, dt=$$

$$=\lim 1/T \int_{-T/2}^{T/2}\left[\int_0^\infty G(z,\ z_1,\ \tau_1)\, F_1(t-\tau_1)\, d\tau_1+\int_0^\infty G(z,\ z_2,\ \tau_1)\, F_2(t-\tau_1)\, d\tau_1\right]\times$$

$$\times\left[\int_0^\infty G(z,\ z_1,\ \tau_2)\, F_1(t+\tau-\tau_2)\, d\tau_2+\int_0^\infty G(z,\ z_2,\ \tau_2)\, F_2(t+\tau-\tau_2)\, d\tau_2\right] dt=$$

$$=\int_0^\infty G(z,\ z_1,\ \tau_1)\left[\int_0^\infty G(z,\ z_1,\ \tau_2)\, R_{F_1}(\tau+\tau_1-\tau_2)\, d\tau_2\right] d\tau_1+$$

$$+\int_0^\infty G(z,\ z_2,\ \tau_2)\left[\int_0^\infty G(z,\ z_2,\ \tau_2)\, R_{F_2}(\tau+\tau_1-\tau_2)\, d\tau_2\right] d\tau_1+$$

$$+\int_0^\infty G(z, z_1, \tau_1)\left[\int_0^\infty G(z, z_2, \tau_2) R_{F_1F_2}(\tau+\tau_1-\tau_2)\, d\tau_2\right] d\tau_1 +$$

$$+\int_0^\infty G(z, z_2, \tau_1)\left[\int_0^\infty G(z, z_1, \tau_2) R_{F_2F_1}(\tau+\tau_1-\tau_2)\, d\tau_2\right] d\tau_1. \qquad (5.44)$$

Здесь было использовано определение взаимной ковариации (А2.29). Спектральная плотность перемещения $x(z, t)$ равна:

$$S_x(z, n)=2\int_{-\infty}^{\infty} R_x(z, \tau)\cos 2\pi n\tau d\tau=2\int_{-\infty}^{\infty} R_x(z, \tau)\cos 2\pi n\,[(\tau+\tau_1-\tau_2)-$$

$$-(\tau_1-\tau_2)]\, d(\tau+\tau_1-\tau_2). \qquad (5.45)$$

Подставим (5.44) в (5.45). Используя соотношения

$$H(z, z_i, n)\cos\varphi(z, z_i, n)=\int_0^\infty G(z, z_i, \tau)\cos 2\pi n\tau\, d\tau; \qquad (5.46)$$

$$H(z, z_i, n)\sin\varphi(z, z_i, n)=\int_0^\infty G(z, z_i, \tau)\sin 2\pi n\tau\, d\tau, \qquad (5.47)$$

которые аналогичны (5.14) и (5.15), и

$$H(z, z_1, n) H(z, z_2, n)\cos[\varphi(z, z_1, n)-\varphi(z, z_2, n)]=$$

$$=\int_0^\infty\int_0^\infty G(z, z_1, \tau_1) G(z, z_2, \tau_2)\cos 2\pi n(\tau_1-\tau_2)\, d\tau_1\, d\tau_2; \qquad (5.48)$$

$$H(z, z_1, n) H(z, z_2, n)\sin[\varphi(z, z_1, n)-\varphi(z, z_2, n)]=$$

$$=\int_0^\infty\int_0^\infty G(z, z_1, \tau_1) G(z, z_2, \tau_2)\sin 2\pi n(\tau_1-\tau_2)\, d\tau_1\, d\tau_2, \qquad (5.49)$$

которые непосредственно следуют из выражений (5.46) и (5.47), и выполняя те же преобразования, что и при выводе выражения (5.21), получаем

$$S_x(z, n)=H^2(z, z_1, n) S_{F_1}(n)+H^2(z, z_2, n) S_{F_2}(n)+$$

$$+2H(z, z_1, n) H(z, z_2, n)\{S^C_{F_1F_2}(n)\cos[\varphi(z, z_1, n)-\varphi(z, z_2, n)]+$$

$$+S^Q_{F_1F_2}(n)\sin[\varphi(z, z_1, n)-\varphi(z, z_2, n)]\}, \qquad (5.50)$$

где $S_x(z, n)$ — спектральная плотность перемещения в точке с координатой z; $H(z, z_i, n)$ — передаточные функции, определяемые так же, как в (5.39); $S_{F_i}(n)$ — спектральная плотность силы $F_i(t)$ и $S^C_{F_1F_2}(n)$; $S^Q_{F_1F_2}(n)$ — коспектр и квадратурный спектр снл $F_1(t)$ и $F_2(t)$, которые определяются соответствеино из выражений (А2.33) и (А2.34).

5.2.6. Влияние взаимной корреляции нагрузок на величину реакции. Рассмотрим две сосредоточенные стационарные случайные нагрузки $F_1(t)$ и $F_2(t)$, приложенные соответственно в точках с координатами z_1 и z_2, причем такие, что всегда $F_1(t) = F_2(t)$. Тогда по определению взаимная корреляционная функция равна корреляционной функции и $S^C_{F_1F_2} = S_{F_1}(n)$ и $S^Q_{F_1F_2} = 0$ (А2.21) и (А2.29), (А2.20) и (А2.33), (А2.23) и (А2.34). В этом случае говорят, что на-

грузки $F_1(t)$ и $F_2(t)$ *полностью коррелированы.* Спектральную плотность реакции от двух сосредоточенных нагрузок можно записать в виде (5.50)

$$S_x(z, n)=\{H^2(z, z_1, n)+H^2(z, z_2, n)+2H(z, z_1, n)\,H(z, z_2, n)\cos[\varphi(z, z_1, n)-\varphi(z, z_2, n)]\}\,S_{F_1}(n). \quad (5.51)$$

В частном случае при $z_1 = z_2$,

$$S_x(z, n)=4H^2(z, z_1, n)\,S_{F_1}(n).$$

Рассмотрим теперь случай, когда сосредоточенные нагрузки $F_1(t)$ и $F_2(t)$ таковы, что их взаимная ковариация $R_{F_1F_2}(n) = 0$. Тогда, на основании выражений (А2.33) и (А2.34)

$$S^C_{F_1F_2}(n)=S^Q_{F_1F_2}(n)=0,$$

и при одинаковых статистических свойствах нагрузок, т. е. если $S^{(n)}_{F_1} \equiv S_{F_2}(n)$,

$$S_x(z, n)=[H^2(z, z_1, n)+H^2(z, z_2, n)]\,S_{F_1}(n)$$

или при $z_1 = z_2$

$$S_x(z, n)=2H^2(z, z_1, n)\,S_{F_1}(n). \quad (5.52)$$

Таким образом, ординаты спектра реакции сооружения при действии некоррелированных нагрузок в два раза меньше ординат ее спектра при действии полностью коррелированных нагрузок.

5.2.7. Распределенные стационарные случайные нагрузки. Спектральная плотность реакции системы при распределенной стационарной случайной нагрузке может быть получена обобщением выражения (5.47) (для двух сосредоточенных нагрузок) на случай бесконечного числа элементарных нагрузок, действующих на сооружение. Так, если нагрузка распределена по площади A и если (что отмечается в отсутствие вращательных колебаний) передаточные функции не зависят от координаты y (в направлении, перпендикулярном потоку), то спектральная плотность динамического перемещения в направлении ветра может быть записана следующим образом:

$$S_x(z, n)=\int_A\int_A H(z, z_1, n)\,H(z, z_2, n)\,\{S^C_{p_1'p_2'}(n)\cos[\varphi(z, z_1, n)-$$

$$-\varphi(z, z_2, n)]+S^Q_{p_1'p_2'}(n)\sin[\varphi(z, z_1, n)-\varphi(z, z_2, n)]\}\,dA_1\,dA_2, \quad (5.53)$$

где p_1' и p_2' — давления в точках с координатами соответственно y_1, z_1 и y_2, z_2.

Легко удостовериться, что из (5.53) следует*

$$S_x(z, n)=\frac{1}{16\pi^4}\sum_i\sum_j\frac{x_i(z)\,x_j(z)}{n_i^2\,n_j^2\,M_i\,M_j}\times$$

$$\times\frac{1}{\{[1-(n/n_i)^2]^2+4\zeta_i^2(n/n_i)^2\}\{[1-(n/n_j)^2]^2+4\zeta_j(n/n_j)^2\}}\times$$

* Здесь используются выражения (5.39) и (5.40), (5.35) и (5.36), (А2.4а) и (А2.4б). Для вывода выражения (5.54) в комплексных переменных см. работу [5.2], с. 91.

$$\times\left[\left\{\left[1-\left(\frac{n}{n_i}\right)^2\right]\left[1-\left(\frac{n}{n_j}\right)^2\right]+4\zeta_i\zeta_j\frac{n}{n_i}\frac{n}{n_j}\right\}\int\limits_A\int\limits_A x_i(z_1)\,x_j(z_2)\times\right.$$

$$\times S^C_{p_1p_2}(n)\,dA_1\,dA_2+\left\{2\zeta_j\frac{n}{n_j}\left[1-\left(\frac{n}{n_i}\right)^2\right]-\right.$$

$$\left.\left.-2\zeta_i\frac{n}{n_i}\left[1-\left(\frac{n}{n_j}\right)^2\right]\right\}\int\limits_A\int\limits_A x_i(z_1)\,x_j(z_2)\,S^Q_{p_1p_2}(n)\,dA_1\,dA_2\right]. \qquad (5.54)$$

Если демпфирование мало, а резонансные пики хорошо отделены, то члены в выражении (5.54), учитывающие взаимную корреляцию, становятся пренебрежимо малыми, и

$$S_x(z,n)=\sum_i\frac{x_i^2(z)\int\limits_A\int\limits_A x_i(z_1)\,x_i(z_2)\,S^C_{p_1p_2}(n)\,dA_1\,dA_2}{16\pi^4 n_i^4 M_i^2\left\{[1-(n/n_i)^2]^2+4\zeta_i^2(n/n_i)^2\right\}}. \qquad (5.55)$$

5.3. Пример. Реакция в направлении ветра

В качестве примера использования полученных в этой главе результатов рассмотрим реакцию высоких зданий в направлении ветра.

5.3.1. Среднее значение реакции. Статическая реакция. Если в выражении (5.29) распределенная линейная нагрузка p не зависит от времени, то соответствующее перемещение в направлении ветра, обозначаемое через $\bar{x}(z)$, определяется непосредственно из (5.22) и (5.28):

$$\bar{x}(z)=\sum_i\frac{\int\limits_0^H\bar{p}(z)\,x_i(z)\,dz}{4\pi^2 n_i^2 M_i}x_i(z), \qquad (5.56)$$

где

$$M_i=\int\limits_0^H x_i^2(z)\,m(z)\,dz; \qquad (5.57)$$

$\bar{p}$ обозначает неизменяющуюся во времени нагрузку.

Как указывалось в гл. 4, среднее значение ветровой нагрузки, действующей на здание с длиной наветренной грани B (рис. 5.6), можно записать в виде

$$\bar{p}(z)=\frac{1}{2}\rho(C_w+C_l)BU^2(z), \qquad (5.58)$$

где ρ — плотность воздуха; C_w и C_l — соответственно значения среднего коэффициента давления для наветренной поверхности и коэффициент отсоса для подветренной поверхности здания, осредненные по его длине; $U(z)$ — осредненное значение средней скорости невозмущенного набегающего воздушного потока на уровне z.

Тогда выражение (5.56) принимает вид

$$\bar{x}(z)=\frac{1}{2}\rho(C_w+C_l)B\sum_i\frac{\int\limits_0^H U^2(z)\,x_i(z)\,dz}{4\pi^2 n_i^2 M_i}. \qquad (5.59)$$

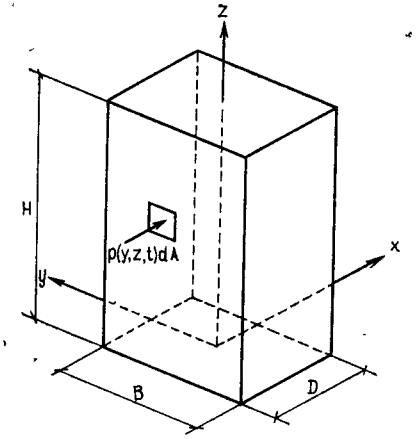


Рис. 5.6. Схема здания при ветровом воздействии

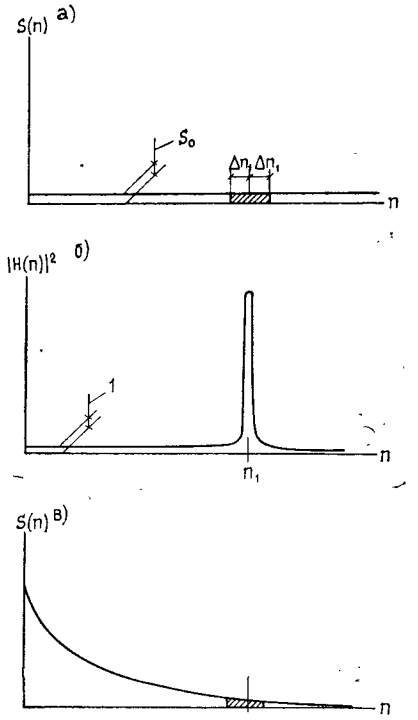


Рис. 5.7.
а — спектр воздействия в виде «белого шума»; *б* — квадрат модуля передаточной функции; *в* — нисходящая кривая

5.3.2. Флуктуации реакции (динамическая реакция) при действии ветра: перемещения и ускорения. Как показано в гл. 4, коспектр давления в точках M_1 и M_2 с координатами соответственно (y_1, z_1) и (y_2, z_2) может быть записан следующим образом:

$$S^C_{p_1 p_2}(n) = S^{1/2}_p(z_1, n)\, S^{1/2}_p(z_2, n)\, \mathrm{Coh}(y_1, y_2, z_1, z_2, n)\, N(n), \qquad (5.60)$$

где $S^{1/2}_p(z_1, n)$ — спектральная плотность давления в точке M_i $(i = 1, 2)$, а $\mathrm{Coh}(y_1, y_2, z_1, z_2, n)$ и $N(n)$ — коэффициенты взаимной корреляции соответственно в поперечном направлении и в направлении ветра.

По определению, если точки M_1 и M_2 находятся на одной и той же поверхности сооружения (наветренной или подветренной), то $N(n) \equiv 1$. Выражение для $S_{p'}(z_i, n)$ приближенно можно представить в виде

$$S_{p'}(z_i, n) = \rho^2 C^2 U^2(z)\, S_u(z_i, n), \qquad (5.61)$$

где $C = C_w$ или $C = C_l$ в зависимости от расположения точки M_i на наветренной либо подветренной поверхности.

$S_u(z_i, n)$ — спектральная плотность пульсаций продольной компоненты скорости на уровне z_i в невозмущенном набегающем воздушном потоке $(i = 1, 2)$. Соответственно выражение (5.55) принимает вид

$$S_x(z, n) = \frac{\rho^2}{16\pi^4} \sum_i \frac{x_i^2(z)\,[C_w^2 + 2C_w C_l N(n) + C_l^2]}{n_i^4 M_i^2 \{[1-(n/n_i)^2]^2 + 4\zeta_i^2 (n/n_i)^2\}} \times$$

$$\times \int_0^B \int_0^B \int_0^H \int_0^H x_i(z_1)\, x_i(z_2)\, U(z_1)\, U(z_2)\, S_u^{1/2}(z_1)\, S_u^{1/2}(z_2) \times$$

$$\times \operatorname{Coh}(y_1, y_2, z_1, z_2, n)\, dy_1\, dy_2\, dz_1\, dz_2. \qquad (5.62)$$

Средний квадрат динамического перемещения (флуктуаций перемещения) в направлении ветра определяется соотношением (А2.15)

$$\sigma_x^2(z) = \int_0^\infty S_x(z, n)\, dn. \qquad (5.63)$$

Соответственно из (А2.16б) следует, что среднее значение квадрата ускорения сооружения в том же направлении равно:

$$\sigma_{\ddot{x}}^2(z) = 16\pi^4 \int_0^\infty n^4 S_x(z, n)\, dn. \qquad (5.64)$$

Ожидаемое значение наибольшего максимума динамического перемещения системы за интервал времени T

$$x_{\text{макс}}(z) = K_x(z)\, \sigma_x(z), \qquad (5.65)$$

где, как показано в приложении А2 [(А2.38) и (А2.43)], коэффициент обеспеченности $K_x(z)$ приближенно равен:

$$K_x(z) = [2 \ln \nu_x(z)\, T]^{1/2} + \frac{0{,}577}{[2 \ln \nu_x(z)\, T]^{1/2}} \qquad (5.66)$$

и

$$\nu_x(z) = \left[\frac{\int_0^\infty n^2 S_x(z, n)\, dn}{\int_0^\infty S_x(z, n)\, dn} \right]^{1/2}. \qquad (5.67)$$

Аналогично наибольшее значение максимумов ускорения сооружения в направлении ветра приближенно записывается в виде

$$\ddot{x}_{\text{макс}}(z) = K_{\ddot{x}}(z)\, \sigma_{\ddot{x}}(z), \qquad (5.68)$$

где

$$K_{\ddot{x}}(z) = [2 \ln \nu_{\ddot{x}}(z)\, T]^{1/2} + \frac{0{,}577}{[2 \ln \nu_{\ddot{x}}(z)\, T]^{1/2}} \qquad (5.69)$$

и

$$\nu_{\ddot{x}}(z) = \left[\frac{\int_0^\infty n^6 S_x(z, n)\, dn}{\int_0^\infty n^4 S_x(z, n)\, dn} \right]^{1/2}. \qquad (5.70)$$

5.3.3. Безразмерные выражения для динамической реакции при действии ветра. При проведении расчетов динамическую реакцию удобно выражать через безразмерные параметры:

$$\frac{\sigma_x(z)}{H} = \frac{\rho BH}{m_0} \frac{J_0(z)}{4\pi^2}; \qquad (5.71)$$

$$\frac{\nu_x(z)\,H}{u_*} = \frac{J_1(z)}{J_2(z)}; \tag{5.72}$$

$$\frac{\sigma_x^{\cdot\cdot}(z)\,H}{u_*^2} = \frac{\rho BH}{m_0} J_2(z); \tag{5.73}$$

$$\frac{\nu_x^{\cdot\cdot}(z)\,H}{u_*} = \frac{J_3(z)}{J_2(z)}, \tag{5.74}$$

где m_0 — масса, приходящаяся на единицу высоты здания на некотором заданном уровне; u_* — динамическая скорость (см. гл. 2) или какая-либо другая подходящая исходная скорость, и

$$J_L(z) = \left[\sum_r x_r^2(z)\, I_{rrL}/\tilde{f}_r^4\, \tilde{M}_r^2\right]^2 \quad (L = 0, 1, 2, 3); \tag{5.75}$$

$$\tilde{M}_r = \int_0^1 x_r^2(Z)\,\frac{m(Z)}{m_0}\,dZ; \tag{5.76}$$

$$Z = \frac{z}{H}; \quad Y = \frac{y}{H}; \tag{5.77}$$

$$\tilde{f}_r = \frac{n_r H}{u_*}; \tag{5.78}$$

$$I_{rrL} = \int_0^\infty \tilde{f}^{2L}\,\varphi_{rr}^*(\tilde{f})\,Y_{rr}(\tilde{f})\,d\tilde{f}; \tag{5.79}$$

$$\tilde{f} = \frac{n\,H}{u_*}; \tag{5.80}$$

$$\Phi_{rr}^*(\tilde{f}) = \frac{1}{[1-(\tilde{f}/\tilde{f}_r)^2]^2 + [2\zeta_r(\tilde{f}/\tilde{f}_r)]^2}; \tag{5.81}$$

$$Y_{rr}(\tilde{f}) = \int_0^1\int_0^1\int_0^1\int_0^1 [C_w^2 + 2C_w\,C_l\,N\,(u_*\,\tilde{f}/H) + C_l^2]\; x_r(Z_1)\,x_r(Z_2) \times$$

$$\times\, \tilde{U}(Z_1)\,\tilde{U}(Z_2)\left[\frac{nS_u(Z_1, n)}{u_*^2\tilde{f}}\,\frac{nS_u(Z_2, n)}{u_*^2\tilde{f}}\right]^{1/2} \mathrm{Coh}\,(Y_1, Y_2, Z_1, Z_2, n) \times$$

$$\times\, dY_1\,dY_2\,dZ_1\,dZ_2; \tag{5.82}$$

$$\tilde{U}(Z) = \frac{U(Z)}{u_*}. \tag{5.83}$$

5.3.4. Полная динамическая реакция на действие ветра как сумма квазистатической и резонансной составляющих. Рассмотрим линейную (упругую) систему с одной степенью свободы, с массой m, собственной частотой n_1 и относительным демпфированием ζ_1. Пусть на систему действует вынуждающая сила, спектральная плотность которой (рис. 5.7, *а*) такова, что

$$S(n) \equiv S_0 \quad (n \geqslant 0), \tag{5.84}$$

где S_0 — постоянная величина.

Средний квадрат реакции системы может быть записан в виде

$$\sigma_x^2 = S_0 \int_0^\infty |H(n)|^2\, dn. \tag{5.85}$$

Здесь

$$|H(n)|^2 = \frac{1}{[1-(n/n_1)^2]^2 + [2\zeta_1 (n/n_1)]^2}. \tag{5.86}$$

Величина $|H(n)|^2$, показанная на рис. 5.7, *б*, является аналитической функцией, поэтому интеграл в выражении (5.85) может быть найден путем интегрирования в комплексной области или из таблиц интегралов (см. [5.3], с. 501)

$$\sigma_x^2 = \frac{\pi n_1}{4\zeta_1} S_0. \tag{5.87}$$

Если относительное демпфирование системы ζ_1 мало, то основной вклад в суммарное значение σ_x^2 вносят составляющие вынуждающей силы с частотами $n_1 - \Delta n_1 < n < n_1 + \Delta n_1$, где $\Delta n_1/n_1$ — мало (заштрихованный участок на рис. 5.7, *а*). Если, как, например, в случае атмосферной турбулентности или возбуждаемой ею реакции сооружения функция $S(n)$ представлена в виде нисходящей кривой (рис. 5.7, *в*), то интеграл

$$\sigma_x^2 = \int_0^\infty S(n)\, |H(n)|^2\, dn \tag{5.88}$$

может быть записан как сумма трех составляющих:

$$\sigma_x^2 = \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \sigma_{x_3}^2, \tag{5.89}$$

где

$$\sigma_{x_1}^2 = \int_0^{n_1-\Delta_1} S(n)\, |H(n)|^2\, dn; \tag{5.90}$$

$$\sigma_{x_2}^2 = \int_{n_1-\Delta_1}^{n_1+\Delta_1} S(n)\, |H(n)|^2\, dn; \tag{5.91}$$

$$\sigma_{x_3}^2 = \int_{n_1+\Delta_1}^\infty S(n)\, |H(n)|^2\, dn. \tag{5.92}$$

Еще раз используя предположение, что ζ_1 мало, получаем:

$$\sigma_{x_2}^2 \approx (\pi n_1/4\zeta_1)\, S(n_1); \quad \text{для } 0 < n < n_1 - \Delta_1, \quad |H(n)|^2 \approx 1;$$

а $\sigma_{x_3}^2$ — пренебрежимо мала. Следовательно,

$$\sigma_x^2 \approx \int_0^{n_1-\Delta} S(n)\, dn + \frac{\pi n_1}{4\zeta_1} S(n_1) \tag{5.93}$$

или

$$\int_0^\infty S(n)\, |H(n)|^2\, dn \approx \int_0^\infty S(n)\, dn + \frac{\pi n_1}{4\zeta_1} S(n_1). \tag{5.94}$$

Первое и второе слагаемое в выражении (5.94) принято называть

соответственно квазистатической и резонансной составляющими реакции.

Указанное соотношение может быть также использовано и применительно к выражению (5.79):

$$I_{11L}=\int_0^\infty \Phi_{11}^*(\tilde{f})\,\tilde{f}^{2L}\,Y_{11}(\tilde{f})\,d\tilde{f}\approx\int_0^\infty \tilde{f}^{2L}\,Y_{11}(\tilde{f})\,d\tilde{f}+\frac{\pi\tilde{f}_1}{4\zeta_1}\tilde{f}_1^{2L}\,Y_{11}(\tilde{f}_1), \quad (5.95)$$

где

$$\tilde{f}_1=n_1\,H/u_*.$$

Для оценки пределов применимости полученного в (5.95) приближения с помощью программы для ЭВМ, описанной в [5.4], были проведены численные расчеты для большого числа случаев, охватывающих широкий диапазон типовых зданий и условий шероховатости поверхности местности. Вычисления показали, что погрешность составляет порядка 1%. Установлено также, что для $L=1, 2, 3$ квазистатической составляющей можно пренебречь. Тогда

$$I_{11L}\approx\frac{\pi\tilde{f}_1}{4\zeta_1}\tilde{f}_1^{2L}\,Y_{11}(\tilde{f}_1)\ (L=1,2,3). \quad (5.96)$$

Для удобства введем величины $\mathcal{B}$ и $\mathcal{R}$, определив их следующим образом:

$$\mathcal{B}=\frac{1}{C_D^2}\int_0^\infty Y_{11}(\tilde{f})\,d\tilde{f}; \quad (5.97)$$

$$\mathcal{R}=\frac{1}{C_D^2}\,\frac{\pi\tilde{f}_1}{4\zeta_1}\,Y_{11}(\tilde{f}_1). \quad (5.98)$$

Воспользовавшись обозначением

$$\tilde{Y}_{11}(\tilde{f}_1)=\frac{1}{C_w^2+2C_w\,C_l\,N\,(n_1)+C_l^2}\,Y_{11}(\tilde{f}_1), \quad (5.99)$$

величину $\mathcal{R}$ можно записать в виде

$$\mathcal{R}=\frac{C_w^2+2C_w\,C_l\,N\,(n_1)+C_l^2}{(C_w+C_l)^2}\,\frac{\pi\tilde{f}_1}{4\zeta_1}\,Y_{11}(\tilde{f}). \quad (5.100)$$

Пусть средняя скорость U в (5.83) подчиняется логарифмическому закону [соотношения (2.31) и (2.35)]. Высота вытеснения z_d будет тогда параметром в выражении для $\mathcal{B}$. Если величину $\tilde{\mathcal{B}}$ определить как

$$\tilde{\mathcal{B}}=1/C_D^2\int_0^\infty Y_{11}(\tilde{f})\,|_{z_d=0}\,d\tilde{f}, \quad (5.101)$$

то можно показать, что приближенно

$$\mathcal{B}\approx(1-z_d/H)\,\tilde{\mathcal{B}}. \quad (5.102)$$

Соотношение (5.102) переходит в тождество, если в (2.35) $z_d = 0$.

Как показано в гл. 7, выражения (5.97)—(5.102) используются при вычислении реакций в направлении ветра.

И, наконец, напомним, что выражения для функции $S_u(z, n)$, входящей в (5.82), были найдены в гл. 2 (2.55)—(2.57). Кроме того, как показано в подразд. 2.3.3 и гл. 4, можно обоснованно принять, что

$$\mathrm{Coh}\,(y_1, y_2, z_1, z_2, n) = \exp\left\{-\frac{n\left[C_z^2 (z_1 - z_2)^2 + C_y^2 (y_1 - y_2)^2\right]^{1/2}}{\frac{1}{2}\left[U(z_1) + U(z_2)\right]}\right\}; \qquad (5.103)$$

$$N(n) = 1/\bar{\xi} - (1/2\bar{\xi}^2)\left(1 - e^{-2\bar{\xi}}\right), \qquad (5.104)$$

где C_y и C_z — коэффициенты убывания экспоненты;

$$\bar{\xi} = 15{,}4n\Delta x/\overline{U}, \qquad (5.105)$$

$\overline{U} = U\,2/3\,H$ и Δx — наименьший из размеров здания B, H или D.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛ. 5

5.1. W. C. Hurty and M. F. Rubinstein, *Dynamics of Structures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1964.

5.2. J. D. Robson, *An Introduction to Random Vibration*, Elsevier, New York, 1964.

5.3. L. Meirovitch. *Analytical Methods in Vibrations*. MacMillan, Collier-MacMillan Canada, Ltd. Toronto, 1967.

5.4. E. Simiu and D. W. Lozier, *The Buffeting of Tall Structures by Strong Winds*, Building Science Series No. 74, National Bureau of Standards, Washington, D. C., 1975.

6. ЯВЛЕНИЯ АЭРОУПРУГОСТИ

Погруженное в поток тело подвергается действию поверхностных напряжений, вызываемых этим потоком. При наличии в набегающем потоке турбулентности она станет причиной изменяющихся во времени поверхностных напряжений. Эти напряжения также вызываются пульсациями потока, создаваемыми самим телом.

Если под действием вызванных таким образом поверхностных сил тело будет перемещаться или существенно деформироваться, то эти отклонения, вызывая изменения граничных условий потока, станут оказывать влияние на аэродинамические силы, которые в свою очередь будут воздействовать на величину отклонений. Аэроупругость — это научная дисциплина, которая изучает явления, характеризуемые существенным взаимодействием аэродинамических сил и перемещений сооружений.

Аэродинамическая неустойчивость может рассматриваться как процесс, происходящий исключительно внутри самого потока, когда, например, от неподвижного тела отрывается дорожка вихрей или быстро расходящаяся спутная струя. Но если тело в потоке жидкости отклоняется под действием некоторой силы и это начальное отклонение вызывает последующие отклонения, носящие колебательный характер

или характер нарастающих во времени перемещений, то в таком случае говорят, что возникает *аэроупругая неустойчивость*.

Аэродинамическая неустойчивость в чистом виде, например срыв вихрей, также может стать причиной отклонения сооружения от первоначального положения, вызывая явление, носящее аэроупругий характер. Все случаи аэроупругой неустойчивости связаны с аэродинамическими силами, которые действуют на тело вследствие его движения. Такие силы определяют термином *самовозбуждающиеся*.

В данной главе будут рассмотрены основные аспекты аэроупругости, которые следует учитывать при проектировании ряда строительных конструкций, башен, вентиляционных труб, высотных зданий, висячих мостов, висячих вантовых покрытий, трубопроводов и линий электропередачи. В настоящее время не все из этих явлений еще полностью изучены. Действительно, для разработки моделей аэродинамических сил, действующих на колеблющееся тело, существует лишь несколько теоретических построений, полученных из основных законов гидродинамики. В большинстве же исследований предлагаются эмпирические модели, в которых аэродинамическое описание сущности явления должно быть дополнено и подкреплено экспериментом. Соответствующие аналитические модели обычно включают только минимально необходимое число параметров, чтобы отвечать наиболее характерным особенностям наблюдаемых явлений. Такие модели поэтому служат для описания их в общих чертах, но не объясняют основных физических закономерностей, лежащих в основе этих явлений. Отдельные важные детали реального взаимодействия сооружения с жидкой средой в ряде случаев могут остаться незамеченными.

Эмпирические модели можно использовать для предсказаний аэроупругих эффектов только в тех случаях, когда интервалы изменения основных безразмерных параметров модели близки к прототипу. Наиболее часто при моделировании не реализуется число Рейнольдса прототипа. В результате этого возникают некоторые погрешности при интерпретации результатов испытаний на моделях (см. также гл. 9).

Большинство эмпирических моделей, приведенных в этой главе, применимо для случаев, которые можно рассматривать (по крайней мере приближенно) как двумерные задачи. На практике трехмерные эффекты появляются вследствие ряда факторов, таких как: искажение потока вблизи концов ограниченных по длине цилиндров; изменения по длине пролета поперечного сечения тела (как в случае конических вытяжных труб) или его деформаций; неоднородность средних течений; отсутствие полной пространственной когерентности в набегающем турбулентном потоке или распространение вихрей в спутной струе за телом.

В большинстве случаев информация о трехмерных эффектах недостаточна, и ее необходимо получать экспериментальным путем в аэродинамической трубе.

В этой главе будут рассмотрены следующие вопросы: срыв вихрей и связанное с ним явление захватывания частоты образования вихрей, галопирование поперек потока, галопирование в спутной струе, ди-

вергенция, флаттер и реакция на бафтинг при наличии самовозбуждающихся сил (о применении полученных результатов к задачам расчета см. в гл. 8).

6.1. Срыв вихрей и явление захватывания частоты образования вихрей

При определенных условиях обтекания неподвижное плохообтекаемое тело сбрасывает чередующиеся в шахматном порядке вихри с преобладающей частотой N_s, которая, согласно соотношению Струхаля, определяется в виде

$$N_s D/U = \mathrm{Sh}, \tag{6.1}$$

где Sh зависит от формы тела и числа Рейнольдса; D — размер тела поперек потока; U — средняя скорость неоднородного потока, в котором находится тело.

Частота N_s является также частотой равнодействующей элементарных сил, направленных перпендикулярно вектору U, тогда как основная частота равнодействующей сил в направлении течения равна $2N_S$. В действительности вектор результирующей силы, определяемой в виде интеграла от мгновенных значений давлений по всей поверхности данного плохообтекаемого тела, будет довольно-таки сложным образом изменяться во времени по величине и направлению в зависимости от особенностей геометрических характеристик тела и числа Рейнольдса потока. N_S и $2N_S$ задаются лишь частоты основных гармоник.

Если тело, создающее вихревой след, упруго оперто или испытывает местные деформации контура поперечного сечения, то это приведет к отклонению тела как единого целого или к его локальным прогибам и тем самым окажет влияние на местное поле давлений.

На сегодняшний день подробно изучены лишь некоторые из общего числа случаев, которые могут иметь место в таких условиях. Так, деформируемые стальные оболочки испытывают при этом колебания с изменением формы профиля поперечного сечения [6.1]. В литературе содержится много примеров колебаний поперек потока тел с жестким контуром поперечного сечения, а при обтекании потоком воды экспериментально исследовались имеющие важное значение колебания в направлении потока [6.2—6.4].

Рассмотрим лишь простейший случай длинного цилиндра с жестким контуром поперечного сечения, перемещающегося поперек потока как единое целое. Предположим, что набегающий поток имеет постоянную среднюю скорость и отклонения тела одинаковы по всей его длине; тело упруго оперто, обладает конструкционным демпфированием поперек потока и жестко закреплено в направлении ветра.

Под действием возмущающей силы, возникающей при срыве вихрей в спутной струе, цилиндр будет совершать периодические колебания. Однако эти перемещения вызовут лишь незначительную реакцию системы, если частота Струхаля знакопеременных давлений отстоит на достаточном удалении от собственной частоты колебаний цилиндра поперек потока. Вблизи этой частоты возникают более значительные колебания тела, и оно начинает взаимодействовать с потоком.

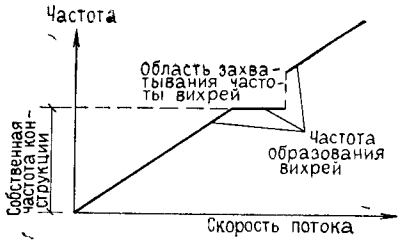


Рис. 6.1. Изменение частоты образования вихрей в зависимости от скорости воздушного потока, обтекающего упругую конструкцию

Экспериментально установлено, что в этой стадии собственная частота колебаний тела определяет срыв вихрей даже в том случае, когда изменения скорости потока приводят к сдвигу номинальной частоты Струхаля относительно собственной частоты на несколько процентов. Такое управление явлением срыва вихрей посредством механических воздействий обычно называют захватыванием частоты образования вихрей. Наблюдения показывают, что во время захватывания амплитуда колебаний достигает значений, равных какой-то части (редко превышающей половину) размера тела поперек воздушного потока. Влияние захватывания частоты образования вихрей на развитие вихревого следа показано на рис. 6.1, из которого видно, что в зоне захватывания частота срыва вихрей есть постоянная величина и не характеризуется линейной зависимостью от скорости ветра, как это следует из соотношения (6.1) (и что в действительности имеет место вне зоны захватывания).

До сих пор еще не разработан эффективный аналитический метод, опирающийся на основные законы движения воздушного потока, который давал бы возможность отразить весь диапазон изменения реакции плохообтекаемого упругого тела при вихревом возбуждении колебаний.

Достаточно плодотворным оказалось построение эмпирических моделей и приведение их характеристик в соответствие с реальными условиями работы путем разумного подбора параметров. Литература по этому вопросу приведена в работах [6.1—6.33].

6.1.1. Аналитические модели реакции при вихревом возбуждении колебаний. Первоначально рассмотрим случай, когда круговой цилиндр, о котором уже упоминалось, закреплен не только в направлении ветра, но и поперек воздушного потока. В качестве первого приближения для интенсивности силы, действующей на цилиндр поперек воздушного потока, представляется обоснованным принять выражение

$$F=\frac{1}{2}\rho U^2 D C_{LS} \sin \omega_S t, \qquad (6.2)$$

где $\omega_S = 2\pi N_S$; N_S — удовлетворяет соотношению Струхаля (6.1); C_{LS} — коэффициент подъемной силы (для кругового цилиндра, помещенного в поток с равномерным плавным течением при числах Рейнольдса $40 < \mathrm{Re} < 3 \cdot 10^5$, $C_{LS} \approx 0{,}6$ [6.4]).

Однако если цилиндр может колебаться поперек воздушного потока, это простое выражение для описания возмущающей силы F становится непригодным. Обозначим через y перемещение цилиндра в поперечном направлении. Тогда его уравнение движения запишется в виде

$$m\ddot{y}+c\dot{y}+ky=\mathcal{F}(y,\ \dot{y},\ \ddot{y},\ t), \tag{6.3}$$

где m — масса цилиндра; c — коэффициент конструкционного сопротивления; k — коэффициент жесткости; $\mathcal{F}$ — функция, описывающая интенсивность возмущающей силы (силу, приходящуюся на единицу длины цилиндра), которая вызывается жидкостью и может зависеть от перемещения y и его производных по времени $\dot{y}$ и $\ddot{y}$, а также от времени.

Много усилий было затрачено на то, чтобы эмпирическими средствами найти подходящее выражение для $\mathcal{F}$ в уравнении (6.3), которое согласовывалось бы с экспериментально установленными фактами. Сложность такого выражения будет зависеть, с одной стороны, от детальности и полноты наблюдений за явлениями в процессе проведения эксперимента и от тех результатов, которые ожидается получить на основе применения разрабатываемой модели, с другой.

Модели подъемной силы осциллятора. Достаточно реальная и приемлемая эмпирическая модель представлена в [6.7 и 6.13]. Позднее она претерпела видоизменения ([6.16, 6.17, 6.20 и 6.26)]. Основные особенности этой модели в том виде, как они обобщены в [6.33], приводятся ниже.

Обозначим через D размер проекции цилиндра на плоскость, перпендикулярную воздушному потоку. Тогда, используя обозначения $\omega_1^2 = k/m$, $c/m = 2\zeta\omega_1$, где ζ — отношение коэффициента сопротивления c к его критическому значению (относительное демпфирование) (см. 5.1), уравнение (6.3) можно записать в виде

$$(\ddot{y}/D)+2\zeta\omega_1(\dot{y}/D)+\omega_1^2\ (y/D)=(\rho U^2/2m)\ C_L\,, \tag{6.4}$$

где C_L — переменный во времени коэффициент подъемной силы.

В частности, принимается, что C_L удовлетворяет уравнению колебаний осциллятора Ван-дер-Поля [6.34], т. е. связан со скоростью перемещения следующим образом:

$$\ddot{C}_L+a_1\dot{C}_L+a_2\dot{C}_L^2+a_3 C_L=a_4\dot{y}, \tag{6.5}$$

где $a_1, \ldots, a_4$ — постоянные величины, определяемые экспериментальным путем.

К этому допущению привело сходство в поведении изучаемой системы и осциллятора Ван-дер-Поля, который характеризуется слабым демпфированием колебаний при малых амплитудах и сильным демпфированием при больших.

Для условий данной задачи целесообразно использовать [6.33] следующую частную форму представления уравнения осциллятора:

$$\ddot{C}_L+\omega_s^2\ C_L-[(C_{L0}^2-C_L^2-(\dot{C}_L/\omega_s)^2\ ]\times$$
$$\times\ (\omega_s G\dot{C}_L-\omega_s^2 HC_L)=\omega_s F(\dot{y}/D), \tag{6.6}$$

где $\omega_s = 2\pi N_s$ — угловая частота колебаний, определяемая соотношением Струхаля (6.1); C_{L0}, G, H и F — параметры, которые должны быть найдены эмпирическим путем по результатам эксперимента.

Отметим, что когда $\dot{y}=0$ (неподвижный цилиндр), решение этого уравнения относительно C_L приближенно выражается в виде $C_L=$

$= C_{L0} \sin \omega_s t$. Уравнения (6.4) и (6.6) образуют систему двух нелинейных уравнений. Несмотря на кажущуюся сложность этой системы, ее решения в первом приближении ищутся в виде гармонических функций, т. е. принимается, что

$$y/D = A \sin \omega t; \ (6.7); \ C_L/C_{L0} = B \sin (\omega t + \varphi), \qquad (6.8)$$

при этом предполагается, что $\omega/\omega_1 \approx 1$ и $\omega/\omega_S \approx 1$; A и B — соответственно амплитуда колебаний и коэффициент подъемной силы и φ — начальная фаза.

Подстановка этих выражений в уравнения (6.4) и (6.6) приводит к следующим результатам:

$$A = (BC_{LO}/S_G)/(\delta^2 + 4)^{1/2}; \qquad (6.9а)$$

$$B^2 = 1 - \frac{F}{GS_G C_{L0}^2}\left[\frac{\delta}{\delta^2 + 4}\right]; \qquad (6.9б)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(-\frac{2}{\delta}\right), \qquad (6.9в)$$

где

$$S_G = (\zeta/\mu); \ (6.10а) \ \mu = \rho D^2/(8\pi^2 \operatorname{Sh}^2 m), \qquad (6.10б)$$

и δ должно удовлетворять кубическому уравнению

$$\delta^3 - \Delta\delta^2 + (4 - HF)/(\zeta G S_G)\,\delta - 4\,(\Delta - F)/(2\zeta SG) = 0. \qquad (6.11)$$

Параметры δ и Δ, называемые «расстройками», задаются в виде

$$\delta = \frac{2}{\delta}\left(\frac{\omega}{\omega_1} - 1\right); \quad (6.12) \qquad \Delta = \frac{2}{\delta}\left(\frac{\omega_s}{\omega_1} - 1\right). \qquad (6.13)$$

Подробности читатель может найти в [6.33] и смежных работах, указанных в библиографии.

Как было показано в [6.33], уравнения (6.9) и (6.11) достаточно хорошо описывают реакцию жестких цилиндров на упругих опорах при их вовлечении в резонансные колебания, если соответствующим образом подобраны эмпирические параметры G, H и F. Полученные в [6.33] значения этих параметров для цилиндра круглого поперечного сечения приведены ниже. Они основаны на экспериментальных данных:

$$\log G = 0{,}25 - 0{,}21 S_G; \ (6.13а) \ H = \zeta h; \qquad (6.13б)$$

$$\log \mathrm{h}\, S_G^2 = -0{,}83 + 0{,}98 S_G; \ (6.13в) \ F = 4GS_G/h. \qquad (6.13г)$$

На рис. 6.2 [6.33] показаны экспериментальные и теоретические значения амплитуды A для одного из случаев применения модели подъемной (поперечной) силы осциллятора. Использованные здесь параметры имели значения $S_G = 0{,}5$; $D = 6$ мм и $\omega_1 = 321{,}7$ рад/с.

Из приведенного выше материала следует, что модель подъемной силы осциллятора относительно точна; для ее построения требуется значительное количество экспериментальных данных и тщательное проведение аналитических исследований.

Эмпирическая линейная модель. Можно воспользоваться упрощенной моделью, если ограничить круг задач, для которых ее собира-

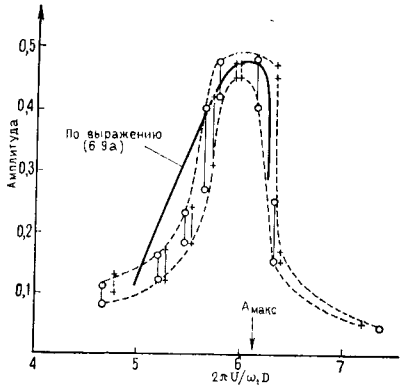


Рис. 6.2. Сравнение теоретнческих и экспериментальных результатов; захватывание частоты срыва вихрей; модель подъемной силы осциллятора [6.33]

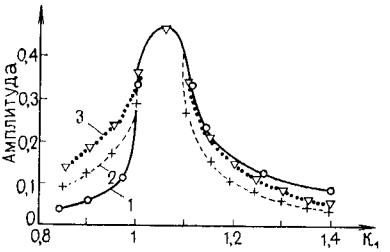


Рис. 6.3. Сравнение теоретических (6.18) и экспериментальных результатов, заимствованных из [6.33]

1 — усредненные результаты экспериментальных исследований [6.33]; *2* — согласно (6.18); $\gamma=0{,}035$; 3 — то же, $\gamma=0{,}052$

ются использовать. При инженерных исследованиях ветровых воздействий часто бывает достаточно использовать модель, которая позволяет просто определять максимальные перемещения экспериментального сооружения. Что касается реакции сооружения при вихревом возбуждении, то имеется к тому же и другой довод в пользу сохранения линейной модели, которая позволяет воспроизводить целый ряд принципиальных экспериментальных результатов, полученных при наблюдениях вблизи зоны захватывания частоты образования вихрей. Тот факт, что даже в случае нелинейной модели подъемной силы осциллятора, описанной выше, в конечном итоге рассматривается только чисто гармоническая реакция, подкрепляет существующее представление о том, что и в этих условиях линейная модель может оставаться до некоторой степени пригодной.

При построении такой модели предполагается, что аэродинамическое возбуждение, аэродинамическое демпфирование и аэродинамическая жесткость* должны обеспечивать линейность механического осциллятора. Так как захватывание частоты образования вихрей подразумевает, что собственная частота колебаний осциллятора определяет колебания всей механико-аэродинамической системы, то модель должна совершать колебания на этой частоте, т. е. при $\omega = \omega_1$.

Имея в виду сделанные замечания, постулируем следующую модель**:

$$m\,[\ddot{y}+2\zeta\omega_1\dot{y}+\omega_1^2\,y]=\tfrac{1}{2}\,\rho U^2\,(2D)\,[Y_1\,(K_1)\,(\dot{y}/U)+Y_2\,(K_1)\,(y/D)+$$

* Аэродинамические жесткость и демпфирование определяются как аэродинамические силы, которые выражаются в виде произведений постоянных величин, зависящих от характеристик потока соответственно на перемещение y и его производную по времени $\dot{y}$.

** Вид этой модели частично заимствован от моделей, применяемых при описании флаттера (см. 6.5).

$$+{}^1/_2\, C_L\,(K_1)\,\sin\,(\omega_1 t+\varphi)], \qquad (6.14)$$

где $K_1 = D\,\omega_1/U$; Y_1, Y_2, C_L и φ — параметры, которые должны быть найдены эмпирическим путем.

Форма уравнения (6.14) упростится, если ввести следующие обозначения.

Пусть $\eta = y/D$, $s = Ut/D$, $\eta' = d\eta/ds$ и т. д.; в таком случае уравнение (6.14) принимает вид

$$\eta''+2\zeta K_1\,\eta'+K_1^2\,\eta=(\rho D^2/m)\,[Y_1\,\eta'+Y_2\,\eta+1/2\,C_L\sin\,(K_1\,s+\varphi)]. \qquad (6.15)$$

Используя определения

$$K_0^2=K_1^2-(\rho D^2/m)\,Y_2\,(K_1); \qquad (6.16а)$$

$$\gamma=1/2K_0\,[2\zeta K_1-(\rho D^2/m)\,Y_1\,(K_1)] \qquad (6.16б)$$

еще больше упростим уравнение (6.15):

$$\eta''+2\gamma K_0\,\eta'+K_0^2\,\eta=(\rho D^2/2m)\,C_L\sin\,(K_1\,s+\varphi), \qquad (6.17)$$

описывающее осциллятор с безразмерной собственной угловой частотой K_0 и коэффициентом демпфирования γ, на который действует гармоническая сила с амплитудой $\rho D^2 C_L/2m$ при безразмерной угловой частоте K_1.

Средние значения данных экспериментальных наблюдений, взятые из рис. 6.2 [6.33], перенесены на график (рис. 6.3) в виде функций K_1. Совершенно очевидно сходство этих экспериментальных результатов с типичной резонансной кривой. Решение уравнения (6.17) для установившихся колебаний имеет вид

$$\eta=\frac{\rho D^2\,C_L\,/2m}{\sqrt{(K_0^2-K_1^2)+(2\gamma K_0\,K_1)^2}}\,\sin\,(K_1\,s-\theta), \qquad (6.18)$$

где

$$\theta=\mathrm{arctg}\,[2\gamma K_0\,K_1/(K_0^2-K_1^2)]. \qquad (6.19)$$

Значения реакции, задаваемые выражением (6.18), приводятся в соответствие с данными рис. 6.3 следующим образом. Значение K_1, отвечающее резонансному максимуму на рис. 6.3, определяют как $K_1 \approx K_0$. Максимальная амплитуда $\eta_{\text{макс}}$ в этой точке равна:

$$\eta_{\text{макс}}=(\rho D^2\,C_L)/(4\gamma m K_0^2). \qquad (6.20)$$

По ширине полосы резонансного пика ΔK_1, отвечающей ординате $\eta = (1/\sqrt{2})\,\eta_{\text{макс}}$, можно, например, определить γ в виде

$$\gamma=\Delta K_1/2K_0 \qquad (6.21а)$$

или, если ΔK_1 измеряется при ординате, равной $1/R$ от максимальной амплитуды $\eta_{\text{макс}}$, то значение γ получают из выражения

$$\gamma=\Delta K_1/\left(2K_0\sqrt{R^2-1}\right). \qquad (6.21б)$$

Таким образом, выражения (6.16), (6.18)—(6.21) позволяют определить все параметры Y_1, Y_2 и C_L, необходимые для получения на основе этой модели реакции осциллятора, характеризуемого при скорости U безразмерной собственной угловой частотой, равной $K_0 U/D$

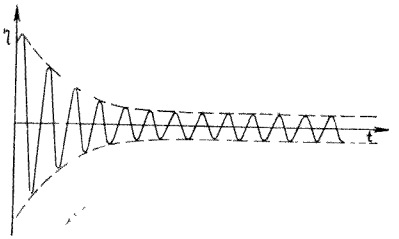


Рис. 6.4. Затухание колебаний до установившихся значений для модели плохообтекаемого тела на упругих опорах при захватывании частоты срыва вихрей

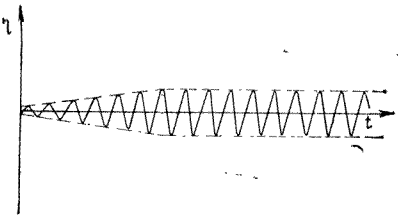


Рис. 6.5. Рост амплитуды колебаний до установившихся значений для модели плохообтекаемого тела на упругих опорах при захватывании частоты срыва вихрей

Применение модели иллюстрируется данными, приведенными на рис. 6.3. На том же самом графике, где нанесены средние значения экспериментальных результатов, на основе выражения (6.18) для значений $\gamma = 0{,}052$ и $\gamma = 0{,}035$ при $K_0 = 1{,}05$ построены резонансные кривые. В окрестностях резонансного максимума реакции совпадение теоретических и экспериментальных данных вполне удовлетворительное. В таком случае с помощью выражений (6.16) можно определить Y_1 и Y_2 как функции K_1. Если необходимо более тщательно «подогнать» используемую модель к экспериментальным данным, то это можно сделать путем нахождения значений Y_1 (K_1) для различных экспериментальных точек, чтобы лучше аппроксимировать резонансную кривую реакции.

Эту модель можно также использовать для описания колебаний, в которых происходят явления «затухания до резонансного» и «нарастания до резонансного» состояний амплитуд колебаний. Если начальное отклонение модели, приводимой в движение из состояния покоя, больше, чем амплитуда установившихся колебаний при вихревом возбуждении, то рассматриваемая модель будет первоначально характеризоваться затухающими колебаниями (рис. 6.4). Колебания, которые соответствуют начальному отклонению, меньшему, чем амплитуда установившихся колебаний, показаны на рис. 6.5. Эти физические состояния можно достаточно хорошо описать с помощью выражения, характеризующего сумму реакций в переходном и установившемся режимах колебаний. Полагая, что частоты в этих режимах отличаются незначительно, данное выражение может быть приближенно представлено в виде

$$\eta = [\eta_1 e^{-\gamma\omega_0 t} + \eta_0] \sin(\omega_0 t + \psi), \tag{6.22}$$

где ω_0 — наблюдаемая в экспериментах угловая частота колебаний; η_1, η_0 и ψ выбираются таким образом, чтобы соответствовать начальным условиям [при $t = 0$ амплитуда равна $(\eta_1 + \eta_0) \sin\psi$, а в установившемся режиме колебаний при $t \to \infty$ амплитуда равна η_0].

Отметим, что при *нарастании* амплитуды колебаний $\eta_1 < 0$. Реакцию, задаваемую выражением (6.22), можно следующим образом записать в терминах безразмерного времени s:

$$\eta = [\eta_1 e^{-\gamma K_0 s} + \eta_0] \sin(K_0 s + \psi). \tag{6.23}$$

И в этом случае такие важные параметры, как γ и K_0, могут быть установлены путем согласования аналитического решения с результатами экспериментальных наблюдений. Ссылки на этот метод содержатся в работах [6.35 и 6.36]. В данном случае нельзя быть уверенным априори, что в испытаниях при затухании до резонансного и нарастании до резонансного состояния амплитуд колебаний будут обеспечены идентичные значения для параметра γ этой модели. Однако результаты ряда экспериментов [6.37] дают основание полагать, что получаемая при этом разница невелика.

Следует еще раз подчеркнуть, что приведенная выше линейная модель является к тому же и эмпирической моделью, т. е. должна быть приведена в соответствие с экспериментальными результатами, относящимися к еще не полностью изученным нелинейным в своей основе явлениям.

Эмпирическая нелинейная модель. Идею применения осциллятора Ван-дер-Поля для изучения реакции при вихревом возбуждении колебаний можно также использовать и по-другому. В этом случае упомянутую выше модель просто уточняют путем добавления одного нелинейного (кубического) аэродинамического члена. Таким образом, уравнение (6.14) может быть преобразовано к следующему виду:

$$m[\ddot{y}+2\zeta\omega_1\dot{y}+\omega_1^2 y]=\frac{1}{2}\rho U^2(2D)\left[Y_1(K)\left(1-\varepsilon\frac{y^2}{D^2}\right)\frac{\dot{y}}{U}+\right.$$

$$\left.+Y_2(K)\frac{y}{D}+\frac{1}{2}C_L(K)\sin(\omega t+\varphi)\right], \qquad (6.24)$$

где $K=D\omega/U$ и ω удовлетворяет соотношению Струхаля

$$\omega D/U=2\pi\,\mathrm{Sh}. \qquad (6.25)$$

В этой модели Y_1, ε, Y_2 и C_L являются параметрами, функциями от K, значения которых должны соответствовать результатам экспериментальных наблюдений. Такую модель можно использовать по-разному.

Простейшим примером является случай, имеющий место в зоне захватывания частоты образования вихрей, где $\omega\approx\omega_1$, так что выбор значений $Y_2=0$ и $C_L=0$ обеспечивает удобные условия для моделирования. Тогда Y_1 и ε определяют по результатам наблюдений за амплитудой свободных «резонансных» колебаний, например для двух различных ее уровней, характеризуемых соответственно двумя отличными друг от друга значениями коэффициента демпфирования ζ.

При установившихся амплитудах колебаний среднее значение диссипации энергии за цикл равно нулю, что дает возможность записать

$$\int_0^T\left[2m\zeta\omega-\rho D^2\omega\,Y_1\left(1-\varepsilon\frac{y^2}{D^2}\right)\right]\dot{y}^2\,dt=0, \qquad (6.26)$$

где $\omega T=2\pi$. Полагая, что y изменяется практически по гармоническому закону

$$y=y_0\cos\omega t, \qquad (6.27)$$

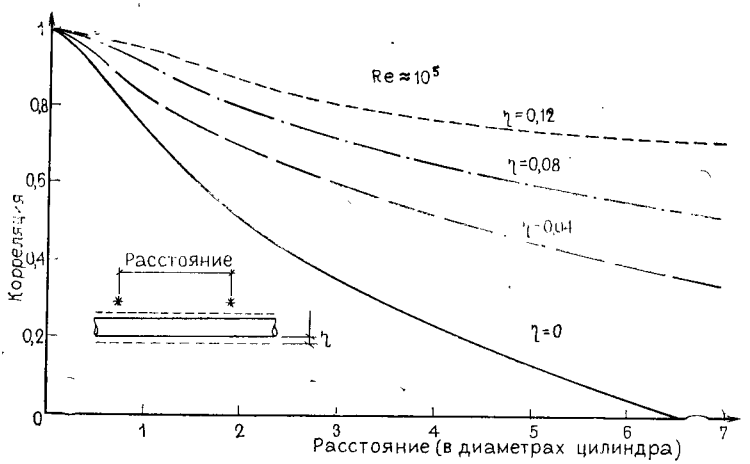


Рис. 6.6. Влияние увелнчения амплитуды колебаний кругового цилиндра на корреляцию в двух точках потока [6.15], [6.38]

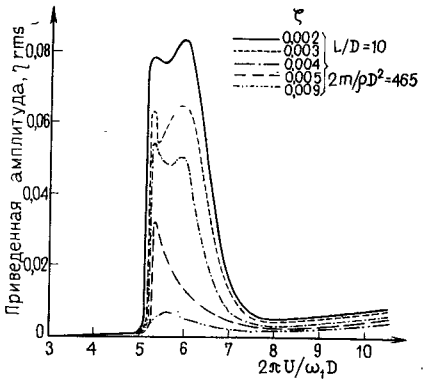


Рис. 6.7. Реакция модели вентиляционной трубы круглого поперечного сечения при различных значениях коэффициента демпфирования сооружения (Re докритическое)

получаем следующие результаты:

$$\int_0^T \dot{y}^2 dt = \omega y_0^2 \pi; \tag{6.28}$$

$$\int_0^T y^2 \dot{y}^2 \, dt = \omega y_0^4 \, (\pi/4). \tag{6.29}$$

Следовательно, (6.26) приводит к условию

$$4\pi m \, \mathrm{Sh} \, \zeta - \rho D^2 Y_1 + \rho Y_1 \varepsilon y_0^2 = 0. \tag{6.30}$$

Из решений (6.30) для двух различных пар значений (ζ, y_0), полученных из двух испытаний при установившемся режиме колебаний, определяют значения Y_1 и ε. Теперь эту модель с установленными уже значениями Y_1 и ε можно использовать в подобных же условиях для предсказания амплитуд колебаний y_0 на основе выражения

$$y_0 = [(4\pi m \, \mathrm{Sh} \, \zeta - \rho D^2 Y_1)/-(\rho \varepsilon Y_1)]^{1/2}. \tag{6.31}$$

Эта модель удобна для предсказания на основе лабораторных испытаний работы прототипа в реальных условиях. Ее можно использовать и в ряде других случаев, которые здесь не рассматриваются.

6.1.2. Влияние, оказываемое сооружением и потоком на вихревое возбуждение колебаний. Реакция сооружения на действие распространяющихся в спутной струе вихрей сложным образом зависит от его динамических характеристик и от характеристик потока.

Отдельные аспекты взаимодействия между реакцией сооружения и явлениями, происходящими в жидкости, представлены на рис. 6.6 [6.15, 6.38], из которого следует, что возрастание амплитуды вынужденных гармонических колебаний кругового цилиндра приводит к увеличению коэффициента корреляции вихревого потока по его длине (на рис. 6.6 $\eta = y_{\text{макс}}/D$, $y_{\text{макс}}$ — амплитуда колебаний, D — диаметр).

Амплитуды вызванных потоком колебаний цилиндрических сооружений в свою очередь зависят от массы и жесткости сооружения, а также от его демпфирующих свойств. На рис. 6.7 [6.39] показано влияние демпфирования на поперечные колебания круговой цилиндрической консольной вытяжной трубы высотой L, обтекаемой потоком, характеризуемым плавным течением со скоростью U. Из него видно, что среднее квадратическое значение приведенного перемещения η снижается более чем в 10 раз при увеличении относительного демпфирования с 0,002 до 0,009. Это снижение происходит не только из-за уменьшения величины передаточной функции системы, но также и вследствие снижения коэффициента корреляции по длине цилиндра (см. рис. 6.6). В этом случае происходит изменение амплитуды колебаний вытяжной трубы по высоте.

6.2. Галопирование поперек воздушного потока

Галопирование — аэродинамическая неустойчивость, характерная для гибких сооружений с особыми формами поперечного сечения, такими, как, например, прямоугольные или D-образные сечения, или эффективные сечения некоторых покрытых льдом проводов линий электропередачи. При определенных условиях, которые будут сформулированы в этой главе позже, в таких сооружениях возможны колебания с большими амплитудами в перпендикулярном потоку направлении (в 10 или даже в значительно большее число раз превышающими размеры самого сечения в этом направлении) при частотах, которые значительно ниже частот срыва вихрей, характерных для того же самого сечения. Классическим примером такого типа аэродинамической неустойчивости является галопирование с большими амплитудами поперек воздушного потока проводов линий электропередачи, которые покрылись слоем льда под дождем с образованием гололеда.

Результаты изучения проблемы галопирования опубликованы в работах [6.40—6.42]. В работах [6.43—6.50] галопирование рассматривается как нелинейное явление. При галопировании поперек воздушного потока относительный угол атаки ветром поперечного сечения сооружения находится в прямой зависимости от скорости сооружения

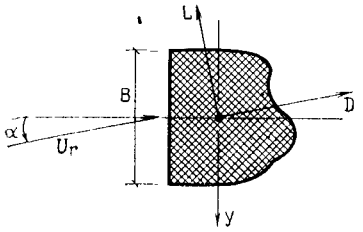


Рис. 6.8. Подъемная сила и сила лобового сопротивления, действующие на неподвижное плохообтекаемое тело

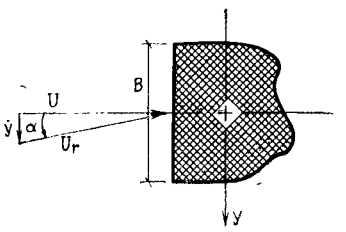


Рис. 6.9. Эффективный угол атаки для колеблющегося плохообтекаемого тела

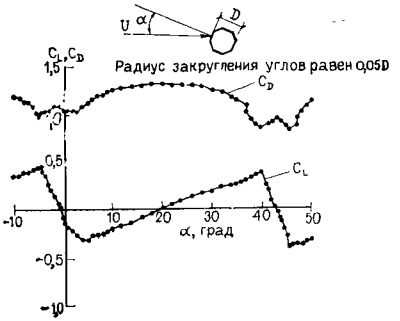


Рис. 6.10. Коэффициенты снл, действующих на восьмиугольную призму ($Re=1{,}2\cdot10^5$) [6.52]

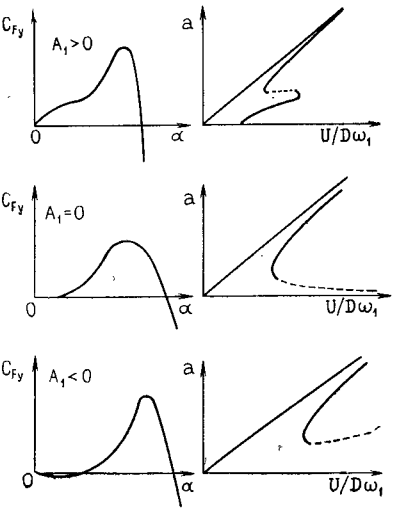


Рис. 6.11. Три основных типа коэффициентов поперечной силы и соответствующие им амплитуды реакции a при галопировании

в перпендикулярном потоку направлении. Имеющийся опыт показывает, что знание средних коэффициентов подъемной силы и сопротивления поперечного сечения, полученных в *статических* условиях на неподвижном объекте в виде функций угла атаки, служит достаточной основой для построения удовлетворительного аналитического описания явления галопирования. Таким образом, галопирование управляется по существу квазистационарными силами. Подобно случаю вихревого возбуждения колебаний, оно будет рассматриваться и описываться аналитически как двумерное по своей природе явление. Другие вопросы, связанные с реакцией при галопировании, рассмотрены в работах [6.46—6.50].

6.2.1. Аналитическая формулировка проблемы галопирования. Прежде чем привести основную аналитическую формулировку явления, представляет интерес отметить некоторые из общепризнанных работ, в которых рассматривается галопирование. В [6.48] дается обзор состояния вопроса, проведен сжатый анализ проблемы, а также отмечены ранние и основные исследования Глауэрта [6.40] и Ден-Гартога [6.41, 6.42]. Работы [6.43—6.49] являются важным вкладом

в развитие этой проблемы, особенно в решение нелинейных задач, связанных с аэродинамикой. В [6.50] дан критический анализ существующих аналитических моделей галопирования.

Рассмотрим сечение призматического тела в набегающем потоке с плавным течением (рис. 6.8). Предположим, что тело *закреплено* (т. е. не испытывает никакого движения, будь то колебания или другой его вид), угол атаки потока, имеющего скорость U_r, обозначен через α. Ниже приводится выражение для коэффициента силы в направлении y. Первоначально среднее значение лобового сопротивления (среднее значение силы в направлении U_r) может быть записано в виде

$$D(\alpha) = {}^1/_2 \rho U_r^2 B C_D(\alpha), \tag{6.32}$$

а среднее значение подъемной силы (среднее значение силы в направлении, перпендикулярном к U_r)

$$L(\alpha) = {}^1/_2 \rho U_r^2 B C_L(\alpha). \tag{6.33}$$

Тогда проекции этих составляющих на ось y равны:

$$F_y(\alpha) = -D(\alpha) \sin\alpha - L(\alpha) \cos\alpha. \tag{6.34}$$

Если $F_y(\alpha)$ записать в другом виде

$$F_y(\alpha) = {}^1/_2 \rho U^2 B C_{F_y}(\alpha), \tag{6.35}$$

где

$$U = U_r \cos\alpha, \tag{6.36}$$

то из выражений (6.34) и (6.35) получаем

$$C_{F_y}(\alpha) = -[C_L(\alpha) + C_D(\alpha) \operatorname{tg}\alpha] \sec\alpha. \tag{6.37}$$

Теперь рассмотрим случай, когда то же самое тело *колеблется* в поперечном направлении (вдоль оси y) в потоке, движущемся со скоростью U (рис. 6.9). Обозначим скорость потока относительно движущегося тела через U_r. Она может быть записана в виде

$$U_r = (U^2 + \dot{y}^2)^{1/2}. \tag{6.38}$$

Угол атаки α равен:

$$\alpha = \operatorname{arc\,tg}(\dot{y}/U). \tag{6.39}$$

Если тело, характеризуемое массой m на единицу длины, упруго закреплено и обладает линейными демпфирующими свойствами, то уравнение его движения можно записать в обычном виде:

$$m[\ddot{y} + 2\zeta\omega_1 \dot{y} + \omega_1^2 y] = F_y, \tag{6.40}$$

где ζ — относительное демпфирование; ω_1 — собственная угловая частота F_y — аэродинамическая сила, действующая на это тело.

Принимается, что средние коэффициенты аэродинамической подъемной силы и лобового сопротивления $C_L(\alpha)$ и $C_D(\alpha)$ одинаковы как для колеблющегося, так и для неподвижного тела, поэтому $F_y(\alpha)$ определяют согласно выражению (6.35), в котором $C_{F_y}(\alpha)$ задается из (6.37).

Рассмотрим сначала движение в начальной стадии (при малых перемещениях), т. е. состояние системы в окрестностях $y = 0$, где $\alpha \approx \dot{y}/U \approx 0$.

При этом условии

$$F_y \approx \partial F_y/\partial\alpha|_{\alpha=0}\,\alpha, \tag{6.41}$$

поэтому необходимо рассмотреть значение производной $dC_{F_y}/d\alpha$, получаемой путем дифференцирования выражения (6.37), при $\alpha = 0$:

$$dC_{F_y}/d\alpha\,|_{\alpha=0} = -(dC_L/d\alpha + C_D)_0. \tag{6.42}$$

Таким образом, для малых перемещений уравнение движения будет иметь вид

$$m\,[\ddot{y} + 2\zeta\omega_1\,\dot{y} + \omega_1^2\,y] = -{}^1/_2\;\rho U^2\,B\,(dC_L/d\alpha + C_D)\,\dot{y}/U. \tag{6.43}$$

Если рассматривать аэродинамическую (правую) часть этого уравнения как некоторый вклад в общее демпфирование системы, то ее суммарный коэффициент сопротивления равен:

$$2m\zeta\omega_1 + {}^1/_2\;\rho UB\,(dC_L/d\alpha + C_D)_0 = d, \tag{6.44}$$

где по аналогии с первым членом левой части этого выражения, известным как коэффициент конструкционного сопротивления, второй член принято называть коэффициентом аэродинамического сопротивления.

Из теории линейного осциллятора с одной степенью свободы, обладающего вязким трением [1.7], следует, что система проявляет *колебательную устойчивость*, если $d > 0$, и неустойчивость, если $d < 0$. Так как относительное конструкционное демпфирование обычно положительно, то неустойчивость возникнет только в том случае, когда

$$dC_L/d\alpha + C_D < 0. \tag{6.45}$$

Это хорошо известный критерий Глауэрта—Ден-Гартога, *необходимое* условие для проявления неустойчивости при галопировании (достаточное условие будет при $d < 0$). Из соотношения (6.45) видно, что круговые цилиндры, для которых $dC_L/d\alpha \equiv 0$, вследствие своей симметрии не могут галопировать.

Итак, свойственную гибким призматическим сооружениям склонность к неустойчивости при галопировании можно оценить путем вычисления осредненных по времени коэффициентов подъемной силы и лобового сопротивления поперечного сечения и определения знака выражения $dC_L/d\alpha + C_D$ при $\alpha = 0$.

Для многих задач, встречающихся в инженерных исследованиях ветровых воздействий, эта первоначальная оценка вполне достаточна, чтобы охарактеризовать возможности проявления неустойчивости, связанной с галопированием. Например, на рис. 6.10 [6.51, 6.52] показаны коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления для восьмиугольного в плане столбчатого сооружения, характеризующегося некоторым диапазоном угла атаки ветра ($-5° < \alpha < 5°$), в котором сооружение восприимчиво к галопированию согласно критерию Ден-Гартога. Однако для дальнейшего исследования задачи и

подробного описания механизма галопирования необходимо иметь полное разложение C_{F_y} в ряд по степеням $\dot{y}/U$. В [6.48] предлагается укороченный степенной ряд, состоящий из нескольких членов с нечетными степенями $\dot{y}/U$ и одного члена второй степени, взятого с соответствующим знаком, для сглаживания экспериментальных данных:

$$C_{F_y} = A_1(\dot{y}/U) - A_2(\dot{y}/U)^2\,\dot{y}/(|\dot{y}|) - A_3(\dot{y}/U)^3 + A_5(\dot{y}/U)^5 - A_7(\dot{y}/U). \quad (6.46)$$

Если зависимость C_L и C_D от α известна, то коэффициенты с A_1 по A_7 включительно можно оценить следующим образом. Сначала строится график зависимости C_{F_y} от $\operatorname{tg}\alpha$. Поскольку $\operatorname{tg}\alpha = \dot{y}/U$, то C_{F_y} можно аппроксимировать многочленом (6.46), используя метод наименьших квадратов или какой-либо другой. В [6.48] для решения получаемого нелинейного уравнения применен метод Крылова—Боголюбова; при этом в качестве первого приближения для реакции постулируется

$$y = a\cos(\omega t + \varphi); \quad (6.47а)$$

$$\dot{y} = -a\omega\sin(\omega t + \varphi), \quad (6.47б)$$

где a и φ — рассматриваются как медленно изменяющиеся функции времени.

Отдельные интересные особенности решения выходят за рамки данного раздела. Тем не менее достаточно указать на тот факт, что характерные нелинейные явления при галопировании, встречающиеся в эксперименте, хорошо прогнозируются на основе теоретических результатов, получаемых для квазистационарной модели. Например, могут быть непосредственно предсказаны известные нелинейные явления «скачка» амплитуды (когда они имеют место).

В [6.49] продолжены исследования [6.48] по изучению реакции при галопировании, а также выявлены три основных типа зависимости C_{F_y} от α и соответствующая им амплитуда реакции при галопировании a как функция приведенной скорости $U/D\omega_1$ (см. рис. 6.11). Отмечено, что единственно возможные колебательные движения — это движения с амплитудами a, которые показаны сплошными линиями на рис. 6.11. В [6.49] также исследованы реакции протяженных трехмерных тел с помощью рассмотренной выше теории для двумерного потока и описано влияние турбулентности потока на галопирование. Отмечено, что одни и те же факторы могут оказывать различное влияние на осредненные значения C_L и C_D в зависимости от масштабов и вида спектра турбулентности потока. Например, в зависимости от конкретных обстоятельств турбулентность может способствовать или препятствовать созданию необходимых условий для возникновения галопирования. Наконец, в [6.49] выявлено, что если начальное возмущение больше амплитуды установившихся колебаний, то могут быть случаи галопирования, для которых критерий Ден-Гартога не удовлетворяется.

В [6.54] анализируется весьма близкая задача для длинной гибкой балки, имеющей возможность изгибаться как вдоль, так и поперек воздушного потока. Работа [6.55] посвящена изучению воздействия ветра, направленного под косым углом к продольной оси галопирующего тела.

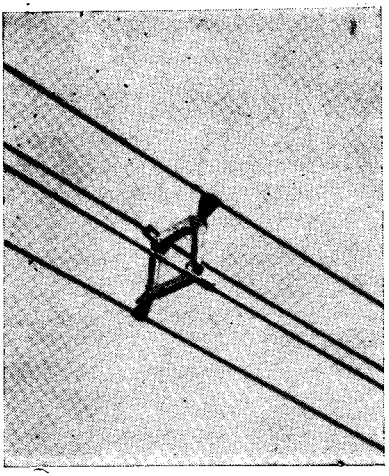
6.3. Галопирование в спутной струе

Рассмотрим случай обтекания двух цилиндров, один из которых расположен выше по течению относительно другого. В определенных условиях цилиндр, расположенный ниже по течению, может испытывать колебания типа галопирования, вызванные турбулентной спутной струей от первого цилиндра. Именно такой случай имеет место, например, для проводов расщепленной фазы линий электропередачи, сгруппированных в так называемые пучки, т. е. группы проводов, состоящие из двух, четырех, шести, восьми или более параллельных проводов, отделенных друг от друга с помощью распорок в поперечном к их пролету направлении. На рис. 6.12 показана распорка между четырьмя параллельными проводами расщепленной фазы линии электропередачи. При установленных распорках именно участок провода между ними наиболее восприимчив к галопированию в спутной струе, так как здесь провод имеет наибольшую свободу перемещений.

Галопирование в спутной струе может происходить только в условиях, когда частоты колебаний цилиндра, расположенного ниже по течению, меньше частот образования за ним вихрей, и соответствующих частот для цилиндра, расположенного выше по течению. Точно так же, как и для явления, рассмотренного в подразд. 6.2, галопирование в спутной струе определяется параметрами, которые описывают аэродинамические процессы в среднем (а не их текущие значения), и могут быть измерены, когда тело является неподвижным.

Спутная струя цилиндра, расположенного выше по течению, может быть изображена, как показано на рис. 6.13. При исследовании этой спутной струи «зондом», который сам фактически является цилиндром, расположенным ниже по течению, выявляется характер распределения сил, действующих на этот цилиндр в направлении ветра и в поперечном направлении (рис. 6.14), при расположении зонда в отдельных точках спутной струи. Принципиально важный результат, полученный в экспериментальных исследованиях, состоит в том, что силы, действующие в спутной струе поперек потока, стремятся переместить цилиндр, расположенный ниже по течению, к оси (средней линии) спутной струи. Это происходит вопреки, казалось бы, интуитивному ожиданию обратного, что, поскольку внешний поток за пределами спутной струи имеет бо́льшую скорость, он должен был бы, согласно уравнению Бернулли, стремиться вытолкнуть расположенный ниже по течению цилиндр во внешние слои, от центра спутной струи.

Этой кажущейся аномалии пытались найти объяснение. Ориентировочно ее можно отнести за счет многочисленных перекрещиваний поля скоростей потока в пределах спутной струи, вызванных изменяющимися во времени местными струйными течениями жидкости, которые имеют мощные составляющие, направленные внутрь, к центру. Эти струйные течения, или местные скорости жидкости стремятся вызвать периодически повторяющиеся силы лобового сопротивления, направленные в среднем к оси спутной струи. Указанное объяснение явления было в какой-то мере подтверждено исследованиями потока



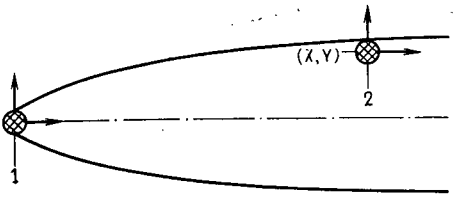


Рис. 6.12. Распорка между четырьмя параллельными проводами расщепленной фазы линии электропередачи

Рис. 6.13. Взаимное расположение цилиндров выше (*1*) и ниже по течению (*2*) при явлении галопирования в спутной струе

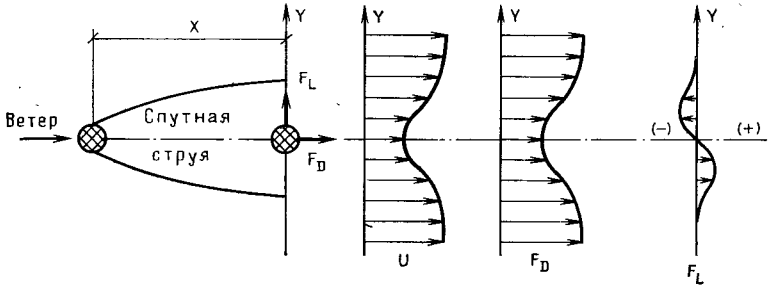


Рис. 6.14. Распределение средних значений скорости U, силы лобового сопротивления F_D и подъемной силы F_L для кругового цилиндра, расположенного в спутной струе другого цилиндра

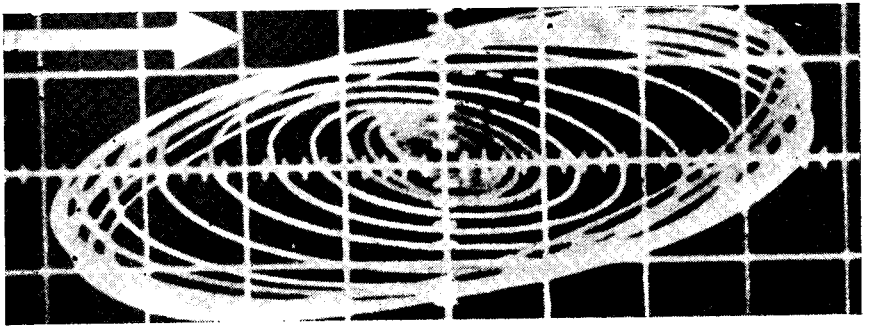


Рис. 6.15. Траектории перемещений при галопировании в спутной струе [6.52]

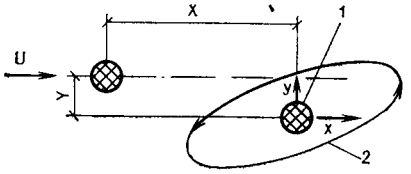


Рис. 6.16. Выбор координат при анализе галопированиия в спутной струе
1 — положение равновесия; *2* — типичная предельная траектория



Рис. 6.17. Измереиные и прогнозируемые границы устойчивости при галопировании в спутной струе
1 — теоретические данные; *2* — экспериментальные значения

методом визуализации в гидродинамической трубе [6.56]. Как показано на рис. 6.14, центрирующая подъемная сила (действующая на цилиндр в направлении к оси спутной струи) достигает наибольшего значения примерно в четверти ширины спутной струи.

Когда цилиндр, расположенный ниже по течению от другого тела и отстоящий на несколько диаметров позади него, смещается (по любой причине) примерно во внешнюю четверть спутной струи (см. рис. 6.13), то он попадает в зону неустойчивости при галопировании. В этой зоне начнется галопирующее движение с возрастанием амплитуды, которое будет происходить до тех пор, пока не достигнет своего предельного цикла. Это движение представляет собой колебания большой амплитуды, происходящие по эллиптической траектории с длинной осью эллипса, ориентированной примерно вдоль направления основного потока. Направление эллиптической траектории таково, что цилиндр движется вниз по потоку около внешней границы спутной струи и против потока ближе к ее оси или по часовой стрелке над осевой линией (см. рис. 6.14) и против часовой стрелки под нею. Эти направления движения совпадают с интуитивной оценкой того, что результирующие силы сопротивления будут больше в наружной, более быстрой части спутной струи и меньше во внутренней. Работы [6.56—6.65] охватывают различные аспекты явления галопирования в спутной струе. На рис. 6.15 [6.63] показана запись развития траектории галопирования в спутной струе, полученная с помощью осциллоскопа.

6.3.1. Анализ явления галопирования в спутной струе. Это явление анализируется с позиций двумерной задачи, как это уже делалось в предшествующих разделах. Рассмотрим два цилиндра (рис. 6.16): один из них является наветренным (расположен выше по течению и создает спутную струю), а другой — подветренным (находится в пределах этой струи). Предположим, что подветренный цилиндр упруго оперт в горизонтальном и вертикальном направлениях и занимает некоторое положение (X, Y), где X, Y — координаты в направлении ветра и в поперечном направлении, которые удобно отнести к наветренному цилиндру.

Уравнения движения для подветренного цилиндра могут быть составлены путем записи отклонений x, y этого цилиндра от положения, определяемого координатами X, Y:

$$m\ddot{x}+d_x\dot{x}+K_{xx}x+K_{xy}y=F_x; \qquad (6.48a)$$

$$m\ddot{y}+d_y\dot{y}+K_{yx}x+K_{yy}y=F_y, \qquad (6.48б)$$

где m — масса, приходящаяся на единицу длины (перпендикулярно рисунку) подветренного цилиндра; d_x, d_y — постоянные, характеризующие демпфирование колебаний в соответствующем направлении; $K_{rs}(r, s = x, y)$ — коэффициенты жесткости упругих опор, ограничивающих движение подветренного цилиндра; F_x, F_y — составляющие равнодействующей силы по направлениям X и Y.

Далее, если C_x и C_y определены как коэффициенты, соответствующие среднему значению силы при установившихся колебаниях и отнесены к динамическому давлению (скоростному напору) невозмущенного потока $^1/_2\,\rho U^2$, которое приложено к цилиндру, находящемуся в точке с координатами (X, Y), то можно показать, что в начальной стадии движения силы в направлении x и y выразятся в виде [6.65].

$$F_x={}^1/_2\,\rho U^2 D\left\{\left(\frac{\partial C_x}{\partial x}x+\frac{\partial C_x}{\partial y}y\right)+C_y\frac{\dot{y}}{U_w}-2C_x\frac{\dot{x}}{U_w}\right\}; \qquad (6.49а)$$

$$F_y={}^1/_2\,\rho U^2 D\left\{\left(\frac{\partial C_y}{\partial x}x+\frac{\partial C_y}{\partial y}y\right)-C_x\frac{\dot{y}}{U_w}-2C_y\frac{\dot{x}}{U_w}\right\}, \qquad (6.49б)$$

где U — скорость невозмущенного потока вверх по течению от цилиндров; U_w — средняя скорость спутной струи по направлению скорости U в точке с координатами (X, Y); D — проекция поперечного размера цилиндра на плоскость, перпендикулярную направлению ветра.

Выражения, подобные (6.49), были впервые выведены в [6.58 и 6.59]. Значения C_x, C_y и их производных получаются путем непосредственного измерения осредненных по времени значений при испытании модели в аэродинамической трубе. Представляют интерес случаи гладких круговых цилиндров и имеющих более шероховатую поверхность витых многожильных проводов (см. также гл. 8).

Аналитическое решение задачи, при котором силы, определяемые выражениями (6.49), явно представляют собой аэродинамические силы при самовозбуждающихся колебаниях, ищется в предположении, что перемещения в (6.48) и (6.49) имеют значения

$$x=x_0e^{\lambda t}; \qquad (6.50а)$$

$$y=y_0\,e^{\lambda t}, \qquad (6.50б)$$

приравнивая нулю определитель, составленный из коэффициентов уравнений (6.48). Из (6.50) следует, что полученные решения соответствуют аэроупругой неустойчивости, если в выражении $\lambda=\lambda_1+i\lambda_2$ (где $i=\sqrt{-1}$) $\lambda_1\geqslant 0$, так как в этом случае они содержат расходящийся экспоненциальный сомножитель. Затем такие решения находят для параметров, соответствующих ряду точек при других значениях координат X, Y.

Между теорией и экспериментом, как это следует из рис. 6.17 [6.56], наблюдается удовлетворительная согласованность. Кривые на рисунке связывают точки, в которых найдены решения, характеризующие границы области неустойчивости (т. е. где $\lambda=i\lambda_2$). По этим решениям, если есть необходимость, можно вычислить траекторию движения цилиндра $[x(t), y(t)]$ с помощью уравнений (6.48) и (6.49).

Как и при других явлениях аэроупругих колебаний, параметры сооружения оказывают сильное влияние на характеристики галопирования в спутной струе. В частности, при проведении исследований на моделях необходимо уделить особое внимание значениям коэффициентов жесткости K_{rs} $(r, s = x, y)$. Прежде всего, это относится к воспроизведению работы проводов — вопрос, который очень подробно рассмотрен в работах [6.60, 6.62, 6.65], и выходит за рамки настоящего исследования.

6.4. Дивергенция

Явление дивергенции первоначально связывалось, прежде всего, с крыльями самолета и их подверженностью скрутке при некоторой предельной скорости воздуха. Чтобы мысленно представить, что происходит в этом случае, рассмотрим аэродинамическую поверхность малой относительной толщины или любую другую аналогичную конструкцию (такую, например, как пролетное строение висячего моста) (рис. 6.18). Под действием ветра конструкция будет нагружена (и в свою очередь оказывать им противодействие) силой лобового сопротивления, подъемной силой и аэродинамическим крутящим моментом. С увеличением скорости ветра последний из этих силовых факторов будет также увеличиваться.

Это приведет к дальнейшему закручиванию конструкции. Однако такое ее состояние, за счет увеличения эффективного угла атаки ветра, может способствовать еще большему увеличению аэродинамического крутящего момента, для уравновешивания которого потребуется дополнительный реактивный момент в конструкции. Наконец, достигается такая скорость, при которой вызванный ветром момент вместе с продолжающейся тенденцией к закручиванию конструкции, требующей с ее стороны дополнительного увеличения реакции, создает неустойчивое состояние и конструкция разрушается.

Рассматриваемая проблема — это проблема устойчивости и в этом смысле совершенно аналогична проблеме потери устойчивости колонны при продольном изгибе. Точно так же, как потеря устойчивости колонны при продольном изгибе происходит при действии на нее критической нагрузки, дивергенция возникает при некоторой критической скорости дивергенции ветра. Это явление зависит от гибкости сооружения и от того, в какой степени скручивание конструкции вызывает нарастание действующих на нее аэродинамических моментов. Оно не зависит от предела прочности конструкции.

В случае аэродинамической поверхности малой относительной толщины аэродинамический крутящий момент увеличивается с увеличением угла атаки. Возможно, что для более сложных сооружений аэродинамический крутящий момент не следует этой простой зависимости, в результате они могут вести себя не так, как описано выше. В ряде случаев в зависимости от соотношения между аэродинамическим моментом и углом атаки некоторые сооружения могут быть устойчивыми к дивергенции. И, наконец, следует отметить, что в большинстве случаев, представляющих практический интерес для гражданского строи-

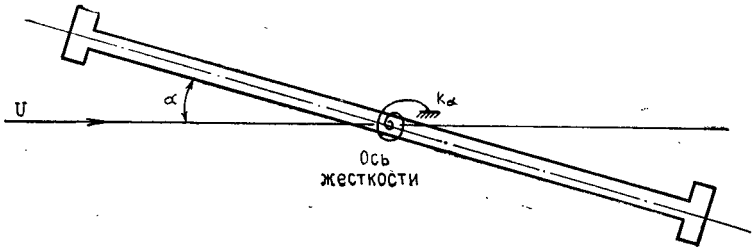


Рис. 6.18. Расчетная схема и параметры для задачи о дивергенции

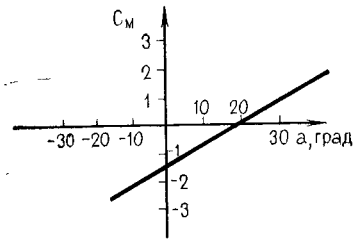


Рис. 6.19. Зависимость коэффициента аэродинамического момента для плохообтекаемого сооружения от угла атаки

тельства, критические скорости дивергенции исключительно высоки и выходят далеко за пределы скоростей, обычно рассматриваемых при проектировании сооружений.

6.4.1. Аналитическое моделирование дивергенции. Для анализа явления дивергенции рассмотрим (см. рис. 6.18) поперечное сечение конструкции, повороту которого относительно некоторого центра вращения (или центра жесткости), противодействует торсионная пружина. Обозначим коэффициент жесткости пружины и угол поворота соответственно через k_α и α. Примем, что средняя скорость ветра U, а ширина настила моста B, тогда аэродинамический момент, приходящийся на единицу длины пролета, можно записать в виде

$$M_\alpha = {}^1/_2\,\rho U^2 B^2 C_M(\alpha), \tag{6.51}$$

где $C_M(\alpha)$ — коэффициент аэродинамического момента относительно оси кручения.

Пример зависимости C_M от α для поперечного сечения моста, имеющего балку жесткости со сквозными фермами, показан на рис. 6.19. При нулевом угле атаки значение этого момента равно:

$$M_\alpha(0) = {}^1/_2\,\rho U^2 B^2 C_{M0}, \tag{6.52}$$

где $C_{M0} = C_M(0)$.

При небольшом отклонении α от значения $\alpha = 0$ M_α может быть задан в первом приближении в виде

$$M_\alpha = {}^1/_2\,\rho U^2 B^2 \left[C_{M0} + \frac{dC_M}{d\alpha}\bigg|_{\alpha=0} \alpha \right]. \tag{6.53}$$

Приравнивая аэродинамический момент внутреннему моменту конструкции, получаем

$${}^1/_2\,\rho U^2 B^2 \left[C_{M0} + C'_{M0}\,\alpha\right] = k_\alpha \alpha, \tag{6.54}$$

где

$$C'_{M0}=\left.\frac{dC_M}{d\alpha}\right|_{\alpha=0}. \tag{6.55}$$

В результате задача о дивергенции (в такой двумерной постановке) сводится к уравнению (6.54). Рассмотрим теперь его решение.

Обозначим $\lambda \equiv {}^1/_2\rho U^2 B^2$. В таком случае уравнение (6.54) принимает вид

$$(k_\alpha-\lambda C'_{M0})\,\alpha=\lambda C_{M0}$$

или

$$\alpha=\lambda C_{M0}/(k_\alpha-\lambda C'_{M0}). \tag{6.56}$$

Решение уравнения (6.56) при α, стремящемся к бесконечности (наступление дивергенции), будет удовлетворяться для значения

$$\lambda=k_\alpha/C'_{M0}. \tag{6.57}$$

Следовательно, последнее определяет критическую скорость дивергенции

$$U_c=\sqrt{2k_\alpha/(\rho B^2 C'_{M0})}. \tag{6.58}$$

Эту задачу можно легко обобщить для пространственного случая, это будет сделано на примере отдельного частного случая (см. гл. 8). Следует также отметить, что в этой задаче рассматривается только начальная стадия неустойчивости. Если же с увеличением скорости поведение конструкции становится более сложным (например, вследствие более сложной зависимости C_M от α, чем это показано на рис. 6.19), то задача о дивергенции может быть решена путем последовательного удовлетворения соотношения

$${}^1/_2\,\rho U^2\,B^2\,C_M\,(\alpha)=k_\alpha\,\alpha \tag{6.59}$$

для любого интересующего диапазона скоростей.

6.5. Флаттер

Флаттер аэродинамических поверхностей — один из наиболее рано распознанных видов аэроупругих колебаний. Термин «флаттер» имел различные смысловые значения. Однако в настоящее время этот термин употребляют с использованием дополнительных определений, например классический флаттер, срывной флаттер, флаттер системы с одной степенью свободы, панельный флаттер. Все эти термины первоначально использовались в авиационно-космических исследованиях, но некоторые из них были перенесены в инженерные исследования ветровых воздействий.

Термин *классический флаттер* сначала использовали применительно к аэродинамическим поверхностям малой относительной толщины. Сейчас его также применяют при изучении колебаний висячих мостов. Под этим термином подразумевается явление аэроупругости, при ко-

тором динамические перемещения, соответствующие двум степеням свободы сооружения (повороту относительно продольной оси и вертикальному смещению), становятся связанными при неустойчивых колебаниях, возбуждаемых воздушным потоком. Взаимосвязь колебаний, соответствующих двум степеням свободы (необходимое условие для флаттера аэродинамической поверхности малой относительной толщины), стала отличительной чертой классического флаттера.

Срывной флаттер — это крутильные колебания аэродинамической поверхности как системы с одной степенью свободы, возбуждаемые за счет нелинейных характеристик подъемной силы в окрестностях наступления срыва потока или в условиях потери подъемной силы. Это явление также наблюдается в конструкциях, имеющих широкие поверхности, при обтекании которых происходит срыв потока в зависимости от угла атаки набегающего потока. Так называемый флаттер знаков «стоп» (крутильные колебания знаков дорожного движения типа «стоп» относительно стоек крепления, обладающих малой жесткостью на кручение) служит примером, взятым не из области аэронавтики.

Флаттер системы с одной степенью свободы может включать в себя срывной флаттер, но может быть просто связан с системами, подверженными действию интенсивных срывных течений. Типичными примерами тому являются плохообтекаемые, расположенные поперек линий тока тела. Важное вместо среди них занимают пролетные строения висячих мостов, которые могут в ряде случаев при крутильных колебаниях проявлять неустойчивость как системы с одной степенью свободы. Более подробно эти случаи рассмотрены в гл. 8.

Панельный флаттер — это незатухающие колебания панелей (типичные для поверхностей корпусов больших ракет), вызываемые распространением вдоль них с высокой скоростью потока воздуха. Наиболее наглядно они проявляются при сверхзвуковых режимах течения и поэтому не наблюдаются в ситуациях, встречающихся при инженерных исследованиях ветровых воздействий. Тем не менее флаттер туго натянутых брезентовых покрытий и флаттер флагов связаны с панельным флаттером.

При детальном изучении флаттера почти во всех случаях обнаруживаются нелинейные аэродинамические эффекты. Однако в ряде ситуаций оказалось возможным успешно решить задачу на основе линейных аналитических подходов. В пользу этого свидетельствуют два основных довода. Во-первых, несущая конструкция обычно рассматривается как линейная упругая система, и при ее работе доминирующей является такая *форма* реакции, которой обычно соответствуют гармонические колебания с амплитудой, изменяющейся по экспоненте. Во-вторых, именно в начальной стадии процесса (при его зарождении), которую можно рассматривать как характеризующуюся лишь небольшими амплитудами колебаний, происходит разделение устойчивого и неустойчивого режимов. Эти две основные особенности дают возможность проводить анализ флаттера на основе обычного рассмотрения устойчивости линейных упругих систем.

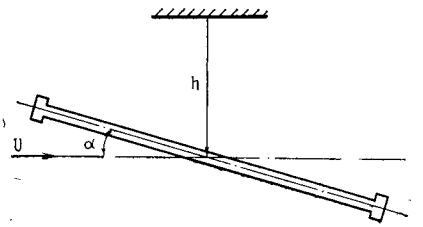


Рис. 6.20. Схема перемещений поперечного сечения линейно-протяженного сооружения

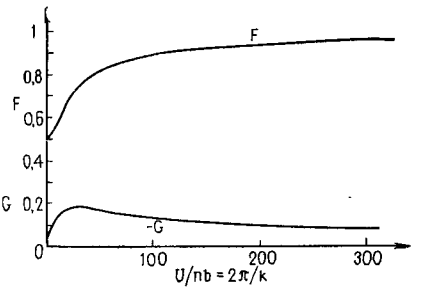


Рис. 6.21. Действительная и мнимая части функции Теодорсена $C(K)=F(K)+iG(K)$

Характерным для флаттера как типичного процесса автоколебаний является то, что система за счет своих перемещений (и их производных по времени) перекачивает энергию из воздушного потока. Если системе задано начальное возмущение, то ее дальнейшие перемещения будут затухать или нарастать (т. е. амплитуды ее колебаний будут уменьшаться или неограниченно увеличиваться) в зависимости от того, будет ли энергия движения, получаемая от потока, меньше или больше энергии диссипации системы вследствие конструкционного демпфирования. Тогда теоретическая линия раздела между случаями затухания и нарастания амплитуды, т. е. характеризующая установившиеся гармонические колебания, принимается соответствующей критическому условию возникновения флаттера.

При рассмотрении явления флаттера применительно к современным инженерным исследованиям ветровых воздействий ограничимся только классическим флаттером и флаттером системы с одной степенью свободы.

6.5.1. Уравнения движения для поперечного сечения аэродинамической поверхности или балки жесткости моста. Рассмотрим поперечное сечение аэродинамической поверхности или балки жесткости моста (рис. 6.20), находящегося под действием набегающего потока с плавным течением. Принимаем, что сечение имеет две степени свободы, соответствующие перемещениям при изгибе и кручении, которые обозначаем соответственно через h и α. Механическая система на единицу длины характеризуется массой m, моментом инерции I, статическим моментом масс S (равным произведению массы m на расстояние a между центром масс и центром жесткости)*, вертикальной восстанавливающей силой и восстанавливающим крутящим моментом, задаваемыми с помощью коэффициентов упругости C_h и C_α, и коэффициентами сопротивления c_h и c_α. Используя эти определения, уравнения движения можно записать в виде [6.66, 6.67]:

$$m\ddot{h}+S\ddot{\alpha}+c_h\dot{h}+C_h h=L_h; \qquad (6.60a)$$

* В принятой системе координат значение S может быть положительным или отрицательным в зависимости от расположения (впереди или позади) центра масс относительно центра жесткости.

$$S\ddot{h}+I\ddot{\alpha}+c_\alpha\dot{\alpha}+C_\alpha\alpha=M_\alpha, \tag{6.60б}$$

где L_h и M_α — соответственно самовозбуждающиеся аэродинамическая подъемная сила и момент относительно оси вращения, приходящиеся на единицу длины пролета.

Обозначив через r_g радиус инерции тела относительно центра вращения и использовав такие же условные обозначения, как и в разд. 5.1, преобразуем уравнения (6.60) к виду

$$m[\ddot{h}+a\ddot{\alpha}+2\zeta_h\omega_h\dot{h}+\omega_h^2 h]=L_h; \tag{6.61а}$$

$$I[(a/r_g^2)\ddot{h}+\ddot{\alpha}+2\zeta_\alpha\omega_\alpha\dot{\alpha}+\omega_\alpha^2\alpha]=M_\alpha, \tag{6.61б}$$

где ζ_h и ζ_α — относительные демпфирования; ω_h, ω_α — собственные угловые частоты, отвечающие соответственно степеням свободы h и α и определяемые выражениями

$$\omega_h^2=C_h/m; \tag{6.62а}$$

$$\omega_\alpha^2=C_\alpha/I. \tag{6.62б}$$

При симметричных поперечных сечениях мостов центр масс расположен в вертикальной плоскости, проходящей через геометрическую ось сечения. В этом случае $a=0$. Как правило, ось вращения также лежит в этой плоскости, хотя она может отстоять на некотором расстоянии по вертикали от центра масс. Для мостов с арочным профилем проезжей части ось вращения может лежать значительно ниже этого центра. При анализе динамики поперечного сечения моста момент инерции I определяется относительно оси вращения и, следовательно, является обычно (даже при постоянном поперечном сечении) величиной, изменяющейся по длине пролета.

Определение фактического положения оси вращения относится к задачам, выходящим за рамки настоящей книги.

6.5.2. Аэродинамическая подъемная сила и момент. Для аэродинамических поверхностей малой относительной толщины, помещенных в поток несжимаемой жидкости, Теодорсен [6.66] показал, исходя из основных положений теории потенциального обтекания, что выражения для L_h и M_α линейны относительно h и α и их первых и вторых производных. Коэффициенты в этих выражениях, называемые *аэродинамическими коэффициентами*, определяются посредством двух полученных теоретически функций $F(k)$ и $G(k)$ [6.66], где $k=b\omega/U$ — приведенная частота; b — половина хорды профиля аэродинамической поверхности; U — скорость течения и ω — угловая частота колебаний. Комплексная функция $C(k)$, для которой $F(k)$ и $G(k)$ являются соответственно действительной и мнимой частями, известна как *функция Теодорсена* (рис. 6.21). В результате обширных научных исследований, проведенных при режимах полета летательных аппаратов во всех диапазонах скоростей, дальнейшее развитие получили аналитические выражения для всех необходимых в расчетах аэродинамических коэффициентов. По данному вопросу имеется обширная литература, и работы [6.67—6.70] являются полезными введениями в эту область.

Для плохообтекаемых объектов, рассматриваемых в инженерных исследованиях ветровых воздействий, до сих пор еще не представля-

ется возможным получить выражения для аэродинамических коэффициентов исходя из основных законов, характеризующих течение жидкости и газа. Однако, как было показано в [6.71], для малых колебаний самовозбуждающиеся подъемная сила и момент, действующие на плохообтекаемое тело, могут рассматриваться как линейные относительно перемещений, углов поворота конструкций и их двух первых производных величины. Аэродинамические коэффициенты можно измерить посредством специально поставленных экспериментов в аэродинамической трубе. Такие исследования показывают, что так же, как и в случае аэродинамической поверхности, аэродинамические коэффициенты плохообтекаемого тела являются функциями приведенной частоты.

Применяются различные формы линейных зависимостей для L_h и M_α. В классических теоретических (и некоторых экспериментальных) работах для этого используют функции комплексного переменного, основанные на представлении колебаний типа флаттер в комплексной форме $e^{i\omega t}$. Однако в практике инженерных исследований ветровых воздействий, разработанных на сегодняшний день в США, для указанных зависимостей используют действительные формы представления. Ниже приводятся обычно применяемые линеаризованные выражения этого типа [6.71]:

$$L_h = \frac{1}{2}\rho U^2 (2B)\left[KH_1^*(K)\frac{\dot{h}}{U} + KH_2^*(K)\frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^*(K)\,\alpha\right]; \qquad (6.63а)$$

$$M_\alpha = \frac{1}{2}\rho U^2 (2B^2)\left[KA_1^*(K)\frac{\dot{h}}{U} + KA_2^*(K)\frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^*(K)\,\alpha\right]. \qquad (6.63б)$$

Приведенная частота K определяется в виде*

$$K = B\omega/U = B\,(2\pi n)/U, \qquad (6.64)$$

где B — длина хорды, ширина поперечного сечения моста или размер конструкции в направлении ветра; U — постоянная скорость набегающего воздушного потока; ω — угловая частота колебаний (n — частота колебаний).

В выражениях (6.63) члены, содержащие $\ddot{h}$, $\ddot{\alpha}$ и h, опущены как имеющие пренебрежимо малое значение при инженерных исследованиях ветровых воздействий (для задач аэронавтики члены с $\ddot{h}$ и $\ddot{\alpha}$ сохраняются, а содержащие h отбрасываются). Коэффициенты H_i^* и A_i^* ($i = 1, 2, 3$) — есть безразмерные функции K. Величины α, $\dot{h}/U$ и $B\dot{\alpha}/U$ представляют собой эффективные углы атаки и также являются безразмерными величинами. Типичный член в формулах (6.63) при малых углах атаки α можно рассмотреть с позиций следующей классической формы представления выражений для аэродинамической подъемной силы, действующей на единицу пролета:

* Приведенные частоты k, используемые для исследований в аэронавтике, и K, применяемые в инженерных исследованиях ветровых воздействий, отличаются тем, что k определяется через длину половины хорды $b = B/2$, а K для удобства использования определяется в зависимости от полной длины хорды B, как это сделано в выражении (6.64).

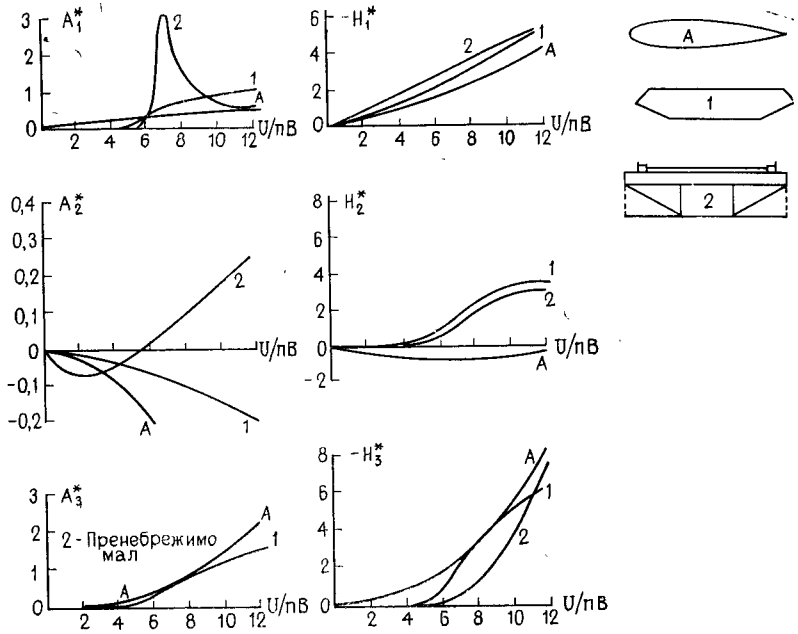


Рис. 6.22. Аэродинамические коэффициенты H_i^* и A_i^* для аэродинамической поверхности малой относительной толщины, коробчатого поперечного сечения с частично улучшенной обтекаемостью и для поперечного сечения моста со сквозными фермами

$$L = {}^1/_2\,\rho U^2\,(2B)\,C_L \approx {}^1/_2\,\rho U^2\,(2B)\,\frac{dC_L}{d\alpha}\,\alpha.$$

Следовательно, формально такие члены, как KH_1^* или $K^2H_3^*$, аналогичны производным от коэффициента подъемной силы $dC_L/d\alpha$. Однако эти члены должны рассматриваться как динамические производные, и они переходят в квазистатические производные типа $dC_L/d\alpha$ только в случае $K \to 0$ (нулевой частоты). С позиций проведения эксперимента это означает, что аэродинамические коэффициенты из выражений (6.63) могут измеряться только в режиме колебаний тела, тогда как значения $dC_L/d\alpha$ получают в статических условиях (т. е. когда тело неподвижно, см. разд. 6.2).

При необходимости сомножители K и K^2 перед H_i^* и A_i^* можно было бы объединить с этими последними в общий коэффициент, имеющий другое обозначение. Однако в процессе разработки теории [6.71] установлено, что они являются безразмерными сомножителями. В работах [6.71—6.77] рассматриваются различные экспериментальные методики, используемые в США, Японии и Франции для определения нестационарных аэродинамических (при флаттере) производных.

Выборочные экспериментальные значения коэффициентов H_i^* и A_i^* для коробчатого поперечного сечения с частично улучшенной обтекаемостью и для поперечного сечения балки жесткости со сквозными фермами показаны на рис. 6.22 [6.71]. Для сравнения на этом же ри-

сунке приведены аналогичные коэффициенты H_i^* и A_i^* для аэродинамической поверхности малой относительной толщины*.

6.5.3. Решение уравнений колебаний при флаттере. Поскольку аэродинамические члены уравнения зависят от K, аналитическое решение задачи о флаттере более сложно, чем решение задачи об устойчивости, когда выполняются соотношения аэродинамики установившихся течений. В этих условиях (зависимости от K) обычно используют следующий метод решения. Выбирают некоторое значение K, а соответствующие ему значения H_i^* и A_i^* берут по графикам этих функций, полученным экспериментально. Предполагается, что решения уравнений (6.61) и (6.63) относительно h и α пропорциональны $e^{i\omega t}$, которое и подставляют в эти уравнения. Определитель, составленный из коэффициентов при амплитудных значениях h и α, приравнивают нулю как основное условие устойчивости. В результате получают характеристическое уравнение четвертой степени относительно неизвестной частоты флаттера ω, которое необходимо решить. Полученное решение в общем виде записывают как $\omega = \omega_1 + i\omega_2$, причем $\omega_2 \neq 0$, и, следовательно, соответствует затухающим (при $\omega_2 > 0$) или нарастающим (при $\omega_2 < 0$) колебаниям. Затем выбирают новое значение K и вычислительный процесс повторяется до тех пор, пока решение не будет чисто мнимым (или очень близким к этому), т. е. пока $\omega_2 \approx 0$, так что $\omega \approx \omega_1$. Такому решению соответствует режим флаттера при действительной частоте ω_1. Пусть K_c представляет значение K, для которого $\omega \approx \omega_1$. В таком случае критическая скорость флаттера равна:

$$U_c = B\omega_1/K_c. \tag{6.65}$$

Рассмотрим теперь более подробно удобный вариант приведенного выше решения, поскольку он представляет определенный инте-

* В аэронавтике принято записывать выражения для L_h и M_α в том же виде, как они задаются (6.63); при этом B заменяется на b и K — на k. В таком случае H_i^* и A_i^* должны быть заменены на $\widetilde{H}_i^*$ и $\widetilde{A}_i^*$, где

$$\widetilde{H}_1^* = 4H_1^*;\ \widetilde{A}_1^* = 8A_1^*;$$
$$\widetilde{H}_2^* = 8H_2^*;\ \widetilde{A}_2^* = 16A_2^*;$$
$$\widetilde{H}_3^* = 8H_3^*;\ \widetilde{A}_3^* = 16A_3^*.$$

Можно показать [6.71], что выполняются следующие соотношения, полученные теоретически:

$$k\widetilde{H}_1^*(k) = -2\pi F(k);\quad k\widetilde{A}_1^*(k) = \pi F(k);$$
$$k\widetilde{H}_2^*(k) = -\pi\left[1 + F(k) + \frac{2G(k)}{k}\right];\quad k\widetilde{A}_2^*(k) = -\frac{\pi}{2}\left[1 - F(k) - \frac{2G(k)}{k}\right];$$
$$k^2\widetilde{H}_3^*(k) = -2\pi\left[F(k) - \frac{kG(k)}{2}\right];\quad k^2\widetilde{A}_3^*(k) = \pi\left[F(k) - \frac{kG(k)}{2}\right].$$

Как указывалось ранее, функции $F(k)$ и $G(k)$ справедливы только для аэродинамических поверхностей малой относительной толщины и не выполняются для тел других геометрических форм.

рес для приложений. Пусть $s = Ut/B$ означает безразмерное время (или расстояние). Имея в виду, что

$$(\cdot) = \frac{d(\ )}{dt} = \frac{d(\ )}{ds}\,\frac{ds}{dt} = (\ )'\,\frac{U}{B}\ ,$$

преобразуем уравнения (6.61) и (6.63):

$$\frac{h''}{B} + 2\zeta_h K_h \frac{h'}{B} + K_h^2 \frac{h}{B} =$$

$$= \frac{\rho B^2}{m}\left[KH_1^* \frac{h'}{B} + KH_2^* \alpha' \right]; \qquad (6.66а)$$

$$\alpha'' + 2\zeta_\alpha K_\alpha \alpha' + K_\alpha^2 \alpha = \frac{\rho B^4}{I}\left[KA_1^* \frac{h'}{B} + KA_2^* \alpha' + K^2 A_3^* \alpha \right], \qquad (6.66б)$$

где

$$K_h = B\omega_h/U, \quad K_\alpha = B\omega_\alpha/U.$$

Подставим в них решения в виде выражений

$$h/B = (h_0/B)\, e^{i\omega t} = (h_0/B)\, e^{iKs};$$
$$\alpha = \widetilde{\alpha}_0\, e^{i\,(\omega t + \varphi)} = \alpha_0\, e^{i\omega t} = \alpha_0\, e^{iKs}.$$

Уравнения (6.66) примут вид

$$\left[-K^2 + 2i\zeta_h K_h K + K_h^2 - \frac{\rho B^2}{m} iK^2 H_1^* \right] \frac{h_0}{B} -$$

$$- \left[\frac{\rho B^2}{m} iK^2 H_2^* + \frac{\rho B^2}{m} K^2 H_3^* \right] \alpha_0 = 0; \qquad (6.67а)$$

$$\left[-\frac{\rho B^4}{I} iK^2 A_1^* \right] h_0/B + \left[-K^2 + 2i\zeta_\alpha K K_\alpha + K_\alpha^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{\rho B^4}{I} iK^2 A_2^* - \frac{\rho B^4}{I} K^2 A_3^* \right] \alpha_0 = 0. \qquad (6.67б)$$

Определив неизвестное X как отношение $X = \omega/\omega_h$ и приравняв определитель системы уравнений (6.67) нулю, получим многочлен четвертой степени с комплексными коэффициентами. В предположении, что X в режиме флаттера всегда имеет действительные значения, он распадается на два следующих уравнения.

Из действительной части

$$X^4 \left(1 + \frac{\rho B^4}{I} A_3^* - \frac{\rho B^2}{m} \frac{\rho B^4}{I} A_2^* H_1^* + \frac{\rho B^2}{m} \frac{\rho B^4}{I} A_1^* H_2^* \right) +$$

$$+ X^3 \left(2\zeta_\alpha \frac{\omega_\alpha}{\omega_h} \frac{\rho B^2}{m} H_1^* + 2\zeta_h \frac{\rho B^4}{I} A_2^* \right) +$$

$$+ X^2 \left(-\frac{\omega_\alpha^2}{\omega_h^2} - 4\zeta_h \zeta_\alpha \frac{\omega_\alpha}{\omega_h} - 1 - \frac{\rho B^4}{I} A_3^* \right) + X \cdot 0 + \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega_h} \right)^2 = 0. \qquad (6.68а)$$

Из мнимой части

$$X^3\left(\frac{\rho B^4}{I}A_2^*+\frac{\rho B^2}{m}H_1^*+\frac{\rho B^2}{m}\frac{\rho B^4}{I}H_1^*A_3^*-\frac{\rho B^2}{m}\frac{\rho B^4}{I}A_1^*H_3^*\right)+$$

$$+X^2\left(-2\zeta_\alpha\frac{\omega_\alpha}{\omega_h}-2\zeta_h-2\zeta_h\frac{\rho B^4}{I}A_3^*\right)+X\left(-\frac{\rho B^2}{m}H_1^*\frac{\omega_\alpha^2}{\omega_h^2}-\frac{\rho B^4}{I}A_2^*\right)+$$

$$+\left(2\zeta_h\frac{\omega_\alpha^2}{\omega_h^2}+2\zeta_\alpha\frac{\omega_\alpha}{\omega_h}\right)=0. \qquad (6.68б)$$

Эти два действительных алгебраических уравнения последовательно решаются для различных значений, принимаемых K; для их корней X строится график зависимости от этих значений. Точка с координатами (X_c, K_c), где пересекаются кривые, соответствующие этим уравнениям, идентифицируется с режимом флаттера.

Задача о флаттере в том виде, как она рассматривалась выше, представляется полуобратной задачей, поскольку аэродинамические коэффициенты есть функции частоты, получаемой из решений уравнений, и, следовательно, необходимо «перебрать» некоторый интервал параметров частоты K, чтобы обследовать область, содержащую решение.

Существуют также и другие методы, однако их рассмотрение выходит за пределы настоящей работы. Один из наиболее важных подходов такого рода основан на использовании так называемых *аэродинамических переходных функций* [6.67]—[6.70] и [6.78], [6.79]. Такие функции, получаемые на основе коэффициентов H_i^* и A_i^*, представляют собой реакцию тела с плохообтекаемым профилем на ступенчатое изменение угла атаки. Они также позволяют выразить характеристики неустановившегося режима колебаний. В работе [6.80] переходные функции применяются для предсказания реакции моста от действия ветровой нагрузки (см. также разд. 6.6). Использование таких функций обычно увеличивает возможности проведения более углубленных расчетов по сравнению с методом оценки устойчивости на основе характеристических определителей, который в общих чертах был описан выше. Отказ от более общего метода подхода, основанного на переходных функциях, оправдан лишь в случаях, когда частоты конструкции и ее собственные формы колебаний не очень существенно изменяются при действии аэродинамических сил.

Приведем еще некоторые качественные соображения о решении уравнений колебаний, описывающих флаттер, о характере самого этого явления при колебаниях мостов сравнительно с его особенностями для аэродинамических поверхностей. При флаттере аэродинамических поверхностей обычной конструкции (центр масс не слишком смещен к корме относительно центра вращения) не возможен флаттер системы с одной степенью свободы, поскольку обе степени свободы h и α каждая в отдельности характеризуются положительным демпфированием*

* Из-за формального сходства между членами, характеризующими конструкционное демпфирование в левой части уравнений (6.61), и членами, содержащими коэффициенты H_1^* и A_2^* в выражениях (6.63), последние принято называть аэро-

(т. е. H_1^* и A_2^* отрицательны при всех значениях K). Это основная причина, объясняющая, почему классический флаттер аэродинамических поверхностей, если он имеет место, должен включать взаимодействие между формами колебаний, соответствующими этим степеням свободы, т. е. классический флаттер должен отвечать состоянию, при котором величина реакции определяется главным образом членами, характеризующими взаимодействие между формами колебаний (а не демпфирование).

С другой стороны, как это видно из рис. 6.22 [6.71], некоторые типы сооружений (например, модель висячего моста со сквозными фермами) обладают такими свойствами, что коэффициенты A_2^* (характеризующие демпфирующие свойства сооружения при кручении) меняют свой знак от отрицательного к положительному при возрастании значений приведенной скорости ветра U/nB (где $n = \omega/2\pi$). В результате независимо от наличия коэффициентов, характеризующих взаимодействие между формами колебаний, крутильные колебания, соответствующие системе с одной степенью свободы, становятся неустойчивыми и приводят к возникновению (вследствие отрицательного суммарного демпфирования) самовозбуждающихся колебаний типа флаттер. Следовательно, флаттер системы с одной степенью свободы в чистом виде и флаттер системы с одной степенью свободы, приводимый в действие указанным выше механизмом, могут иметь место в случаях, когда изменение A_2^* происходит описанным выше образом.

Изучение флаттера пространственных конструкций в значительной мере основывается на вышеприведенной двумерной теории явления и рассматривается в гл. 8.

6.6. Реакция на бафтинг при наличии аэроупругих явлений

Бафтинг определяется как нестационарное нагружение сооружения вследствие пульсаций скорости в набегающем потоке. Если эти пульсации скорости явно обусловлены турбулентностью, распространяющейся в спутной струе тела, расположенного выше по течению, то нестационарное нагружение принято называть бафтингом в спутной струе**. До настоящего времени не существует эффективных аналити-

динамическими демпфирующими членами. Разности $2\zeta_h\omega_h m - \frac{1}{2}\rho U^2 (2B) K H_1^*$ и $2\zeta_\alpha\omega_\alpha I - \frac{1}{2}\rho U^2 (2B^2) K A_2^* (B/U)$ носят определения суммарного (или общего) демпфирования соответственно для поступательной и вращательной форм колебаний (см. также подразд. 6.2.1).

* Пример колебаний, объясняемых бафтингом в спутной струе, приводится в [6.81], где сообщается о перемещениях поперек потока сварных стальных труб (диаметром 3 м, высотой 70 м, расположенных друг от друга на расстоянии 2,5 диаметра) с амплитудами, достигающими 0,3 м при умеренном ветре.

ческих моделей явления бафтинга в спутной струе для области, связанной с инженерными исследованиями ветровых воздействий. С другой стороны, значительный вклад [6.82]—[6.85] был сделан в решение проблемы бафтинга линейно протяженных сооружений, вызываемого атмосферной турбулентностью. Значительное число идей и представлений, используемых ниже, почерпнуто из этих работ.

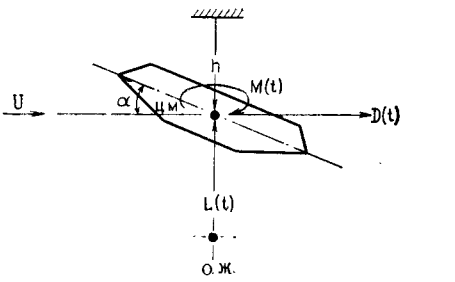


Рис. 6.23. Силы, действующие в поперечном сечении линейно-протяженного сооружения, при бафтинге (*ц.м.* — центр масс сечения; *о.ж.* — эффективная ось вращения сечения)

Далее будет рассмотрена задача о бафтинге, связанном с турбулентностью, которая развивается в атмосферных течениях над относительно однородными местностями (открытой местностью, пригородной или городской застройками). В определенных случаях для такого рода турбулентности представляется возможным моделировать реакцию от сил, вызывающих бафтинг, для обоих типов сооружений, которые не проявляют или, наоборот, характеризуются аэроупругим взаимодействием с ветровой нагрузкой. В подразд. 5.3 рассматривались аэродинамические нагрузки, которые не зависели от перемещений сооружения. Однако такие сооружения, как гибкие башни или пролетные строения висячих мостов, для которых характерны аэроупругие эффекты, также представляют значительный интерес в практических приложениях.

6.6.1. Аэродинамические силы, действующие на линейно протяженные сооружения. Рассмотрим линейно протяженное сооружение (с осью x, направленной вдоль пролета), которое испытывает бафтинг под действием атмосферной турбулентности. Если колебания сооружения по каждой вовлеченной в них собственной форме невелики, то можно принять, что аэродинамические характеристики сооружения линейны, и поэтому аэродинамические силы представляют собой суперпозицию (*а*) сил, соответствующих самовозбуждающимся колебаниям, такого же типа, как рассмотренные в разд. 6.5, и (*б*) сил, вызывающих бафтинг за счет турбулентности набегающего потока.

Силы, вызывающие бафтинг. Для интенсивностей турбулентности, характерных для ветров в пограничном слое атмосферы, и для составляющих турбулентного потока с частотами, представляющими практический интерес, можно принять, что квадраты и произведения пульсаций скорости u, v и w являются пренебрежимо малыми по сравнению с квадратом средней скорости U и что коэффициенты силовых факторов C_D, C_L и C_M для рассматриваемой области не зависят от частоты. В результате для описания сил, вызывающих бафтинг, оказываются приемлемыми выражения, основанные на квазистационарной теории. Соответственно для сечения пролетного строения с координатой x сила лобового сопротивления, подъемная сила и аэродинамический момент при бафтинге (рис. 6.23) могут быть записаны в виде

$$\frac{D(t)}{\frac{1}{2}\rho U^2 B} = C_D(\alpha_0)\frac{A}{B}\left[1+2\frac{u(x,t)}{U}\right]; \tag{6.69а}$$

$$\frac{-L(t)}{\frac{1}{2}\rho U^2 B} = C_L(\alpha_0)\left[1+2\frac{u(x,t)}{U}\right]+\left[\frac{dC_L}{d\alpha}\bigg|_{\alpha=\alpha_0}+\frac{A}{B}C_D(\alpha_0)\right]\frac{w(x,t)}{U}; \tag{6.69б}$$

$$\frac{M(t)}{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2} = \left[C_M(\alpha_0)+C_D(\alpha_0)\frac{Ar}{B^2}\right]\left[1+2\frac{u(x,t)}{U}\right]+$$

$$+\frac{dC_M}{d\alpha}\bigg|_{\alpha=\alpha_0}\frac{w(x,t)}{U}, \tag{6.69в}$$

где B — характерный размер тела, такой, например, как ширина моста; A — проекция площади пролетного строения, приходящейся на единицу длины поперек потока, на плоскость, перпендикулярную средней скорости ветра U; r — расстояние между центром масс пролетного строения и осью жесткости; $U + u(t)$ и $w(t)$ — соответственно продольная и вертикальная компоненты скорости ветра*; α_0 — средний угол атаки под действием ветра.

В выражениях (6.69б) и (6.69в) безразмерное отношение $w(t)/U$ представляет собой флуктуации угла атаки относительно его среднего значения α_0. В формулах (6.69) величина $[1 + 2u(t)/U]$ получена путем возведения в квадрат суммы $[1 + u(t)/U]$ с последующим исключением квадрата ее второго слагаемого, как это было показано в подразд. 4.7.

Аэродинамические силы при автоколебаниях. В разд. 6.5 показано, что для тела, участвующего с угловой частотой ω как в вертикальных, так и в крутильных колебаниях, подъемная сила L_h и момент M_α при автоколебаниях могут быть представлены в соответствии с выражениями (6.63).

Поскольку случайная нагрузка, действующая на сооружение при бафтинге, может рассматриваться как суперпозиция элементарных гармонических воздействий (см. прил. А2), колебания такого сооружения могут соответственно оцениваться в виде суперпозиции вызванных этими нагрузками гармонических реакций. Каждая составляющая этих колебаний, в свою очередь, вызывает элементарные нагрузки, носящие самовозбуждающийся характер, и определяемые в соответствии с выражениями (6.63)**.

Выражения (6.69б) и (6.69в) составлены в предположении, что линейно протяженное сооружение является горизонтальным (например, мост). При вертикальном сооружении (например, башня) вертикальную компоненту скорости $w(t)$ следует заменить на поперечную компоненту $v(t)$.

** Эквивалентная (н альтернативная) формулировка решения указанной задачи обеспечивается путем подхода, основанного на использовании аэродинамических переходных функций [6,78, 6.79, 6.80]. При таком подходе информация, зависящая от частоты и включенная в аэродинамические коэффициенты H_i^* и A_i^*, которые характеризуют автоколебания системы, первоначально преобразуется в зависящие от времени аэродинамические переходные функции, а уже затем аэродинамические силы выражаются в виде интеграла от произведения переходных

6.6.2. Реакция при бафтинге висячих мостов без учета аэродинамического взаимодействия между формами колебаний. Для многих типов поперечных сечений балок жесткости коэффициенты H_2^*, H_3^* и A_1^*, входящие в выражения (6.63) как оказывающие малое или несущественное влияние, в первом приближении можно не учитывать. По этой причине вертикальные и вращательные колебания прямого моста можно рассматривать как несвязанные. Аэродинамические коэффициенты, учитывающие взаимодействие между формами колебаний, имеют второстепенное значение особенно в тех широко распространенных случаях, когда явно выражена крутильная неустойчивость как для системы с одной степенью свободы (т. е. когда A_2^* меняет знак при увеличении U/nB).

Будем искать выражение для реакции моста, следуя параллельно методике, которая использовалась в гл. 5 для изучения реакции в направлении ветра. Однако в данном случае в дополнение к аэродинамическим силам при бафтинге будем учитывать члены, приводящие к автоколебаниям.

Обратимся прежде всего к кручению. Рассмотрим мост, для которого реакция при кручении в каком-либо поперечном сечении пролета, определяемом координатой x, равна $\alpha(x, t)$. Эту реакцию через обобщенные координаты можно выразить в виде

$$\alpha(x, t)=\sum_i \alpha_i(x)\, p_i(t), \tag{6.70}$$

где $p_i(t)$ — соответствующие данной задаче, зависящие от времени обобщенные координаты; $\alpha_i(x)$ — собственные формы колебаний при кручении.

Уравнение движения поперечного сечения с координатой x имеет вид

$$I(x)\ddot{\alpha}(x, t)+c_\alpha(x)\dot{\alpha}(x, t)+k_\alpha(x)\alpha(x, t)=\mathcal{M}(x, t), \tag{6.71}$$

где $I(x)$ — локальное значение момента инерции для данного поперечного сечения относительно оси вращения, а $c_\alpha(x)$ и $k_\alpha(x)$ — соответственно коэффициенты конструкционного демпфирования и жесткости сечения.

Чтобы перейти к рассмотрению задачи в обобщенных координатах, подставим выражение для $\alpha(x, t)$ (6.70) в уравнение (6.71). Умножив затем полученные результаты на $\alpha_i(x)$ и, проведя интегрирование по всей длине пролета L, получим

$$I_i\left[\ddot{p}_i(t)+2\zeta_{\alpha_i}\left(2\pi n_{\alpha_i}\right)^2 \dot{p}_i(t)+\left(2\pi n_{\alpha_i}\right)^2 p_i(t)\right]=M_{\alpha_i}(t), \tag{6.72}$$

где I_i — обобщенный коэффициент инерции:

$$I_i=\int_0^L I(x)\,\alpha_i^2(x)\,dx; \tag{6.73}$$

ζ_{α_i} и n_{α_i} — соответственно относительное демпфирование и собственная частота колебаний при кручении по i-й форме; M_{α_i} — обобщенная сила.

функций на перемещения сооружения. Этот подход, используемый, как правило, при изучении реакций летательных аппаратов на воздушные порывы, приводит обычно к вычислениям, характернзующим в явном виде протекание процесса во времени. В данной работе этот метод не используется. Здесь временные зависимости будут преобразовываться в спектральные или зависящие от частоты описания амплитуд реакции.

В неявном виде было использовано соотношение об ортогональности форм колебаний

$$\int_0^L I(x)\,\alpha_i(x)\,\alpha_j(x)\,dx = 0 \quad (i \neq j). \tag{6.74}$$

Обобщенная сила $M_{\alpha_i}(t)$ имеет вид

$$M_{\alpha_i} = \int_0^L \mathcal{M}(x,\ t)\,\alpha_i(x)\,dx. \tag{6.75}$$

Обратим внимание читателя на сходство между уравнениями (6.70)—(6.73) и уравнениями (5.22), (5.27)—(5.29). Обе системы уравнений соответствуют обычному подходу к решению динамической задачи для систем с распределенными параметрами, который основывается на разложении решения по формам собственных колебаний.

В данном случае распределенный момент, приходящийся на единицу длины пролета, будет иметь составляющие, отвечающие автоколебаниями и активным, зависящим от времени силовым факторам. Первые связаны с перемещениями сооружения, а последние являются функцией компонентов скорости порывов в атмосферном потоке, обтекающем сооружение. Принимается, что составляющие, соответствующие автоколебаниям, имеют вид* (при этом $A_1^* \approx 0$):

$$M_\alpha(K) = \frac{1}{2}\,\rho U^2 (2B^2)\left[KA_2^*(K)\,\frac{B\alpha}{U} + K^2 A_3^*(K)\,\alpha\right], \tag{6.76}$$

где $K = 2\pi nB/U$, тогда как вклад в суммарное значение момента от порывов ветра будет случайной функцией времени [см. выражение (6.69в)].

Прежде чем загрузить мост полным моментом от порывов ветра, предположим, что в поперечном сечении пролета с координатой $x = x_1$ приложен сосредоточенный момент, изменяющийся по гармоническому закону с частотой n и амплитудой M_0. Тогда действующий на сооружение распределенный момент имеет вид

$$\mathcal{M}(x,\ t) = M_\alpha(K) + M_0\,\delta(x - x_1)\cos 2\pi nt, \tag{6.77}$$

где $\delta(x - x_1)$ — дельта-функция Дирака (см. (5.11)).

* Выполнеиные авторами испытания в аэродинамической трубе в известной мере свидетельствуют о том, что дестабилизирующий эффект сил, связанных с автоколебаниями системы, которые действуют в поперечном сечеиии пролетного строеиия висячего моста, до некоторой степени уменьшаются за счет турбулентности в иабегающем потоке. Следовательно, использование в расчетах значений аэродинамических коэффициентов H_i^* и A_i^*, полученных в условиях потока с плавным течением, идет в запас. Проведенные в последнее время исследования на моделях [6. 86] с использованием различных методов анализа случайных процессов пролили дополнительный свет на влияние турбулентности на значения H_i^* и A_i^*. Однако необходимы дальнейшие исследования для полного выявления влияиия соответствующим образом устаиовлеииого масштаба турбулеитиости на аэродинамические производные при флаттере пролетных строений мостов.

В таком случае обобщенная сила (6.75) принимает вид

$$M_{\alpha_i}=\int_0^L [M_\alpha(K)+M_0\,\delta(x-x_1)\cos 2\pi nt]\,\alpha_i(x)\,dx. \tag{6.78}$$

При использовании в выражениях (6.76) и (6.78) $\alpha(x, t)$ в виде (6.70) потребуется найти зависимости типа

$$\sum_j p_j(t)\int_0^L \alpha_j(x)\,\alpha_i(x)\,dx=\sum_j G_{ij}\,p_j(t), \tag{6.79}$$

где

$$G_{ij}=\int_0^L \alpha_i\,\alpha_j\,dx$$

и

$$\int_0^L \delta(x-x_1)\,\alpha_i(x)\,dx=\alpha_i(x_1). \tag{6.80}$$

Первая из них встречается в выражении для $M_\alpha(K)$, а вторая — при представлении момента в виде одной гармонической компоненты.

Поскольку собственные формы $\alpha_i(x)$ есть безразмерные функции и имеют произвольный масштаб, удобно провести их нормирование относительно некоторой величины, например полагая, что

$$1/L\int_0^L \alpha_i^2(x)\,dx=1. \tag{6.81}$$

Тогда можно заметить, что $G_{ii}=L$, но при $i\neq j$ значения G_{ij} обычно значительно меньше L. Примем в дальнейшем, что G_{ij} $(i\neq j)$ пренебрежимо мало. Это имеет место для мостов, в которых $I(x)$ приблизительно постоянно по длине пролета, что следует из выражения (6.74). В таком случае суммарное значение обобщенной силы определяется в виде

$$M_{\alpha_i}\approx \rho U^2 B^2 L\left[KA_2^*(K)\frac{B\dot{p}_i}{U}+K^2A_3^*(K)\,p_i\right]+M_0\,\alpha_i(x_1)\cos 2\pi nt. \tag{6.82}$$

Уравнение (6.72), которое описывает движение по i-й собственной форме колебаний, можно тогда с использованием выражения (6.82) представить в виде

$$I_i\left[\ddot{p}_i(t)+2\tilde{\zeta}_{\alpha_i}(2\pi\tilde{n}_{\alpha_i})\dot{p}_i(t)+(2\pi\tilde{n}_{\alpha_i})^2 p_i(t)\right]=M_0\,\alpha_i(x_1)\cos 2\pi nt, \tag{6.83}$$

где новые эффективная частота $\tilde{n}_{\alpha_i}$ и коэффициент демпфирования $\tilde{\zeta}_{\alpha_i}$ введены посредством следующих соотношений:

$$\tilde{n}_{\alpha_i}^2=n_{\alpha_i}^2-n^2\left[\frac{\rho B^4 L}{I_i}A_3^*(K)\right]; \tag{6.84}$$

$$\tilde{\zeta}_{\alpha_i}=\frac{1}{\tilde{n}_{\alpha_i}}\left[\zeta_{\alpha_i}n_{\alpha_i}-\frac{\rho B^4 L}{2I_i}A_2^*(K)\,n\right]. \tag{6.85}$$

С помощью выражений (6.84) и (6.85) учитывается влияние аэродинамических сил при автоколебаниях на реакцию сооружения на частоте n.

Уравнения (6.83) ($i = 1, 2, 3, \ldots$) по форме аналогичны уравнениям (5.28), в которых обобщенная сила задается выражением (5.33). В гл. 5 анализировалась система, определяемая уравнениями (5.28), при действии распределенных случайных нагрузок, что привело к выражению (5.55). Выполнив здесь точно такие же преобразования, получим следующий результат для спектральной плотности реакции при кручении:

$$S_\alpha(x,\ n) \approx \sum_i \frac{\alpha_i^2(x) \int_0^L \int_0^L \alpha_i(x_1)\,\alpha_i(x_2)\,S^C_{M_1 M_2}(n)\,dx_1\,dx_2}{16\pi^4 \tilde{n}^4_{\alpha_i} I_i^2 \left\{\left[1-\left(n/\tilde{n}_{\alpha_i}\right)^2\right]^2+4\tilde{\zeta}_{\alpha_i}\left(n/\tilde{n}_{\alpha_i}\right)^2\right\}}, \tag{6.86}$$

где $S^C_{M_1 M_2}$ — коспектр вызывающих бафтинг моментов M_1 и M_2, приходящихся на единицу длины пролета, которые приложены соответственно в сечениях с координатами x_1 и x_2.

Выражение (6.69в) описывает аэродинамический момент, приходящийся на единицу длины пролета моста, от постоянной составляющей ветра и его порывов. В этом выражении коэффициенты момента и лобового сопротивления C_M и C_D являются функциями среднего угла закручивания $\alpha_0(x)$ поперечного сечения пролетного строения с координатой x, а компоненты скорости u и w к тому же — функциями x и времени. Для удобства введем следующие обозначения:

$$C_{ME}[\alpha_0(x)] \equiv C_M[\alpha_0(x)] + C_D[\alpha_0(x)]\,Ar/B^2 \tag{6.87}$$

и

$$dC_M/d\alpha\,|_{\alpha=\alpha_0(x)} = C'_M[\alpha_0(x)]. \tag{6.88}$$

Таким образом, обратившись к выражениям (А2.29) и (А2.33) (прил. А2), коспектр моментов между поперечными сечениями с координатами x_1 и x_2 можно записать в виде

$$S^C_{M_1 M_2}(n) = (1/2\rho U^2 B^2)^2 \left\{4C_{ME}[\alpha_0(x_1)]\,C_{ME}[\alpha_0(x_2)]\,\frac{S^C_{u_1 u_2}(n)}{U^2} + \right.$$

$$+2C_{ME}[\alpha_0(x_1)]\,C'_M[\alpha_0(x_2)]\,\frac{S^C_{u_1 u_2}(n)}{U^2}+2C_{ME}[\alpha_0(x_2)]\,C'_M[\alpha_0(x_1)]\times$$

$$\left.\times\frac{S^C_{u_1 w_2}(n)}{U^2}+C'_M[\alpha_0(x_1)]\,C'_M[\alpha_0(x_2)]\,\frac{S^C_{w_1 w_2}(n)}{U^2}\right\}. \tag{6.89}$$

Определение C_{ME} и C'_M для значений координат x_1 и x_2 потребует знания распределения средних отклонений $\alpha_0(x)$ по пролету. Это может быть достигнуто на основе статического исследования, подобного тому, которое обсуждалось в подразд. 6.4.1 или путем представления $\alpha_0(x)$ в виде разложения по собственным формам колебаний при кручении:

$$\alpha_0(x)=\sum_i \frac{\int_0^L \frac{1}{2}\rho U^2 B^2 C_{ME}[\alpha_0(x_1)]\,\alpha_i(x_1)\,dx_1}{4\pi^2 n_{\alpha_i}^2}\alpha_i(x), \qquad (6.90)$$

которое получается из уравнения (6.72) при пренебрежении всеми членами, зависящими от времени. Для решения уравнения (6.90) при заданной скорости ветра U потребуется использование метода итераций, причем удобно начинать со значения $\alpha_0 = 0$.

В выражении (6.89) коспектры $S^C_{u_1w_2}(n)$ и $S^C_{u_2w_1}(n)$ имеют отрицательное значение и значительно меньше по величине, чем $S^C_{u_1u_2}(n)$ и $S^C_{u_1w_1}(n)$, поэтому ими можно пренебречь, что пойдет в запас.

Среднее квадратическое значение флуктуаций реакции на кручение для сечения с координатой x имеет вид

$$\overline{\alpha^2(x)}^{1/2}=\int_0^\infty S_\alpha(x,\ n)\,dn. \qquad (6.91)$$

Максимальные значения флуктуаций реакции при кручении могут быть получены посредством операций, подобных тем, которые использовались в разд. 5.3. Методы вычисления упомянутых выше величин рассматриваются в гл. 8.

Если вертикальную реакцию (при изгибе) моста записать в виде

$$h(x,\ t)=\sum_i h_i(x)\,q_i(t)\quad (i=1,\ 2,\ldots), \qquad (6.92)$$

где $h_i(x)$ — собственные формы изгибиых колебаний в вертикальной плоскости; q_i — обобщенные координаты, соответствующие этим формам;

то в таком случае, используя методику, полностью аналогичную описанной выше для крутильных колебаний, можно показать, что спектр вертикальной реакции имеет вид

$$S_h(x,\ n)\approx\sum_i \frac{h_i^2(x)\int_0^L\int_0^L h_i(x_1)\,h_i(x_2)\,S^C_{L_1L_2}(n)\,dx_1\,dx_2}{16\pi^4 n_{h_i}^4 M_i^2\left\{\left[1-\left(n/n_{h_i}\right)^2\right]^2+4\widetilde{\zeta}_{h_i}\left(n/n_{h_i}\right)^2\right\}}, \qquad (6.93)$$

где

$$M_i=\int_0^L m(x)\,h_i^2(x)\,dx-$$

обобщенная масса; $m(x)$ — масса, приходящаяся на единицу длины пролетного строения; n_{h_i} — собственная частота* при колебаниях по i-й форме; $\widetilde{\zeta}_{h_i}$ — коэффициент демпфирования, зависящий от аэродинамических характеристик системы и определяемый выражением

$$\widetilde{\zeta}_{h_i}=\zeta_{h_i}-\frac{\rho B^2 L}{2M_i}H_1^*(K)\frac{n}{n_{h_i}}, \qquad (6.94)$$

* В этом случае не сказывается влияние аэродинамических факторов на собственную частоту из-за отсутствия в исходной модели (6.63) членов, содержащих $\dot{h}$.

где $K = 2\pi Bn/U$ и ζ_{h_i} — относительное конструкционное демпфирование для i-й формы колебаний.

Коспектр зависящих от времени подъемных сил L_1 и L_2 (приходящихся на единицу длины пролета), которые действуют в точках пролета соответственно с координатами x_1 и x_2, имеет вид [на основе выражения (6.69б)]

$$S^C_{L_1 L_2}(n) = \left[\frac{1}{2}\rho U^2 B\right]^2 \left\{4C_L[\alpha_0(x_1)]\, C_L[\alpha_0(x_2)]\, \frac{S^C_{u_1 u_2}(n)}{U^2} + \right.$$

$$+ 2C_L[\alpha_0(x_1)]\, C'_{LE}[\alpha_0(x_2)]\, \frac{S^C_{u_1 w_2}(n)}{U^2} + 2C_L[\alpha_0(x_2)]\, C'_{LE}[\alpha_0(x_1)] \times$$

$$\left. \times \frac{S^C_{u_2 w_1}(n)}{U^2} + 2C'_{LE}[\alpha_0(x_1)]\, C'_{LE}[\alpha_0(x_2)]\, \frac{S^C_{w_1 w_2}(n)}{U^2}\right\}, \qquad (6.95)$$

где

$$C'_{LE}[\alpha_0(x)] = \left.\frac{dC_L}{d\alpha}\right|_{\alpha=\alpha_0(x)} + \frac{A}{B} C_D[\alpha_0(x)]. \qquad (6.96)$$

Затем можно найти средние значения, средние квадраты и максимальные значения вертикальных реакций (как об этом уже указывалось выше при рассмотрении реакции на кручение), выполняя операции, подобные использовавшимся в разд. 5.3.

Для вычисления реакции в *направлении ветра* используются методики, полностью аналогичные приведенным выше. Основным силовым фактором является лобовое сопротивление, задаваемое выражением (6.69а); необходимо также установить формы собственных колебаний в направлении ветра.

6.6.3. Общая схема решения задачи о реакции линейно протяженных сооружений при бафтинге. Пусть формы собственных колебаний симметричного линейно протяженного сооружения* при изгибе поперек потока и кручении представлены, как и в подразд. 6.6.2, функциями $h_i(x)$ и $\alpha_i(x)$, так что перемещения поперечного сечения h и α (см. рис. 6.20) при аэродинамическом возбуждении колебаний представляются в виде

$$h(x, t) = \sum_i h_i(x)\, q_i(t); \qquad (6.97а)$$

$$\alpha(x, t) = \sum_i \alpha_i(x)\, p_i(t). \qquad (6.97б)$$

По аналогии с формулировками предыдущих задач (разд. 6.2) уравнение движения (если отсутствует механическая связанность колебаний относительно осевой линии) принимает вид

$$M_i[\ddot{q}_i + 2\zeta_{h_i}(2\pi n_{h_i})\dot{q}_i + (2\pi n_{h_i})^2 q_i] = \int_0^L \mathscr{Z}(x, t)\, h_i(x)\, dx; \qquad (6.98а)$$

* Для несимметричных сооружений [$S \neq 0$ в уравнениях (6.60)] подход к решению аналогичен, при этом аэродинамическая сила и момент берутся относительно оси жесткости.

$$I_i[\ddot{p}_i+2\zeta_{\alpha_i}(2\pi n_{\alpha_i})\dot{p}_i+(2\pi n_{\alpha_i})^2 p_i]=\int_0^L \mathcal{M}(x,\ t)\,\alpha_i(x)\,dx, \qquad (6.98б)$$

где $\mathcal{L}(x,\ t)$ и $\mathcal{M}(x,\ t)$ — соответственно подъемная сила и момент, приходящиеся на единицу длины пролета и действующие в поперечном сечении с координатой x.

Чтобы получить необходимую систему передаточных функций, $\mathcal{L}(x,\ t)$ и $\mathcal{M}(x,\ t)$ поочередно описываются следующим образом. Для передаточных функций, связанных с подъемной силой:

$$\mathcal{L}(x,\ t)=L_h+L_0\,e^{i2\pi nt}\,\delta(x-x_1);$$
$$\mathcal{M}(x,\ t)=M_\alpha.$$

Для передаточных функций, связанных с моментом

$$\mathcal{L}(x,\ t)=L_h,$$
$$\mathcal{M}(x,\ t)=M_\alpha+M_0\,e^{i2\pi nt}\,\delta(x-x_1),$$

где L_h и M_α — самовозбуждающиеся аэродинамические подъемная сила и момент на единицу длины пролета, которые задаются выражениями (6.63).

Затем можно записать видоизмененные уравнения движения (6.98), которые подобны уравнениям (6.83), хотя характеризуют теперь связанные колебания вследствие наличия полного набора аэродинамических производных, характеризующих неустановившееся движение и пропорциональных H_i^* и A_i^*. Из этих уравнений по аналогии с предыдущими результатами можно найти передаточную функцию механической системы, видоизмененную за счет учета аэродинамических членов, но теперь уже для системы двух уравнений, описывающих связанные колебания. В результате получаем:

перемещения поперек потока от действия сосредоточенной гармонической подъемной силы в сечении с координатой x_1;

угловые перемещения при скручивании от действия сосредоточенной гармонической подъемной силы в сечении с координатой x_1;

перемещения поперек потока от действия сосредоточенного гармонического момента в сечении с координатой x_1;

угловые перемещения при скручивании от действия сосредоточенного гармонического момента в сечении с координатой x_1, которые обозначаются соответственно $H_{hL}(x, x_1, n)$, $H_{\alpha L}(x, x_1, n)$, $H_{hM}(x, x_1, n)$ и $H_{\alpha M}(x, x_1, n)$.

Предположим теперь, что сооружение при бафтинге подвергается воздействию распределенных подъемной силы $L(x, t)$ и момента $M(x, t)$, которые определяются соответственно выражениями (6.69б) и (6.69в). Спектры реакций для изгибных колебаний поперек потока и крутильных колебаний можно вычислить путем интегрирования результатов, полученных при элементарных воздействиях. Обозначая через $S_{L_1L_2}$, $S_{L_1M_2}$, $S_{M_1L_2}$ и $S_{M_1M_2}$ взаимные спектры, соответствующие подъемным силам и моментам, действующим в сечениях с координатами x_1 и x_2, в зависимости от указания их индексов получим следующее выражение для спектра вертикальной реакции:

$$S_h(x,\ n)=\int_0^L\int_0^L [H_{hL}^*(x,\ x_1,\ n)\,H_{hL}(x,\ x_2,\ n)\,S_{L_1L_2}(n)+$$

$$+H^*_{hL}(x,\ x_1,\ n)\,H_{hM}(x,\ x_2,\ n)\,S_{L_1 M_2}(n)+$$
$$+H^*_{hM}(x,\ x_1,\ n)\,H_{hL}(x,\ x_2,\ n)\,S_{M_1 L_2}(n)+$$
$$+H^*_{hM}(x,\ x_1,\ n)\,H_{hM}(x,\ x_2,\ n)\,S_{M_1 M_2}(n)]\,dx_1\,dx_2,$$

где H^* обозначает комплексно сопряженную с H величину.

Как средняя скорость потока, так и величины подъемной силы и момента в приведенных выше выражениях являются функциями x. В таком случае больше неприменимы соотношения об ортогональности собственных форм колебаний [как это делалось, например, в выражении (6.82)], и выражения для преобразованных с учетом этого передаточных функций становятся еще более сложными. Однако связанные с этим вычисления могут быть проведены на ЭВМ.

Возможные области применения рассмотренных здесь выражений для реакции линейно протяженных сооружений включают нахождение реакций высоких призмоидальных зданий, испытывающих значительные крутильные колебания, а также высоких башен и висячих мостов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛ. 6

6.1 D. J. Johns et al., «On Wind-Induced Instabilities of Open-Ended Circular Cylindrical Shells, «in *Proceedings of the Conference on TowerShaped Structures, The Hague, 1969*, A. M. Haas and H. van Koten (Eds.), Institute TNO for Building Materials and Structures, Delft, The Netherlands, pp. 185—212.

6.2 L. R. Wootton, M. H. Warner, R. N. Sainsbury, and D. H. Cooper, *Oscillation of Piles in Marine Structures*, Construction Industry Research and Information Association, London, Report No. 41, 1972.

6.3 R. King, M. Prosser, and D. J. Johns, «On Vortex Excitation of Model Piles in Water», *J. Sound Vib.*, **29** (1973) 169—188.

6.4 R.E.D. Bishop and A. Y. Hassan, «The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder Oscillating in a Flowing Fluid,» *Proc. Roy. Soc., London, Series A*, 277 (1964) 51—74.

6.5. G. V. Parkinson, G. Feng, and N. Ferguson, «Mechanisms of Vortex-Excited Oscillations of Bluff Cylinders, «Proceedings of the Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures, Loughborough Univercity of Technology, Leicestershire, U. K., 1966.

6.6. N. Ferguson and G. V. Parkinson, «Surface and Wake Phenomena of Vortex-Excited Oscillations of Bluff Cylinders», *J. Eng. Ind.*, ASME, **89** (1967) 831—838.

6.7 R. T. Hartlen, W. D. Baines, and I. G. Currie, *Vortex-Excited Oscillations of a Circular Cylinder*, University of Toronto Technical Report No. 6809, Toronto, 1968.

6.8 G. H. Toebes, «The Unsteady Flow and Wake Near an Oscillating Cylinder», *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, **91** (1969) 493—505.

6.9 V. C. Mei and I. G. Currie, «Flow Separation on a Vibrating Cylinder», *Phys. Fluids.* **12**, (1969) 2248—2254.

6.10 G.H. Koopman, *Wind-Induced Vibrations of Skewed Circular Cylinders*, Civil and Mechanical Engineering Department Report No. 70-11, Catholic University of America, Washington. D. C., 1970.

6.11 R. A. Skop. S. E. Ramberg, and K. M. Ferer, *Added Mass and Damping Forces on Circular Cylinders*, Naval Research Laboratory Formal Report No. 7970, Washington, D. C., 1970.

6.12 R. J. Glass, *A Study of the Hydroelastic Vibrations of Spring Supported Cylinders in a Steady Fluid Stream Due to Vortex Shedding*, ONR Project N0014-69-C-0148Final Report, Washington, D. C., 1970.

6.13 R. T. Hartlen and I. G. Currie, «Lift-Oscillator Model of Vortex-Induced Vibration», *J. Eng. Mech.* Div., ASCE, **96** (1970) 577—591.
6.14 R. Sainsbury and D. King, «The Flow-Induced Oscillations of Marine Structures», *Proc. Inst. Civ. Eng.*, **49** (1971) 269—302.
6.15 L. R. Wooton and C. Scruton, «Aerodynamic Stability», «in *The Modern Design of Wind-Sensitive Structures,* Construction Industry Research and Information Association, London, 1971.
6.16 O. M. Griffin, R. A. Skop, and G. H. Koopmann, «The Vortex-Excited Resonant Vibrations of Circular Cylinders,» *J. Sound Vib.*, **31** (1973) 235—249.
6.17 R. A. Skop and O. M. Griffin, «A Model for the Vortex-Excited Response of Bluff Cylinders», *J. Sound Vib.*, **27** (1973) 225—233.
6.18 O. M. Griffin and S. E. Ramberg, «The Vortex-Street Wakes of Vibrating Cylinders», *J. Fluid Mech.*, **66** (1974) 553—578.
6.19 W. D. Iwan and R. D. Blevins, «A Model for the Vortex-Induced Oscillation of Structures», *J. Appl. Mech.*, ASME, **41** (1974) 581—585.
6.20 R.A. Skop, *On Modeling Vortex-Excited Oscillations,* Naval Research Laboratory Memorandum Report No. 2927, Washington, D. C. 1974.
6.21 F. Angrilli, G. DiSilvio, and A. Zanardo, «Hydroelasticity Study of Circular Cylinders in a Water Stream», in *Proceedings of the IUTAM-IAHR Symposium on Flow-Induced Structural Vibrations,* Karlsruhe, West Germany, 1972, E. Naudascher (Ed.), Springer-Verlag, Berlin, 1974, pp. 504—512.
6.22 R. King and M. J. Prosser. «Criteria for Flow-Induced Oscillations of a Cantilevered Cylinder in Water», in *Proceedings of the IUTAM-IAHR Symposium on Flow-Induced Structural Vibrations,* Karlsruhe, West Germany, 1972, E. Naudascher (Ed.), Springer-Verlag, Berlin, 1974, pp. 488—503.
6.23 O. M. Griffin and S. E. Ramberg, «On Vortex Strength and Drag in Bluff Body Wakes», *J. Fluid Mech.*, **69** (1975) 721—729.
6.24 R. King, *Vortex Excited Oscillations of Inclined (Yawed) Cylinders in Flowing Water,* British Hydro-mechanics Research Association, Bedford, U. K., Report No. RR 1214, 1975.
6.25 R. D. Blevins and T. E. Burton. «Fluid Forces Induced by Vortex-Shedding», *J. Fluids Eng.*, **95** (1976) 19—24.
6.26. R. A. Skop and O. M. Griffin, «On a Theory for the Vortex-Excited Oscillations of Flexible Cylindrical Structures,» *J. Sound Vib.*, **41** (1975) 263—274.
6.27 W. D. Iwan, *The Vortex Induced Oscillation of Elastic Structural Elements,* ASME paper 75-DET-28, 1975.
6.28 W.K. Blake, «Periodic and Random Excitation of Streamline Structures by Trailing — Edge Flows», in Proceedings of the Symposium on Turbulence in Liquids, University of Missouri, Rolla, Mo., 1975.
6.29 S. E. Ramberg, O. M. Griffin, and R. A. Skop, «Some Resonant Transverse Vibration Properties of Marine Cables With Application to the Prediction of Vortex-Induced Structural Vibrations», in *Ocean Eng. Mech.*, N. Monney (Ed.), ASME, New York, 1975, 29—42.
6.30 R. King, «An Investigation of the Criteria Controlling Sustai ned Self-Excited Oscillations of Cylinders in Flowing Water,» in Proceedings of the Symposium on Turbulence in Liquids, University of Missouri, Rolla, Mo., 1975.
6.31 S. E. Ramberg and O. M. Griffin, «Velocity Correlation and Vortex Spacing in the Wake of a Vibrating Cable,» *J. Fluids Eng.*, **98** (1976), in press (ASME Paper No. 75-FE-7).
6.32 S. E. Ramberg and O. M. Griffin, *The Effects of Vortex Coherence, Spacing and Circulation on the Flow-Induced Forces on Vibrating Cables and Bluff Structures,* Naval Research Laboratory Formal Report No. 7945, Washington, D. C., 1976.
6.33 O. M. Griffin, R. A. Skop, and S. E. Ramberg, «Modeling, of the Vortex-Induced Oscillations of Cables and Bluff Structures», paper delivered to Society for Experimental Stress Analysis, Silver Spring, Md., 1976.
6.34 N. Minorsky, *Nonlinear Oscillations,* Van Nostrand, New York, 1962.
6.35 R. H. Scanlan, «Theory of the Wind Analysis of Long-Span Bridges Based on Data Obtainable from Section Model Tests», in *Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects,* London, 1975, Cambridge Univ· Press. Cambridge, U. K., 1976, pp. 259 -2 9.

6.36 R. H. Gade, H. R. Bosch, and W. Podolny, Jr., «Recent Aerodynamic Studies of Long-Span Bridges», *J. Struct. Div.*, ASCE, **102**, No. ST7 (July 1976) 1299—1315.
6.37 R. H. Gade and H.R. Bosch, *Interim Report, Wind Tunnel Studies on the Luling, La. Cable-Stayed Bridge*, F. H. W. A., Fairbank Lab, McLean, Va., U. S. Department of Transportation, 1975.
6.38 G. H. Toebes, «Fluidelastic Features of Flow Around Cylinders,» in *Proceedings of the International Research Seminar on Wind Effects on Buildings and Structures*, Ottawa, Canada, 1967, Vol. 2, University of Toronto Press, Toronto, 1968, pp. 323—334.
6.39 L. R. Wooton, «The Oscillations of Large Circular Stacks in Wind,» *Proc. Inst. Civ. Eng.*, **43** (1969) 573—598.
6.40 H. Glauert, *Rotation of an Airfoil About a Fixed Axis*, Aeronautical Research Committee, R & M 595, Great Britain, 1919.
6.41 J.P. Den Hartog, «Transmission Line Vibration Due to Sleet,» «*Trans. AIEE*, **51** (1932) 1074—1076.
6.42 J. P. Den Hartog, *Mechanical Vibrations*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, 1956.
6.43 G. V. Parkinson and N. P. H. Brooks, «On the Aeroelastic Instability of Bluff Cylinders,» *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 83 (1961) 252—258.
6.44 G. V. Parkinson and J. D. Smith, «An Aeroelastic Oscillator with Two Stable Limit Cycles, «*Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **84** (1962) 444—445.
6.45 G. V. Parkinson, «Aeroelastic Galloping in One Degree of Freedom», in *Proceedings of the Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures*, Vol. I, National Physical Laboratory, Teddington, U. K., 1963, pp. 581—609.
6.46 G. V. Parkinson and J. G. Smith, «The Square Prism as an Aeroelastic Nonlinear Oscillator,» *J. Mech. Appl. Math.* **17**, Pt. 2 (1964) 225—239.
6.47 G. V. Parkinson and T. V. Santosham., «Cylinders of Rectangular Section as Aeroelastic Nonlinear Oscillators», «Vibrations Conference, ASME, Boston, Mass., 1967.
6.48 M. Novak, «Aeroelastic Galloping of Prismatic Bodies». *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, **95**, No. EMI (Feb. 1969) 115—142.
6.49. M. Novak, «Galloping Oscillations of Prismatic Structures», *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, **98**, No. EMI (Feb. 1972) 27—46.
6.50 G. V. Parkinson. «Mathematical Models of Flow-Induced Vibrations of Bluff Bodies,» in *Proceedings of the IUTAM-IAHR Symposium on Flow-Induced Structural Vibrations*, Karlsruhe, West Germany, 1972 (Ed.), E. Naudascher, Springer-Verlag, Berlin, 1974. pp. 81—127.
6.51 R. L. Wardlaw, «Wind Tunnel Investigations in Industrial Aerodynamics», *Can. Aeronaut. Space J.*, **18**, No. 3 (March 1972).
6.52 R. H. Scanlan and R. L. Wardlaw, «Reduction of Flow-Induced Structural Vibrations», *in Isolation of Mechanical Vibration, Impact, and Noise*, AMD Vol. 1, Sect. 2 ASME, New York, 1973, pp. 35—63.
6.53 N. Kryloff and N. Bogoliuboff, *Introduction to Nonlinear Mechanics*, trans. S. Lefschetz, Annals of Matematics Studies, No. 11, Princeton Univ. Press, Princeton, N. J., 1947.
6.54 V. Mukhopadhyay and J. Dugundji, «Wind Excited Vibration of a Square Section Cantilever Beam in Smooth Flow», *J. Sound Vib.*, **45**, No. 3 (1976) 329—339.
6.55 R. Skarecky, «Yaw Effects on Galloping Instability,» *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, **101**, No. EM6 (Dec. 1975) 739—754.
6.56 R. L. Wardlaw, K. R. Cooper, and R. H. Scanlan, «Observations on the Problem of Subspan Oscillation of Bundled Power Conductors», *DME/NAE Quarterly Bulletin* No. 1973(1), National Research Council, Ottawa, Canada, 1973 (reprint), pp. 1—20.
6.57 K. P. Cooper and R. L. Wardlaw, *Preliminary Wind Tunnel Investigation of Twin Bundle Sub-Conductor Oscillations*,, Report No. LTR-LA-41 NAE, NRC, Ottawa, Canada, 1970.
6.58 A. Simpson, «Stability of Subconductors of Smooth Cross-Section,» *Proc. Inst. Electr. Eng.*, **117**, 4 (1970) 741—750.

6.59 A. Simpson, «On the Flutter of a Smooth Cylinder in a Wake», *Aeronaut. Quarterly* (Feb. 1971) 25—41.
6.60 A. Simpson, «Wake-Induced Flutter of Circular Cylinders: Mechanical Aspects», *Aeronaut. Q.* (May 1971) 101—118.
6.61 K. R. Cooper and R. L. Wardlaw, «Aeroelastic Instabilities in Wakes», in *Proceedings of the Third International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo, 1971, Saikon, Tokyo, 1972, pp. 647—655.
6.62 A. Simpson, «Determination of the Natural Frequencies of Multi-Conductor Overhead Transmission Lines,» *J. Sound Vib.*, **20**, 4 (1972) 417—449.
6.63 K. R. Cooper, *A Wind Tunnel Investigation of Twin Bundled Power Conductors*, Report No. LTR-LA-96, NAE, NRC, Ottawa, Canada, 1972.
6.64 J. A. Watts, K. R. Cooper, and R. L. Wardlaw, *Proposed Wind Tunnel Test Program for Bundled Conductor Subspan Oscillations*, Report No. LTR-LA-99, NAE, NRC, Ottawa, Canada, 1972.
6.65 R.H. Scanlan, *A Wind Tunnel Investigation of Bundled Power-Line Conductors, Part VI. Observations on the Problem*, Report No. LTR-LA-121, NAE, NRC, Ottawa, Canada, 1972.
6.66 T. Theodorsen, *General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter*, NACA Report No. 496, 1935.
6.67 R. H. Scanlan and R. Rosenbaum, *Aircraft Vibration and Flutter*, Macmillan, New York, 1951 (reprint, Dover, 1968).
6.68 Y. C.Fung, *The Theory of Aeroelasticity*, Wiley, New York, 1955 (reprint, Dover, 1969).
6.69. R. L. Bisplinghoff, H. Ashley, and R. L. Halfman, *Aeroelasticity*, Addison-Wesley, Cambridge, Mass., 1955.
6.70 R. L. Bisplinghoff and H. Ashley, *Principles of Aeroelasticity*, Wiley, New York, 1962.
6.71 R. H. Scanlan and J. J. Tomko, «Airfoil and Bridge Deck Flutter Derivatives», *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, **97**, No. EM6, Proc. Paper 8609 (Dec. 1971) 1717 — 1737.
6.72 R. H. Scanlan and A. Sabzevari, «Experimental Aerodynamic Coefficients in the Analytical Study of Suspension Bridge Flutter». *J. Mech. Eng. Sci.*, **11**, 3 (1969) 234—242.
6.73 N. Ukeguchi, H. Sakata, and H. Nishitani, «An Investigation of Aeroelastic Instability of Suspension Bridges», in *Proceedings of the International Symposium on Suspension Bridges*, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, 1966, pp. 273—284.
6.74 T. Okubo and N. Narita, «A Comparative Study on Aerodynamic Forces Acting on Cable-Stayed Bridge Girders», in *Proceedings of the Second U. S. -Japan Research Seminar on Wind Effects on Structures*, Kyoto. 1974 Univ. of Tokyo Press, Tokyo, 1976, pp. 271—283.
6.75 T. Okubo and K. Yokoyama, «Some Approaches for Improving Wind Stability of Cable-Stayed Girder Bridges», in *Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, London, 1975, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., 1976, pp. 241—249.
6.76 Y. Otsuki, K. Washizu, H. Tomizawa, and A. Ohya, «A Note on the Aeroelastic Instability of a Prismatic Bar with Square Section», *J. Sound Vib.*, **34**, 2 (1974) 233—248.
6.77 H. Loiseau and E. Szechenyi, «Étude du comportement aéroélastique du tablier d'un pont a haubans, T. P. 1975—75, Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales, Châtillon, France.
6.78 R. H. Scanlan and K.S. Budlong, «Flutter and Aerodynamic Considerations for Bluff Objects in a Smooth Flow», in *Proceedings of the IUTAM-IAHR Symposium on Flow-Induced Vibrations*, Karlsrwhe. West Germany, 1972, E. Naudacher (Ed.), Springer-Verlag, Berlin, 1974, pp. 339—354.
6.79 R. H. Scanlan, J.-G. Beliveau, and K. S. Budlong, «Indical Aerodynamic Functions for Bridge Decks,» *J. Eng. Mech.* Dir., ASCE, **100**, EM4 (Aug. 1974) 657—672.
6.80 J.-G. Béliveau, R. Vaicaitis, and M. Shinozuka, «Motion of a Suspension Bridge Subject to Wind Loads», *J. Struct. Div.*, ASCE, **103**, No. ST6 (1977) 1189—1205.

6.81 K. R. Cooper and R.L. Wardlaw, «Aeroelastic Instabilities in Wakes», in *Proceedings of the Third International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo, 1971, Saikon, Tokyo, 1972, pp. 647—655.
6.82 H. W. Liepmann, «On the Application of Statistical Concepts to the Buffeting Problem», *J. Aeronaut. Sci.*, **19**, 12 (Dec. 1952) 793—800, 822.
6.83 A. G. Davenport, «The Application of Statistical Concepts to the Wind Loading of Structures», *Proc. Inst. Civ. Eng.*, **19** (1961) 449—472.
6.84 A. G. Davenport, «The Response of Slender, Line-Like Structures to a Gusty Wind,» *Proc. Inst. Civ Eng.*, **23** (1962) 389—407.
6.85 A. G. Davenport, «The Action of Wind on Suspension Bridges», in *Proceedings of the International Symposium on Suspension Bridges*, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, 1966, pp. 79—100.
6.86 W.- H. Lin, «Forced and Self-Excited Responses of a Bluff Structure in a Turbulent Wind», doctoral dissertation, Department of Civil Engineering, Princeton University, 1977.
6.87 R. D. Blevins, *Flow-Induced Vibration*. Van Nostrand Reinhold, New York, 1977.

7. РЕАКЦИЯ ВЫСОКИХ ЗДАНИЙ В НАПРАВЛЕНИИ ВЕТРА

При действии ветра здания и сооружения испытывают нагрузки от аэродинамических сил, которые включают силу лобового сопротивления, совпадающую с направлением среднего течения и подъемную (поперечную) силу, перпендикулярную этому направлению. Реакцию сооружения, вызванную лобовым сопротивлением действию ветра, обычно называют реакцией в направлении ветра.

До последнего времени силы лобового сопротивления, используемые в расчете сооружений, во всех случаях определялись только на основе данных климатологии, метеорологии и аэродинамики без учета динамических характеристик самого сооружения, т. е. коэффициента демпфирования, распределения его массы и жесткости. Однако установлено, что для современных высоких сооружений, которые по сравнению с возводимыми ранее сооружениями являются более гибкими, легкими и характеризуются меньшим демпфированием, собственные частоты колебаний могут находиться в том же интервале, что и средние частоты повторения интенсивных порывов ветра. Следовательно, при расчетах необходимо учитывать значительные резонансные колебания, к которым может привести воздействие ветра.

Резонансное усиление реакции сооружения под действием сил, вызванных турбулентностью атмосферы, впервые исследовано Липманом в его классической работе по проблеме бафтинга, опубликованной в 1952 г. [7.1]. Применение концепций Липмана к гражданским сооружениям потребовало разработки моделей, описывающих турбулентный воздушный поток вблизи поверхности земли. Такие модели предложены в 1961 г. Давенпортом [7.2], который разработал на их основе методику для оценки реакции высоких зданий в направлении ветра [7.3]. Независимо от него аналитический метод решения задачи предложен Барштейном [7.4]. Веллози и Коэн разработали уточненную методику, в которой (в противоположность [7.3]) также принимается в расчет, что пульсации давлений на наветренной стороне здания не являются полностью коррелированными с пульсациями давлений на подветренной стороне [7.5]. Отсутствие такой полной корреляционной

связи учитывается в [7.5] с помощью коэффициента приведения. Однако было показано, что при использовании этого коэффициента в том виде, как это сделано в методике [7.5], значительно недооценивается эффект резонансного усиления реакции [7.6, 7.7]. Методики для определения реакции в направлении ветра, в значительной мере основанные на [7.3 и 7.5], включены соответственно в Канадское руководство по расчету сооружений [7.8] и приложение к Американскому национальному стандарту А58.1 [7.9]. Викери впоследствии разработал методику, аналогичную приведенной в [7.3], которая предоставляет, однако, большие возможности относительно выбора некоторых метеорологических параметров [7.10].

В методиках [7.8 и 7.10] принимается, что характеристики турбулентности не изменяются с высотой над поверхностью земли. В действительности же, согласно результатам современных метеорологических исследований, энергия турбулентных пульсаций, вызывающих резонансные колебания высоких зданий, существенно уменьшается с высотой (см. подразд. 2.3.2). Независимо друг от друга в [7.11—7.13] были составлены программы ЭВМ для определения реакции сооружений в направлении ветра, в которых учитывалось указанное выше уменьшение и которые, таким образом, позволяют разрабатывать более экономичные проектные решения. В [7.14] включены графики, с помощью которых также учитывается зависимость турбулентных пульсаций от высоты. Используя их, можно вручную быстро определить реакцию сооружения в направлении ветра. Совсем недавно Соулари разработал более удобную для практического применения и обладающую повышенной точностью методику [7.15], которая здесь приводится.

Все упомянутые выше методики основаны на предположении, что местность вокруг сооружения относительно ровная и шероховатость ее поверхности достаточно однородна на сравнительно большой области разгона. На практике может возникнуть необходимость применить результаты, полученные на основе этого предположения, для случая, когда необходимо учесть влияние изменений в шероховатости поверхности местности, расположенной вверх по течению от сооружения (см. подразд. 2.4.1). Однако если рельеф окружающей местности необычен или если здание подвержено сильному. воздействию спутной струи от больших соседних зданий, то различные аналитические методы неприемлемы и возникает необходимость в проведении испытаний в аэродинамической трубе.

Еще одно допущение, общее для всех вышеупомянутых методик, заключается в том, что средняя скорость ветра направлена перпендикулярно к фасаду рассматриваемого здания. Испытания в аэродинамической трубе дают основания полагать, что в случаях, обычно встречающихся в практике проектирования высоких зданий, этому допущению соответствуют максимальные значения реакции сооружения в направлении ветра [7.16]. Отмечается, однако, что напряжения, вызванные колебаниями в этом направлении, для ряда элементов (например, угловые колонны) могут быть выше при косом подходе воздушного потока к сооружению.

Материалы данной главы предназначены в первую очередь для практического использования проектировщиками. Задача о нахождении реакции сооружения в направлении ветра в общих чертах рассмотрена в разд. 7.1. В разд. 7.2 приведена методика оценки такой реакции применительно к призматическим или почти призматическим сооружениям, для которых можно принять, что:

основная форма собственных колебаний приближенно является прямой линией;

вклад в суммарное значение реакции от второй и более высоких форм колебаний пренебрежимо мал.

В разд. 7.2 также изложена методика оценки реакции в направлении ветра для сооружений «точечного» типа, т. е. таких, которые можно рассматривать как одномассовые системы с массой, сосредоточенной на высоте H (например, водонапорные башни). В методиках, приведенных в разд. 7.2, которые заимствованы из [7.15] и называются здесь упрощенными, все вычисления можно выполнить вручную. Если основная собственная форма колебаний существенно отклоняется от прямой линии или если вклад в реакцию от более высоких форм колебаний значителен, то вычисления необходимо проводить на ЭВМ (см. разд. 7.3). Для рассмотрения некоторых приближений и погрешностей, свойственных применяемым моделям, в подразд. 7.4 использованы результаты, полученные численными методами расчета.

7.1. Основные зависимости. Эквивалентные статические ветровые нагрузки

Полное перемещение сооружения в направлении ветра можно рассматривать в виде суммы двух составляющих: среднего (статического) перемещения, вызванного установившимся воздушным потоком, и флуктуаций перемещений (динамического перемещения), возбуждаемого порывами ветра. Таким образом, максимальное перемещение сооружения в направлении ветра на уровне z можно записать в виде

$$X_{\text{макс}}(z) = \bar{x}(z) + x_{\text{макс}}(z), \tag{7.1}$$

где $\bar{x}(z)$ — статическое (среднее) перемещение; $x_{\text{макс}}(z)$ — максимальное динамическое перемещение, вызванное пульсациями ветра в направлении среднего течения.

Величину $x_{\text{макс}}(z)$ удобно выражать следующим образом:

$$x_{\text{макс}}(z) = K_x(z)\,\sigma_x(z), \tag{7.2}$$

где $\sigma_x(z)$ — среднее квадратическое значение динамического перемещения от пульсаций ветра; $K_x(z)$ — коэффициент обеспеченности, значение которого обычно равно 3—4.

Подобным же образом максимальное ускорение сооружения в направлении ветра можно представить в виде

$$\ddot{x}_{\text{макс}}(z) = K_{\ddot{x}}(z)\,\sigma_{\ddot{x}}(z), \tag{7.3}$$

где $\sigma_{\ddot{x}}(z)$ — среднее квадратическое значение ускорения в направлении ветра; $K_{\ddot{x}}(z)$ — коэффициент обеспеченности, значение которого обычно равно примерно 4.

Коэффициент динамического усиления реакции от порывов ветра определяют следующим образом:

$$G(z) = 1 + x_{\text{макс}}(z)/\bar{x}(z). \tag{7.4}$$

В таком случае максимальное перемещение в направлении ветра можно записать в виде

$$X_{\text{макс}}(z) = G(z)\,\bar{x}(z). \tag{7.5}$$

Для проведения расчетов удобно установить эквивалентную статическую нагрузку, которая вызывала бы в направлении ветра такие же перемещения сооружения, как от порывистого ветра. Как следует из выражения (7.5), эквивалентная статическая ветровая нагрузка (в предположении, что сооружение является линейной системой) равна произведению коэффициента динамического усиления реакции сооружения от порывов ветра на среднее значение ветровой нагрузки (статическую нагрузку).

Общее выражение для среднего перемещения $\bar{x}(z)$ задается (5.56). Перемещения и ускорения от пульсаций ветра, так же как и соответствующие им коэффициенты обеспеченности [выражения (7.2) и (7.3)], получаются из формул (5.63)—(5.70), в которых общее выражение для величины $S_x(z, n)$ (спектральной плотности перемещений от пульсаций ветра по направлению течения) принимается в виде (5.54). Из этих выражений следует, что расчетные значения прогибов и ускорений зависят от характеристик самого сооружения, т. е. его размеров, распределения масс, собственных частот, коэффициентов демпфирования, собственных форм колебаний, а также от принятых средних значений (статических составляющих) и пульсаций (динамических составляющих) ветровых нагрузок.

7.2. Упрощенные методики определения реакции сооружения в направлении ветра

Используя результаты, полученные в [7.14 и 7.15], рассмотрим теперь методику определения реакции сооружения в направлении ветра, применимую к призматическим или почти призматическим сооружениям, для которых выполняются следующие допущения: основная собственная форма колебаний выражается в виде прямой линии; реакция при ветровых воздействиях определяется преимущественно колебаниями по первому тону.

Первое из этих допущений приемлемо для большого числа случаев, представляющих практический интерес, например, для типовых многоэтажных каркасных зданий (см. [7.17] или [7.18]). Второе допущение обычно выполняется в том случае, если отношения собственных частот колебаний по второй и более высоким формам к основной частоте достаточно велики (см. разд. 7.4). В данном разделе также приводится методика, применимая для сооружений точечного типа, которые могут приближенно рассматриваться как консольная система с массой M, сосредоточенной на высоте H.

7.2.1. Основные допущения. Методика, приведенная в этом пункте, основывается на следующих допущениях:

1) сооружение ведет себя как линейная упругая система;

2) основная собственная форма колебаний является линейной функцией высоты над поверхностью земли, т. е. $x_1(z) = Cz/H$, где C — произвольная постоянная;

3) вклад в реакцию сооружения от второй и более высоких собственных форм колебаний пренебрежимо мал;

4) профиль средней скорости описывается выражениями

$$U(z) = 2{,}5u_* \ln[(z - z_d)/z_0] \qquad z \geqslant z_d + 10; \tag{7.6}$$

$$U(z) = 2{,}5u_* \ln(10/z_0) \qquad z \leqslant z_d + 10. \tag{7.7}$$

В формулах (7.6) и (7.7) z, z_0 и z_d выражаются в метрах.

Использование логарифмического профиля для высот, превышающих $(z_d + 10)$ м предполагает принятие допущения о горизонтальной однородности потока (см. разд. 2.2). Как показано в разд. 2.4, это допущение может не выполняться для областей, которые расположены вблизи мест изменения шероховатости поверхности. Тем не менее и в таких областях выражение (7.6) с соответствующим образом выбранными значениями параметров u_*, z_0 и z_d может быть использовано при получении обоснованных верхних и нижних границ для значения реакции сооружения. Использование выражения (7.7) дает некоторый запас вследствие неопределенности, связанной с истинным характером течения вблизи здания при $z < z_d + 10$ или около этого;

5) средняя скорость $U(z)$ в выражениях (7.6) и (7.7) получена осреднением на интервале времени в 1 ч;

6) спектральная плотность пульсаций продольной компоненты скорости описывается выражениями (2.56)—(2.61);

7) средние значения и пульсации давлений определяются соответственно выражениями (5.58) и (5.61). Вследствие этого средние значения реакции задаются в виде (5.59), а ее флуктуации (динамическая реакция от пульсаций ветра) — формулами (5.62)—(5.70) или же эквивалентными безразмерными выражениями, см. формулы (5.71)—(5.83);

8) пространственные взаимные корреляции пульсаций давлений в поперечном направлении и в направлении ветра описываются соответственно выражениями (5.103) и (5.104).

7.2.2. Параметры реакции. Рассмотрим некоторые характеристики сооружения, микрометеорологических и аэродинамических параметров, которые используются при определении реакции сооружения в направлении ветра, чтобы разъяснить проектировщику назначение данных параметров и помочь ему выбрать их значения.

Относительное демпфирование ζ_1. Значения, предлагаемые для коэффициентов для стальных и железобетонных каркасов, равны соответственно 0,01 и 0,02 [7.8 и 7.9]. Меньшие значения, возможно, следует использовать, например, для стальных сварных вытяжных труб некоторых типов предварительно напряженных конструкций или для сооружения с внешней пространственной рамой (рамная труба). В дополнение к демпфированию самой механической системы можно

также, вообще говоря, учитывать и аэродинамическое демпфирование, которое способствует уменьшению резонансных колебаний. Оно связано с изменениями относительных скоростей частиц воздуха, обтекающих здание, поскольку последнее колеблется около среднего положения, принимаемого им при деформации от ветровой нагрузки. Очевидно, учет влияния аэродинамического демпфирования не пойдет в запас при расчете сооружений, и поэтому им пренебрегают в [7.8 и 7.9], а также в данной работе.

Параметры, характеризующие шероховатость поверхности местности, z_0, z_d. Изменение среднего значения скорости ветра в зависимости от высоты определяется двумя параметрами: параметром шероховатости z_0 и высотой вытеснения z_d (7.6). Параметр шероховатости физически можно рассматривать как характеристику размера турбулентного вихря у поверхности земли. Для расчета сооружений, расположенных в различных типах местности, предлагаются следующие значения z_0:

Тип местности	Значение z_0, м
Побережье *	0,005—0,01
Открытая местность	0,03—0,10
Пригороды с редкой застройкой **	0,20—0,40
Города, пригороды со сплошной застройкой **	0,80—1,20
Центры крупных городов **	2—3

В городах со сплошной застройкой (или в лесах) здания (или деревья) препятствуют течению воздуха вблизи поверхности земли, поэтому развитие среднего потока по высоте начинается с некоторого уровня, называемого высотой вытеснения, которая немного ниже средней высоты окружающих зданий (или деревьев). При расчетах можно принимать, что высота вытеснения равна нулю для побережья и открытой местности, а при значениях z_0 также и для застроенной местности.

Параметры убывания экспоненты C_y, C_z. Пространственная взаимная корреляция узкополосных процессов пульсаций давлений поперек воздушного потока (5.103) характеризует степень согласованности действия давлений, приложенных в различных точках одной и той же поверхности здания. Чем меньше значения параметров C_y и C_z в выражении для взаимной корреляции, тем более согласованным будет действие таких давлений и, следовательно, тем больше будет реакция сооружения.

На основе результатов испытаний в аэродинамической трубе в [7.10] было предложено принять $C_y = 16$ и $C_z = 10$. В методики, приведенные здесь, заложены именно эти значения. Однако, как указывается в разд. 2.3, натурные измерения не всегда подтверждают это допущение. В разд. 7.4 будет показано, что влияние изменений значений C_y и C_z на 30—40% на общую величину реакции сооружения в направлении ветра обычно относительно невелико (реакция изменяет-

* Применимы для сооружений, подверженных прямому воздействию ветра со стороны открытого водного пространства.

** Значения z_0, которые следует использовать только при допущении, что $z_d = 0$.

ся примерно на 5—10%), тогда как влияние этих изменений на ускорения может быть существенным.

Динамическая скорость u_* (или скорость трения, сдвига) характеризует силу ветра над местностью при заданной шероховатости поверхности. Если средняя скорость ветра на установленной стандартной высоте над поверхностью земли z_R известна, то u_* можно получить при помощи выражения (7.6):

$$u_* = \frac{U(z_R)}{2{,}5 \ln [(z_R - z_d)/z_0]}. \qquad (7.8)$$

В работах по метеорологии наиболее часто стандартная высота составляет $z_R = 10$ м.

При проектировании высоких зданий целесообразно использовать средние скорости ветра, осредненные на интервале времени в 1 ч (см. подразд. 2.3.2), поэтому в этой главе символом U обозначим средние скорости с часовым осреднением. Если установлено, что средние скорости ветра U^t получены осреднением на интервале времени t, который не равен 1 ч, то средние скорости ветра, отвечающие осреднению в 1 ч, могут быть получены с помощью рис. 2.12.

Для удобства проведения расчетов информация, представленная в виде графика (см. рис. 2.12), дополнительно приводится в виде приближенных значений отношения максимальной скорости с интервалом осреднения t к скорости с часовым осреднением (на высоте 10 м над поверхностью земли для открытой местности):

t, с	U^t/U
2	1,53
5	1,47
10	1,42
30	1,28
60	1,24
100	1,18
200	1,13
500	1,07
1000	1,03
3600	1

Для значений t, не приведенных здесь, разрешается пользоваться линейной интерполяцией. Если скорость ветра выражается через максимальную скорость (в милях/ч) U_f, как это делается в [7.8], то интервал осреднения в секундах задается в виде $t = 3600/U_f$ (7.9).

Как указывается в гл. 2, замедление потока, обусловленное увеличением шероховатости поверхности местности, приводит к тому, что средние скорости для застроенной местности меньше (при любом данном крупномасштабном циклоне), чем средние скорости для открытой местности, взятые на одинаковом уровне. Так как климатологическая информация о ветре обычно задается в виде скоростей ветра, измеренных на открытой местности (как правило, на метеорологических станциях, расположенных в аэропортах), возникает вопрос о преобразовании этой информации в скорости ветра, соответствующие за-

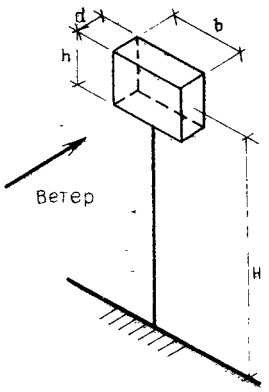


Рис. 7.1

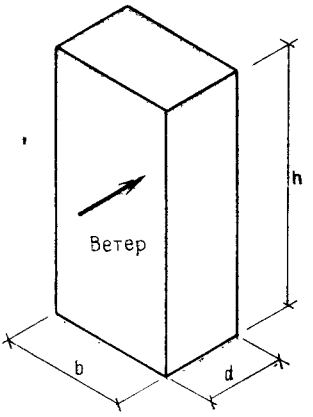


Рис. 7.2

строенной местности. Как показано в подразд. 2.2, эта задача решается следующим образом.

Пусть u_{*1} и z_{01} обозначают соответственно динамическую скорость и параметр шероховатости для открытой местности, а u_* — динамическую скорость для местности с параметром шероховатости z_0. Для параметров шероховатости, приведенных на с. 205, средние значения отношений динамической скорости для различных типов местности к динамической скорости u_{*1} для открытой местности при $z_{01} = 0{,}07$ и средние значения коэффициента β будут:

Тип местности	u_*/u_{*1}	β
Побережье	0,85	6
Пригороды с редкой застройкой . . .	1,15	5,25
Города, пригороды со сплошной застройкой	1,33	4,85
Центры крупных городов	1,46	4

Продолжительность шторма T. Этот параметр включен в выражения (5.66) и (5.69), которые, в сущности, указывают на то, что ожидаемые максимальные значения динамических реакций возрастают с увеличением продолжительности шторма. Принимаемая в расчетах продолжительность шторма фактически заложена в использовании расчетных средних скоростей с часовым осреднением, т. е. $T = 3600$ с.

Средние значения коэффициентов давления и отсоса C_w *и* C_l зависят от формы сооружения (см. гл. 4). Для высоких зданий прямоугольного очертания в плане обычно принимается $C_w = 0{,}8$, $C_l = 0{,}5$ и $C_D = C_w + C_l = 1{,}3$.

Коэффициент β [см. выражение (2.54)] служит характеристикой среднего квадрата турбулентных пульсаций для любой заданной динамической скорости u_*. Средние значения β для различных типов местности приведены выше.

7.2.3. Выражения для реакции в направлении ветра. С учетом основных допущений, приведенных выше, и соотношений из разд. 5.3

были получены выражения для реакции сооружения в направлении ветра (7.9—7.30) [7.15]. Для консольных сооружений с сосредоточенной массой (точечного типа) (рис. 7.1) методика определения реакции в направлении ветра сводится к использованию выражений (7.9а)—(7.20а) и (7.21)—(7.30). Для зданий с основной собственной формой колебаний, приближенно определяемой в виде прямой линии (рис. 7.2), эта методика заключается в использовании выражений (7.9б)—(7.20б) и (7.21)—(7.30), где

$$P=\ln\left[(H-z_d)/z_0\right]; \quad (7.9а) \qquad Q=2\left[1-\left(r_d^2/h^2\right)\right]\ln\left[(h-z_d)/z_0\right]-1; \quad (7.9б)$$

$$J=6,25P^2; \quad (7.10а) \qquad J=0,78Q^2; \quad (7.10б)$$

$$B=\frac{150P^2}{1,06+0,4b/H+0,25h/H-0,23\,(b/H)\,(h/H)}; \quad (7.11а)$$

$$B=6,71Q^2/(1+0,26b/h); \quad (7.11б)$$

$$\tilde{f}_1=n_1 H/u_*; \quad (7.12а) \qquad \tilde{f}_1=n\,h/u_*; \quad (7.12б)$$

$$C(x)=1/x-(1/2x^2)\left(1-e^{-2x}\right); \quad (7.13а) \qquad C(x)=1/x-1/2x^2\left(1-e^{-2x}\right); \quad (7.13б)$$

$$x_1=6,16\,(\tilde{f}/P)\,(d/H); \quad (7.14а) \qquad x_1=12,32\,(\tilde{f}_1/Q)\,(d/h); \quad (7.14б)$$

$$N(\tilde{f}_1)=C(x_1); \quad (7.15а) \qquad N(\tilde{f}_1)=C(x_1); \quad (7.15б)$$

$$C_{Df}^2(\tilde{f}_1)=C_w^2+2C_w\,C_l\,N(\tilde{f}_l)+C_l^2; \quad (7.16а)$$

$$C_{Df}^2(\tilde{f}_1)=C_w^2+2C_w\,C_l\,N(\tilde{f}_1)+C_l^2; \quad (7.16б)$$

$$x_2=2,56\,(\tilde{f}_1/P)\,(b/H); \quad (7.17а) \qquad x_2=3,55\tilde{f}_1/Q; \quad (7.17б)$$

$$x_3=1,60\,(\tilde{f}_1/P)\,(h/H); \quad (7.18а) \qquad M(z)=bd\rho_b(z); \quad (7.18б)$$

$$R=9,40\,(P^2/\zeta_1)\,(P/\tilde{f}_1)^{2/3}\left(C_{Df}^2(\tilde{f}_1)/C_D^2\right)C(x_2)\,C(x_3); \quad (7.19а)$$

$$R=0,59\,(Q^2/\zeta_1)\,(Q/\tilde{f}_1)^{2/3}\,\frac{C_{Df}^2(\tilde{f}_1)}{C_D^2}\,C(x_2)\,\frac{1}{1+3,95\,(\tilde{f}_1/Q)\,(b/h)}; \quad (7.19б)$$

$$M_1=M; \quad (7.20а) \qquad M_1=1/h_2\int_0^h M(z)\,z^2\,dz; \quad (7.20б)$$

$$q_*=\frac{1}{2}\rho u_*^2; \quad (7.21) \qquad \bar{x}=\frac{C_D\,bhq_*}{M_1\,(2\pi n_1)^2}J; \quad (7.22)$$

$$\sigma_x=\frac{C_D\,bhq_*}{M_1\,(2\pi n_1)^2}\,(\beta B\,6+R)^{1/2}; \quad (7.23) \qquad \nu_x=n_1\left(\frac{R}{\beta B\,6+R}\right)^{1/2}; \quad (7.24)$$

$$K_x=[1,175+2\ln(\nu_x T)]^{1/2}; \quad (7.25); \qquad G=1+K_x(\sigma_x/\bar{x}); \quad (7.26)$$

$$X_{\text{макс}}=Gx; \quad (7.27); \qquad \sigma_{\ddot{x}}=(C_D\,bhq_*/M_1)\,R^{1/2}; \quad (7.28)$$

$$K_{\ddot{x}}=[1,175+2\ln(n_1 T)]^{1/2}; \quad (7.29) \qquad \ddot{X}_{\text{макс}}=K_{\ddot{x}}\,\sigma_{\ddot{x}}; \quad (7.30)$$

где H и h — соответственно вертикальные размеры, показанные на рис. 7.1 и 7.2; b — размер сооружения поперек потока; d — размер сооружения в направлении ветра; z_0 — параметр шероховатости (см. с. 205); z_d — высота вытеснения (для практических расчетов можно принимать $z_d=0$); n_1 — основная собственная

частота колебаний; u_* — динамическая скорость; C_D — коэффициент лобового сопротивления ($C_D = C_w + C_l$); C_w и C_l — средние значения коэффициентов давления соответственно на наветренной и подветренной сторонах здания; M — суммарная масса сооружения, показанного на рис. 7.2 и имеющего размеры b, h, d; z — высота над поверхностью земли; $M(z)$ — масса здания на единицу высоты; $\rho_b(z)$ — средняя объемная плотность здания; ζ_1 - относительное демпфирование; ρ — плотность воздуха; β — коэффициент, значения которого приведены на с. 207; T — продолжительность шторма ($T \approx 3600$ с); $\bar{x}$ — среднее перемещение верха сооружения; G — коэффициент динамического усиления реакции от порывов ветра; $X_{\text{макс}}$ — максимальное перемещение верха сооружения; $\sigma_{\ddot{x}}$ — среднее квадратическое значение ускорения верха сооружения; $\ddot{X}_{\text{макс}}$ — максимальное ускорение верха сооружения.

Численный пример. Рассмотрим здание с $h = 200$ м; $b = 35$ м; $d = 35$ м; $n_1 = 0{,}175$ Гц; $\zeta_1 = 0{,}01$; $\rho_в = 200$ кг/м^3; $C_{lr} = 0{,}8$; $C_D = 0{,}5$; $C_D = 1{,}3$. Здание расположено в городе* ($z_0 = 1$ м). Принимается, что $\rho = 0{,}25$ кг/м^3 и что максимальная скорость ветра на высоте 10 м над поверхностью земли для открытой местности ($z_0 = 0{,}07$ м) равна $U(10) = 27{,}8$ м/с.

Из выражения (7.8) следует, что $u_{*1} = 2{,}24$ м/с. Из данных, приведенных на с. 207, получаем $u_*/u_{*1} = 1{,}33$, $u_* = 2{,}98$ м/с. Затем, обратившись к выражениям на с. 208, получаем: $Q = 9{,}60$ (7.9б); $J = 71{,}83$ (7.10б); $B = 591$ (7.11б); $\tilde{f}_1 = 11{,}74$ (7.12б); $x_1 = 2{,}62$ (7.14б); $N(\tilde{f}_1) = 0{,}31$ (7.15б и 7.13б); $C^2_{Df}(\tilde{f}_1) = 1{,}14$ (7.16б); $x_2 = 4{,}34$ (7.17б); $M(z) = 245\,000$ кг (7.18б); $R = 353$ (7.19б); $M_1 = 16\,333\,300$ кг (7.20б); $q_* = 5{,}55$ кг/м/с^2 (7.21); $\bar{x} = 0{,}184$ м (7.22); $\sigma_x = 0{,}074$ м (7.23); $\nu_x = 0{,}114$ 1/с (7.24); $K_x = 3{,}63$ (7.25); $G = 2{,}25$ (7.26); $X_{\text{макс}} = 0{,}414$ (7.27); $\sigma_{\ddot{x}} = 0{,}058$ м/с^2 (7.28); $K_{\ddot{x}} = 3{,}75$ (7.29); $\ddot{X}_{\text{макс}} = 0{,}218$ м/с^2 (7.30).

7.3. Программы расчета на ЭВМ реакции сооружения в направлении ветра

Рассмотренная в разд. 7.2 методика применима к сооружениям, для которых преобладающее влияние на реакцию от ветровых воздействий оказывают колебания по основной форме, которую приближенно можно рассматривать в виде прямой линии. Эта методика, кроме того, основана на допущениях относительно структуры атмосферного течения и зависимостях между давлениями и скоростями ветра, которые были установлены в разд. 7.2.

Для некоторых сооружений предположения о том, что основная форма колебаний имеет вид прямой линии или что вкладом в реакцию от более высоких форм колебаний можно пренебречь, не выполняются. Кроме того, в ряде случаев может представлять интерес использование микрометеорологических и аэродинамических моделей, отличных от тех, которые были включены в методику разд. 7.2. В таких случаях вместо этой методики для оценки реакции в направлении ветра сле-

* Принимается, что шероховатость местности однородна на расстоянии по меньшей мере $12{,}5h$ вверх по течению от места расположения здания (см. подразд. 2.4.1).

дует использовать программу расчета на ЭВМ. При этом вычисление реакции сводится, по существу, к нахождению интегралов в выражениях (5.56), (5.57) и (5.63)—(5.70) включительно. Были разработаны программы для ЭВМ, в которых используются соответствующие процедуры численного интегрирования и в которые характеристики сооружения, микрометеорологическая и аэродинамическая информация включены в виде входных данных или специализированных подпрограмм. Программу [7.11], записанную на магнитную ленту, можно закупить. Другие программы включены в [7.12 и 7.13] или на них имеются ссылки в этих работах.

7.4. Приближения и погрешности при оценке реакции сооружения в направлении ветра

На основе численных методов расчета в этом подразд. даны оценки погрешностей, связанных с факторами неопределенности относительно некоторых характерных особенностей применяемых моделей, и неточностью используемых при этом значений параметров. Расчеты проведены для трех типовых зданий, выбранных в качестве объектов исследования. Их характеристики приведены в табл. 7.1. Было принято, что максимальная скорость ветра v_f на высоте 10 м от поверхности земли для открытой местности ($z_0 = 0{,}07$ м) составляла $\sim$121 км/ч.

Таблица 7.1. Характеристики зданий

Тип здания	H, м	B, м	D, м	n_1, Гц	ζ_1	ρ_b, кг/м^3
1	365	60	45	0,10	0,01	150
2	150	60	45	0,20	0,01	150
3	45	45	45	1,00	0,01	150

7.4.1. Вклад в реакцию за счет колебаний по более высоким собственным формам. Средние квадратические значения динамических перемещений и ускорений были вычислены для зданий типа 1 и 2 при их расположении на открытой местности и в городе. Принятые при этом первые три собственные формы колебаний аналогичны показанным на рис. 5.4. Коэффициенты относительного демпфирования приняты равными $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = 0{,}01$. Расчеты выполнены отдельно для случаев $n_2/n_1 = 1{,}2$, $n_3/n_1 = 1{,}5$ и $n_2/n_1 = 2{,}5$ $n_3/n_1 = 5$. В табл. 7.2 приведены значения вкладов в реакцию за счет колебаний по более высоким собственным формам (т. е. второй и третьей). В ней также показан вклад от учета взаимной корреляции между формами колебаний. Этот вклад составляет примерно половину значений, приведенных в графах 1 и 5, и был вообще пренебрежимо мал во всех других случаях.

7.4.2. Влияние отклонения от прямой линии основной собственной формы колебаний на расчетное значение реакции. Для оценки влияния

Таблица 7.2. Вклад в среднее квадратическое значение динамической реакции за счет более высоких собственных форм колебаний, %

Тип здания	Открытая местность			
	$n_2/n_1=1{,}2;\ n_3/n_1=1{,}5$		$n_2/n_1=2{,}5;\ n_3/n_1=5$	
	перемещение	ускорение	перемещение	ускорение
	1	2	3	4
1	5	14	0,1	10
2	8	20	0,1	10

Продолжение табл. 7.2

Тип здания	Центр крупного города			
	$n_2/n_1=1{,}2;\ n_3/n_1=1{,}5$		$n_2/n_1=2{,}5;\ n_3/n_1=5$	
	перемещение	ускорение	перемещение	ускоренне
	5	6	7	8
1	7	8	0,1	7
2	14	9	2	8

вида кривой, описывающей основную собственную форму колебаний, на реакцию сооружения удобно использовать выражение

$$\sigma_x/\bar{x}=[(1+\gamma+2\alpha)/(1+\gamma+\alpha)]\,Q, \qquad (7.31)$$

выведенное Викери [7.10] на основе допущений о том, что для профиля средней скорости ветра соблюдается степенной закон (2.37) и основная собственная форма колебаний описывается функцией

$$x_1(z)=(z/H)^{\gamma}, \qquad (7.32)$$

где σ_x — среднее квадратическое значение динамических перемещений; $\bar{x}$ — среднее перемещение; γ — константа; Q — функция геометрических, динамических характеристик сооружения и параметров окружающей среды, не зависящая от γ.

Таблица 7.3. Отношения $[X_{\text{макс}}]_{f_m}/[X_{\text{макс}}]_{0,03}$

Значение безразмерной пиковой частоты	Здание 1		Здание 2		Здание 3	
	открытая местность	городская застройка	открытая местность	городская застройка	открытая местность	городская застройка
0,01	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,10	0,98	0,97	0,97	0,94	0,95	0,91
0,19	0,97	0,96	0,96	0,92	0,93	0,86

Таблица 7.4. Отношении реакции при различных значениях C_z и C_y к реакции,

Случай	C_z	C_y	Интервал частот	Здание 1			
				открытая местность		крупный город	
				r_i	$\tilde{r}_i$	r_i	$\tilde{r}_i$
1	10	16	$0<n<\infty$	1	1	1	1
2	6,3	10	$0<n<0{,}9\ n_1$	1,01	1	1,01	1
	10	16	$0{,}9\ n_1<n<\infty$				
3	4	6,4	$0<n<0{,}9\ n_1$	1,01	1	1,02	1
	10	16	$0{,}9\ n_1<n<\infty$				
4	6,3	10	$0<n<\infty$	1,05	1,2	1,06	1,3
5	4	6,4	$0<n<0{,}9\ n_1$	1,06	1,2	1,07	1,3
	6,3	10	$0{,}9\ n_1<n<\infty$				
6	4	6,4	$0<n<\infty$	1,12	1,5	1,11	1,5

Сугубо приближенно можно принять, что α изменяется от 0,10 для открытой местности до 0,40 для центров крупных городов. Тогда из выражения (7.31) следует, что для $\alpha = 0{,}10$ расчетные значения отношения $\sigma_x/\overline{x}$, которые были вычислены в предположении, что $\gamma = 0{,}5$ и $\gamma = 1{,}5$, отличаются приблизительно на 1% от значения этого отношения, найденного в предположении, что $\gamma = 1$ (т. е. когда основная собственная форма колебаний имеет вид прямой линии). Для $\alpha = 0{,}4$ соответствующие различия составляют примерно около 3%. Отсюда видно, что небольшие отклонения основной собственной формы колебаний от прямой линии оказывают незначительное влияние на расчетное значение отношения $\sigma_x/\overline{x}$.

7.4.3. Влияние погрешностей в оценке параметра шероховатости на расчетное значение реакции. Для оценки погрешностей, связываемых с неопределенностью относительно истинного значения параметра шероховатости, были вычислены реакции зданий типов 1, 2 и 3 для условий побережья, открытой местности, пригородов с редкой застройкой городов, а также для центров крупных городов. Во всех случаях принято, что высота вытеснения равна нулю. Проведенные вычисления показали, что чувствительность результатов даже к относительно большим (например, 25%) погрешностям в оценке параметров шероховатости невелика, т. е. они отличаются между собой примерно на 5% или даже меньше. Было также отмечено, что перемещения в направлении ветра и соответственно расчетные ветровые нагрузки примерно на 15% больше на побережье, чем на открытой местности.

7.4.4. Спектры в интервале низких частот и реакция сооружения в направлении ветра. Было показано (см. подразд. 2.3), что не существует никакой универсальной зависимости для описания формы кривой спектральной плотности в интервале низких частот и что на безразмерную частоту, соответствующую максимуму спектра, по-видимому, весьма существенное влияние оказывает местоположение площадки и условия проведения измерений: в пограничном слое атмосфе-

вычисленной при $C_z = 10$ и $C_y = 16$

Здание 2				Здание 3			
открытая местность		крупный город		открытая местность		крупный город	
r_i	$\tilde{r}_i$	r_i	$\tilde{r}_i$	r_i	$\tilde{r}_i$	r_i	$\tilde{r}_i$
1	1	1	1	1	1	1	1
1,01	1	1,01	1	1,01	1	1,01	1
1,03	1	1,02	1	1,02	1	1,02	1
1,10	1,4	1,05	1,4	1,03	1,7	1,04	1,8
1,13	1,4	1,08	1,4	1,06	1,4	1,05	1,8
1,17	1,3	1,18	1,8	1,08	2,1	1,10	2,6

ры или в лаборатории. Для оценки влияния этого измерения на величину реакции расчет зданий типов 1, 2 и 3 (см. табл. 7.1) проводился для случаев $z_0 = 0{,}07$ м, $z_d = 0$ и $z_0 = 1$ м; при этом значения безразмерной частоты, соответствующей максимуму спектра (безразмерной «пиковой» частоты), принимались равными $f_m = 0{,}03$ (2.55) и $f_m = 0{,}01$, $f_m = 0{,}19$ [выражения (2.56) и (2.57)]. Отношения $[X_{\text{макс}}]_{f_m}/[X]_{\text{макс}}]_{0{,}03}$ максимальных реакций, которые вычислены при значениях безразмерной пиковой частоты, равных соответственно f_m и 0,03, приведены в табл. 7.3.

Результаты, приведенные в табл. 7.3, дают основания считать, что использование выражения (2.55) (которому соответствует значение $f_m = 0{,}03$) при расчете сооружений приводит к некоторому запасу. Как уже упоминалось (см. разд. 2.3), согласно данным измерений на высотах между $z = 3$ м и $z = 60$ м, $f_m \approx 0{,}02$—$0{,}08$. Поэтому следует полагать, что появление для здания 3 динамической реакции, соответствующей $f_m = 0{,}10$ или $f_m = 0{,}19$, маловероятно. Отметим также, что, согласно выражению (5.96), форма кривой спектральной плотности в интервале низких частот оказывает пренебрежимо малое влияние на величину ускорений.

7.4.5. Корреляция давления поперек потока и реакция сооружения в направлении ветра. Уже отмечалось (см. разд. 2.3 и 7.2), что существует неопределенность относительно истинных значений для атмосферных условий коэффициентов убывания экспоненты C_y и C_z. В связи с этим представляет интерес оценить погрешности вычислений реакции в направлении ветра, которым соответствуют возможные ошибки в значениях этих параметров. По этой причине реакции зданий типов 1, 2 и 3 в направлении ветра для открытой местности и крупного города вычислены при $C_z = 10$, $C_y = 16$ (случай 1 в табл. 7.4), при $C_z = 4$, $C_y = 6$, 4 (случай 6) и для четырех промежуточных случаев, в которых C_z, C_y принимались либо постоянными на всем интервале частот (случай 4), либо имели меньшие значения на низких частотах

и более высокие значения вблизи и при превышении основной частоты n_1 (случаи 2, 3 и 5). Отношения $r_i = [X_{\text{макс}}]_i / [X_{\text{макс}}]_1$ и $\tilde{r}_i = [\ddot{X}_{\text{макс}}]_i / [\ddot{X}_{\text{макс}}]_1$, где значения, относящиеся к случаям 1 и i, обозначаются соответственно индексами 1 и i ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$), приведены в табл. 7.4.

Как видно из данных табл. 7.4, изменения значений C_y и C_z в интервале низких частот оказывают незначительное влияние на реакцию здания (случаи 1, 2 и 3). Если для частот вблизи основной частоты сооружения или даже превышающих ее значения этих параметров составляют $C_z = 6{,}3$, $C_y = 10$ (случаи 4 и 5), то при этом перемещения примерно на 5—10% выше, чем при $C_z = 10$, $C_y = 16$ (случаи 1, 2 и 3). Однако для более высоких зданий ускорения колебаний возрастают от 20 до 40%. Если $C_z = 4$, $C_y = 6{,}4$ (что соответствует условиям, которые могут возникнуть при умеренных ветрах, обычно наблюдающихся при натурных измерениях реакций высоких зданий), то перемещения примерно на 10—20% выше, чем при $C_z = 10$, $C_y = 16$, тогда как ускорения колебаний более высоких зданий возрастают на 30—80%. Существенная зависимость коэффициентов убывания экспоненты от скорости ветра (см. рис. 2.9 и 2.10) и чувствительность ускорений в направлении ветра к изменениям значений этих коэффициентов свидетельствуют о том, что необходимо соблюдать известную осторожность при расшифровке данных натурных измерений ускорений зданий и распространения полученных на их основе результатов на конкретные случаи расчета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛ. 7

7.1 H. W. Liepmann. «On the Application of Statistical Concepts to the Buffeting Problem», *J. Aeronaut. Sci.*, **19**, 12 (Dec. 1952) 793—800, 822.

7.2 A.G. Davenport, «The Application of Statistical Concepts to the Wind Loading of Structures», *Proc. Inst. Civ. Eng.*, **19** (1961) 449—472.

7.3 A. G. Davenport, «Gust Loading Factors», *J. Struct. Div.*, ASCE, **93**, No. ST3. Proc. Paper 5255 (June 1967) 11—34.

7.4. M. F. Barrstein, «Theoretical Bases for the Method Adopted in the U.S.S.R for the Dynamis Design of Tall Slender Structures for Wind Effects», *Wind Effects on Buildings and Structures*, Vol. 2, Univ. of Toronto Press, 1968.

7.5. J. Vellozzi and E. Cohen. «Gust Response Factors,» *J. Struct. Div.*, ASCE. **94**. No. ST6. Proc. Paper 5980 (June 1968) 1295—1313.

7.6. J. W. Reed, *Wind-Induced Motion and Human Discomfort in Tall Buildings*, Structures Publication No. 310, R71-42. Department of Civil Engineering. MIT, Cambridge. Mass., 1971.

7.7. E. Simiu: «Gust Factors and Along-Wind Pressure Correlations,» *J. Struct.* Div., ASCE. **99**. No. ST4, Proc. Paper 9686 (April 1973) 773—783.

7.8. *Canadian Structural Design Manual*, Supplement No. 4 to the National Building Code of Canada, Associate Committee on the National Building Code and National Research Council of Canada, Ottawa, 1975.

7.9. *American National Standard Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures*, A58. 1, American National Standards Institute, New York. 1972.

7.10. B. J. Vickery, «On the Reliability of Gust Loading Factors», in *Proceedings of the Technical Meeting Concerning Wind Loads on Buildings and Structures.* Building Science Series 30, National Bureau of Standards, D.C., 1970.

7.11 E. Simiu and D. W. Lozier, *The Buffeting of Tall Structures by Strong Winds.* Building Science Series 74, National Bureau of Standards, Washington, D.C. 1975.

7.12 C. Soize, «Dynamique stochastique des structures élancées soumises aux charges du vent», *Rer. Fr. Méc.*, No. 60 (1976) 57—65.
7.13 G. Solari, *DAWROS: A Computer Program for Calculating Along-Wind Response of Structures*, Pubblicazione dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni, Serie IV, No. 1, University of Geneova, Genova, Italiy, 1981.
7.14 E. Simiu, «Revised Procedure for Estimating Along-Wind Response», *J. Struct. Div.*, ASCE, 106, No. ST1, (January 1980) 1—10.
7.15 G. Solari, «Along-Wind Response Estimation: Closed Eorm Solution», *J. Struct. Div.*, ASCE, 108, No. ST1 (January 1982) 225—244.
7.16 P. A. Rosati, *An Experimental Study of the Response of a Square Prism to Wind Load*, BLWT 11-68, Faculty of Graduate Studies, University of Western Ontario, London, Canada, 1968.
7.17 W. C. Hurty and M.R. Rubinstein, *Dynamics of Srtructures*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1964.
7.18 J.A. Blume, N. M. Newmark and L. H. Corning, *Design of Multistory Reinforced Concrete Buildings for Earthquake Motions*, Portland Cement Association. Chicago. III., 1961.
7.19 G. T. Taoka, M. Hogan, F. Khan and R. H. Scanlan, «Ambient Responce of Some Tall Structures» *J. Struct. Dir.*, ASCE, **101**, No. ST1, Proc. Paper 11051 (Jan. 1975) 49—55.

8. РЕАКЦИИ СООРУЖЕНИЯ ПОПЕРЕК ВОЗДУШНОГО ПОТОКА И НА КРУЧЕНИЕ

Экспериментально доказано, что сооружения, обтекаемые воздушным потоком, помимо нагрузок в направлении среднего течения испытывают действие сил, направленных поперек потока (называемых также подъемными силами по аналогии с терминами, используемыми при исследовании обтекания крыла самолета). Если точка приложения результирующей ветровой нагрузки не совпадает с центром жесткости сооружения, то возникают аэродинамические моменты. В этом случае сооружение подвергается действию крутящих моментов, которые при определенных условиях могут оказывать значительное влияние на его расчет.

В гл. 6 было показано, что распределение подъемной силы и крутящих моментов, вызываемых действием ветра на некоторые удобообтекаемые тела, и соответствующая реакция сооружения могут быть описаны аналитическими моделями, построенными исходя из основных законов аэродинамики. Однако современное состояние исследований по этой проблеме не позволяет разработать такие модели для гражданских инженерных сооружений, вокруг которых возникают еще не достаточно хорошо изученные сложные течения. Следовательно, анализ и расчет таких сооружений на воздействия поперек потока и кручение должны основываться на эмпирических и полуэмпирических моделях, для которых необходима информация, получаемая при испытаниях в аэродинамической трубе.

Подробное обоснование используемых здесь данных приведено в гл. 4, 5 и 6. Вместе с тем представляется целесообразным кратко рассмотреть некоторые основные особенности возникновения реакции поперек потока и при кручении (см. разд. 8.1).

К числу сооружений, работа которых не отвечала предъявляемым к ним требованиям и которые в ряде случаев даже разрушались под действием подъемных сил и (или) аэродинамических моментов, отно-

сятся гибкие башни и вытяжные трубы, высотные здания и висячие мосты. Эти типы сооружений рассмотрены соответственно в разд. 8.2—8.4. Отдельные элементы конструкций, тросы и провода линий электропередачи, которые могут быть также чувствительны к аэродинамическим воздействиям, включая возникновение реакции поперек потока и (или) на кручение, рассмотрены в разд. 8.5.

8.1. Механизмы возникновения реакций поперек воздушного потока и на кручение

Тело подвергается действию нагрузок поперек воздушного потока и (или) аэродинамических моментов, если в любой заданный момент времени течение вокруг него асимметрично относительно плоскости, проходящей через ось жесткости этого тела по направлению течения. Удобно разграничить следующие основные случаи асимметричного течения, которые могут встречаться как отдельно, так и в сочетании друг с другом:

1) тело, являющееся предположительно жестким и жестко опертым, не обладает плоскостью симметрии, например крыло самолета, контур которого рассчитан таким образом, чтобы во время полета возникала сила, направленная поперек воздушного потока, или подъемная сила (рис. 8.1);

2) тело, предполагаемое жестким и жестко опертым, имеет плоскость симметрии, однако набегающий поток воздуха не параллелен этой плоскости (рис. 8.2);

3) набегающий поток турбулентен. Поскольку его турбулентные пульсации случайны, в любой заданный момент времени он асимметричен, в частности относительно плоскости, параллельной направлению его распространения. Отметим, что турбулентность набегающего потока сложным образом влияет на характер обтекания тела, как это было показано на ряде примеров в гл. 4 и 6;

4) если тело имеет плохообтекаемую форму (в противоположность удобообтекаемой), тогда поток не следует его контуру, а срывается. Поэтому в спутной струе, которая образуется позади тела, в зависимости от условий, рассмотренных для ряда классических случаев в гл. 4, пульсации потока могут проявлять различную степень периодичности, начиная от гармонических колебаний с одной частотой до развитой турбулентности. В каждом из этих случаев в любой заданный момент времени течение в спутной струе асимметрично (см., например, рис. 4.8).

5) тело совершает упругие динамические перемещения, которые в каждый момент времени вызывают изменения граничных условий потока. С этими изменениями связана асимметричность течения и, следовательно, появление нагрузок, направленных поперек потока и (или) вызывающих кручение. Возбуждаемые таким образом потоком силы появляются в результате упругих перемещений тела и называются самовозбуждающимися. Они в свою очередь вызывают дополнительные упругие динамические перемещения. Этот процесс взаимодействия в определенных условиях может быть расходящимся и в таком



Рис. 8.1. Поперечное сечение крыла



Рис. 8.2. Тело с осью симметрии, расположенной под углом к направлению средней скорости ветра

случае говорят о возникновении аэроупругой неустойчивости (см. гл. 6).

Все явления, характеризующие колебания поперек воздушного потока и кручение, которые рассмотрены в данной главе, связаны с одним или несколькими описанными выше случаями асимметричности течения. Заметим, что реальные сооружения реагируют не только в одном направлении: вдоль или поперек ветрового потока; скорее наоборот, ветровые воздействия вызывают реакции сооружений одновременно в обоих направлениях.

8.2. Гибкие башни, дымовые и вытяжные трубы

Дымовые и вытяжные трубы, высокие, гибкие здания и башни испытывают колебания поперек воздушного потока и (в некоторых случаях) вращательные колебания, вызванные турбулентностью набегающего потока, пристеночной турбулентностью и переменным давлением, которое сопровождает процесс срыва вихрей. Реакция таких сооружений может быть особенно сильной, когда происходит захватывание частоты образования вихрей собственной частотой сооружения (см. разд. 6.1).

Еще не разработаны приемлемые для практики проектирования сооружений аналитические методы оценки реакции при вихревом возбуждении колебаний. Однако в этой области за последнее время достигнуты определенные успехи. В [8.1] приведена приближенная методика оценки реакции железобетонных конических вытяжных труб. Краткий анализ этой методики дан в подразд. 8.2.1, где также рассмотрены некоторые результаты натурных исследований и экспериментов в аэродинамической трубе. В разд. 8.2 приведен краткий обзор методов уменьшения вызываемых ветром колебаний гибких башен и вытяжных труб.

8.2.1. Оценка реакции при вихревом возбуждении колебаний. Результаты испытаний в аэродинамической трубе и аналитических исследований, опубликованные в [8.1], дают возможность утверждать, что реакция конических труб при вихревом возбуждении колебаний может быть выражена в виде

$$\sigma_y(z) = \left[\sum_{i=1}^{N} \overline{a_i^2(z)}\, y_i^2(z)\right]^{1/2}, \qquad (8.1)$$

где $\sigma_y(z)$ — среднее квадратическое значение перемещения y поперек потока на уровне z при вихревом возбуждении колебаний; N — число собственных форм колебаний, учитываемых при определении реакции; $y_i^2(z)$ — распределение амплитуд по i-й собственной форме колебаний, и

$$\overline{a_i^2(z)}^{1/2} \approx \sqrt{\frac{\pi L}{2\beta\zeta_i}\,\frac{C_L\,\rho D^4(z_e)\,y_i(z_e)}{8\pi^2\,\mathrm{Sh}^2\,M_i}}\;; \tag{8.2а}$$

$$\beta = \alpha\,\frac{z_e}{D(z_e)} - \frac{dD(z)}{dz}\bigg|_{z=z_e}\;; \tag{8.2б}$$

$$M_i = \int_0^H m(z)\,y_i^2(z)\,dz, \tag{8.2в}$$

где L — масштаб корреляции, характеризующий степень когерентности (согласованности) срыва вихрей по высоте вытяжной трубы; ζ_i — относительное конструкционное демпфирование для i-й собственной формы колебаний; C_L — коэффициент подъемной силы; ρ — плотность воздуха ($\approx$1,25 кг/м^3); $D(z_e)$ — диаметр вытяжной трубы на уровне z_e; $m(z)$ — масса трубы на единицу длины; M_i — обобщенная масса для i-й собственной формы колебаний; Sh — число Струхаля; z — высота, на которой

$$\mathrm{Sh} = n_i\,D(z_e)/U(z_e), \tag{8.2г}$$

где $U(z_e)$ — средняя скорость ветра на уровне z_e; n_i — i-я собственная частота колебаний.

Если средняя скорость $U(z_{ref})$ на некоторой стандартной высоте z_{ref} известна, тогда

$$U(z_e) = U(z_{ref})\,(z_e/z_{ref})^{\alpha}. \tag{8.2д}$$

В выражениях (8.2б) и (8.2д) $\alpha = 0{,}14$ для открытой местности, $\alpha = 0{,}25$ для пригородной или городской застройки и $\alpha \approx 0{,}36$ для плотно застроенных центров крупных городов (см. разд. 2.2).

Значения аэродинамических параметров в выражениях (8.2), предложенные в [8.1], составляют: $L = D(z_e)$, $C_L = 0{,}2$ и Sh $= 0{,}22$. Натурные измерения давлений, создающих поперечную силу, которые были выполнены на телевизионной башне в центре Гамбурга [8.2], дали сопоставимые значения для C_L и Sh (рис. 8.3).

Как отмечается в [8.1], приведенную выше методику следует рассматривать как приближенную, использовать ее осторожно и только для железобетонных дымовых труб. К ней следует «относиться критически в случае более легких и обладающих более слабыми демпфирующими свойствами сооружений, например стальных вытяжных труб без футеровки» [8.1]. Более того, даже для железобетонных сооружений эту методику нельзя считать справедливой, если она приводит к значениям реакции $\sigma_y(z_e) > 0{,}007D(z_e)$.

Реакция вытяжной трубы поперек потока вызывается помимо срыва вихрей также и действием поперечных турбулентных пульсаций скорости, которые происходят в набегающем воздушном потоке (см. подразд. 2.3.4) и в спутной струе. В отличие от реакции, вызванной вихревым возбуждением, реакция вследствие турбулентности потока в поперечном направлении возрастает монотонно с увеличением скорости ветра. На сегодняшний день еще не существует каких-либо установившихся аналитических методик для определения реакции, вызванной поперечной турбулентностью потока.

Полезная экспериментальная информация о реакции железобетонной дымовой трубы на ветровые воздействия в натурных условиях

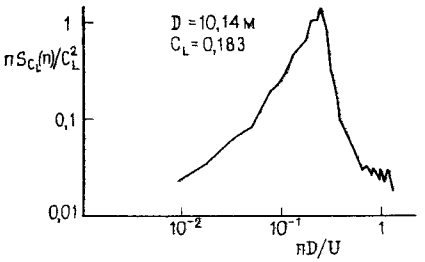
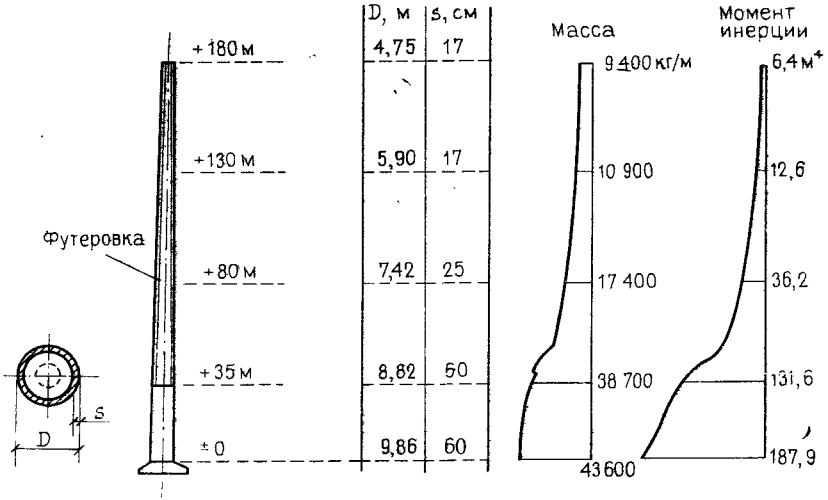


Рис. 8.3. Спектральная плотность коэффициента поперечной силы C_L, полученная в результате измерений на Гамбургской телевизионной башне

Рис. 8.4. Характеристики железобетонной дымовой трубы



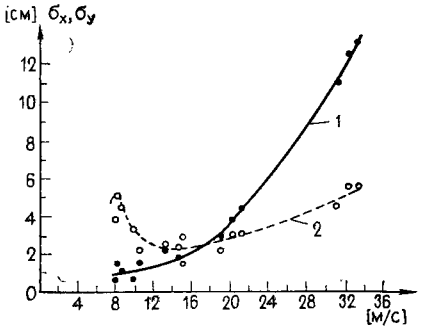


Рис. 8.5. Зависимость амплитуды колебаний от скорости ветра на уровне верха трубы

1 — в направлении ветра; *2* — в поперечном направлении

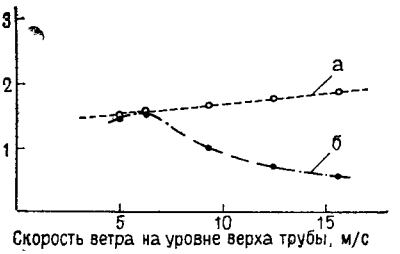


Рис. 8.6. Реакция модели конической вытяжной трубы круглого поперечного сечения [8.4]

а — в направлении ветра; *б* — в поперечном направлении

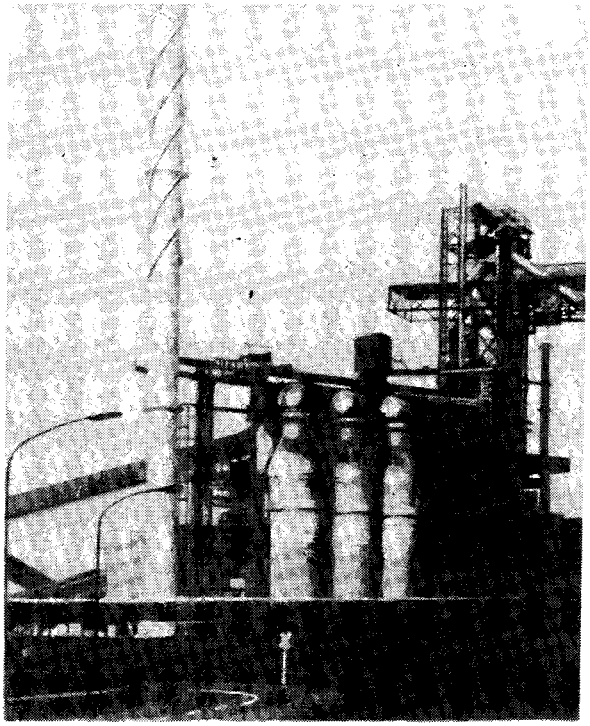


Рис. 8.7. Стальная дымовая труба со спиральными ребрами

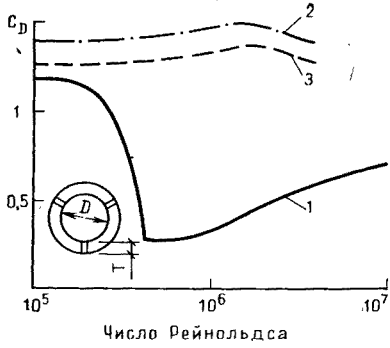


Рис. 8.8 Влияние ребер на коэффициент лобового сопротивления (значения C_D принимаются как для цилиндра без ребер)

1 — гладкий цилиндр; *2* и *3* — цилиндры с ребрами при $T/D=0{,}12$ и $T/D=0{,}06$

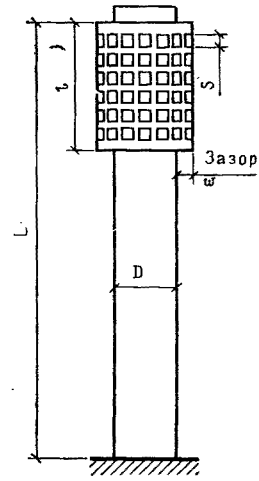


Рис. 8.9. Перфорированная оболочка, установленная на вытяжной трубе [8.6]

опубликована в [8.3] и в сжатом виде приводится ниже. Характеристики этой трубы, для которой $n_1 = 0{,}26$ Гц, $n_2 = 0{,}99$ Гц, $n_3 = 2{,}34$ Гц и $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 \approx 0{,}025$, показаны на рис. 8.4. Зарегистрированное значение показателя степени для степенного закона, описывающего профиль средней скорости ветра в месте расположения дымовой трубы, составляло $\alpha = 0{,}35$. Результаты натурных измерений приведены на рис. 8.5.

Данные проведенных в аэродинамической трубе измерений реакции конической дымовой трубы круглого поперечного сечения в направлении ветра и в поперечном направлении представлены на рис. 8.6 [8.4] в виде отношений максимального значения реакции в направлении потока и в поперечном направлении к среднему значению реакции в направлении ветра.

8.2.2. Снижение колебаний при вихревом возбуждении

Аэродинамические устройства. Для снижения колебаний при вихревом возбуждении обтекаемые тела обычно снабжают различными «подавляющими» устройствами, которые разрушают вихри или уменьшают когерентность их срыва по длине сооружения. Весьма эффективным для этих целей оказалось использование системы спиральных ребер для установки на цилиндрических сооружениях [8.5]. Такая система состоит из трех тонких прямоугольных ребер с шагом спирали, равным 5⊘ трубы, при высоте ребра в радиальном направлении 0,10⊘ трубы (до 0,13⊘ для очень легких или обладающих малым демпфированием сооружений). Эти ребра устанавливают в верхней части вытяжной трубы на участке от 33 до 40% по высоте. Эффективность работы системы не уменьшается при наличии зазора в $0{,}005D$ между ребрами и цилиндрической поверхностью трубы [8.6]. В [8.7] сообщается о замечательных результатах, полученных при использовании этой системы на стальной вытяжной трубе высотой 145 м и диаметром 6 м (при толщине ребер 5 мм, высоте ребра 0,6 м и шаге спирали 30 м) (рис. 8.7). Отметим, что ребра увеличивают лобовое сопротивление трубы, как это видно на рис. 8.8 [8.8].

Для уменьшения когерентности срыва вихрей может быть также эффективным применение перфорированных оболочек (рис. 8.9). Результаты экспериментальных исследований в аэродинамической трубе [8.6] свидетельствуют о том, что колебания значительно снижаются даже тогда, когда такая оболочка экранирует только 25% верхней части испытываемой модели. Оказалось, что наиболее эффективными являются перфорированные оболочки с суммарной площадью проемов от 20 до 36% (со стороной квадратного отверстия $s = 0{,}052$—$0{,}070D$), установленные с зазором $w = 0{,}12D$.

Механические устройства включают гидравлические демпферы и динамические виброгасители.

Использование гидравлических демпферов для снижения колебаний при вихревом возбуждении рассмотрено в [8.9], а также в [8.7], где сообщается об использовании трех гидравлических автомобильных амортизаторов, установленных в плане под углами 120 ° между вытяжной трубой высотой 47 м и отдельно стоящим сооружением на уровне 18 м.

Динамический виброгаситель представляет собой вторичную колебательную систему, установленную на сооружении в его верхней части. При возбуждении гармонических (или квазигармонических) колебаний сооружения динамический виброгаситель будет колебаться в противофазе динамическим перемещениям сооружения и тем самым уменьшит амплитуду его реакции. Основы теории динамических виброгасителей рассмотрены в [8.10, 8.11]. Одним из первых динамических гасителей, использованных для крупного сооружения, был гаситель, запроектированный для Сентерпойнт Тауэр в Сиднее, Австралия. Массой гасителя в этом случае служил резервуар с водой, установленный на этой башне [8.12]. Примеры использования динамических виброгасителей для снижения колебаний башен рассмотрены также в [8.13, 8.14].

8.3. Высокие здания

Аналитические методы оценки реакции высоких зданий поперек воздушного потока и при кручении еще не разработаны, поэтому испытания в аэродинамической трубе являются в настоящее время единственно возможным средством для предсказания таких реакций*.

Как уже отмечалось (см. гл. 4), на обтекание сооружения воздушным потоком и, следовательно, на его реакцию на ветровые воздействия существенно влияют пространственные эффекты, обусловленные геометрическими характеристиками обтекаемого тела. Результаты натурных измерений (см. рис. 8.3 и 8.5), а также испытаний в аэродинамической трубе (см. рис. 8.6) свидетельствуют о том, что если отношение высоты к диаметру цилиндра H/D велико, то реакция поперек потока имеет явно выраженный максимум, который непосредственно связан с периодическим срывом вихрей, даже и в том случае, если набегающий поток характеризуется интенсивной турбулентностью (как это было при проведении натурных испытаний телевизионной башни в Гамбурге, результаты которых представлены на рис. 8.3). Однако при малом отношении H/D пик, связанный с вихреобразованием, существенно уменьшается или исчезает вообще. При плавном потоке в аэродинамической трубе такой случай наблюдается при отношениях $H/D \leqslant 8{,}5$ [8.15]. Отсутствие явно выраженного максимума реакции поперек воздушного потока при вихревом возбуждении колебаний иллюстрируется рис. 8.10 [8.16], на котором показаны перемещения в направлении ветра и в поперечном направлении для модели 64-этажного здания, расположенного в городском районе, которая выполнена в масштабе 1/400.

Характеристики модели были следующие: $H = 0{,}658$ м, $\sqrt{A} = 0{,}154$ м (где A — площадь этажа), $n_x = 8{,}3$ Гц, $n_y = 8{,}49$ Гц и $\zeta \approx 0{,}01$. Подобные результаты получены для моделей с такими же характеристиками, но имеющими различные очертания в плане [8.16].

* Новые работы, связанные с теоретическим прогнозом реакции здания поперек потока и при кручении на основе квазианалитических функций, приведены в [8.82].

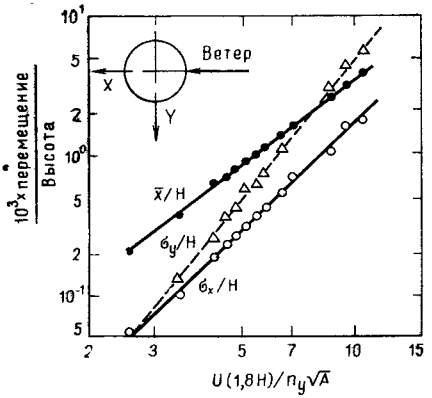


Рис. 8.10. Средние значения перемещений в направлении ветра, а также средние квадратические перемещения в направлении ветра и в поперечном направлении модели 64-этажного круглого в плане здания [8.16]

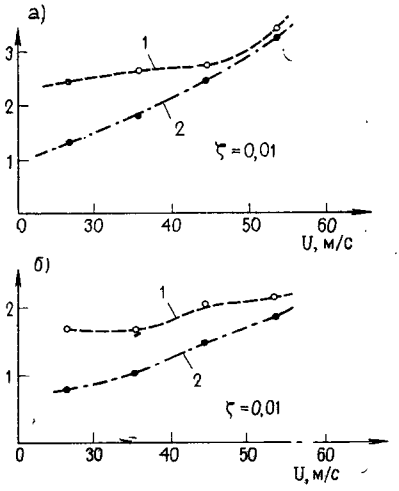


Рис. 8.12. Реакция модели 53-этажного квадратного в плане здания в условиях городской застройки *а* и на открытой местности *б* (единицы измерения те же, что и на рис. 8.6) [8.4]

а — соответствует скорости ветра на высоте 470 м над поверхностью земли; *б* — то же, 300 м; *1* — в направлении ветра; *2* — в поперечном направлении

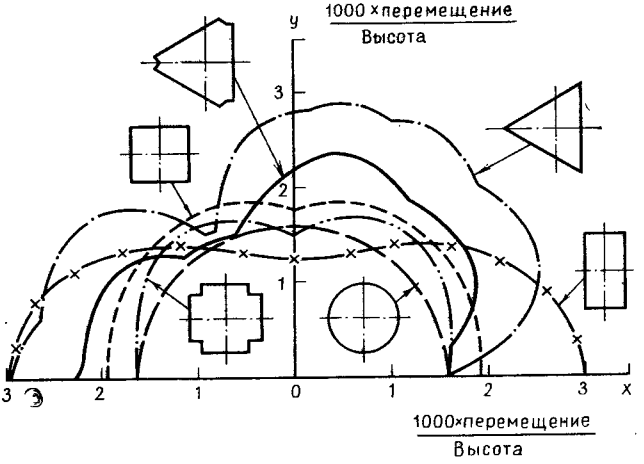


Рис. 8.11. Огибающие максимальных перемещений моделей 64-этажных зданий с различными очертаниями в плане для всех направлений ветра [8.17]

Для них, а также для модели с круглым поперечным сечением огибающая максимальных перемещений, соответствующих скорости ветра $U(H)/n_y\sqrt{A} = 4{,}8$ [U (10) $\approx$ 32 м/с при часовом осреднении для открытой местности] для всех его направлений, представлена на рис. 8.11 [8.17]. Как видно из результатов испытаний в аэродинами-

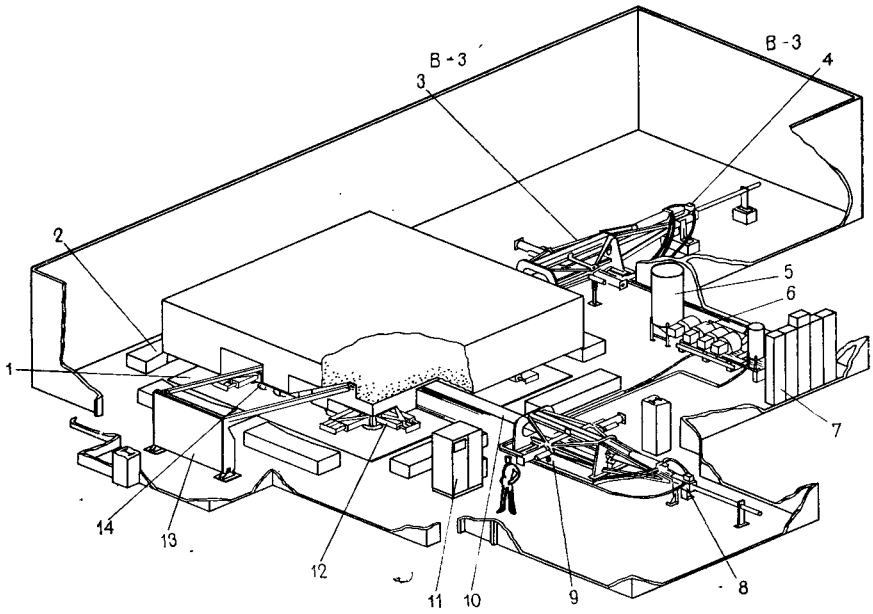


Рис. 8.13. Активный динамический гаситель колебаний системы MTS

1 — опорная поверхность скольжения; *2* — ограничители колебаний; *3* — система пружин, ориентированных в направлении восток—запад; *4* — силовой привод для направления В-З; *5* — резервуар с жидкостью; *6* — насосная станция; *7* — блок управления двигателями насосов; *8* — силовой привод для направления север—юг; *9* — система азотированных пружин; *10* — соединительная штанга; *11* — пульт управления; *12* — упругие ограничители колебаний; *13* — устройство для предотвращения рыскания массы; *14* — опоры скольжения; *15* — бетонный блок массой 400 т (с размерами в плане 9,14×9,14 м)

ческой трубе модели 53-этажного здания (рис. 8.12), характеристики реакции при вихревом возбуждении колебаний являются сходными для городской территории и открытой местности [8.4].

Высказывались предположения, что реакция поперек воздушного потока, подобная приведенной на рис. 8.10, обусловлена галопированием. Однако очевидно, что это явление не может иметь место, поскольку (см. разд. 6.2) тела с круглым поперечным сечением не могут галопировать (этот термин используется здесь в соответствии с определением, данным в гл. 6). Скорее имеются основания отнести реакцию поперек потока за счет совместного воздействия неразрывно связанных между собой турбулентности набегающего потока в поперечном направлении и турбулентности, возникающей при обтекании самого тела.

До сих пор не представляется возможным аргументированно ответить на вопрос о том, может ли переход к масштабу модели, приводящей к искажению числа Рейнольдса при обтекании модели воздушным потоком по сравнению с натурными условиями, оказывать значительное влияние на характер турбулентности спутной струи и, следовательно, на величину реакции поперек потока (см. разд. 9.3).

Совершенно очевидно, что для решения этого вопроса необходимы дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования.

Если только форма здания не является весьма неудачной с точки зрения аэродинамики и если основное конструктивное решение тщательно проработано, то обычно напряжения, связанные с вращательными колебаниями сооружения при действии ветра, оказываются крайне ограниченными. Однако при косом подходе ветра или под действием турбулентности, вызванной большими соседними зданиями, возникают вращательные колебания рассматриваемого здания, которые могут существенно увеличить дискомфорт находящихся в нем людей (см. разд. 10.1).

Чувствительность сооружения к вращательным колебаниям увеличивается, если оно имеет вытянутую в плане форму. В связи с этим было выдвинуто предположение о том, что разрушение оконных стекол в высоких, гибких, вытянутых в плане сооружениях возможно было вызвано вращательными динамическими перемещениями и связанными с ними большими напряжениями в плоскости наружного остекления.

В разд. 8.2 кратко рассмотрены динамические виброгасители, используемые для снижения возбуждаемых ветром колебаний гибких башен. Такие устройства можно также использовать для уменьшения колебаний высоких зданий [8.18]. Отметим, что для обеспечения эффективности их работы возможно придется применить колеблющиеся массы в несколько сотен тонн. Конструкция активного динамического гасителя колебаний системы MTS показана на рис. 8.13. Численные исследования эффективности использования таких гасителей для снижения колебаний высоких зданий приведены в [8.19].

В [8.20] рассмотрены отдельные попытки, предпринятые для измерения характеристик вязкоупругих гасителей, предназначенных для снижения амплитуд колебаний посредством превращения части механической энергии колеблющегося здания в тепловую.

8.4. Висячие и вантовые мосты

Висячие и вантовые мосты следует рассчитывать таким образом, чтобы они могли противостоять силам лобового сопротивления, соответствующим средней скорости ветра. Но такие мосты также восприимчивы к различным аэроупругим эффектам, которые включают дивергенцию (или поперечную потерю устойчивости), вихревые возбуждения колебаний, флаттер, галопирование и бафтинг, сопровождаемый автоколебаниями. Исследование этих явлений возможно лишь на основе данных испытаний в аэродинамической трубе. Различные виды таких испытаний кратко описаны в подразд. 8.4.1. Методики анализа чувствительности поперечных сечений балок жесткости висячих мостов к аэроупругому взаимодействию с воздушным потоком и соответствующие им соображения по расчету представлены в подразд. 8.4.2—8.4.6. Краткий обзор исследований работы висячих и вантовых мостов под действием ветра включен в подразд. 8.4.7.

Ветровые воздействия необходимо учитывать не только для постро-

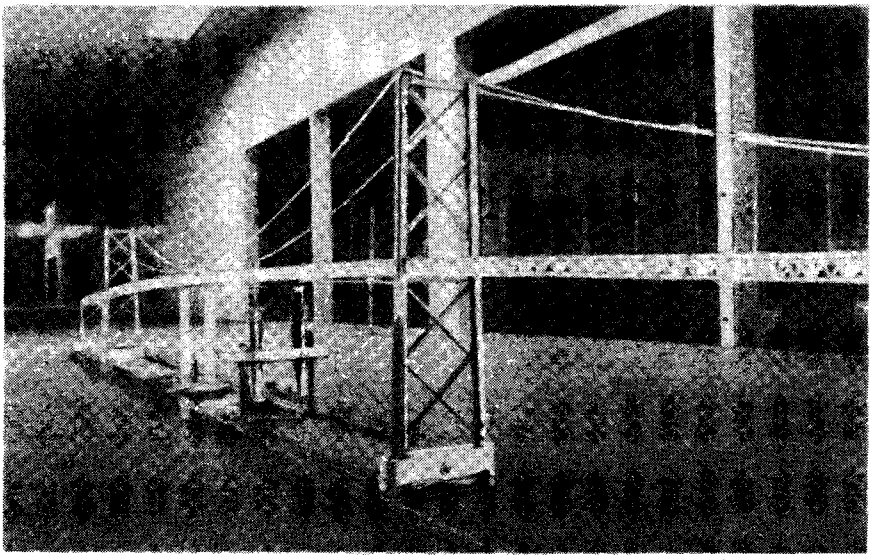


Рис. 8.14. Модель Галифакского моста (с разрешения лаборатории моделирования пограничного слоя в аэродинамической трубе, университет Западного Онтарио)

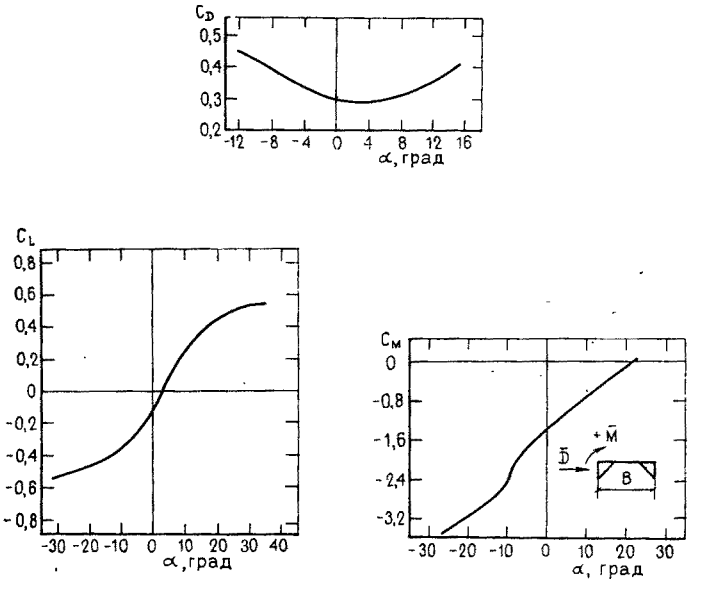


Рис. 8.15. Коэффициенты лобового сопротивления, подъемной силы и аэродинамического момента для нового моста через Такомское ущелье [8.21]

енных мостов, но и для мостов, находящихся в стадии строительства. Обычно в этих двух случаях применяют одни и те же методы испытаний и теоретических исследований. Чтобы уменьшить уязвимость мостов в процессе строительства к повреждениям от ветровых воздействий, используются временные связи и демпфирующие устройства. Кроме того, чтобы свести к минимуму риск возникновения значительных ветровых нагрузок во время строительства, его обычно ведут в такие сезоны, когда появление разрушительных штормов считается маловероятным.

Явления аэроупругости характерны не только для проезжей части моста, но также для его пилонов, подвесок, кабелей. Задачи, связанные с расчетом этих или аналогичных им элементов, рассмотрены в разд. 8.2 и 8.5.

8.4.1. Виды испытаний висячих и вантовых мостов в аэродинамической трубе. Чтобы получить информацию об аэродинамических характеристиках висячих и вантовых мостов, в настоящее время используются следующие три вида испытаний в аэродинамической трубе.

1. Испытания модели всей конструкции моста. Кроме геометрического подобия конструкции моста, такие модели должны удовлетворять критериям подобия относительно распределения масс, приведенной частоты, конструкционного демпфирования и собственных форм колебаний (см. разд. 9.1). Таким образом создание моделей всего моста — сложный процесс, а их стоимость относительно высокая. Обычно масштаб таких моделей порядка 1/300, хотя в отдельных случаях [8.21—8.26] использовался масштаб 1/100. Вид модели всей конструкции моста, установленной в аэродинамической трубе, показан на рис. 8.14.

2. Испытания на моделях типа «упругой полосы» (схематизированные аэроупругие модели) [8.27]. В таких моделях две проволоки, натянутые поперек аэродинамической трубы, выполняют функции основной несущей конструкции, которую затем обстраивают снаружи в соответствии с конфигурацией данного моста. Натянутые проволоки позволяют воспроизводить на модели интервалы частот, включающие основные частоты изгибных и крутильных колебаний моста. Следовательно, такие модели реагируют в лабораторных условиях на действие воздушного потока подобным же образом, как и центральный пролет висячего моста.

3. Испытания на моделях отдельных секций моста (отсечные модели). Модели отдельных секций представляют собой выполненные в определенном масштабе отдельные характерные участки пролетного строения моста. Они упруго оперты по концам, что позволяет воспроизводить вертикальные и угловые перемещения, а для уменьшения аэродинамических концевых эффектов по концам модели обычно устанавливают ограждающие пластины. Отсечные модели сравнительно экономичны. Их можно выполнять в масштабе от 1 : 50 до 1 : 25, поэтому расхождения между числами Рейнольдса* в натурных и лабо-

* Критерии подобия по числу Рейнольдса рассмотрены в гл. 4 и 9.

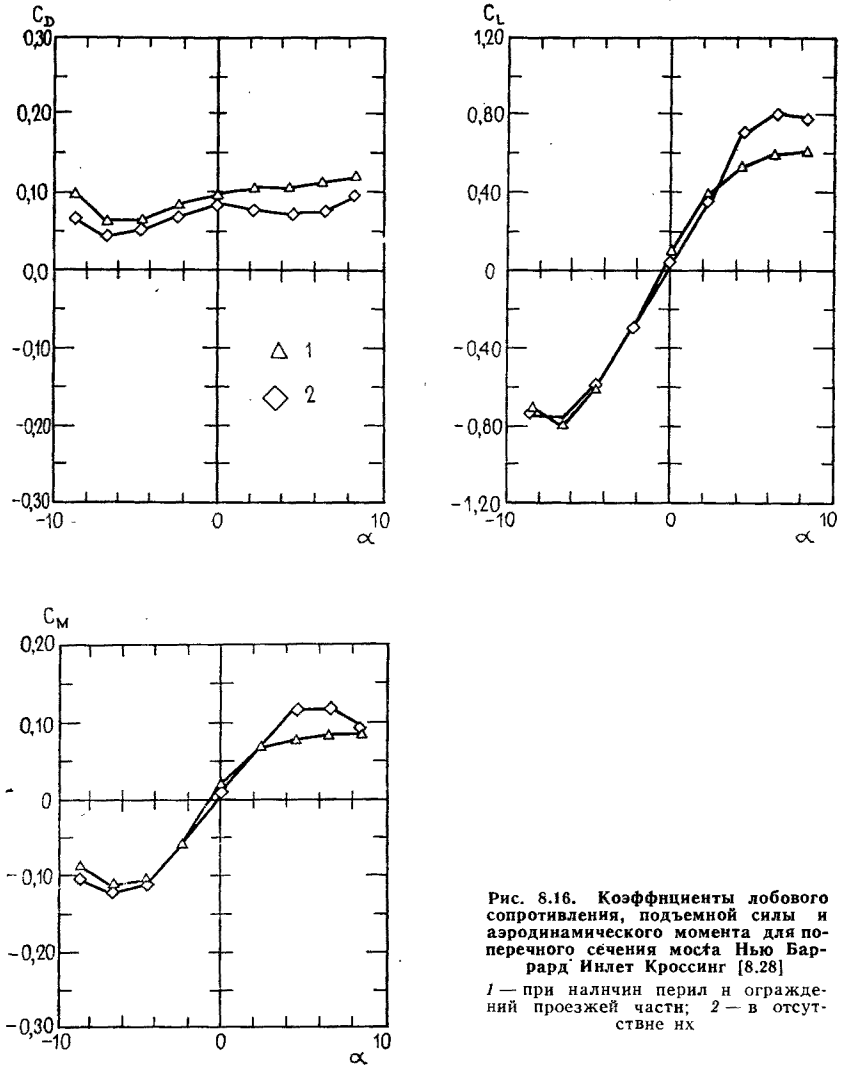


Рис. 8.16. Коэффициенты лобового сопротивления, подъемной силы и аэродинамического момента для поперечного сечения моста Нью Баррард Инлет Кроссинг [8.28]

1 — при наличии перил и ограждений проезжей части; *2* — в отсутствие их

раторных условиях бывают меньше, чем при испытаниях моделей всей конструкции моста. Отсечные модели весьма полезны для получения исходных оценок (на основе простых испытаний) степени аэроупругой устойчивости некоторой формы поперечного сечения моста. И, наконец, отсечные модели имеют то важное преимущество, что позволяют измерять основные аэродинамические характеристики поперечного сечения балок жесткости, которые затем используются для проведения обширных аналитических исследований. Эти характеристики включают:

а) коэффициенты лобового сопротивления, подъемной силы и момента при установившемся обтекании, определяемые следующими соотношениями:

$$C_D = \frac{\overline{D}}{1/2\rho U^2 B}; \tag{8.3}$$

$$C_L = \frac{\overline{L}}{1/2\rho U^2 B}; \tag{8.4}$$

$$C_M = \frac{\overline{M}}{1/2\rho U^2 B^2}, \tag{8.5}$$

где $\overline{D}$, $\overline{L}$ и $\overline{M}$ — средние значения лобового сопротивления, подъемной силы и момента на единицу длины пролета; ρ — плотность воздуха; B — ширина моста; U — средняя скорость ветра в набегающем потоке на уровне проезжей части моста.

Значения этих коэффициентов обычно откладывают на графике в виде функций угла α между горизонтальной плоскостью и плоскостью настила моста. На рис. 8.15 коэффициенты C_D, C_L и C_M приведены для пролетного строения со сквозными фермами нового моста через Такомское ущелье [8.21], а на рис. 8.16 — для предлагаемого коробчатого поперечного сечения балки жесткости улучшенной обтекаемостью моста Нью Баррард Инлет Кроссинг [8.28];

б) аэродинамические коэффициенты при перемещениях H_1^*, H_2^*, H_3^*, A_1^*, A_2^*, A_3^*. Эти коэффициенты характеризуют аэродинамические силы, действующие на мост при его автоколебаниях. Подробная информация по этому вопросу приведена в подразд. 6.5.2. Примеры зависимостей коэффициентов H_i^* и A_i^* от безразмерной частоты для различных типов балок жесткости моста даны в подразд. 8.4.4. Вопросы, относящиеся к определению H_i^* и A_i^* в лабораторных условиях, рассмотрены в [8.29];

в) число Струхаля Sh (см. разд. 4.4).

8.4.2. Дивергенция или поперечная потеря устойчивости пролетного строения моста может рассматриваться как состояние, при котором (при небольшом закручивании плиты проезжей части) нагрузка, создаваемая лобовым сопротивлением конструкции, и нарастающий аэродинамический момент приводят к аэроупругой неустойчивости. Это явление было проанализировано в разд. 6.4 для случая двумерных конструкций. В данном разделе этот метод исследования распространим на общий случай расчета всей конструкции моста.

Для рассмотрения этого случая необходимо экспериментально определить коэффициент аэродинамического момента $C_M(\alpha)$ и матрицу податливости C_T пролетного строения при кручении. Пусть x_i и x_j ($i, j = 1, 2, \ldots, N$) — значения координаты x вдоль пролета моста. Элементы матрицы C_T обозначаются c_{ij} и представляют собой угол закручивания α_i в сечении $x = x_i$, вызванный единичным крутящим моментом, приложенным в сечении $x = x_j$.

Пусть $\{\alpha\}$ — матрица-столбец углов закручивания α_i. В матричных обозначениях имеем

$$\{\alpha\} = C_T \{M\}, \tag{8.6}$$

где $\{M\}$ представляет собой матрицу-столбец крутящих моментов M_j, приложенных в сечении $x = x_j$.

Эти моменты можно записать в виде

$$M_j = 1/2\rho U^2 B^2 BL_j C_M(\alpha_j), \tag{8.7}$$

где ΔL_j — длина участка пролета, соответствующего точке x_j.

Решение задачи сводится к использованию метода последовательных приближений для выражений (8.6) и (8.7). Сначала принимаем, что $\alpha_j = 0$ для всех j, и по формуле (8.7) определяем M_j. После подстановки результатов в матричное уравнение (8.6) получаем столбец значений α_i, снова подставляем их в выражение (8.7), получаем новые значения моментов и т. д. Этот процесс будет сходящимся для любой выбранной скорости, меньшей, чем критическая скорость дивергенции, к которой будут асимптотически приближаться посредством предложенного метода.

Решение упрощается, когда $C_M(\alpha)$ может быть аппроксимирован линейной функцией

$$C_M(\alpha) = \frac{dC_M}{d\alpha}\alpha + C_{M0}, \tag{8.8}$$

где $C_{M0} = C_M(0)$.

Используя обозначение

$$1/p = 1/2\rho U^2 B^2 \Delta L_i \tag{8.9}$$

и принимая, что $\Delta L_i = \Delta L$ для всех i, получаем

$$\{\alpha\} = C_T \frac{1}{p}\left\{\frac{dC_M}{d\alpha}\alpha + C_{M0}\right\} \tag{8.10}$$

или

$$\left[pI - \frac{dC_M}{d\alpha} C_T\right]\{\alpha\} = C_T\{C_{M0}\}. \tag{8.11}$$

Уравнение (8.11) будет иметь решение, равное бесконечности (состояние дивергенции), когда его определитель

$$\left|pJ - \frac{dC_M}{d\alpha} C_T\right| = 0. \tag{8.12}$$

Из выражения (8.12) находим характеристические числа p, большее из них $p = p_c$ соответствует наименьшей скорости $U = U_c$, при которой может произойти дивергенция:

$$U_c = \left[\frac{2}{p_c \rho B^2 \Delta L}\right]^{1/2}. \tag{8.13}$$

Как правило, только мосты с малой крутильной жесткостью подвергаются реальной опасности возникновения дивергенции (поперечной потери устойчивости) при практически достижимых скоростях ветра.

Для многих типов пролетных строений мостов момент, вызываемый горизонтальным воздушным потоком, является *отрицательным*, т. е. закручивает *пролетное строение* таким образом, что создает отрицательный угол атаки для набегающего ветра, который при этом воздействует на *верхнюю часть* балки жесткости. Такие пролетные строения не очень чувствительны к дивергенции при обычном интервале скоростей ветра. Однако если угол наклона *кривой* $dC_M/d\alpha$ от α положителен, то теоретически дивергенция все же возможна.

8.4.3. Захватывание частоты образования вихрей при вихревом возбуждении колебаний. Пролетные строения со сквозными фермами обычно дробят набегающий поток до такой степени, что крупные концентрированные вихри не могут образоваться, и колебания пролетных строений за счет вихревого возбуждения незначительны. Однако при плохообтекаемых балках жесткости, имеющих замкнутые или открытые коробчатые поперечные сечения, известны случаи возникновения интенсивных колебаний при вихревом возбуждении.

Один из таких случаев описан в [8.30]. Для снижения уровня колебаний моста на балку жесткости были дополнительно установлены обтекатели (рис. 8.17), эффективность использования которых подтверждена испытаниями в аэродинамической трубе. Указывается, что в рассматриваемом случае расстояние от поверхности воды до нижней отметки конструкции проектируемого моста невелико, поэтому следовало ожидать, что это существенно повлияет на обтекание пролетного строения воздушным потоком. Учитывая указанное обстоятельство, водную поверхность также моделировали в лаборатории.

Другие примеры поперечных сечений балок жесткости с улучшенной обтекаемостью показаны на рис. 8.18.

Аналитический метод оценки вертикальной реакции при вихревом возбуждении колебаний. Под действием установившегося потока и срыва вихрей модель секции пролетного строения моста подвергалась воздействию подъемных сил, связанных с автоколебаниями и вызываемых вихревым возбуждением. Используя обозначения подразд. 6.5 и принимая, что вертикальные и крутильные формы колебаний не являются связанными за счет аэродинамических факторов, уравнение движения поперечного сечения можно записать в виде

$$m\left[\ddot{h}+2\zeta_h\omega_h\dot{h}+\omega_h^2 h\right]=\frac{1}{2}\rho U^2 B\left[KH_0^*(K)\frac{\dot{h}}{U}+C_{LV}\sin\omega t\right], \qquad (8.14)$$

где ω — угловая частота срыва вихрей; H_0^* и C_{LV} — коэффициенты, которые необходимо определить.

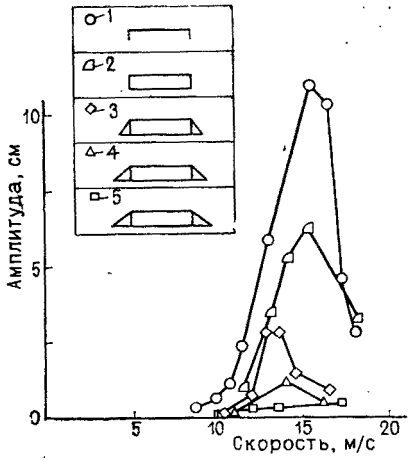
Если модели задано некоторое начальное вертикальное перемещение, то ее реакция запишется в виде

$$h\approx\left(h_0\pm h_t e^{-\gamma\omega t}\right)\sin(\omega t+\varphi), \qquad (8.15)$$

где h_0 — амплитуда установившихся колебаний, φ — начальная фаза, а γ и h_t — константы, устанавливаемые из экспериментальных наблюдений.

В таком случае легко показать, что

$$C_{LV}=4\gamma m\omega_h^2 h_0/(\rho U_s^2 B), \qquad (8.16)$$



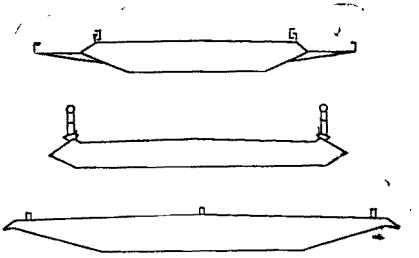


Рис. 8.18. Формы поперечных сечений улучшенной обтекаемости для балок жесткости моста

◀

Рис. 8.17. Вертикальные амплитуды при вихревом возбужденнн перемещений балок жесткости различных поперечных сечений, предложенных для моста через Лонг Крикс [8.30]

1 — исходное поперечное сечение балки жесткости; *2* — при наличин нижней плиты; *3* — с обтекателями длиной 1,8 м; *4* — с обтекателями длиной 2,4 м; *5* — с обтекателями длиной 3 м

где $U_s = n_h A/\mathrm{Sh}\, n_h = \omega_h/2\pi$, A — суммариая площадь проекции пролетного строеиия моста на вертикальную плоскость, перпеидикулярную иаправлеиию среднего течеиия (приходящаяся на единицу пролета); Sh — число Струхаля для пролетиого строения моста, и что

$$H_0^* = 4m/(\rho B^2)\left[\zeta_h \frac{\omega_h}{\omega}\gamma\right]. \tag{8.17}$$

Отметим, что при захватывании частоты образования вихрей

$$\omega \approx \omega_h.$$

При переходе к прототипу безразмерные величины C_{LV} и H_0^* используются следующим образом. Предположим, что ζ_p — относительное конструкционное демпфирование прототипа, тогда суммарное относительное демпфирование (аэродинамическое плюс конструкционное) прототипа можно записать в виде

$$\tilde{\zeta}_p = \zeta_p = \rho B^2/(4m)\, H_0^*. \tag{8.18}$$

Если принять, что реакция прототипа с учетом только первой собственной формы изгибных колебаний $h_1(x)$ выражается зависимостью

$$h(x, t) = h_1(x)\, q_1(t), \tag{8.19}$$

тогда $q_1(t)$ определяется следующим уравнением:

$$M_1[\ddot{q}_1 + 2\tilde{\zeta}_p \omega_1 \dot{q}_1 + \omega_1^2 q_1] = \frac{1}{2}\rho U_s^2\, BC_{LV}\left[\int_0^L h_1(x)\, dx\right]\sin(\omega_1 t + \varphi). \tag{8.20}$$

В уравнении (8.20): ω_1 — угловая частота принятой формы колебаний; M_1 — обобщенная масса, соответствующая этой форме:

$$M_1 = \int_0^L h_1^2(x)\, m(x)\, dx, \tag{8.21}$$

где $m(x)$ — масса, приходящаяся на единицу длины пролета; L — длина пролета моста-прототипа.

В таком случае максимальную амплитуду при вихревом возбуждении резонансных колебаний определяют выражением

$$[h(x)]_{\text{макс}} = \frac{\rho U_s^2 BC_{LV} \int_0^L h_1(x)\,dx}{4M_1 \omega_1^2 \widetilde{\zeta}_p} h_1(x). \qquad (8.22)$$

Например, если $h_1(x)$ принята в виде полуволны синусоиды для пролетного строения моста с равномерно распределенной массой, тогда перемещение в центре пролета равно:

$$\left[h\left(\frac{L}{2}\right)\right]_{\text{макс}} = \frac{\rho U_s^2 BC_{LV}}{m\pi\omega_1^2 \widetilde{\zeta}_p}. \qquad (8.23)$$

Точность приведенной методики достаточна лишь в том случае, если разница между относительным конструкционным демпфированием модели и прототипа незначительна. Если же эта разница велика, тогда данная методика может оказаться неприемлемой вследствие значительных нелинейных эффектов.

Можно также использовать и нелинейную модель (см. подразд. 6.1.1). Если описание поведения сечения моста, заданное уравнением (8.14), преобразовать к следующему виду (типа уравнения Ван-дер-Поля)

$$m\left[\ddot{h} + 2\zeta_h \omega_h \dot{h} + \omega_h^2 h\right] = \rho U^2 BKH^* \left(1 - \varepsilon \frac{h^2}{B^2}\right) \frac{\dot{h}}{U}, \qquad (8.14а)$$

то H^* и ε становятся аэродинамическими параметрами. Предполагается, что они определяются по результатам испытаний отсечных моделей, как это описывается в гл. 6. Далее, можно легко показать, что максимальная амплитуда колебаний по форме $h_1(x)$ приближенно записывается в виде

$$[h_1(x)]_{\text{макс}} = \eta_0 h_1(x), \qquad (8.22а)$$

где

$$\eta_0 = \left[\frac{4\rho B^2 H^* I_1 - 8M_1 \zeta}{\rho B^2 H^* \varepsilon I_2}\right]^{1/2}, \qquad (8.22б)$$

при

$$I_1 = \int_0^L h_1^2(x)\,dx;$$

$$I_2 = \int_0^L \frac{h_1^4(x)\,dx}{B^2}$$

и M_1, определяемой выражением (8.21). В том случае, когда $h_1(x)$ по пролету моста определяется полуволной синусоиды, $I_1 = L/2$ и $I_2 = 3L/8B^2$.

8.4.4. Флаттер

Предсказание скорости флаттера для всего пролетного строения моста. Явление флаттера было довольно подробно рассмотрено в разд. 6.5 применительно к плоской задаче. При рассмотрении всей конструкции моста деформации в отдельных сечениях пролетного строения являются функциями их местоположения по пролету, поэтому допущения, принятые в разд. 6.5, больше не выполняются. Далее, результаты, полученные в разд. 6.5, будут обобщены применительно к колебаниям всей конструкции моста.

Поскольку флаттер в наиболее критических условиях, т. е. соответствующих минимальной скорости ветра, вызывает колебания моста по низшим формам, то обычно достаточно принять, что в этом процессе участвует по одной собственной форме колебаний $h(x)$ и $\alpha(x)$:

$$h(x, t) = h(x)\, p(t); \tag{8.24}$$

$$\alpha(x, t) = \alpha(x)\, q(t). \tag{8.24а}$$

Тогда из (6.61) и (6.63) следует, что уравнения колебаний при флаттере симметричной балки жесткости моста принимают вид

$$M_1\left[\ddot{p} + 2\zeta_h \omega_h \dot{p} + \omega_h^2 p\right] = \frac{1}{2}\rho U^2 (2B)\left[KC_{11} H_1^* \frac{\dot{p}}{U} + KC_{12} \times \right.$$

$$\left. \times H_2^* \frac{B\dot{q}}{U} + K^2 C_{12} H_3^* q\right]; \tag{8.25а}$$

$$I_1\left[\ddot{q} + 2\zeta_\alpha \omega_\alpha \dot{q} + \omega_\alpha^2 q\right] = \frac{1}{2}\rho U^2 (2B^2)\left[KC_{12} A_1^* \frac{\dot{p}}{U} + \right.$$

$$\left. + KC_{22} A_2^* \frac{B\dot{q}}{U} + K^2 C_{22} A_3^* q\right]. \tag{8.25б}$$

Здесь использованы обозначения из разд. 6.5 и

$$M_1 = \int_0^L m(x)\, h^2(x)\, dx; \tag{8.26а}$$

$$I_1 = \int_0^L I(x)\, \alpha^2(x)\, dx; \tag{8.26б}$$

$$C_{11} = \int_0^L h^2(x)\, dx; \tag{8.26в}$$

$$C_{12} = \int_0^L h(x)\, \alpha(x)\, dx; \tag{8.26г}$$

$$C_{22} = \int_0^L \alpha^2(x)\, dx, \tag{8.26д}$$

где L — длина пролета моста; $m(x)$ — масса балки жесткости на единицу длины; $I(x)$ — момент инерции балки жесткости на единицу длины.

Перемещения всей конструкции моста подчиняются уравнениям, которые по форме аналогичны уравнениям колебаний, составленным

для модели отдельной секции. Следовательно, после замены обобщенными аэродинамическими коэффициентами

$$C_{11}H_1^*;\ C_{12}H_2^*;\ \ C_{12}H_3^*;\ \ C_{12}A_1^*;\ \ C_{22}A_2^*;\ \ C_{22}A_3^*$$

аэродинамических коэффициентов, используемых в подразд. 6.5.3 для плоской задачи, т. е. соответственно

$$H_1^*;\ H_2^*;\ H_3^*;\ A_1^*;\ A_2^*;\ A_3^*,$$

решение уравнений колебаний при флаттере становится идентичным решению, рассмотренному в подразд. 6.5.3.

Как указывалось в подразд. 6.5.3, для некоторых типов мостов значения аэродинамических коэффициентов таковы, что вертикальные и угловые перемещения не связаны между собой и при кручении возникает флаттер системы с одной степенью свободы. Для таких мостов критическая скорость (т. е. скорость, при которой наблюдается флаттер) определяется из условия, что суммарное (конструкционное плюс аэродинамическое) демпфирование равно нулю для рассматриваемой формы колебаний, т. е.

$$A_2^* \approx 2I_1\zeta_\alpha/(\rho B^4 C_{22}). \tag{8.27}$$

Обозначим приведенную частоту, для которой выполняется соотношение (8.27), через K_c. Из определения приведенной скорости следует, что критическая скорость $U_c = B\omega_\alpha/K_c$.

Графики изменения коэффициентов H_i^* и A_i^*, характерные для разных типов балок жесткости, показаны на рис. 8.19 и 8.20. По значениям этих безразмерных коэффициентов можно судить о степени опасности возникновения флаттера при различной конфигурации поперечного сечения балки жесткости моста. Они не зависят от таких характеристик сооружения, как его частота. Отметим, что самое малое значение приведенной скорости, отвечающее любому заданному положительному значению коэффициента A_2^* на рис. 8.19, соответствует поперечному сечению № 1 (первоначальный вариант Такомского моста). Чувствительность к флаттеру характерна для балок жесткости со сплошной стенкой или при Н-образной форме поперечного сечения, которые поэтому больше не применяются в проектах висячих мостов.

Возникает вопрос относительно возможности использования при исследованиях колебаний мостов (которые в натурных условиях подвергаются воздействиям турбулентных атмосферных течений) экспериментальных значений H_i^* и A_i^*, получаемых в лабораторных условиях при ламинарном течении. Исчерпывающий ответ на этот вопрос пока не получен, однако сравнительно недавно в работе [8.31] были опубликованы некоторые результаты исследований, в которых значения H_i^* и A_i^* установлены в условиях турбулентных потоков с 11%-ной интенсивностью турбулентности и при продольном и поперечном интегральных масштабах, соответственно равных примерно ширине моста и половине этого размера. Результаты, полученные в работе [8.31], показаны на рис. 8.21—8.25.

Разница в значениях коэффициента A_2^* (который определяет скорость флаттера для мостов с аэродинамически несвязанными вертикальными и угловыми перемещениями), полученных при турбулентном

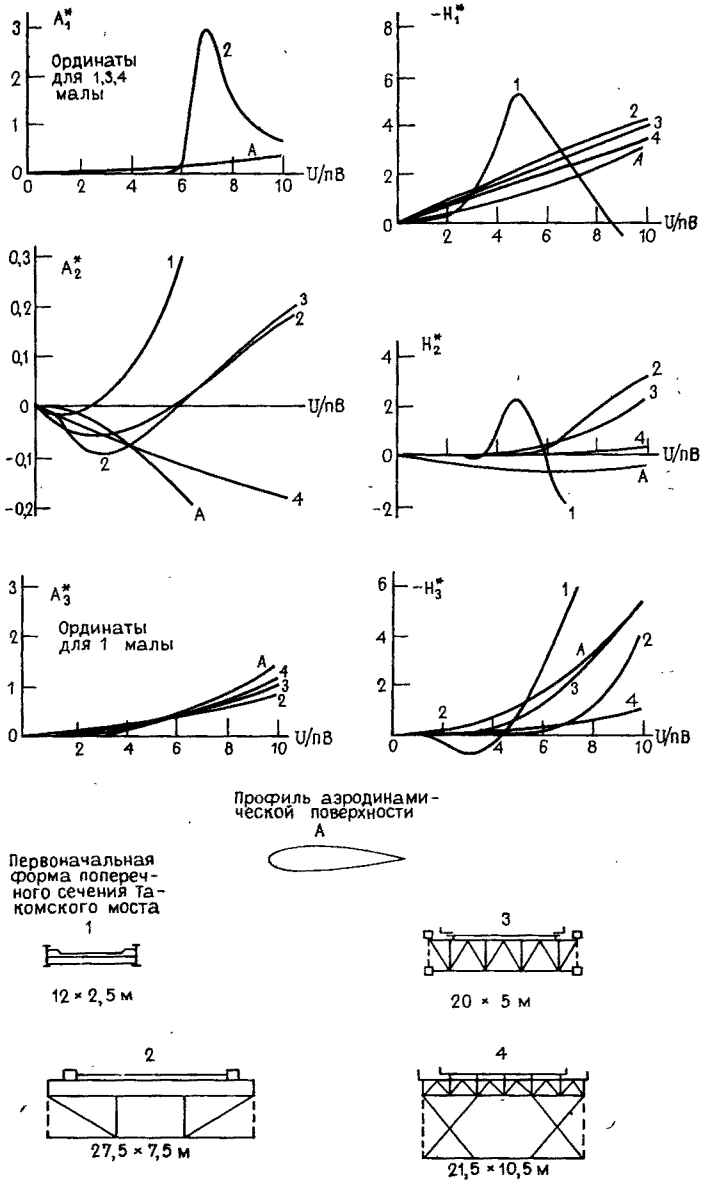


Рис. 8.19. Коэффициенты H_i^* и A_i^* для различных поперечных сечений моста

1, 3, 4 — значения пренебрежимо малы

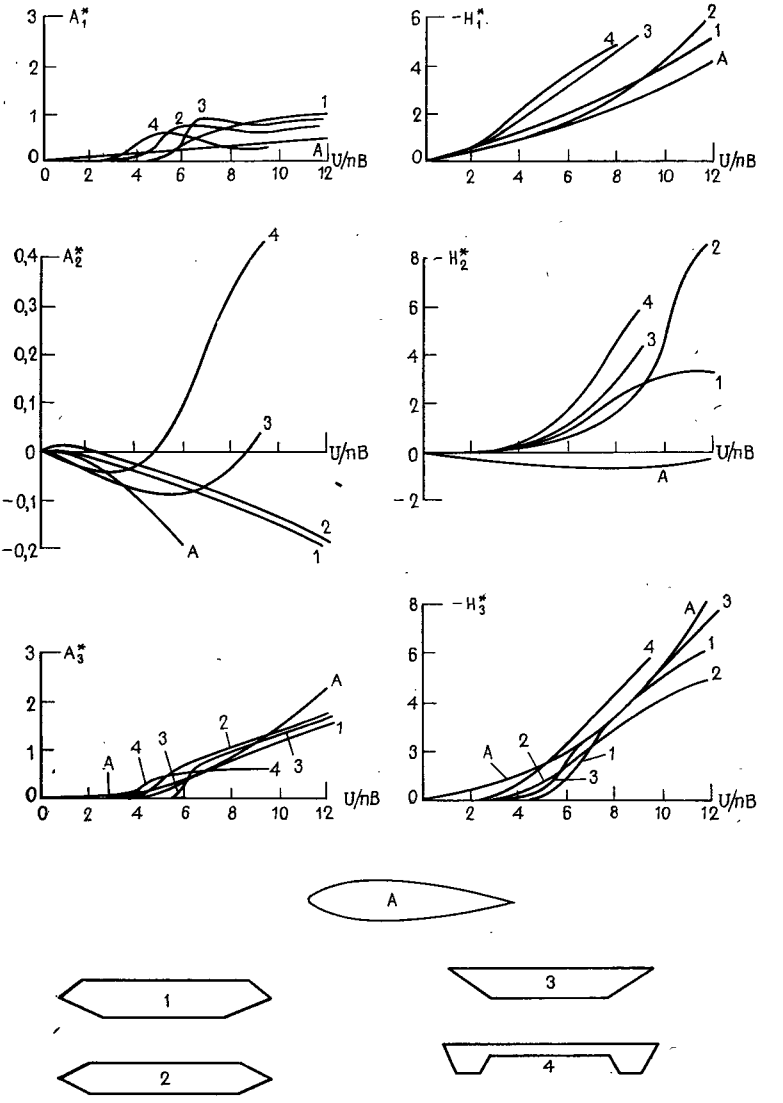


Рис. 8.20. Коэффициенты H_i^* и A_i^* для пролетных строений с различными типами коробчатых поперечных сечений

и ламинарном течениях для приведенных скоростей $U/nB < 12$, составляет примерно 15% или даже меньше.

Влияние характеристик моста на его аэроупругую устойчивость. Аэроупругая устойчивость моста определяется тремя факторами:

1) геометрическими характеристиками балки жесткости. К аэроупругой неустойчивости приводит использование балок жесткости: со сплошными стенками или при Н-образном поперечном сечении; в виде сквозных ферм при сплошной без прорезей или невентилируемой плите проезжей части; имеющих весьма плохообтекаемые поперечные сечения. С другой стороны, устойчивость повышается, если придать балке жесткости обтекаемые формы или применить сквозные фермы в сочетании с вентиляционными отверстиями в плите проезжей части моста или сквозным настилом;

2) частотами колебаний моста. При высоких частотах крутильных колебаний устойчивость повышается. Хорошо сопротивляются закручиванию, например, балки жесткости с закрытыми коробчатыми поперечными сечениями или в виде высоких ферм, объединенных плитой проезжей части и ветровыми связями в сквозную решетчатую конструкцию. С другой стороны, балки жесткости Н-образного поперечного сечения чувствительны к крутильным колебаниям. Конструкция характеризуется повышенной аэроупругой устойчивостью также при высоких частотах изгибно-крутильных колебаний;

3) конструкционное демпфирование моста. Аэроупругая устойчивость моста, естественно, выше, если он обладает относительно большим конструкционным демпфированием.

8.4.5. Галопирование. Чувствительность балки жесткости моста к галопированию можно установить по графикам зависимости коэффициентов подъемной силы и лобового сопротивления C_L и C_D от угла α (см. рис. 8.15 и 8.16). Условие для возникновения неустойчивости типа галопирования имеет вид (см. разд. 6.2)

$$\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D < 0. \tag{8.28}$$

На сегодняшний день не зарегистрировано случаев галопирования висячих мостов с большими амплитудами поперек потока.

Из соотношения (8.28) следует, что необходимо избегать применения таких форм поперечного сечения балок жесткости, которые характеризуются наличием на кривой зависимости коэффициента подъемной силы от угла атаки участков со значительными отрицательными наклонами.

8.4.6. Бафтинг гибких, линейно протяженных сооружений, чувствительных к аэроупругим эффектам, рассмотрен в разд. 6.6. Приближенные выражения для среднего квадрата реакции при бафтинге (определяемой относительно среднего положения деформации сооружения), которые основаны на зависимостях, приведенных в разд. 6.6, были получены в [8.32]. При выводе этих выражений предполагалось, что взаимодействие между вертикальными и крутильными формами колебаний отсутствует. Кроме того, использовались приближения, подобные принятым в [6.84], включая допущения о том, что значи-

тельные вклады в величину реакции вносятся только вихрями с частотами, равными или примерно равными собственным частотам моста. Вследствие их относительной простоты и возможности непосредственного применения в расчетах выражения из [8.32] приведены ниже.

Рассмотрим мост со следующими характеристиками: L — длина пролета моста, B — ширина поперечного сечения, $\alpha_r(x)$ и $h_r(x)$ — r-тые собственные формы колебаний при кручении и изгибе, x — координата вдоль пролета моста, $n_{\alpha r}$ и n_{hr} — r-тые собственные частоты колебаний при кручении и изгибе. $\zeta_{\alpha r}$ и ζ_{hr} — относительное конструкционное демпфирование для r-тых собственных форм колебаний соответственно при кручении и изгибе, $m(x)$ — масса балки жесткости моста на единицу длины, $I(x)$ — момент инерции на единицу длины, взятый относительно оси жесткости сооружения; r — расстояние от центра массы до оси жесткости пролетного строения, A — проекция суммарной площади, приходящейся на единицу длины пролетного строения на вертикальную плоскость, перпендикулярную к среднему направлению ветра и z — возвышение балки жесткости над поверхностью земли (воды). Обозначим через $\alpha(x)$ флуктуации угла закручивания относительно среднего положения α_0, задаваемого выражением (6.90), а через $h(x)$ — вертикальное перемещение. Средние квадраты $\alpha(x)$ и $h(x)/B$ можно приближенно записать в виде

$$\sigma_\alpha^2(x) \approx \sum_{r=1}^{N} \frac{\pi\alpha_r^2(x)}{4\widetilde{\zeta}_{\alpha r}\widetilde{K}_{\alpha r}^3}\left(\frac{\rho B^4 L}{I_r}\right)^2\left(\int_0^L \frac{\alpha_r^2(x)\,dx}{L}\right)\frac{2(c_\alpha - 1)}{c_\alpha^2}\times$$

$$\times \frac{S_{MU}(\widetilde{n}_{\alpha r})}{U^2}; \tag{8.29}$$

$$\sigma_{h/B}^2(x) \approx \sum_{r=1}^{N} \frac{\pi h_r^2(x)}{4\widetilde{\zeta}_{hr}K_{hr}^3}\left(\frac{\rho B^2 L}{M_r}\right)^2\times$$

$$\times\left(\int_0^L \frac{h_r^2(x)\,dx}{L}\right)\frac{2(c_h-1)}{c_h^2}\,\frac{S_{LU}(\widetilde{n}_{hr})}{U^2}, \tag{8.30}$$

где N — число форм колебаний, учитываемых при кручении или изгибе; U — средняя скорость ветра; ρ — плотность воздуха (1,25 кг/м³).

В выражении (8.29)

$$\widetilde{K}_{\alpha r} \approx K_{\alpha r}\left[1 - \frac{I_{\alpha r}}{I_r}A_3^*\left(\frac{U}{n_{\alpha r}B}\right)\right]^{1/2}; \tag{8.29а}$$

$$K_{\alpha r} = B(2\pi n_{\alpha r})/U; \tag{8.29б}$$

$$I_{\alpha r} = \int_0^L \rho B^4 \alpha_r^2(x)\,dx; \tag{8.29в}$$

аэродинамический момент инерции для r-той формы колебаний

$$I_r = \int_0^L I(x)\,\alpha_r^2(x)\,dx; \tag{8.29г}$$

обобщенный коэффициент инерции для r-той формы колебаний

$$\widetilde{\zeta}_{\alpha r}=\frac{1}{\widetilde{K}_{\alpha r}}\left[2\zeta_{\alpha r}K_{\alpha r}-\frac{I_{\alpha r}}{I_r}\widetilde{K}_{\alpha r}A_2^*\left(\frac{U}{\widetilde{n}_{\alpha r}B}\right)\right]; \qquad (8.29д)$$

$$\widetilde{n}_{\alpha r}=U\widetilde{K}_{\alpha r}/2\pi B; \qquad (8.29е)$$

$$c_\alpha=15\widetilde{n}_{\alpha r}L/U, \qquad (8.29ж)$$

$$S_{MU}\left(\widetilde{n}_{\alpha r}\right)\approx C_{ME}^2S_u\left(\widetilde{n}_{\alpha r}\right)+\frac{1}{4}C_{M_0}'^2S_w\left(\widetilde{n}_{\alpha r}\right); \qquad (8.29з)$$

$$C_{ME}=C_M(\alpha_0)+\frac{A_r}{B^2}C_D(\alpha_0); \qquad (8.29и)$$

$$S_u\left(\widetilde{n}_{\alpha r}\right)=\frac{u_*^2}{\widetilde{n}_{\alpha r}}\frac{200\widetilde{f}_{\alpha r}}{\left(1+50\widetilde{f}_{\alpha r}\right)^{5/3}}; \qquad (8.29к)$$

спектр пульсаций продольной компоненты скорости [см. выражение (2.55)]

$$S_w\left(\widetilde{n}_{\alpha r}\right)=\frac{u_*^2}{\widetilde{n}_{\alpha r}}\frac{3{,}36\widetilde{f}_{\alpha r}}{\left(1+10\widetilde{f}_{\alpha r}\right)^{5/3}}; \qquad (8.29л)$$

спектр пульсаций вертикальной компоненты скорости [см. выражение (2.70)]

$$\widetilde{f}_{\alpha r}=\widetilde{n}_{\alpha r}z/U; \qquad (8.29м)$$

$$u_*=U(z_{\mathrm{ref}})/2{,}5\ln\left(z_{\mathrm{ref}}/z_0\right). \qquad (8.29н)$$

Величины A_2^*, A_3^*, $C_M(\alpha_0)$, $C_D(\alpha_0)$, $C'_{M_0}=dC_M/d\alpha|_{\alpha=\alpha_0}$, входящие в выражения (8.29а), (8.29д), (8.29з) и (8.29и), — аэродинамические характеристики поперечных сечений балки жесткости моста, которые необходимо получить экспериментально. В выражении (8.29н): z_{ref} — некоторая стандартная высота, на которой определяется средняя скорость ветра $U(z_{ref})$ (например, высота моста над поверхностью земли или воды); z_0 — параметр шероховатости, характеризующий шероховатость подстилающей поверхности местности (см. табл. 2.1).

В выражении (8.30)

$$K_{hr}=B(2\pi n_{hr})/U; \qquad (8.30а)$$

$$\widetilde{\zeta}_{hr}\cong\zeta_{hr}=\left(M_{\alpha r}/2M_r\right)H_1^*\left(U/n_{hr}B\right); \qquad (8.30б)$$

$$M_{\alpha r}=\int_0^L\rho B^2h_r^2(x)\,dx; \qquad (8.30в)$$

аэродинамическая масса для r-той формы колебаний

$$M_r=\int_0^L M(x)\,h_r^2(x)\,dx; \qquad (8.30г)$$

обобщенная масса для r-той формы колебаний

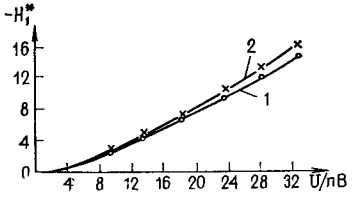


Рис. 8.21. Коэффициенты H_1^* при ламинарном (*1*) и турбулентном (*2*) течениях

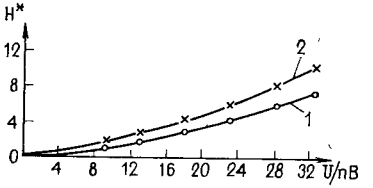


Рис. 8.22. Коэффициенты H_2^* при ламинарном (*1*) и турбулентном (*2*) течениях (для практического использования коэффициенты H_3^* считаются одинаковыми при ламинарном и турбулентном течениях)

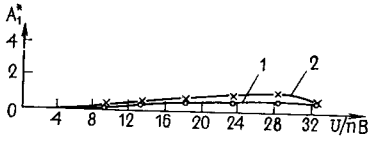


Рис. 8.23. Коэффициенты A_1^* при ламинарном (*1*) и турбулентном (*2*) течениях

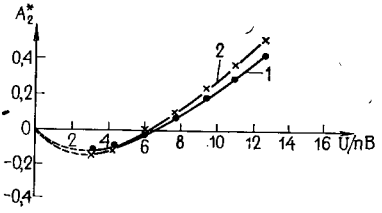


Рис. 8.24. Коэффициенты A_2^* при ламинарном (*1*) и турбулентном (*2*) течениях

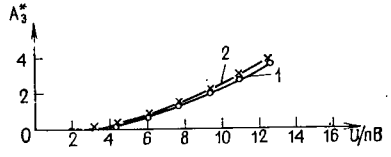


Рис. 8.25. Коэффициенты A_3^* при ламинарном (*1*) и турбулентном (*2*) течениях

$$c_h = \frac{15 n_{hr} L}{U}; \tag{8.30д}$$

$$S_{LU}(n_{hr}) \approx C_L^2(\alpha_0) S_u(n_{hr}) + \frac{1}{4} C_{LE}'^2 S_w(n_{hr}); \tag{8.30е}$$

$$C_{LE}' = C_{L_0}' + (A/B) C_D(\alpha_0); \tag{8.30ж}$$

$$S_u(n_{hr}) = \frac{u_*^2}{n_{hr}} \frac{200 f_{hr}}{(1+50 f_{hr})^{5/3}}; \tag{8.30з}$$

$$f_{hr} = n_{hr} z / U_z^*; \tag{8.30и}$$

$$S_w(n_{hr}) = \frac{u_*^2}{n_{hr}} \frac{3{,}36 f_{hr}}{1+10 f_{hr}^{5/3}}. \tag{8.30к}$$

Величины H_1^*, $C_L(\alpha_0)$, $C_D(\alpha_0)$ и $C_{L_0}' = dC_L/d\alpha|_{\alpha=\alpha_0}$ [выражения (8.30б), (8.30е) и (8.30ж)] — определяемые экспериментально аэродинамические характеристики моста. Величина u_*, входящая в формулу (8.30з), задается выражением (8.29н).

Основные особенности конструкции моста, которые связаны с его реакцией при бафтинге, отражены в параметрах выражений (8.29) и (8.30). Так, мосты с широкой проезжей частью характеризуются, как

правило, большими значениями реакций при бафтинге. Повышенную чувствительность к бафтингу проявляют также мосты, у которых балки жесткости имеют поперечные сечения со значительным лобовым сопротивлением или для которых наклон кривых зависимостей коэффициентов подъемных сил и моментов от угла атаки достаточно велик. Что касается динамических характеристик моста, то очевидно, что увеличение конструкционного демпфирования и жесткости приводит к снижению реакции при бафтинге.

8.4.7. Обзор исследований по изучению работы висячих и вантовых мостов. После катастрофы Такомского моста в 1940 г. исследования аэродинамики висячих мостов проводили Фаркварсон, Винсент, фон Карман и Дунн [8.21] и независимо от них Штейнман [8.33, 8.34]. Впоследствии исследователями Принстонского университета (Нью-Джерси) был разработан и применен метод, основанный на идентификации аэроупругого поведения поперечных сечений моста с помощью экспериментально определяемых аэродинамических коэффициентов свободно колеблющихся моделей [8.35—8.37]. Дополнительные исследования, основанные на таком подходе, были выполнены Федеральным управлением шоссейных дорог [8.32, 8.38]. Изучение обтекания моделей секций мостов турбулентным потоком и влияния на этот процесс спутной струи проводилось недавно в Политехническом институте штата Виргиния [8.39—8.41].

В Великобритании проведенные Скрутоном и другими научными сотрудниками Национальной физической лаборатории исследования на моделях и натурных объектах легли в основу проекта моста через р. Северн и других сооружений [8.22, 8.23, 8.24 — 8.46]. С начала 60-х годов в Японии интенсивные научные изыскания ведутся по следующим направлениям: разработка методики получения аэродинамических коэффициентов при перемещениях сооружения, применение таких коэффициентов в аналитических исследованиях, учет нелинейных аэродинамических эффектов [8.24, 8.47—8.53]. В Канаде университетом Западного Онтарио и Национальным научно-исследовательским советом изучалась работа реальных сооружений и их моделей в виде «упругой полосы» и отсечных [8.25, 8.27, 8.28, 8.54—8.56]. О большом объеме научных исследований, проведенных в Норвегии, ФРГ, Франции и Бельгии, сообщается в трудах [8.58—8.65].

8.5. Элементы строительных конструкций, висячие вантовые покрытия и линии электропередачи

8.5.1. Элементы строительных конструкций круглого, квадратного, двутаврового или Н-образного сечения могут быть чувствительны к возбуждаемым ветром колебаниям особенно при срыве вихрей. Если чувствительность элемента к вихревому возбуждению колебаний создает определенные трудности, обычно применяют одно из следующих решений.

Во-первых, можно увеличить жесткость элемента, чтобы критическая скорость ветра превышала скорости, появление которых сле-

дует ожидать в течение срока службы сооружения. Для вычисления критической скорости U_{cr} используют следующее выражение:

$$U_{cr}=n_1 D/\mathrm{Sh}, \tag{8.31}$$

где n_1 — основная частота колебаний элемента поперек воздушного потока; D — его размер в этом направлении; Sh — число Струхаля для данного элемента.

Так как поперечный размер D отдельного элемента невелик по сравнению с интегральным масштабом атмосферной турбулентности, то с точки зрения аэродинамики можно считать, что элемент работает так, как если бы поток характеризовался плавным течением. В таком случае число Струхаля берется из табл. 4.1.

Во-вторых, можно использовать устройства, которые нарушают когерентность срыва вихрей. Для элементов круглого поперечного сечения применяют спиральные ребра и перфорированные оболочки аналогичной конструкции и с такими же характеристиками, как указано в разд. 8.2. На рис. 8.26 показано разрушающее вихри устройство в виде расположенных в шахматном порядке ребер, которые успешно применили для подавления колебаний висячего трубопроводного моста [8.66]. Такое устройство оказалось бы неэффективным, если бы элемент подвергался воздействию ветра произвольного направления (например, при вертикальном расположении элемента), а не только параллельного плоскости ребер. На рис. 8.27 показана перфорация стенки элемента двутаврового сечения, которая также оказывается полезной для снижения колебаний при вихревом возбуждении.

И, наконец, в отдельных случаях можно установить динамические виброгасители. Принцип работы таких устройств рассмотрен в разд. 8.2. Пример использования динамических виброгасителей для контроля за колебаниями двутавровых элементов моста подробно описан в [8.67]. Гасители были выполнены в виде гибкого, взятого в резиновую оболочку консольного стержня с грузом на нижнем конце. Используемый груз может приближенно равняться от 0,75% и более массы элемента конструкции.

Для уменьшения возбуждаемых вихрями колебаний одиночных кабелей, например в вантовых мостах или подвесках висячих мостов, можно применить установку связей между кабелями, фрикционные и гидравлические демпферы или динамические виброгасители. Если же предотвратить колебания не удается, тогда следует предусмотреть такие анкерные устройства, чтобы избежать усталостные повреждения кабеля в местах его закрепления.

8.5.2. Висячие вантовые покрытия. Колебания висячих вантовых покрытий возникают преимущественно под действием аэродинамических сил при бафтинге, которые обусловлены турбулентностью набегающего потока и турбулентностью, возникающей при обтекании самого сооружения. По всей видимости, флаттер (самовозбуждающиеся колебания) висячих вантовых покрытий встречается редко, так как в большинстве конструкций покрытий не развивается перемещений достаточных, чтобы вызвать значительные изменения аэродинамических сил. Величину сил при бафтинге можно установить путем испытаний

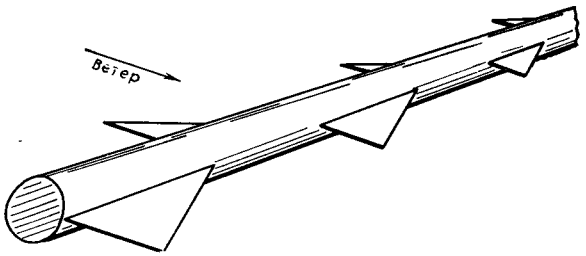
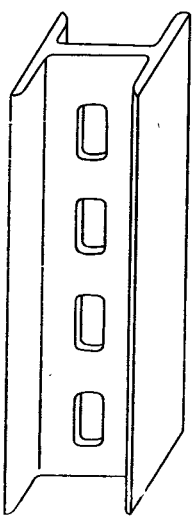


Рис. 8.26. Расположение стабилизаторов в шахматном порядке на висячем трубопроводном мосту [8.66]



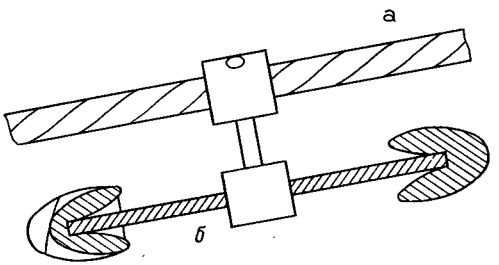


Рис. 8.28. Динамический виброгаситель Стокбриджа
а — провод линии электропередачи; *б* — трос гасителя колебаний

Рис. 8.27. Перфорированная стенка элемента двутаврового сечения

упругих или жестких моделей в аэродинамической трубе [8.68]. В последнем случае функции, характеризующие нагрузки на покрытие и используемые при динамических исследованиях, можно получить по записям изменяющихся во времени давлений.

Нежелательные колебания не возникнут, если висячее вантовое покрытие обладает достаточной жесткостью. Жесткость обеспечивается посредством утяжеления покрытия, например при использовании сборных железобетонных панелей; предварительным напряжением вант и (или) устройством стабилизирующей системы растянутых тросов с кривизной, противоположной кривизне основной несущей системы. В покрытиях двоякой кривизны несущие и стабилизирующие тросы образуют сеть, которая в большинстве случаев является ортогональной. За исключением тщательно разработанных конструкций, колебания таких покрытий вызывают серьезные трудности, что в прошлом приводило к необходимости установки дополнительных связей и смазки пересечений тросов для уменьшения шума, вызванного их трением друг об друга. В покрытиях одинарной кривизны стабилизирую-

щие тросы можно расположить несколько ниже основной несущей системы, как это сделано в известной «Атике», зрительном зале Нью-Йорка. Два ряда тросов и вертикальные связующие элементы образуют достаточно жесткую конструкцию, что предотвращает появление каких-либо значительных колебаний при вихревом возбуждении.

8.5.3. Линии электропередачи. Основные проблемы при колебаниях кабелей, перекрывающих большие пролеты, и проводов линий электропередачи связаны с вихреобразованием, галопированием кабеля по всему пролету и галопированием на части пролета, вызванным спутной струей.

Колебания при вихревом возбуждении или эоловые колебания кабелей с большими пролетами, как правило, вызываются ветрами со скоростями примерно 2—10 м/с. Эти колебания порождают пакеты случайных волн в узкой полосе частот, которые достигают опор кабелей. Так как кабель не является идеально гибким, то вблизи опор волны вызывают его изгиб с переменными напряжениями, которые приводят в результате к усталостному разрушению, если не принять мер защиты [8.69—8.71]. В многожильных скрученных проводах усталостное разрушение может быть вызвано трением за счет относительного сдвига отдельных проводников, что затрагивает главным образом внутренние проволоки.

Методы, применяемые для предупреждения усталостного разрушения, включают устройство специальных упругих опор, которые ослабляют напряжения от изгиба, и использование динамических гасителей колебаний, таких как классический виброгаситель Стокбриджа [8.72—8.74]. Виброгаситель Стокбриджа (рис. 8.28) состоит из массы, колеблющейся в противофазе, и является достаточно эффективным в относительно широкой полосе частот. Он предназначен для того, чтобы в значительной мере ослабить (подавить) последнюю полуволну (ближайшую к опоре) пакета случайных волн, распространяющихся по проводам при вихревом возбуждении колебаний.

Подобно всем устройствам такого типа (см. разд. 8.2) виброгаситель Стокбриджа не вызывает интенсивную диссипацию энергии. Это просто антирезонансное устройство с упруго закрепленной массой. Виброгасители Стокбриджа и другие аналогичные устройства нашли широкое применение.

Галопирование проводов линий электропередачи по всему пролету наиболее характерно при обледенении проводов. Образовавшийся лед изменяет контур поперечного сечения проводов и делает их более подверженными галопированию [8.75—8.77].

Способы и средства для уменьшения галопирования проводов линий электропередачи включают: плавление льда путем пропускания на некоторое время по обледеневшим проводам тока высокой частоты, который нагревает их; установку чувствительных к галопированию датчиков у мачт в тех районах, где происходит обледенение проводов; использование противогалопирующих аэродинамических устройств, предназначенных для уменьшения местных течений; установку в центре пролета виброгасителей колебаний.

Галопирование, охватывающее часть пролета или поперечное галопирование в спутной струе (см. разд. 6.3), неоднократно наблюдалось в параллельных проводах расщепленной фазы линии электропередачи [8.78—8.80]. В качестве мер противодействия этому явлению предусматривали отделение друг от друга проводов расщепленной фазы посредством специальных распорок и увеличение демпфирования с помощью рассеивающих энергию распорок или уменьшение натяжения проводов, что в результате приводит к увеличению демпфирования системы. Ни одно из этих решений не дало полного эффекта. В частности, некоторые весьма сложные и дорогостоящие распорки с шарнирными сочленениями и подпружиненными рычагами в работе оказались неудовлетворительными.

Более простыми (хотя опять-таки дорогими) представляются следующие решения: значительное увеличение числа распорок между опорами, что уменьшит длину пролета отдельных участков проводов и соответственно увеличит их частоты; непрерывное закручивание между опорами пучка проводов, образующих расщепленную фазу, что нарушает когерентность срыва вихрей в спутной струе наветренного провода. Это последнее решение пока еще считается невыполнимым в полевых условиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛ. 8

8.1 B.J. Vickery and A. W. Clark, «Lift or Across-Wind Response of Tapered Stacks», *J. Struct. Div.*, ASCE **98**, No. STI (Jan. 1972)1—20.

8.2 H. Ruscheweyh, «Wind loadings on the television tower, Hamburg, Germany», *J. Ind. Aerodyn.*, **1**, 4 (Aug. 1976) 315—333.

8.3 F. P. Müller and H. Nieser, «Measurements of wind-induced vibrations on a concrete chimney,» *J. Ind. Aerodyn.*, **1**, 3 (Feb. 1976) 239—247.

8.4 B. J. Vickery, «On the Reliability of Gust Loading Factors,» in *Proceedings of the Technical Meeting Concerning Wind Load on Buildings and Structures*, Building Science Series 30, National Bureau of Standards, Washington. D. C. 1970, pp. 93—104.

8.5 C. Scruton, *Note on a Device for the Suppression of the Vortex-Excited Oscillations of Flexible Structures of Circular or Near Circular Section, with Special Reference to its Application to Tall Stacks, NPL Aero Report No.* 1012, National Physical Laboratory, Teddington, U. K., 1963.

8.6. D. E. Walshe and L.R. Wooton, «Preventing wind-induced oscillations of structures of circular section, «*Proc Inst Civ.* Eng., **47** (1970) 1—24.

8.7 G. Hirsch and H. Ruscheweyh, «Full-scale measurements on steel chimney stacks», *J. Ind. Aerodyn.*, **1**, 4 (Aug. 1976) 341—347.

8.8 L. R. Wooton and C. Scruton, «Aerodynamic Stability», in *Modern Design of Wind - Sensitive Structures*, Construction Research and Information Association, London. 1970.

8.9 A. Brunner, «Amortisseur d'oscillations hydraulique pour cheminées,» *Journées de l' Hydraulique*, 8. Part III, Lille, France (1964).

8.10 J.P. Den Hartog, *Mechanical Vibrations*, Fourth Ed., McCow-Hill. New York, 1956.

8.11 J. C. Snowdon. *Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems*, Wiley, New York. 1968.

8.12 «Tower's Cables Handle Wind, Water Tank Damps It», *Eng. News Rec.*, **187**, No. 24 (Dec. 1971) 23.

8.13 R. H. Scanlan and R. L. Wardlaw. «Reduction of Flow-Induced Structural Vibrations», in *Isolation of Mechanical Vibration and Noise*. AMD Vol. 1., Sect. 2, ASME. New York, 1973, pp. 35—63.

8.14 N. Isyumov and A. G. Davenport, «The Effectiveness of Tuned Mass Dampers for Suppression of Wind-Induced Vibrations of the CN Tower Antenna» *Can. J. Civ. Eng.* (in press).
8.15 L.R. Wooton, «The oscillations of large circular stacks in wind», *Proc. Inst. Civ. Eng.*, **43** (1969) 573—598.
8.16 A.G. Davenport, «The responce of six building shapes to turbulent wind», *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, A**269** (1971) 385—394.
8.17 L.E. Robertson and P. W. Chen, «The Treatment of Wind in the Design of Very Tall Buildings», *Proceedings of the Technical Meeting Concerning Wind Loads on Buildings and Structures*, Building Science Series 30, National Bureau of Standards, Washington, D. C., 1970, pp. 107—114.
8.18 «Hancock Tower Now to Get Dampers,» *Eng. News Rec.*, **195**, No. 18 (Oct. 1975) 11.
8.19 J.R.Amyot, R.L. Wardlaw, K. R. Cooper and G.P. Van Blockland, *Computer Studies of a Vibration Damper for Wind-Induced Motion of a Tall Building*, Laboratory Technical Report No. LTR-AN-8, NAE, National Research Council, Ottawa, Canada, 1976 (in press).
8.20 P. Mahmoodi, «Structural Dampers», *J. Struct. Div.*, ASCE, **95**, No. ST8, Proc. Paper 6725 (Aug. 1969) 1661—1672.
8.21 F. B. Farquharson (Ed.), *Aerodynamic Stability of Suspension Bridges*, Parts I—V, Bulletin No. 116, University of Washington Engineering Experiment Station, Seattle, 1949—1954.
8.22 C. Scruton, «Severn Bridge Wind Tunnel Tests, «*Surveyor*, **107**, No. 2959 (Oct. 1948) 555.
8.23 C. Scruton, «Experimental Investigation of Aerodynamic Stability of Suspension Bridges with Special Reference to Proposed Severn Bridge», *Proc. Inst. Civ. Eng.*, **1**, Part 1, No. 2 (Mar. 1952) 189—222.
8.24 A. Hirai, I. Okauchi and T. Miyata, «On the Behavior of Suspension Bridges Under Wind Action». in *Proceedings of the International Symposium on Suspension Bridges*, Laboratorio National de Engenharia Civil, Lisbon, 1966, pp. 249—256.
8.25 A.G. Davenport, N. Isyumov, D. J. Fader and C.F.P. Bowen, *A Study of Wind Action on a Suspension Bridge During Erection and Completion*, Report No. BLWT-3-69 with Appendix BLWT-4-70, Faculty of Engineering Science, University of Western Ontario London, Canada, May 1969 and March 1970.
8.26 W.H. Melbourne, *West Gate Bridge Wind Tunnel Tests*, Internal Report, Department of Mechanical Engineering, Monash University, Clayton, Victoria, Australia.
8.27 A.G. Davenport, «The Use of Taut Strip Models in the Prediction of the Response of Long-Span Bridges to Turbulent Wind Flow-Induced Structural Vibrations», in *Proceedings of the IUTAM-IAHR Symposium on Flow-Induced Structural Vibrations*, Karlsruhe, West Germany, 1972, Springer-Verlag, Berlin, 1974, pp. 373—382.
8.28 R.L. Wardlaw, *Static Force Measurements of Six Deck Sections for the Proposed New Burrard Inlet Crossing*, Report No. LTR-LA-53, NAE, National Research Council, Ottawa, Canada, 1970.
8.29 R.H. Scanlan. *Recent Methods in the Application of Test Results to the Wind Design of Long, Suspended-Span Bridges*, Report No. FHWA-RD-75-115. Federal Highway Administration, Office of Research and Development, Washington, D.C., 1975.
8.30 R.L. Wardlaw and L.L. Goettler, *A Wind Tunnel Study of Modifications to Improve the Aerodynamic Stability of the Long's Creek Bridge*, Report No. LTR-LA-8, NAE, National Research Council, Ottawa, Canada, 1968.
8.31. W.H. Lin, «Forced and Self-Excited Responses of a Bluff Structure in a Turbulent Wind», doctoral dissertation, Department of Civil Engineering, Princeton University, 1977.
8.32 R.H. Scanlan and R H. Gade, «Motion of Suspended Bridge Spans Under Gusty Wind», *J. Struct. Div.*, ASCE, 1977 (in press).
8.33 D.B. Steinman, «Aerodynamic Theory of Bridge Oscillations». *Proc. ASCE*. 75. 8 (Oct. 1949) 1147—1184.

8.34 D.B. Steinman, «Aerodynamic Theory of Bridge Oscillations», *Proc. ASCE*, **76** 1 (Jan. 1950) 154—158.
8.35 R. H. Scanlan and A. Sabzevari, «Experimental Aerodynamic Coefficients in the Analytical Study of Suspension Bridge Flutter», *J. Mech. Eng. Sci.*, Institution of Mechanical Engineers, London, **11**, 3 (June 1969) 234—242.
8.36 R.H. Scanlan and J.J. Tomko, «Airfoil and Bridge Deck Flutter Derivatives», *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, **97**, No. EM6 (Dec. 1971).1717—1737.
8.37 R.H. Scanlan, J. G. Béliweau and K.S. Budlong, «Indicial Aerodynamic Functions for Bridge Decks». *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, **100**, No. EM4 (Aug. 1974) 657—672.
8.38 R. H. Gade, H. R. Bosch and W. Podolny, Jr., «Recent Aerodynamic Studies of Long-Span Bridges», *J. Struct. Div.*, ASCE, **102**, No. ST7 (July 1976) 1299—1315.
8.39 T. A. Reinhold, H. W. Tieleman and F. J. Maher, *The Torsional Response of a Suspension Bridge Stiffening Truss Model to Turbulence and to an Upstream Obstacle*, Report No. VPI-E-74—28. Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Va., 1974.
8.40 T. A. Reinhold, H.W. Tieleman and F. J. Maher. *Decay of the Wake of a Box Girder*. Report No. VPI-E-75-18. Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg, Va., 1975.
8.41 T.A. Reinhold, H. W. Tieleman, and F. J. Maher, *Wake Study of a Suspension Bridge Stiffening Truss*, Report No. VPI-E-75-17, Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Va., 1975.
8.42 G. Roberts. «The Severn Bridge. A New Principle of Design», *Proceedings of the International Symposium on Suspension Bridges*, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, 1966, pp. 629—639.
8.43 C. Scruton, *Experimental Investigation of the Aerodynamic Stability of Suspension Bridges*. Report No. 165, National Physical Laboratory, Teddington, U. K., 1948.
8.44 C. Scruton, *Experiments on the Aerodynamic Stability of Suspension Bridges: Results of Tests of a Full Model in Horizontal Winds*, Report No. 185. National Physical Laboratory, Teddington, U. K., 1950.
8.45 D.E. Walshe, *The Aerodynamic Investigation for a Box-Type Roadway Deck for a Suspension Bridge Proposed for the Humber Crossing*, Special Report No. 012, National Physical Laboratory, Teddington, U.K., 1968.
8.46 D.E. Walshe, *The Aerodynamic Investigation for the Suspended Structure of the Proposed Bosporus Bridge*, Special Report No. 020, National Physical Laboratory, Teddington, U.K., 1969.
8.47 A. Hirai and T. Okubo, «On the Design Criteria Against Wind Effects for Proposed Honshu-Shikoku Bridges», in *Proceedings of the International Symposium on Suspension Bridges*, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, 1966, pp. 165—272.
8.48 M. Ito. «On the Wind-Resistant Design of Truss-Stiffened Suspension Bridges», in *Proc. Second USA — Japan Research Seminar on Wind Effects on Structures*, Kyoto, 1974, University of Tokyo Press, 1976, pp. 285—296.
8.49 N. Shiraishi, «On the Aerodynamic Responses of Truss-Stiffened Bridge Sections in Fluctuating Wind Flows, in *Proceedings of the IUTAM-IAHR Symposium on Flow-Induced Structural Vibrations*, Karlsruhe, West Germany, 1972, Springer-Verlag, Berlin, 1974, pp. 401—405.
8.50 I. Konishi, N. Shiraishi, and M. Matsumoto, «Aerodynamic Response Characteristics of Bridge Structures», in *Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, London, 1975, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., 1976, pp. 199—208.
8.51 T. Okubo, N. Narita, and K. Yokoyama, «Some Approaches for Improving Wind Stability for Cable-Stayed Girder Bridges», in *Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, London, 1975, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., 1976, pp. 241—249.
8.52 Y. Nakamura and T. Yoshimura, «Binary Flutter of Suspension Bridge Deck Sections», *J. Eng Mech. Div.* ASCE, **102**, No. EM4 (Aug. 1976) 685—700.

8.53 T. Miyata, Y. Kubo, and M. Ito. «Analysis of Aeroelastic Oscillations of Long-Span Structures by Nonlinear Multi-Dimensional Procedures», in *Proceeding of the Fourh International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, London, 1975, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., 1976, pp. 215—225.
8.54 R. L. Wardlaw, *A Preliminary Wind Tunnel Study of the Aerodynamic Stability of Four Bridge Sections for the Proposed New Burrard Inlet Crossing*, Report No. LTR-LA-31. NAE, National Research Council, Ottawa, Canada, 1969.
8.55. R.L. Wardlaw. «Some Approaches for Improving the Aerodynamic Stability of Bridge Road Decks», in *Proceedings of the Third International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo, 1971, Saikon, Tokyo, 1972, pp. 931—940.
8.56 R. L. Wardlaw, *A Wind Tunnel Study of the Aerodynamic Stability of the Proposed Pasco-Kennewick Intercity Bridge*, Report No. LTR-LA-163, NAE, National Research Council, Ottawa, Canada, 1974.
8.57 H.P.A.H. Irwin, *Wind Tunnel and Analytical Investigation of the Response of the Lions' Gate Bridge to a Turbulent Wind*, Report No. LTR-LA-210, NAE, National Research Council, Ottawa, Canada (in press).
8.58 C. Ostenfeld, G. Haas, and A. G. Frandsen, «Motorway Bridge Across Lillebaelt. Model Tests for the Superstructure of the Suspension Bridge», in *Proceedings of the International Symposium on Suspension Bridges*, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisbon, 1966, pp. 587—608.
8.59 K. Kloeppel and G. Weber, «Teilmodellversuche zur Beurteilung des aerodynamischen Verhaltens von Brucken», *Der Stahlbau*, **32**, 3 (1963) 65—79.
8.60 K. Kloeppel and F. Thiele, «Modellversuche im Windkanal zur Bemessung von Bruecken gegen die Gefahr winderregter Schwingungen», *Der Stahlbau*, **32**, 12 (1967) 353—367.
8.61 F. Leonhardt, «Zur Entwickung aerodynamisch stabiler Haengebruecken», *Bautech.*, **45**, 10—11 (1968) 1—21.
8.62 F. Leonhardt, «Latest Developments of Cable-Stayed Bridges for Long Spans», *Bygningsstakiske Medd.*, **45**, 4 (1974) 89—143.
8.63 H. Loiseau and E. Szechenyi. *Etude du comportement aéroélastique du tablier d'un pont à haubans*, T.P. 1975—75. Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales, Châtillon, France.
8.64 J. Roche, «Les Methodes d'étude aérodynamique des ponts à haubans», in. *Proceedings of the Conference on Cable-Stayed Bridges*, Paris, 1974, pp. 75—86.
8.65 D. Olivari and F. Thiry. «Wind Tunnel Tests of the Aeroelastic Stability of the HeerAgimont Bridge, «Tech. Note 113, von Kármán Institute for Fluid Dynamics, Rhode St. Genèse, Belgium, 1975.
8.66 R.C. Baird, «Wind-Induced Vibration of a Pipe-Line Suspension Bridge and its Cure,» *Trans. ASME*, 77 (Aug. 1955) 797—804.
8.67 H.P.A. H. Irwin, K. R. Cooper, and R. L. Wardlaw, *Application of Vibration Absorbers to Control Wind-Induced Vibration of I-Beam Truss Members on the Commodore Barry Bridge*, Laboratory Technical Report No. LTR-LA-194, NAE, National Research Council, Ottawa, Canada, 1976.
8.68 S. Kawamura, J. E. Cermak, and E. Kimoto, *Aerodynamic Behavior of Hanging Roofs*, Technical Report No. CEP70-71SK-JEC-EK76, Department of Civil Engineering, Colorado State University, Structures Division, ASCE, 1971.
8.69 J.S. Carroll, «Laboratory Studies of Conductor Vibration», *Trans. AIEE*, 55, 5 (May 1936) 543—547.
8.70 F. B. Farquharson and R. E. McHugh, Jr., «Wind Tunnel Investigation of Conductor Vibration with Use of Rigid Models», *Trans. AIEE*, 75, Part 3 (Oct. 1956) 871—878.
8.71 J. S. Tompkins, L.L. Merrill, and B. L. Jones, «Quantitative Relationships in Conductor Vibration Damping», *Trans. AIEE*, 75 (Oct. 1956) 879—896.
8.72 G.H. Stockbridge, «Overcoming Vibration in Transmission Cables», *Electr. World*, **86**, 26 (Dec. 1925) 1304—1305.
8.73 R. G. Sturm, «Vibration of Cables and Dampers — I, II», *Electr. Eng.*, **55** (1936) 455—465, 673—688.
8.74 R. A. Komenda and R. L. Swart, «Interpretation of Field Vibration Data», *Trans. IEEE*, **PAS-87**, 4 (April 1968) 1066—1073.

8.75 A. S. Richardson, J. R. Martuccelli, and W. S. Price, «Research Study on Galloping of Electric Power Transmission Lines», in *Proceedings of the Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures.*, Vol. 2, National Physical Laboratory, Teddington, U. K. 1963, pp. 611—686.
8.76 A.S. Richardson, «Design and Performance of an Aeroelastic Anti-Galloping Device», IEEE Summer Power Meeting, Chicago, Conference Paper No. 68, CP-670-PWR, 1968.
8.77 M.D. Rowbottom and R.R. Aldham-Hughes. *Sub-span Oscillation: A Review of Existing Knowledge*, Report No. 22-71 (SC)-02, Central Electricity Research Laboratories, Leatherhead, Surrey, U. K., 1971.
8.78 O. Nigol and G. J. Clarke, «Conductor Galloping and Control Based on Torsional Mechanism», IEEE, Power Engineering Meeting, New York, Conference Paper No. C74 016-2, 1974.
8.79 K. R. Cooper and R.L. Wardlaw, «Aeroelastic Instabilities in Wakes», in *Proceedings of the Third International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo, 1971, Saikon, Tokyo, 1972, pp. 647—655.
8.80 R. L. Wardlaw. K.R. Cooper, and R.H. Scanlan, «Obserwations on the Problem of Subspan Oscillation of Bundled Power Conductors», *DME/NAEQ. Bull.* 1973(1), National Research Council, Ottawa, Canada.
8.81 R. H Scanlan, *A Wind Tunnel Investigation into the Aerodynamic Stability of Bundled Power Line Conductors for Hydro-Québec*, Part VI, Report No. LTR-LA-121 NAE, National Research Council, Ottawa, Canada, 1972.
8.82 C.P. Patrickson and P. Friedmann, *A Study of the Coupled Lateral and Torsional Response of Tall Buildings To Wind Loading*, Report No. UCLA-Eng-76126, Mechanics and Structures Department, University of California, Los Angeles, 1976.

9. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ СООРУЖЕНИЙ В АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЕ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ

Ветровые нагрузки, действующие на сооружения, зависят от особенностей набегающего воздушного потока, геометрических и динамических характеристик сооружения, а в ряде случаев от особенностей строения или текстуры его внешних поверхностей. В предыдущих главах на большом количестве теоретических и экспериментальных данных было показано, что разработанные аналитические методы позволяют проектировщику с определенной степенью достоверности оценивать некоторые виды ветровых нагрузок и соответствующую им реакцию сооружения. Приводились примеры, начиная с оценки средних значений нагрузок на круговой цилиндр для местности со сравнительно однородной шероховатостью поверхности до предсказания аэроупругой неустойчивости типа флаттера некоторых типов висячих мостов, обтекаемых горизонтально однородным воздушным потоком.

Однако для подавляющего большинства ситуаций, встречающихся в инженерной практике, до настоящего времени не существует каких-либо аналитических методов, дающих возможность описать процесс воздействия ветра на сооружение. Такие ситуации характеризуются одним или сразу обоими следующими факторами:

неизвестны аэродинамические характеристики рассматриваемых сооружений;

значительны местные возмущения набегающего воздушного потока, вызываемые, например, в городах расположением крупных зданий вблизи рассматриваемого сооружения.

Когда отсутствуют подходящие аналитические модели или опыт работы с аналогичными сооружениями и условиями окружающей среды в прошлом, ветровые воздействия следует определять экспериментально. Измерения ветровых нагрузок в некоторых случаях выполняют на натурных сооружениях. Это делают при проблемных исследованиях или с целью получения информации, необходимой для принятия решения о проведении конструктивных мероприятий, когда работа существующих сооружений под действием ветровых нагрузок не отвечает предъявляемым требованиям. Натурные измерения обычно дополняются исследованиями в аэродинамической трубе, где эксперименты можно выполнять при тщательно контролируемом режиме и с гораздо более низкой стоимостью. Естественно, что для сооружений, находящихся в стадии проектирования, не возникает вопрос о натурных измерениях, поэтому для получения экспериментальных данных о ветровых воздействиях необходимо провести испытания в аэродинамической трубе.

Работы [9.1—9.8] и литература, на которую встречаются ссылки в этих работах, содержат подробную информацию о конструкциях аэродинамических труб; устройствах, создающих турбулентность; измерении средних значений и пульсаций скоростей; методах измерения давлений, сил и моментов, действующих на модели; поправках на вторичные эффекты (такие как загромождение потока в аэродинамической трубе моделью и влияния державок на обтекание модели; визуализации потока и обработке экспериментальных данных. Большая часть этого материала представляет интерес главным образом для специалиста, работающего в аэродинамической лаборатории, и поэтому здесь опущена. В данной главе будут рассмотрены отдельные аспекты проведения испытаний в аэродинамической трубе, имеющие более непосредственное отношение к проектировщику (например, какое влияние на моделирование отказа в аэродинамической трубе оказывает соблюдение определенных требований подобия) и приведены результаты ряда исследований, имевших целью получение данных, необходимых для проектирования сооружений.

Для того чтобы результаты испытаний на моделях в уменьшенном масштабе можно было применить к прототипу (т. е. к реальному сооружению или группе моделируемых сооружений), необходимо в принципе выполнять определенные законы моделирования (или требования подобия). В дальнейшем будет показано, что соответствие всем критериям подобия, требуемое теорией, невозможно осуществить на практике. К счастью, это не умаляет полезности проведения испытаний в аэродинамической трубе при условии, что те особенности моделируемого явления, которые плохо воспроизводятся в лабораторных условиях, оказывают лишь второстепенное влияние на искомые результаты. Совершенно очевидно, что для каждого вида испытаний желательно установить, имеет ли место такой случай. Это можно сделать на основе соответствующих результатов фундаментальных исследований (если таковые существуют) или путем непосредственного сравнения натурных измерений с измерениями на модели (при наличии результатов натурных испытаний). Примеры использования обеих этих ме-

тодик для обоснования испытаний в аэродинамической трубе будут приведены позже.

Требования подобия рассмотрены в разд. 9.1, вопросы моделирования течений пограничного слоя атмосферы и обтекания зданий и сооружений — соответственно разд. 9.2 и 9.3.

9.1. Требования подобия

Информация о профилях ветра и спектрах турбулентности в пограничном слое атмосферы получена в гл. 2 на основе анализа размерностей — метода, часто используемого для установления основных соотношений при моделировании. Если физические характеристики процесса настолько хорошо известны, что для него можно записать точные основные дифференциальные уравнения, то возможен и другой подход к установлению таких соотношений. Он основан на приведении этих уравнений к безразмерному виду (критериальная форма уравнений), что может служить глубокому пониманию сущности безразмерных групп параметров, от которых зависит рассматриваемое явление. Оба эти метода с примерами их использования рассмотрены ниже.

9.1.1. Анализ размерностей. В качестве примера возьмем случай упругой модели, обтекаемой потоком жидкости. Специалист прежде всего попытается интуитивно выявить, какие физические параметры могут иметь важное значение в данной задаче. Чтобы этот пример оставался совсем простым, предположим, что в качестве параметров, имеющих важное значение, выбраны только плотность жидкости ρ, скорость жидкости U, размер модели D и собственная частота колебаний модели n. Тогда в соответствии с необходимостью соблюдения размерной однородности уравнения, описывающего любое физическое явление, можно записать, что сила F, вызванная действием потока жидкости на модель, зависит от ρ, U, D и n:

$$F = F(\rho, U, D, n) \overset{\mathrm{d}}{=} \rho^{\alpha} U^{\beta} D^{\gamma} n^{\delta}, \qquad (9.1)$$

где знак $\overset{\mathrm{d}}{=}$ выражает только одннаковую размерность, а α, β, γ и δ являются произвольно выбранными показателямн, которые необходимо определить.

Тогда, обозначая массу, длину и время соответственно через M, L и T, можно записать

$$F \overset{\mathrm{d}}{=} (ML/T^2) \overset{\mathrm{d}}{=} (M/L^3)^{\alpha} (L/T)^{\beta} (L)^{\gamma} (1/T)^{\delta}, \qquad (9.2)$$

где каждая физическая величнна ρ, U, D или n заменена эквивалентом ее размерности.

Приравнивая затем соответствующие показатели, получаем соотношения

$$\left.\begin{aligned} M&: \quad 1 = \alpha; \\ L&: \quad 1 = -3\alpha + \beta + \gamma; \\ T&: \quad -2 = -\beta - \delta, \end{aligned}\right\} \qquad (9.3)$$

которые образуют три уравнения с четырьмя неизвестными α, β, γ и δ. Решения для α, β и γ, выраженные через δ, имеют вид

$$\left.\begin{aligned}\alpha &= 1;\\ \beta &= 2-\delta;\\ \gamma &= 2+\delta;\end{aligned}\right\} \qquad (9.4)$$

таким образом,

$$F \overset{d}{=} \rho U^{2-\delta} D^{2+\delta} n^{\delta} = \rho U^2 D^2 (Dn/U)^{\delta}. \qquad (9.5)$$

Это свидетельствует о том, что развиваемая потоком сила зависит от хорошо известного (из уравнения Бернулли) динамического давления (скоростного напора) $1/2\rho U^2$, некоторой характерной площади, на которую указывает размерность D^2, и от параметра приведенной частоты Dn/U, который каким-то пока еще неизвестным образом входит в искомую зависимость (в соответствии с неустановленным значением показателя степени δ).

Проведенный анализ показал, что искомую зависимость можно охарактеризовать безразмерным коэффициентом силы

$$C_F = F/(1/2\rho U^2 D^2), \qquad (9.6)$$

а также приведенной частотой

$$Dn/U \qquad (9.7)$$

или ее обратной величиной, называемой приведенной скоростью

$$U/(Dn). \qquad (9.8)$$

Отметим, что некоторые свойства пульсирующих потоков зависят от параметров, аналогичных по форме приведенной скорости. Напомним два примера: образование вихрей при обтекании кругового цилиндра, установленного в потоке жидкости, в широком диапазоне скоростей характеризуется постоянной величиной — числом Струхаля:

$$\mathrm{Sh} = N_s D/U \approx 0{,}2, \qquad (9.9)$$

где N_s — частота срыва вихрей.

Спектры скорости (в безразмерном виде) для инерционного подинтервала зависят вблизи поверхности земли от безразмерного параметра

$$f = nz/U(z), \qquad (9.10)$$

известного как координата Монина или безразмерная частота (см. подразд 2.3), где z — эффективная высота. Величины, обратные Sh и f, являются временем (представляющим периоды пульсаций потока), приведенным к безразмерному виду относительно характеристической скорости и характеристической длины. Параметр f можно также рассматривать как отношение масштаба длины к длине волны.

Подобие относительно характеристического безразмерного времени определено в [9.2] как *кинематическое подобие*. При соблюдении требований кинематического подобия отношение характеристической частоты пульсирующего потока к частоте колебаний упругого тела или отношение характеристической длины волны пульсирующего потока к размеру тела будет одинаковым в аэродинамической трубе и в атмосфере.

Предположим, что мы распространим проведенный выше анализ на случай, когда сила зависит от ρ, U, D, n и еще от одной величины μ — коэффициента вязкости жидкости (который имеет размерность M/LT):

$$F \overset{d}{=} \rho^{\alpha} U^{\beta} D^{\gamma} n^{\delta} \mu^{\varepsilon}. \tag{9.11}$$

Полагая, что

$$ML/T^2 \overset{d}{=} (M/L^3)^{\alpha} (L/T)^{\beta} L^{\gamma} (1/T)^{\delta} [M/(LT)]^{\varepsilon}, \tag{9.12}$$

найдем

$$C_F = F/(1/2\rho U^2 D^2) \overset{d}{=} (Dn/U)^{\delta} [\mu/(\rho UD)]^{\varepsilon}, \tag{9.13}$$

т. е. коэффициент силы зависит не только от приведенной частоты, но также и от отношения $\mu/\rho UD$. Обратная ему величина

$$\mathrm{Re} = \rho UD/\mu \tag{9.14}$$

известна как число Рейнольдса и является критерием относительной значимости сил инерции жидкости сравнительно с силами вязкости. Действительно, число Рейнольдса можно получить и не проводя анализ размерностей, как отношение таких сил (см. раздел 4.3).

Критерии, такие как требование подобия по числу Рейнольдса, обеспечивающие одинаковые соотношения между различными силами в лабораторных и натурных условиях, называются требованиями *динамического подобия* [9.2]. Например, можно показать, что для правильного воспроизведения соотношения между силами инерции тела и жидкости отношение между плотностью материала σ и плотностью жидкости ρ

$$\sigma/\rho \tag{9.15}$$

должно быть одинаковым для модели и для прототипа.

Отношение между силами упругости и силами инерции жидкости выражается безразмерным параметром

$$E/\rho U^2, \tag{9.16}$$

где E — модуль упругости материала обтекаемого тела.

В дальнейшем будет показано, что если собственные формы колебаний и отношение плотностей (9.15) воспроизведены в лабораторных условиях, то отношение между силой упругости и силами инерции жидкости можно выразить через параметр приведенной скорости (9.8).

Безразмерный параметр, характеризующий отношение сил инерции жидкости к гравитационным силам, известный как число Фруда, имеет вид

$$U^2/gD. \tag{9.17}$$

Требование подобия по числу Фруда, по всей видимости, должно выполняться при испытании висячих мостов в том случае, если на поведение моста оказывают влияние гравитационные силы. Однако при моделировании вызываемых ветром колебаний высоких зданий это требование не является обязательным.

Дополнительные сведения по анализу размерностей читатель может найти в [9.9—9.11].

9.1.2. Использование основных дифференциальных уравнений. Уже указывалось, что требования подобия могут быть получены посредством приведения к безразмерному виду уравнений, которые описывают рассматриваемое явление. Применим сначала этот метод при исследовании течений в пограничном слое атмосферы.

Рассмотрим, например, уравнение (2.1):

$$U(\partial U/\partial x)+V(\partial U/\partial y)+W(\partial U/\partial z)+1/\rho(\partial p/\partial x)-f_c V-1/\rho(\partial \tau_u/\partial z)=0, \quad (9.18)$$

где

$$\tau_u=\mu(\partial U/\partial z)+\rho(-\overline{uw}). \quad (9.19)$$

В уравнениях (9.18) и (9.19): U, V и W — составляющие средней скорости соответственно по направлениям осей x, y, z; u и w — компоненты пульсаций скорости по осям x и z; p — среднее давление; μ — динамический коэффициент вязкости; ρ — плотность воздуха; f_c — параметр Кориолиса*; τ_u — напряжение трения; черта над символами обозначает осреднение по времени.

Переменные в уравнении (9.18) приводятся к меньшему масштабу следующим образом [9.12]:

$$U'=U/U_0;\ V'=V/U_0;\ W'=W/U_0;\ u'=u/U_0;\ w'=w/U_0;\ p'=p/(\rho U_0^2);$$
$$x'=x/L_0;\ y'=y/L_0;\ z'=z/L_0,$$

где U_0 и L_0 — некоторые подходящим образом выбранные исходная скорость и характерная (исходная) длина соответственно.

Разделив уравнение (9.18) на U_0^2/L_0, получаем следующее безразмерное соотношение:

$$U'(\partial U'/\partial x')+V'(\partial V'/\partial y')+W'(\partial U'/\partial z')+(\partial p'/\partial x')-(L_0 f_c/U_0)V'-$$
$$-[\nu/(U_0 L_0)](\partial^2 U'/\partial z'^2)-[\partial(-\overline{u'w'})/\partial x']=0. \quad (9.20)$$

Подобие достигается, если величины $U'(z')$, $u'(z')$ и т. д. имеют одинаковые значения в аэродинамической трубе и атмосферных течениях. Чтобы такой случай имел место, должны быть одинаковы безразмерные уравнения, описывающие эти два потока, т. е. должны выполняться следующие условия:

$$(U_0 L_0/\nu)_m=(U_0 L_0/\nu)_p; \quad (9.21)$$

$$[U_0/(L_0 f_c)]_m=[U_0/(L_0 f_c)]_p, \quad (9.22)$$

где нижние индексы m и p обозначают соответственно модель и прототип, а $\nu=\mu/\rho$ — кинематический коэффициент вязкости. Безразмерные величины $\mathrm{Re}=U_0 L_0/\nu$ и $\mathrm{Ro}=U_0/L_0 f_c$ являются соответственно числом Рейнольдса и числом Россби.

Для установления требований подобия при моделировании реакции сооружения на действие ветра рассмотрим теперь гибкое прямоуголь-

Символ f широко используется в литературе для обозначения как параметра Кориолиса [см. выражение (1.10)], так и безразмерной частоты [см. выражение (2.52)]. Во избежание путаницы между этими двумя величинами параметр Кориолиса в этом разделе обозначается f_c.

ное в плане сооружение высотой H, длиной B и шириной D. Реакцию сооружения можно записать в виде

$$x(z, t)=\sum_r x_r(z)\,\xi_r(t), \tag{9.23}$$

где $x_r(z)$ — собственные (безразмерные) формы колебаний; z — высота над поверхностью земли; $\xi_r(t)$ — обобщенные координаты.

Предположим, что среднее направление ветра перпендикулярно фасаду сооружения, имеющему размеры B и H. Уравнение колебаний сооружения по первой форме можно приближенно записать в виде

$$\frac{d^2\xi_1}{dt^2}+2(2\pi n_1)\zeta_1\frac{d\xi_1}{dt}+(2\pi n_1)^2\xi_1=\frac{1}{(\sigma_0 BDH)M_1}\left(\frac{1}{2}\rho C_D BHU_0^2\right)F_1(t), \tag{9.24}$$

где n_1 — осиовная частота колебаний; ξ_1 — относительное демпфирование; σ_0 — средняя объемная плотность сооружения; ρ — плотность воздуха и U_0 — среднее зиачение скорости ветра на некоторой стандартной высоте.

Безразмерная обобщенная масса M_1 и безразмерная обобщенная сила $F_1(t)$ имеют вид

$$M_1=\int_0^1 x_1^2(Z)\,dZ; \tag{9.25}$$

$$F_1(t)\approx\int_0^1\left[\frac{U^2(Z)}{U_0^2}+2\frac{u'(Z, t)}{U_0}\right]x_1(Z)\,dZ, \tag{9.26}$$

где $Z=z/H$, $U(Z)$ — средияя скорость ветра; $u'(Z, t)$ — продольная компонента пульсаций скорости.

Умножив уравнение (9.24) на коэффициент $1/Dn_1^2$, получаем безразмерное уравнение

$$\frac{d^2\xi_1'}{dt'^2}+2\pi\zeta_1\frac{d\xi_1'}{dt'}+(2\pi)^2\xi_1'=\frac{1}{2}C_D\frac{\rho}{\sigma_0}\frac{U_0^2}{n_1^2D^2}\frac{F_1(t)}{M_1}, \tag{9.27}$$

где ξ_1' и t' — безразмерные величины.

Значение ξ_1' может быть одинаковым в аэродинамической трубе и в натурных условиях, только в том случае, если

$$(\zeta_1)_m=(\zeta_1)_p; \tag{9.28}$$

$$[x_1(Z)]_m\equiv[x_1(Z)]_p. \tag{9.29}$$

Из последнего условия следует равенство $(M_1)_m$ и $(M_1)_p$ [см. выражение (9.25)];

$$(\rho U_0^2/\sigma_0 n_1^2 D^2)_m=(\rho U_0^2/\sigma_0 n_1^2 D^2)_p. \tag{9.30}$$

Если $\rho_m=\rho_p$ (как, например, в аэродинамических трубах, где при моделировании используется воздух), то

$$(U_0/n_1 D)_m=(\sigma_{0m}/\sigma_{0p})^{1/2}[U_0/(n_1 D)]_p. \tag{9.31}$$

Теперь остается выполнить условия

$$[F_1(t)]_m\equiv[F_1(t)]_p; \tag{9.32}$$

$$[C_D]_m\equiv[C_D]_p. \tag{9.33}$$

Рис. 9.1. Длинная аэродинамическая труба, вид против направления потока

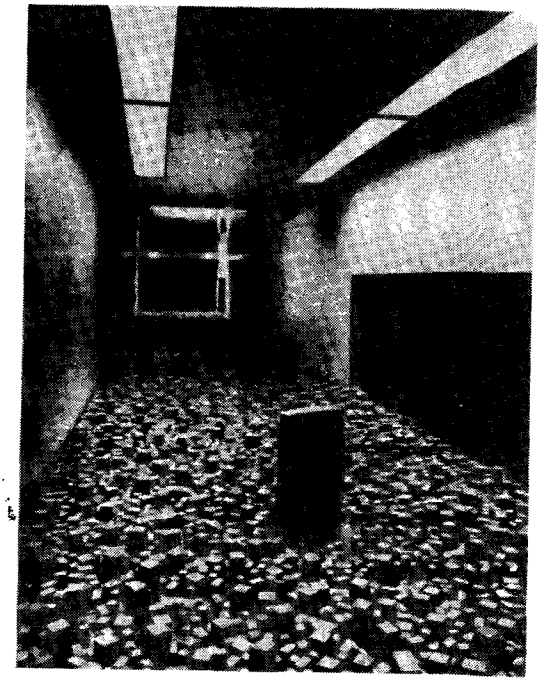
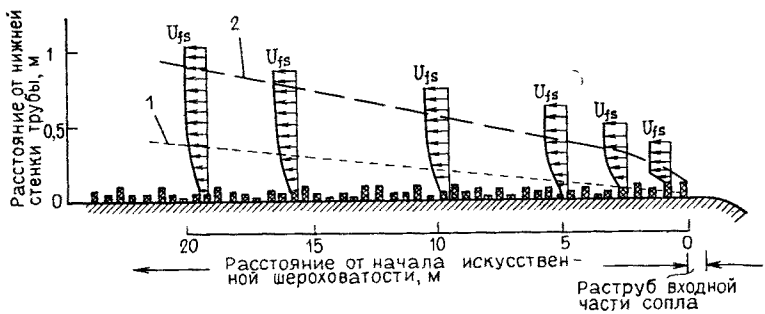


Рис. 9.2. Образование пограничиого слоя в длиной аэродиимамической трубе

1 — приближенная толщина пограничиого слоя над покрытием нижней стенки ($z_0 \approx 0{,}03$ см); *2* — то же. над прямоугольными блокамн (от 2,5 до 10 см высоты; $z_0 = 2{,}5$ см); U_{fs} — скорость свободного (невозмущеиного) потока



Равенство (9.32) удовлетворяется в том случае, если профиль ветра $U(Z)/U_0$ и турбулентность воздушного потока в продольном направлении, т. е. отношение $u'(Z, t)/U_0$, достаточно точно воспроизводятся в лабораторных условиях.

Так как турбулентные пульсации случайны, то можно и нужно воспроизводить их статистические свойства. В задачах, включающих рассмотрение возбуждения резонансных колебаний сооружения, необходимо правильно моделировать спектр продольной составляющей скорости на частоте n_1. Из (2.52) следует, что это требование можно выразить в виде

$$[U_0/(n_1 D)]_m = [U_0/(n_1 D)]_p . \qquad (9.34)$$

На основе выражений (9.31) и (9.34) получаем

$$\sigma_{0m}/\sigma_{0p} = 1 . \qquad (9.35)$$

Итак, для удовлетворительного моделирования динамической реакции (флуктуаций реакции) необходимо с достаточной точностью воспроизводить в лабораторных условиях относительное демпфирование, собственную форму колебаний, профиль скорости ветра, спектр турбулентности и аэродинамические характеристики сооружения (т. е. коэффициент лобового сопротивления C_D). Кроме того, должны удовлетворяться равенства (9.34) и (9.35). При моделировании колебаний по более высоким формам соответствующие им относительное демпфирование и сами собственные формы колебаний также должны быть одинаковы в лабораторных условиях и в натуре. Применяя условие (9.34) к более высоким формам колебаний, получаем

$$(n_i/n_j)_m = (n_i/n_j)_p , \qquad (9.36)$$

где n_i и n_j — i-я и j-я собственные частоты.

9.2. Моделирование течений в пограничном слое атмосферы

Аэродинамические трубы, используемые для моделирования атмосферных течений, можно разбить на три основные категории:

1) длинные трубы, в которых пограничный слой формируется естественным путем над шероховатой нижней стенкой (полом) подобно

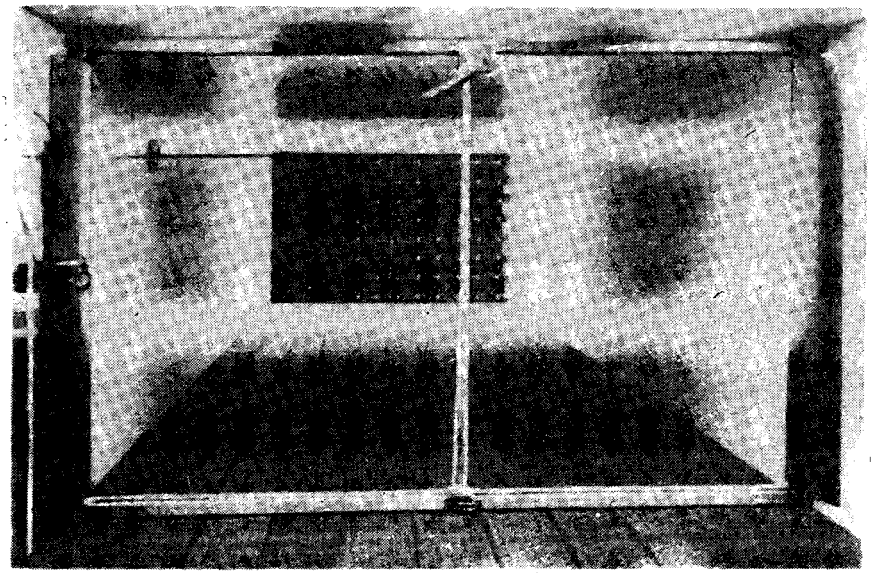


Рис. 9.3. Рабочая часть и эжекторные сопла замкнутой аэродинамической трубы сечением 1,2×1,7 м (внд против направления потока)

показанному на рис. 2.3 случаю развития пограничного слоя над плоской пластиной. Длина таких труб — порядка 30 м (рис. 9.1 и 9.2) [9.13];

2) трубы с пассивными устройствами, в которых толстый пограничный слой формируется решетками, аэродинамическими гребнями или шпилями, установленными у входа в рабочую часть. Затем поток пропускают над областью разгона, где расположены элементы, моделирующие шероховатость подстилающей поверхности;

3) трубы с активными устройствами, такими как эжекторные сопла (рис. 9.3), принудительно колеблющиеся заслонки или щитки. В струйных трубах, имеющих сопла, можно в определенных пределах независимо друг от друга изменять профиль средней скорости и турбулентность потока [9.8]*.

Подробное описание аэродинамических труб, относящихся к каждой из этих категорий, можно найти в литературе, цитируемой в [9.8]. Здесь же отметим, что все аэродинамические трубы, используемые в настоящее время для проведения испытаний гражданских сооружений, характеризуются двумя важными особенностями. Во-первых, их поперечное сечение редко превышает 2×2 м** и, во-вторых, в качестве газа в них используется воздух при атмосферном давлении, поэтому кинематическая вязкость одинакова и в лаборатории, и в атмосфере ($\nu \approx 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ м^2/с).

Невозможность удовлетворить требование подобия по числу Рейнольдса обусловлена именно этими двумя ограничениями. Например, если модель выполнена в масштабе 1/100 и отношение скоростей при моделировании и в натурных условиях составляет примерно единицу, то из равенства (9.21) следует, что отношение чисел Рейнольдса в лаборатории и в атмосфере $(\mathrm{Re})_m/(\mathrm{Re})_p$ равно примерно 1/100.

При лабораторных испытаниях высоких зданий модель обычно выполняют в масштабе 1/400, тогда как отношение скоростей потоков при моделировании к натурным скоростям [которое задано равенством (9.34)], приближенно равно 1/10; следовательно, отношение $(\mathrm{Re})_m/(\mathrm{Re})_p$ составляет менее чем 1/1000.

В гл. 2 показано, что структура атмосферных течений зависит от ускорений Кориолиса. Так как соответствующие ускорения не могут быть воспроизведены в аэродинамической трубе, то из равенства (9.22) следует, что требование подобия по числу Россби не может быть удовлетворено.

Рассмотрим теперь, в какой степени нарушение требования подобия по числам Рейнольдса и Россби может влиять на моделирование пограничного слоя, и затем проведем краткое обсуждение возможностей современной экспериментальной техники при моделировании атмосферных течений для различных видов испытаний на моделях.

* Аэродинамические трубы с эжекторными соплами рассматриваются также в [9.38]. Там же обсуждаются недостатки длинных труб.

** Исключением, о котором необходимо упомянуть, является аэродинамическая труба замкнутого типа с поперечным сечением 9×9 м (Национальный научно-исследовательский совет, Оттава, Канада).

9.2.1. Число Рейнольдса и структура пограничного слоя потока. При моделировании пограничного слоя атмосферы в масштабе 1/100 до 1/500 вопрос о влиянии числа Рейнольдса возникает в основном в связи с воспроизведением спектра продольной составляющей скорости ветра в инерционном подынтервале. Напомним (см. гл. 7), что этот участок спектра представляет особый интерес для инженера-строителя, поскольку именно в инерционном подынтервале находятся продольные компоненты пульсаций скорости, вызывающие возбуждение резонансных колебаний таких сооружений как высокие здания*.

Как указывалось в разд. 2.3, если число Рейнольдса потока достаточно велико, то можно считать, что выражение (2.46) для спектра в инерционном подынтервале выполняется. Результаты экспериментальных исследований (некоторые из которых приведены в разд. 2.3) показывают, что это требование удовлетворяется для воздушных потоков в атмосфере. Однако, согласно [9.14, с. 204], [9.15, с. 290] и [9.16, с. 266], число Рейнольдса в турбулентных потоках, полученных в лабораторных условиях за решеткой с квадратными отверстиями, может в ряде случаев оказаться слишком малым, чтобы вызвать появление инерционного подынтервала в спектре.

Рассмотрим теперь, справедливо ли это для аэродинамических труб, используемых при моделировании течений в пограничном слое атмосферы.

В работе [9.16, с. 266] указывается, что для существования инерционного подынтервала спектра необходимо, чтобы число Рейнольдса, основанное на использовании в качестве характерной длины размера вихря, равнялось порядка 10^5. Если предположить, что скорость ветра около 10 м/с и что размер вихря (величина, которая определяет толщину пограничного слоя) равен, скажем, 0,5 м, тогда

$$\mathrm{Re} \approx (10 \cdot 0{,}50)/(1{,}5 \cdot 10^{-5}) > 10^5,$$

т. е. критерий, предложенный в [9.16], удовлетворяется. Следовательно, можно сделать вывод, что значения чисел Рейнольдса, достигнутые в пограничных слоях, сформированных в аэродинамических трубах, являются, по-видимому, достаточными, чтобы обеспечить существование инерционного подынтервала. Результаты лабораторных измерений подтверждают этот вывод. Например, в [9.13] показано, наклон спектральной кривой при более высоких частотах, полученный на основе измерений в пограничном слое в аэродинамической трубе, удовлетворяет выражению (2.46), что, таким образом, свидетельствует о наличии инерционного подынтервала в потоке, воспроизведенном в лабораторных условиях.

Теперь перейдем к рассмотрению точности воспроизведения ординат кривой спектральной плотности в инерционном подынтервале в лабораторных условиях. Для его решения необходимо предварительно кратко рассмотреть влияния числа Россби на структуру воздушных потоков и нарушения требования подобия по числу Россби на моде-

* В разд. 7.4 было показано, что динамическая реакция высоких зданий слабо реагирует даже на значительные изменения формы кривой спектральной плотности в интервале более низких частот.

лирование нижней части пограничного слоя атмосферы (приземного слоя).

9.2.2. Число Россби и структура пограничного слоя потока. В разд. 2.2 было показано, что толщина пограничного слоя атмосферы приближенно может быть выражена в виде

$$\delta \approx 0{,}25\,(u_*/f_c), \tag{9.37}$$

где $u_* = U\,(h)\,/\{2{,}5 \ln (h/z_0)\}$, $U\,(h)$ — среднее значение скорости на некоторой стандартной высоте h; z_0—параметр шероховатости; f_c—параметр Кориолиса*.

Чтобы особо выделить зависимость толщины пограничного слоя атмосферы δ от числа Россби, выражение (9.37) можно записать в таком виде:

$$\delta = c\,\mathrm{Ro}, \tag{9.38}$$

где $c \approx 0{,}25h/\{2{,}5 \ln (h/z_0)\}$ и $\mathrm{Ro} = U\,(h)/hf_c$.

Следовательно, толщина пограничного слоя δ является возрастающей функцией скорости ветра. Для больших скоростей ветра, таких, которые представляют интерес при проектировании зданий и сооружений, δ, как следует из (9.37), приближенно равна нескольким километрам. Например, если $z_0 = 0{,}05$ м (открытая местность), $U\,(10) = 25$ м/с и $f_c = 10^{-4}$ с$^{-1}$ (соответствующий широте $\varphi \approx 45°$, см. табл. 1.1), то $\delta \approx 5$ км. Таким образом, видно, что интересующая проектировщика область, т. е. нижние несколько сот метров пограничного слоя атмосферы, составляет примерно $^1/_{10}$ (или менее того) всей толщины пограничного слоя.

В [9.17] отмечается, что профиль средней скорости как в атмосфере, так и в лаборатории весьма близок к логарифмическому именно в этой нижней части пограничного слоя (см. подразд. 2.2 и рис. 9.4). Более того, проведенные измерения дают основание считать, что здесь генерирование турбулентной энергии примерно уравновешивается диссипацией энергии (рис. 9.5) [9.20], следовательно, спектр продольной составляющей скорости в инерционном подынтервале в безразмерном виде можно записать таким образом:

$$nS\,(z, n)/u_*^2 = 0{,}26f^{-2/3}, \tag{2.51}$$

где n — частота; z — высота; $f = nz/U\,(z)$ (см. подразд. 2.3).

Выражение (2.51) неприменимо к верхней части пограничного слоя, где генерирование энергии значительно отличается от ее диссипации (см. рис. 9.5).

Рассмотрим теперь длинную аэродинамическую трубу, в которой пограничный слой образуется естественным путем над полом с установленными на нем элементами шероховатости и составляет примерно 1 м (см. рис. 9.2). Предположим, высота моделируемого здания 200 м и модель выполнена в масштабе 1/400. Как отмечалось, поскольку часть пограничного слоя атмосферы, для которой справедлив логарифмический закон, простирается при сильном ветре на высоту нескольких сот метров, то обоснованно предположить, что выражение (2.51) справедливо по всей высоте здания. Однако на основании теории подобия можно

* См. сноску в начале подразд. 9.1.2.

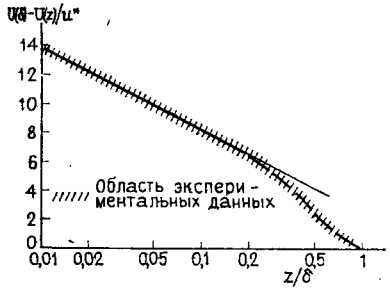


Рис. 9.4. Характер распределения (в логарифмическом масштабе) скоростей в турбулентных пограничных слоях над пластинами

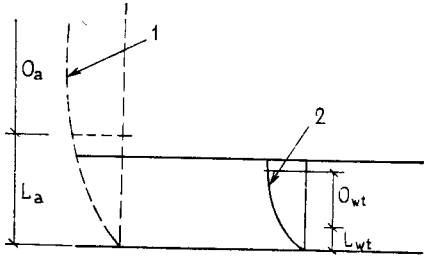


Рис. 9.6. Нижняя и внешняя части пограничного слоя в аэродинамической трубе и в атмосфере

1 — пограничный слой в атмосфере (приведенный к масштабу модели); *2* — то же, в аэродинамической трубе

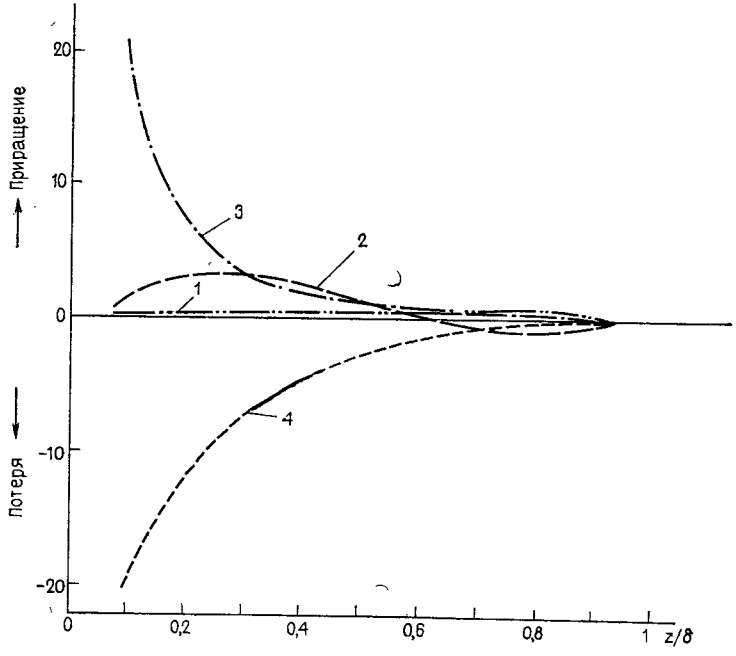


Рис. 9.5. Баланс энергии в турбулентном пограничном слое

1 — адвекция; *2* — диффузия; *3* — диссипация; *4* — генерирование

считать, что в лабораторных условиях выражение (2.51) применимо только до высоты приблизительно 0,1 м от нижней стенки аэродинамической трубы, что соответствует лишь высоте 40 м над поверхностью земли в натуре.

Описанная ситуация схематически представлена на рис. 9.6, где показан пограничный слой, который сформировался в длинной аэродинамической трубе (сплошная линия), и пограничный слой атмосферы, приведенный к масштабу модели (пунктирная линия). Нижняя $^1/_{10}$

и внешние $^{9}/_{10}$ толщины пограничного слоя обозначены соответственно L_{wt} и O_{wt} для потока в аэродинамической трубе, L_a и O_a — для воздушного потока в атмосфере. Как видно из рис. 9.6, на большей части толщины пограничного слоя в аэродинамической трубе перенос воздуха в нижнем слое атмосферы L_a моделируется потоком во внешней области O_{wt}, где на основании теории подобия выражение (2.51) не должно соблюдаться.

Такая противоречивая ситуация отнюдь не обязательно означает, что по своим характеристикам поток, реально развиваемый в аэродинамической трубе, не приемлем для проведения испытаний. Однако если перед испытаниями в лаборатории ставится задача предсказать реакцию в направлении ветра высокого здания, находящегося в местности с однородной шероховатостью поверхности, тогда результаты испытаний следует интерпретировать с известной осторожностью. Возможно, в них потребуется внести поправки, чтобы учесть отличия в инерционном подынтервале между спектром, полученным в аэродинамической трубе, и спектром в натурных условиях.

9.2.3. Соответствие современной экспериментальной техники моделирования атмосферных течений различным видам испытаний на моделях. Судить о том, является ли моделирование в лабораторных условиях удовлетворительным, можно только в зависимости от конкретной задачи испытания. Например, как уже отмечалось, в результаты измерений реакции высокого здания в направлении ветра, полученные в длинной аэродинамической трубе, в ряде случаев следует вводить поправки, чтобы учесть возможные различия в спектрах турбулентности, полученных в лабораторных условиях и в атмосфере. С другой стороны, результаты испытаний, приведенные в подразд. 4.6, свидетельствуют о том, что для сооружений, не слишком чувствительных к изменениям спектрального состава пульсаций продольной компоненты скорости (например, жестких сооружений, в которых не возникает значительных резонансных явлений), измерения, проводимые в длинной аэродинамической трубе, могут удовлетворительно воспроизводить рассматриваемое явление.

На примере потоков в аэродинамической трубе, в которых средняя скорость не изменяется с высотой и турбулентность создается с помощью решетки с квадратными отверстиями, покажем, что моделирование может полностью удовлетворять задачам инженерных исследований ветровых воздействий и без точного воспроизведения всех особенностей воздушных течений в атмосфере. Такие потоки могут использоваться при испытании горизонтальных сооружений, например отсечных моделей висячих мостов. Приступая к их проведению, следует, во-первых, определить «целевые» характеристики потока в аэродинамической трубе. При испытании моста они, по всей видимости, состоят из характеристик атмосферного течения на уровне прототипа (интенсивности турбулентности, ее масштаба, и, возможно, в зависимости от характера испытания, спектра турбулентности и коспектра); во-вторых, отверстия решетки должны быть рассчитаны таким образом, чтобы с достаточной точностью воспроизводить в рабочей части позади решетки целевые характеристики потока.

Выявление и точное установление этих определяющих характеристик потока, по существу, — необходимое предварительное условие для успешного проведения любого эксперимента в аэродинамической трубе. В данном случае целевые характеристиик потока в принципе могут быть достигнуты методом проб и ошибок, который подразумевает систематическое исследование влияния на поток различных характерных особенностей устройств, вызывающих турбулентность. Такие систематические исследования были проведены, например, при изучении: влияния геометрических особенностей препятствий, предназначенных для торможения потока вблизи пола трубы [9.21, 9.22]; потока, обтекающего блоки размером 100 × 50 × 50 мм при различном сочетании длины участка разгона и плотности размещения на нем препятствий [9.23]; образования пограничного слоя над плоской покрытой гравием поверхностью с диаметром отдельных фракций гравия 14 мм при различных участках разгона [9.23]. О подобных же исследованиях, в результате которых были успешно воспроизведены целевые характеристики потока, сообщается, например, в [9.24—9.27].

Теперь несколько подробнее рассмотрим случаи, когда различные виды исследований в аэродинамической трубе, по-видимому, отвечают задачам проектирования сооружений, даже несмотря на то, что в лаборатории воспроизводятся лишь некоторые наиболее общие особенности атмосферного течения. В качестве обоснования использованы экспериментальные материалы из [9.28], которые включают данные об измерении давлений ветра на жилой дом, полученные в аэродинамической трубе и натурных условиях.

Лабораторные измерения (результаты которых опубликованы в [9.28]) были проведены в короткой аэродинамической трубе со шпилями у входа в рабочую часть и при длине разгона 5 м [9.29]. Масштаб модели в данном эксперименте 1 : 70. Установлено, что параметр шероховатости местности, в которой находился прототип, $z_0 = 0{,}03$ м. Требуемую интенсивность турбулентности невозможно было получить созданием на участке разгона набегающего потока шероховатой поверхности, которая соответствовала бы шероховатости поверхности рассматриваемой местности с параметром $z_0 = 0{,}03$ м. Вместо этого было признано целесообразным принять следующую схему расположения элементов, моделирующих шероховатость.

За шпилями были установлены 12 рядов кубиков (при длине ребра 0,125 м) с шагом, примерно равным 0,30 м. Последний ряд этих кубиков располагался от модели на расстоянии, в 10 раз превышающем их высоту (1,25 м). Вниз по течению от этого ряда до места расположения модели были размещены с равными интервалами семь рядов кубических элементов шероховатости поверхности, с длиной ребра 0,025 м. Оказалось, что такая их компоновка имеет два недостатка:

1) результирующий средний профиль ветра соответствует логарифмическому закону при $z_0 = 0{,}03/70$ м только до высоты 2/70 м. От высоты 7/70 м до высоты 45/70 м профиль отвечает логарифмическому закону при $z_0 = 2{,}5/70$. Переходной участок профиля получался между высотами 2/70 и 7/70 м. Все попытки сформировать более реалистичный профиль средней скорости потока приводили к ухуд-

шению моделирования интенсивности турбулентности;

2) наибольший масштаб турбулентности, который удалось получить в аэродинамической трубе, был значительно меньше, чем приближенное значение этой величины в натурных условиях, приведенное к масштабу модели. Однако масштаб турбулентности в аэродинамической трубе превышал наибольший характерный размер модели, что рассматривалось как минимально необходимое условие.

Для оценки адекватности моделирования, с точки зрения конечной цели испытаний (измерения давления ветра на жилой дом), значения давления, измеренные в аэродинамической трубе, сравнивались с соответствующими значениями, полученными, на прототипе. В [9.28] показано, что совпадение результатов, полученных на модели и в натурных условиях [9.30], было удовлетворительным для средних давлений и достаточно хорошим для пульсаций давления относительно его среднего значения.

Хотя описанные выше результаты моделирования пограничного слоя атмосферы являются обнадеживающими, они ни в коей мере не представляют какой-то предел возможностей аэродинамических труб. И действительно, увеличение числа исследований, посвященных изучению режимов их работы (некоторые из которых уже упоминались здесь), можно надеяться, внесет значительный вклад в разработку рассматриваемого вопроса, что, в конечном итоге, позволит создать стандартные методики проведения испытаний в аэродинамической трубе.

9.3. Моделирование обтекания зданий и других сооружений

9.3.1. Тела, имеющие закругленные очертания. Характер обтекания потоком цилиндра с гладкой поверхностью зависит от числа Рейнольдса (см. гл. 4). Эта зависимость отражает изменения, происходящие в пограничном слое, который образуется на поверхности цилиндра, в области отрыва потока. При малых числах Рейнольдса течение в пограничном слое ламинарное. По мере их увеличения происходит изменение режима обтекания до тех пор, пока при очень больших числах Рейнольдса (которые характерны для природных потоков, но редко достигаются в аэродинамической трубе) пограничный слой на поверхности цилиндра будет преимущественно или полностью турбулентным [9.31].

Описание обтекания цилиндров, которое приведено в гл. 4 и [9.31], соответствует случаю плавного течения набегающего потока. Результаты исследований, опубликованные в [9.32], дают основания полагать, что присутствие турбулентности в набегающем потоке оказывает следующее влияние:

в докритическом режиме срыв вихрей остается упорядочным, происходит с той же самой частотой (соответствующей числу Струхаля $Sh = 0{,}2$), как и при плавном течении;

наступление критического режима обтекания характеризуется уменьшением числа Рейнольдса по сравнению с плавным течением;

в критическом и закритическом режимах обтекания вихреобразование охватывает гораздо более широкую полосу частот, чем при плавном течении [9.33].

Авторам неизвестны какие-либо опубликованные данные о влиянии турбулентности на обтекание цилиндра в транскритическом режиме (скажем, при $\mathrm{Re} > 4 \cdot 10^6$). В работе [9.33] высказывается предположение, что это влияние, по-видимому, не очень заметно.

Таким образом очевидно, что характер обтекания гладких цилиндров потоками в натурных и лабораторных условиях значительно различается, безотносительно к тому, является ли набегающий поток плавным или турбулентным. Однако, как отмечается в [9.34], несмотря на неточности (связанные с влиянием числа Рейнольдса), которые возникают при экстраполяции результатов моделирования на прототип, проведение испытаний в аэродинамической трубе сооружений, имеющих закругленные очертания, во многих случаях представляется целесообразным. Например, испытание моделей цилиндрических сооружений, по-видимому, окажется полезным при изучении аэродинамических устройств, предназначенных для уменьшения их колебаний. Широко распространено мнение, что такие устройства будут одинаково эффективными как для потоков воздуха в атмосфере, так и при более низких числах Рейнольдса, преобладающих в аэродинамической трубе [9.34].

Ранее уже упоминалось, что потокам с большими числами Рейнольдса соответствуют преимущественно или полностью турбулентные пограничные слои на поверхности цилиндров. Поэтому представляется оправданным попытаться воспроизвести обтекание гладких цилиндров природными потоками посредством искусственного возмущения ламинарного пограничного слоя, который формируется на поверхности модели вблизи области отрыва. Это можно осуществить с помощью размещения на ее поверхности элементов искусственной шероховатости, например наждачной бумаги или тонких проволочек [9.35, 9.36].

В работе [9.36] указывается, что толщина e элементов, моделирующих шероховатость, должна отвечать соотношениям

$$Ue/\nu > 400; \; e/D < 10^{-2},$$

где U — средняя скорость ветра; ν — кинематический коэффициент вязкости ($\nu \approx 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ м^2/с для воздуха); D — характерный поперечный размер модели.

Например, для башни ДМА (см. рис. 10.23) необходимую шероховатость обеспечили путем установки на поверхности модели, выполненной в масштабе 1 : 200, 32 вертикальных проволочек, расположенных на равном расстоянии друг от друга. В работе [9.36] сообщается о трех сериях экспериментов, в которых поверхность цилиндра была гладкой, снабженной проволочками диаметром 0,6 мм ($e/D \approx 7 \cdot 10^{-3}$), и снабженной проволочками диаметром 1 мм. Установлено, что наибольшие средние и максимальные значения давления на модели с гладкой поверхностью более чем в 2 раза выше, чем на моделях с проволочками. Разница в значениях давлений на моделях с проволочками диаметром 0,6 мм и 1 мм незначительна. Влияние шероховатости на величину средних давлений на уровне, расположенном на 20 м (в на-

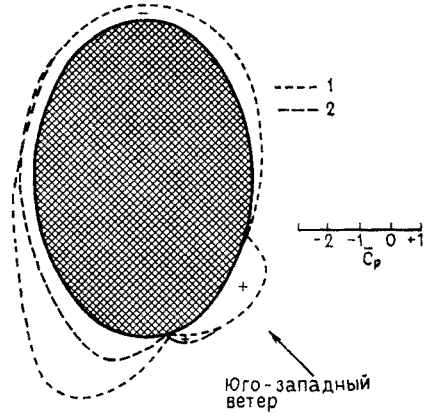


Рис. 9.7. Влияние шероховатости поверхности модели на распределение давления [9.36]

1 — модель с гладкой поверхностью; *2* — модели с проволочками диаметром 0,6 и 1 мм

туре) ниже верха здания, показано на рис. 9.7, где коэффициент среднего давления $\bar{C}_p$ определяется следующим образом:

$$\bar{C}_p = (\bar{p} - p_r)/(1/2\rho U_r^2), \tag{9.39}$$

где $\bar{p}$ — измеренное среднее давление; p_r — статическое исходное давление; U_r — средняя скорость ветра на уровне верха здания; ρ — плотность воздуха.

Несмотря на то что описанный выше подход является оправданным, на сегодняшний день было проведено всего лишь несколько сравнений обтекания тел с шероховатой поверхностью, имеющих закругленные очертания, потоками в аэродинамической трубе с обтеканием их прототипов природными потоками. В подразд. 4.6, например, показано, что некоторые результаты этих сравнений весьма обнадеживают.

9.3.2. Тела с острыми кромками. В случае гладких тел, имеющих закругленные очертания, число Рейнольдса влияет на характер потока в области его отрыва и тем самым на характер всего потока, обтекающего тело. Для тел с острыми кромками, например прямоугольных в плане зданий, как при испытаниях в аэродинамической трубе, так и в натурных условиях отрыв потока происходит на острых кромках. Следовательно, характер потока в области отрыва не зависит от числа Рейнольдса. По этой причине принято считать, что и весь поток, обтекающий тело с острыми кромками, также не зависит от числа Рейнольдса. Как и в случае цилиндров с шероховатыми поверхностями, такое предположение, по-видимому, оправдано. Однако до сих пор не выполнялось никаких натурных измерений, которые бы подтвердили это.

На рис. 9.8 и 9.9 сравниваются результаты измерений давления в аэродинамической трубе и в натурных условиях на примере башни Судебной палаты по торговым делам (Коммерс Корт) (см. рис. 10.18). Испытания в аэродинамической трубе были проведены на стадии проектирования (соответствующие им значения на рисунках показаны кружочками). Сплошные линии соединяют средние значения оценок,

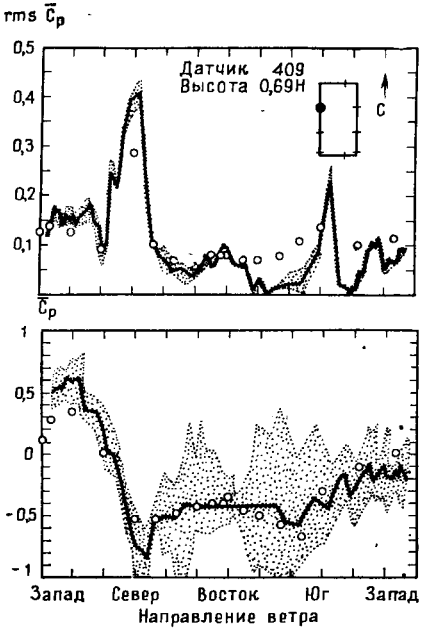


Рис. 9.8. Давления, измеренные на западной стене на расстоянии 20,6 м от северо-западного угла, 41-й этаж, башня Судебной палаты по торговым делам

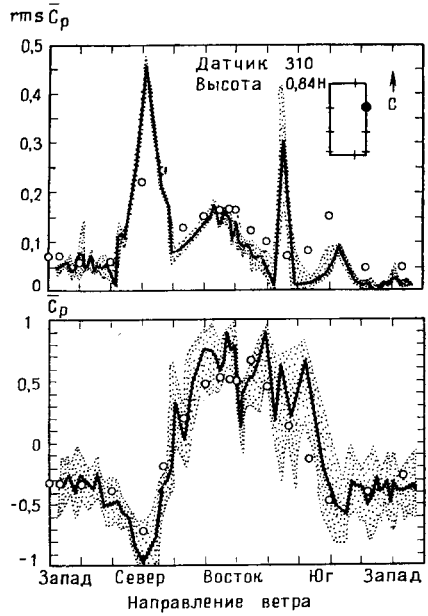


Рис. 9.9. Давления, измеренные на восточной стене на расстоянии 20,6 м от северо-восточного угла, 50-й этаж, башня Судебной палаты по торговым делам

полученных из наблюдений за разностью давлений на поверхности здания; заштрихованные участки соответствуют стандартным отклонениям оценок, полученных в натурных условиях [9.37]. Совпадение средних значений давлений, полученных при моделировании и в натурных измерениях, удовлетворительное*. Однако из рис. 9.8 и 9.9 видно, что при испытаниях в аэродинамической трубе локальные пульсации давления, связанные со срывом вихрей [пульсацией поперечной силы, в некоторых точках значительно отличаются от давлений, измеренных на прототипе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛ. 9

9.1. A. Pope and J. J. Harper, *Low-Speed Wind Tunnel Testing*, Wiley, New York, 1966.
9.2. S. M. Gorlin and I. I. Slezinger, *Wind Tunnels and Their Instrumentation*, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1966.
9.3. R. C. Parkhurst and D.W. Holder, *Wind Tunnel Technique*, Putnam, London, 1968.

* На рис. 9.8 и 9.9 сокращение rms $\bar{C}_p$ обозначает среднее квадратическое значение средней величины [9.37].

9.4. E. Ower and R.C. Parkhurst, *The Measurement of Air Flow*, Fourth Ed., Pergamon, Oxford, 1969.
9.5 P. Bradshaw, *An Introduction to Turbulence and Its Measurement*, Pergamon, Oxford, 1971.
9.6 P. Sachs, *Wind Forces in Engineering*, Pergamon, London, 1972.
9.7 W. Merzkirch, *Flow Visualization*, Academic, New York, 1974.
9.8 J. C. R. Hunt and H. Fernholz, «Wind Tunnel Simulation of the Atmospheric Boundary Layer: A. Report on Euromech 50», *J. Fluid Mech.* **70**, Part 3(Aug. 1975) 543—559.
9.9 S. J. Kline, *Similitude and Approximation Theory*, McGraw-Hill, New York, 1965.
9.10 H. Langhaar, *Dimensional Analysis and Theory of Models*, Wiley, New York, 1951.
9.11 R.H. Scanlan, «Dynamic Similitude in Models». in *Proceedings, EDF, «Conferences sur l' Aêro-Hydro-Elasticitê»* CEA-EDF, Chatou, France (1972) pp. 787—828, Eyrolles, Paris, 1973.
9.12. J.E. Cermak, «Laboratory Simulation of the Atmospheric Boundary Layer», *AIAAJ.*, 9.9 (Sept. 1971) 1746—1754.
9.13 A.G. Davenport and N. Isyumov, «The Application of the Boundary Layer Wind Tunnel to the Prediction of Wind Loading, in *Proceedings of the International Research Seminar on Wind Effects on Buildings and Structures*, Ottawa, University of Toronto Press, Toronto, 1968, pp. 201—230.
9.14. J.O. Hinze, *Turbulence*, McGraw-Hill, New York, 1959.
9.15 H. Rouse (ed.), *Advanced Mechanics of Fluids*, Wiley, New York, 1965.
9.16 H. Tennekes and J. L. Lumley, *A First Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1972.
9.17 H. Tennekes, «The Logarithmic Wind Profile», *J. Almos.* Sc., **30** (1973) 234—238.
9.18 F. H. Clauser, *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 4, Academic, New York, 1956.
9.19 A.A. Townsend, *The Structure of Turbulent Shear Flow*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K., 1956.
9.20 J. L. Lumley and H. A. Panofsky. *The Structure of Atmospheric Turbulence*, Wiley, New York. 1964.
9.21 R. V. Barrett, «A versatile compact wind tunnel for industrial aerodynamics», *Atmos. Environ.*, **6** (1972) 491—498.
9.22 N. J. Cook, «On simulating the lower third of the urban adiabatic boundary layer in a wind tunnel», *Atmos. Environ.*, 7 (1973) 691—705.
9.23 N. J. Cook and F. J. Heppel (private communication).
9.24 C. Hautoy, *La Soufflerie à Couche Limite du C. S. T. B.: Simulation des propriêtês dynamiques du vent*, Centre Scientifique et Technique du Batiment, Nantes,France, 1973.
9.25 N. J. Cook, «A boundary layer wind tunnel for building aerodynamics, *J. Ind. Aerodyn.*, **1** (1975) 3—12.
9.26 N. M. Standen, *A Spire Array for Generating Thick Turbulent Shear Layers for Natural Wind Simulation in Wind Tunnels.* Report No. LTR-LA-94, National Aeronautical Establishment, National Research Council, Ottawa, Canada, 1972.
9.27 J. A. Peterka and J. E. Cermak. *Simulation of Atmospheric Flows in Short Wind Tunnel Test Sections*, Fluid Mechanics Program Research Report, Colorado State University, 1974.
9.28 R. D. Marshall, T. A. Reinhold, and H. W. Tieleman, «Wind Pressures on Single-Family Dwellings, ASCE/EMD Specialty Conference, University of California, Los Angeles, 1976.
9.29 H. W. Tieleman, T. A. Reinhold, and R. D. Marshall, «On the Wind Tunnel Simulation of the Atmospheric Surface Layer for the Study of Wind Loads on Single-Family Dwellings», ASCE/EMD Specialty Conference, University of California, Los Angeles, 1976.
9.30 R. D. Marshall, «A Study of Wind Pressures on a Single-Family Dwelling in Model and Full Scale», *J. Ind. Aerodyn.*, **1**, 2 (Oct. 1975) 177—199.

9.31 G. W. Jones, J.J. Cincotta, and R. W. Walker, *Aerodynamic Forces on a Stationary and Oscillating Circular Cylinder at High Reynolds Numbers*, NASA Technical Report No. TR R-300, National Aeronautics and Space Administration, Washington, D.C. 1969.
9.32 P. W. Bearman., «Some Effects of Turbulence on the Flow Around Bluff Bodies», in Proceedings of the Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures, Loughborough University of Technology, Leicestershire, U. K., 1968.
9.33 C. Scruton and E. W. E. Rogers, «Steady and Unsteady Wind Loading of Buildings and Structures», *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **269**, No. 1199 (May 1971) 353—380.
9.34 D.E.J. Walshe, *Wind-Excited Oscillations of Structures*, National Physical Laboratory, Her Majesty's Stationery Office, London, 1972.
9.35 E. Szechenyi, «Supercritical Reynolds Number Simulation for Two-Dimensional Flow Over Circular Cylinders», *J. Fluid Mech.*, **70**, Part 3 (Aug. 1975) 529—542.
9.36 J. Gandemer, G. Barnaud, and J. Bietry, *Étude de la tour D. M. A., Partie 1, Étude des efforts dûs au vent sur les fasades*, Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, Nantes, France, 1975.
9.37 W.A. Dalgliesh, «Comparison of Model/Full-Scale Wind Pressures on a High-Rise Building,» *J. Ind. Aerodyn.*, **1**, (June 1975) 55—66.
9.38 H.M. Nagib, M. V. Morkovin, J. T. Yung, and J. Tan-atichat, «On Modeling of Atmospheric Surface Layers by the Counter-Jet Technique», *AIAAJ.*, **14**, 2 (1976) 185—190.

10. ДИСКОМФОРТ, ВЫЗЫВАЕМЫЙ ВЕТРОМ ВНУТРИ И ВОКРУГ ЗДАНИЙ

Сооружения, подверженные действию ветровых нагрузок, должны быть достаточно прочными и полностью отвечать требованиям надежности. Опыт последних лет показывает, что при проектировании высоких гибких зданий необходимо также учитывать их пригодность к нормальной эксплуатации в условиях воздействия ветра. Это требование в общих чертах можно сформулировать следующим образом: сооружения должны быть запроектированы так, чтобы их колебания под действием ветра не вызывали неприятных ощущений у людей, находящихся внутри здания.

Вызываемый ветром дискомфорт также сказывается и на пригодности к нормальной эксплуатации открытых площадок внутри застроенной территории. Формы некоторых зданий и композиции открытых пространств могут приводить к возникновению сравнительно интенсивных местных воздушных течений. И задача проектировщика уже на стадии разработки проекта — выявить наличие зон, где такие течения могли бы вызвать недопустимые дискомфортные условия для тех, кто будет пользоваться открытыми площадками. Если такие зоны существуют, то необходимо применить соответствующие проектные решения для их ликвидации.

Понятие «недопустимый дискомфорт», которое занимает центральное место в перечне требований пригодности к нормальной эксплуатации, можно определить следующим образом. При любом варианте проекта приходится ожидать появления с некоторой регулярностью различных уровней дискомфортных условий, вызванных действием ветра. Их повторяемость зависит от уровня дискомфорта, особенностей проекта и ветровых климатических условий данного участка местно-

сти. Дискомфорт недопустим, если установлено, что частота появления каких-либо дискомфортных условий слишком высока. Положения, устанавливающие максимально допустимые средние частоты появления различного уровня дискомфортных условий, известны как критерии комфорта.

В критериях комфорта, разработанных применительно к проектированию, нецелесообразно приводить описание уровней дискомфорта. Удобнее ссылаться на подходящий параметр, значения которого соответствуют различным уровням дискомфорта. При рассмотрении вызванных ветром колебаний зданий таким параметром является ускорение здания, а в критериях, характеризующих пригодность к нормальной эксплуатации пешеходных зон, — скорость приземного ветра для данного участка. Разумеется, для разработки критериев комфорта важно установить параметры, характеризующие различные уровни дискомфортных условий для людей. Более того, необходимо, чтобы для различных уровней дискомфорта (или, что равнозначно, для значений соответствующих им параметров), были установлены максимально допустимые вероятности их появления.

Проверка соответствия проекта требованиям, сформулированным в данной группе критериев комфорта, включает два этапа: во-первых, должна быть получена оценка скоростей ветра, при действии которых интересующий параметр превысит значения, отвечающие критериям комфорта (эти значения принято называть критическими); во-вторых, на основе соответствующей климатологической информации о ветре необходимо оценить частоту появления этих скоростей. Если определенные таким образом частоты ниже максимально допустимых, соответствующих критериям комфорта, то считается, что проект удовлетворяет требованиям пригодности к нормальной эксплуатации.

Критерии комфорта для проектирования высоких зданий и их практическое применение рассматриваются в разд. 10.1. Критерии комфорта для проектирования пешеходных зон и сведения, необходимые для их практического использования, изложены в разд. 10.2—10.4.

10.1. Пригодность к нормальной эксплуатации высоких зданий при ветровых воздействиях

10.1.1. Влияние колебаний, вызванных ветром, на организм человека. Исследования влияния механических колебаний на организм человека проводились за последние 20 лет в основном в авиационно-космической промышленности. Поскольку частоты вибрации, представляющие интерес в авиационно-космических исследованиях, относительно высоки (обычно 1—35 Гц), возможность использования результатов этих исследований инженером-строителем большей частью ограничена. Тем не менее данные, полученные для высоких частот, были экстраполированы в [10.1] для частот ниже 1 Гц. На основании этого предложены следующие соотношения между различными уровнями дискомфорта и вызывающими их ускорениями:

Уровень дискомфорта	Ускорение (в процентах от ускорения силы тяжести g)
Колебания:	
неощутимые	$^1/_2$
ощутимые	$^1/_2$—$1\,^1/_2$
раздражающие	$1\,^1/_2$—5
крайне раздражающие	5—15
непереносимые	>15

В [10.2] приведены результаты экспериментов, имевших целью установление границ ощутимости для периодических колебаний с частотами от 0,067 до 0,2 Гц. Эти исследования, проведенные на динамических моделирующих стендах, воспроизводящих обстановку учреждения с участием 112 человек, были поставлены для оценки влияния на пороги ощутимости колебаний ориентации, перемещений, позы тела человека и степени восприимчивости к колебаниям участников эксперимента. Согласно опубликованным данным, для 50% участников эксперимента пороги ощутимости составляли приблизительно 1; 0,9 и 0,6% g соответственно для частот колебаний 0,067; 0,1 и 0,2 Гц. Выявлено, что в пределах этого диапазона частот порог ощутимости колебаний уменьшается по мере увеличения частоты. На основе дополнительных материалов экспериментальных исследований в [10.2] получена эмпирическая зависимость между горизонтальным ускорением какого-либо этажа здания и процентным составом людей на этом этаже, ощущающих это ускорение.

В работе [10.3] также сообщается об исследованиях влияния на людей вибраций, воспроизводимых на моделирующем динамическом стенде, в интервале частот 0,1—1 Гц. Установлено, что средние пороги ощутимости изменяются примерно от 0,6 (для частот порядка 0,1 Гц) до примерно 0,3% g (для частот порядка 0,25 Гц). Колебания становились хорошо ощутимыми и вызывали раздражение у людей, работавших за столами, если ускорения превышали 1,2%g. При ускорениях более 4%g колебания характеризовались как сильно ощутимые, и люди испытывали трудности при ходьбе. Колебания характеризовались как чрезвычайно раздражающие или просто непереносимые, когда ускорения превышали примерно 5—6%g. Аналогичные результаты приводятся в [10.4].

Исследования, о которых сообщается в [10.5, 10.6], основываются на наблюдениях степени влияния на человека не моделируемых, а реальных, вызванных ветром ускорений колебаний. Эти исследования включали наблюдения за колебаниями двух зданий и самочувствием находящихся в них людей во время шторма. Оценки среднего квадратического значения ускорения верхнего этажа при штормовых условиях для одного из этих зданий были получены путем измерения его реакции, а для второго — на основе измерений скорости ветра и испытаний в аэродинамической трубе. Эти оценки представляли собой средние значения:

по времени — за периоды максимальной интенсивности шторма (20—30 мин)*;

в пространстве — по всей площади этажа, причем усреднение в пространстве проводилось с целью учета вызванных ветром вращательных колебаний. Полученные таким образом средние квадратические значения составили 0,2% g для первого здания и 0,5%g для второго. Кроме того, опрос людей, находившихся в зданиях, показал, что примерно 35% лиц, занимающих верхние этажи первого здания, испытывали во время шторма приступы тошноты, вызываемые колебаниями. Во втором здании их число составило 45%. В [10.6] отмечается, что различные скрипы, которые возникают при колебаниях здания, могут значительно усилить ощущение дискомфорта, и, следовательно, они должны быть сведены к минимуму соответствующей компоновкой конструктивных элементов.

10.1.2. Критерии комфорта должны основываться на обширных знаниях о том уровне, до которого люди, использующие здание, готовы мириться с дискомфортом, обусловленным ускорениями от действия ветра. Однако в настоящее время эти знания весьма ограничены.

Простой критерий комфорта был предложен в [10.7], который, по мнению его авторов, подтверждается результатами [10.2]. Этот критерий, ограничивающий среднее число появлений ускорений величиной 1%g на верхнем этаже не свыше 12 раз в год, был использован при проектировании Всемирного торгового центра [10.7]. В [10.5] делается попытка разработать критерии комфорта на основе: а) зарегистрированных жалоб со стороны людей, находящихся в здании, на повторяемость его колебаний от действия ветра и б) оценок владельцами или проектировщиками возможных экономических последствий неудовлетворенности эксплуатационными качествами зданий со стороны пользователей. Из опроса лиц, испытавших на себе колебания со средним квадратическим значением ускорений верхних этажей здания порядка 0,5%g, установлено, что примерно 2% из них, которые занимали верхнюю треть здания, возражали бы против появления таких колебаний чаще, чем 1 раз в 6 лет.

С другой стороны, беседы с владельцами зданий и проектировщиками свидетельствуют о том, что если не более 2% людей, использующих верхнюю треть здания, считают раскачивание нежелательным, то это не окажет существенного влияния на арендную плату и продажную стоимость административных помещений. Основываясь на этих данных, в [10.5] предложен следующий расчетный критерий, который, по-видимому, является приемлемым:

«Интервалы повторения для штормов, вызывающих среднее квадратическое значение горизонтального ускорения верха здания более 0,5%g, должны быть не менее шести лет. Среднее квадратическое значение должно соответствовать 20-минутному интервалу усреднения при максимальной интенсивности шторма и усредняться в пространстве по этажу здания».

* Усреднения по времени также проводили и для более длительных интервалов.

Данный критерий приводится в [10.5] как предварительный и, вероятно, нуждается в корректировке по мере получения дополнительной информации. Можно удостовериться, что критерий комфорта, предложенный в [10.5], в большинстве случаев менее жесткий, чем критерий в [10.7].

10.1.3. Зависимость между скоростями ветра и ускорениями здания. Первый этап проверки соблюдения в проекте требований, заложенных в критерии комфорта, состоит в оценке для каждого возможного направления скоростей ветра, которые могут вызвать ускорения здания, превышающие критические. Практически это трудно осуществимая задача. Действительно, как уже указывалось в гл. 8, даже для простого случая (когда ветер направлен перпендикулярно фасаду здания) не существует никаких аналитических методов для надежной оценки реакции поперек направления потока. В результате информацию об ускорениях, соответствующих различным скоростям ветра, приходится получать из испытаний в аэродинамической трубе, в которых достаточно подробно моделируются упругие характеристики сооружения (например, для воспроизведения в случае необходимости вращательных форм колебаний).

В связи с этим возникают две основные трудности:

во-первых, ускорения здания в направлении потока существенно зависят от ординат спектра пульсаций продольной компоненты скорости в более высоком диапазоне частот (см. гл. 5 и 7). Поэтому необходимо тщательно проверить правильность моделирования в аэродинамической трубе спектра атмосферной турбулентности именно в этом диапазоне. Возможно, потребуется внести соответствующие поправки в результаты эксперимента, чтобы учесть различия спектров турбулентности в атмосфере и аэродинамической трубе (см. подразд. 9.2.2);

во-вторых, ускорения здания поперек направления потока существенно зависят от характера турбулентности, распространяющейся в спутной струе за сооружением. Характер турбулентности, в свою очередь, зависит от числа Рейнольдса потока, которое обычно неточно воспроизводят при моделировании гражданских сооружений в аэродинамической трубе. В случае гладких цилиндров круглого поперечного сечения влияние числа Рейнольдса довольно значительно: и в самом деле, течения спутных струй различны в аэродинамической трубе и в натуре.

Возникает вопрос: до какой степени это справедливо также и при обтекании тел других форм? Как указывалось в подразд. 9.3.2, окончательный ответ на этот вопрос в настоящее время отсутствует.

С должным учетом погрешностей, присущих моделированию в лабораторных условиях, результаты испытаний в аэродинамической трубе можно использовать для построения графиков зависимости скорости ветра от его направления для таких скоростей, которые вызывают колебания здания с критическими ускорениями (т.е. ускорениями, равными по величине значениям, предусмотренным критериями комфорта). Примером служит рис. 10.1. Скорости, соответствующие точкам вне кривой на этом рисунке, будут вызывать такие ускорения, что (если воспользоваться критерием, предложенным в [10.5]) $\bar{\sigma} > \bar{\sigma}^*$,

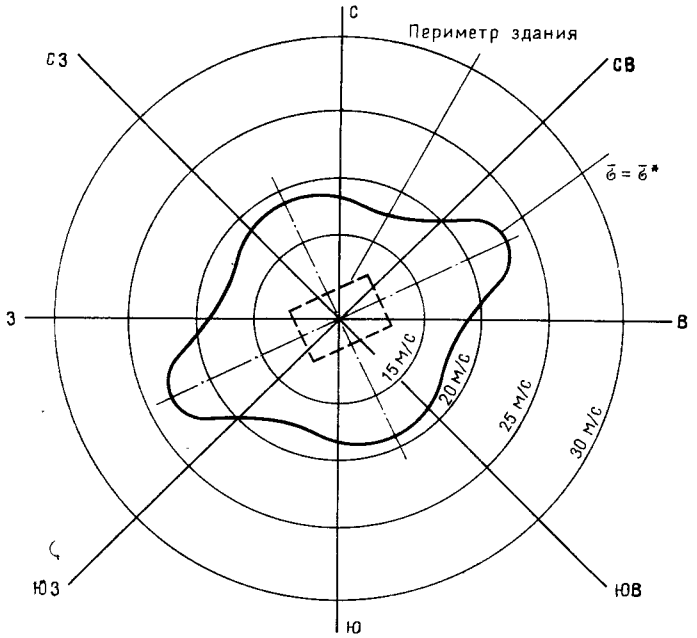


Рис. 10.1. Скорости ветра, вызывающие колебания здания с критическими ускорениями

где $\bar{\sigma}$ — осредненное в пространстве среднее квадратическое значение ускорений верхнего этажа, а $\bar{\sigma}^*$ — критическое значение $\bar{\sigma}$, установленное в критериях комфорта (например, в [10.5] $\bar{\sigma}^* = 0{,}5\%g$).

10.1.4. Частоты повторения ветров, вызывающих критические ускорения. Второй этап проверки соответствия проекта требованиям пригодности к нормальной эксплуатации заключается в оценке частоты повторения ускорений $\bar{\sigma}$, превышающих критическое значение $\bar{\sigma}^*$, установленное для критериев комфорта. Как показано в [10.5], эту частоту целесообразно определять как среднее число штормов за год $N_S(\bar{\sigma} > \bar{\sigma}^*)$, вызывающих ускорения $\bar{\sigma} > \bar{\sigma}^*$. Практически приемлемой является аппроксимация $N_S(\bar{\sigma} > \bar{\sigma}^*)$ числом дней в году $N_D(\bar{\sigma} > \bar{\sigma}^*)$, в течение которых максимальные скорости ветра превышают значения, соответствующие кривой на рис. 10.1. Можно утверждать, что для административных зданий при оценке средней частоты N_D не следует учитывать большие скорости ветра в ночное время. Однако ввиду многих погрешностей, присущих расчету здания на пригодность к нормальной эксплуатации, такие уточнения, по-видимому, не оправданы, даже если бы они могли снизить N_D примерно вдвое.

Число дней в году $N_D(\bar{\sigma} > \bar{\sigma}^*)$, в течение которых скорости ветра превышают некоторые заданные значения (т. е. значения, определяемые кривой на рис. 10.1), можно легко получить из сводок местных

климатологических данных (сводок МКД) для ближайшей к рассматриваемому участку местности метеорологической станции (см. разд. 3.1). Сводки МКД содержат ежедневные записи максимальных скоростей и соответствующих направлений ветра. Чтобы использовать информацию, полученную из сводок МКД, совместно с рис. 10.1, необходимо провести соответствующую корректировку для учета высоты установки анемометра, шероховатости подстилающей поверхности местности и осреднения скорости ветра по времени, как это показано в разд. 3.1.

Вычисленную среднюю годовую частоту N_D $(\bar{\sigma} > \bar{\sigma}^*)$ следует сравнить с максимально допустимой годовой частотой повторения ускорений $\bar{\sigma} > \bar{\sigma}^*$, установленной критериями комфорта. Обозначим эту частоту через N_A $(\bar{\sigma} > \bar{\sigma}^*)$; например, значение N_A $(\bar{\sigma} > \bar{\sigma}^*)$, предложенное в [10.5], составляет 1/6 за год. Если $N_D < N_A$, то проект считается удовлетворительным с точки зрения пригодности здания к нормальной эксплуатации.

10.2. Критерии комфорта для пешеходных зон внутри застроенной территории

В последние годы появились новые формы зданий и композиций открытых пространств, которые могут создавать при определенных неблагоприятных обстоятельствах области интенсивных приземных ветров, вызывающих недопустимые дискомфортные условия для людей, пользующихся пешеходными зонами. Обычно* такие композиции включают высокие здания, значительно возвышающиеся над окружающей городской застройкой и примыкающие к открытым пространствам (например, площади и места для гулянья). Как указывалось ранее, для количественного определения понятия «недопустимый дискомфорт» требуется:

установить соответствие между различными уровнями дискомфортных условий для пешеходов и вызывающими их скоростями ветра;

определить максимально допустимые частоты повторения таких скоростей ветра.

Рассмотрим эти два необходимых условия.

10.2.1. Скорости ветра и дискомфорт пешеходов. Обозначим через V среднюю скорость ветра, измеренную примерно на высоте 2 м над поверхностью земли с интервалом осреднения от 10 мин до 1 ч. Наблюдения за воздействиями ветра на людей и расчеты, включающие определение интенсивности работы по его преодолению, дают основания считать, что различные скорости ветра V [10.8, 10.9] вызывают следующие уровни дискомфорта:

$V = 5$ м/с — начало дискомфорта;
$V = 10$ м/с — неприятные ощущения;
$V = 20$ м/с — опасно.

* Но не всегда, см. [10.13].

Таблица 10.1. Сводка ветровых воздействий [10.8]

Балл по шкале Бофорта	Описание ветра	Скорость, м/с	Описание ветровых воздействий
0	Штиль	<0,4	Ветер не ощущается
1	Тихий ветер	0,4—1,5	То же
2	Легкий ветер	1,6—3,3	Обдувает лицо
3	Слабый ветер	3,4—5,4	Ветер колышет легкий флаг, треплет волосы, развевает одежду
4	Умеренный ветер	5,5—7,9	Ветер поднимает пыль, сухой грунт и обрывки бумаги; приводит в беспорядок прическу
5	Свежий ветер	8,0—10,7	Напор ветра ощущается всем телом; поземка переходит в метель; граница приятного ощущения ветра на суше
6	Сильный ветер	10,8—13,8	Зонтики используются с трудом; ветер сильно развевает волосы; трудно сохранять устойчивость при ходьбе; неприятный шум от ветра в ушах; ветер взметает снег выше головы (снежный буран)
7	Крепкий ветер	13,9—17,1	Возникают неудобства при ходьбе
8	Очень крепкий ветер	17,2—20,7	В большинстве случаев затруднено продвижение вперед; очень трудно удерживать равновесие во время порывов ветра
9	Шторм	20,8—24,4	Порывы ветра сбивают людей с ног

Более подробное описание действия ветра различной интенсивности (в соответствии с классической шкалой Бофорта) дано в табл. 10.1 [10.8]. Ориентировочные сведения о комфортных условиях для пешеходов на прогулке при различных длительности нахождения на солнце, температуре окружающего воздуха, скорости ветра и в зависимости от одежды приведены в [10.23].

Экспериментальные исследования, о которых сообщается в [10.10, 10.11], свидетельствуют о том, что комфорт пешеходов является функцией не только средней скорости ветра V, но также и его порывистости. По этой причине, вообще говоря, целесообразно изучать воздействие ветра на людей, используя эффективную скорость ветра V^e, которая определяется следующим образом:

$$V^e = V\,[1 + k(\overline{v'^2}^{1/2}/V)], \qquad (10.1)$$

где V — средняя скорость; $\overline{v'^2}^{1/2}$ — среднее квадратическое значение пульсаций продольной компоненты скорости; k — постоянная величина, характеризующая степень значимости воздействий пульсаций.

В соответствии с результатами [10.10, 10.11] подходящее значение для этой постоянной будет $k \approx 3$. Однако другие исследователи используют значение $k = 1{,}5$ [10.12] и $k = 1$ [10.13]. Согласно [10.11],



Рис. 10.2. Порыв ветра. Литография Марле

эксперименты, проведенные в аэродинамической трубе, и наблюдения за поведением пешеходов дают основания предложить следующие соотношения между скоростями V^e (при $k \approx 3$) и уровнями дискомфорта:

$V^e = 6$ м/с — начало дискомфорта;
$V^e = 9$ м/с — влияет на поведение пешеходов;
$V^e = 15$ м/с — вызывает затруднения при ходьбе;
$V^e = 20$ м/с — становится опасно.

Способность пешеходов приспосабливаться к сильным ветрам значительно снижается, если такой ветер налетает достаточно неожиданно, как это случается в зонах с весьма неоднородными в пространстве потоками. По этой причине в [10.11] указывается, что если средняя скорость изменяется на 70% примерно на расстоянии менее 2 м, то ветер оказывает на людей более сильное воздействие, чем указывалось выше.

10.2.2. Критерии комфорта были ранее определены как положения, устанавливающие максимально допустимые частоты повторения различных уровней дискомфорта. В [10.9] предлагается следующий простой критерий, основанный на богатом опыте, который был накоплен при изучении действия приземных ветров на застроенной территории. Жалобы на ветровые условия, по всей видимости, будут отсутствовать, если продолжительность действия ветров со средними скоростями $V > 5$ м/с будет оцениваться для пешеходных зон менее чем в 10% по времени. Они могут возникнуть, если появление таких скоростей оце-

Таблица 10.2. Критерии комфорта для различных пешеходных зон

Критерий	Описание зоны	Наибольшая скорость отдельных порывов ветра, м/с	Частота повторения, ч/год
1	Площади и парки	~ 6	Около 1000 (10% по времени)
2	Пешеходные дорожки и другие зоны для пешеходов	~ 12	50 (1—2 раза в месяц)
3	То же, что и для критериев 1 и 2	~ 20	Около 5
4		~ 25	< 1

нивается в 10—20% по времени. Расчетная повторяемость, превышающая 20%, вообще говоря, относится к тем случаям, когда для снижения скоростей ветра приходилось прибегать к работам по реконструкции существующих торговых центров.

В [10.12, 10.14 и 10.15] предложены более подробные критерии комфорта, отражающие отдельные точки зрения о допустимой частоте повторения различных скоростей ветра. В качестве примера такие критерии приведены в табл. 10.2 [10.14].

Первый критерий приблизительно равноценен цитируемому ранее критерию из [10.9]. Наибольшая скорость воздушного порыва в 25 м/с соответствует ветру, который может сбить с ног физически слабого человека [10.15]. В остальном же, как указывается в [10.14], значения, приведенные в табл. 10.2, субъективны и были использованы из-за отсутствия достоверных данных.

Как показано в разд. 10.4, для пешеходных зон расчетная частота повторения скоростей ветра весьма существенно зависит от применяемой методики оценки. Следует отметить, что критерии комфорта из [10.9] и аналогичные критерии, предложенные другими авторами, можно использовать лишь тогда, когда повторяемости скоростей ветра оценивают по упрощенной методике, рассмотренной в разд 10.4. Эти критерии становятся неприменимыми, если проводить оценку по приведенной там же уточненной методике.

Из-за отсутствия официальных критериев решения о приемлемости комфортных условий в пешеходных зонах практически принимают сами застройщики [10.16].

10.3. Зоны сильных приземных ветров внутри застроенной территории

10.3.1. Воздушный поток вблизи высоких зданий. Как отмечалось в [10.9], большие скорости ветров, возникающие на уровне пешеходов вокруг высоких зданий, обычно связывают со следующими типами течения:

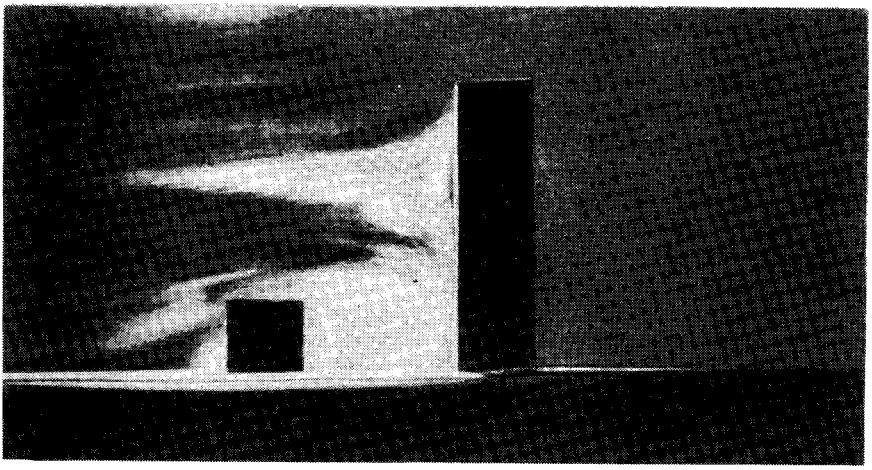


Рис. 10.3. Воздушный поток перед высоким зданием (направление ветра слева направо)

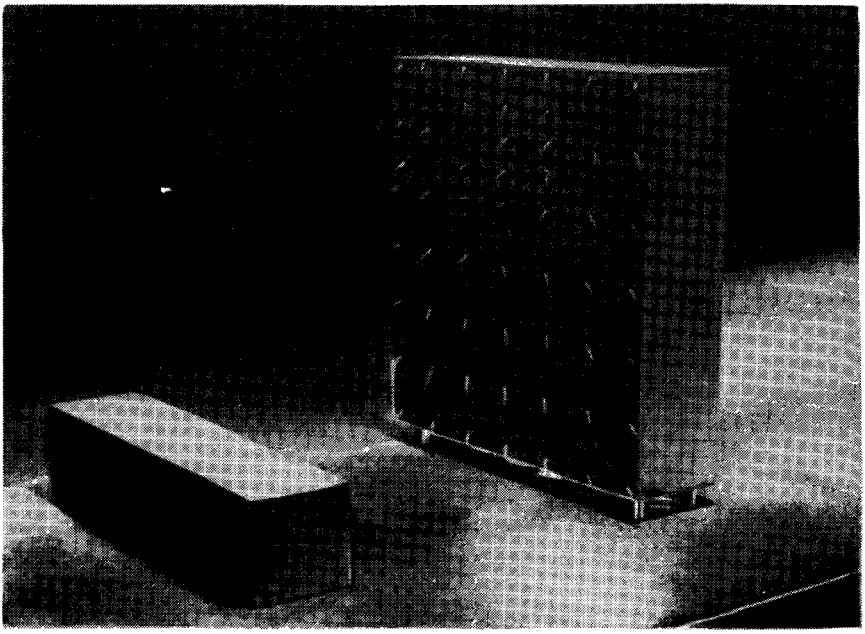


Рис. 10.4. Воздушный поток у наветренного фасада высокого здания (направление ветра слева направо)

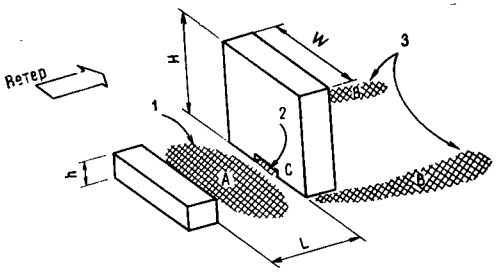


Рис. 10.5. Зоны высоких скоростей приземных ветров вокруг высокого здания, по [10.9]
A — вихревое течение; *B* — угловые течения; *C* — сквозной поток

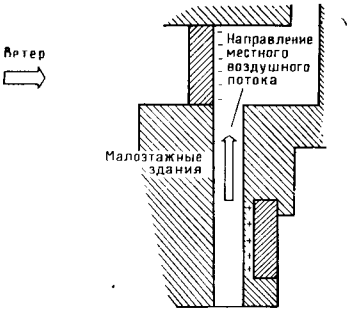


Рис. 10.6. Поперечное течение между двумя высокими зданиями [10.9]

вихревыми, которые образуются около поверхности земли (рис. 10.3);
нисходящими течениями воздуха, обтекающего углы здания с наветренной стороны (рис. 10.4);
воздушными через проемы первого этажа, соединяющими наветренную и подветренную стороны здания (рис. 10.4), или *поперечными* от наветренной стороны одного здания к подветренной стороне соседнего.

Визуализация потоков (рис. 10.3 и 10.4) достигнута путем введения дыма в струю воздуха. Из рисунков видно, что характер течений в непосредственной близости от наветренной поверхности согласуется с распределением давления по наветренной поверхности, показанным на рис. 4.28, *б* (т. е. воздух перемещается из зон высокого давления в зоны низкого давления). Часть воздушной массы, отклоненная зданием вниз, образует вихрь (см. рис. 10.3) и таким образом «метет» по земле в противотечении (зона *A*, отмеченная как «вихревое течение» на рис. 10.5). Другая часть воздушной массы ускоряется при обтекании углов здания (см. рис. 10.4) и образует струи, которые метут по земле у его торцов (зоны *B*, отмеченные как «угловые течения» на рис. 10.5). Если на уровне или вблизи первого этажа имеется сквозной проем, соединяющий наветренную и подветренную стороны, то часть нисходящей массы воздуха будет всасываться из зоны относительно высокого давления на наветренной стороне в зону относительно низкого давления (отсоса) на подветренной стороне (см. рис. 10.4). Таким образом, сквозной поток будет прометать зону *C*, показанную на рис. 10.5. Сквозные потоки такого типа причиняли серьезные неудобства всем, кто пользовался 20-этажным зданием факультета физики Земли Массачусетского технологического института в Кембридже (Массачусетс) [10.17]. Подобная же разница давления вызывает и поперечные потоки между расположенными по соседству зданиями (рис. 10.6).

Структура приземного воздушного потока внутри городской застройки сложным образом зависит от относительного расположения, размеров, форм и некоторых архитектурных особенностей (таких, как

Таблица 10.3. Приближенные значения отношений V_H/V_0 [10.9]

H, м	20	30	40	50	60	70	80	90	100
V_H/V_0	0,73	0,82	0,89	0,94	0,99	1,04	1,08	1,11	1,14

проемы первого этажа) входящих в нее зданий, от шероховатости и особенностей рельефа местности вокруг данной застройки и возможного близкого соседства одного или нескольких высотных зданий. По этой причине для изучения приземных воздушных течений на любой застроенной территории в принципе необходимо проводить исследования в аэродинамической трубе. И все же, как отмечалось в [10.9], опыт показывает, что данные, основанные на аэродинамических исследованиях основного стандартного случая (рис. 10.5), полезны и при предсказании ветров для широкого круга случаев, встречающихся на практике. Такие данные опубликованы в [10.9] и будут обобщены ниже. Область их применения включает застроенные территории, которые сохраняют в основном сходство с ситуацией, показанной на рис. 10.5, и при высоте зданий, не превышающей порядка 100 м.

10.3.2. Скорости ветра на уровне пешеходов для основного стандартного случая [10.9]. Скорости приземных ветров вокруг модели высокого здания, показанного на рис. 10.5, были измерены при проведении испытаний в аэродинамической трубе в масштабе 1 : 120. Шероховатость подстилающей поверхности, моделируемая в испытаниях, принята типичной для застройки пригородов; вертикальный профиль средних скоростей ветра задавался примерно по степенному закону с показателем степени $\alpha = 0{,}28$. Скорости приземных ветров зависят от размеров H, W, L и h (см. рис. 10.5) и выражаются в виде отношений V/V_H, где V и V_H — средние скорости соответственно на уровне пешеходов и на высоте H. В некоторых приложениях представляется полезным оценить отношения V/V_0, где V_0 — средняя скорость на высоте 10 м над поверхностью земли для открытой местности. Отношения V/V_0 можно получить следующим образом:

$$V/V_0=(V/V_H)\ (V_H/V_0). \qquad (10.2)$$

В табл. 10.3 для различных высот H приведены приближенные значения отношений V_H/V_0, соответствующие условиям эксперимента, о котором сообщается в [10.9].

В дальнейшем, если это не оговорено особо, принимается, что направление ветра перпендикулярно к фасаду здания (угол $\theta = 0°$).

Скорости вихревого течения. V_A и V_H обозначают соответственно максимальную среднюю скорость ветра на уровне пешеходов в зоне A, показанной на рис. 10.5, и среднюю скорость ветра на высоте H. Приближенные значения отношений V_A/V_H представлены на рис. 10.7 в виде функций от W/H для различных соотношений L/H и для показанных на графиках интервалов значений H/h. Высота h во всех испытаниях на моделях соответствовала типовым высотам пригородной

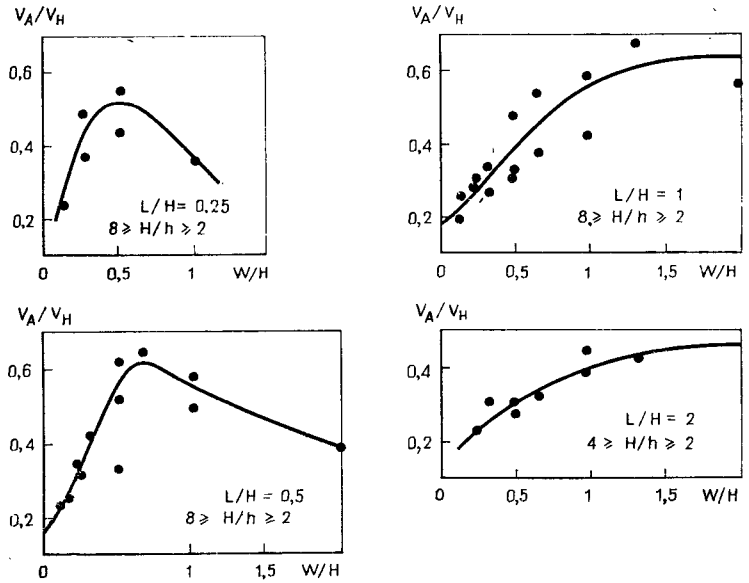


Рис. 10.7. Отношения V_A/V_H [10.9]

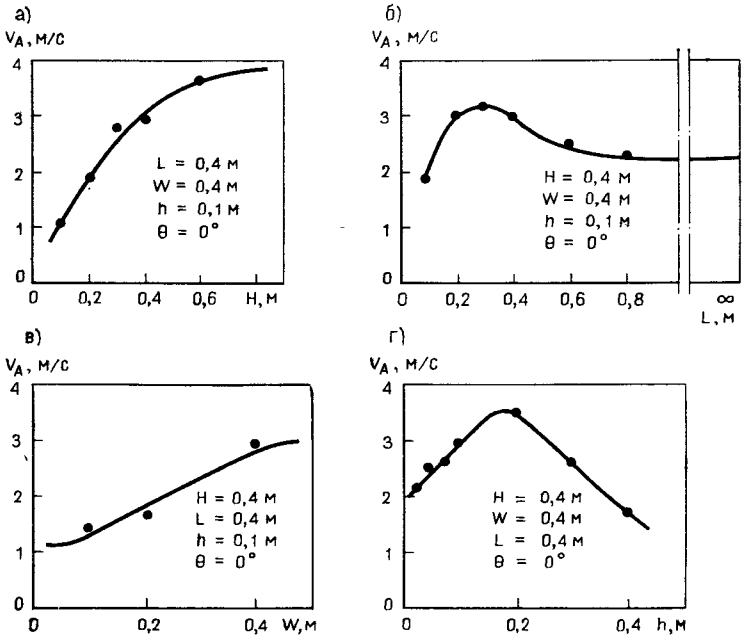


Рис. 10.8. Графики зависимости V_A от отдельных параметров [10.9]

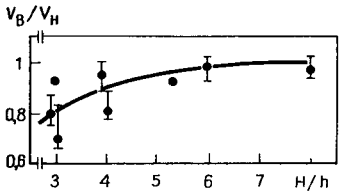


Рис. 10.9. Отношения V_B/V_H [10—9] ($W/H \geqslant 0{,}5$; $0{,}5 \leqslant L/H \leqslant \infty$)

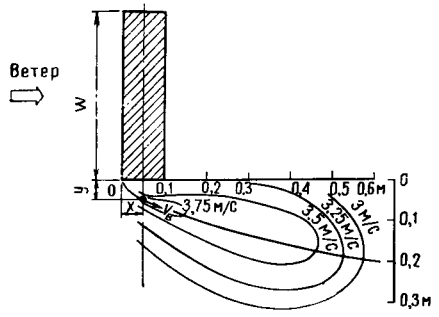
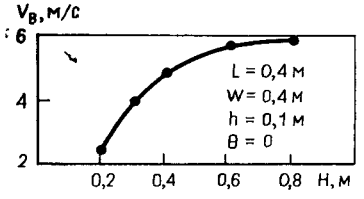
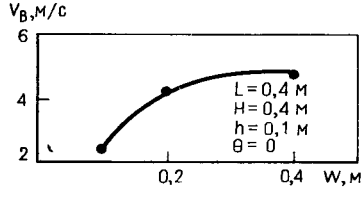
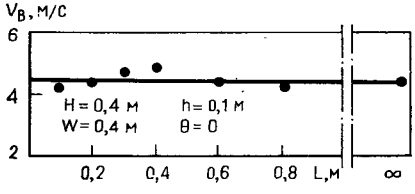


Рис. 10.11. Поле скоростей приземного воздушного потока в угловом течении [10.9] Модель здания в плане







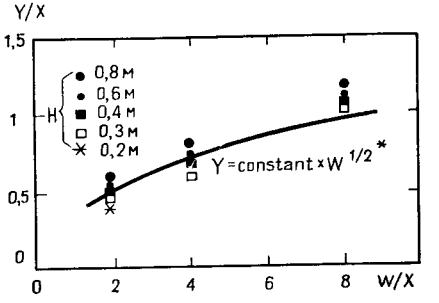
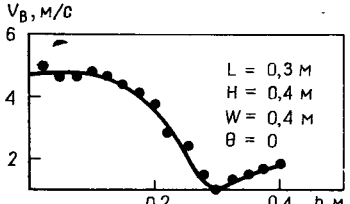
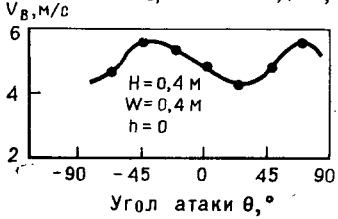


Рис. 10.12. Эмпирическая кривая зависимости Y/X от W/X [10.9]





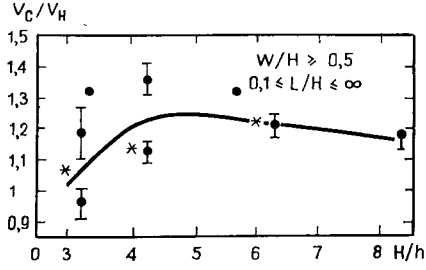
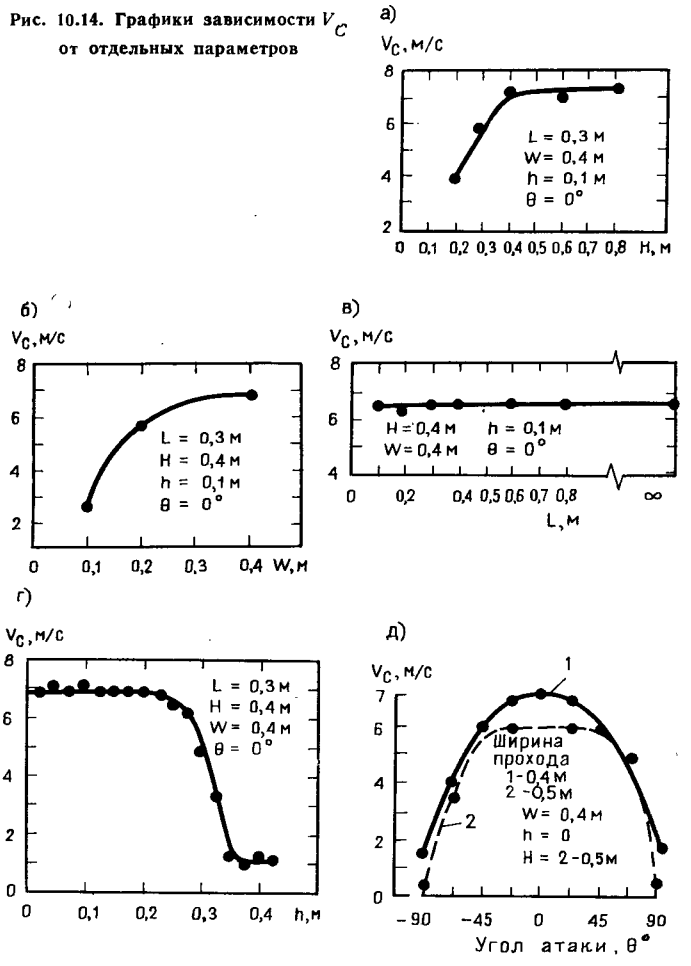


Рис. 10.13. Отношения V_C/V_H [10.9]

Рис. 10.10. Графики зависимости V_B от отдельных параметров [10.9]

Рис. 10.14. Графики зависимости V_C от отдельных параметров



застройки (7—16 м). Отмечается, что при увеличении гибкости здания (с уменьшением отношения W/H) отношение V_A/V_H уменьшается.

Графики, характеризующие изменения V_A в зависимости от изменения каждой переменной в отдельности, показаны на рис. 10.8. Если расстояние L между зданиями малой и повышенной этажности невелико, то вихрь не может свободно проникнуть в пространство между этими зданиями и значение V_A мало (рис. 10.8, *б*). Если L достаточно велико или если h весьма мало, то вихрь, который образует противоток от высокого здания, будет плохо сформированным и слабым и, следовательно, V_A будет иметь относительно небольшие значения (рис. 10.8, *б*, *г*). Если h приближается по величине к H, то в результате более высокое здание окажется экранированным и, таким образом, скорость V_A будет невелика.

Отметим, что для ситуаций, встречающихся на практике, отношение V_A/V_H составляет порядка 0,5.

Скорости угловых течений. На рис. 10.9 показана приближенная зависимость отношения V_B/V_H от H/h, где V_B и V_H обозначают соответственно максимальную среднюю скорость на уровне пешеходов в зонах, продуваемых угловыми течениями, и среднюю скорость на высоте H. Характерные примеры изменения V_B в зависимости от переменных H, L, W и h приведены на рис. 10.10. Скорость V_B характеризуется слабой зависимостью от угла θ между направлением среднего течения и нормалью к фасаду здания (угла атаки). Однако ориентация угловых течений и, следовательно, положение точки максимума скорости V_B могут существенно зависеть от направления θ средней скорости ветра.

Данные о поле скоростей ветра вблизи угла модели протяженного в плане здания ($H = 0{,}4$ м, $W = 0{,}4$ м, $L = 0{,}3$ м) приведены на рис. 10.11. Скорость ветра достаточно медленно уменьшается на расстоянии, примерно равном H от угла здания. Приближенную характеристику положения углового течения дает отношение $Y/(D/2)$, где Y показано на рис. 10.11, а D — ширина здания. Результаты измерения этого отношения для различных значений H и $W/(D/2)$ приведены на рис. 10.12 и довольно хорошо аппроксимируются кривой вида $Y = \text{constant} \cdot W^{1/2}$. Например, если $W = 45$ м и $D = 15$ м, то $W/(D/2) = 6$, $Y/(D/2) \approx 0{,}8$ (рис. 10.12), и максимальная скорость по оси здания имела бы место при $Y \approx 0{,}8 \cdot D/2 = 6$ м.

Отметим, что отношение V_B/V_H для характерных случаев строительной практики приближенно равно 0,95.

Скорости сквозного потока. Обозначим через V_C и V_H соответственно максимальную среднюю скорость ветра в проходе первого этажа, который соединяет наветренную и подветренную стороны здания, и среднюю скорость ветра на высоте H. На рис. 10.13 показана приближенная зависимость отношения V_C/V_H от параметра H/h, которая определена в [10.9] на основе полуэмпирических формул и измерений в аэродинамической трубе. Примеры изменения V_C в зависимости от H, W, L, h и θ показаны на рис. 10.14. Как следует из рис. 10.14, *б*, при $W/H < 0{,}5$ отношения V_C/V_H меньше, чем показанные на рис. 10.13. График на рис. 10.14, *д* для различных значений θ характеризует диапазон изменений V_C в зависимости от ширины прохода.

Графики на рис. 10.13 и 10.14 построены на основе измерений внутри и вблизи проходов, имеющих резко очерченные входы. Если кромки входов закруглены для придания им формы раструба, то в этом случае скорости V_C могут быть снижены примерно на 25% по сравнению со значениями на рис. 10.13 и 10.14 [10.9].

Отметим, что на практике для большинства случаев отношение V_C/V_H приближенно равно 1,2.

10.3.3. Измерения приземных ветров в аэродинамической трубе и в натуре: результаты проведенных исследований*.

* Источник информации для каждого случая указан в библиографии под соответствующим номером.

Таблица 10.4. Скорости ветра около административного здания

Точки	Западный ветер											Восточный ветер				
	$V_{(i)}/V_{зв}$								усредненные значения	$V_{(i)}/V_H$	прогнозируемые значения $V_{(i)}/V_H$	$V_{(i)}/V_{зв}$		усредненные значения	$V_{(i)}/V_H$	прогнозируемые значения $V_{(i)}/V_H$
	а	*б*	*в*	*г*	*д*	*е*	*ж*	*з*				(*и*)	(*к*)			
1	0,36	0,54	0,61	0,37	0,70	0,35	0,34	0,42	0,46	0,48	—	0,31	0,56	0,43	0,45	—
2	0,13	0,25	0,17	0,15	0,30	0,11	0,12	0,21	0,18	0,19	—	0,21	0,32	0,26	0,27	—
3	0,16	0,36	0,30	0,16	0,27	0,11	0,11	0,26	0,22	0,23	—	0,31	0,40	0,35	0,36	0,59 (вихревое течение)
4	0,15	0,22	0,22	0,16	0,25	0,10	0,12	0,23	0,18	0,19	—	0,26	0,35	0,30	0,31	—
5	0,81	0,95	0,93	0,59	1,33	0,56	0,56	0,68	0,80	0,83	—	0,30	0,45	0,37	0,39	—
6	0,54	0,93	0,80	0,58	0,88	0,53	0,49	0,79	0,69	0,72	0,92 (угловое течение)	0,95	0,99	0,97	1,01	0,92 (угловое течение)
7	0,48	0,79	0,85	0,59	1,05	0,41	0,42	1,00	0,70	0,73	1,06 (сквозной поток)	0,74	0,91	0,82	0,85	1,06 (сквозной поток)
8	0,74	1,01	0,86	0,67	1,05	0,46	0,40	0,39	0,70	0,73		0,79	1,32	1,05	1,09	
9	0,98	1,05	1,13	0,88	1,77	0,61	0,76	1,02	1,02	1,06		0,90	1,16	1,03	1,07	
Скорость в точке *10*, м/с	9,8	9,7	9,5	8,6	7,3	11,6	12,6	5,7	—	—	—	8,4	6,3	—	—	—

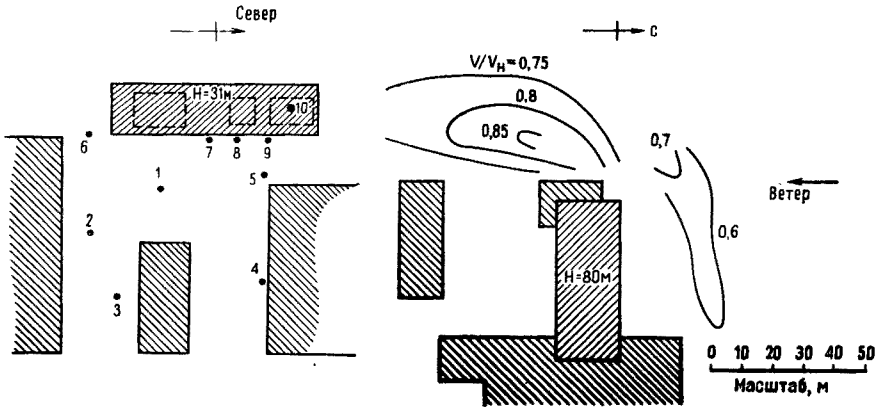


Рис. 10.15. Вид в плане, случай *а*

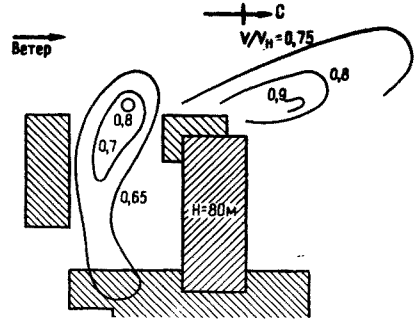


Рис. 10.16. Вид в плане, случай *б*

а) *Административное здание* ($H = 31$ *м*), *экранирующее торговый центр* [10.9]. Здание высотой 31 м при $H/h = 4{,}4$, $W/H = 1{,}6$ и $L/H \approx 0{,}85$ показано в плане на рис. 10.15. Были проведены десять серий натурных измерений скоростей ветра $V_{(i)}$ у поверхности земли в точках $i = 1, 2, \ldots, 9$ (см. рис. 10.15) и скоростей V_{36} в точке *10* на высоте 36 м над поверхностью земли. Их результаты представлены в табл. 10.4 в виде отношений $V_{(i)}/V_{36}$. При этом усредненные данные по измерению отношений $V_{(i)}/V_{36}$ приведены в ней отдельно для западных [серии измерений от *а* до *з*] и восточных ветров [серии измерений *и* и *к*]. Эти усредненные значения были затем умножены на коэффициент $(36/31)^{0{,}28} = 1{,}04$ для получения приближенных величин отношений $V_{(i)}/V_H$, где V_H — средняя скорость на высоте $H = 31$ м.

Отметим, что в ряде случаев отношения $V_{(i)}/V_{36}$ значительно разнятся от измерения к измерению [например, $V_{(5)}/V_{36} = 1{,}33$ и 0,56 соответственно для серий *д* и *е*]. Какие-либо объяснения этих отклонений отсутствуют. Для сравнения в табл. 10.4 включены также прогнозируемые значения отношений V_A/V_H, V_B/V_H и V_C/V_H, полученные на основе рисунков (соответственно 10.7, 10.9 и 10.13). Следует отметить достаточно хорошее их соответствие усредненным значениям измерений.

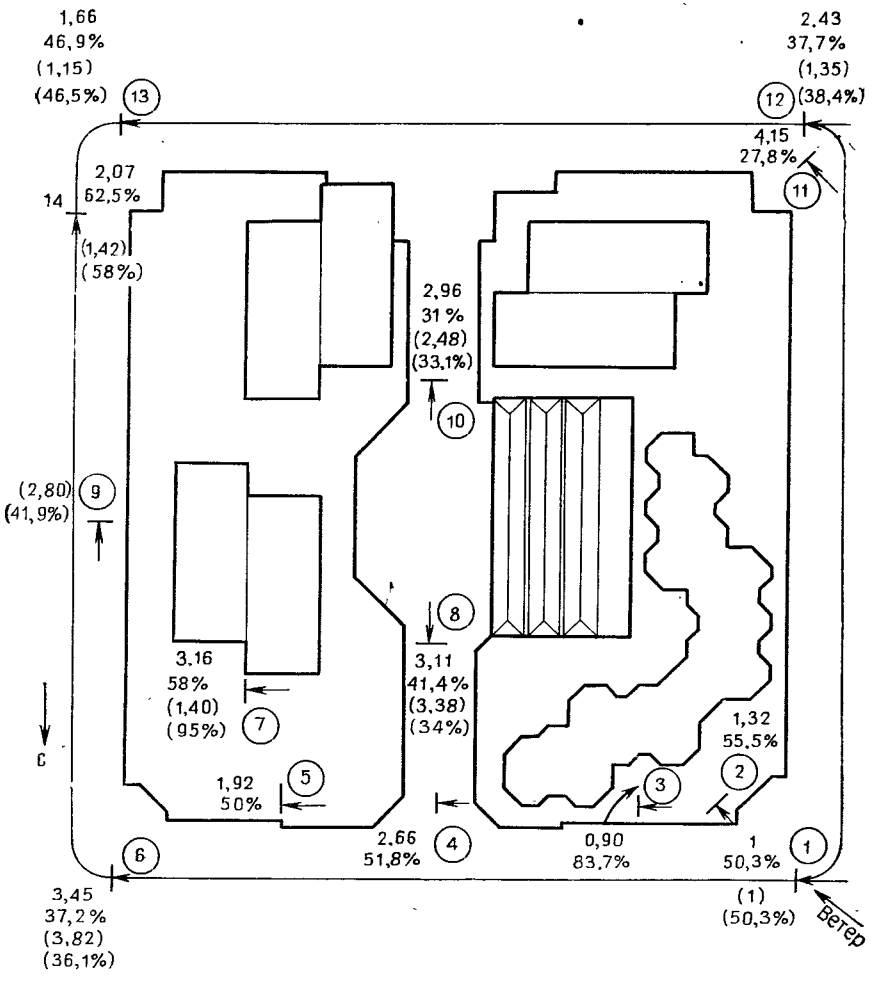


Рис. 10.17. Скорости ветра и интенсивности турбулентности, площадь Десджардинс [10.19]

б) *Модель здания в Утрехте, Нидерланды.* Рассматриваемое здание высотой 80 м, длиной $W = 50$ м, шириной $D = 22$ м при $H/h = 8$, $W/H = 0{,}63$ и $L/H = 0{,}5$ показано в плане на рис. 10.16. Изолинии отношений V/V_H, проведенные на рис. 10.16 для южных и северных ветров, были получены в [10.9], используя опубликованные в [10.18] данные экспериментов в аэродинамической трубе. По результатам измерений отношения V_A/V_H и V_B/V_H составляют соответственно примерно 0,65 (по оси здания) и 0,90. Значения этих отношений, предсказанные с использованием данных, представленных на рис. 10.7 и 10.9, равны 0,60 и 1. Как видно, совпадение между предсказанными и измеренными значениями довольно хорошее. Однако следует отметить, что

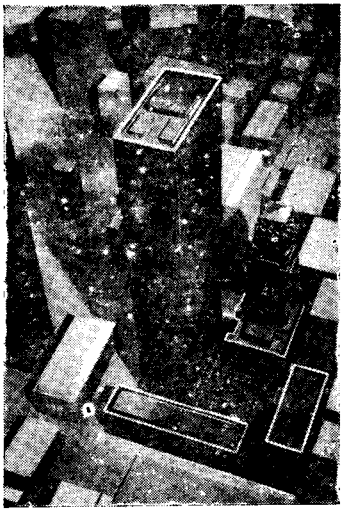


Рис. 10.18. Модель Коммерс Корт. Судебная палата по торговым делам [10.20]

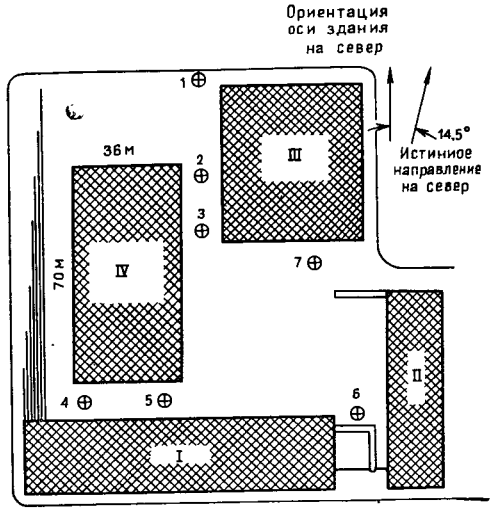


Рис. 10.19. Судебная палата по торговым делам, вид в плане
I — 5-этажное зданне; *II* — 14-этажное здание; *III* — здание С.I.B.C., 32 этажа; *IV* — башня С.I.B.C., 54 этажа, *H*=240 м

вихревое течение является асимметричным и включает области с отношениями V_A/V_H, равными 0,8.

в) *Модели зданий на площади Десджардинс, Монреаль* [10.19]. Для одного из рассматриваемых проектов площади Десджардинс в Монреале исследования на модели проводились в масштабе 1 : 400. Преобладающее направление ветра, установленное измерениями на верху высотного здания, расположенного недалеко от рассматриваемого участка, показано на рис. 10.17. Испытания в аэродинамической трубе проводились только для этого направления. Наблюдения над характером приземных течений проводились при помощи пучков нитей, прикрепленных к поверхностям модели, шерстяной нити на конце переносной штанги и жидкой смеси керосина и мела (каолина), которая набрызгивалась на горизонтальные поверхности модели. При обтекании модели ветром смесь сдувается в зонах высоких скоростей и накапливается в зонах торможения потока. После испарения керосина белые отложения мела указывают зоны низких скоростей, а темные участки соответствуют зонам сильных приземных ветров, где и проводились измерения их скоростей. Числа на рис. 10.17 представляют собой отношения средних скоростей ветра в указанных точках к средней скорости на высоте 1,8 м от поверхности земли в северо-западном углу участка строительства. В процентах на этом рисунке выражены интенсивности турбулентности, а стрелки показывают направление составляющей ветра, характеристики которой измерялись с помощью зонда. Цифры, не заключенные в круглые скобки, относятся к измерениям, которые были проведены в отсутствие в юго-западном углу участка проектируемой 50-этажной башни. Для исследования ее

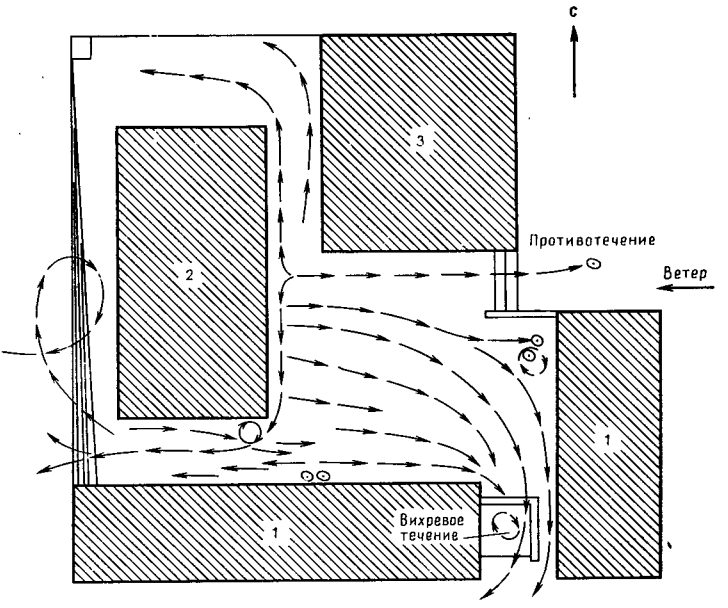


Рис. 10.20. Структура приземного воздушиого потока. Судебная палата по торговым делам (ветер восточиый) [10.21]
1 — здание коиторы; *2* — башня С.I.В.С.; *3* — здание С.I.В.С.

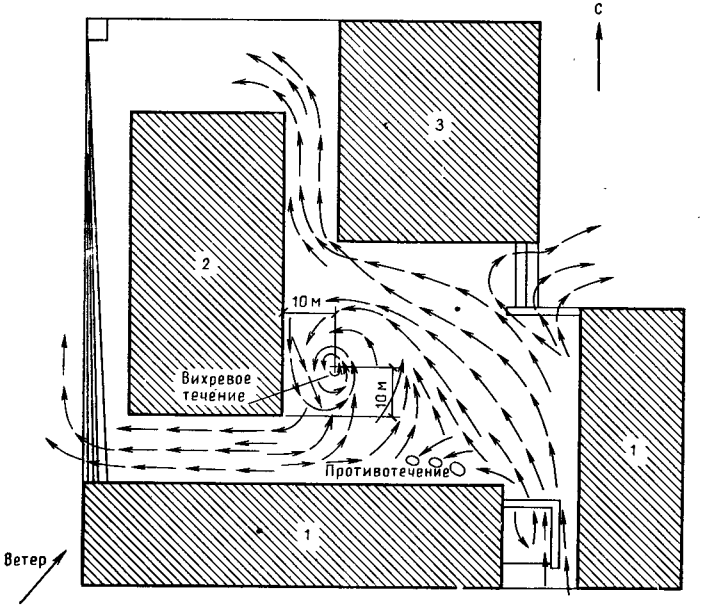


Рис. 10.21. Структура приземного воздушного потока. Судебная палата по торговым делам (ветер юго-западный) [10.21]
1 — здание конторы; *2* — башия С.I.В.С.; *3* — здание С.I.В.С.

влияния на приземные ветры измерения также проводили и с установленной моделью этой башни. Их результаты на рис. 10.17 показаны в круглых скобках.

г) *Двор Судебной палаты по торговым делам, Торонто* [10.20]. Модель в масштабе 1 : 400 и вид в плане проекта Судебной палаты по торговым делам в Торонто показаны соответственно на рис. 10.18 и 10.19. Структуры приземных потоков для двух направлений ветра, полученные при помощи дымовой визуализации, показаны на рис. 10.20 и 10.21. Отношения V/V_H, где V и V_H обозначают соответственно средние скорости ветра на высоте 2,7 м и 240 м от поверхности земли, были получены путем измерений в аэродинамической трубе, а по окончании строительства — натурными измерениями на самом участке. Результаты этих измерений для точек *1—7* (см. рис. 10.19) показаны на рис. 10.22 как функции от направления ветра. Совпадение данных натурных измерений со значениями, полученными в аэродинамической трубе, представляется вполне приемлемым, хотя в отдельных случаях отмечается расхождение порядка 30, 50% и даже более.

д) *Модель башни ДМА, Париж* [10.22]. На рис. 10.23 показаны модели башни ДМА высотой 120 м и проектируемых соседних сооружений, которые сфотографированы на фоне существующей городской застройки. Пусть V^e и V_H^e обозначают соответственно скорости, определяемые выражением (10.1) при $k = 1$ и измеренные на высоте 2 м и 120 м от поверхности земли. Отношения V^e/V_H^e, полученные при испытаниях в аэродинамической трубе для ветра юго-западного направления, показаны на рис. 10.24. Отметим, что самые сильные воздушные течения при ветре этого направления возникают между двумя изогнутыми в плане зданиями, расположенными северо-западнее башни (обведенное кружочком значение $V^e/V_H^e = 1{,}08$ на рис. 10.24), а не в непосредственной близости от нее самой. Увеличение скоростей ветра вследствие распространения воздушного потока в канале между зданиями, расположенными в плане под углом друг к другу, иногда называют эффектом Вентури [10.13].

10.3.4. Улучшение режима приземного ветра. Если установлено, что на некоторых участках приземные ветры слишком сильны и тем самым вызывают недопустимые дискомфортные условия для пешеходов, то необходимо изыскивать способы для улучшения ветрового режима окружающей территории или принять какие-либо другие меры по защите пешеходов от неприятного воздействия ветра. В некоторых особых случаях может возникнуть необходимость запроектировать здания пониженной высоты или других форм по сравнению с первоначальным вариантом. Открытые площадки следует по возможности проектировать таким образом, чтобы исключить движение пешеходов через зоны сильных ветров. Более того, в [10.23] предлагается в потенциально опасных местах предусматривать поручни. В некоторых исключительных случаях может потребоваться даже устройство ограждений на участках, подверженных действию сильных ветров и часто используемых пешеходами.

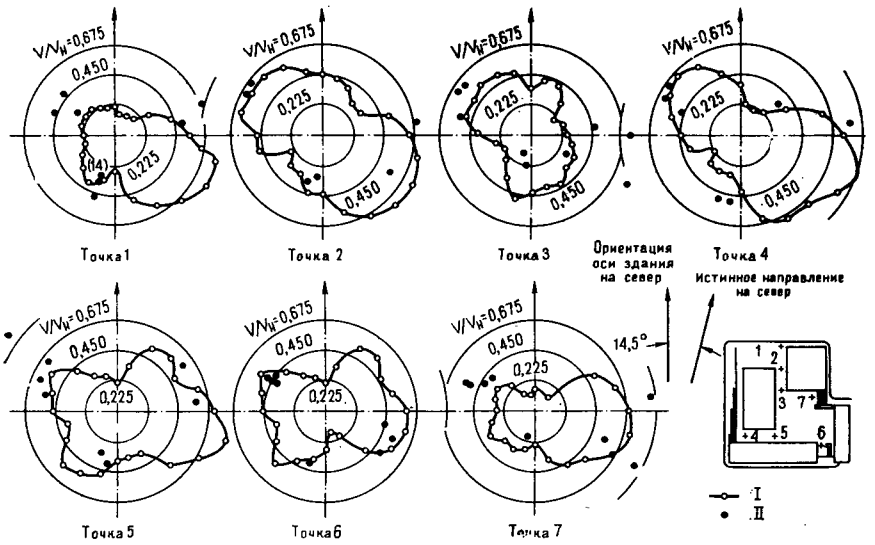


Рис. 10.22. Средние скорости приземных ветров во дворе Судебной палаты по торговым делам

I — измерения в аэродинамической трубе; *II* — натурные измерения

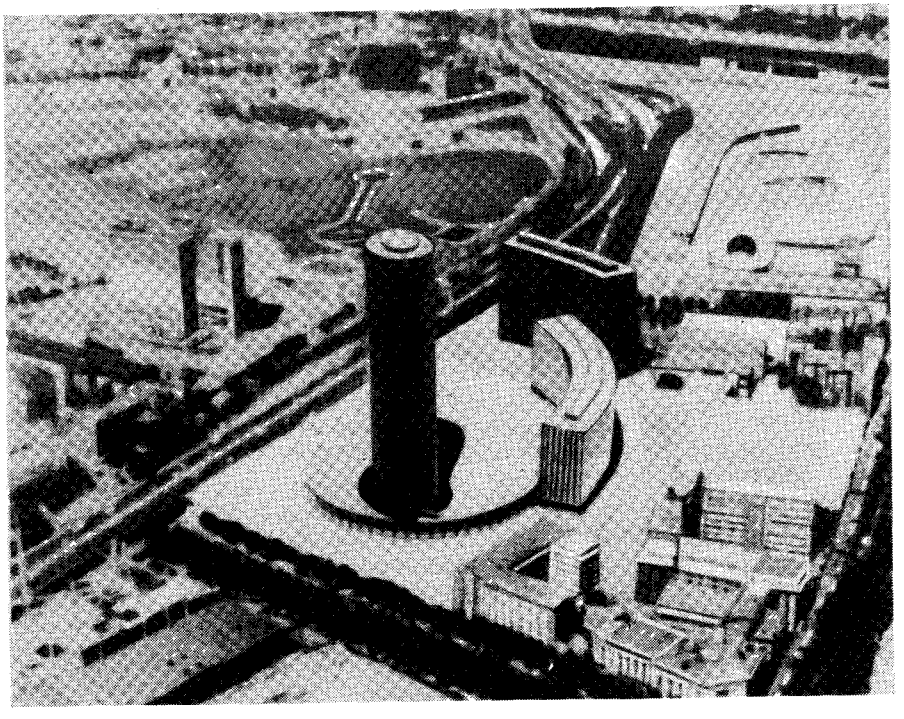


Рис. 10.23. Башня ДМА

Местные улучшения режима приземного ветра могут быть достигнуты путем устройства крыш над пешеходными зонами и (или) установки в соответствующих местах сплошных или ячеистых ветрозащитных экранов. Исследования по защитному действию экранов опубликованы в работах [10.24, 10.25]. Однако в настоящее время не существует никаких общих правил расчета, на основании которых можно было бы надежно предсказывать их защитное действие внутри застроенной территории. К тому же, как отмечалось в [10.23], сплошные экраны лишь отклоняют ветровой поток с одного участка территории на другой, так что последствия их применения должны быть тщательно изучены.

Ниже рассмотрим некоторые из проведенных исследований, которые поясняют использование конструктивных мероприятий для снижения скоростей ветра на уровне пешеходов*.

а) *Торговый центр, Кройдон, Англия* [10.9] примыкает к западной стороне административного здания (высота75 м, длина 70 м и ширина 18 м). Длина торгового центра 75 м. Проход шириной 12 м и высотой 3,7 м соединяет торговый центр, расположенный с западной стороны здания, с улицей, которая проходит вдоль его восточного фасада (рис. 10.25). Торговый центр был запроектирован и построен без арочного покрытия над торговой улицей. По завершении строительства комплекса зданий стала очевидной необходимость конструктивных мероприятий для снижения скоростей ветра в проходе и на торговой улице.

В аэродинамической трубе были проведены исследования воздушного потока у поверхности земли, сначала для первоначального варианта строительства комплекса (т. е. без покрытия над торговой улицей), а затем при различном расположении покрытия над торговой улицей и экранов внутри прохода. Отношения V/V_H, полученные из измерений в аэродинамической трубе (V и V_H — соответственно средние скорости ветра на высоте 1,8 и 75 м от поверхности земли), приводятся на рис. 10.25 для трех случаев.

Для первоначального варианта строительства комплекса максимальные значения отношения V/V_H равнялись 0,68 в зоне вихревого течения и 1,01 в зоне сквозного потока. Устройство покрытия над всей торговой улицей, без установки экранов в проходе, привело к значительному снижению на уровне пешеходов скоростей воздушного потока, вызываемого западными ветрами. Однако при восточных ветрах воздушный поток проникал под крышу, и по этой причине скорости ветра на торговой улице были большими. Как показано на рис. 10.25, большие скорости отмечались также и у восточного входа в проход. Устройство сплошного покрытия вблизи высотного здания при частичном перекрытии оставшейся части торговой улицы и ограждение экранами 75% площади прохода (см. рис. 10.25) привели к значительному ослаблению приземных ветров. Отметим, что для защиты торговой улицы от сильных вихревых течений, вызываемых западными вет-

* Источник информации для каждого случая указан в библиографии под соответствующим номером.

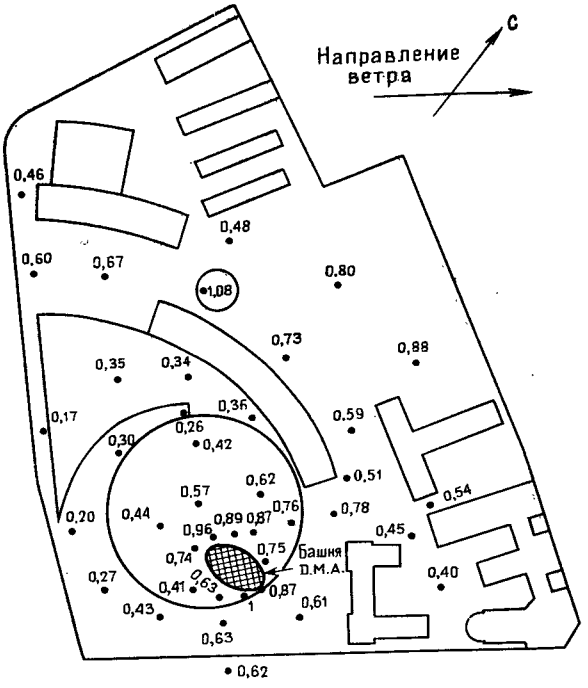


Рис. 10.24. Скорости приземных ветров около башни ДМА [10.22]

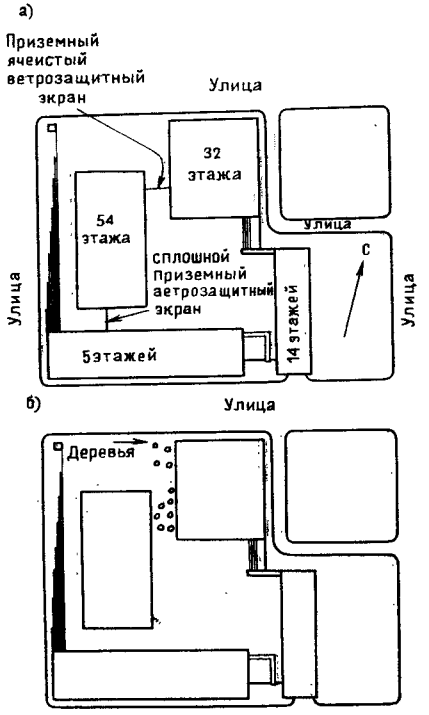
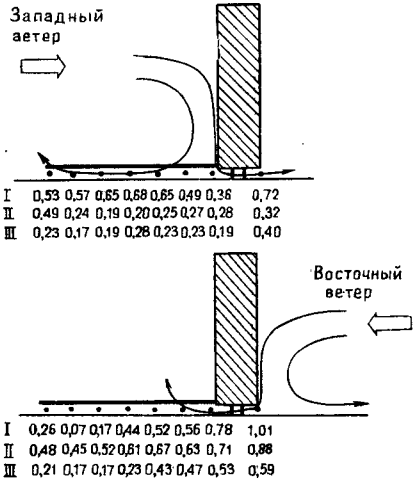


Рис. 10.26. Реконструкция двора Судебной палаты по торговым делам (*а* — экраны; *б* — деревья)

Рис. 10.25. Результаты испытаний на модели Кройдон [10.9]

I — первоначальный вариант; *II* — с покрытием над всей торговой улицей и без экранов в проходе; *III* — с покрытием над частью улицы при экранировании 75% площади прохода



рами, необходимо устройство сплошного покрытия не менее чем на 18 м от фасада здания.

Уже осуществленное решение предусматривало устройство покрытия над всей торговой улицей и установку экранов, защищающих 75% площади прохода. Такое решение оказалось эффективным для обеспечения комфортных условий при действии ветра.

б) *Модели зданий на площади Десджардинс, Монреаль* [10.19]. Из рис. 10.17 видно, что на пешеходной улице, проходящей между зданиями площади Десджардинс, у поверхности земли возникают относительно сильные воздушные течения: в отсутствие модели 50-этажной башни юго-восточнее участка строительства $V_{(8)}/V_{(1)} = 3{,}11$ и $V_{(10)}/V_{(1)} = 2{,}96$; когда же она установлена, $V_{(8)}/V_{(1)} = 3{,}38$ и $V_{(10)}/V_{(1)} = 2{,}48$. Проведенные в аэродинамической трубе измерения скоростей ветра на уровне пешеходов, о которых сообщается в [10.19], также включали и случай, когда пешеходная улица была перекрыта. В результате этого средние скорости ветра уменьшились в 5 раз в точке *8* и примерно в 1,67 раза в точке *10* при установленной модели 50-этажной башни. В то же время в ее отсутствие уменьшение средних скоростей ветра в точке *10* было незначительным, тогда как в точке *8* они уменьшились почти втрое.

в) *Двор Судебной палаты по торговым делам, Торонто* [10.12]. После завершения строительства комплекса зданий, показанного на рис. 10.19, было установлено, что в ветреные дни возникают особенно неблагоприятные условия для пешеходов, попадающих из сравнительно защищенной зоны севернее 32-этажной башни в воздушный поток, который всасывается в проход *2—3*. Испытания в аэродинамической трубе показали, что устройство приземных ветрозащитных экранов (рис. 10.26, *а*) привело бы к уменьшению примерно на 40% средних скоростей ветра в точках *2*, *5*, *6*. Однако, несмотря на свою эффективность с точки зрения аэродинамики, это решение было отклонено по архитектурным соображениям. Вместо экранов (рис. 10.26, *б*) были поставлены высаженные в кадки вечнозеленые деревья высотой 3 м. Это уменьшило средние скорости ветра в точке *2* примерно на 20%, в точке *5* на 10% и в точке *6* на 33%.

10.4. Частоты повторения на застроенной территории ветров, вызывающих неприятные ощущения

10.4.1. Уточненная методика оценки. Обозначим через V_0 (V, θ) — скорости ветра на высоте 10 м от поверхности земли для открытой местности, которые вызывают на уровне пешеходов для данного участка застроенной территории воздушные потоки со скоростью V, и через θ — угол, определяющий направление вектора скорости V_0. Частоту повторения на рассматриваемом участке скоростей ветра, превышающих V, обозначим через f^V. Ее можно приближенно записать в виде

$$f^V = \sum_{i=1}^{n} f_i^{V_0}, \qquad (10.3)$$

где $f_i^{V_0}$ — частоты повторения для открытой местности ветров со скоростями, превышающими V_0 (V, θ_i) и имеющие направления $\theta_i = -\pi/n < \theta < \theta_i + \pi/n$, причем θ_i определяется в виде

$$\theta_i = \frac{2\pi i}{n} \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{10.4}$$

На практике обычно пользуются 16-румбовым компасом, так что в выражениях (10.3) и (10.4) $n = 16$.

Для нахождения f^V необходимо сначала оценить значения V_0 (V, θ_i), а затем из климатологических данных по ветру можно оценить частоты $f_i^{V_0}$.

Запишем скорость $V_0(V, \theta_i)$ в виде

$$V_0(V, \theta_i) = \frac{1}{V/V_H(\theta_i)} \frac{V_0(\theta_i)}{V_H(\theta_i)} V. \tag{10.5}$$

Отношения $V_0(\theta_i)/V_H(\theta_i)$ характеризуют участок застройки с позиции микрометеорологии. Как показано в разд. 2.2 и 3.1, для стандартных условий шероховатости открытой местности эти отношения зависят от уровня H и условий шероховатости с наветренной от участка стороны. Отношения $V/V_H(\theta_i)$ являются аэродинамическими характеристиками ветрового режима для данного участка и оцениваются на основе испытаний в аэродинамической трубе, о чем говорится в разд. 10.3 (см., например, рис. 10.22).

Исходная информация, используемая для проведения оценки повторяемостей $f_i^{V_0}$, обеспечивается записями скоростей и направлений ветра, которые проводятся метеорологическими станциями через каждые 3 ч и публикуются в Справочнике сводок по местным климатологическим данным (см. разд. 3.1). Рассмотрим, например, все подобные наблюдения, проводимые с трехчасовым интервалом в течение одного года (8 наблюдений/день $\times$ 365 дней $=$ 2920 наблюдений), и предположим, что 58 из них относятся к северо-северо-западным ветрам со скоростями, превышающими 6 м/с. В таком случае частота повторения этих ветров может быть оценена следующим образом*:

$$f_1^6 = 58 : 2920 \approx 2\ \%. \tag{10.6}$$

При решении практических задач желательно обосновывать оценки частот данными наблюдений за несколько лет. Это необходимо по двум причинам: во-первых, данные наблюдений за один год могут быть нерепрезентативными характеристиками ветровых климатических условий; во-вторых, наблюдения, проводимые с трехчасовым интервалом, дают мгновенные значения, которые бывают меньше или больше средних скоростей. Ошибка оценивания, связанная с такими различиями, невелика при большом объеме выборки.

Для некоторых прикладных исследований может представлять интерес проведение оценки повторяемостей для отдельных времен года

* Верхний индекс в f_1^6 обозначает скорость $V_0 = 6$ м/с, в то время как нижний индекс соответствует значению $i = 1$ для 16-румбового компаса, в котором угол θ измеряется против хода часовой стрелки, начиная с северо- северо-западного направления [см. выражение (10.3)].

Таблица 10.5. Повторяемости скоростей ветра на высоте 10 м от поверхности земли для открытой местности $f_i^{V_0}$, % от общего времени

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Все направления
Направление	ССЗ	СЗ	ЗСЗ	З	ЗЮЗ	ЮЗ	ЮЮЗ	Ю	ЮЮВ	ЮВ	ВЮВ	В	ВСВ	СВ	ССВ	С	
$V_0>3$ м/с	3,8	4,2	5,1	6,3	7,4	6	3,1	1,8	2	2,3	2,3	2,6	3,1	3,1	3	3,7	60
$V_0>6$ м/с	1,8	1,7	2,3	2,5	2,5	2,7	1,5	0,8	1,2	1,3	1	1	2	1,8	1,7	1,2	26
$V_0>8$ м/с	0,2	0,2	0,4	0,4	0,3	0,5	0,4	0,3	0,2	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,2	0,4	5
$V_0>10$ м/с	0,1	—	0,1	0,1	0,1	0,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,5

Таблица 10.6. Вычисление f^V при $V=5$ м/с

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Направление	ССЗ	СЗ	ЗСЗ	З	ЗЮЗ	ЮЗ	ЮЮЗ	Ю	ЮЮВ	ЮВ	ВЮВ	В	ВСВ	СВ	ССВ	С
$\frac{V}{V_H(\theta_i)}$ *	0,45	0,60	0,63	0,55	0,45	0,23	0,31	0,32	0,58	0,71	0,79	0,93	0,76	0,45	0,23	0,23
V_0 (5; θ_i)**	16,5	12,5	12	13,6	16,5	33	24	23	13	10,5	9,5	8	9,9	16,5	33	33
$f_i^{V_0}$***	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	0,1	0,3	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1
$f^V=\sum f_i^{V_0}<2\%$																

* Рис. 10.22 (точка 4).
** Выражение (10.7).
*** Табл. 10.5.

или для нескольких времен года (например, весна, лето и осень). В таких случаях единственными данными, используемыми для оценки повторяемости ветра, являются те, которые относятся к интересующему времени (или временам) года. Отметим к тому же, что действие ветра, скажем, от 11 ч вечера до 5 ч утра не представляет во многих случаях большого интереса с точки зрения комфорта пешеходов. В этом случае при оценке повторяемости ветров можно исключить из ряда метеорологических данных наблюдения, проводимые в полночь и 3 ч утра.

На метеорологической станции информация о частотах повторения скоростей ветра $f_i^{V_0}$ может быть представлена в виде диаграмм или в форме, поясняемой с помощью табл. 10.5.

Рассмотрим теперь пример вычисления частот повторения f^V. Вычисления выполнены для точки *4* на рис. 10.19, для которой график отношения V/V_H показан на рис. 10.22. Принято, что отношение $V_0/V_H \equiv 1{,}5$ и что ветровые климатические условия характеризуются данными табл. 10.5. Вычислим частоту повторения f^V ветра на уровне пешеходов при скорости $V > 5$ м/с. Тогда выражение (10.5) можно записать в виде

$$V_0(5,\ \theta_i) = \frac{7{,}5}{V/V_H(\theta_i)}. \qquad (10.7)$$

Вычисления приведены в табл. 10.6

10.4.2. Упрощенная методика оценки. Упрощенный вариант только что приведенной методики предлагается в работе [10.9] для застроенных территорий, сходных по конфигурации с основным стандартным случаем (см. рис. 10.5), рассмотренным в подразд. 10.3. Используемая в этом варианте аэродинамическая информация ограничивается результатами, приведенными на рис. 10.7, 10.9 и 10.13, и не является функцией направления ветра (как, например, на рис. 10.22). Отношения V_H/V_0 (средней скорости ветра на высоте H на застроенной территории к средней скорости ветра на высоте 10 м от поверхности земли для открытой местности) можно взять из табл. 10.3. Что касается соответствующей климатологической информации, то для упрощенной методики необходимы лишь данные о повторяемости всех ветров, независимо от их направления, со скоростями, превышающими различные значения V_0 (в примере, приведенном в табл. 10.5, эти данные показаны в последней колонке). Как отмечается в [10.9], такая упрощенная методика, даже если она и «неточная», дает в основном надежные сведения о пригодности к нормальной эксплуатации пешеходных зон на застроенной территории такого же типа, как показанная на рис. 10.5. Вместе с тем подчеркивается, что такая методика пригодна лишь при совместном использовании с критериями комфорта, предложенными в [10.9] (см. подразд. 10.2.2).

Для иллюстрации предложенной в [10.9] методики рассмотрим случай комплекса зданий при $H = 70$ м, $W = 50$ м, $L = 35$ м и $h = 10$ м*. На основании рис. 10.7 и 10.9 $V_A/V_H \approx 0{,}6$ и $V_B/V_H \approx 0{,}95$,

* Эти обозначения показаны на рис. 10.5.

где V_A и V_B — наибольшие значения средних скоростей соответственно в вихрёвом и угловом течениях. Для $H = 70$ м V_H/V_0 (10) $\approx 1{,}04$ (см. табл. 10.3), и, таким образом,

$$V_A/V_0 \approx 0{,}63; \quad (10.8а) \qquad V_B/V_0 \approx 1. \quad (10.8б)$$

Теперь найдем повторяемости ветров со скоростями $V_A > 5$ м/с и $V_B > 5$ м/с, предполагая, что ветровые климатические условия характеризуются данными табл. 10.5. Как следует из соотношения (10.8а), для того чтобы $V_A > 5$ м/с, V_0 должно быть $> 5/0{,}63 \approx 8$ м/с. Согласно табл. 10.5, повторяемость таких ветров равна 5%. Однако скоростям $V_B > 5$ м/с соответствуют значения скоростей ветра $V_0 > > 5/1 = 5$ м/с, которые, как видно из табл. 10.5, имеют место примерно в 30% от общего времени.

Критерий комфорта, предложенный в [10.9] и приведенный в подразд. 10.2.2, устанавливает, что территории, на которых ветры со скоростями, превышающими 5 м/с, наблюдаются чаще, чем в 20% по времени, как правило, считаются неудовлетворяющими комфортным условиям для пешеходов. Следовательно, в соответствии с этим критерием ветровой режим для рассмотренного выше случая является недопустимым.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛ. 10

10.1 F. K. Chang, «Human Response to Motions in Tall Buildings», *J. Struct. Div.*, ASCE, **98**, No. ST6 (June 1973) 1259—1272.

10.2 P. W. Chen and L. E. Robertson, «Human Perception Thresholds of Horizontal Motion», *J. Struct. Div.*, ASCE, **97**, No. ST8 (Aug. 1972) 1681—1695.

10.3 M. Yamada and T. Goto, *Criteria for Motions in Tall Buildings*, College of Engineering, Hosei University, Koganei, Tokyo, Japan, 1975.

10.4 F. R. Khan and R. A. Parmelee, «Service Criteria for Tall Buildings for Wind Loading», in *Proceedings of the Third International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo, 1971, Saikon, Tokyo, 1972, pp. 401—407.

10.5 R.J. Hansen, J. W. Reed, and E.H. Vanmarcke, «Human Response to Wind-Induced Motion», *J. Struct. Div.*, ASCE, **98**, No. ST7 (July 1973) 1589—1605.

10.6 J. W. Reed, *Wind-Induced Motion and Human Discomfort in Tall Buildings*, Research Report No. R71-42, Department of Civil Engineering, MIT, Cambridge, Mass., 1971.

10.7 L. Feld, «Superstructure for 1,350 ft. World Trade Center» *Civ, Eng.*, ASCE, **41**, 6 (June 1971) 66—70.

10.8 A. D. Penwarden, «Acceptable Wind Speeds in Towns», *Build. Sci.*, **8**, 3 (Sept. 1973) 259—267.

10.9 A.D. Penwarden and A. F. E. Wise, *Wind Environment Around Building*, Building Research Establishment Report, Department of the Environment, Building Research Establishment, Her Majesty's Stationery Office1, London, 1975.

10.10 E. C. Poulton, J. C. R. Hunt, J. C. Mumford, and J. Poulton, «The Mechanical Disturbance Produced by Steady and Gusty Winds of Moderate Strength: Skilled Performance and Semantic Assessments», *Ergonomics*, **18**, 6 (1975) 651—673.

10.11 J. C. R. Hunt, E. C. Poulton, and J. C. Mumford, «The Effects of Wind on People: New Criteria Based on Wind Tunnel Experiments», *Build. Environ.*, **11** (1976) 15—28.

10.12 N. Isyumov and A. G. Davenport, «The Ground Level Wind Environment in Built-up Areas», in *Proceedings of the Fourth International Conference on*

Wind Effects on Buildings and Structures,, London, 1975, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., 1976, pp. 403—422.
10.13 J. Gandemer, «Wind Environment Around Buildings: Aerodynamic Concepts», in *Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, London, 1975, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K., pp. 423—432.
10.14 L. W. Apperley and B. J. Vickery, «The Prediction and Evaluation of the Ground Level Wind Environment», in *Proceedings* of the Fifth Australasian Conference on Hydraulics and Fluid Mechanics, University of Canterbury Christchurch, New Zealand, 1974.
10.15 W.H. Melbourne and P. N. Joubert, «Problems of Wind Flow at the Base of Tall Buildings», in *Proceedings of the Third International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo, 1971, Saikon, Tokyo, 1972, pp. 105—114.
10.16 E. Arens and D. Ballanti, «Outdoor Comfort of Pedestrians in Cities», in *Proceedings* of the Conference on the Urban Physical Environment, 1975, U. S. Forest Service, American Meteorological Society, and Syracuse University, Syracuse, N. Y., 1975.
10.17 M. O'Hare, «Designing with Wind Tunnels», *Arch. Forum* (April 1968) 60—64.
10.18 R. Poestkoke, *Windtunnelmetingen aan een model van het Transitorium II van de Rijksuniversiteit, Utrecht*, Report No. TR72110L, National Aerospace Laboratory NLR, The Netherlands, 1972.
10.19 N. M. Standen, *A Wind Tunnel Study of Wind Conditions on Scale Models of Place Desjardins, Montreal*, Laboratory Technical Report No. LTR-LA-101, National Research Council of Canada, National Aeronautical Establishment, Ottawa, 1972.
10.20 N. Isyumov and A.G. Davenport, «Comparison of Full-Scale and Wind Tunnel Wind Speed Measurements in the Commerce Court Plaza», *J. Ind. Aerodyn.*, 1, 2 (Oct. 1975) 201—212.
10.21 A. G. Davenport, C. F. P. Bowen, and N. Isyumov, *A Study of Wind Effects on the Commerce Court Project, Part II, Wind Environment at Pedestrian Level*, Engineering Science Research Report No. BLWT-3-70, University of Western Ontario, Faculty of Engineering Science, London, Canada, 1970.
10.22 J. Gandemer, *Étude de la tour D. M. A., Partie 2, Détermination du champ de vitesse au voisinage du complexe bâti de la tour D. M. A.*, EN-ADYM-75-4C, Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, Nantes, France, 1975.
10.23 T.V. Lawson and A. D. Penwarden, «The Effects of Wind on People in the Vicinity of Buildings», in *Proceedings of the Fourth International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, London, 1975, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK., 1976, pp. 605—622
10.24 M. O' Hare and R. E. Kronauer», Fence Designs to Keep Wind from Being a Nuisance», *Archit. Rec.* (July 1969) 151—156.
10.25 V. K. Shárán, «Wind Comfort and Wind Shelter», in Proceedings of the Symposium on External Flows, University of Bristol, 1972.

11. ВОЗДЕЙСТВИЯ ТОРНАДО

Торнадо — интенсивный маломасштабный вихрь, вызывающий наиболее сильные ветры (см. разд. 1.3); однако вероятность их появления в какой-либо конкретной местности по сравнению с другими экстремальными ветрами невелика (см. разд. 3.4). По этой причине обычно принято считать, что стоимость сооружений, которые способны противостоять воздействиям торнадо, значительно выше стоимости предполагаемых потерь, связываемых с риском разрушения объекта от торнадо (ожидаемые потери определяются как произведение величины потерь на вероятность их появления). По этой же причине требования к расчету конструкций на действие торнадо не включены в современ-

ные строительные нормы или стандарты, например в Единые строительные нормы [11.1], Строительные нормы южных штатов [11.2] или Американский национальный стандарт А58.1—1972 [11.3].

Однако при проектировании сооружений, для которых разрушения имели бы исключительно тяжелые последствия, результаты воздействия торнадо, безусловно, должны приниматься в расчет. Такие сооружения включают ядерные энергетические установки, от которых требуется, чтобы «конструкции, системы и узлы, важные для безопасности сооружения ..., проектировались так, чтобы выдерживать воздействия явлений природы, таких, как ... торнадо, не теряя способности надежно выполнять свои функции» [11.4]. В США разрешается строительство или даются привилегии на эксплуатацию ядерных энергетических установок лишь в том случае, если это требование выполняется в полном соответствии с Принципами контроля*, разработанными Комиссией по контролю за ядерной энергией, США (например, [11.4 или 11.5]), или же иным образом приемлемым для контрольного органа этого агентства.

В данной главе рассматриваются результаты проведеиных исследований, а также приводятся критерии и методики расчета, позволяющие обеспечить требуемую прочность ядерных энергетических установок к воздействиям ториадо.

Характер воздействия торнадо обусловлен тремя факторами:

1) давлением ветра, вызываемым прямым действием воздушного потока на сооружение;

2) давлением, связанным с изменением поля атмосферного давления по мере прохождеиия торнадо над сооружением (влияние изменения атмосферного давления);

3) ударными силами, вызываемыми летящими предметами при прохождении торнадо.

Для оценки степеии воздействия этих факторов необходимо иметь модель воздушного потока в торнадо. В настоящее время в инженерных расчетах принята модель в виде вихря, который характеризуется следующими параметрами: максимальной скоростью вращеиия воздушного потока V_{rot}^{**}; скоростью поступательного движения вихря торнадо V_{tr}; радиусом, соответствующим максимальной скорости вращения воздушного потока $R_{\text{макс}}$; падением давления p_a и скоростью падения давления dp_a/dt. Значения этих параметров, принятые Комиссией по контролю за ядерной энергией для проектированиия ядерных энергетических установок в США, приведены в табл. 3.3 и 3.4 для районов, указанных на рис. 3.11. Кроме того, в модели вихря торнадо должны быть отражены характерные особенности воздушного потока, о которых говорится в соответствующих подразделах данной главы.

* Принципы контроля по мере необходимости периодически пересматривают, чтобы учесть критические замечания и отразить новую информацию и накопившийся в этой области опыт.

** Скорость вращения воздушного потока определяется в виде результирующей тангенциальной и радиальной скоростей.

11.1. Давления ветра

Рассмотрим методику определения давления ветра [11.6], где принято, что:

1) скорость ветра и, следовательно, давления ветра не изменяются по высоте над поверхностью земли;

2) тангенциальная составляющая скорости ветра определяется выражениями

$$V_t = \frac{r}{R_m} V_m \quad (0 \leqslant r \leqslant R_m); \tag{11.1}$$

$$V_t = \frac{R_m}{r} V_m \quad (R_m \leqslant r < \infty), \tag{11.2}$$

где V_m — максимальная тангенциальная скорость ветра; R_m — радиус, соответствующий максимальной скорости вращения воздушного потока;

3) суммарная горизонтальная скорость ветра

$$V = KV_t, \tag{11.3}$$

где K — коэффициент пропорциональности (это выражение, которое, строго говоря, не является корректным, удобно для проведения расчетов).

Давление ветра p_w, используемое при расчетах сооружений или их элементов и отдельных конструкций, можно записать в виде

$$p_w = q_F C_p + q_M C_{pi}, \tag{11.4}$$

где C_p — коэффициент внешнего давления; C_{pi} — коэффициент внутреннего давления; q_F — основное внешнее давление*; q_M — основное внутреннее давление.

Значения коэффициентов давления C_p и C_{pi} приведены, например, в [11.3]. Значения q_F и q_M можно найти следующим образом:

$$q_F = C_s^F p_{\text{макс}}; \tag{11.5}$$

$$q_M = C_s^M p_{\text{макс}}, \tag{11.6}$$

где

$$p_{\text{макс}} = \frac{1}{2} \rho V_{\text{макс}}^2, \tag{11.7}$$

ρ — плотность воздуха; $V_{\text{макс}}$ — максимальная горизонтальная скорость ветра (см. табл. 3.3). Если $V_{\text{макс}}$ выражается в милях в час, а $p_{\text{макс}}$ — в фунтах на квадратный фут, то $^1/_2 \rho = 0{,}00256$ фунта/фут^3/ (миль/ч)^2.

Величины C_s^F и C_s^M — коэффициенты приведения, с помощью которых учитывается пространственная неоднородность поля воздушного потока в торнадо. Коэффициент C_s^F можно определить по графику (рис. 11.1) в зависимости от отношения L/R_m, где L — горизонтальный размер (в плоскости, перпендикулярной направлению

* Ввиду того что в этой методике не делается никакого различия между основными давлениями, используемыми при расчете самих сооружений, с одной стороны, и давлениями на их элементы и отдельные конструкции — с другой, то здесь не используется специальное обозначение q_p для давлений на элементы и отдельные конструкции сооружения, как это делалось в [11.3].

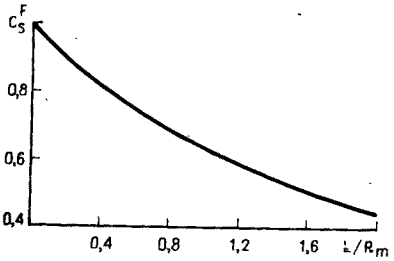


Рис. 11.1. Коэффициент приведения C_s^F [11.6]

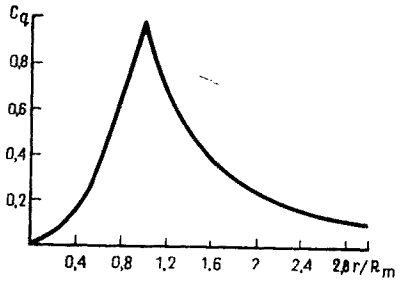


Рис. 11.2. Коэффициент C_q [11.6]

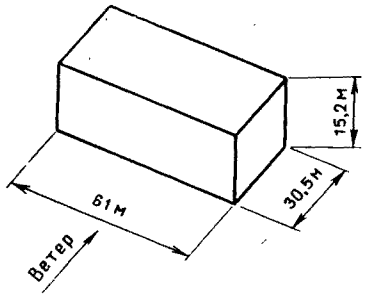


Рис. 11.3. Схема здания

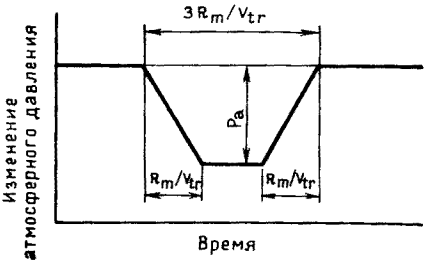


Рис. 11.4. Упрощенная зависимость изменения атмосферного давления как функции времени [11.6]

ветра) площади, с которой собирается нагрузка на рассматриваемый элемент конструкции. Если же ветровая нагрузка распределяется на несколько элементов конструкции, например посредством горизонтальной диафрагмы, то L — горизонтальный размер (в плоскости, перпендикулярной направлению ветра) суммарной площади сбора нагрузки на эти элементы.

Коэффициент C_s^M можно вычислить следующим образом. Если размеры проемов примерно одинаковы, а их распределение по периметру сооружения достаточно равномерно, то C_s^M определяют так же, как и коэффициент C_s^F, используя при этом значение L, равное горизонтальному размеру сооружения в плоскости, перпендикулярной направлению ветра. Если же размеры проемов неодинаковы и их распределение неравномерно, то в этом случае для нахождения C_s^M применяют следующую методику определения взвешенного среднего (значения):

1) вычисляют значение r_1/R_m, удовлетворяющее соотношению

$$r_1/R_m = R_m/(r_1+L); \qquad (11.8)$$

2) план сооружения, вычерченный в соответствующем масштабе, располагают в пределах профиля давления, представленного в безразмерном виде на рис. 11.2. При этом левый конец сооружения помещают в точку с координатой r_1/R_m;

3) из рис. 11.2 находят значения коэффициента C_q для каждого открытого проема;

4) значение C_s^M вычисляют из выражения (11.9):

$$C_s^M = \frac{\sum_1^N A_{0i} C_{qi}}{\sum_1^N A_{0i}}, \tag{11.9}$$

где A_{0i} — площадь i-го проема; C_{qi} — значение коэффициента C_q для этого проема и N — число проемов.

Коэффициент C_q (см. рис. 11.2) представляет собой безразмерную величину давления ветра; его вычисляют с помощью выражений (11.1), (11.2), (11.3) и (11.7). Для построения графика, приведенного на рис. 11.1, давления, заданные в безразмерном виде на рис. 11.2, были проинтегрированы в пределах от r_1 до $r_1 + L$, где r_1 определяется соотношением (11.8); полученные результаты нормированы. В таком случае коэффициент C_s^F является приближенной характеристикой давления, осредненного в интервале L [11.6].

Числовой пример. Предположим, что здание, показанное на рис. 11.3, находится в районе I. При этом считается, что размеры проемов (не показанных на рис. 11.3) примерно одинаковы и распределены по периметру всего сооружения достаточно равномерно. Отношение площади проемов к общей площади стены (проницаемость) $A_0/A_w = 0{,}25$. Примем, что $V_{\text{макс}} = 360$ миль/ч (161 м/с), $R_m = 150$ футам (46 м) (см. табл. 3.3). Давления на торцовые стены здания длиной 100 футов (30,5 м), вызываемые ветром, направление которого показано на рис. 11.3, вычисляются следующим образом:

$$p_{\text{макс}} = 0{,}00256 \cdot 360^2 = 330 \text{ фунтов/фут}^2 \ (15800 \text{ Н/м}^2). \tag{11.7}$$

Основные внешние давления:

$$\begin{gathered} L = 200 \text{ футов } (61 \text{ м}); \\ L/R_m = 200/150 = 1{,}33; \\ C_s^F = 0{,}56 \text{ (см. рис. 11.1)}; \end{gathered} \tag{11.5}$$

$$q_F = 0{,}56 \cdot 330 = 185 \text{ фунтов/фут}^2 \ (8860 \text{ Н/м}^2).$$

Основные внутренние давления:

$$\begin{gathered} L = 200 \text{ футов } (61 \text{ м}); \\ L/R_m = 1{,}33; \\ C_s^F = 0{,}56; \end{gathered} \tag{11.6}$$

$$q_M = 0{,}56 \cdot 330 = 185 \text{ фунтов/фут}^2 \ (8860 \text{ Н/м}^2).$$

Коэффициенты давления:

$$C_p = -0{,}7 \ [11.3];$$

$$C_{pi} = \pm 0{,}3 \ (\text{при } A_0/A_w < 0{,}3, \text{ см. } [11.3]).$$

Давление ветра:

$$p_w = -0{,}7 \cdot 185 - 0{,}3 \cdot 185 = 185 \text{ фунтов/фут}^2 \ (8860 \text{ Н/м}^2). \tag{11.4}$$

11.2. Нагрузка, вызванная изменением атмосферного давления

Рассмотрим уравнение циклострофического ветра (см. разд. 1.3), записанное в виде

$$(dp_a/dr) = \rho\,(V_t^2/r), \tag{11.10}$$

где dp_a/dr — градиент атмосферного давления, соответствующий радиусу r от центра вихря торнадо.

Чтобы получить величину падения давления p_a, уравнение (11.10) интегрируют в пределах от бесконечности до r. Если при этом для описания V_t воспользоваться выражениями (11.1) и (11.2) [11.6], тогда

$$p_a\,(r) = \rho\,\frac{V_m^2}{2}\left(2 - \frac{r^2}{R_m^2}\right) \quad (0 \leqslant r \leqslant R_m); \tag{11.11}$$

$$p_a\,(r) = \rho\,\frac{V_m^2}{2}\,\frac{R_m^2}{r^2} \quad (R_m \leqslant r < \infty). \tag{11.12}$$

В сооружениях без проемов (*закрытые сооружения*) внутреннее давление остается равным атмосферному до прихода торнадо. Следовательно, во время его прохождения разница между внутренним и атмосферным давлениями равна p_a. Их выражений (11.11) и (11.12) следует, что максимальное значение p_a при $r = 0$ будет равно:

$$p_a^{\text{макс}} = \rho V_m^2. \tag{11.12a}$$

Если сооружения полностью открытые, то принято считать, что внутреннее и внешнее давления уравниваются практически мгновенно и нагрузка за счет изменений атмосферного давления примерно равна нулю. В сооружениях с проемами (*частично открытые сооружения*) внутреннее давление во время прохождения торнадо изменяется на значение $p_i\,(t)$. Если изменение внешнего атмосферного давления обозначить $p_a\,(t)$, то избыточное атмосферное давление, действующее на наружные стены, будет равно $p_a\,(t) - p_i\,(t)$.

Удобную модель для описания $p_a\,(t)$ можно получить, принимая, что в выражениях (11.11) и (11.12) $r = V_{\text{tr}}t$, где V_{tr} — скорость поступательного движения, а t — время. Можно также использовать и более простую модель [11.6], в которой изменение во времени $p_a\,(t)$ задается в виде графика, показанного на рис. 11.4. Изменяющееся во времени внутреннее давление $p_i\,(t)$ можно вычислить посредством итераций следующим образом. Предположим, что здание состоит из n помещений. Масса воздуха в помещении N (где $N \leqslant n$) в момент времени t_{j+1}, обозначаемая как $W_N\,(t_{j+1})$, может быть записана в виде

$$W_N\,(t_{j+1}) = W_N\,(t_j) + \left[G_{N_{(\text{in})}}\,(t_j) - G_{N_{(\text{out})}}\,(t_j)\right]\Delta t, \tag{11.13}$$

где $G_{N_{(\text{in})}}$ и $G_{N_{(\text{out})}}$ — соответственно массы воздуха, поступающего внутрь и вытекающего из помещения N за единицу времени; Δt — отрезок времени.

Как будет показано в дальнейшем, скорость течения массы воздуха (расход) G_N может быть найдена как функция давлений снаружи и внутри помещения N и соответствующих ему геометрических парамет-

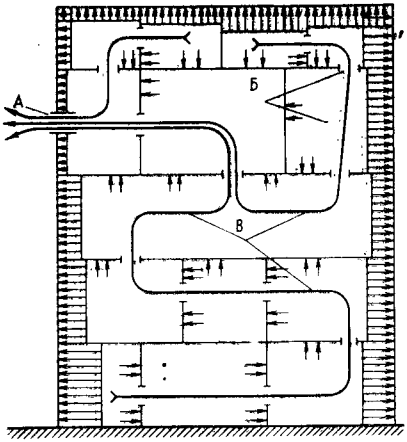


Рис. 11.5. Распределение давления и схема воздушных потоков в здании во время сброса давления [11.6]

А — входной проем в стене (открытый в атмосферу); *Б* — сообщающиеся помещения; *В* — направление воздушных потоков

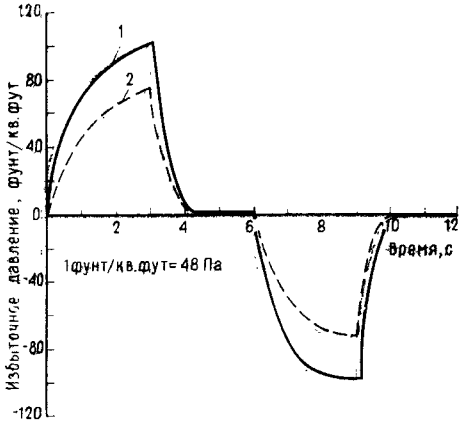


Рис. 11.7. Изменение во времени разницы давления для помещений *1* и *3* [11.6] (данный пример приведен только как иллюстрация)

1 — между помещением *3* и атмосферой; *2* — между помещениями *1* и *3*

Примечания: 1. Входные параметры изменяются во времени в соответствии с зависимостью, приведенной на рис. 11.4 при $3R_m/V_{t_2}=9$ с и $p_a=432$ фунт/фут^2.

2. Модель сброса давления в сооружении показана на рис. 11.6

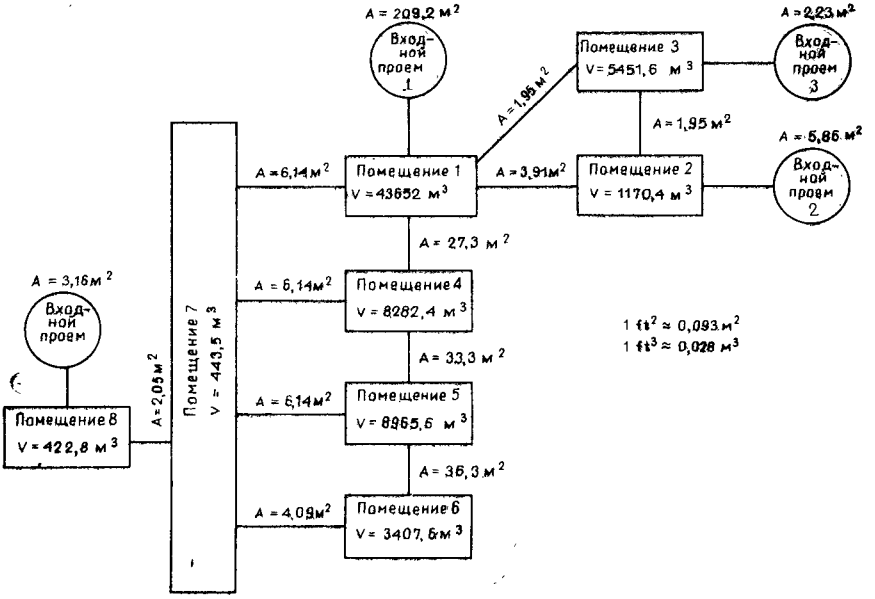


Рис. 11.6. Модель сброса давления в сооружении [11.6]

ров, в том числе размеров проемов. Внутреннее давление в помещении N в момент времени t_{j+1}, $p_{iN}(t_{j+1})$ можно записать тогда в виде

$$p_{iN}(t_{j+1}) = \left[\frac{W_N(t_{j+1})}{W_N(t_j)}\right]^k p_{iN}(t_j), \tag{11.14}$$

где $k = 1{,}4$ — отношение удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении к удельной теплоемкости воздуха при постоянном объеме.

В работе [11.6] кратко описана программа для ЭВМ для вычисления нагрузки на частично открытые сооружения, вызванной изменением атмосферного давления. В эту программу была включена модель (заимствованная из [11.7]), описывающая скорость течения массы воздуха:

$$G = 0{,}6 C_c A_2 [2g\gamma_1 (p_1 - p_2)]^{1/2}, \tag{11.15}$$

где

$$C_c = \left\{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/k} \frac{k}{k-1}\left[\frac{1-(p_2/p_1)^{(k-1)/k}}{1-p_2/p_1}\right]\times\right.$$
$$\left.\times\left[\frac{1-(A_2/A_1)^2}{1-(A_2/A_1)^2 (p_2/p_1)^{2/k}}\right]\right\}^{1/2}; \tag{11.16}$$

A_1 — площадь (со стороны помещения *1*) стены между помещениями *1* и *2*; A_2 — площадь проема, соединяющего помещения *1* и *2*; C_c — коэффициент сжимаемости; g — ускорение силы тяжести; $k = 1{,}4$; p_1 и p_2 — давления соответственно в помещениях *1* и *2* ($p_2 < p_1$); γ_1 — плотность воздуха в помещении *1*

Если в помещениях с легкосбрасываемыми панелями избыточное давление превысит расчетное давление на панель, то оператор в рассматриваемой программе преобразует площадь легкосбрасываемой панели ограждения в стеновой проем. Поскольку пространственные явления не учитываются выражением (11.15), избыточные атмосферные давления на наружные стены, полученные на основе только что описанной методики, умножают на коэффициент 1,2 [11.6].

В качестве примера на рис. 11.5 показаны распределение давления и схема воздушных потоков в здании во время сброса давления; на рис. 11.6 и 11.7 приведены соответственно модель сброса давления в сооружении с указанием значений характеризующих его геометрических параметров, которые необходимы в качестве входных данных для рассматриваемой программы для ЭВМ, и пример изменения во времени избыточного давления, вычисленного с помощью этой программы.

11.3. Скорости летящих предметов при прохождении торнадо

Для оценки скоростей, приобретаемых некоторым предметом, движущимся под действием аэродинамических сил, которые вызываются воздушным вихрем торнадо, необходимо предварительно сделать ряд допущений применительно:

к аэродинамическим характеристикам этого предмета;

к особенностям поля воздушного потока;

к исходному положению предмета относительно поверхности земли и центра торнадо, его начальной скорости.

В качестве объектов, которые могут быть такими потенциальными «снарядами» при расчете ядерных энергетических установок, обычно рассматриваются плохообтекаемые тела, например деревянные брусья, стальные стержни, стальные трубы, опоры различного назначения и автомобили.

11.3.1. Уравнения движения и построение аэродинамической модели. Движение некоторого тела в общем случае может быть описано на основе решения системы трех уравнений изменения количества движения и трех уравнений изменения момента количества движения. В случае плохообтекаемого тела одна из основных трудностей при составлении этих шести уравнений заключается в том, что функции, описывающие аэродинамические нагрузки, неизвестны.

В аэродинамической трубе можно измерять аэродинамические силы и моменты, действующие на плохообтекаемое тело в статических условиях, для достаточного числа положений, принимаемых этим телом относительно среднего направления течения. На основе таких измерений получают зависимость сил и моментов от положения тела, определяют соответствующие аэродинамические коэффициенты, а затем вычисляют аэродинамические силы и моменты по хорошо известной схеме, используемой в теории аэродинамической несущей поверхности. Например, если аэродинамическая поверхность испытывает в однородном потоке изменяющееся во времени вертикальное перемещение $h(t)$ со скоростью V и если угол атаки $\alpha = \text{const}$, то коэффициент подъемной силы составляет [11.8]

$$C_L = dC_L/d\alpha\ (\alpha + 1/V \cdot dh/dt). \tag{11.17}$$

Эту методику расчета аэродинамических сил и моментов, по-видимому, можно применять при небольших перемещениях рассматриваемого тела. Однако в случае плохообтекаемых тел (не ограниченных какими-либо связями), которые движутся в воздушном потоке, справедливость такой методики еще предстоит доказать.

В отсутствие модели, дающей удовлетворительное аэродинамическое описание летящего предмета как жесткого (с шестью степенями свободы) тела, принято прибегать к его упрощенному описанию в виде материальной точки, на которую действует сила лобового сопротивления

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}\rho C_D A|\mathbf{V}_w - \mathbf{V}_M|(\mathbf{V}_w - \mathbf{V}_M), \tag{11.18}$$

где ρ — плотность воздуха; $\mathbf{V}_w$ — скорость ветра; $\mathbf{V}_M$ — скорость летящего предмета; A — соответствующим образом выбранная площадь; C_D — соответствующий этой площади коэффициент лобового сопротивления.

Такая модель приемлема только в том случае, если летящий предмет при своем движении сохраняет постоянное (или почти постоянное) угловое пространственное положение по отношению к вектору относительной скорости $\mathbf{V}_w - \mathbf{V}_M$ или совершает сложное вращение от-

носительно центра масс таким образом, что в выражении для силы лобового сопротивления D можно с небольшой погрешностью использовать среднее значение величины $C_D A$. Допущение о постоянстве углового пространственного положения тела относительно направления потока могло быть правомерно в том случае, если аэродинамическая сила всегда приложена точно в центре масс тела (что является весьма маловероятным для случая плохообтекаемого тела в воздушном потоке торнадо) или если вращение тела отиосительно центра масс, вызываемое отличным от нуля аэродинамическим моментом, подавляется аэродинамическими силами, присущими системе тело—жидкость. В соответствии с этим возникает вопрос, каким образом сказывается наличие таких сил в действительности. В литературе он освещен недостаточно полно. Однако результаты экспериментов дают основание полагать, что в случае плохообтекаемых тел силы аэродинамического демпфирования оказывают дестабилизирующее влияние. Эксперименты в аэродинамической трубе, о которых сообщается в работе [11.9], в известной мере подтверждают эту точку зрения. Следовательно, предположение о том, что при действии торнадо предметы в виде своеобразных потенциальных снарядов во время своего движения будут совершать сложное вращение относительно центра масс является, по-видимому, обоснованным.

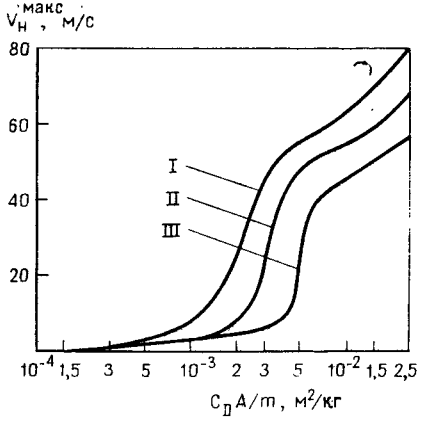
Принимая, таким образом, что выражение (11.18) выполняется и что среднее значение подъемной силы при сложном вращении тела равно нулю, движение летящего предмета, рассматриваемого как система с тремя степенями свободы, определяется соотношением

$$\frac{d\mathbf{V}_M}{dt} = \frac{1}{2}\rho\frac{C_D A}{m}|\mathbf{V}_w - \mathbf{V}_M|(\mathbf{V}_w - \mathbf{V}_M) - g\mathbf{k}, \qquad (11.19)$$

где g — ускорение силы тяжести; $\mathbf{k}$ — единичный вектор в направлении вертикальной оси; m — масса летящего предмета.

Из уравнения (11.19) следует, что при заданных характеристиках течения и начальных условиях движение тела зависит только от значения параметра $C_D A/m$. Для тела, совершающего сложное вращение, это значение в принципе можно определить экспериментально. К сожалению, по данному вопросу в настоящее время имеется, по-видимому, незначительная информация. В работе [11.10] содержатся сведения о движении вращающегося тела при параметрах потока, соответствующих числам Маха от 0,5 до 3,5. Эти данные были экстраполированы в [11.11], для более низких дозвуковых скоростей. Согласно этой экстраполяции, значение $C_D A$ для беспорядочно вращающегося куба приблизительно равняется среднему значению произведений проекций площадей (при «всех статистически возможных его положениях») на соответствующие статические коэффициенты лобового сопротивления. Если отсутствуют другие экспериментальные данные, по-видимому, допустимо принять, что эффективное произведение $C_D A$ задается выражением

$$C_D A = c(C_{D_1} A_1 + C_{D_2} A_2 + C_{D_3} A_3), \qquad (11.20)$$



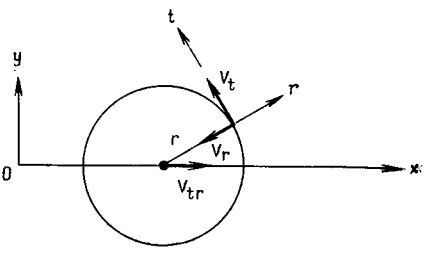


Рис. 11.9. Горизонтальные составляющие скорости воздушного потока в торнадо

Рис. 11.8. Изменение максимальной горизонтальной скорости летящего предмета как функция $C_D A/m$ для различных типов торнадо (I, II, III) ($C_D A/m = 1$ м²/кг $\leftrightarrow$ $C_D A/m =$ = 4,902 фут²/фунт; 1 м/с=3,28 фут/с

где $C_{D_i} A_i$ (i = 1, 2, 3) — произведения проекций площадей (при таких положениях тела, когда его главные оси параллельны вектору $\mathbf{V}_w - \mathbf{V}_M$), на соответствующие статические коэффициенты сопротивления; c — коэффициент, который принимается равным 0,50 (для брусьев, стержней, труб и опор) и 0,33 (для автомобилей). В случае круговых цилиндрических тел (стержни, трубы, опоры) допущение, что c = 0,50, очевидно, берется с запасом.

11.3.2. Проведение расчетов и численные результаты. Программа ЭВМ для расчета и построения траекторий и скоростей летящих предметов при действии торнадо описана в [11.12]. В программе предусмотрены специализированные подпрограммы, включающие описание предлагаемой модели поля воздушного потока в торнадо и коэффициентов лобового сопротивления (которые могут изменяться в зависимости от числа Рейнольдса). Операторы ввода содержат значения соответствующих параметров и начальные условия, характеризующие движение летящего предмета.

В уравнении (11.19) как $\mathbf{V}_M$, так и $\mathbf{V}_w$ отнесены к инерциальной системе отсчета. Скорость $\mathbf{V}_w$ обычно определяют как сумму двух слагаемых. Первое слагаемое представляет собой скорость ветра в неподвижном вихре торнадо и относится к цилиндрической системе координат. Второе слагаемое представляет собой скорость поступательного движения вихря торнадо относительно инерциальной системы отсчета. Преобразования, необходимые для представления $\mathbf{V}_w$ в инерциальной системе отсчета, получены в [11.12] и включены в рассматриваемую программу ЭВМ.

Для торнадо, параметры которых приведены в табл. 3.3 и 3.4 для районов I, II и III и которые принято называть соответственно торнадо типа I, типа II и типа III, вычисленные значения максимальных горизонтальных скоростей летящих предметов $V_H^{макс}$ показаны на рис. 11.8 как функции параметра $C_D A/m$. Эти значения получены при следующих допущениях:

Таблица 11.1. Характеристики и максимальные горизонтальные скорости некоторых летящих предметов при прохождении торнадо

Летящий предмет	Размеры, м	Вес, на единицу длины, Н/м	Масса на единицу длины, кг/м	C_{D_1}	C_{D_2}	C_{D_3}	$C_D A/w$, м²/Н	$C_D A/m$, м²/кг	$V_H^{макс}$, м/с, для торнадо		
									типа I	типа II	типа III
Деревянные брусья	0,092×0,289×3,66	120—161, в среднем 140,5	12,2—16,3 (в среднем 14,3)	2	2	2	0,00275	0,027	83	70	58
6-дюймовая труба	0,168 (диаметр) × 4,58 (длина)	277,1	28,18	0,7	2	0,7	0,000442	0,0043	52	42	10
Автомобиль	5×2×1,3	Общий вес 17809	1810 кг (общая масса)	2	2	2	0,000716	0,0070	59	52	41
1-дюймовые массивные стальные стержии	0,0254 (диаметр) × 0,915 (длина)	39	4	1,2	2	1,2	0,000396	0,0040	51	40	8
13,5-дюймовые опоры	0,343 (диаметр) × 10,68 (длина)	402—533 (в среднем 467,5)	40,8—54,2 (в среднем 47,5)	0,7	2	0,7	0,00053	0,0052	55	48	26
12-дюймовая труба	0,32 (диаметр) × 4,58 (длиа)	723,9	73,6	0,7	2	0,7	0,000334	0,0033	47	28	7

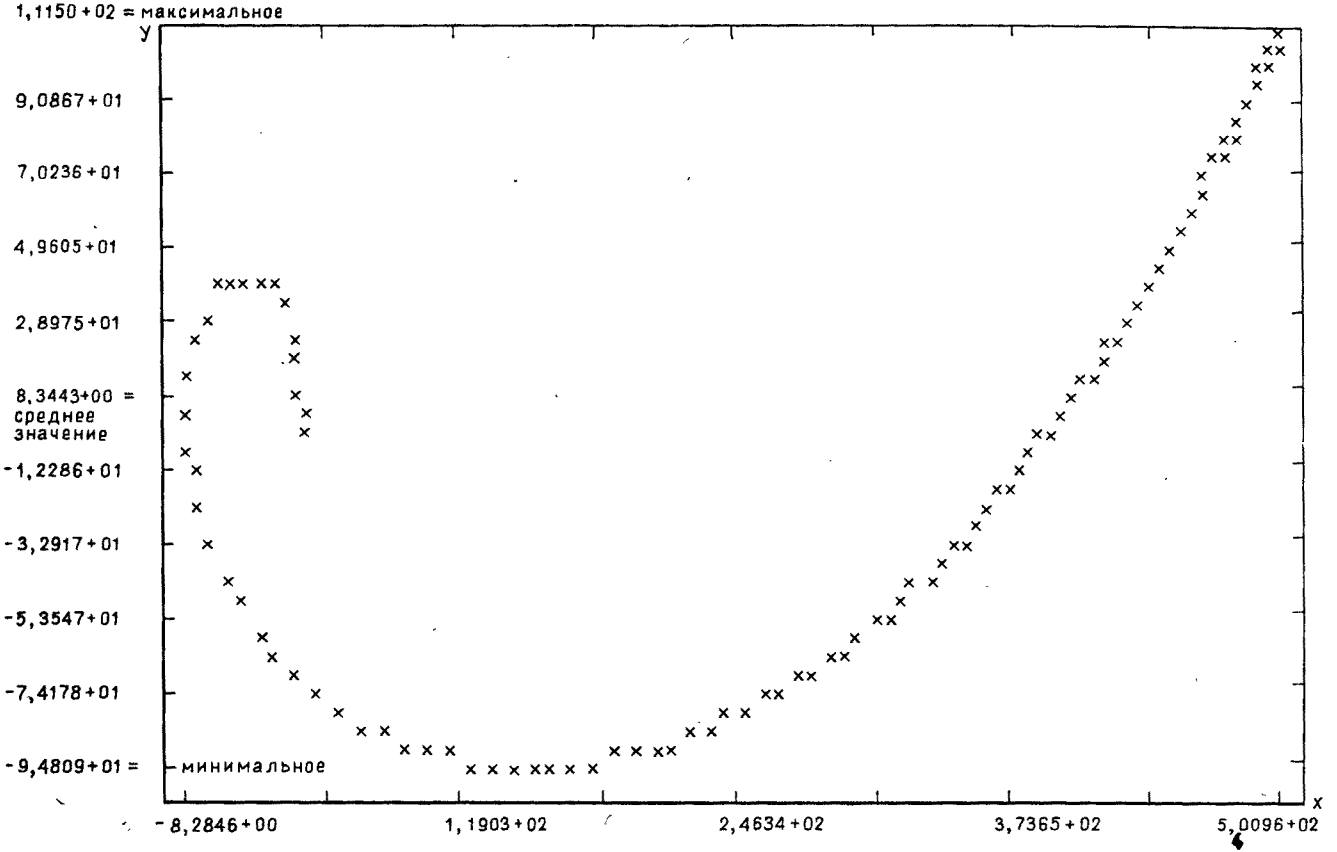
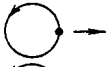
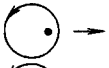
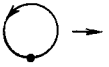


Рис. 11.10. Горизонтальная проекция расчетной траекторин летящего предмета (координаты в метрах)

а б л и ц а 11.2. Максимальные скорости летящих предметов $V_H^{макс}$, м/с, для различных начальных условий $x(0)$, $y(0)$

Позиция		$x(0)$, м	$y(0)$, м	$C_D A/m = 0,001$	$C_D A/m = 0,01$
а		46	0	7	62
б		23	0	15	89
в		0	—46	51	67

тангенциальная скорость вихря торнадо V_t описывается выражениями (11.1) и (11.2);

радиальная компонента V_r и вертикальная компонента скорости вихря V_z определяются выражениями [11.13]

$$V_r = 0,50V_t; \quad (11.21) \qquad V_z = 0,67V_t; \quad (11.22)$$

радиальная компонента направлена к центру вихря (рис. 11.9), а вертикальная компонента — вверх;

скорость поступательного движения вихря торнадо V_{tr} направлена по оси x (рис. 11.9);

начальные условия (в момент времени $t = 0$) следующие:

$$x(0) = R_m; \quad y(0) = 0; \quad z(0) = 40 \text{ м}; \quad V_{M_x}(0) = V_{M_y}(0) = V_{M_z}(0) = 0,$$

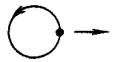
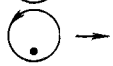
где x, y, z — координаты центра масс летящего предмета и V_{M_x}, V_{M_y}, V_{M_z} — компоненты скорости этого предмета по осям x, y, z.

Кроме того, при $t = 0$ центр вихря торнадо совпадает с началом осей координат.

В табл. 11.1 приведены предполагаемые характеристики некоторых предметов, поднимаемых в воздух при прохождении торнадо, и соответствующие им горизонтальные скорости $V_H^{макс}$, полученные из рис. 11.8. Горизонтальная проекция траектории летящего предмета, построенная на ЭВМ при $C_D A/m = 0,1$, для торнадо типа I показана на рис. 11.10.

11.3.3. Исследование зависимости максимальных горизонтальных скоростей летящих предметов от различных факторов. Модель движения содержит множество факторов неопределенности, поэтому представляет интерес исследовать чувствительность максимальной горизонтальной скорости летящего предмета к различным изменениям факторов, рассмотренных в описанных выше допущениях. В каждом из рассматриваемых случаев все допущения (кроме тех, исследование которых проводится) являются такими же, как допущения, использованные при получении графика для торнадо типа I, который приведен на рис. 11.10.

Таблица 11.3. Максимальные горизонтальные скорости летящих предметов ($V_H^{\text{макс}}$, м/с), соответствующие различным начальным скоростям

	x (0), м	y (0), м	$C_DA/m=0,001$ V_{M_x} (0)			$C_DA/m=0,01$ V_{M_x} (0)		
			0	10	20	0	10	20
(*а*) 	46	0	8	9	20	62	58	53
(*б*) 	0	—23	35	45	35	63	59	59

Начальные условия x (0) и y (0). Результаты, полученные при $C_DA/m = 0,001$ и $C_DA/m = 0,01$, представлены в табл. 11.2 для трех групп начальных условий.

В табл. 11.2 стрелками показаны направления тангенциальной скорости и скорости поступательного движения воздушного потока в торнадо. Выявлено, что начальное положение, соответствующее наибольшему расчетному значению $V_H^{\text{макс}}$, зависит от C_DA/m (позиция *в* при $C_DA/m = 0,001$ и позиция *б* при $C_DA/m = 0,01$).

Начальная высота z (0). Расчеты показывают, что если параметр C_DA/m соответствует среднему участку S-образных кривых, показанных на рис. 11.8, то значения $V_H^{\text{макс}}$ уменьшаются по мере снижения уровня первоначального положения предмета. Однако если летящие предметы относительно легкие, так что параметр C_DA/m соответствует верхнему участку S-образных кривых, тогда $V_H^{\text{макс}}$ не зависит от z (0).

Начальная скорость летящего предмета. Если летящий предмет попадает в воздушный поток торнадо, например при взрыве, то допущение о том, что его начальная скорость равна нулю, теряет смысл. При прочих равных условиях начальная скорость, отличная от нуля, необязательно приводит к более высоким значениям $V_H^{\text{макс}}$, чем те, которые соответствуют нулевой начальной скорости. Это видно из табл. 11.3, где приняты следующие условия: V_{M_x} (0) = 0, V_{M_x} (0) = = 10 м/с, V_{M_x} (0) = 20 м/с, V_{M_y} (0) = 0 и V_{M_z} (0) = 0.

Скорость поступательного движения V_{tr}. В зависимости от начальных условий x (0) и y (0), скорость $V_H^{\text{макс}}$ может увеличиваться или уменьшаться по мере снижения скорости поступательного движения V_{tr} вихря торнадо. Например, если $V_{\text{tr}} = 0$ при x (0) = 46 м, y (0) = 0 и $C_DA/m = 0,001$, то $V_H^{\text{макс}} = 25$ м/с, а не 7 м/с, как в табл. 11.2 (где было принято, что $V_{\text{tr}} = 31$ м/с). Однако при x (0) = = 0, y (0) = — 46 м и $C_DA/m = 0,001$ $V_H^{\text{макс}} = 25$ м/с, а не 51 м/с, как указано в табл. 11.2.

Модель вихревого течения, предложенная в [11.14 и 11.15], отличается от модели, рассмотренной ранее (в которой радиус R_m постоян-

ный), главным образом тем, что в ней принимается существенное увеличение R_m по линейному закону с увеличением высоты над поверхностью земли. Как показано в работе [11.12], при использовании этой модели соответствующие расчетные значения скоростей летящего предмета в большинстве случаев выше значений, приведенных на рис. 11.8.

Некоторые метеорологи придерживаются той точки зрения, что фактические радиальные скорости V_r для большей части поля воздушного потока в торнадо значительно меньше, чем задаваемые соотношением (11.21) [11.16]. В таком случае радиальные силы сопротивления, способные удерживать траекторию предмета в пределах области сильных ветров (где летящий предмет достаточно быстро приобретает значительное количество движения), будут сравнительно небольшими, а скорости летящего предмета существенно меньше значений, показанных на рис. 11.8. Считается также, что фактические вертикальные скорости ветра настолько меньше задаваемых соотношением 11.22), что летящие предметы стремятся упасть на землю быстрее, чем это следует из расчетов на основе этого выражения, в результате чего снижаются их скорости $V_H^{\text{макс}}$ [11.12].

Дополнительную информацию о скоростях летящих предметов при действии торнадо читатель может найти в работах [11.17—11.23].

11.4. Совместные воздействия нагрузок, вызываемых торнадо

Обозначим суммарные нагрузки от торнадо, принимаемые в расчете, через W_t. В работе [11.6] приведены следующие выражения для W_t:

$$W_t = W_{tq}; \tag{11.23}$$

$$W_t = W_{tp}; \tag{11.24}$$

$$W_t = W_{tm}; \tag{11.25}$$

$$W_t = W_{tq} + 0{,}5W_{tp}; \tag{11.26}$$

$$W_t = W_{tq} + W_{tm}; \tag{11.27}$$

$$W_t = W_{tq} + 0{,}5W_{tp} + W_{tm}, \tag{11.28}$$

где W_{tq} — максимальное воздействие от давления ветра; W_{tp} — максимальное воздействие от изменения атмосферного давления; W_{tm} — максимальное воздействие от удара летящего предмета.

Выражения (11.23)—(11.28) обосновываются в [11.6] следующим образом.

11.4.1. Совместное воздействие нагрузок от давления ветра и изменения атмосферного давления. Если рассматриваемое сооружение закрытое, то суммарное давление p_{wa} от прямого воздействия ветра и изменения атмосферного давления запишется в виде

$$p_{wa} = p_w + p_a, \tag{11.29}$$

где p_w — можно представить следующим образом:

$$p_w = \rho \frac{V_m^2}{2} \frac{r^2}{R_m^2} K^2 C; \qquad (11.30)$$

здесь C — постоянная величина [см. выражения (11.1)—(11.7)].

С учетом (11.11) и (11.12) выражение для суммарного давления p_{wa} принимает вид:

$$p_{wa} = \rho \frac{V_m^2}{2} \left[2 + \frac{r^2}{R_m^2} (K^2 C - 1) \right] \quad (0 \leqslant r \leqslant R_m); \qquad (11.31)$$

$$p_{wa} = \rho \frac{V_m^2}{2} \frac{R_m^2}{r^2} (1 + K^2 C) \quad (R_m \leqslant r < \infty). \qquad (11.32)$$

Из выражения (11.31) следует, что при $K^2 C < 1$ значение p_{wa} становится максимальным при $r = 0$, когда оно равно величине максимального изменения атмосферного давления (11.12); при $K^2 C > 1$ значение p_{wa} становится максимальным при $r = R_m$, когда оно равно сумме максимального давления ветра и половине величины максимального изменения атмосферного давления. Из выражения (11.32) следует, что безотносительно к значению $K^2 C$, p_{wa} становится максимальным при $r = R_m$, когда оно равно сумме максимального воздействия давления ветра и половине величины максимального изменения атмосферного давления. Приведенные соображения объясняют равенства (11.24) и (11.26). Для полностью открытых сооружений воздействия, вызванные изменениями атмосферного давления, примерно равны нулю, поэтому максимальная нагрузка задается в виде (11.23).

11.4.2. Сочетания нагрузок, включающие воздействия летящих предметов. В работе [11.6] принято, что летящий предмет приобретает максимальную скорость на расстоянии r от центра вихря торнадо, которое приблизительно равно R_m. В таком случае на основании выражений (11.31) и (11.12) можно сделать вывод, что представление суммарного воздействия в виде (11.28) является обоснованным. Для открытых сооружений применимо выражение (11.27). И, наконец, если бы после приобретения максимальной скорости вблизи $r = R_m$ летящий предмет выбрасывался без или с незначительной потерей количества движения, то давлением ветра и воздействиями за счет изменения атмосферного давления в момент удара летящего предмета по сооружению можно было бы пренебречь. Этот случай описывается уравнением (11.25).

В работе [11.6] начальные условия движения летящего предмета не указаны. Если бы эти условия соответствовали наибольшим возможным скоростям летящего предмета для данного типа торнадо, то расчетные критерии, устанавливаемые выражениями (11.26)—(11.28), могли бы быть чрезвычайно жесткими. В самом деле, вероятность того, что:

скорости ветра достигнут значений, приведенных в табл. 11.3;

предмет начнет движение при исключительно неблагоприятном сочетании начальных условий, так что достигнет наибольших возможных скоростей;

летящий предмет ударит какую-то определенную установку, двигаясь с максимальной скоростью, пренебрежимо мала. Отметим, что в настоящее время еще не разработана ни одна официальная методика для выбора расчетных скоростей летящих предметов на основе вероятностных подходов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛ. 11

11.1 *Uniform Building Code*, International Conference of Building Officials, Los Angeles, Calif., 1975.
11.2 *Southern Building Code*, Birmingham, Ala., 1965.
11.3 *American National Standard Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures, A58.1*, American National Standards Institute, New York, 1972.
11.4 *Code of Federal Regulations*, Title 10, Part 50, Appendix A, Criterion 2 (Design Bases for Protection Against Natural Phenomena), Office of the Federal Register, General Services Administration, Washington, D. C., 1976.
11.5 *Design Basis Tornado for Nuclear Power Plants*, Regulatory Guide 1.76, Directorate of Regulatory Standards, U. S. Atomic Energy Commission, 1974.
11.6 J. V. Rotz, G. C. K. Yeh, and W. Bertwell, *Tornado and Extreme Wind Design Criteria for Nuclear Power Plants*, Topical Report No. BC-TOP-3A Revision 3, Bechtel Power Corporation, San Francisco, Calif., 1974.
11.7 R. C. Binder, *Fluid Mechanics*, 2nd ed., Prentice-Hall, New York, N.Y., 1949.
11.8 Y. C. Fung, *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*, Dover, New York, 1969.
11.9 R. H. Scanlan, «An Examination of Aerodynamic Response Theories and Model Testing Relative to Suspension Bridges,» in *Proceedings of the Third International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo, 1971, Saikon, Tokyo, 1972, pp. 941—951.
11.10 G. E. Hansche and J. S. Rinehart. «Air Drag on Cubes at Mach Numbers 0.5 to 3.5.» *J. Aeronaut. Sci.*, **19** (Feb. 1952) 83—84.
11.11 S. F. Hoerner. *Fluid-Dynamic Drag* (published by the author, 1958).
11.12 E. Simiu and M. Cordes. *Tornado-Borne Missile Speeds*, NBSIR 76-1050, National Bureau of Standards, Washington, D. C., 1976.
11.13 J. R. McDonald, K.C. Mehta, and J.E. Minor, «Tornado-Resistant Design of Nuclear Power-Plant Structures», *Nucl. Saf.* **15**. 4 (July-Aug. 1974) 432—439.
11.14 W. H. Hoecker, «Wind Speed and Air Flow in the Dallas Tornado of April 2, 1975,» *Mon. Weather Rev.*, **88**, 5 (1960)167—180.
11.15 F. C. Bates and A. E. Swanson, «Tornado Considerations for Nuclear Power Plants,» *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **10** (Nov. 1967) 712—713.
11.16 J. R. Eagleman, V. U. Muirhead, and N. Williams, *Thunderstorms, Tornadoes and Building Damage*, Lexington Books, Lexington, Mass., 1975.
11.17 D. F. Paddleford, *Characteristics of Tornado Generated Missiles*, Report No. WCAP-7897, Westinghouse Electric Corp., Pittsburgh, Pa., 1969.
11.18 A.J. H. Lee, *Design Parameters for Tornado Generated Missiles*. Topical Report No. GAI-TR-102, Gilbert Associates, Inc., Reading, Pa., 1975.
11.19 *The Generation of Missiles by Tornadoes.*, Report No. TVA-TR74-1, Tennessee Valley Authority, Knoxville, Tenn., 1974.
11.20 R. C. Lotti, *Velocities of Tornado-Generated Missiles*, Report No. ETR-1003, Ebasco Services, Inc., New York, N. Y., 1975.
11.21 D. R. Beeth and S. H. Hobbs, Jr., *Analysis of Tornado Generated Missiles*. Report No. B8 R-001, Brown and Root, Inc., Houston, Tex., 1975.
11.22. B. L. Meyers and W.M. Morrow, *Tornado Missile Risk Model*, Report No. BC-TOP-10. Bechtel Power Corp., San Francisco, Calif., 1975.
11.23 A. K. Battacharya, R. C. Boritz, and P. K. Niyogi, *Characteristics of Tornado Generated Missiles*, Report No. VEC-TR-002-0, United Engineers and Constructors, Inc., Philadelphia., Pa., 1975.

А.1. Элементы теории вероятностей и ее применение

А1.1. Введение

Определение и цель теории вероятностей. Следуя Крамеру (А1.1), теория вероятностей будет определена как математическая модель для описания и изучения закономерностей явлений, носящих *статистический характер*. Применительно к инженерным исследованиям ветровых воздействий к ним относятся, например, сила ветра в данном районе, пульсации скорости турбулентного ветра в точке, пульсации давления на поверхности сооружения или динамическая реакция гибкого сооружения при действии ветровой нагрузки.

Относительная частота и вероятность события. Случайность. Рассмотрим эксперимент, который можно повторять неограниченное число раз и результатом которого может быть появление или непоявление события A. Пусть событие A встречается m раз в последовательности S из n повторений эксперимента. Если при больших значениях n отношение m/n, называемое *относительной частотой* события A, незначительно отличается от некоторого единственного предельного значения $P(A)$, то число $P(A)$ определяется как *вероятность* появления события A. Например, если подбрасывать симметричную монету, то относительное число выпадений герба в очень большой регистрируемой последовательности из H (гербов) и T (решеток) должно быть близко к $^1/_2$; таким образом, при любом единичном бросании вероятность выпадения герба должна быть равна $^1/_2$.

Рассмотрим теперь зарегистрированную последовательность вида НТ НТ НТ НТ НТ НТ ..., состоящую из чередующихся гербов и решеток. Если при такой последовательности результатов при очередном бросании монета падает гербом, то вероятность выпадения герба при следующем бросании, очевидно, не будет равна 1/2 (А1.2).

И действительно, для только что приведенного определения вероятности существенно требование, чтобы рассмотренная последовательность S удовлетворяла условию *случайности*. Это условие требует, чтобы относительная частота появления события A имела в последовательности S такое же предельное значение, как в любой частичной последовательности, которую можно выбрать из нее произвольным образом. Число членов в каждой такой частичной последовательности должно быть достаточно большим и выбор должен проводиться в отсутствие какой-либо информации о результатах эксперимента (А1.3).

Гипотеза о существовании предельного значения относительных частот подтверждена большим числом эмпирических данных для широкого круга разнообразных случайных явлений.

А1.2. Фундаментальные соотношения

Сложение вероятностей. Рассмотрим два события A_1 и A_2, связанные с некоторым экспериментом. Предположим, что эти события несовместимые (взаимно исключающие), т. е. не могут иметь место в одно и то же время. Примером несовместимых событий является выпадение «5» и «6» при бросании одной игральной кости. Событие, состоящее в том, что или A_1, или A_2 произойдет, обозначим $A_1 \cup A_2$. Вероятность этого события

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2). \qquad (A1.1)$$

Эмпирическая основа правила сложения (А1.1) заключается в том, что если относительная частота события A_1 равна m_1/n, а события A_2 — m_2/n, то частота появления или A_1, или A_2 равна $(m_1 + m_2)/n$. Выражение (А1.1), таким образом, вытекает из соотношения между частотами появления и вероятностями событий и, очевидно, может быть распространено на любое число взаимно исключающих событий A_1, A_2, ..., A_n.

Пример. Для правильной игральной кости вероятность выпадения 5 равна $1/6$, и вероятность выпадения 6 также составляет $1/6$. Вероятность выпадения или 5 или 6 в этом случае равна $1/6 + 1/6 = 1/3$.

Обозначим непоявление события A через $\bar{A}$. События A и $\bar{A}$ являются взаимно исключающими. Следовательно, событие, состоящее в том, что A произойдет или не произойдет, будет достоверным, т. е. его вероятность равна единице:

$$P(A \cup \bar{A}) = 1. \qquad (A1.2)$$

Соотношение (А1.2) непосредственно следует из правила сложения (А1.1), использованного для событий A и $\bar{A}$, вероятности которых являются предельными значениями относительных частот соответственно m/n и $(n - m)/n$. Вероятность того, что событие A не произойдет, может быть записана в виде

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A). \qquad (A1.3)$$

Два события A и $\bar{A}$, которые удовлетворяют выражению (А1.3), называются *противоположными.*

Совместные и условные вероятности. Правило умножения. Рассмотрим два события A и B, которые могут произойти одновременно. Вероятность события, заключающегося в том, что A и B произойдут одновременно, называется *совместной вероятностью* событий A и B и обозначается $P(A \cap B)$. Вероятность события A, заданная, когда событие B уже произошло, обозначается $P(A|B)$ и называется *условной вероятностью* события A при условии, что имело место событие B. Формально $P(A|B)$ определяется следующим образом (А1.1):

$$P(A \mid B) = P(A \cap B)/P(B). \qquad (A1.4)$$

В соотношении (А1.4) предполагается, что $P(B)$ отлично от нуля. Аналогично, когда $P(A)$ отлично от нуля,

$$P(B \mid A) = P(A \cap B)/P(A). \qquad (A1.5)$$

Пример. Для некоторого района наблюдения, проводимые в течение длительного времени, показали, что в среднем 60 дней в году ветреные, 200 дней

холодные, а 50 дней ветреные и холодные одновременно. Пусть вероятность того, что день будет ветреным и вероятность того, что день будет холодным, обозначаются соответственно $P(A)$ и $P(B)$. Если известно, что условие B (т. е. холодная погода) преобладает, то вероятность того, то день ветреный или $P(A|B)$ составляет 50/200 = (50/365)/ (200/365).

Из соотношений (А1.4) и (А1.5) следует, что

$$P(A \cap B) = P(B)\,P(A \mid B) = P(A)\,P(B \mid A). \tag{А1.6}$$

Выражение (А1.6) известно как *правило умножения* теории вероятностей.

Независимость. В предыдущем примере возникновение ветра и установление низких температур не являются независимыми событиями. В самом деле, для рассматриваемого района при холодной погоде вероятность безветрия увеличивается.

Предположим теперь, что событие A заключается в наступлении дождливого дня в Пенсаколе, Флориде, а событие B в увеличении мировой рыночной цены на золото. Можно утверждать, что вероятность выпадения дождя в Пенсаколе никоим образом не зависит от того, возрастет эта цена или нет. Следовательно, в этом случае естественно предположить, что

$$P(A \mid B) = P(A). \tag{А1.7}$$

Два события A и B, для которых имеет место равенство (А1.7), называются стохастически* независимыми. На основании соотношений (А1.4) и (А1.7) возможно альтернативное определение независимости событий

$$P(A \cap B) = P(A)\,P(B). \tag{А1.8}$$

Пример. Вероятность того, что одна деталь механизма имеет дефект, равна 0,01; для другой детали, не связанной с первой, такая вероятность составляет 0,02. На основании соотношения (А1.8) вероятность того, что обе детали с дефектом, равна 0,0002.

Считается, что три события A, B и C (стохастически) независимы, тогда и только тогда, если в дополнение к (А1.8) имеют место следующие соотношения:

$$\left.\begin{aligned} P(A \cap C) &= P(A)\,P(C);\\ P(B \cap C) &= P(B)\,P(C);\\ P(A \cap B \cap C) &= P(A)\,P(B)\,P(C). \end{aligned}\right\} \tag{А1.9}$$

Вообще про n событий говорят, что они независимы, если соотношения, подобные (А1.9), удовлетворяются для всех комбинаций из двух или более событий.

А1.3. Случайные величины и распределения вероятностей

Случайные величины. Пусть каждому из событий, которое может произойти в результате эксперимента, будет поставлено в соответствие

* Слово «стохастический» (происходит от греческого στοχ′αζο„μαj — иметь в виду, искать, угадывать, предполагать) — «связанный со случайными экспериментами и вероятностью» (А1.1).

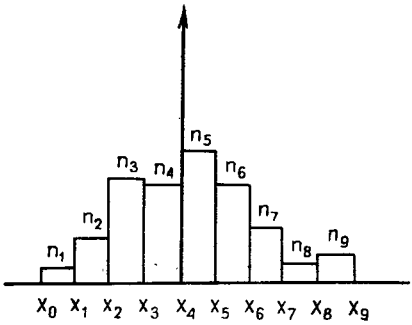


Рис. А.1. Гистограмма

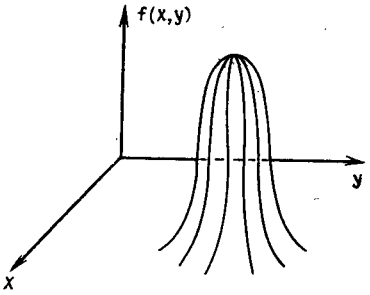


Рис. А.4. Плотность распределения вероятностей $f(x, y)$

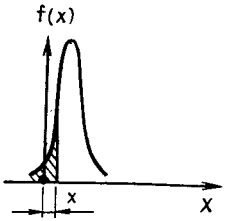


Рис. А.2. Плотность распределения вероятностей

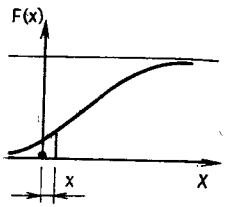


Рис. А.3. Функция распределения

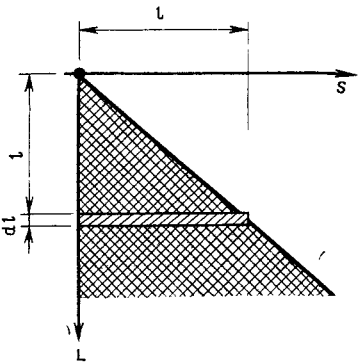


Рис. А.5. Область интегрирования при вычислении вероятности отказа

некоторое численное значение. Результирующее множество возможных численных значений определяется как *случайная величина*.

Пример 1. Подбрасывается монета. Числа ноль и единица приписываются появлению соответственно герба и решетки. Множество значений ноль и единица образуют случайную величину.

Пример 2. При каждом количественном измерении полученному результату приписывается число. Набор всех возможных результатов измерений образует случайную величину.

Случайные величины называются дискретными или непрерывными в зависимости от того, принимают ли они счетное множество значений (как в примере 1) или любые значения на участке действительной оси (как в примере 2). Обычно случайные величины обозначают заглавными римскими буквами, например X, Y, Z. Текущие значения, которые они могут принимать, в таком случае обозначаются соответствующими строчными буквами x, y, z.

Гистограммы, плотности распределения вероятностей, функции распределения. Пусть интервал изменения непрерывной случайной величины X, полученной экспериментально, разбит на равные отрезки ΔX. Предположим, что эксперимент проводился n раз, а число случаев, когда X принимала значения в заданных интервалах $X_1 - X_0$, $X_2 - X_1$, ..., $X_i - X_{i-1}$, ... составляет соответственно n_1, n_2, ..., n_i ...

График, на котором числа (или частоты) n_i нанесены так же, как это сделано на рис. А.1, называется гистограммой (подобные графики могут быть построены в случае дискретных случайных величин).

Положим, что ординаты гистограммы на рис. 1.А поделены на $n\Delta X$. Результирующий график известен как *плотность распределения* частот (А1.4). Относительная частота события $X_{i-1} < X \leqslant X_i$ в таком случае равна произведению ординаты графика плотности распределения частот $n_i/(n\Delta X)$ на интервал ΔX. Поскольку площадь, ограниченная гистограммой, равна $(n_1 + n_2 + \ldots + n_i + \ldots)\ \Delta X = n\Delta X$, общая площадь под графиком плотности распределения частот равна единице.

Когда ΔX становится очень малым, так, что можно записать $\Delta X = dx$, и при этом n делается весьма большим, ординаты графика плотности распределения частот приближаются в пределе к величинам, обозначаемым $f(x)$, где x — текущее значение случайной величины X. Функция известна как *плотность распределения вероятностей* случайной величины X (рис. А.2). Из этого определения $f(x)$ следует, что вероятность события $x < X \leqslant x + dx$ равна $f(x)\,dx$ и

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1. \qquad \text{(А1.10)}$$

В эксперименте, характеризуемом рис. А.1, число случаев, когда X принимал значения меньшие, чем X_i, равно сумме $n_1 + n_2 + \ldots + n_i$. Подобным же образом вероятность того, что $X \leqslant x$, известная как *функция распределения* случайной величины X и обозначаемая $F(x)$, может быть записана в виде

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx, \qquad \text{(А1.11)}$$

т. е. ордината при $X = x$ на рис. А.3 равна заштрихованному участку на рис. А.2.

Из выражения (А1.11) следует, что

$$f(x) = dF(x)/dx. \qquad \text{(А1.12)}$$

Совместное распределение вероятностей. Допустим, что X и Y — две непрерывные случайные величины, и пусть $f(x, y)\,dxdy$ равна вероятности того, что $x < X \leqslant x + dx$ и $y < Y \leqslant y + dy$. Функция $f(x, y)$ называется *совместной плотностью распределения* вероятностей случайных величин X и Y (рис. А.4). Вероятность того, что $X \leqslant x$ и $Y \leqslant y$ называется *совместной функцией распределения* X и Y и обозначается $F(x, y)$. Из определения $f(x, y)\,dxdy$ следует, что

$$F(x,\ y)=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(x,\ y)\,dx\,dy \text{ и } \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,\ y)\,dx\,dy=1. \qquad \text{(A1.13 и A1.14)}$$

Из выражения (A1.13) получаем

$$f(x,\ y)=\partial^2 F(x,\ y)/\partial x\,\partial y. \qquad \text{(A1.15)}$$

Если функция $f(x, y)$ известна, то вероятность того, что $x < X \leqslant x + dx$, обозначаемая через $f_X(x)\,dx$, получается применением правила сложения к вероятностям $f(x, y)\,dxdy$ на всем интервале Y, т. е.

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,\ y)\,dy. \qquad \text{(A1.16)}$$

Функция $f_X(x)$ называется *частной* (*маргинальной*) *плотностью распределения* вероятностей X.

Наконец, вероятность того, что $y < Y \leqslant y + dy$ при условии, что $x < X \leqslant x + dx$, обозначается $f(y|x)\,dy$. Функция $f(y|x)$ называется *условной плотностью распределения вероятностей* Y при $X = x$. Воспользовавшись соотношением (A1.4), получаем

$$f(y\,|\,x)=f(x,\ y)/f_X(x). \qquad \text{(A1.17)}$$

Если X и Y независимы, то $f(y|x) = f_Y(y)$ и

$$f(x,\ y)=f_X(x)\,f_Y(y). \qquad \text{(A1.18)}$$

Подобные же определения справедливы для любого числа дискретных или непрерывных случайных величин.

Применение: *основная задача теории надежности сооружений.* Рассмотрим простое сооружение, нагруженное внешней нагрузкой L. Пусть S обозначает несущую способность сооружения, которая определяется величиной внешней нагрузки, вызывающей отказ, т. е. достижение некоторого предельного состояния.

Основная задача теории надежности состоит в определении вероятности отказа сооружения, если известно совместное распределение $F(l, s) = \text{Prob}\,(L \leqslant l,\ S \leqslant s)$ нагрузки L и несущей способности S сооружения.

Из определения несущей способности S следует, что отказ наступает при выполнении неравенства $L \geqslant S$. Вероятность того, что $l < L \leqslant l + dl$ и $s < S \leqslant s + ds$, обозначим как $f(l, s)\,dlds$. Вероятность отказа получим тогда суммированием элементарных вероятностей $f(l, s)\,dlds$ по всей области значений L, S, где $L \geqslant S$ (затемненный участок на рис. А.5):

$$P_f=\int_0^{\infty} dl \int_0^{l} f(l,\ s)\,ds. \qquad \text{(A1.19)}$$

Рисунок A1.5 и выражение (A1.19) соответствуют допущению, что $L \geqslant 0$ и $S \geqslant 0$.

Естественно предположить, что L и S независимы. Тогда на основании соотношения (A1.18)

$$f(l,\ s)=f_L(l)\,f_S(s). \tag{A1.20}$$

Подставляя (A1.20) в (A1.19), имеем

$$P_f=\int_0^{\infty} f_L(l)\int_0^{l} f_S(s)\,ds\,dl=\int_0^{\infty} f_L(l)\,F_S(l)\,dl. \tag{A1.21}$$

A1.4. Характеристики случайной величины

Среднее значение, медиана, мода, дисперсия, стандартное отклонение и коэффициент корреляции. Полное описание случайной величины обеспечивается ее распределением вероятностей (в случае нескольких случайных величин совместным распределением вероятностей). Полезными при наличии менее подробной информации являются такие хорошо известные характеристики, как среднее значение, медиана, мода, стандартное отклонение, а в случае двух случайных величин — коэффициент корреляции.

Среднее значение, известное так же, как *ожидаемое значение* или *математическое ожидание* дискретной случайной величины X, определяется следующим образом:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{m} x_i\,f_i, \tag{A1.22}$$

где m — число принимаемых X значений.

Эту же характеристику можно выразить чрез относительные частоты

$$\sum_{i=1}^{m} x_i\,n_i/n=\sum_{i=1}^{m} x_i\,(n_i/n). \tag{A1.23}$$

Если случайная величина X непрерывна, ее математическое ожидание по аналогии с (A1.22) имеет вид

$$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)\,dx. \tag{A1.24}$$

Медианой непрерывной случайной величины X называется такое ее значение, при котором функция распределения равна $^1/_2$. Модой непрерывной случайной величины X называется такое ее значение, которому соответствует максимум плотности распределения вероятностей. Напомним вероятность того, что $x<X\leqslant x+dx=f(x)\,dx$, поэтому моду можно рассматривать как значение случайной величины, имеющее наибольшую вероятность появления в любом заданном испытании. Среднее значение, медиана и мода относятся к характеристикам положения случайной величины.

Математическое ожидание от величины $[x-E(X)]^2$ называется дисперсией случайной величины X. В соответствии с определением математического ожидания (A1.24) дисперсию можно записать в таком виде:

$$\mathrm{Var}(X)=E\{[X-E(X)]^2\}=\int_{-\infty}^{\infty}[x-E(X)]^2 f(x)\,dx. \tag{A1.25}$$

Величина $SD(X) = [\mathrm{Var}(X)]^{1/2}$ называется стандартным отклонением случайной величины X. Отношение $SD(X)/E(X)$ называется коэффициентом вариации X. Дисперсия, стандартное отклонение и коэффициент вариации являются характеристиками разброса (или рассеяния) случайной величины относительно ее среднего значения.

Коэффициент корреляции двух непрерывных случайных величин X и Y определяется соотношением

$$\mathrm{Corr}(X, Y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} [x - E(X)][y - E(Y)] f(x, y)\, dx\, dy \Big/ SD(X)\, SD(Y). \quad \text{(A1.26)}$$

Подобным же образом определяется коэффициент корреляции и для дискретных случайных величин. Можно показать, что

$$-1 \leqslant \mathrm{Corr}(X, Y) \leqslant 1. \quad \text{(A1.27)}$$

Если две случайные величины связаны линейной зависимостью, т. е.

$$Y = a + bX, \quad \text{(A1.28)}, \quad \text{тогда } \mathrm{Corr}(X, Y) = \pm 1. \quad \text{(A1.29)}$$

Правая часть равенства (A1.29) имеет такой же знак, какой и коэффициент b в (A1.28). Можно доказать и обратное, что равенство (A1.29) влечет за собой зависимость (A1.28). Таким образом, коэффициент корреляции можно рассматривать как показатель линейности зависимости двух случайных величин.

Отметим, что если X и Y независимы, то $\mathrm{Corr}(X, Y) = 0$. Это непосредственно следует из выражений (A1.26), (A1.18) и (A1.24). Однако равенство $\mathrm{Corr}(X, Y) = 0$ необязательно соответствует независимости величин X и Y (A1.4).

A1.5. Распределения вероятностей, обычно используемые в инженерных исследованиях ветровых воздействий

Геометрическое распределение. Рассмотрим эксперимент типа испытаний Бернулли, в котором:

а) единственно возможный результат — это появление или непоявление события A;

б) вероятность $\mathfrak{P}$ появления события A в любом одиночном испытании постоянна;

в) результаты испытаний независимы друг от друга.

Пусть случайная величина N равна числу испытаний, которые необходимо провести до первого появления события A. Вероятность $p(n)$ того, что событие A впервые произойдет при n-м испытании, равна вероятности того, что событие A не произойдет в каждом из первых $n - 1$ испытаний и произойдет при n-м испытании. Поскольку вероятность непоявления события в одном испытании равна $1 - \mathfrak{P}$ (A1.2) и поскольку все n испытаний независимы, то из правила умножения (A1.8) следует, что

$$p(n) = (1 - \mathfrak{p})^{n-1}\, \mathfrak{p} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots). \quad \text{(A1.30)}$$

Это распределение вероятностей известно как *геометрическое распределение* с параметром $\mathfrak{P}$.

Вероятность $P(n)$ того, что событие A произойдет по крайней мере один раз при n испытаниях, можно найти следующим образом. Вероятность того, что событие A не произойдет при n испытаниях, равна

$(1 - \mathfrak{p})^n$. Вероятность того, что оно произойдет по крайней мере один раз, соответственно запишется

$$P(n) = 1 - (1 - \mathfrak{p})^n. \qquad \text{(A1.31)}$$

Математическое ожидание N находим с помощью выражения (A1.22), в котором используется (A1.30):

$$\overline{N} = \sum_{n=1}^{\infty} n (1 - \mathfrak{p})^{n-1} \mathfrak{p}. \qquad \text{(A1.32)}$$

Можно показать, что сумма этого ряда равна:

$$\overline{N} = 1/\mathfrak{p}. \qquad \text{(A1.33)}$$

Величина $\overline{N}$ носит *название периода* или *среднего интервала повторения* события A.

Примеры

1. Для игральной кости вероятность выпадения «четырех» равна $\mathfrak{p} = 1/6$. Если общее число испытаний велико, то можно ожидать, что в длинной серии «четыре» будут появляться в среднем один раз за $\overline{N} = 1 : (1/6) = 6$ испытаний.

2. Сооружение рассчитано таким образом, что напряжения в его элементах достигают допускаемых значений при действии экстремальных ветров со средним интервалом повторения один раз в 50 лет. Вероятность появления за один произвольно взятый год ветров, для которых $\overline{N} = 50$, составляет $\mathfrak{p} = 1/\overline{N} = 0{,}02$ (A1.33). Вероятность того, что допускаемое напряжение будет превышено по крайней мере один раз за n лет, определится из выражения (A1.31). Для $n = 25$ лет $P(25) = 1 - (1 - 0{,}02)^{25} \approx 0{,}396$; для $n = 50$ лет $P(50) \approx 0{,}63$.

Распределение Пуассона. Рассмотрим класс событий, каждое из которых может произойти независимо от других и с равной вероятностью в любой точке временного интервала $0 \leqslant t \leqslant T$. Описывается случайная величина, представляющая число событий N, которые могут произойти в течение произвольного интервала времени $\tau = (t_2 - t_1)$ $(t_1 \geqslant 0,\ t_1 < t_2 \leqslant T)$. Пусть $p(n, \tau)$ обозначает вероятность того, что n событий произойдут за интервал времени τ. Предположим, что на $p(n, \tau)$ не влияет появление любого числа событий за пределами этого интервала, тогда можно доказать [A1.4], что

$$p(n, \tau) = \frac{(\lambda\tau)^n}{n!} e^{-\lambda\tau} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \ldots). \qquad \text{(A1.34)}$$

Если воспользоваться выражениями (A1.24) и (A1.25), то оказывается, что и математическое ожидание и дисперсия равны $\lambda\tau$. Так как $\lambda\tau$ представляет собой ожидаемое число событий за время τ, параметр λ называется средней интенсивностью входного потока и представляет собой ожидаемое число событий за единицу времени.

Применение распределения Пуассона можно проиллюстрировать на примере загруженности вызовами телефонной станции. Рассмотрим промежуток времени (скажем, в четверть часа), за который средняя интенсивность вызовов постоянна, т. е. в течение произвольно взято-

го подынтервала времени загруженность станции в n вызовов такая же, как и для любого другого равного подынтервала. Дополнительно можно принять, что отдельные вызовы не зависят друг от друга. Поэтому выражение (А1.34) применимо к любому интервалу времени в пределах четверти часа.

Нормальное распределение. Рассмотрим случайную величину X, которая состоит из суммы малых, независимых составляющих X_1, X_2, ..., X_n. Можно доказать (А1.1) при весьма общих условиях, что если n велико, то плотность распределения вероятностей X имеет вид

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_x}\exp\left[\frac{-(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right], \qquad \text{(А1.35)}$$

где $\mu_x = E(X)$ и $\sigma_x^2 = \mathrm{Var}(X)$ — соответственно среднее значение и дисперсия X. Это утверждение известно как *центральная предельная теорема*. Распределение, представленное выражением (А1.35), называется нормальным, или гауссовым. Можно показать, что распределение вероятностей линейной функции от нормально распределенной случайной величины будет нормальным. Также и сумма двух или более независимых нормально распределенных случайных величин имеет нормальное распределение.

Нормальное распределение широко используется в разнообразных физических и инженерных задачах, например для описания ошибок измерений. Вместе с тем следует особо отметить, что многие явления не могут быть описаны нормальным законом, например экстремальные скорости ветра, соответствующие любому заданному географическому району.

Распределения максимальных значений типа I и типа II. Средние интервалы повторения. Пусть величина X будет максимальной из n независимых случайных величин Y_1, Y_2, ..., Y_n [А1.6]. Поскольку неравенство $X \leqslant x$ включает в себя неравенства $Y_i \leqslant x$ для всех i ($i = 1, 2, \ldots, n$), то отсюда следует, что

$$F(X \leqslant x) = \mathrm{Prob}\,(Y_1 \leqslant x,\ Y_2 \leqslant x,\ \ldots,\ Y_n \leqslant x); \qquad \text{(А1.36а)}$$

$$= F_{Y_1}(x)\,F_{Y_2}(x)\ldots F_{Y_n}(x), \qquad \text{(А1.36б)}$$

где для получения выражения (А1.36б) из (А1.36а) использована обобщенная форма соотношения (А1.8). Вероятности $F_Y(y)$ относятся к основным (или исходным) распределениям случайных величин Y_i. Последние образуют *генеральную совокупность*, из которой находятся максимальные значения X. В частном случае, когда все величины Y_i имеют одинаковые функции распределения вероятностей $F_Y(y)$, выражение (А1.36) принимает вид

$$F_X(x) = [F_Y(y)]^n. \qquad \text{(А1.37)}$$

Когда же они не ограничены справа, то говорят, что исходные величины Y имеют распределение экспоненциального типа, если их функции распределения по крайней мере экспоненциально стремятся к единице (при возрастании y), про исходные переменные говорят, что они типа Коши, если

$$\lim_{y\to\infty}\,[1-F(y)]\,y^b = A \quad (A>0;\ k>0). \qquad \text{(А1.38)}$$

Когда число n становится очень большим, то распределения $F_X(x)$ максимальных значений приближаются к пределам, известным как распределения типа I и типа II, которые соответствуют исходным распределениям экспоненциального типа и Коши [A1.4, A1.7].

Функция распределения, описывающая распределение максимальных значений типа I (определяемого так же, как распределение экстремальных значений типа I или распределение Гумбеля), имеет вид

$$F_{\mathrm{I}}(x)=\exp\{-\exp[-(x-\mu)/\sigma]\}\quad\begin{cases}-\infty<x<\infty;\\ -\infty<\mu<\infty;\\ 0<\sigma<\infty.\end{cases}\tag{A1.39}$$

В (A1.39) μ и σ — соответственно параметры положения и масштаба*. Используя выражения (A1.24) и (A1.25), можно показать, что среднее значение и стандартное отклонение X равияются

$$E(X)=\mu+0,5772\sigma;\quad\text{(A1.40)}\qquad SD(X)=\frac{\pi}{\sqrt{6}}\sigma.\tag{A1.41}$$

Функция распределения, описывающая *распределение максимальных значений типа II* (также называемое распределением *экстремальных значений типа II* или обобщенным распределением *Фреше*), имеет вид:

$$F_{\mathrm{II}}(x)=\exp\{-[(x-\mu)/\sigma]^{-\gamma}\}\quad\begin{cases}\mu<x<\infty;\\ -\infty<\mu<\infty;\\ 0<\sigma<\infty;\\ \gamma>0,\end{cases}\tag{A1.42}$$

где μ, σ и γ — соответственно параметры положения, масштаба и формы (или длины хвоста распределения) [A1.8].

В частном случае при $\mu=0$ выражение (A1.42) называется распределением Фреше (в отличие от обобщенного распределения Фреше).

Путем обращения выражений (A1.39) и (A1.42) можно получить так называемую *функцию процентных точек* (*процентиль*), т. е. такое значение x случайной величины, которое соответствует любому заданному значению функции распределения, выраженному в процентах. В случае распределения типа I

$$x(F_{\mathrm{I}})=\mu-\sigma\ln(-\ln F_{\mathrm{I}}),\tag{A1.43}$$

тогда как для распределения типа II

$$x(F_{\mathrm{II}})=\mu+\sigma(-\ln F_{\mathrm{II}})^{-1/\gamma}.\tag{A1.44}$$

Удобно обозначить значения функций распределения F_{I} или F_{II} через p, а $x(F_{\mathrm{I}})$ или $x(F_{\mathrm{II}})$ как $G_X(p)$. Тогда для распределения типа I

$$G_X(p)=\mu-\sigma\ln(-\ln p)\tag{A1.43a}$$

* Как показано в (A1.40) и (A1.41), эти параметры не являются математическим ожиданием и стандартным отклонением X.

и для распределения типа II

$$G_X(p)=\mu+\sigma(-\ln p)^{-1/\gamma}. \qquad \text{(A1.44a)}$$

Из определения p и соотношения (A1.4) следует, что Prob $(X > x) = 1 - p$. Пусть случайная величина X представляет собой годовой максимум скоростей ветра в некотором заданном районе. Тогда можно считать, что каждый год происходит испытание, в котором появляется событие, состоящее в том, что скорость ветра X превысит некоторую величину x; вероятность появления события $1 - p$. Используя соотношение (A1.33), найдем средний интервал повторения этого события:

$$\overline{N}=1/(1-p). \qquad \text{(A1.45)}$$

Таким образом, скорость ветра x, соответствующая среднему интервалу повторения $\overline{N}$, равна значению процентиля величины X, для которого

$$p=1-1/\overline{N}. \qquad \text{(A1.45б)}$$

Соотношения между распределениями экстремальных значений типа I и II. Запишем распределение типа II в виде

$$F_{II}(y)=\exp\{-[(y-\mu_{II})/\sigma_{II}]^{-\gamma}\} \qquad \text{(A1.46)}$$

(в данном контексте удобно обозначить параметры положения и масштаба этого распределения соответственно через μ_{II} и σ_{II}). Если в (A1.46) использовать преобразование

$$y-\mu_{II}=\exp x, \qquad \text{(A1.47)}$$

то полученное выражение будет представлять собой распределение типа I с параметрами

$$\mu=\ln\sigma_{II}; \quad \text{(A1.48)} \qquad \sigma=1/\gamma. \qquad \text{(A1.49)}$$

Теперь покажем [A1.12], что при γ, стремящемся к бесконечности, распределение типа II приближается к распределению типа I.

Рассмотрим распределение нормированной случайной величины

$$Z=\frac{X-\text{loc}(X)}{\text{scale}(X)}, \qquad \text{(A1.50)}$$

где loc (X) и scale (X) — соответственно характеристики положения и масштаба распределения величины X.

Примерами характеристик положения этой случайной величины являются ее математическое ожидание $E(X)$ и медиана $G_X(0{,}5)$, а характеристик масштаба — ее стандартное отклонение $SD(X)$, интерквартильная широта $\delta_{50} = G_X(0{,}75) - G_X(0{,}25)$ и 95 процентильная широта $\delta_{95} = G_X(0{,}975) - G_X(0{,}025)$.

Процентиль $G_Z(p)$ имеет вид

$$G_Z(p)=\frac{G_X(p)-\text{loc}(X)}{\text{scale}(X)} \quad (0<p<1). \qquad \text{(A1.51)}$$

Без всякой потери общности при доказательстве можно использовать приведенную случайную величину с $\mu = 0$ и $\sigma = 1$. Подставляя

выражение (A1.44a) при $\mu = 0$ и $\sigma = 1$ в (A1.51) и выбирая для простоты loc $(x) = G_X(0{,}5)$ и scale $(X) = \delta_{95}$, имеем

$$G_Z(p) = \frac{[-\ln(p)]^{-1/\gamma} - [-\ln(0{,}5)]^{-1/\gamma}}{[-\ln(0{,}975)]^{-1/\gamma} - [-\ln(0{,}025)]^{-1/\gamma}} \quad (0 < p < 1). \tag{A1.52}$$

При $\gamma \to \infty$ это выражение становится неопределенным. Однако, используя правило Лопиталя, после упрощения получаем

$$G_Z(p) = \frac{-\ln[-\ln(p)] - \{-\ln[-\ln(0{,}5)]\}}{-\ln[-\ln(0{,}975)] - \{-\ln[-\ln(0{,}025)]\}} \quad (0 < p < 1). \tag{A1.53}$$

Как видно из выражения (A1.43a), члены в числителе и знаменателе (A1.53) представляют собой соответственно процентиль, медиану и 95 процентильную широту приведенной случайной величины с распределением типа I. Таким образом, доказано, что когда γ устремляется к бесконечности, нормированная случайная величина типа II приближается к нормированной случайной величине типа I, и, следовательно, распределение типа II асимптотически приближается к распределению типа I.

Распределения типа I. Мода максимального значения выборки объемом n как аппроксимация процентиля $G_X[1/(1-n)]$. Пусть Z будет максимальное из совокупности n значений случайной величины X, каждое из которых имеет распределение экстремальных значений типа I (A1.39). Функция распределения этого максимального значения запишется в виде

$$F_n(z) = [F_1(z)]^n = \exp[-n \exp(-w)], \tag{A1.54}$$

где

$$w = \frac{z-\mu}{\sigma} \quad \begin{matrix} -\infty < z < \infty; \\ -\infty < \mu < \infty; \\ 0 < \sigma < \infty. \end{matrix} \tag{A1.55}$$

Соответствующая плотность распределения вероятностей

$$f_n(z) = 1/\sigma n \exp[-ne^{-w} - w]. \tag{A1.58}$$

Корень уравнения

$$df_n(z)/dz = \frac{1}{\sigma^2} n \exp[-ne^{-w} - w]\,[ne^{-w} - 1] = 0 \tag{A1.59}$$

является по определению модой* максимального из совокупности n рассматриваемых значений.

Из уравнения (A1.59) непосредственно следует, что

$$e^{-w} = 1/n, \tag{A1.60}$$

или, если воспользоваться выражением (A1.55),

$$\text{mode}(Z) = \mu - \sigma \ln(1/n). \tag{A1.61}$$

* Напомним, что модой случайной величины X называется такое ее значение, которое вероятнее всего появится в любом заданном испытании.

Рассмотрим исходную случайную величину X. Поскольку она имеет распределение типа I, ее процентиль запишется в виде

$$G_X(p) = \mu - \sigma \ln(-\ln p), \qquad \text{(A1.43a)}$$

или, используя (A1.45), в котором $\overline{N}$ — средний интервал повторения,

$$G_X(1 - 1/\overline{N}) = \mu - \sigma \ln[-\ln(1 - 1/\overline{N})]. \qquad \text{(A1.62)}$$

В частном случае, когда $\overline{N} = n$,

$$G_X(1 - 1/n) = \mu - \sigma \ln[-\ln(1 - 1/n)]. \qquad \text{(A1.62a)}$$

В выражении (A1.62a) $G_X(1 - 1/n)$ есть значение X, соответствующее среднему интервалу повторения n.

Можно удостовериться, что для достаточно больших значений n, скажем $n > 10$,

$$\ln[-\ln(1 - 1/n)] \approx \ln(1/n) \qquad \text{(A1.63)}$$

(например, для $n = 20$ правая и левая части соотношения (A1.63) равны соответственно — 2,970 и —2,996. При $n = 40$ они соответственно составляют —3,676 и —3,689). Отсюда следует, что

$$G_X(1 - 1/n) \approx \mu - \sigma \ln(1/n) = \text{mode}(Z). \qquad \text{(A1.64)}$$

Из соотношения (A1.64) видно, что если X — случайная величина с распределением типа I, то мода максимального значения в выборке из n значений X весьма близка к значению случайной величины, соответствующему среднему интервалу повторения n [A1.9].

Интересную экспериментальную проверку этого утверждения можно провести на основании данных наблюдений из [A1.11], которые охватывают период в 37 лет. Например, для первых пяти выборок из этих данных значения наибольшего годового максимума скоростей ветра, зарегистрированных за 37 лет, $v_{\text{макс}}$ и расчетные значения скоростей ветра на этот период v_{37}, км/ч, составляют:

	Каир, Иллинойс	Алпена, Мичиган	Остров Татуш, Вашингтон	Уиллистон, Северная Дакота	Ричмонд, Виргиния
$v_{\text{макс}}$	82	80,5	135,2	80,5	77,2
v_{37}	83,7	82	130,3	83,7	80,5

Вероятность того, что максимальное значение выборки из n значений случайной величины X с распределением типа I находится в заданном интервале, можно легко вычислить, используя выражение (A1.54). Например, подсчитанные из 37-летней записи максимальных годовых скоростей ветра в Ричмонде, Виргиния, значения μ и σ составляют соответственно 59,2 и 6,08 км/ч [A1.11]. Используя эти значения, можно следующим образом оценить вероятность того, что наибольшая скорость ветра $Z = V_{\text{макс}}$ в выборке из $n = 37$ годовых максимумов находится, положим, в интервале $V_{37}(1 \pm 0{,}24) = 80 \pm 19$.

$$P\,(61 \leqslant Z \leqslant 99) = \int_{61}^{99} f_{37}\,(z)\,dz = F_{37}\,(99) - F_{37}(61) = 0{,}95. \qquad \text{(A1.65)}$$

A1.6. Теория вероятностей и статистические данные

Критерий согласия. Исходные данные, полученные или которые предстоит получить из реальных наблюдений, можно рассматривать как наблюдаемые значения случайных величин. В таком случае принимается, что эти данные описываются моделями, определяющими поведение случайных величин, т. е. такими математическими моделями, которые используются в теории вероятностей.

В практических приложениях рассматриваются две важные задачи: первая состоит в том, чтобы, исходя из природы изучаемого явления (или на основе наблюдений), дать заключение о распределении вероятностей, которое адекватно опишет поведение исходных данных, а вторая состоит в том, чтобы, используя исходные данные, сделать выводы о параметрах распределения или о некоторых его характеристиках, таких, как, например, среднее значение или стандартное отклонение.

На практике для заданной совокупности результатов наблюдений или выборки исходных данных принимается гипотеза, что их поведение можно моделировать некоторым, считающимся подходящим, распределением вероятностей. В дальнейшем эта гипотеза подлежит проверке. Проверки включают в себя количественную оценку степени соответствия или *согласия* между исходными данными и гипотетическим распределением или, наоборот, степени отклонения исходных данных от принятого распределения. Если мера этого отклонения удовлетворяет предъявляемой точности, то гипотеза принимается, и наоборот. С испытанием гипотез связан *уровень* значимости, который представляет собой вероятность отбрасывания гипотезы, тогда как в действительности она верна. Проверки, обычно используемые в приложениях, включая хорошо известный критерий χ^2, рассматриваются, например, в [A1.1, A1.4]. Коротко упомянем о проверке по вероятностному выборочному коэффициенту корреляции, которая используется при изучении режима экстремальных ветров [A1.11, A1.12]. Вероятностный выборочный коэффициент корреляции определяется следующим выражением:

$$r_D = \frac{\Sigma\,(X_i - \bar{X})\,[M_i\,(D) - \overline{M\,(D)}]}{[\Sigma\,(X_i - \bar{X})^2\,\Sigma\,(M_i\,(D) - \overline{M\,(D)})^2]^{1/2}}, \qquad \text{(A1.66)}$$

где $\bar{X} = \Sigma X_i/n$, $\overline{M\,(D)} = \Sigma M_i\,(D)/n$, n — объем выборки; D — проверяемое распределение вероятностей.

Величины X_i получены путем перестановки данных выборки: X_1 — минимальное; X_2 — второе по малости; X_i — i-е по малости из наблюдений, составляющих выборку. Величины $M_i\,(D)$ определяют следующим образом. Задавая случайную величину X с распределением вероятностей D и выборку объемом n, можно на основе вероятностных подходов теоретически получить распределения минимального, второго по малости и вообще i-го по малости значения X

этой выборки. Величины $M_i(D)$ будут медианами каждого из этих распределений.

Если исходные данные образованы распределением D, тогда, с точностью до коэффициентов положения и масштаба, X_i будут приближенно равны теоретическим значениям $M_i(D)$ для всех i, так что график X_i относительно $M_i(D)$ (построенный как график вероятностей) будет приблизительно линейным. Его линейность в свою очередь приведет к тому, что значение r_D почти сравняется с единицей. Таким образом, чем лучше распределение D удовлетворяет исходным данным, тем ближе будет r_D к единице.

Чтобы проверить, какое из распределений типа I или II с некоторым неизвестным значением параметра γ (длины хвоста распределения) лучше описывает поведение заданной выборки экстремальных данных, вероятностный выборочный коэффициент корреляции r_D подсчитывается для большого числа распределений экстремальных значений, характеризуемых различными значениями γ, которые расположены соответственно в интервале от 1 до ∞ (напомним, что $\gamma = \infty$ соответствует распределению типа I). Случайная величина в этих распределениях записывается в нормированном виде, так что для любой заданной совокупности исходных данных коэффициент r_D зависит только от γ, т. е. не зависит от коэффициентов положения и масштаба μ и σ, относительно которых, следовательно, не нужно вводить априорные предположения [A1.11]. Лучше всего описывает исходные данные такое распределение, которое соответствует максимальному из вычисленных значений r_D.

Оценивание параметров распределения. По данным выборки в принципе можно сделать вывод о параметрах распределения, описывающего поведение генеральной совокупности, из которой извлечены эти данные (или о характеристиках распределения таких, например, как среднее значение). *Оценочная функция* может быть определена как такая функция $\widehat{\alpha}(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ элементов выборки, что $\widehat{\alpha}$ является подходящей аппроксимацией неизвестного значения α параметра (или характеристики) распределения. Частное численное значение, принимаемое оценочной функцией для данного случая, принято называть оценкой*.

Будучи функцией случайных величин, $\widehat{\alpha}(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ сама является случайной величиной. Покажем это на следующем примере.

Рассмотрим последовательность из 14 результатов наблюдений в эксперименте, состоящем в подбрасывании монеты:

Н Т Т Т Н Т Н Н Т Н Н Н Т Н (A1.67a)

Случайные числа, связанные с этим экспериментом, представляют собой число нулей и единиц, которые приписываются выпадению со-

* В научно-технической литературе на английском языке используются различные термины для обозначения случайной величины (функции) или оператора оценки — estimator и конкретной оценки — estimate. При переводе разница между ними подчеркивалась только в случае необходимости. (*Примеч. науч. ред.*)

ответственно герба и решетки. В таком случае выборка исходных данных, отвечающая результатам наблюдения, имеет вид

$$0,\ 1,\ 1,\ 1,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 0 \qquad \text{(A1.67б)}$$

Предполагается, что эта выборка получена из бесконечной генеральной совокупности, которая при идеальной симметричной монете будет иметь среднее значение, обозначаемое в этом случае через α, равное $^1/_2$. Подходящей оценкой для среднего значения α является выборочное среднее $\widehat{\alpha}$*:

$$\widehat{\alpha} = (1/n) \sum_{i=1}^{n} X_i, \qquad \text{(A1.68)}$$

где n—объем выборки (количество наблюденнй), а X_i—данные наблюдений.

Когда выборка состоит из всех 14 наблюдений в последовательности (A1.67б), $\widehat{\alpha} = {}^3/_7$. Если используются выборки, состоящие из первых или последних семи наблюдений в (A1.67б), то соответственно $\widehat{\alpha} = {}^4/_7$ и $\widehat{\alpha} = {}^2/_7$.

Как случайная величина оценка $\widehat{\alpha}$ будет обладать некоторым распределением вероятностей с ненулевым рассеиванием относительно истинного значения α. Таким образом, из заданной выборки статистических данных невозможно вычислить истинное значение α искомого параметра. Правильнее будет оценить *доверительные интервалы*, о которых можно утверждать с заданным доверительным уровнем q (уровень значимости $1 - q$), что они содержат неизвестное значение α.

Чтобы доверительный интервал, соответствующий заданному доверительному уровню q, был как можно уже, желательно, использовать эффективную оценку. Из двух различных возможных оценок $\widehat{\alpha}_1$ и $\widehat{\alpha}_2$ одного и того же параметра α про оценку $\widehat{\alpha}_1$ говорят, что она более эффективна, если $E\,[(\widehat{\alpha}_1 - \alpha)^2] < E\,(\widehat{\alpha}_2 - \alpha)^2]$.

Подробности о методиках проведения оценки параметров распределения можно найти, например, в [A1.1, A1.4]. Оценивание параметров распределения экстремальных значений типа I, которое широко используется при изучении экстремальных скоростей ветра, будет рассмотрено ниже в этом приложении. Прежде чем перейти к этой теме, полезно обсудить вопросы моделирования распределения экстремальных значений типа I, используя численные методы, которые обычно называют методами Монте-Карло.

Методы Монте-Карло. Моделирование процесса с распределением экстремальных значений типа I. В соответствии с определением, данным в [A1.13], методы Монте-Карло охватывают такую область экспериментальной математики, которая связана с экспериментами со случайными числами. Моделирование интересующего явления достигается путем соответствующих преобразований имеющейся последовательности случайных чисел. Полученная таким образом новая последовательность может рассматриваться как данные, статистики выборок из

* Символ «$\wedge$» используется для обозначения оценки.

Таблица А1.1. Моделирование методом Монте-Карло экстремальных значений процесса типа I (проводится оценка по 100 выборкам объемом n)

	Объем выборки, n	μ	σ	$G_X(0,98)$	$G_X(0,99)$	$G_X(0,999)$
Исходное (основное) распределение	—	59,22	6,08	83,15	87,28	101,33
Среднее значение	25	59,38	6,45	84,61	89,12	104,02
	50	59,22	6,26	83,55	87,91	102,34
Стандартное отклонение	25	1,38	1,3	5,57	6,44	9,41
	50	1,04	0,8	3,44	4	5,81
Максимальное отклонение ниже среднего значения (в процентах от среднего)	25	5,9	52	19,6	21,3	25,7
	50	3,8	32	10,2	11	13,6
Максимальное отклонение выше среднего значения (в процентах от среднего)	25	6,6	64	16,6	19	25,5
	50	4	32	10,7	12	14,7
Максимальное отклонение ниже среднего значения (в стандартах отклонений)	25	2,5	2,6	3	3	2,8
	50	2,2	2,5	2,5	2,5	2,4
Максимальное отклонение выше среднего значения (в стандартах отклонений)	25	2,8	3,2	2,5	2,6	2,8
	50	2,3	2,5	2,6	2,6	2,6

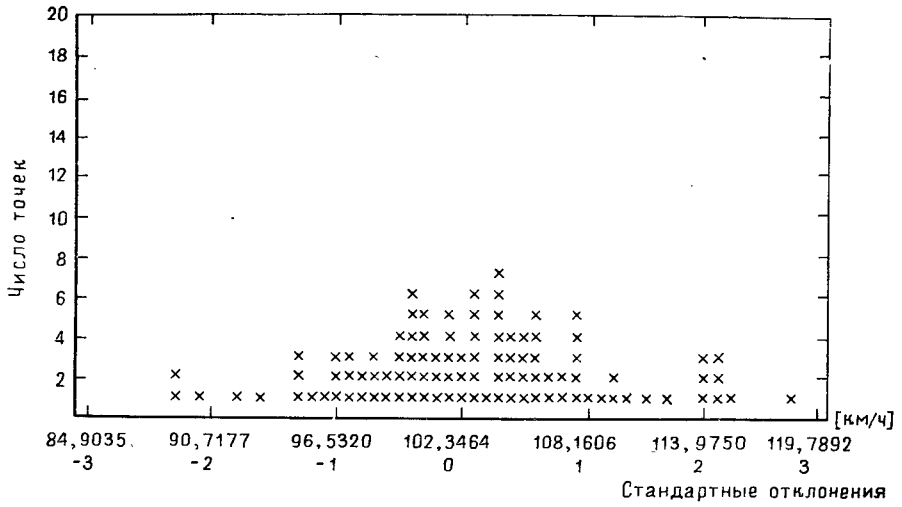


Рис. А.6. Гистограмма оценнваемых значений $\widehat{Gx}$ (0,999) для 100 выборок объемом $n=50$

которых характеризуют статистические свойства интересующего явления. Примеры применения методов Монте-Карло можно найти в [А1.4, А1.14].

Моделирование случайной величины с заданным распределением, которое будет сейчас рассмотрено, является простым применением методов Монте-Карло. Предполагается, что это распределение — распределение экстремальных значений типа I с заданными параметрами μ и σ (А1.39).

Представим себе последовательность n равномерно распределенных случайных чисел $0 < Y_i < 1$ ($i = 1, 2, \ldots, n$), таких, как приведенные в [А1.14], или которые могут быть генерированы посредством процедур, предложенных в [А1.2, А1.13 или А1.14]. Эти числа рассматриваются как вероятности появления данных $X(Y_i)$, полученных следующим преобразованием (А1.43):

$$X(Y_i) = \mu - \sigma \ln(-\ln Y_i). \qquad \text{(А1.69)}$$

Из выборки объема n, $X(Y_i)$ ($i = 1, 2, \ldots, n$) можно получить оценки $\widehat{\mu}$ и $\widehat{\sigma}$ (т. е. параметров распределения) и $\widehat{G}_X(p)$ [процентиль, соответствующий любому заданному значению p, см. (А1.43а)]. Поскольку, как уже указывалось выше, оценки являются случайными величинами, в общем случае они будут отличаться от известных параметров и процентиля исходного распределения. Только что описанную процедуру можно повторить большое число M раз и получить таким образом M наборов значений $\widehat{\mu}$, $\widehat{\sigma}$, $\widehat{G}_X(p)$ и соответствующих гистограмм. Используя их, можно вычислить итоговые статистики (такие как среднее значение, дисперсия, стандартное отклонение) для $\widehat{\mu}$, $\widehat{\sigma}$ и $\widehat{G}_X(p)$.

Таблица А1.2. Состав выборок из совокупности с распределением типа I, которые наиболее точно описываются распределениями типа I и II, %

Тип распределения экстремальных значений		Объем выборки	
		$n=25$	$n=50$
I или II	$(\gamma \geqslant 13)$	57	77
II	$7 \leqslant \gamma < 13$	13	12
	$2 < \gamma < 7$	30	11

Впервые исследование методом Монте-Карло поведения случайной величины с распределением типа I, выполненное с целью предсказания экстремальных скоростей ветра, было опубликовано в [А1.15]. Рассмотрим результаты аналогичного исследования, проведенного впоследствии авторами. Значения параметров выражения (А1.69), использованные в этом исследовании, составляли $\mu = 59{,}22$ и $\sigma = 6{,}08$. Эти значения в км/ч представляют собой оценки параметров распределений типа I, которые, как считается в [А1.11], наиболее точно соответствуют годовым максимумам скоростей ветра, зарегистрированным в Ричмонде, Виргиния с 1912 по 1948 г. Были образованы две совокупности по 100 выборок в каждой с объемом выборок в первой $n = 25$ и во второй $n = 50$. Основные результаты этого исследования приведены в табл. А1.1.

Например: $G_X\ (0{,}98) = 83{,}15$ (вычисленное по исходному распределению с параметрами $\mu = 59{,}22$, $\sigma = 6{,}08$); среднее значение 100 оценок $\widehat{G}_X\ (0{,}98)$, основанных на выборках объемом $n = 25$, равно Mean $[\widehat{G}_X\ (0{,}98)] = 84{,}61$; стандартное отклонение этих оценок составляет $s\,[\widehat{G}_X\ (0{,}98)] = 5{,}57$; максимальное значение оценки $\widehat{G}_X\ (0{,}98) = \max\,[\widehat{G}_X\ (0{,}98)] = (1+16{,}6/100)\ \{\text{Mean}\,[\widehat{G}_X\ (0{,}98)]\} = \text{Mean}\,[\widehat{G}_X\ (0{,}98)] + 2{,}5s\,[\widehat{G}_X\ (0{,}98)]$.

Гистограмма оценок $\widehat{G}_X\ (0{,}999)$ по 100 выборкам объемом $n = 50$ показана на рис. А.6.

Результаты, приведенные в табл. А1.1, получены аппроксимацией данных выборок, образованных из последовательностей случайных чисел посредством выражения (А1.69), распределением экстремальных значений типа I. Очевидно, однако, что из-за случайного характера выборочных данных, поведение некоторых из выборок может лучше описываться распределением экстремальных значений типа II, чем распределением типа I. Чтобы удостовериться, имеет ли это место в действительности, каждая из выборок проверялась по вероятностному выборочному коэффициенту корреляции. Полученные результаты, которые не зависят от параметров μ и σ исходного распределения, приведены в табл. А1.2.

Как показано в разд. 3.3, процентные отношения, подобные приведенным в табл. 1.2, можно сравнить с аналогичными величинами, полученными из анализа данных измерений экстремальных скоростей ветра, с тем чтобы попытаться сделать заключение о применимости

распределения типа I для моделирования ветрового режима при определенных типах климатических условий. Подробности об этом см. в [A1.21].

Оценки распределения для экстремальных значений типа I. Классическим методом подхода к проблеме оценивания является метод моментов. Предполагается, что параметры распределения могут быть получены заменой математического ожидания и среднего квадрата случайной величины X соответствующими статистиками выборки. В случае распределения типа I, используя выражения (A1.40) и (A1.41), имеем

$$\widehat{\sigma}=(\sqrt{6}/\pi)\,s; \quad \text{(A1.70)} \qquad \widehat{\mu}=\overline{X}-0{,}5772\,\widehat{\sigma}, \quad \text{(A1.71)}$$

где $\overline{X}$ и s — соответственно выборочные среднее значение и стандартное отклонение, т. е.

$$\overline{X}=(1/n)\,\Sigma X_i; \quad \text{(A1.72)} \qquad s=[(1/n)\Sigma\,(X_i-\overline{X})^2]^{1/2}. \quad \text{(A1.73)}$$

На основании оценок (A1.70) и (A1.71) можно получить следующее выражение для оценки $G_X(p)$

$$\widehat{G}_X(p)=\overline{X}+s\,(y-0{,}5772)\,\sqrt{6}/\pi, \quad \text{(A1.74)}$$

где

$$y=-\ln(-\ln p). \quad \text{(A1.75)}$$

Основываясь на предположении, что случайные величины $\overline{X}$ и s, определяемые выражениями (A1.72) и (A1.73), имеют асимптотически нормальное распределение, можно показать [A1.7, с. 10, 174 и 228], что для больших выборок

$$SD\left[\widehat{G}_X(p)\right]=[\pi^2/6+1{,}1396\,(y-0{,}5772)\,\pi/\sqrt{6}+ \\ +1{,}1\,(y-0{,}5772)^2]^{1/2}\,\sigma/\sqrt{6}. \quad \text{(A1.76)}$$

Более эффективная оценка $G_X(p)$ была получена Либлином на основе *метода порядковых статистик* [A1.7, A1.16, A1.17]. В приложениях часто применяют аппроксимацию исходных данных, нанесенных на вероятностную бумагу, прямой линией при помощи метода наименьших квадратов. Этот метод используют в программах для вычислительных машин [A1.11]. Упрощенный приближенный вариант этого метода приведен в [A1.7, с. 34, 227 и 228]. Для рассмотрения других методов оценки, используемых для распределения типа I, например метода максимального правдоподобия, отсылаем читателя к [A1.7] и [A1.18].

Можно показать, что стандартное отклонение любой оценки параметра больше или по крайней мере равно теоретически установленному стандартному отклонению, известному как *нижняя граница Крамера—Рао*. В случае процентиля распределения типа I нижняя граница Крамера—Рао имеет вид

$$SD_{\mathrm{CR}}\left[\widehat{G}_X(p)\right]=(0{,}60793y^2+0{,}51404y+1{,}10866)^{1/2}\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \text{(A1.77)}$$

Таблица А1.3. Отношении $(1/\sigma)\ SD\ [\hat{G}_X\ (p)]$ и $(1/\sigma)\ SD_{CR}\ [\hat{G}_X\ (p)]$

Обозначение		Метод оценивания	$n=25$ при $\bar{N}$				$n=50$ при $\bar{N}$			
			20	50	100	1000	20	50	100	1000
$1/\sigma\ SD\ [\hat{G}_X(p)]$	(1)	Моментов	0,65	1,02	1,13	1,45	0,46	0,72	0,80	1,03
	(2)	Порядковых статистик (Либлина)	0,62	—	0,90	1,32	0,43	—	0,64	0,93
	(3)	Наименьших квадратов	—	0,92	1,06	1,55	—	0,57	0,66	0,96
$1/\sigma\ SD_{CR} \times \times [\hat{G}_X\ (p)]$	(4)	Нижняя граница Крамера—Рао	0,57	0,70	0,81	1,16	0,40	0,49	0,57	0,82

где y — задается выражением (А1.75) [А1.19].

Для $n = 25$ и $n=50$ проведем сравнение отношений $(1/\sigma)\ SD_{CR} \times \times [\widehat{G}_X\ (p)]$ и $(1/\sigma)\ SD\ [\widehat{G}_X\ (p)]$, где $SD\ [\widehat{G}_X\ (p)]$ — стандартное отклонение процентиля, полученное путем нахождения оценки по методу моментов, методу порядковых статистик Либлина и аппроксимацией методом наименьших квадратов.

В табл. А1.3 значения первой строки были вычислены по формуле (А1.76). Значения второй строки получены из [А1.16, с. 131] (посредством умножения соответствующих величин, заданных для $n = 10$, на $\sqrt{10/25}$ и $\sqrt{10/50}$ или величин, заданных для $n = 20$, на $\sqrt{20/25}$ и $\sqrt{20/50}$). Значения третьей строки взяты из табл. А1.1*. (Как показано в [А1.11], эти величины не зависят от параметров μ и σ, использованных в вычислениях.) Наконец, значения четвертой строки были вычислены по формуле (А1.77).

Предположим, что $\widehat{G}_X\ (p)$ распределен по нормальному закону. Тогда можно с некоторым приближением утверждать, что истинное значение неизвестного параметра $G_X\ (p)$ будет находиться в интервале $\widehat{G}_X\ (p) \pm SD\ [\widehat{G}_X\ (p)]$ примерно в 68% случаев. Говорят, что этот интервал (характеризуемый как 68%-ный доверительный интервал) соответствует 68%-ному *доверительному уровню*. Для интервала $\widehat{G}_X\ (p) \pm \pm 2SD\ [\widehat{G}_X\ (p)]$ это процентное отношение возрастает до 95%, в то время как для интервала $\widehat{G}_X\ (p) \pm 3SD\ [\widehat{G}_X\ (p)]$ оно превышает 99% (99,7%). Как указывалось выше, эти процентные отношения следует рассматривать только как приближенные, однако такая аппроксимация является удовлетворительной для выборок среднего (умеренного) объема таких, какие используются в анализе данных по скоростям ветра.

* Стандартное отклонение $\hat{G}X\ (p)$ в третьей строке представляет собой оценку, основывающуюся на ограниченной выборке. В соответствии с принятой здесь системой обозначений следовало бы для значений третьей строки использовать обозначение s, а не SD. Для большей ясности это не было сделано в табл. А1.3.

Методы оценивания и надежность предсказаний экстремальных скоростей ветра. Представляет интерес проверить влияние методов оценивания на надежность предсказаний экстремальных скоростей ветра, соответствующих средним интервалам повторения, используемым при инженерных расчетах в строительстве*. Рассмотрим, например, случай $n = 25$. 68%-ный доверительный интервал для ветра, встречающегося один раз в 100 лет, $x_{100} = G_X(0{,}99)$, равен $\widehat{G}_X(0{,}99) \pm \pm SD\,[\widehat{G}_X(p)]$. Если воспользоваться наиболее надежным методом оценивания из табл. А1.3 — методом порядковых статистик, то этот интервал равен $\widehat{G}_X(0{,}99) \pm 0{,}90\sigma \approx \widehat{G}_X(0{,}99) \pm 0{,}7s$ (А1.70). С другой стороны, если использовать наименее надежный метод из этой таблицы — метод моментов, то оцениваемый интервал равен $\widehat{G}_X(0{,}99) \pm 0{,}88s$.

Численные анализы записей скоростей ветра показали, что отношения $s/\overline{X}$ составляют порядка от 0,07 до 0,15 [А1.11, А1.15]. Тогда 68%-ные доверительные интервалы, полученные методом порядковых статистик и методом моментов (используя отношение $s/\overline{X} = 0{,}12$), составляют соответственно $\widehat{G}_X(0{,}99)\,[1 + 0{,}061]$ и $\widehat{G}_X(0{,}99)\,[1 \pm 0{,}077]$. Как видно, разница в надежности этих оценок значений X, соответствующих $p = 0{,}99$ [или на основании соотношения (А1.45) среднему интервалу повторения $\overline{N} = 100$ лет] невелика, т. е. порядка 2%. Результаты подобных вычислений, проведенных для $p = 0{,}95$, $p = 0{,}99$, $p = 0{,}999$, $n = 25$, $n = 50$ и $s/\overline{X} = 0{,}12$, показаны в табл. А1.4. Можно удостовериться, что разница в надежности различных методик незначительна также для $s/\overline{X} = 0{,}07$ и $s/\overline{X} = 0{,}15$.

Из табл. А1.4 видно, что любой представленный здесь метод обеспечивает приемлемую оценку порядка величины 68%-ных доверительных интервалов. Ширина 95%-ных доверительных интервалов примерно вдвое больше ширины 68%-ных интервалов; например, для $\overline{N} = 20$ и $n = 25$ в безразмерном виде 95%-ный доверительный интервал, оцененный методом моментов, равен $1 \pm 0{,}098$. Разница между оценками, основывающимися на различных методах, по-видимому, точно так же остается приемлемо малой и для 95%-ных доверительных интервалов.

Ранее было показано (А1.64), что если X — случайная величина с распределением типа I, то максимальное значение в выборке из n значений этой величины можно рассматривать как оценку значения X, соответствующего среднему интервалу повторения n. Несмотря на то что эта оценка имеет очевидное преимущество вследствие чрезвычайной простоты, ее надежность относительно низка. Это можно показать на следующем примере. Если использовать выражение (А1.76)

* Из двух возможных оценок $\widehat{\alpha}_1$ и $\widehat{\alpha}_2$ одной и той же величины α считается, что оценка $\widehat{\alpha}_1$ более надежная, чем $\widehat{\alpha}_2$, если (предполагая, что оценки несмещенные) $SD(\widehat{\alpha}_1) < SD(\widehat{\alpha}_2)$ (А1.16).

Таблица А1.4. 68%-ные доверительные интервалы, основывающиеся на различных методах оценки и нижних границах Крамера—Рао

Метод оценки	$n=20$			
	p 0,95	0,98	0,99	0,999
	$\bar{N}$ 20	50	100	1000
Моментов	$1\pm0,049$	$1\pm0,073$	$1\pm0,077$	$1\pm0,085$
Порядковых статистик (Либлина)	$1\pm0,047$	—	$1\pm0,061$	$1\pm0,078$
Наименьших квадратов	—	$1\pm0,066$	$1\pm0,072$	$1\pm0,091$
Нижняя граница Крамера—Рао	$1\pm0,043$	$1\pm0,050$	$1\pm0,055$	$1\pm0,068$

Продолжение табл. А1.4

Метод оценки	$n=50$			
	p 0,95	0,98	0,99	0,999
	$\bar{N}$ 20	50	100	1000
Моментов	$1\pm0,035$	$1\pm0,052$	$1\pm0,055$	$1\pm0,060$
Порядковых статистик (Либлина)	$1\pm0,033$	—	$1\pm0,044$	$1\pm0,056$
Наименьших квадратов	—	$1\pm0,047$	$1\pm0,051$	$1\pm0,065$
Нижняя граница Крамера—Рао	$1\pm0,031$	$1\pm0,036$	$1\pm0,030$	$1\pm0,049$

*Приведенные к безразмерному виду относительно $G_X[1-1/\bar{N}]$.

при оценивании 95%-ного доверительного интервала для скорости ветра, повторяющейся один раз в 37 лет в Ричмонде (шт. Виргиния): $\hat{\mu}=59{,}22$ км/ч, $\hat{\sigma}=6{,}08$ км/ч (см. [А1.11]), то полученный интервал составит $(80{,}46\pm8{,}05)$ км/ч. Используя максимальное значение в выборке из 37 значений в качестве оценки скорости ветра с повторяемостью один раз в 37 лет, получим оцениваемый 95%-ный доверительный предельный интервал, равный $(80{,}46\pm19{,}31)$ км/ч [см. (А1.65)], т. е. более чем вдвое шире, чем доверительный интервал, оцененный методом моментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ПРИЛ. А.1

А1.1 H. Cramér. *The Elements of Probability Theory*,, Wiley, New York, 1955.
А1.2 A.G. Mihram, *Simulation*, Academic, New York, 1972.
А1.3 R. von Mises, *Probability, Statistics and Truth*, George Allen and Unwin, London and MacMillan, New York, 1957.
А1.4 J.R. Benjamin nd A. C. Cornell, *Probability, Statistics and Decisionfor Civil Engineers*, McGraw-Hill, New York, 1970.
А1.5 T.C. Fry, *Probability and Its Engineering Uses*,, Van Nostrand, Princeton, 1965.
А1.6 B. Epstein, «Elements of the Theory of Extreme Values», *Technometrics*, **2**, 1 (Feb. 1960) 27—41.

A1.7 E.J. Gumbel, *Statistics of Extremes*, Columbia Univ. Press, New York, 1958.
A1.8 N. L. Johnson and S. Kotz, *Continuous Univariate Distributions*, Vol. 1, Wiley, New York, 1970.
A1.9 E. Simiu and B.R. Ellingwood, «Code Calibration of Extreme Wind Return Periods», Technical Note, *J. Struct. Div.*, ASCE, **103**, No. ST3 (March 1977) 725—729.
A1.10 J.J. Filliben, «The Probability Plot Correlation Coefficient Test For Normality», *Technometrics*, **17**. 1 (Feb. 1975) 111—117.
A1.11 E. Simiu and J.J. Filliben, *Statistical Analysis of Extreme Winds*, Technical Note 868, National Bureau of Standards, Washington, D. C., 1975.
A1.12 E. Simiu and J.J. Filliben, «Probability Distributions of Extreme Wind Speeds», *J. Struct. Div.*, ASCE, **102**, No. ST9, Proc. Paper 12381 (Sept. 1976) 1861—1877.
A1.13 J.M. Hammersley and D.C. Handscomb. *Monte Carlo Methods*, Methuen, London and Wiley, New York, 1965.
A1.14 J.H. Mize and J. G. Cox, *Essentials of Simulation*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1968.
A1.15 P. Duchêne—Marullaz, «Etude des vitesses maximales annuelles du vent», *Cahiers du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment*, No. 131, Cahier 1118, Paris, 1972.
A1.16 J Lieblein, *A New Method of Analyzing Extreme-Value Data*, National Bureau of Standards Report No. 2190, Washington, D. C., 1953.
A1.17 J. Lieblein, *Efficient Methods of Extreme-Value Methodology*, Report No. NBSIR 74-602. National Bureau of Standards, Washington, D. C., 1974.
A1.18 J. Tiago de Oliveira, «Statistics for Gumbel and Fréchet Distributions» in *Structural Safety and Reliability*, A. Freudenthal (ed.). Pergamon, Oxford and New York, 1972, pp. 91—105.
A1.19 F. Downton, «Linear Estimates of Parameters in the Extreme Value Distribution», *Technometrics*, **8**, 1 (Feb. 1966) 3—17.
A1.20 G.I. Schuëller and H. Panggabean. «Probabilistic determination of design wind velocity in Germany», in *Proc. Inst. Civ. Eng.*, **61**, Part 2 (1976) 673—683.
A1.21 E. Simiu, J. Biètry and J. J. Filliben, «Sampling Errors in the Estimation of Extreme Winds», *J. Struct. Div.*, ASCE (in press).
A1.22 I.I. Gringorten, «Envelopes for Ordered Observations Applied to Meteorological Extremes», *J. Geophys. Res.*, **68** (1963) 815—826.

A.2. Случайные процессы

Рассмотрим физический процесс, возможные результаты которого образуют совокупность (или *семейство*) функций времени $\{y(t)\}$. Отдельную составляющую такого семейства принято называть выборочной функцией. Процесс называется случайным, если значения составляющих семейство функций в любой фиксированный момент времени образуют случайную величину. Выборочную функцию случайного процесса называют *случайным сигналом**.

Случайный процесс, являющийся функцией времени, называется *стационарным*, если его статистические свойства не зависят от выбора времени отсчета [A2.1], т. е. если «все, что нáчало происходить в некоторый момент времени, могло бы с равной вероятностью начаться в любой другой момент времени» [A2.2]. Функцию, принадлежащую семейству, которое могло быть образовано стационарным случайным процессом, или *стационарный случайный сигнал*, предполагается та-

*Или при конечном интервале времени — реализацией.

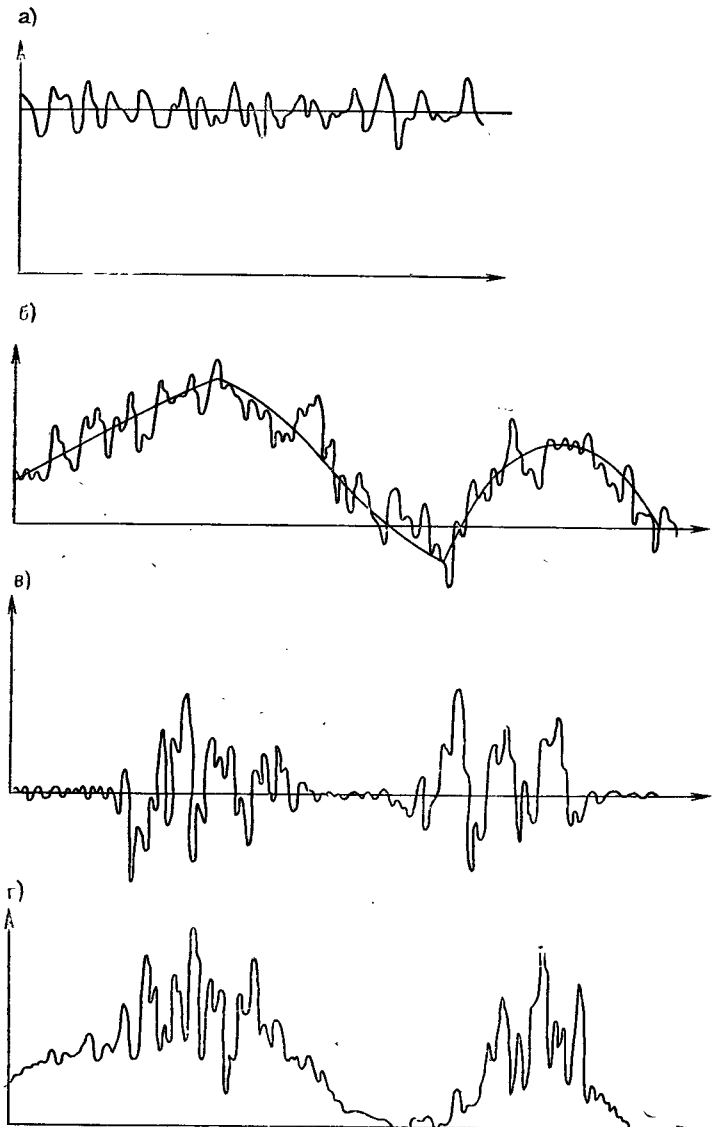


Рис. А.7. Стационарный сигнал (*а*). Нестационарный сигнал при: изменяющемся во времени среднем значении (*б*), изменяющемся во времени среднем значении квадрата (*в*), изменяющихся во времени среднем значении и среднем квадрате (*г*). По Дж. С. Бендату и А. Г. Пирсолу

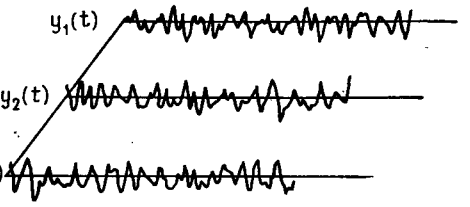


Рис. А.8. Реализации стационарного эргодического случайного процесса

ким образом распространить на всю временную область. Ее среднее значение и средний квадрат не изменяются во времени (см. рис. А.7).

Среднее по семейству функций или *математическое ожидание* случайного процесса представляет собой осреднение значений составляющих функций в любой фиксированный момент времени. Стационарный случайный процесс является *эргодическим*, если для него осреднения по времени равны осреднениям по семейству функций. Эргодичность в сущности требует, чтобы каждая выборочная функция была типичной для всего семейства (рис. А.8).

В приложениях стационарный случайный сигнал удобно рассматривать как суперпозицию гармонических колебаний в непрерывном интервале частот, проведем его описание с этих позиций. В качестве введения к разработке такого подхода рассмотрим в первую очередь некоторые основные результаты гармонического анализа. Для изучения обсуждаемых здесь вопросов в более строгой постановке отсылаем читателя, например, к [А2.1] и [А2.2].

Ряды и интегралы Фурье. Рассмотрим случай *периодической* функции $x(t)$ с нулевым средним значением и периодом T. Легко доказать, что $x(t)$ может быть записана в виде

$$x(t)=C_0+\sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(2\pi k n_1 t-\varphi_k), \qquad \text{(А2.1)}$$

где $n_1 = 1/T$ — *основная частота*, и

$$C_0=1/T\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\,dt; \quad \text{(А2.1а)} \qquad C_k=(A_k^2+B_k^2)^{1/2}; \qquad \text{(А2.1б)}$$

$$\varphi_k=\operatorname{tg}^{-1}(B_k/A_k); \qquad \text{(А2.1в)}$$

$$A_k=2/T\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\cos 2\pi k n_1 t\,dt; \qquad \text{(А2.1г)}$$

$$B_k=2/T\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\sin 2\pi k n_1 t\,dt. \qquad \text{(А2.1д)}$$

Выражение (А2.1) известно как разложение $x(t)$ в ряд Фурье [А2.3].

Если функция $y(t)$ в действительности *непериодическая*, то ее все же можно рассматривать как периодическую с бесконечным периодом. Легко показать [А2.3, А2.4], что если $y(t)$ кусочно-дифференцируемая функция на каждом конечном интервале и если интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|\,dt \qquad \text{(A2.2)}$$

существует, то имеет место следующее соотношение, аналогичное (А2.1):

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} C(n)\cos[2\pi nt-\varphi(n)]\,dn. \qquad \text{(A2.3)}$$

В выражении (А2.3), известном как *интеграл Фурье* функции $y(t)$ (в действительной форме), n — непрерывно изменяющаяся частота:

$$C(n)=[A^2(n)+B^2(n)]^{1/2}; \quad \text{(A2.3а)}; \quad \varphi(n)=\operatorname{tg}^{-1}\frac{B(n)}{A(n)}; \qquad \text{(A2.3б)}$$

$$A(n)=\int_{-\infty}^{\infty} y(t)\cos 2\pi nt\,dt; \quad \text{(A2.3в)}; \quad B(n)=\int_{-\infty}^{\infty} y(t)\sin 2\pi nt\,dt. \qquad \text{(A2.3г)}$$

Из выражений (А2.3а) —(А2.3г) и тождеств

$$\sin\varphi=\frac{\operatorname{tg}\varphi}{(1+\operatorname{tg}^2\varphi)^{1/2}}; \qquad \text{(A2.4а)}$$

$$\cos\varphi=\frac{1}{(1+\operatorname{tg}^2\varphi)^{1/2}} \qquad \text{(A2.4б)}$$

непосредственно следует, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(t)\cos[2\pi nt-\varphi(n)]\,dt=C(n). \qquad \text{(A2.5)}$$

Функции $y(t)$ и $C(n)$, которые удовлетворяют симметричным соотношениям (А2.3) и (А2.5), известны как *пара преобразований Фурье.*

Заметим, что при последующем дифференцировании (А2.3) получаем соотношения

$$\dot{y}(t)=-\int_{-\infty}^{\infty} 2\pi nC(n)\sin[2\pi nt-\varphi(n)]\,dn; \qquad \text{(A2.6а)}$$

$$\ddot{y}(t)=-\int_{-\infty}^{\infty} 4\pi^2 n^2 C(n)\cos[2\pi nt-\varphi(n)]\,dn. \qquad \text{(A2.6б)}$$

Равенство Парсеваля. Средний квадрат σ_x^2 периодической функции $x(t)$ с периодом T [выражение (А2.1)] может быть записан в виде

$$\sigma_x^2=\frac{1}{T}\int_{T/2}^{T/2} x^2(t)\,dt. \qquad \text{(A2.7)}$$

Подставляя (А2.1) в (А2.7), получаем

$$\sigma_x^2=\sum_{k=0}^{\infty} S_k, \qquad \text{(A2.8)}$$

где $S_0=C_0^2$ и $S_k=1/2C_k^2$ $(k=1, 2, \ldots)$.

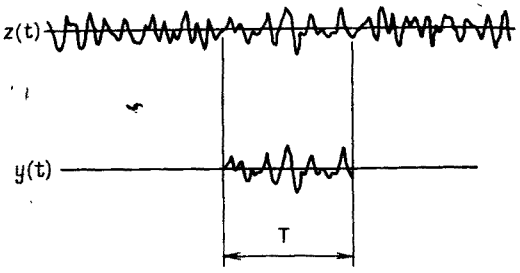


Рис. А.9. Определение функции $y(t)$

Величина S_k является вкладом в среднее значение квадрата функции $x(t)$ гармонической составляющей с частотой kn_1. Соотношение (А2.8) — одна из форм записи равенства Парсеваля [А2.3—А2.5].

Рассмотрим теперь случай непериодической функции $y(t)$, для которой существует интегральное представление Фурье. На основании (А2.3) и (А2.5) имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} y^2(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \int_{-\infty}^{\infty} C(n)\cos[2\pi nt - \varphi(n)]\,dn\,dt =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} C(n) \int_{-\infty}^{\infty} y(t)\cos[2\pi nt - \varphi(n)]\,dt\,dn =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} C^2(n)\,dn = 2\int_{0}^{\infty} C^2(n)\,dn. \qquad (А2.9)$$

Соотношение (А2.9) является формой, которую принимает равенство Парсеваля в случае непериодической функции [А2.3—А2.5].

Спектральная плотность стационарного случайного сигнала. Найдем теперь соотношение, подобное (А2.8), для функций, порождаемых стационарными процессами. Спектральная плотность для этих функций будет определяться как понятие, эквивалентное величинам S_k.

Рассмотрим стационарный случайный сигнал $z(t)$ с нулевым средним значением. Поскольку он не удовлетворяет условию (А2.2), интеграл Фурье функции $z(t)$ не существует, поэтому определим вспомогательную функцию $y(t)$ следующим образом (рис. А.9):

$$y(t) = z(t) \quad (-T/2 < t < T/2); \qquad (А2.10)$$

$$y(t) = 0 \text{ в другие моменты времени.}$$

Определенная таким образом функция $y(t)$ является непериодической, удовлетворяющей условию (А2.2), и поэтому для нее существует интеграл Фурье. Из определения $y(t)$ следует, что

$$\lim_{T\to\infty} y(t) = z(t). \qquad (А2.11)$$

На основании соотношений (А2.10) и (А2.9) средний квадрат $y(t)$ равен:

$$\sigma_y^2 = 1/T \int_{-T/2}^{T/2} y^2(t)\,dt = 1/T \int_{-\infty}^{\infty} y^2(t)\,dt = 2/T \int_{0}^{\infty} C^2(n)\,dn. \qquad (А2.12)$$

Соответственно средний квадрат функции $z(t)$ запишем следующим образом:

$$\sigma_z^2 = \lim_{T\to\infty} \sigma_y^2 = \lim_{T\to\infty} (2/T) \int_0^\infty C^2(n)\, dn. \qquad \text{(A2.13)}$$

Если обозначить

$$S_z(n) = \lim_{T\to\infty} (2/T)\, C^2(n), \qquad \text{(A2.14)}$$

то выражение (A2.13) принимает вид

$$\sigma_z^2 = \int_0^\infty S_z(n)\, dn. \qquad \text{(A2.15)}$$

Функция $S_z(n)$ называется *спектральной плотностью* $z(t)$. На каждой частоте n $(0 < n < \infty)$ она соответствует элементарному вкладу $S(n)\, dn$ в среднее значение квадрата σ_z^2; разумеется, σ_z^2 равно площади, ограниченной кривой спектральной плотности $S_z(n)$. Поскольку в выражении (A2.15) спектр задан в интервале $0 < n < \infty$, величина $S_z(n)$ называется *односторонней спектральной плотностью* функции $z(t)$. В данной работе использовалось именно это определение спектра. Однако можно условиться задавать спектр в интервале $-\infty < n < \infty$, тогда пределы интегрирования в (A2.15) станут равными от $-\infty$ до ∞. Из этого условия получается так называемый *двусторонний* спектр функции $z(t)$ [A2.6, с. 75].

Из соотношений (A2.6), выполняя те же преобразования, что и при переходе от (A2.3) к (A2.14), получаем в результате выражения для спектральных плотностей первой и второй производных случайного процесса:

$$S_{\dot z}(n) = 4\pi^2 n^2 S_z(n); \qquad \text{(A2.16а)} \qquad S_{\ddot z}(n) = 16\pi^4 n^4 S_z(n). \qquad \text{(A2.16б)}$$

Спектральная плотность и ковариация. Из соотношений (A2.3а), (A2.3в) и (A2.3г) следует, что

$$(2/T)\, C^2(n) = (2/T)\,[A^2(n) + B^2(n)] = (2/T)\,[A(n)\,A(n) + B(n)\,B(n)] =$$
$$= (2/T)\left[\int_{-\infty}^{\infty} y(t_1)\cos 2\pi n t_1\, dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} y(t_2)\cos 2\pi n t_2\, dt_2 + \right.$$
$$\left. + \int_{-\infty}^{\infty} y(t_1)\sin 2\pi n t_1\, dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} y(t_2)\sin 2\pi n t_2\, dt_2\right].$$

Полученное выражение может быть записано в виде

$$2/T \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} y(t_1)\, y(t_2)\cos 2\pi n\,(t_2 - t_1)\, dt_1\, dt_2. \qquad \text{(A2.17)}$$

Используя обозначение

$$\widetilde{R}(\tau) = 1/T \int_{-\infty}^{\infty} y(t_1)\, y(t_1+\tau)\, dt_1, \qquad \text{(A2.18)}$$

где $\tau = t_2 - t_1$, (A2.17) можно записать следующим образом:

$$(2/T)\, C^2(n) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{R}(\tau) \cos 2\pi n\tau d\tau. \qquad \text{(A2.19)}$$

Из выражений (A2.19), (A2.11) и (A2.14) следует, что

$$S_z(n) = \int_{-\infty}^{\infty} 2R_z(\tau) \cos 2\pi n\tau d\tau, \qquad \text{(A2.20)}$$

где

$$R_z(\tau) = \lim_{T\to\infty} (1/T) \int_{-T/2}^{T/2} z(t)\, z(t+\tau)\, dt. \qquad \text{(A2.21)}$$

Функция $R_z(\tau)$ носит определение *ковариации* $z(t)$ и характеризует степень независимости значений переменной z для моментов времени t и $t + \tau$.

Из определения ковариации (A2.21) и условия стационарности $z(t)$ следует, что

$$R_z(\tau) = R_z(-\tau). \qquad \text{(A2.22)}$$

Так как $R_z(\tau)$ — четная функция τ, то

$$\int_{-\infty}^{\infty} 2R_z(\tau) \sin 2\pi n\tau d\tau = 0. \qquad \text{(A2.23)}$$

Из сравнения соотношений (A2.20) и (A2.5) видно, что $S_z(n)$ и $2R_z(\tau)$ образуют пару преобразований Фурье, поэтому

$$R_z(\tau) = 1/2 \int_{-\infty}^{\infty} S_z(n) \cos 2\pi n\tau dn. \qquad \text{(A2.24)}$$

Поскольку, как следует из (A2.20), $S_z(n)$ является четной функцией n, интеграл (A2.24) можно записать в виде

$$R_z(\tau) = \int_{0}^{\infty} S_z(n) \cos 2\pi n\tau dn. \qquad \text{(A2.24a)}$$

Подобным же образом, используя (A2.20) и (A2.22), получим

$$S_z(n) = 4 \int_{0}^{\infty} R_z(\tau) \cos 2\pi n\tau d\tau. \qquad \text{(A2.25)}$$

Выражение (A2.25) позволяет в принципе вычислять спектральную плотность, соответствующую заданному сигналу $z(t)$. Подробности, относящиеся к практическому вычислению спектра, можно найти в [A2.1, A2.6 и A2.7].

Из определения ковариации (A2.21) следует, что

$$R_z(0) = \sigma_z^2. \qquad \text{(A2.26)}$$

При $\tau > 0$ произведение $z(t)\, z(t + \tau)$ в выражении (A2.21) не всегда будет положительным, как в случае, когда $\tau = 0$ и

$$R_z(\tau) > \sigma_z^2. \qquad \text{(A2.26a)}$$

Поскольку изменение $z(t)$ во времени носит случайный характер, то в общем случае можно полагать, что при больших значениях τ произведения $z(t)\,z(t+\tau)$ будут попеременно положительными и отрицательными, а их среднее значение будет стремиться к нулю. Таким образом,

$$\lim_{\tau\to\infty} R_z(\tau)=0. \qquad \text{(A2.27)}$$

Безразмерная величина $R_z(\tau)/\sigma_z^2$, известная как *корреляционная функция*, равна единице при $\tau=0$ и обращается в нуль при $\tau=\infty$. Дадим теперь следующее определение величины $\overline{\overline{\tau}}$:

$$\overline{\overline{\tau}}=\int_0^\infty \frac{R_z(\tau)}{\sigma_z^2}\,d\tau. \qquad \text{(A2.28)}$$

Очевидно, что $\overline{\overline{\tau}}$ будет иметь малые или большие значения в зависимости от того, быстро или медленно затухает $R_z(\tau)$ с увеличением τ; таким образом, величина $\overline{\overline{\tau}}$ — качественный показатель структуры сигнала $z(t)$ (рис. А.10).

Например, если $z(t)$ представляет собой пульсации продольной компоненты скорости в турбулентном потоке, движущемся со средней скоростью U, то характерная длина $L_x=U\overline{\overline{\tau}}$ определяется как *интегральный продольный масштаб* (или иногда просто масштаб) турбулентности и является характеристикой среднего размера турбулентных вихрей в направлении среднего течения. Поперечный и вертикальный масштабы турбулентности определяются подобным же образом*.

Из выражений (А2.28), (А2.25), в котором $n\equiv 0$, и на основании определения L_x следует, что

$$L_x=(1/4)\,(U/\sigma_u^2)\,S(0), \qquad \text{(A2.28a)}$$

где σ_u — среднее квадратическое значение пульсаций продольной компоненты скорости; $S(0)$ — ее спектральная плотность при $n=0$.

Взаимная ковариация, коспектр, квадратурный спектр, когерентность. Для описания некоторых свойств двух стационарных случайных сигналов $z_1(t)$ и $z_2(t)$ в прикладных исследованиях целесообразно применять методы, подобные тем, которые были развиты для анализа одного случайного сигнала. Рассмотрим два таких сигнала, каждый с нулевым средним значением. Функция

$$R_{z_1 z_2}(\tau)=\lim_{T\to\infty}(1/T)\int_{-T/2}^{T/2} z_1(t)\,z_2(t+\tau)\,dt \qquad \text{(A2.29)}$$

имеет определение *взаимной ковариации* сигналов $z_1(t)$ и $z_2(t)$. Из этого определения и условия стационарности двух сигналов следует, что

$$R_{z_1 z_2}(\tau)=R_{z_2 z_1}(-\tau). \qquad \text{(A2.30)}$$

* Величину $\overline{\overline{\tau}}$ называют интегральный временной масштаб. *(Примеч. науч. ред.)*

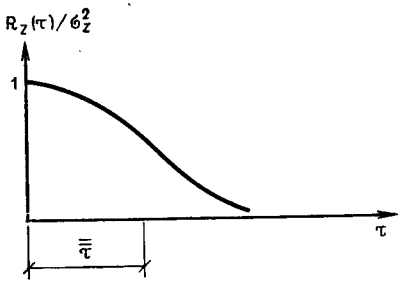


Рис. А.10. Определение величины $\bar{\bar{\tau}}$

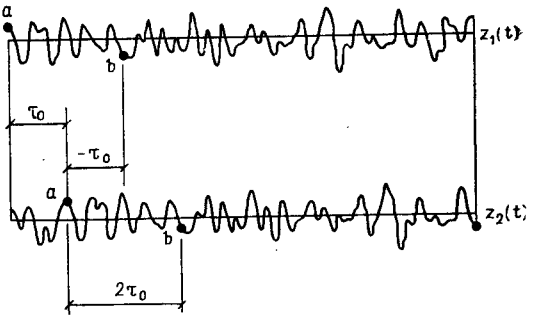


Рис. А.11. Функции $z_1(t)$ и $z_2(t) = z_1(t-\tau_0)$

Заметим, однако, что в общем случае $R_{z_1 z_2}(\tau) \neq R_{z_1 z_2}(-\tau)$. Например, если $z_2(t) \equiv z_1(t-\tau_0)$, то непосредственно из рис. А.11 видно, что

$$R_{z_1 z_2}(\tau_0) = R_{z_1}(0); \quad \text{(A2.31)} \qquad R_{z_1 z_2}(-\tau_0) = R_{z_1}(2\tau_0). \quad \text{(A2.32)}$$

Коспектр и квадратурный спектр сигналов $z_1(t)$ и $z_2(t)$ определяют соответственно в виде

$$S^C_{z_1 z_2}(n) = 2\int_{-\infty}^{\infty} R_{z_1 z_2}(\tau)\cos 2\pi n\tau d\tau; \quad \text{(A2.33)}$$

и

$$S^Q_{z_1 z_2}(n) = 2\int_{-\infty}^{\infty} R_{z_1 z_2}(\tau)\sin 2\pi n\tau d\tau. \quad \text{(A2.34)}$$

Тогда из соотношения (А2.30) следует, что

$$S^C_{z_1 z_2}(n) = S^C_{z_2 z_1}(n); \quad \text{(A2.35)} \qquad S^Q_{z_1 z_2}(n) = -S^Q_{z_2 z_1}(n). \quad \text{(A2.35a)}$$

Когерентность является удобной характеристикой степени взаимосвязи двух сигналов $z_1(t)$ и $z_2(t)$. Корень квадратный от этой функции обозначается $\mathrm{Coh}_{z_1 z_2}(n)$ и определяется в виде

$$\mathrm{Coh}_{z_1 z_2}(n) = \left\{\frac{\left[S^C_{z_1 z_2}(n)\right]^2 + \left[S^Q_{z_1 z_2}(n)\right]^2}{S_{z_1}(n)\,S_{z_2}(n)}\right\}^{1/2}. \quad \text{(A2.36)}$$

Распределение вероятностей максимальных значений нормального стационарного случайного сигнала. Рассмотрим нормальный стационарный случайный сигнал $z(t)$ с нулевым средним значением. Пусть $E(k)$ — ожидаемое число его максимумов за единицу времени, которые более чем в k раз превышают среднее квадратическое значение $z(t)$. Можно показать, что приведенное ниже выражение обладает необходимой точностью для использования в практических вычислениях этой величины [А2.5, А2.8]:

$$E(k) \doteq \nu \exp(-k^2/2), \quad \text{(A2.37)}$$

где k — достаточно большое число, скажем, $k > 3$;

$$\nu = \left\{ \frac{\int_0^\infty n^2 S_z(n)\, dn}{\int_0^\infty S_z(n)\, dn} \right\}^{1/2} \qquad \text{(A2.38)}$$

и $S_z(n)$ — спектральная плотность $z(t)$.

Максимальные значения, бóльшие, чем $k\sigma_z$, могут рассматриваться как редкие события. Следовательно, можно предположить, что их распределение вероятностей является распределением типа Пуассона. Таким образом, вероятность того, что за интервал времени T не появятся максимальные значения, равные или бóльшие $k\sigma_z$, запишется в виде

$$p(0,\ T) = e^{-E(k)\,T} \qquad \text{(A2.39)}$$

(см. разд. A1.5). Величину $p(0, T)$ можно также рассматривать как вероятность того, что в заданном интервале T отношение K значения наибольшего максимума к среднему квадратическому значению $z(t)$ меньше, чем k. Тогда выражение (A2.39) можно переписать следующим образом:

$$P(K < k|T) = e^{-E(k)\,T}, \qquad \text{(A2.40)}$$

где $P(K > k|T)$ — вероятностная функция распределения случайной величины K, заданной в интервале T.

Плотность вероятности K, т. е. вероятность того, что $k \leqslant K < k + dk$, получается дифференцированием выражения (A2.40):

$$p_K(k|T) = kTE(k)\, e^{-E(k)\,T}. \qquad \text{(A2.41)}$$

Ожидаемое значение наибольшего максимума в интервале T можно в таком случае вычислять так, как это показано в подразд. A1.4:

$$\bar{K} = \int_{-\infty}^{\infty} k p_K(k|T)\, dk. \qquad \text{(A2.42)}$$

Интеграл (A2.42) найден в [A2.9] и приближенно равен:

$$\bar{K} = (2 \ln \nu T)^{1/2} + \frac{0{,}577}{(2 \ln \nu T)^{1/2}}, \qquad \text{(A2.43)}$$

где ν задается выражением (A2.38).

Численное моделирование нормального стационарного случайного процесса. Рассмотрим нормальный стационарный случайный процесс $\{z(t)\}$, составляющие функции которого имеют нулевое среднее значение и спектральную плотность $S_z(n)$. Процесс $\{z(t)\}$ можно моделировать в виде ряда [A2.10—A2.12]:

$$z_*(t) = \sigma_z (1/N)^{1/2} \sum_{k=1}^{N} \cos(2\pi n_k t + \varphi_k), \qquad \text{(A2.44)}$$

где σ_z — среднее квадратическое значение $z(t)$, а n_k, φ_k ($k = 1, 2, \ldots, N$) — независимые случайные величины с диапазоном изменения $-\infty < n_k < \infty$, $0 < \varphi_k < 2\pi$ и плотностями распределения вероятностей соответственно $g(n_k) \equiv 2\pi S_z(n)/\sigma_z^2$, $h(\varphi_k) = (1/2)\pi$.

Справедливость этого утверждения, как будет показано ниже, основывается на том, что среднее значение ряда в выражении (А2.44) равно нулю, осредненная по семейству функций спектральная плотность $S_{z*}(n)$ равна $S_z(n)$ и, кроме того, дисперсия $S_{z*}(n)$ при таком осреднении стремится к нулю при N, стремящемся к бесконечности.

Среднее значение $z_*(t)$ имеет вид

$$|\overline{z_*(t)}| = \lim_{T_0\to\infty} \frac{\sigma_z}{T_0} (1/N)^{1/2} \sum_{k=1}^{N} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \cos(2\pi n_k t + \varphi_k)\, dt \leqslant$$

$$\leqslant \lim_{T_0\to\infty} (2\sigma_z N^{1/2}/2\pi n_{\min} T_0) = 0, \qquad (А2.45)$$

где $n_{\min}$ — наименьшее из значений n_k ($k = 1, 2, \ldots, N$).

Для вычисления спектральной плотности $z_*(t)$ найдем сначала ее ковариацию:

$$R_{z_*}(\tau) = \lim_{T_0\to\infty} (\sigma_z^2/T_0 N) \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \cos(2\pi n_j t +$$

$$+\varphi_j) \cos[2\pi n_k (t+\tau)+\varphi_k]\, dt = (\sigma_z^2/2N) \sum_{k=1}^{N} \cos 2\pi n_k \tau. \qquad (А2.46)$$

Тогда выражение для спектральной плотности имеет вид (А2.25):

$$S_{z_*}(n) = (2\sigma_z^2/N) \sum_{k=1}^{N} \int_0^{\infty} \cos 2\pi n_k \tau \cos 2\pi n\tau d\tau = (2\pi\sigma_z^2/N) \sum_{k=1}^{N} \delta(n - n_k), \qquad (А2.47)$$

где $\delta(n - n_k)$ — единичная импульсная фуикция, определенная в разд. 5.1.

Вычисления интегралов в (А2.46) и (А2.47) приведены, например, в [А2.3, с. 236] и [А2.4, с. 29].

Осреднение семейства $S_{z*}(n)$ можно выполнить следующим образом (см. подразд. А1.4):

$$E[S_{z_*}(n)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{z_*}(n)\, g(n)\, dn = (2\pi\sigma_z^2/N) \sum_{k=1}^{N} g(n_k) = S_z(n). \qquad (А2.48)$$

Доказательство того, что дисперсия $S_{z*}(n)$ стремится к нулю при N, стремящемся к бесконечности, можно найти в [А2.11]. Заметим, что на основании центральной предельной теоремы (см. подразд. А1.5), $z_*(t)$ — распределена по нормальному закону. Для того чтобы моделировать случайные величины n_k и φ_k в соответствии с их распределениями вероятностей, можно воспользоваться методами Монте-Карло (см. подразд. А1.6).

Выражение (А2.44) можно обобщить для случая, когда рассматриваемый процесс является случайной функцией нескольких величин. Турбулентные пульсации, например, являются случайными функциями времени и трех пространственных координат. Программа моделирования на ЭВМ ветровых нагрузок на сооружения приводится в [А2.13]. В целях экономии затрат машинного времени в программе принято, что спектр пульсаций скорости ветра не изменяется по высоте и что пульсации давления ветра полностью коррелированы в горизонталь-

ном направлении как перпендикулярно среднему направлению ветра, так и вдоль него.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ПРИЛ. А.2

A.2.1 A. Papoulis, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, New York, 1975.

A.2.2 R. B. Blackman and J. W. Tukey, *The Measurement of Power Spectra*, Dover, New York, 1959.

A.2.3 F.B. Hildebrand, *Advanced Calculus for Applications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1962.

A.2.4 D. C. Champeney, *Fourier Transforms and Their Applications*, Academic, London, 1973.

A2.5 J.D. Robson, *An Introduction to Random Vibration*, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 1964.

A.2.6 J. S. Bendat and A.G. Piersol, *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, Wiley-Interscience, New York, 1971.

A.2.7 L.D. Enochson and R.K. Otnes, *Programming and Analysis for Digital Time Series Data*, The Shock and Vibration Information Center, U. S. Department of Defense, 1968.

A.2.8 S.O. Rice, «Mathematical Analysis of Random Noise» in *Selected Papers on Noise and Stochastic Processes*, N. Wax, Dover, New York, 1954.

A.2.9 A.G.Davenport, «Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Application to Gust Loading», *J. Inst. Civ. Eng.* **24**(1964) 187—196.

A.2.10 H. Goto and K. Toki, «Structural Response to Nonstationary Random Excitation», in Proceedings of the Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, 1969.

A.2.11 M. Shinozuka, «Simulation of Multivariate and Multidimensional Random Processes», *J. Acoust. Soc. Am.*, **49**, 1 (Part 2) (1971) 357—368.

A.2.12 M. Shinozuka and C. M., Jan, «Digital Simulation of Random Processes and its Applications», *J. Sound Vib.*, **25** 1 (1972) 111—128.

A2.13 R. Vaicaitis, M. Shinozuka, and M. Takeno, *Response Analysis of Tall Buildings to Wind Loading*, Technical Report No. 1, Department of Civil Engineering. Columbia University, 1973.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

Предисловие к русскому изданию 5

Предисловие 5

Введение 7

ЧАСТЬ I. Атмосфера 9

1. Атмосферная циркуляция 9

1.1. Термодинамика атмосферы 9
1.1.1. Температура атмосферы (9). — 1.1.2. Радиация в атмосфере (10). — 1.1.3. Сжатие и расширение (11). — 1.1.4. Молекулярная и турбулентная теплопроводность (12). — 1.1.5. Конденсация и испарение водяного пара (13)

1.2. Гидродинамика атмосферы 13
1.2.1. Сила барического градиента (13). — 1.2.2. Отклоняющая сила, вызванная вращением Земли (14). — 1.2.3. Равновесие сил в воздушном потоке (16). — 1.2.4. Влияние трения (17)

1.3. Движение атмосферного воздуха 19
1.3.1. Общая циркуляция (19). — 1.3.2. Термическая вторичная циркуляция: муссоны и ураганы (2). — 1.3.3. Внетропический циклон (26). — 1.3.4. Местные ветры (27)

Список литературы к гл. 1 31

2. Пограничный слой атмосферы 32

2.1. Основные уравнения 33
2.1.1. Уравнения осредненного движения (33). — 2.1.2. Замыкание уравнений поля средних скоростей (34). — 2.1.3. Замыкание уравнений осредненного поля турбулентности (34). — 2.1.4. Замыкание уравнений во втором приближении (35)

2.2. Профили средних скоростей в горизонтально-однородном потоке 36
2.2.1. Спираль Экмана (36). — 2.2.2. Турбулентный слой Экмана (37). — 2.2.3. Логарифмический закон (39). — 2.2.4. Степенной закон (40). — 2.2.5. Соотношение между скоростями ветра для различных условий шероховатости подстилающей поверхности (41)

2.3. Атмосферная турбулентность 44
2.3.1. Каскадный процесс переноса энергии (44). — 2.3.2. Спектры пульсаций продольной компоненты скорости (46). — 2.3.3. Взаимные спектры пульсаций продольной компоненты скорости (50). — 2.3.4. Спектры и взаимные спектры пульсаций вертикальной и поперечной компонент скорости (52). — 2.3.5. Зависимость скорости ветра от времени осреднения (53)

2.4. Горизонтально-неоднородные течения 54
2.4.1. Поток вблизи границы изменения шероховатости подстилающей поверхности (55). — 2.4.2. Воздушный поток над холмами (57). — 2.4.3. Пограничный слой урагана (59). — 2.4.4. Ветры при грозах (60)

Список литературы к гл. 2 61

3. Климатология ветра и ее связь с проектированием сооружений . . . 65

3.1. Данные о скорости ветра 65
3.1.1. Надежность данных о скорости ветра (65). — 3.1.2. Микрометеорологическая однородность данных о скорости ветра (67)

3.2. Предсказания экстремальных скоростей ветра в благоприятных климатнческих условиях 68
3.2.1. Распределения вероятностей максимальных годовых скоростей (69). — 3.2.2. Нахождение оценок и доверительных интервалов для ветра с повторяемостью один раз в $\overline{N}$ лет: численный пример (71)

3.3. Предсказания экстремальных скоростей ветра в районах действия ураганов 73
3.3.1. Методика, основанная на максимуме средней месячной скорости (76). — 3.3.2. Методики, основанные на климатологических характеристиках ураганов (77)

3.4. Вероятности появления ветровториадо 83

3.5. Разработка расчетных критериев ветровой нагрузки на основе климатологической информации 88
3.5.1. Критерии, используемые в действующих строительных нормах, для выбора расчетных скоростей ветра (88). — 3.5.2. Расчетные скорости ветра и надежность сооружений (89). — 3.5.3. Критический анализ использования среднего интервала повторения в качестве расчетного критерия (90)

Список литературы к гл. 3 93

Стр.

ЧАСТЬ II. Ветровые нагрузки и их воздействие на сооружения . . . 95

4. Аэродинамика плохообтекаемых тел 95

4.1. Основные уравнения 96
4.1.1. Уравнения движения и неразрывности (96). — 4.1.2. Уравнения Навье — Стокса (98). — 4.1.3. Уравнение Бериулли (99)
4.2. Течение по криволинейной траектории. Вихревое течение . . . 100
4.3. Пограничные слои и отрыв потока 101
4.4. Спутная струя и вихревые системы в плоском потоке 104
4.5. Давление, подъемная сила, сила лобового сопротивления и момент, действующие на двумерные конструкции 112
4.6. Характерные особенности пространственного потока 120
4.6.1. Случаи, сохраняющие основные особенности плоских потоков (120). — 4.6.2. Сооружения в трехмерных потоках; результаты проведенных исследований (122)
4.7. Соотношение переменных во времени сил и скоростей ветра в турбулентном потоке 128
4.7.1. Силы лобового сопротивления (128). — 4.7.2. Соотношение между давлениями ветра на гибкие здания и скоростями ветра (130). — 4.7.3. Пульсации давления на наветренной стороне плохообтекаемых тел (132). — 4.7.4. Пульсации давления на подветренной стороне плохообтекаемых тел (134). — 4.7.5. Максимальные значения местных ветровых нагрузок (135). — 4.7.6. Вторичные воздействия ветра (136)

Список литературы к гл. 4 136

5. Динамика сооружений 139

5.1. Линейная система с одной степенью свободы 139
5.1.1. Реакция при гармонической нагрузке (140). — 5.1.2. Реакция при произвольной нагрузке (141). — 5.1.3. Реакция при стационарной случайной нагрузке (142)
5.2. Линейные системы с большим числом степеней свободы . . . 143
5.2.1. Собственные частоты и формы колебаний сооружений с распределенными параметрами (143). — 5.2.2. Общее выражение для реакции (144). — 5.2.3. Реакция при гармонической нагрузке (145). — 5.2.4. Реакция при сосредоточенной стационарной случайной нагрузке (146). — 5.2.5. Реакция при двух сосредоточенных стационариых случайных нагрузках (146). — 5.2.6. Влияние взаимной корреляции нагрузок на величину реакции (147). — 5.2.7. Распределенные стационарные случайные нагрузки (148)
5.3. Пример. Реакция в направлении ветра 149
5.3.1. Среднее значение реакции. Статическая реакция (149). — 5.3.2. Флуктуации реакции. Динамическая реакция при действии ветра: перемещения и ускорения (150). — 5.3.3. Безразмерные выражения для динамической реакции при действии ветра (152). — 5.3.4. Полная динамическая реакция при действии ветра как сумма квазистатической и резонансной составляющих (152)

Список литературы к гл. 5 155

6. Явления аэроупругости 155

6.1. Срыв вихрей и явление захватывания частоты образования вихрей 157
6.1.1. Аналитические модели реакции при вихревом возбуждении колебаний (158). — 6.1.2. Влияние, оказываемое сооружением и потоком на вихревое возбуждение колебаний (166)
6.2. Галопирование поперек воздушного потока 166
6.2.1. Аналитическая формулировка проблемы галопирования (167)
6.3. Галопирование в спутной струе 171
6.3.1. Анализ явления галопирования в спутной струе (173)
6.4. Дивергенция 175
6.4.1. Аналитическое моделирование дивергенции (176)
6.5. Флаттер 177
6.5.1. Уравнение движения для поперечного сечения аэродинамической поверхности или балки жесткости моста (179). — 6.5.2. Аэродинамическая подъемная сила и момент (180). — 6.5.3. Решение уравнения колебаний при флаттере (183)
6.6. Реакция на бафтинг при наличии аэроупругих явлений . . . 186
6.6.1. Аэродинамические силы, действующие на линейно протяженные сооружения (187). — 6.6.2. Реакция при бафтинге висячих мостов без учета аэродинамического воздействия между формами колебаний (189). — 6.6.3. Общая схема решения задачи о реакции линейно протяженных сооружений при бафтинге (189)

Список литературы к гл. 6 196

Стр.

7. Реакция высоких зданий в направлении ветра 200

7.1. Основные зависимости. Эквивалентные статические ветровые нагрузки 202

7.2. Упрощенные методики определения реакции сооружения в направлении ветра 203

7.2.1. Основные допущения (204). — 7.2.2. Параметры реакции (204). — 7.2.3. Выражения для реакции в направлении ветра (207)

7.3. Программы расчета на ЭВМ реакции сооружения в направлении ветра 209

7.4. Приближения и погрешности при оценке реакции сооружения в направлении ветра 210

7.4.1. Вклад в реакцию за счет колебаний от более высоких собственных форм (210). — 7.4.2. Влияние отклонения от прямой линии основной собственной формы колебаний на расчетное значение реакции (210). — 7.4.3. Влияние погрешностей в оценке параметра шероховатости на расчетное значение реакции (212). 7.4.4. Спектры в интервале низких частот и реакция сооружения в направлении ветра (212). — 7.4.5. Корреляция давления поперек потока и реакция сооружения в направлении ветра (213)

Список литературы к гл. 7 214

8. Реакции сооружения поперек воздушного потока и на кручение . . 215

8.1. Механизмы возникновения реакций поперек воздушного потока и на кручение 216

8.2. Гибкие башни, дымовые и вытяжные трубы 217

8.2.1. Оценка реакции при вихревом возбуждении колебаний (217). — 8.2.2. Снижение колебаний при вихревом возбуждении (221)

8.3. Высокие здания 222

8.4. Висячие и вантовые мосты 225

8.4.1. Виды испытаний висячих и вантовых мостов в аэродинамической трубе (227). — 8.4.2. Дивергенция или поперечная потеря устойчивости (229). — 8.4.3. Захватывание частоты образования вихрей при вихревом возбуждении колебаний (231). — 8.4.4. Флаттер (234). — 8.4.5. Галопирование (238). — 8.4.6. Бафтинг (238). — 8.4.7. Обзор исследований по изучению работы висячих и вантовых мостов (242)

8.5. Элементы строительных конструкций, висячие вантовые покрытия и линии электропередачи 242

8.5.1. Элементы строительных конструкций (242). — 8.5.2. Висячие вантовые покрытия (243). — 8.5.3. Линии электропередачи (245)

Список литературы к гл. 8 246

9. Использование результатов испытаний сооружений в аэродинамической трубе при проектировании 250

9.1. Требования подобия 252

9.1.1. Анализ размерностей (252). — 9.1.2. Использование основных дифференциальных уравнений (255)

9.2. Моделирование течений в пограничном слое атмосферы . . . 260

9.2.1. Число Рейнольдса и структура пограничного слоя потока (260). — 9.2.2. Число Россби и структура пограничного слоя потока (261). — 9.2.3. Соответствие современной экспериментальной техники моделирования атмосферных течений различным видам испытаний на моделях (263)

9.3. Моделирование обтекания зданий и других сооружений . . . 265

9.3.1. Тела, имеющие закругленные очертания (265). — 9.3.2. Тела с острыми кромками (267)

Список литературы к гл. 9 268

10. Дискомфорт, вызываемый ветром внутри и вокруг зданий 270

10.1. Пригодность к нормальной эксплуатации высоких зданий при ветровых воздействиях 271

10.1.1. Влияние колебаний, вызванных ветром, на организм человека (271). — 10.1.2. Критерии комфорта (273). — 10.1.3. Зависимость между скоростями ветра и ускорениями здания (274). — 10.1.4. Частоты повторения ветров, вызывающие критические ускорения (245)

10.2. Критерии комфорта для пешеходных зон внутри застроенной территории 276

10.2.1. Скорости ветра и дискомфорт пешеходов (276). — 10.2.2. Критерии комфорта (278)

Стр.

10.3. Зоны сильных приземных ветров внутри застроенной территории 279
10.3.1. Воздушный поток вблизи высоких зданий (279). — 10.3.2. Скорости ветра на уровне пешеходов для основного стандартного случая (282). — 10.3.3. Измерения приземных ветров в аэродинамической трубе и в натуре: результаты проведенных исследований (286). — 10.3.4. Улучшение режима приземного ветра (292)
10.4. Частоты повторения на застроенной территории ветров, вызывающих непрятные ощущения 296
10.4.1. Уточненная методика оценки (296). — 10.4.2. Упрощенная методика оценки (299)

Список литературы к гл. 10 300

11. Воздействия торнадо 301

11.1. Давления ветра 303
11.2. Нагрузка, вызванная изменением атмосферного давления . . 306
11.3. Скорости летящих предметов при прохождении торнадо . . . 308
11.3.1. Уравнения движения и построение аэродинамической модели (309). — 11.3.2. Проведение расчетов и численные результаты (311). — 11.3.3. Исследования зависимости максимальных горизонтальных скоростей летящих предметов от различных факторов (314)
11.4. Совместные воздействия нагрузок, вызываемых торнадо . . . 316
11.4.1. Совместное воздействие нагрузок от давления ветра и изменения атмосферного давления (316). 11.4.2. Сочетания нагрузок, включающие воздействия летящих предметов (317)

Список литературы к гл. 11 318

Приложения 319

А1. Элементы теории вероятностей и ее применение 319
А1.1. Введение (319). — А1.2. Фундаментальные соотношения (320). — А1.3. Случайные величины и распределения вероятностей (321). — А1.4. Характеристики случайной величины (325). — А1.5. Распределения вероятностей, обычно используемых в инженерных исследованиях ветровых воздействий (326). — А1.6. Теория вероятностей и статистические данные (333)

Список литературы к прил. А.1 342

А2. Случайные процессы 343

Э. Симиу, Р. Сканлан

ВОЗДЕЙСТВИЕ ВЕТРА НА ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ

Редакция переводных изданий
Зав. редакцией **Р. Л. Рощина**
Редактор **М. Н. Кузнецова**
Мл. редактор **Е. Г. Ежова**
Технический редактор **Н. Г. Алеева**
Корректор **Н. П. Чугунова**

ИБ № 3127

Сдано в набор 24.01.84. Подписано в печать 25.07.84. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага книжная № 2. Гарнитура «Литературная». Печать офсетная. Печ. л. 22,5. Усл. печ. л. 22,5. Усл. кр.-отт. 22,5. Уч.-изд. л. 25,02. Тираж 6200 экз. Изд. № АУШ-9887. Заказ 72. Цена 2 р. 20 к.

Стройиздат, 101442, Москва, Каляевская, 23а

Московская типография № 4 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли,
129041, Москва, Б. Переяславская ул., 46