Г. М. ЛОМИЗЕ
Доктор техн. наук

ФИЛЬТРАЦИЯ В ТРЕЩИНОВАТЫХ ПОРОДАХ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА 1951 ЛЕНИНГРАД

Назначение книги — развить основы теории фильтрации в трещиноватой породе с целью приложения полученных результатов для решения задач гидротехнического строительства.

Главное внимание уделено установлению закономерностей сопротивления трещиноватой среды равномерному напорному движению воды по трещинам горных пород. В качестве предпосылки к основным исследованиям рассмотрена трещиноватость горных пород и дана гидротехническая классификация трещиноватости.

Книга предназначена для инженеров-гидротехников и научных работников.

Редактор *А. Х. Халпахчян* Техн. редактор *С. Н. Бабочкин*

Сдано в набор 20 /XII 1949 г. Подписано к печати 23/II 1951 г.
Бумага 84×108$^{1}/_{16}$ = 2 бумажным — 13,12 п. л. Уч.-изд. л. 16,5
Т-01544 Тираж 1 750 экз. Зак. 2411

Типография Госэнергоиздата. Москва, Шлюзовая наб., 10.

ОТ АВТОРА

Содержание работы представляет собой итог законченного первого этапа намеченных нами исследований по данной проблеме, представляющей значительный интерес для гидротехнического строительства. Малая изученность фильтрации в трещиноватых породах позволяет надеяться, что результаты исследований помогут гидротехникам глубже понимать явление фильтрации в трещиноватых породах и лучше решать очередные задачи, связанные со строительством гидротехнических сооружений, получившим столь широкое развитие за годы сталинских пятилеток.

Работа написана по материалам различных исследований, выполненных нами в Институте геологических наук Академии наук Армянской ССР и в Грузинском научно-исследовательском институте гидротехники и мелиорации. Все лабораторные эксперименты проведены в лаборатории фильтрационного потока ГрузНИИГиМ.

СОДЕРЖАНИЕ

Глава первая. Состояние вопроса и основные направления исследований 7

Глава вторая. Трещиноватая горная порода как среда, содержащая фильтрационный поток 16

1. Трещиноватость горных пород 16
2. Гидротехническая классификация трещиноватости 18

Глава третья. Различные виды воды в трещиноватых породах 25

Глава четвертая. Постановка задачи исследования движения свободной воды в трещиноватой среде 33

Глава пятая. Фильтрация воды в зернистом однородном грунте, как предельный случай для движения в шероховатых трещинах 39

3. Исходные положения 39
4. Безразмерные числа в задаче определения силы сопротивления 40
5. Проведенные экспериментальные исследования 41
6. Обработка опытных данных 42
7. Некоторые обобщения 48

Глава шестая. Напорное движение воды в щелях с параллельными плоскими стенками 52

8. Изученность вопроса 52
9. Цели наших исследований 53
10. Лабораторные исследования движения воды в щелях 55
    а) Цель, схема и объем опытов 55
    б) Модель щели и схема лабораторной установки 55
    в) Обработка результатов опытов 57
11. Равномерное напорное движение в щелях с гладкими стенками 62
    а) Ламинарный режим 62
    б) Турбулентный режим 64
12. Равномерное напорное движение в щелях с шероховатыми стенками 67
    а) Общий характер движения 67
    б) Ламинарный режим 68
    в) Турбулентный режим 70
13. Некоторые обобщения по напорному движению в шероховатых щелях 72
    а) Сопротивление движению 72
    б) Характерные и критические числа для движения в гладких и шероховатых щелях 76
    в) Сводка расчетных формул 83

Глава седьмая. Движение воды в щелях переменного сечения и криволинейного очертания 84

14. Общие положения 84
15. Проведенные лабораторные исследования 84
16. Напорное движение в клиновидных щелях 86
17. Местные потери в щелях и напорное движение в щелях переменного сечения или с извилинами 92
18. Характерные и критические числа для щелей неправильного очертания 96

Глава восьмая. Фильтрация в трещиноватой среде 97

19. Исходная модель фильтрации в трещиноватой породе 97
20. Закон сопротивления 97
21. Характерные и критические числа 100
22. Показатели водопроницаемости трещиноватой породы 103
    а) Движение следует линейному закону сопротивления 103
    б) Движение следует квадратичному закону сопротивления 108
    в) Выражения для законов сопротивления при фильтрации в трещиноватой среде 109
23. Влияние различных факторов на водопроницаемость трещиноватой породы 110
    а) Влияние свойств жидкости 110
    б) Влияние раскрытия трещиноватости . . 110
    в) Влияние шероховатости 111
    г) Влияние клиновидности 113
    д) Влияние извилистости трещин 115
    е) Об удельном весе местных потерь . . . 115
    ж) Влияние коэффициента пустотности трещиноватой породы 118
    з) Комплексное влияние различных факторов на водопроницаемость трещиноватой среды 119

Литература 126

ОСНОВНЫЕ БУКВЕННЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

ρ — плотность воды.
γ — объемный вес воды.
μ — коэффициент вязкости.
ν — кинематический коэффициент вязкости.
g — ускорение силы тяжести.
p — гидродинамическое давление.
J или i — гидравлический градиент.
δ — раскрытие трещины.
$\delta_{с.о}$ — среднеобъемное раскрытие щели переменного сечения.
d — диаметр зерен однородного грунта или диаметр трубы.
e — абсолютная шероховатость.
$\frac{e}{\delta}$ — относительная шероховатость.
ε — половина уширения щелей переменного сечения.
$\frac{\varepsilon}{\delta_{с.о}}$ — относительное изменение раскрытия щели переменного сечения.
n — отношение $\delta_{мин}$ к $\delta_{макс}$ щели переменного сечения.
φ — угол клиновидности щели.
r — гидравлический радиус.
m — пористость зернистого или пустотность трещиноватого грунта.
Φ — безразмерная, учитывающая влияние того или другого элемента формы русла на сопротивление движению; сопровождается индексами при Φ и поясениями в тексте, указывающими, какой элемент геометрии русла учитывается безразмерной Φ в каждом частном случае.
Re — число Рейнольдса, выраженное через гидравлический радиус.
$Re_{кр}$ — критическое значение числа Re.
N — характерное значение числа Re.
Fr — число Фруда.
f — коэффициент сопротивления движению воды.
F — то же с учетом местных сопротивлений
$\varkappa$ — постоянная Кармана.
Δ — толщина ламинарной пленки.
w — сила сопротивления.
v или $\bar{u}$ — средняя скорость движения воды в щели или трещине.
Q — расход через заданное живое сечение.
q — расход на единицу ширины щели.
u — скорость в точке потока.
$u_{макс}$ — максимальная скорость в сечении потока.
u_w — скорость на границе ламинарного слоя.
u_c — скорость, соответствующая касательному напряжению у стенки.
v — в главах IV и V — скорость фильтрации, а в главах VI, VII, VIII — средняя скорость движения воды в щелях или трещинах.
τ — касательные напряжения.
τ_0 — касательные напряжения между стенкой и жидкостью.
t^0 — температура.
b — ширина щели в опытных моделях.
$\xi_ш$ — коэффициент, учитывающий влияние шероховатости заданного типа на коэффициент сопротивления при фильтрации в трещинах.
ξ_T — то же, учитывающий влияние типа шероховатостн.
$\xi_к$ — то же — клиновидности.
$\xi_м$ — то же — местных потерь.
ξ_l — то же — извилистости трещиноватости.
ξ_m — то же — типа шероховатости на местные потери.
$\xi'_ш$ — то же — шероховатости на местные потери.
ξ_s — то же — длины пути, на которую распределяются местные потери.
k — коэффициент фильтрации в зернистых грунтах или трещиноватой породы.
k_1 — коэффициент фильтрации при ламинарном режиме и линейном законе сопротивления.
k_2 — коэффициент фильтрации при турбулентном режиме и квадратичном законе сопротнвления.

ГЛАВА ПЕРВАЯ

СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ

Исследования движения воды в трещиноватых горных породах и ее воздействие на гидротехнические сооружения были начаты нами в связи со строительством крупных гидротехнических сооружений Закавказья. Первые лабораторные опыты по напорному движению воды в трещинах проведены для решения прикладных задач проектирования крупных гидроузлов Закавказья. Большой материал для обобщений был получен нами в результате систематической, многолетней работы по изучению гидродинамического давления на подземные сооружения гидростанции в условиях трещиноватых скальных пород и при исследовании фильтрационного режима в основаниях головного сооружения гидростанции, находящейся в эксплоатации.

Во всех этих работах остро ощущалось отсутствие в гидротехнике твердой экспериментально-теоретической основы для построения цельной теории фильтрации в трещиноватых породах, рассматривающей фильтрацию в трещинах, как разновидность грунтового потока и как частный случай внутренней задачи гидродинамики, трактующей вопрос о движении воды в русле, образованном твердыми стенками.

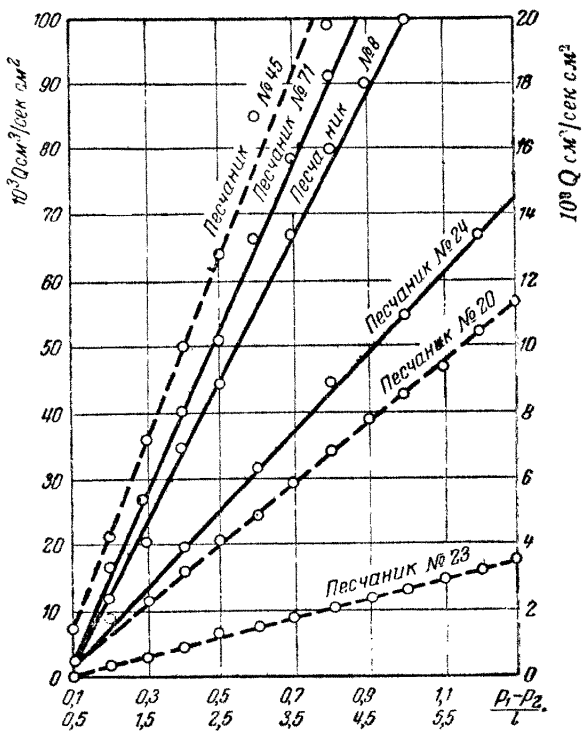
Большое разнообразие форм природной трещиноватости является существенным препятствием на этом пути. Однако, установленное в геологии наличие закономерностей трещиноватости в связи с генезисом и последующей жизнью породы показывают возможность получения нужных обобщений, если не во всех, то во многих случаях решения практических задач гидротехники, связанных с напорным движением грунтовых вод в трещинах породы. Для этого следует производить систематическое изучение явления с широким охватом всех главных его сторон и опираться прежде всего на эксперимент.

В то время как фильтрация в зернистых грунтах подвергалась многочисленным экспериментальным исследованиям, фильтрация в трещиноватых породах изучена совершенно недостаточно и несистематически. Трудами академиков Н. Н. Павловского, Л. С. Лейбензона, профессоров М. А. Великанова, Е. А. Замарина, В. В. Ведерникова, Г. Н. Каменского и многих других дана экспериментально-теоретическая основа решения важнейших задач гидротехники, связанных с фильтрацией в зернистых грунтах. Движение же грунтового потока в трещинах исследовалось чрезвычайно слабо, не имеет научных основ, базирующихся на достаточно широком опытном материале.

Рассматривая научные и технические проблемы строительства, проф. М. М. Гришин отмечает (1939 г.): «Установление основных характеристик режима фильтрации в трещиноватых породах является нерешенной проблемой, так как до сего времени этот вопрос и в нашей, и в иностранной литературе очень мало освещался».

Проф. Г. Н. Каменский, анализируя состояние изученности движения различных видов воды в пустотах горных пород, указывает (1943 г.): «До сих пор изучалось, главным образом, движение воды в песках и других более или менее мелкозернистых грунтах с мелкими преимущественно капиллярными порами, движение воды в которых принято называть фильтрацией» [Л. 19].

А. С. Храмушев (1941 г.), рассматривая методику изучения водопроводимости трещиноватых и грубообломочных горных пород, подчеркивает: «Методика изучения фильтрационных свойств трещиноватых горных пород находится, как известно, на очень низкой ступени развития. Без преувеличения можно сказать, что научная разработка этого весьма важного в практическом отношении вопроса только еще начинается. Основными причинами подобного состояния вопроса являются, с одной стороны, сложность и большое разнообразие условий развития трещиноватости пород, а с другой,— недостаточная изученность ги-



Фиг. 1. Кривые водопроницаемости песчаников продуктивной толщи (составлены по материалам лабораторных исследований Ф. А Требина).

Левая вертикальная шкала и верхняя строка горизонтальной шкалы — для сплошных линий. Правая вертикальная шкала и нижняя строка горизонтальной шкалы — для пунктирных линий.

дравлики движения воды по трещинам» [Л. 52] (разрядка наша — **Г. Л.**).

Очевидно, хотя далеко не ясно из современных представлений о фильтрации в трещинах, что фильтрация в трещиноватых породах принципиально ничем не отличается от фильтрации в зернистых грунтах, являясь лишь разновидностью напорного движения воды в горных породах. Но несмотря на гидромеханическую общность этих разновидностей движения подземных вод, они весьма различны по геометрии фильтрации, т. е. обладают существенными особенностями взаимодействия «русла» (в широком понимании этого термина) с содержащимся в нем потоком. Именно эта особенность потока в трещинах объясняется своеобразием форм пустот горных пород, содержащих воду, и остается по сей день не исследованной, поскольку нет обобщающих работ по геометрии фильтрации в трещиноватых породах, которые позволили бы выявить удельный вес различных факторов, определяющих в своей совокупности рассматриваемое явление.

Указанная особенность фильтрации в трещиноватых породах, оставаясь не вскрытой и не изученной, явно ощущалась гидрогеологами и гидротехниками, что сказалось прежде всего в выделении воды, содержащейся в трещиноватой породе, в особую разновидность подземных вод.

Трещиноватая горная порода может фильтровать воду прежде всего по трещинам и в случае водопроницаемости самой породы также через породу. Оба движения воды — по трещинам и через породу — в своей совокупности образуют фильтрацию в трещиноватой породе и объединенно определяются последним термином. Фильтрация в трещиноватых породах в случае практически водонепроницаемых горных пород сводится к фильтрации только по трещинам. В подавляющем большинстве случаев фильтрация в трещиноватых породах сводится к фильтрации в трещинах, в которой сосредотачивается вся особенность данной разновидности движения грунтовых вод.

Говоря о водопроницаемости горных пород, проф. Ф. П. Саваренский отмечает: «Таким образом, целый ряд пород, именно массивные, могут быть и водопроницаемыми и водонепроницаемыми в зависимости от того, как их рассматривать. Такие породы, как гранит, плотный песчаник и известняк, являются непроницаемыми сами по себе, но если их рассматривать в естественных условиях залегания, где они могут быть разбиты многочисленными трещинами, то они будут отличаться сильной водопроницаемостью» [Л. 46].

Наиболее характерными и распространенными представителями пород, проницаемых по порам, являются песчаники. Они же лучше других изучены.

Современные весьма интересные исследования водопроницаемости песчаников, а также их проницаемости для различных как полярных, так и неполярных жидкостей были исполнены Ф. А. Требиным с целью выяснения коллекторских свойств песчаников в нефтяной промышленности. Сюда же нужно отнести экспериментальные работы П. П. Авдусина, В. П. Батурина, З. В. Варова, М. А. Цветковой.

Исследования Ф. А. Требина [Л. 50] показали следующее:

1. Движение воды в испытанных песчаниках достаточно хорошо подчиняется закону линейной зависимости гидравлического градиента от скорости. Как видно из фиг. 1 (по Ф. А. Требину), эта пропорциональность между водопроницаемостью песчаника и величиной градиента давления сохранялась на всем ис-

следованном диапазоне значений градиентов от 0,1 до 6,0.

2. Между величиной пористости и величиной водопроницаемости отсутствует функциональная связь.

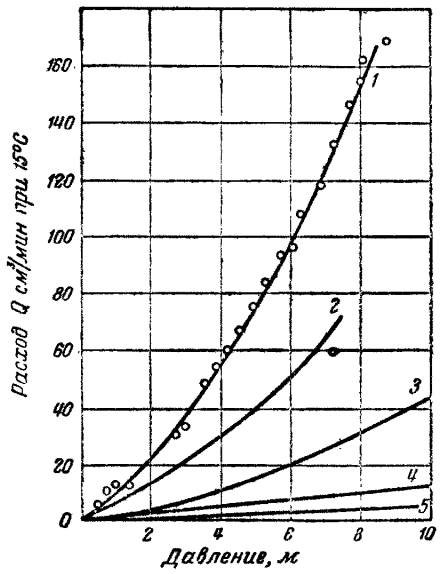
3. Не установлена также связь между проницаемостью песчаников для жидкостей и их минералогическим составом. По мнению же В. П. Батурина, песчаники, состоящие преимущественно из зерен кварца, обладают обычно большей проницаемостью, чем пески и песчаники, состоящие в основном из другого пластического материала, например из обломков полевого шпата. Указанное противоречие Ф. А. Требин объясняет тем, что, повидимому, исследованные им песчаники не отличались чистотой поверхности зерен.

4. Проницаемость песчаников находится в зависимости от их механического состава и наличия в песчаниках естественной цементной среды. Установлена функциональная зависимость между коэффициентом проницаемости и процентным содержанием природного цемента в сумме с содержанием пылеватых фракций ($<0{,}01$ *мм*).

5. Имеется связь между проницаемостью песчаников и структурой его поровых пространств.

Результаты изучения водопроницаемости пористых песчаников изображены также на фиг. 2, из которой следует, что для отдельных образцов зависимость скорости фильтрации от изменения давления изображается прямой линией или, если от напора перейти к градиенту напора, получим прямую пропорциональность между скоростью и градиентом. Кривые же *1, 2* и *3* показывают, что скорость растет для образцов быстрее давления (или градиента). Это отклонение от линейного закона сопротивления, замеченное при исследованиях водопроницаемости песчаников, а также бетонов, некоторые авторы объясняют влиянием защемленного воздуха, который по мере роста градиента удалялся. Другие авторы полагают, что воздух сжимается в порах под воздействием увеличивающегося давления и соответственно сжатию воздуха по мере роста давления возрастает водопроницаемость. Мы считаем более правильным объяснить указанное явление влиянием молекулярных поверхностных сил, не учитываемых законом фильтрации в зернистых грунтах.

Итак, современная изученность фильтрации по поровым пространствам горных пород позволяет в отношении сил гидравлического сопротивления, представляющих для наших исследований основной интерес, принять с достаточной для практики точностью подчиненность явления линейному закону сопротивления, когда сила сопротивления пропорциональна скорости движения воды.



Фиг. 2. Кривые водопроницаемости песчаников (по Кингу).

Рассмотренная фильтрация через породу по поровым пространствам, как указывалось выше, занимает явно подчиненное значение в общем процессе фильтрации в трещиноватых породах, и основным фактором, создающим водопроницаемость скальных пород, является фильтрация в трещинах породы.

В литературе по фильтрации в трещиноватых породах рассматриваются следующие вопросы: 1) анализ сил, действующих на воду в трещинах; 2) классификация трещин, как путей движения воды; 3) гидравлика фильтрационного потока в трещинах и определяемая ею характеристика водопроницаемости твердых пород; 4) методика изучения фильтрационных свойств трещиноватых пород.

Касаясь сил, действующих на воду в горных породах, различные авторы сходятся на том, что вода в трещинах находится, главным образом, под действием двух сил: тяжести и молекулярного притяжения.

Проф. Ф. П. Саваренский, М. Ф. Мирчинк и др. классифицируют пустоты горных пород в зависимости от степени влияния молекулярных сил, определяемой размерами пустот, и различают пустоты трех классов: сверхкапиллярные, капиллярные и субкапиллярные.

Сверхкапиллярные пустоты настолько велики, что вода не будет заметно подниматься и удерживаться в них молекулярными силами. Субкапиллярные пустоты так малы, что молекулярные поверхностные силы захватывают радиусом своего действия все пространство пустот и переводят воду из состояния свободного в состояние связное, при котором для ее движения необходимо приложить гидромеханическое давление, неизмеримо более высокое, чем обычно действующее в гидротехнических сооружениях и грунтовом потоке.

По литературным источникам приведенные выше градации поровых пространств в горных породах характеризуются следующими размерами (табл. 1):

Таблица 1

Характеристика каналов по величине	Диаметр при трубкообразной форме в *мм*	Раскрытие щели в *мм*
Сверхкапиллярные .	>0,508	>0,254
Капиллярные . . .	0,508—0,0002	0,254—0,0001
Субкапиллярные . .	<0,0002	<0,0001

В основе приведенных делений пористости горных пород, в частности трещин, лежит размер водных путей. Другими признаками классификации поровых пространств, известными из литературы, являются форма водных путей и степень однородности строения породы в отношении водопроницаемости.

Особый интерес представляют для наших исследований существующие взгляды на гидравлику потока в трещинах.

Многие считают [1], что движение воды в трещинах следует уподоблять движению в трубах или открытых каналах и что такое движение как напорное, так и безнапорное будет подчинено законам турбулентного режима. Поскольку предполагалось, что движение в трещинах аналогично другим случаям турбулентного движения, изученного в гидравлике, на него распространялся квадратичный закон сопротивления руслового потока. Это предложение в отечественной технической литературе связывается обычно с работами А. А. Краснопольского, предложившего соответствующие способы и формулы для определения фильтрационных свойств трещиноватых пород методом откачек [Л. 24]. Изложенная точка зрения, подчиняющая гидравлику в трещиноватой среде только турбулентному режиму, весьма укоренилась в технической литературе и широко применяется по сей день, что следует объяснить прежде всего недостаточностью экспериментальных данных по фильтрации в трещиноватых породах.

А. Н. Патрашев в своей работе «Напорное движение воды в трещиноватых породах», исполненной по заданию Закавказского Научно-исследовательного института Водного хозяйства, в связи с поставленными нами исследованиями для решения практических задач строительства, отмечает: «Движение грунтового потока в трещиноватых породах большинство авторов считает турбулентным, при котором потери на сопротивление принимаются пропорциональными квадрату скорости...». «Но разве ламинарное движение в трещинах вообще не может иметь места? Очевидно, что такое движение в трещинах возможно, так же как оно возможно и в многочисленных опытах наблюдалось в трубах».

В 1937—1939 гг. нами были организованы лабораторные исследования движения воды в трещинах с целью выявления гидравлических закономерностей движения потока и проведены исследования явлений суффозии по трещинам осадочных третичных пород (глины, суглинки, песчаники).

Результаты исследований, выполненных инж. В. М. Насберг под нашим руководством для гладких и шероховатых щелей, а также для естественных пород на специально сконструированной аппаратуре, позволили еще в 1937 г. высказать твердое мнение, что в трещиноватых породах при тонкой трещиноватости, наблюдавшейся в исследованном объекте, турбулентного режима вовсе не будет при градиентах, обычно допускаемых в основаниях гидротехнических сооружений. Эти исследования фильтрации в трещиноватых породах при ламинарном переходном и турбулентном режимах даже при весьма ограниченном количестве проведенных опытов позволили предложить эмпирические формулы и дать, в частности, некоторые первые представления о величине критического градиента, при котором предполагался переход к турбулентному режиму. Для определения критического градиента, отвечающего верхнему пределу применимости закона Дарси, была предложена формула

$$J_{кр} = \frac{0{,}44 \cdot 10^{-4}}{\delta^{2{,}5}}, \qquad (1{,}1)$$

[1] К. И. Добровольский, Н. В. Бобков, М. П. Семенов, Н. Н. Биндеман, М. М. Гришин, В. И. Дворяшин, Н. К. Тихомиров, В. С. Борисов, Н. К. Игнатович, В. С. Козлов, И. А. Скабаллович, Р. В. Кулибаба, С. А. Советов распространяют на движение воды в трещинах квадратичный закон сопротивления.

где δ — толщина щели;

$J_{кр}$ — критический градиент.

Формула (1,1), построенная на весьма ограниченном числе опытов и не обобщенная теоретическим анализом полученных экспериментальных данных, явилась первым приближением в решении задачи о разграничении различных режимов движения воды в трещинах, а вся работа впервые в нашей литературе подошла к решению задачи о фильтрации по трещинам на основе экспериментального изучения главного элемента явления, который сводится к равномерному напорному движению воды в щелях, образованных параллельными шероховатыми стенками. Как упомянутая работа, так и последующие экспериментальные исследования были использованы А. С. Храмушевым при обосновании предложенного им метода расчета коэффициента водопроводимости трещиноватых пород по данным опытных откачек [Л. 52].

В более поздней нашей работе о дренаже подземных гидротехнических сооружений, выполненной совместно с В. М. Насберг [Л. 35], вновь подчеркивается возможность в ряде случаев подчинения фильтрации в трещиноватых породах линейному закону сопротивления. Приведенные в указанной работе расчеты иллюстрируют зависимость режима фильтрации в трещиноватых породах от геометрических размеров трещин при данной шероховатости и от действующего градиента давления. Они показывают, что вопрос о режиме фильтрации должен анализироваться и рассчитываться особо в каждом частном случае в зависимости от заданной трещиноватости и пограничных условий фильтрации.

Применив подобный анализ к подземным сооружениям, мы пришли к выводу, что положенная в основу указанной работы предпосылка о ламинарном режиме фильтрации окажется соблюденной с достаточной степенью приближения при решении многих прикладных задач фильтрации в трещиноватых породах, вопреки взглядам некоторых специалистов, считающих, что турбулентный режим занимает явно преобладающее положение и что ему отвечает характер движения воды в трещинах.

Г. Н. Каменский в последнем издании своей книги «Основы динамики подземных вод» (1943 г.), касаясь режима движения воды в трещинах, пишет: «До сих пор было принято считать, что в трещиноватых породах вода имеет преимущественно турбулентное движение, подобно движению воды в трубах и открытых каналах, причем движение воды в трещиноватых породах обычно противопоставлялось ламинарному процессу фильтрации воды в зернистых породах. Между тем, теория и опыт показывают, что в трещинах и трещиноватых породах может быть и ламинарное, и турбулентное движение, что зависит от размера и характера трещин и скорости движения жидкости».

Исследование методов определения фильтрационных свойств трещиноватых горных пород выходит за рамки нашей работы. Поэтому ограничимся лишь краткой характеристикой современного состояния вопроса в этой области. В основе большинства методов изучения фильтрационных свойств трещиноватых пород лежит представление о трещиноватом грунте, как об однородном и изотропном по водопроницаемости теле, что позволяет распространить на трещиноватые горные породы полевые методы изучения фильтрационных свойств зернистых грунтов. Лабораторные методы изучения фильтрационных свойств трещиноватых пород не применяются, а лабораторное исследование с целью изучения характера явления находится в зачаточном состоянии. Существующая методика полевого изучения фильтрационных свойств трещиноватых пород сводится к производству опытных откачек, опытных нагнетаний или наливов в буровые и в шурфы. Опытные откачки проводятся из системы или из одиночных скважин в зависимости от требуемой точности решения задачи. Они применяются в том случае, если трещиноватые породы в естественном состоянии обводнены. Большим распространением пользуется при изучении фильтрационных свойств трещиноватых пород метод нагнетаний в буровую или в какой-либо ее отсек.

Резюмируем изложенный краткий обзор современного состояния изученности вопроса фильтрации в трещиноватых породах несколькими основными обобщениями.

Большинство авторов подчеркивает, как особенность фильтрации, наличие действия на грунтовые воды кроме силы тяжести поверхностных молекулярных сил, создающих особое состояние у свободной поверхности воды и влияющих на процесс фильтрации. По их мнению действие этих сил является наиболее значительным фактором, обуславливающим поведение воды в породах и создающим особую гидравлику подземных вод, отличную от гидравлики наземного потока.

Вне сомнения гидравлика подземных вод, в частности фильтрация в трещиноватых породах, представляет некоторые особенности, но

они ни в коей мере не определяют существенного отличия фильтрации от других случаев руслового процесса в широком его понимании. Молекулярные поверхностные силы лишь устанавливают пределы размеров трещин, доступных для фильтрационного движения воды, но они не создают какой-либо особой подземной гидравлики и даже существенно необходимы для обеспечения нормальных гидравлических условий движения воды между твердыми гидрофильными поверхностями, образующими русло. Все наши дальнейшие исследования рассматривают фильтрацию в трещиноватых породах как частный случай руслового процесса, отличающийся лишь очертаниями русла, а не характером действующих сил.

В основном вопросе о силах сопротивления движению воды в трещинах по сей день нередко встречается неправильная точка зрения о подчиненности этого вида фильтрации, как правило, или преимущественно квадратичному закону сопротивления. Эта нечеткость взглядов является следствием совершенно недостаточного объема экспериментальных исследований, которые сводились к однообразным полевым опытным работам по откачкам, нагнетаниям и наливам без должной глубины постановки даже этих опытных работ, а также без должного систематического научного исследования явления.

Основные вопросы, касающиеся области распространения различных режимов движения воды в трещинах, значения критических чисел Рейнольдса, выявления факторов, влияющих на режим фильтрации, и удельного веса их воздействия, остаются неизученными. Исследования по геометрии фильтрации в трещиноватых породах отсутствуют, если не считать некоторых разработок этого вопроса, не получивших еще развития.

В результате такого состояния изученности преобладают утверждения, базирующиеся не столько на фактах, сколько на общих соображениях, без должной количественной оценки и без достаточного экспериментального материала, единственно гарантирующего развитие представлений в этой области гидротехники. Между тем, строительство гидротехнических сооружений, в особенности крупных гидроузлов, неизменно выдвигает ряд задач, связанных с фильтрацией в трещиноватых породах, от правильного решения которых зависит эффективность, прочность и устойчивость гидротехнического сооружения.

Гидротехническое строительство знает ряд случаев удачных и совершенных решений сооружений, работающих в условиях фильтрации в трещиноватых породах. Наряду с этим известны случаи разрушения сооружений или неработающих водохранилищ, построенных в трещиноватых породах, как следствие недостаточного учета фильтрации. Наличие как удачных, так и неудачных случаев строительства крупных гидротехнических сооружений в условиях трещиноватых пород, содержащих фильтрационный поток, лишний раз подчеркивает, что для возведения инженерного сооружения важно знать не только геологические условия, но и уметь полностью оценить эти условия с учетом всех факторов, в том числе и фильтрационных, могущих влиять на сооружение.

Решение таких важнейших задач, как определение к. п. д. гидротехнического сооружения, обеспечение ему прочной сопротивляемости воздействующим нагрузкам и разработка разнообразных противофильтрационных мероприятий, требует развития теоретических представлений по фильтрации вообще и по фильтрации в трещиноватых породах в частности. В конечном итоге для решения указанных задач бывает необходимо: 1) определить давление фильтрационного потока в любой точке области фильтрации; 2) определить скорости и расходы фильтрационного потока; 3) установить общую картину фильтрации; 4) установить взаимодействие фильтрационного потока со средой, его содержащей (горной породой) и с гидротехническим сооружением (кладкой).

Охарактеризованные выше задачи гидротехники предопределяют следующие основные направления исследований фильтрации в трещиноватых породах: 1) изучение трещиноватой горной породы, как среды, содержащей фильтрационный поток; 2) исследование законов движения воды в этой среде; 3) изучение взаимодействия фильтрационного потока, с одной стороны, и грунта или искусственного сооружения, — с другой; 4) разработка методов и конструкций, организующих фильтрационный режим в трещиноватой среде.

Результаты первых двух направлений исследований приведут к теории фильтрации в трещиноватых породах и обеспечат необходимую предпосылку прочим исследованиям. Изучение трещиноватости и закономерностей движения в ней воды при заданных начальных и граничных условиях этого движения позволят установить картину и характеристику фильтрационного потока и на этой основе проектировать конструкции гидротехнического сооружения.

Третье направление исследований охватывает собой круг вопросов, связанных: а) с набухаемостью, суффозией или коррозией трещиноватой среды, а также с агрессивным воздействием фильтрационного потока на гидротехнические сооружения; б) с весьма сложным, мало изученным, гидромеханическим взаимодействием фильтрационного потока и гидротехнического сооружения, возводимого в условиях трещиноватых пород. Такие важные задачи, как определение противодавлений в основаниях плотин или гидромеханического давления на обделки подземных гидротехнических сооружений, могут получить разрешение только в результате теоретико-экспериментальных исследований в этом третьем направлении.

Четвертое направление исследований связано со следующими крупнейшими вопросами гидротехники: а) обеспечение требуемых к. п. д. каналов и водохранилищ; б) разработка методов консолидации и кольматажа трещиноватых пород; в) разработка способа активного воздействия на фильтрационный поток в трещинах с помощью дренажа; г) установление методов защиты сооружения и его оснований от гидрохимического действия фильтрационного потока; д) установление оптимальных форм и конструкций гидротехнических сооружений, учитывающих гидромеханическое действие грунтового потока.

В изложенной постановке задачи исследований фильтрации в трещиноватых породах весьма обширны.

Для успешного разрешения проблемы в целом необходима ее углубленная разработка в каждом из перечисленных направлений при соблюдении заранее установленной последовательности отдельных этапов работы и при рассмотрении каждого частного исследования в комплексе со всеми остальными.

В наших теоретических и экспериментальных исследованиях, результаты которых даются ниже, мы сосредоточили главное внимание на гидравлике движения воды в трещинах. Этим исследованиям предпослано изучение современных представлений о трещиноватости, как геологическом факторе, характеризующем структурное сложение того или другого участка земной коры, используемого для возведения гидротехнического сооружения.

В качестве иллюстраций, показывающих важность исследований гидравлики трещинных вод, приведем три характерных примера строительства крупных гидротехнических сооружений в СССР, работа которых в значительной степени связана с фильтрацией в трещиноватых породах.

Выбранные примеры интересны тем, что каждый из них показывает какую-либо одну характерную сторону воздействия фильтрации по трещинам на работу гидротехнического сооружения. Для первого примера решающим обстоятельством является физико-химическое и прежде всего суффозионное действие фильтрации по трещинам на осадочные породы гидроузла. Для второго — основным фактором является расход фильтрационного потока в трещиноватых базальтах, устанавливающий к. п. д. водохранилища и его регулирующую способность. В третьем примере естественный грунтовый поток определяет величину гидромеханического давления, передаваемого на обделки подземных сооружений. Масштабы этого давления решают выбор конструктивных форм подземных сооружений.

Суффозионное действие фильтрации по трещинам на осадочные породы гидроузла. В геоморфологическом отношении чаша водохранилища гидроузла представляет собой сложную синклинальную мульду, переходящую по периферии в мощные антиклинальные поднятия окружающих ее высоких хребтов. В геологическом отношении район водохранилища характеризуется развитием верхнетретичных осадочных отложений, относящихся преимущественно к верхам плиоцена. Кроме того, значительное развитие и распространение имеют четвертичные отложения, а также современные аллювиальные и делювиальные образования.

Горловина и прилегающие к ней склоны хребта, являющиеся непосредственным месторасположением гидроузла, сложены мощной толщей однообразных песчано-глинистых пород верхнетретичного возраста.

Геологические и гидрогеологические условия чаши водохранилища весьма надежны в отношении устойчивости бортов и размера потерь на фильтрацию. Главные трудности обеспечения надежной работы водохранилища связаны с геологическими условиями гидроузла, располагаемого в горловине. Работа гидроузла, его прочность и устойчивость определяются поведением песчанистых и глинистых пород, подверженных действию суффозионной фильтрации.

Чтобы выявить, возможно ли в условиях местных грунтов строить ответственное и крупное гидротехническое сооружение, и получить необходимые данные к составлению проектных решений гидроузла, были проведены под нашим руководством большого масштаба геотехнические исследования — полевые и лабора-

торные. В этих исследованиях грунты изучались в их естественной структуре и особое внимание было обращено на выяснение засоления местных грунтов, как фактора, способствующего динамике свойств грунтов под воздействием фильтрации.

В результате такого изучения мы пришли к обоснованному многочисленными исследованиями выводу, что наибольшую опасность в отношении воздействия фильтрационного потока на гидроузел представляет собой фильтрация по трещинам. В данном случае основной интерес представляли исследование воздействия фильтрационного потока на трещиноватую среду и установление степени устойчивости ее сопротивления размывающему эффекту фильтрации по трещинам.

Сложные тектонические условия горловины создали разнообразные виды трещиноватости осадочных пород. Здесь наблюдается трещиноватость кливажа, продиктованного сжатием этих пород, трещиноватости складкообразования, переходящие от трещиноватости стратиграфических форм сложения к трещиноватости, сопутствующей дизъюнктивам. Наиболее развитые формы дизъюнктивов образуют надвиговые массы коренных пород, превращенные в отдельных местах в тектонические брекчии различной степени разрушенности.

Близ поверхности на глубину до 7—10 *м* прослеживается трещиноватость выветривания. Это выветривание привело к раскрытию тектонических трещин и отдельностей.

В связи с возможной будущей фильтрацией по трещинам и воздействием трещинного потока на местные грунты особенный интерес представляет глинистый карст, являющийся характерной особенностью геоморфологии горловины. По своей форме глинистый карст, в зависимости от стадии развития, выражается рядом воронкообразных провалов рельефа, располагаемых цепочкой, или скоплениями на некоторых участках различной величины; встречаются также одиночные воронки. Размеры воронок весьма разнообразны — от ничтожно малых до воронок диаметром 20—25 *м*. По глубине они доходят до 25 *м*, большей частью до 10—15 *м*, быстро суживаясь с глубиной. Иногда смежные воронки, соединяясь между собой, образуют большие правильные понижения рельефа.

На глубине карстовые воронки на известной стадии развития большей частью соединяются между собой подземными ходами в виде узких щелей, галлерей, расширяющихся и переходящих в большие подземные пещеры и туннельные ходы. Все они выходят в тальвег или к реке на крутой открытый склон.

На ранних этапах инженерно-геологических исследований явление карста объяснялось растворением гипса и общим выщелачиванием солей при соленосности местных осадочных пород, которые тогда считались рыхлыми. Более поздние подробные обследования карста горловины показали, что карстовые явления закономерно увязываются с зонами тектонических нарушений пород и не развиваются в породах цельных, не претерпевших различных остаточных механических разрушений в результате прошлых тектонических процессов.

Многочисленные наблюдения показали, что карстовые явления приурочены исключительно к тектоническим линиям: сбросам, сдвигам, местам резких перемятий слоев в антиклинальных замках и особенно интенсивно к поясам тектонических брекчий и участкам надвиговых покровов. К этому же времени полученная характеристика местных осадочных пород показала меньшую, по сравнению с ожидаемой, их засоленность и явно подчиненную роль гипса в засолении грунтов.

Тем не менее оставалось одно весьма серьезное сомнение, которое и дальше задерживало осуществление гидроузла. Предполагали, что фильтрация по трещинам из подпертого бьефа в основании и корнях плотины окажет аналогичное карстообразованию действие на осадочные породы. Фильтрационный поток вызовет суффозионные процессы, размыв грунта при движении воды по трещинам или по разломам отдельных дизъюнктивных местных нарушений. Отсюда возникла необходимость изучать весьма детально все формы тектонических нарушений горловины в районе выбранного створа плотины и исследовать трещиноватость местных осадочных пород. Следовало выяснить, каков характер и размеры трещин, возможен ли по ним непрерывный фильтрационный поток из верхнего бьефа в нижний, установить фильтрационные свойства трещиноватых пород и какого поведения трещин следует ожидать под воздействием увлажнения горных пород и движения воды по трещинам.

Изменения трещиноватости в условиях местных осадочных пород должны были изучаться и анализироваться в отношении: 1) набухаемости и вызываемого ею закрытия трещин; 2) размыва трещин фильтрующейся водой; 3) кольматажа трещин.

В оценке всех этих изменений трещиноватости учитывалась засоленность пород и ана-

лизировалась степень вероятной динамики свойств горных пород под воздействием фильтрационного потока, вследствие химических реакций в поглощающем комплексе коллоидной составляющей местных грунтов.

Ответственность сооружения, не допускающая строительного риска, и опасность фильтрации по трещинам требовали не только анализа и прогноза поведения трещиноватых пород под воздействием фильтрационного потока, но и разработки разнообразных противофильтрационных мероприятий, которые должны составлять важную составляющую конструкций гидроузла. Степень надежности мер борьбы с вредными последствиями фильтрации по трещинам находится в прямой зависимости от степени изученности фильтрации по трещинам в отношении основных гидравлических закономерностей и взаимодействия фильтрационного потока с горной породой (химическое и механическое действие).

Фильтрационные потери водохранилища в условиях вулканических пород. Чашу водохранилища образуют: мощная толща андезито-базальтов, чередующаяся с контактными породами — спекшимся древним делювием и вулканическими продуктами и долерит-базальтами. Вулканические породы прикрыты в основном делювием коренных склонов и озерно-речными отложениями.

Андезито-базальты сильно трещиноваты, разбиты глыбовой отдельностью, местами блоковидной и плитчатой. Имеются указания на закольматированность этих трещин в верхних покровах. Долериты разбиты двумя основными системами трещин, первой — создающей столбчатую отдельность пятигранной формы с диаметром до 1,0 *м*, и второй — по плоскостям, параллельным напластованию.

Трещиноватые эффузивные породы по условиям залегания в отдельных участках чаши выходят на поверхность; следовательно, фильтрационный поток на этих участках получит непосредственный доступ в эти породы из водохранилища.

В других местах трещиноватые породы влияют на потери из водохранилища, как составляющие общего комплекса пород, слагающих чашу водохранилища.

Фильтрационные свойства долеритов находятся в прямой зависимости от степени их кольматации. Средний коэффициент фильтрации долеритов равен 1,91 *м/сут*. Коэффициенты фильтрации андезито-базальтов в среднем 0,4 *м/сут*. Изыскания показали, что ниже закольматированной зоны базальты обладают несоизмеримо большей водопроницаемостью.

Сопоставление этих показателей фильтрационных свойств трещиноватых пород с данными фильтрационных свойств прочих грунтов, слагающих чашу водохранилища, а также анализ геологических и гидрогеологических условий водохранилища позволяют утверждать, что фильтрация по трещинам является решающим фактором, влияющим на к. п. д. водохранилища.

Гидромеханическое давление на подземные сооружения в трещиноватых породах. В отличие от описанных случаев фильтрации по трещинам решающим фактором, связанным с трещиноватостью горных пород, для подземных сооружений рассматриваемой ГЭС является гидромеханическое давление трещинных вод на подземные сооружения. Гидромеханическое давление грунтовых трещинных вод, передаваясь на обделки выработок подземных сооружений, может значительно их нагрузить дополнительно.

Как показывают теоретико-экспериментальные исследования, изучающие воздействие поверхностных молекулярных сил на состояние воды близ твердых стенок и в узких щелях, даже весьма незначительные по своему раскрытию трещины в горных породах (порядка 0,2—0,3 μ) могут передавать гидромеханическое давление при наличии трещинной грунтовой воды.

Трещины столь ничтожного раскрытия при обычно встречающихся напорах не в состоянии пропустить сколько-нибудь значительные расходы воды. Скальные выработки в таких тонко- и мелкотрещиноватых породах, на вид мало трещиноватых, могут казаться почти сухими, давать лишь выпоты и наряду с этим передавать гидромеханическое давление. В случае же породы, заметно фильтрующей, гидромеханическое давление тем более будет передаваться и действовать на сопредельные гидротехнические сооружения.

Интересные данные наблюдений за гидромеханическим давлением в гидротехнических сооружениях подтверждают передачу гидромеханического давления даже при весьма тонкой трещиноватости. Эти наблюдения показали, что в местах, находящихся вблизи ключей, получалось давление меньше, чем в местах, которые при обнажении породы оставались сухими.

Все изложенное заставило нас особенно осторожно подойти к решению технических задач, связанных с грунтовыми водами в подземном строительстве сооружений данной ГЭС.

Район сооружения представляет собой отроги хребта, пересеченные глубокими оврагами, сложенными вулканическими породами. Породы эоцена представлены трещиноватыми туфобрекчиями, туфопесчаниками, порфиритами, трихидацитами, андезитами.

Складчатость пород значительная. Породы, как правило, трещиноваты. Трещиноватость местных пород является следствием, главным образом, тектонических процессов. Степень трещиноватости пород различная и весьма неоднородная, в зависимости от качества породы и характера определивших ее тектонических процессов. На значительном протяжении, как правило, трещиноватость тонкая, охватывающая скальную породу сплошной сетью трещин, измеряемых десятыми или сотыми долями миллиметра и меньше. Отдельные зоны, в виде исключения, представляют собою весьма разрушенную породу, разбитую в глыбовые нагромождения со значительными трещинами, измеряемыми миллиметрами и сантиметрами. Трещины часто заполнены отложениями вторичного происхождения.

Всюду обнаруживаются на известной глубине трещинные грунтовые воды. Изысканиями установлено наличие общего грунтового потока для различных участков трещиноватых зон, что говорит о сообщающейся системе трещиноватости, содержащей грунтовые воды.

Исчезновение промывочной воды при разведочном бурении носило, как правило, исключительный характер и наблюдалось при больших давлениях и малых расходах, что говорит о малой водопроницаемости пород. Данные произведенных опытных откачек показали для туфобрекчий и порфиритов максимальную водопроницаемость 0,225 *м/сут*. С глубиной этот коэффициент, уменьшаясь, доходил до значения 0,15 *м/сут*. Опытные работы по нагнетанию в буровых дали удельное водопоглощение от 0 до 0,1 *л/мин*. Опытные данные для трассы отводящего туннеля показали коэффициенты фильтрации 0—0,5 *м/сут* и удельное водопоглощение 0—0,165 *л/мин*, что также характеризует породы как мало водопроницаемые.

Анализ эффекта возможного действия трещинных грунтовых вод на подземные сооружения позволил нам установить важность учета гидромеханического давления и гидрохимизма при строительстве гидротехнических сооружений ГЭС. Эти факторы в значительной мере определяют конструктивные решения и методы производства работ. Так, по туннелю, в случае восприятия облицовкой полной величины гидромеханического давления, необходимо отказаться от подковообразного профиля, перейти на круглое сечение, резко повысить требования к качеству бетонной кладки и усложнить конструкции. Эти изменения в свою очередь связаны с усложнением производства работ, дополнительной затратой рабочей силы и материалов, удорожанием строительства и удлинением сроков его осуществления. При восприятии гидромеханического давления камерой ГЭС также резко усложняются как конструкции, так и производство работ.

ГЛАВА ВТОРАЯ

ТРЕЩИНОВАТАЯ ГОРНАЯ ПОРОДА КАК СРЕДА, СОДЕРЖАЩАЯ ФИЛЬТРАЦИОННЫЙ ПОТОК

1. ТРЕЩИНОВАТОСТЬ ГОРНЫХ ПОРОД

Распространенность и значение трещиноватости. Трещиноватость горных пород весьма распространена в природе и должна рассматриваться, как характерная особенность структурного сложения породы, непосредственно связанная с происхождением и последующей жизнью той или иной геологической формации.

Закономерность трещиноватости, ее связь с генезисом породы и условиями ее дальнейшей жизни позволяют с помощью изучения трещиноватости в известной мере установить закономерность в образовании и истории соответствующей толщи земной коры. Отмечая важность изучения трещиноватости с точки зрения геологии, М. А. Усов подчеркивает, что «вообще это очень интересные геологические элементы, еще недостаточно расшифрованные и привлекавшие недостаточное внимание сравнительно, например, с формами дислокации» [Л. 51].

Трещины имеют большое значение в рудничных разработках, а также при добыче строительного камня, определяя собой условия разработки и крепления. Известно, что Алексей Стаханов добился своих рекордных выработок угля, в частности, организовав правильно разработку угля применительно к ориентации поверхностей кливажа, рассекавших продуктив-

ную толщу. По характеру трещин в каменоломнях определяются трудности добычи и обработки камня, затрата взрывчатого и пр., а также устанавливается самая возможность получить глыбы строительного камня необходимых размеров. Изучение трещин и их структурных особенностей приобретает очень важное значение в тех случаях, когда они заполнены минеральными веществами, имеющими большое промышленное значение.

Трещиноватость в оценке инженерно-геологических условий имеет громадное значение в отношении устойчивости, прочности и водопроницаемости горных пород. С трещиноватостью связана водопроницаемость подавляющего большинства твердых горных пород, а следовательно, их свойства, как среды, содержащей подземные естественные воды и искусственный подземный поток, возникающий в результате возведения гидротехнических сооружений.

Определяя наличие и характер подземных естественных и искусственных вод, трещиноватость становится важным фактором в самых различных областях прикладных знаний. Ею приходится заниматься при решении различных задач водоснабжения и канализации городов, сел и промышленных объектов, при использовании полезных минеральных источников, при решении разнообразных вопросов строительства и эксплоатации крупных энергетических и водохозяйственных гидроузлов, строительства фундаментов различных сооружений.

В наших исследованиях мы будем изучать трещиноватость только как среду, содержащую подземный грунтовый поток, получившийся в результате естественных и искусственных факторов, действующих порознь или совместно. Под естественными факторами понимаем природные обстоятельства, определяющие подземный поток в трещиноватой породе, под искусственными — наличие водохранилищ, водоемов, каналов или подпоров, образуемых гидротехническими сооружениями. Такие искусственные факторы могут заново создать подземный поток или существенно изменить режим естественных грунтовых вод.

Режим подземного потока будет нас интересовать лишь с точки зрения работы того или иного гидротехнического сооружения, его прочности и устойчивости.

Определение трещиноватости. Большинство авторов определяет трещины, как разломы горных пород, вдоль которых не происходило никакого перемещения, либо оно весьма незначительно. Расширяя понятие трещин, ему подчиняют также скрытые (зародышевые) трещины, вдоль которых порода не испытала действительного нарушения, но под влиянием напряжения сделалась наиболее податливой. Другим видом трещин являются трещины, по которым имеются значительные перемещения и которые переходят в сбросы без резкой границы между трещиной и трещиной-сбросом.

Итак, в понятие трещин вкладывается весьма широкое содержание, включающее весь диапазон от поверхностей, где материал породы стал наиболее податлив для деформаций, и до трещин, граничащих со сбросами и обладающих во многих случаях значительной амплитудой перемещения или большими раскрытиями.

При определении трещиноватости породы считаем необходимым прежде всего учитывать, что трещина любого происхождения является следствием напряженного состояния среды в момент образования трещины, и притом такого, которое приводит к нарушению сплошности среды. Связанность породы при этом нарушается вдоль некоторых поверхностей раздела, переходящих в трещины породы при любых размерах взаимных перемещений частей этой среды, лишь бы эти перемещения привели к такому разъединению частиц породы между собой, которое нарушит ее физические связи. Как следствие этого, будет нарушена сплошность породы, напряженной в момент образования трещины.

Итак, согласно нашему определению, трещинами называем разделяющие горные породы поверхности, по которым в результате напряженного состояния породы произошли разрушения, нарушившие связность породы. Такое определение трещины связывает образование трещины с напряженным состоянием материала, что представляется нам наиболее общим признаком, так как трещину любого происхождения можно рассматривать, как следствие напряженного состояния породы, приведшего к нарушению ее сплошности.

Пользуясь современными достижениями структурного анализа и распространяя его методы не только на «тектониты», но и на структуры «нетектонитов» [Л. 45], мы можем обнаружить в горной породе самые различные постепенные стадии изменения структурного сложения под воздействием различных причин. При известной степени развития этих структурных изменений в породе могут образовываться поверхности, по которым ее связность будет пониженной, но в нашем понимании это еще

не трещина, т. е. не поверхность раздела, и чтобы такую поверхность превратить в трещину, разделяющую породу, нужно затратить некоторое количество энергии, например подвергнуть породу воздействию атмосферных агентов или тектоническим процессам.

Причины образования и развития трещин. Чтобы рассмотреть трещиноватость в динамике ее возникновения и последующего развития, необходимо прежде всего установить факторы, определяющие возникновение и изменение трещиноватости.

В результате изучения этого вопроса можно предложить следующую систематику причин трещиноватости горных пород.

Причины трещинообразования.

1. Изменения физического состояния пород: а) температурные изменения застывающих изверженных масс; б) изменения влажности в осадочных породах.

II. Химические изменения в породе.

III. Тектонические процессы.

IV. Метаморфизм.

V. Выветривание.

VI. Действие силы тяжести (оползневые и эрозийные трещины).

Приведенная систематика причин трещиноватости горных пород несколько противоречит единству принципа построения. Причины I, II, III, VI являются факторами, которые могут быть самостоятельными и обособленными причинами трещинообразования, определяя своим преобладающим или исключительным действием самостоятельные классы трещиноватости. Метаморфизм же и выветривание представляют собой, по существу, комплекс причин, который включает в себя температурные изменения, изменения влажности, химизм и действие механических усилий, но в том своеобразном сочетании этих факторов, которое определяет собой процессы выветривания и метаморфизма. Дифференциация этих явлений по отдельным причинам не внесет ясность и приведет лишь к отрыву классификационной схемы от природных форм трещиноватости.

Все перечисленные факторы (I—VI), действуя в процессе образования или последующей жизни породы в той или другой комбинации, единовременно или же последовательно, обуславливают напряженное состояние среды и нарушение ее сплошности, т. е. образование поверхностей раздела внутри породы, трещиноватости земной коры.

Возможные сочетания обстоятельств, определяющие современное состояние горной породы в общем процессе ее изменений, весьма многочисленны и создают все многообразие состава, морфологии и структурных форм земной коры. Естественно поэтому, что большое число причин трещиноватости, действуя в различных сочетаниях и последовательности на разнообразные породы и в разных формах их залегания, участвуя в образовании, диагенезе и тектогенезе горных пород, приводит к весьма многообразным формам трещиноватости. Отсюда рождаются основные трудности при установлении закономерностей трещиноватости. Тем не менее, несомненно, «что трещины в горных породах, как осадочных, так и изверженных, располагаются не беспорядочно, а образуют определенные системы, закономерно сопряженные друг с другом» и «что никакого принципиального различия между закономерностями в расположении трещин и других структурных элементов в осадочных и изверженных породах нет, так же как нет и особых проблем сланцеватости, трещинной тектоники, интрузивной тектоники и т. п.» [Л. 45].

2. ГИДРОТЕХНИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ТРЕЩИНОВАТОСТИ

Прежде чем предложить свою классификационную схему, названную нами гидротехнической морфолого-генетической классификацией трещиноватости горных пород, подробно были рассмотрены классификации трещиноватости горных пород, разработанные А. С. Храмушевым [Л. 53], Н. В. Бобковым, Добрэ, Гроддеком, Лазо и др., а также классификационные группировки трещиноватости горных пород, имеющиеся в работах Д. И. Мушкетова, М. А. Усова, А. В. Пэк, Ф. П. Саваренского и др.

В результате рассмотрения основных классификаций трещиноватости горных пород следует прежде всего констатировать отсутствие общепринятой классификации трещиноватости.

В геологии пока еще нет широких обобщений по трещиноватости, обоснованных данными наблюдений и специальных экспериментальных исследований.

Однако, и на данной стадии геологической изученности трещиноватости чувствуется необходимость в классификационной схеме горных пород. С этой точки зрения из предложенных геологических классификаций наиболее совершенной является классификация Лазо. Классификации Добрэ, Гроддека и Н. В. Бобкова в той или иной степени противоречат генетическому принципу построения вплоть до полного его отрицания (схема Н. В. Бобкова), или же страдают нечеткостью.

Классификация, предложенная А. С. Храмушевым, имея ряд положительных сторон, с точки зрения требований геологической классификации неприемлема, так как подчинена не генетическому принципу, как ведущему, а признакам хорологическим. Отдельные классификационные группировки других авторов содержат много интересных и более современных предложений, но они не дают законченных классификационных схем.

Всякая классификация должна сосредоточить в себе современные достижения научных знаний в данной области. Эволюция классификационных систем идет вслед за развитием науки, и каждое новое крупное завоевание ее влечет и новое творчество в области классификации. Следовательно, классификация должна строиться прежде всего на опытном материале и развиваться по мере его накопления и изучения, завершаемого обобщающими выводами. В связи с этим гидротехническая классификация трещиноватости требует для своего построения прежде всего твердой теоретической и экспериментальной основы, учитывающей физическую, гидромеханическую и геологическую стороны явлений. Такой теоретической базы пока не имеется.

Отсюда мы приходим к выводу, что с точки зрения гидротехнической ни одна из предложенных классификационных схем не может удовлетворять современным требованиям гидротехники и что для построения гидротехнической классификации трещиноватости нужна прежде всего специальная большого масштаба работа, сопровождаемая экспериментами и наблюдениями в полевых и лабораторных условиях. Тем не менее, базируясь на всех прежних работах по классификации, представляется целесообразным построить некоторую предварительную схему гидротехнической классификации, как рабочую гипотезу для текущих практических и научных работ по гидротехнике.

Основная задача классификации в любой области знаний заключается в упрощении познавания исследуемого явления. Классификация достигает этой цели путем объединения изучаемых предметов в отделы, виды, классы, типы, группы и т. д. по одинаковости генетических признаков, морфологии и свойств, определяющих критерии классификации. Деление явления на типичные разновидности может быть исполнено полноценно только в результате изучения классифицируемого объекта во всей совокупности его генетических признаков, свойств и форм. Подобная морфолого-генетическая классификация будет рассматривать классифицируемый предмет не в статике, а в динамике его образования и последующего развития.

Первый результат, достигаемый классификацией, — это возможность путем систематизации изучаемых предметов или их свойств, т. е. путем описания данного явления в определенном порядке соответственно той или иной классификации, получить всестороннее представление о нем, отвечающее современной стадии его изученности.

Второй результат правильно построенной классификации состоит не только в констатации уже известных типичных разновидностей, найденных и исследованных, но и в предвидении наличия еще не найденных разновидностей. Примером этому может служить менделеевская периодическая система элементов.

Третий результат классификации — это обеспечение возможности исследования какой-либо одной стороны явления на основании рассмотрения всего комплекса обстоятельств, его определяющих, возможности изучения частного без потери представления об общем.

Мы полагаем вполне законным и целесообразным иметь наряду с общей классификацией трещиноватости и в увязке с ней отдельные дополнительные классификации трещиноватости, преследующие более узкие прикладные цели. Например, гидрогеологическую, гидротехническую, строительную, промышленную и т. д., которые, дополняя общую классификацию трещиноватости, давали бы группировку изучаемого объекта по признакам, интересующим данную область знаний.

Как следует из изложенного, в гидротехнической классификации трещиноватости должна быть основная часть, общая для любых классификаций, преследующих те или другие практические цели. Эта общая для всех возможных классификаций трещиноватости часть должна содержать главнейшую основу классификационной схемы и быть генетической.

С гидротехнической точки зрения трещиноватость является руслом для подземного водного потока, определяющим своими морфологическими свойствами гидравлическое сопротивление движению воды, законы этого сопротивления. Поэтому генетическую часть классификации следует развить классификацией различных форм трещиноватости по ее геометрическим особенностям, что составит морфологическую часть классификации и определит трещиноватость, как русло подземного потока.

Во всех случаях трещинообразование определяется, как результат взаимодействия

трещинообразующих факторов с нарушаемой средой, и в значительной степени зависит от свойств этой среды, являющейся в свою очередь итогом ее генезиса и последующей жизни. Поэтому при классификации трещиноватости необходимо классифицировать как среду, так и процессы ее трещинообразования по трещинообразующим факторам.

Любая трещина горной породы, как следует из самого определения понятия трещиноватости представляет собой результат напряженного состояния материала горной породы, приведшего к ее деформациям с разрывами сплошности напряженной среды. Напряженное состояние среды диктуется различными факторами, которые являются непосредственными причинами трещиноватости.

Указанные факторы могут действовать как при образовании породы и переходе ее из жидкого или несвязного в связное состояние твердого тела, так и в дальнейших процессах эпигенеза и тектогенеза горной породы. В первом случае факторы трещинообразования будут действовать наряду с остальными физико-химическими процессами генезиса твердой породы, совместно приводя к нарушениям связности по отдельным поверхностям формирующихся трещин. Во втором случае факторы трещинообразования могут действовать чисто механически (например, трещины сбросов) или же сопровождаться физико-химическими изменениями в породе (например, трещины в процессе доломитизации известняков).

Используя факторы трещинообразования, как важные классификационные признаки, следует в этом нередко весьма сложном комплексе действовавших факторов трещинообразования, по возможности, установить фактор преобладающий. Под преобладающим понимается такой фактор, который, главным образом, определил собой характер трещиноватости, а с гидротехнической точки зрения определил фильтрационные свойства породы.

В гидротехнике весьма важно предвидеть будущую динамику трещиноватости в горных породах. Как правило, в подавляющем большинстве случаев гидротехническое сооружение вводит новый фактор — фильтрационный поток. Поэтому необходимо знать, не приведет ли к существенным изменениям трещиноватости взаимодействие фильтрационного потока и горной породы. Учитывая всю важность для гидротехники такой оценки горной породы, Н. Н. Маслов вводит этот признак, как один из основных, в предложенную им геотехническую классификацию горных пород [Л. 37]. По примеру этой классификации полагаем необходимым учесть гидростойкость в качестве одного из признаков классификации трещиноватой породы и с этой точки зрения предлагаем различать гидростойкие, т. е. нейтральные по отношению к фильтрационному потоку, и гидронестойкие поддающиеся коррозии или суффозии трещиноватые горные породы. Гидростойкость породы, как признак, характеризующий свойство породы, должна подчиняться в классификационной схеме прочим генетическим признакам, определяющим трещиноватую породу.

Факторы трещинообразования диктуют в сочетании с типом породы характерные формы трещиноватости. Для гидротехнической характеристики трещиноватости нам прежде всего нужна морфологическая характеристика, устанавливающая геометрические формы и размеры трещиноватости, а также шероховатость ее стенок.

Статистическая фиксация геометрии трещиноватости только геологической разведкой весьма затруднительна, дорога и требует значительной затраты времени. В связи с этим трещиноватость должна изучаться не самостоятельно, а в общем комплексе геологических исследований, как один из весьма ответственных элементов, устанавливающих геологическое сложение месторасположения гидротехнического сооружения.

Установление геологического сложения, причин трещинообразования и типа породы, претерпевшей трещинообразование, позволит уяснить закономерности изменения геометрических элементов трещиноватости в пространстве, дополнив этим данные геологической разведки. В результате получим общее пространственное представление о трещиноватости и ее изменениях в районе расположения гидротехнического сооружения. Это общее представление следует дополнить определением принадлежности данной трещиноватости к региональной или локальной, пластовой или секущей (по Л. С. Храмушеву [Л. 53]).

Геометрические формы и размеры трещиноватости весьма разнообразны. Они отличаются по степени однородности и тем более неоднородны, чем больше размеры массива, трещиноватость которого изучается. Наличие отдельных систем трещин и различное количество этих систем создают разную степень анизотропности трещиноватости, как среды, содержащей фильтрационный поток. Поэтому классификация геометрии трещиноватости должна также сопровождаться оценкой ее однородности и изотропности и, наконец, завершаться группи-

ровкой по прямым показателям водопроницаемости и водоупорности.

Итак, чтобы связать трещиноватость с естественно-историческими процессами, определяющими не только генезис, но и дальнейшую динамику трещиноватости, классификация должна быть генетической. Чтобы дать представление о трещиноватости, как о русле, вмещающем подземный водный поток, необходимо классифицировать трещиноватость по морфологическим признакам, определяющим геометрические элементы этого русла, и по прямым показателям ее водных свойств.

Все изложенное привело нас к рабочей схеме гидротехнической классификации трещиноватости. Последняя разбивается на генетическую и морфолого-гидротехническую классификации.

Генетическая классификация учитывает горную породу, содержащую трещины, гидростойкость породы и комплекс трещинообразующих факторов. Следовательно, она содержит две части: первую, оценивающую горную породу, как среду, содержащую трещиноватость. вторую, фиксирующую факторы, породившие трещиноватость этой среды.

Морфолого-гидротехническая классификация разбивается также на две части: первая определяет геометрию трещиноватости, устанавливая структурные формы геологического сложения трещиноватых горных пород, а также принадлежность данной трещиноватости к региональной или локальной, пластовой или секущей, однородной или неоднородной, изотропной или анизотропной; вторая часть содержит классификацию трещиноватости по ее водопроницаемости.

Основной единицей предлагаемой нами генетической классификации трещиноватости является ее тип, определяемый трещинообразующими факторами, создавшими данную разновидность трещиноватости. Ряд типов, для которых превалирующий фактор трещинообразования один и тот же, объединяем в класс трещиноватости. Трещиноватость различных классов группируем в отделы и подотделы в зависимости от классификации горной породы. Каждый подотдел разбиваем на два вида по принадлежности породы к гидростойким или гидронестойким (при наличии обоих видов в данном отделе). Следовательно, принадлежность рассматриваемой породы к отделу, подотделу, виду, классу и типу установит соответственно класс породы, степень ее гидростойкости, преобладающий фактор и комплекс всех основных факторов трещинообразования. Этим четко определяется геология трещиноватой среды, гидростойкость породы и генезис трещиноватости.

Образование горной породы обязано трем группам геологических процессов: вулканизму (в широком смысле слова, включая и глубинный вулканизм, т. е. плутонизм), денудационным процессам и дислокационным процессам. Соответственно этим трем группам геологических процессов, ведущих к образованию горных пород, мы различаем три основные группы последних: 1) магматические или изверженные; 2) осадочные; 3) метаморфические. Трещиноватость каждой группы горных пород составляет самостоятельный отдел. Следовательно, различаем отдел трещиноватости изверженных (И), осадочных (О) или метаморфических (М) пород. Каждая из генетических групп горных пород имеет дальнейшие подразделения.

Руководствуясь генетической классификацией акад. Ф. Ю. Левинсон-Лессинга [Л. 26], различаем среди пород изверженных: 1) массивные интрузивные (и); 2) массивные эффузивные (э); 3) обломочные (о) (пирокластические).

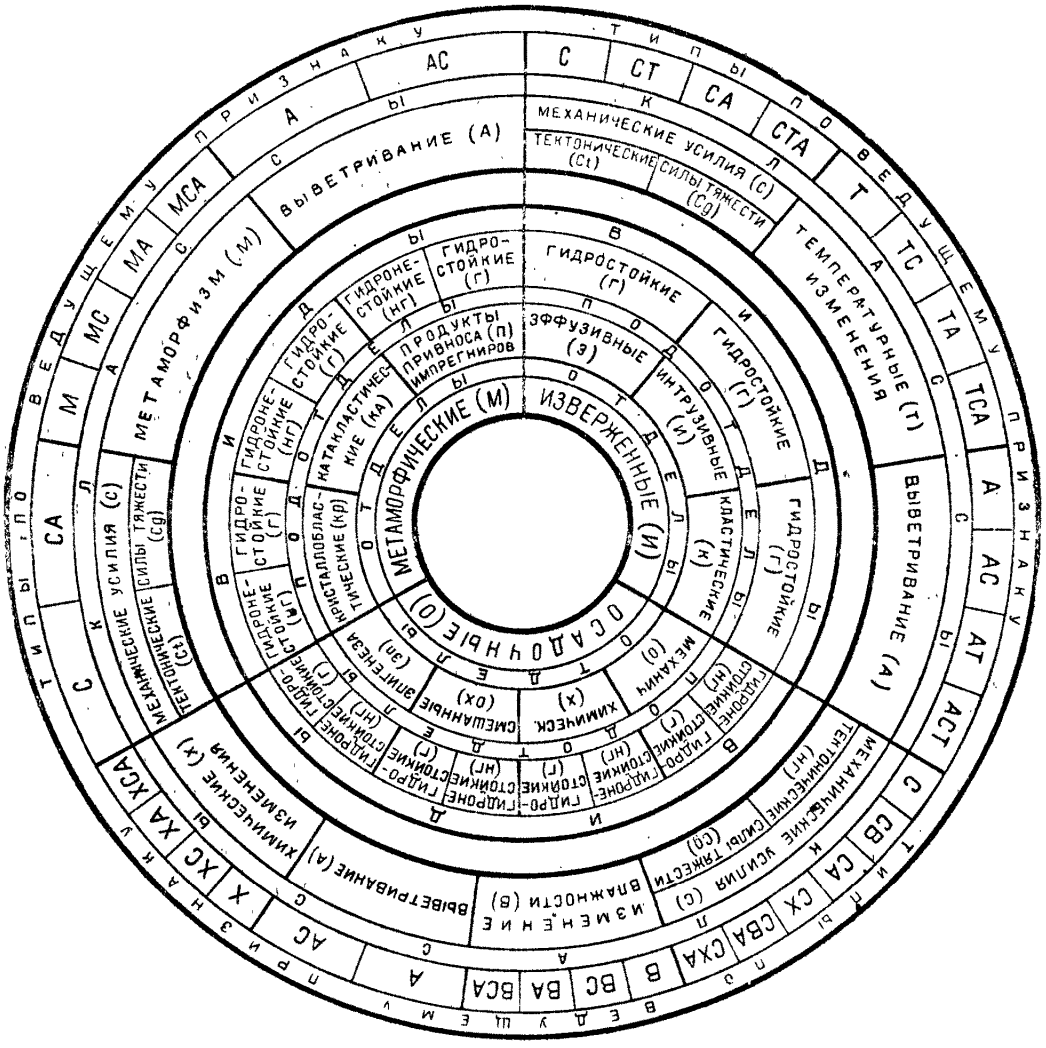
Согласно классификации Л. В. Пустовалова осадочные породы разделяем на: 1) продукты механической осадочной дифференциации (м); 2) продукты химической осадочной дифференциации (х); 3) смешанные продукты как химической, так и механической осадочной дифференциации (мх); 4) продукты эпигенеза (эп) Л. В. Пустовалов [Л. 43] отмечает, что из перечисленных четырех генетических разновидностей осадочных пород продукты эпигенеза имеют в стратисфере в общем подчиненное значение или же относятся уже к метаморфическим породам.

Среди метаморфических пород различаем: 1) катакластические или породы, обязанные своим происхождением механическим процессам; преимущественно механическое действие (дробление, раскалывание и пр.) с минимальной перекристаллизацией (ка);

2) кристаллобластические (кр) или породы, происшедшие в результате процесса перекристаллизации, без значительного привноса материала;

3) породы, возникшие в результате совместного действия перекристаллизации и явления привноса (п).

В зависимости от принадлежности горной породы к одной из перечисленных разновидностей определяется подотдел данного отдела трещиноватости. Например, отдел трещинова-



а)

Фиг. 3. Гидротехническая морфолого-генетическая

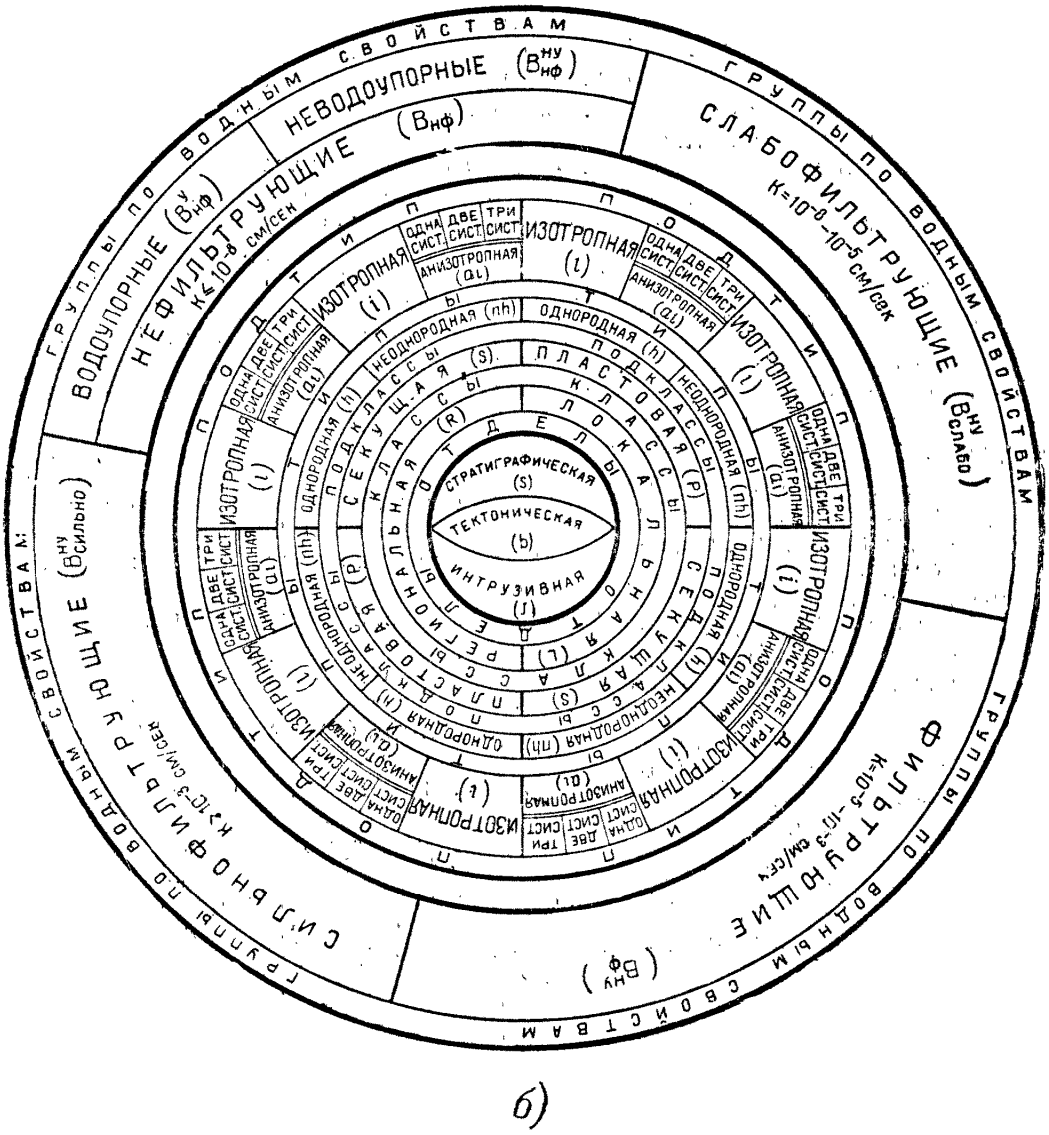
***а* — генетическая классификация; *б* — мор**

тости изверженных пород, подотдел трещиноватости эффузивов (И, э).

Отметим, что вследствие недостаточной изученности трещиноватости мы не сможем заполнить все подотделы предложенной классификации при систематике различных случаев трещиноватости. Так, если для подотделов эффузивных или интрузивных изверженных пород установлены различные формы трещиноватости, то между трещиноватостью осадочных пород, например, механической и смешанной дифференциации при современном уровне изученности вряд ли возможно провести четкую грань. Что же касается метаморфических пород, то здесь ко всей общеизвестной сложности их классификации прибавляется еще и малая изученность форм их трещиноватости, почти не отраженных в существующей литературе. В связи с этим деление на подотделы здесь преждевременно. Таким образом, различая отделы трещиноватости, мы сможем лишь некоторые из них разбить на подотделы [1].

---

1 Следует отметить, что классификации самих горных пород весьма разнообразны и подчас весьма сбивчивы. Рассмотрение этого вопроса выходит за рамки нашего исследования. Поэтому мы выбрали из существующих весьма разнообразных классификаций горных пород классификацию, отвечающую нашим задачам гидротехнической классификации трещиноватости.



б)

классификация трещиноватости горных пород.
фолого-гидротехническая классификация

Учитывая прикладной характер предлагаемой нами классификационной схемы, различаем два вида горных пород: гидростойкие (г) и гидронестойкие (нг). По этому признаку каждый отдел или подотдел делим на два вида при наличии обоих или указываем наличие в данном отделе (или подотделе) только одного вида.

Охарактеризованными выше членениями классификационной схемы исчерпывается характеристика трещинообразующей среды, определяющей своими свойствами трещиноватость. Перейдем к следующим основным делениям классификации, определяемым по признаку различия трещинообразующих факторов. Шести главным трещинообразующим факторам отвечает шесть классов трещиноватости.

Первый класс (С)—механические усилия являются единственным или превалирующим фактором. Этот класс делим на два подкласса—в первом подклассе усилия возникают как следствие тектоники (C_t), во втором, как следствие действия сил тяжести (C_g). Сюда относим, например, оползневые трещины или трещины, появляющиеся в результате глубоких эрозий земной поверхности, приводящих к нарушению статики земляных масс. С точки зрения фильтрации в трещиноватой породе

нас будет интересовать почти исключительно первый подкласс — трещиноватость тектоническая.

Второй класс (Т) включает трещиноватость, обязанную исключительно или главным образом температурным изменениям.

Третий класс (А) включает трещиноватость, возникшую в результате выветривания или при совместном действии выветривания и других факторов, но с преобладающим влиянием на трещинообразование процессов выветривания.

Четвертый класс (М) объединяет трещиноватость, определяемую превалирующим или исключительным действием метаморфизма горных пород.

Пятый класс (Х) включает трещиноватость, являющуюся следствием химических превращений в породе. По поводу этих процессов Л. В. Пустовалов замечает: «эпигенетические явления, приводящие к перерождению в осадочных толщах кальцитолитов в доломитолиты и обратно и создающие промежуточные между ними типы, весьма мало эффективны и в общем весьма ограничены» [Л. 43].

При современной изученности трещиноватости и вследствие меньшего удельного веса химических превращений в трещинообразовании пятый класс будет включать в себя весьма ограниченное число случаев.

Шестой класс содержит трещиноватость, образовавшуюся в результате усадочных явлений, вызванных изменениями состояния влажности (В); это так называемые трещины высыхания. Полагаем, что в процессе диагенеза осадочных пород изменения влажности должны приводить к структурным изменениям породы, которые могут сопровождаться специальными формами трещиноватости. Однако, по этому вопросу в доступной нам литературе мы не нашли сколько-нибудь ясных и четких сведений. При современной изученности трещиноватости шестой класс будет представлен, так же как и пятый, весьма ограниченно.

Следовательно, наиболее распространенные трещиноватости в основном войдут в первые четыре класса, а среди них доминирующее положение будут занимать первые два класса.

Каждый из классов делится на типы в зависимости от той или иной комбинации трещинообразующих факторов. Типы указаны на схеме классификации (фиг. 3).

Применительно к тому или иному отделу трещиноватости некоторые факторы трещинообразования отпадают, как не имеющие в природе распространения; следовательно, отпадает и соответствующий класс со своими типами. Так, например, для трещиноватости изверженных пород, образующей отдел первый, отпадает класс трещиноватости четвертый, пятый и шестой.

Морфологическая классификация трещиноватости группирует трещиноватость в три основных отдела в зависимости от основного типа геологической структуры, в которой залегает трещиносодержащая среда. Отделы содержат трещиноватости структур стратиграфических (S), тектонических (T) и интрузий (J). Отделы могут делиться на подотделы в зависимости от дальнейшего членения геологических структур. Буквенный индекс подотдела записывается в виде буквенного знака при букве отдела.

В каждом отделе различаем класс трещиноватости региональной (R) и класс трещиноватости локальной (L) [Л. 53]. К классу региональной трещиноватости относятся такие трещины, которые имеют распространение на широких площадях. К классу локальной трещиноватости относятся, главным образом, трещины дизъюнктивных нарушений.

Каждый класс делим на подклассы трещиноватости секущей (S) и пластовой (P). Вторая в отличие от первой содержится только в одном пласте, не переходя в соседние.

Тип трещиноватости различаем по степени ее однородности, а подтип — по степени изотропности, различая трещиноватость, однородную (h), неоднородную (nh), изотропную (i) или анизотропную (ai). Наконец, последнее членение классификационной схемы — деление на группы — проводим по водопроницаемости горных пород.

По фильтрационной способности разбиваем трещиноватые породы на 4 группы: 1) нефильтрующие ($B_{нф}$) коэффициент фильтрации $k < 10^{-8}$ *см/сек* (практически равен нулю); 2) мало фильтрующие ($B_{мало}$) $k = 10^{-8}$ — 10^{-5} *см/сек*; 3) фильтрующие ($B_{ф}$) $k = 10^{-5}$ — 10^{-3} *см/сек*; 4) сильно фильтрующие ($B_{сильно}$) $k > 10^{-3}$ *см/сек*. По водоупорности породы делим на водоупорные ($B^{у}$) и неводоупорные ($B^{ну}$)*.

Важно также фиксировать заполнение трещин и их ориентацию, а также степень водопроницаемости горной породы не по трещинам. Трещины делим на заполненные отложениями ($З$) и незаполненные ($НЗ$) [Л. 53].

В зависимости от водопроницаемости породы по отношению к водопроницаемости трещи-

* Пояснения даны в гл. III.

новатости данной породы разбиваем все породы на однопутные и двухпутные. Первые в отличие от вторых проницаемы только по трещинам. Заполнение трещин записывается за скобкой, заключающей всю буквенную запись трещиноватости, и снизу скобки, количество путей фильтрации там же, но сверху скобки.

Приведем пример краткой буквенной записи трещиноватости. Трещиноватость глин Апшерона

$$(O_0,\ НГ,\ C)+(T,\ R,\ p,\ h,\ ai_2,\ B^{ну}_{слабо})^{1}_{НЗ}.$$

Расшифровка записи: трещиноватость в осадочных породах Апшерона (O), обломочных (индекс при O), негидростойких ($НГ$), тектоническая (C), тектонических пликативных структур (T), региональная (R), пластовая (p), однородная (h), анизотропная с двумя системами трещин (ai_2), слабо фильтрующая ($B_{слабо}$) и проницаемая для гидромеханического давления ($B^{ну}$), однопутная (верхний значок—1 после скобки), не заполненная отложениями (нижний значок $НЗ$ после скобки).

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

РАЗЛИЧНЫЕ ВИДЫ ВОДЫ В ТРЕЩИНОВАТЫХ ПОРОДАХ

Решение задач гидротехники, связанных с фильтрационным потоком, требует ясного представления о влиянии поверхностных молекулярных сил на фильтрацию.

Различные виды воды, содержащейся в грунтах, рассматриваются современным грунтоведением применительно к рыхлым грунтам и почвам. По А. Ф. Лебедеву [Л. 25] вода, содержащаяся в порах грунта, делится на гигроскопическую, пленочную и гравитационную.

Гигроскопическая вода адсорбируется частицами грунта из воздуха, содержащего водяные пары, под воздействием молекулярных сил. Придерживаясь взглядов о мономолекулярном слое адсорбированной из водяных паров воды, А. Ф. Лебедев полагает, что максимальная гигроскопичность «соответствует тому состоянию увлажнения, когда частицы гигроскопического вещества бывают окружены водяной пленкой, состоящей из одного ряда молекул». Сама же гигроскопическая способность почв объясняется, как результат действия молекулярных сил сцепления между частицами почвы и парами воды, определяющего адсорбцию воды, содержащейся в парообразном состоянии в порах грунта.

На основании опытных данных и в логической увязке со схемой мономолекулярного слоя А. Ф. Лебедев показал и объяснил, что гигроскопическая вода не может передвигаться под влиянием молекулярных сил, и, следовательно, «максимальная гигроскопичность почвы есть тот нижний предел влажности, при котором уже невозможно передвижение воды под влиянием молекулярных сил». Гигроскопическая вода не передает гидромеханического давления, является уплотненной водой и замерзает при —78° С. Позднейшие физические исследования показывают многослойность воды на поверхности тел при обычных температурах и давлениях. Следовательно, тем самым отбрасывается физическое обоснование максимальной гигроскопичности. Но наличие указанного предела состояния влажности и характеристика свойств гигроскопической воды, приведенная выше, остается в силе, как установленная экспериментально. С гидротехнической точки зрения для нас важна именно эта оценка свойств гигроскопической воды.

Пленочная вода по А. Ф. Лебедеву представляет воду, содержащуюся в более толстых полимолекулярных пленках, окружающих зерна почвы или грунта. Вода эта находится под воздействием молекулярных сил и прочно ими удерживается. В опытах А. Ф. Лебедева с отгоном воды центрифугой центробежная сила в 70 000 g не удаляла пленочную воду из грунта.

Влажность грунта, соответствующая максимальной толщине пленки, названа А. Ф. Лебедевым максимальной молекулярной влагоемкостью. Следовательно, нижним пределом пленочной воды является максимальная гигроскопичность, а верхним пределом максимальная молекулярная влагоемкость. Разность этих пределов устанавливает влагоемкость данного грунта для пленочной воды.

Пленочная вода не передает гидромеханического давления. Опытами доказана способность пленочной воды передвигаться под воздействием молекулярных сил. Силы тяжести и обычные в гидротехнике давления, испытываемые фильтрационным потоком, не способны перемещать пленочную воду [Л. 25]. Пленочная вода замерзает при различных температурах ниже 0° С в зависимости от толщины пленки и времени замораживания.

Гравитационная вода представляет собой ту часть воды, содержащейся в порах почвы или грунта, на движение которой оказывает воздействие сила тяжести. Гравитационная вода передает гидромеханическое давление. Если гравитационная вода заполняет тонкую капиллярную пористость, то в этих капиллярах она будет испытывать ощутимое влияние так называемых капиллярных сил. Такую гравитационную воду выделяют в капиллярную гравитационную воду. В отличие от нее гравитационную воду, содержащуюся в более крупных порах, низводящих величину капиллярных сил до практически ничтожных и неучитываемых величин, называют свободной гравитационной водой. Капиллярная вода замерзает при различных температурах ниже 0° С в зависимости от диаметра капилляра и времени замораживания. Свободная вода, содержащаяся в грунте, обладает всеми обычными свойствами жидкой воды.

Отметим, что гравитационная вода, заключенная в тонких капиллярных порах, в области грунтового потока, под уровнем грунтовых вод ниже капиллярной зоны насыщения, ничем не будет отличаться от свободной воды, так как действие капиллярных сил в этой области не сказывается на состоянии воды.

Как следует из приведенного краткого изложения классификации состояния воды, содержащейся в рыхлых грунтах, различные виды воды определяются в основном различной степенью действия молекулярных сил гидрофильной твердой фазы грунта (грунтового скелета) на заключенную в порах парообразную или жидкую воду.

Рассмотрим виды воды, содержащейся в трещинах горной породы. Ясно, что, как и в зернистых грунтах, в трещинах породы виды воды также определяются действием поверхностных молекулярных сил: как на границе вода — твердое тело, так и на границе вода — твердое тело — воздух.

Следовательно, прежде всего возникает вопрос о радиусе действия молекулярных сил.

Б. В. Дерягин различает два основных пути изучения поверхностных молекулярных сил [Л. 12]: первый, исследующий адсорбцию, как результат действия этих сил, и второй, анализирующий аномальные свойства тонких слоев, являющиеся следствием действия тех же «поверхностных» сил. Результаты этих исследований в некоторой своей части непосредственно связаны с оценкой воды в трещинах горных пород с точки зрения гидротехнической.

Как изучение явлений адсорбции, так и исследование аномалий в свойствах тонкого слоя жидкости, пограничного с твердым телом, а также некоторые другие опытные факты (исследования явления кристаллизации близ поверхностей) с несомненностью указывают на наличие действия «поверхностных сил». Эти силы создают на поверхности твердого тела многослойные пленки жидкости, находящейся в особом состоянии «квазитвердого тела». При этом чем дальше от поверхности твердого тела, тем ближе свойства тонкого слоя к свойствам свободной воды с диффузным проникание этого тонкого слоя в остальную свободную воду.

Прежние представления о многослойном сгущении предполагали наличие ван-дер-ваальсовских сил, и адсорбционное поле рассматривалось, как силовое поле, аналогичное полю силы тяжести. Предполагалось, что это поле действует на значительные расстояния и не должно экранироваться. Согласно взглядам классической физики молекулярные силы сказываются на расстоянии в несколько тысяч ангстрем. Однако, такое представление о дальнодействии межмолекулярных сил не вяжется с современными взглядами на электрическую их природу.

Открытое в последующем электрическое взаимодействие при сближении молекул показало, что в основе так называемых ван-дер-ваальсовских сил сцепления и значительной части адсорбционных явлений лежит это ранее неизвестное электрическое взаимодействие. Особенности указанного взаимодействия позволяют теоретически показать, основываясь на квантовой механике, больший радиус действия дисперсионных сил.

Под воздействием «поверхностных сил» вода близ поверхности твердого тела меняет свои свойства. Первый слой полностью поляризуется, другие же слои притягиваются поляризованной поверхностью, образуя цепи молекул, далеко продолжающиеся вглубь жидкости.

Находясь под воздействием молекулярных сил, вода в тонком слое, прилегающем к поверхности твердого тела, испытывает большие давления. Часть этой воды, наиболее связанная с поверхностью твердого тела, неспособна вовсе к передвижению в жидком виде при обычных давлениях, другая часть может двигаться только под воздействием молекулярных сил и неспособна к движению под воздействием гидромеханического давления обычных величин. Только давления большой величины способны создать движение в этих тонких слоях молекулярно связанной воды.

По величине дифференциальной теплоты адсорбции удалось вычислить давление в адсорбционных слоях и показать, что максимальное давление равно 17 410 *ат*. Давление уменьшается по мере удаления от поверхности и на расстоянии 73 молекулярных диаметров (10 *mμ*) равно нулю.

Для целей наших исследований особенно важно знать толщину водной пленки, связанной поверхностными силами в пограничной с твердым телом области, и свойства тонких слоев жидкости. С этой точки зрения большой интерес представляют экспериментальные исследования указанных вопросов.

Согласно экспериментальным работам Б. В. Дерягина тонкие слои жидкости, заключенные между твердыми поверхностями, обладают аномальными для свободных жидкостей свойствами. Одним из таких аномальных механических свойств тонких слоев является аналогичное твердым телам сопротивление сдвигу и, следовательно, наличие модуля сдвига и предела текучести.

Представляет большой практический интерес для гидротехники вопрос о толщине тех тонких слоев жидкости, в которых еще сказываются ее аномальные свойства, вызванные поверхностью твердого тела. Этот вопрос связан с анализом природы и радиуса действия молекулярных сил, определяющих поведение жидкости в тонких слоях.

Экспериментальные данные о толщине пленки аномальной жидкости противоречивы. Многие авторы считают, что толщина жидкой пленки может быть в несколько тысяч молекул, в то время как другие полагают, что толщина эта не может быть более нескольких молекул.

Опыты Б. В. Дерягина, изучавшего упругость на сдвиг тонких жидких слоев, значительно уточнили наши познания о зоне действия поверхностных молекулярных сил твердого тела на жидкую или газообразную фазу, пограничную с поверхностью твердого тела [Л. 12 и 13].

Б. В. Дерягиным было впервые опытно доказано наличие в тонком слое жидкости на границе с твердым телом упругости и предела текучести.

Из опытов Б. В. Дерягина следует, что поверхность стекла вызывает в прилегающем слое воды в 0,075 *μ* «особые свойства, близкие к свойствам твердого тела» [Л. 11].

При рассмотрении вопроса фильтрации в трещиноватых горных породах возникает вопрос, когда и в какой мере будут влиять поверхностные молекулярные силы на основные гидравлические закономерности напорного движения воды в трещинах и на способность воды передавать гидромеханическое давление.

Из исследований влияния поверхностных сил, выполненных Б. В. Дерягиным, П. А. Ребиндером и многими другими авторами, с несомненностью вытекает, что даже в тончайших, не воспринимаемых зрительно щелях, раскрытие которых превышает величину порядка 0,2—2 *μ*, может находиться вода в обычном свободном состоянии, и лишь пленки воды, прилегающие к поверхностям, будут содержать воду в связанном состоянии. Толщина этих пленок в щели будет колебаться приблизительно в пределах до 2 *μ*. В трещиноватых породах в зависимости от характера твердой поверхности, степени загрязненности воды, явлений химизма на поверхности твердого тела и его взаимодействия с водой эта общая толщина пленок связанной воды может меняться, но порядок толщины будет измеряться микронами и во всяком случае трещина более 4—5 *μ* будет содержать свободную воду. Эта свободная вода должна подчиняться обычным гидравлическим законам. Для нее не следует предполагать увеличение вязкости, вызываемое поверхностными силами, или же повышенное физическое сопротивление движению, так как эта вода находится вне радиуса действия молекулярных поверхностных сил. Следовательно, действие последних не только не должно привести к аномалиям в движении свободной воды, но и существенно необходимо для создания нормальных гидравлических условий движению, обязательно сопровождаемых прилипанием воды к гидрофильной поверхности. Последнее обстоятельство, определяющее отсутствие скольжения на границе твердое тело—жидкость, является, как известно, следствием действия молекулярных сил.

Резюмируя наши рассуждения, приходим к выводу, что, начиная с раскрытия трещин в 0,2—5 *μ*, а возможно и меньшего, трещиноватая порода может содержать свободную воду, и фильтрация по таким трещинам должна подчиняться нормальным гидравлическим закономерностям исследуемого нами напорного движения воды. Следовательно, при изучении этих закономерностей мы вправе пользоваться обычными правилами геометрического и кинематического подобия явления при сопоставлении и анализе движения воды в трещинах различных геометрических размеров и очертаний.

В щелях и трещинах с раскрытием менее 0,2—5 *μ* вода окажется связанной действием молекулярных поверхностных сил, причем сте-

пень их влияния будет резко нарастать по мере приближения к твердой поверхности и активизации ее поляризующего действия на диполи воды.

Работы Б. В. Дерягина установили, что в этих тонких слоях вода сопротивляется статическому трению, причем это сопротивление быстро нарастает при приближении к поверхности. Учитывая значительные давления, испытываемые тонкими слоями воды под воздействием «поверхностных сил», можно было бы предвидеть, что такая вода неспособна к передвижениям под воздействием обычных гидромеханических давлений. С ростом же гидромеханического давления выше этих нормальных значений возможно оторвать и привести в движение связанную воду, но движение такой воды будет происходить в пределах радиуса действия поверхностных сил, диктующих известную сопротивляемость воды сдвигу. Следовательно, такая «квазитвердая» жидкость будет находиться в состоянии скорее аналогичном состоянию твердого тела, когда последнее течет, будучи напряженным выше предела текучести сдвигу, чем в состоянии движения обычных свободных жидкостей. В этом смысле следует понимать относительность понятия водопроницаемости тел, в том числе и горных пород, о которой говорится во многих работах (Ф. П. Саваренский и др.). Обычная же в гидротехнике гидравлическая водопроницаемость имеет пределы, устанавливаемые, правда приближенно, но с достаточной для решения практических задач точностью.

Ясно, что, коль скоро в жидкости при ее переходе в тонких слоях в «квазитвердое» состояние появляется сопротивляемость статическому сдвигу, подобная жидкость перестанет подчиняться закону Паскаля и гидромеханическое давление не будет передаваться при обычных значениях последнего.

Исследования молекулярной физики в области «поверхностных сил» и адсорбционных явлений, ими вызываемых, не только позволяют установить наличие особого состояния связанной воды в отличие от свободной и провести их разграничение, но и показывают значительную (в пределах малых величин) подвижность этой границы. Адсорбционные процессы, определяемые степенью активности указанных сил, подчиняются искусственным изменениям. Так, например, известны вещества, активизирующие поверхностные силы. Понизители твердости, предложенные П. А. Ребиндером, практически используют возможность искусственного воздействия на степень активности адсорбционных сил в нужном для практических целей направлении.

Как же представляется и уточняется в свете всего сказанного понятие водопроницаемости трещиноватой породы?

Анализ этого понятия проведем применительно к случаю горной породы, водопроницаемой только по трещинам. Движение воды по трещинам предполагаем напорным при значениях градиентов давления, обычных в гидротехнике.

В гидротехнике порода называется водопроницаемой, если она способна пропускать по трещинам фильтрационный поток свободной воды. Свободная же вода, содержащаяся в трещинах, будет передавать гидромеханические давления. Следовательно, если порода водопроницаема, она будет непременно одновременно обладать как способностью пропускать через себя воду, так и передавать гидромеханическое давление.

Несмотря на ясность высказанного положения, легко допустить неправильную оценку водопроницаемости трещиноватой породы.

Практически о водопроницаемости судят по количеству профильтровавшейся воды, и порода считается водонепроницаемой, если она не дает измеримого количества воды. Однако, нетрудно убедиться, что возможны случаи кажущейся монолитности и водонепроницаемости, когда порода не дает практически измеримого количества воды, т. е. в изысканиях будет оценена, как водонепроницаемая, а, строго говоря, она будет породой, содержащей фильтрационный поток и передающей гидромеханическое давление, которое должно учитываться при проектировании. Проиллюстрируем сказанное примером.

Допустим имеется трещиноватая порода, содержащая трещины с открытием в 10 μ в количестве 20 *пог. м* на квадратный метр сечения, нормального фильтрационному потоку. По трещинам происходит фильтрация, подчиняющаяся закону Дарси, при градиенте, равном единице. Такая трещиноватая порода с тонкими, но весьма часто расположенными трещинами в 0,01 *мм* даст фильтрующий расход не более $0{,}64 \cdot 10^{-5}$ *см*^{3}/*сек* на 1 *пог. см* трещины, или, если перевести в слой воды, поступающий по всей площади поперечного сечения породы, то его толщина будет равна $1{,}28 \cdot 10^{-6}$ *см*/*сек**, или 0,0128 μ в секунду. Трещиноватая порода с таким поступлением

* Отвечает коэффициенту фильтрации $1{,}28 \times 10^{-6}$ *см*/*сек*.

воды по трещинам не даст заметной фильтрации и должна быть отнесена к практически нефильтрующей. Но трещина в 10 μ, пропускающая ничтожные расходы, свободно передает гидромеханическое давление.

В связи с изложенным, во избежание ошибочных суждений, необходимо помнить, что порода, практически не фильтрующая, может передавать или не передавать гидромеханическое давление. В первом случае она будет породой с кажущейся водонепроницаемостью. Во втором случае она действительно является водонепроницаемой средой, так как не имеет трещин, способных содержать свободную воду.

Мы видели, что даже тончайшие трещины могут содержать свободную воду. Поэтому практически любое скальное основание следует признать водопроницаемым, так как никогда не будет уверенности в отсутствии естественной или искусственной трещиноватости столь ничтожных раскрытий (под искусственной трещиноватостью понимаем трещины, получаемые в породе при производстве скальных выработок во время строительства).

Для краткости и простоты дальнейших формулировок условимся о следующей терминологии:

1. Порода называется водонепроницаемой по трещинам, если трещин нет или они настолько тонки, что не могут содержать в себе свободную воду. В обратном случае порода водопроницаема.

2. Порода называется практически нефильтрующей или для краткости «нефильрующей», если не дает практически измеримого количества фильтрата. В обратном случае порода является фильтрующей.

3. Порода называется водоупорной, если она не передает гидромеханического давления. В обратном случае она называется неводоупорной (исходим из термина «водоупор», практикуемого в гидрогеологии).

Следовательно, в этой терминологии всякая водонепроницаемая порода определится как нефильтрующая и водоупорная. Всякая водопроницаемая порода явится неводоупорной породой, а по количеству фильтрата может быть практически фильтрующей или нефильтрующей.

Имея в виду возможность породы практически нефильтрующей передавать гидромеханическое давление, некоторые авторы рекомендуют принимать в расчет гидромеханическое давление даже тогда, когда опыты над проницаемостью стенок скважин указывают на плотные породы, но буровые колонки позволяют заключить о наличии большого количества трещин.

Зададимся вопросом, следует ли действительно учитывать гидромеханическое давление во всех случаях породы практически нефильтрующей, но передающей гидромеханическое давление. Для этого следует рассмотреть водопроницаемость трещиноватой породы не в абсолютном выражении, а в относительном по сравнению с водопроницаемостью конструкции гидротехнического сооружения. Проще всего пояснить сказанное на примере, который мы берем из наших проработок вопроса передачи гидромеханического давления на бетонные обделки подземных гидротехнических сооружений, погруженных под уровень грунтовых вод.

Туннель гидростанции, значительно заглубленный под поверхность земли и под уровень грунтовых вод, расположен в трещиноватых изверженных породах, водопроницаемых по трещинам. Имеются фильтрующие и нефильтрующие участки, среди последних возможны как водоупорные, так и неводоупорные.

На отдельных участках туннеля предполагается инъекция в трещиноватую породу известково-вяжущего на глубину 3—4 *м* от облицовки с целью защиты бетона от углекислой агрессии грунтовых вод.

Применительно к конструкции отводящего туннеля задача сводится к фильтрации в одиночную дрену, через три (случай с инъекцией) или две (случай без инъекции) среды различной водопроницаемости. Следовательно, общим случаем явится фильтрация в одиночную дрену через многослойную среду. Форму дрены, схематизируя решение, можно принять круглой.

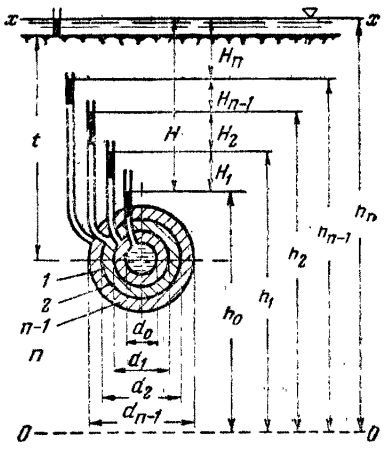
При решении поставленной задачи приняты следующие предпосылки и обозначения:

1. Режим фильтрации установившийся. Фильтрация по трещинам следует линейному закону сопротивления.

2. Свободная поверхность грунтовых вод представляет собой горизонтальную плоскость и линии фильтрационного потока, движущегося по направлению к дренажу, нормальны к этой плоскости.

h_n — напор грунтовых вод над плоскостью сравнения $O-O$.

3. Задача плоская. Область фильтрации состоит из n слоев, причем слои 1, 2, 3, ..., $(n-1)$ заключены между коаксиальными цилиндрическими поверхностями с диаметрами d_0, d_1, d_2, ..., слой n-ный заключен между цилиндрической поверхностью с диаметром d_{n-1} и поверхностью земли распо-



Фиг. 4. Расчетная схема фильтрации.

ложенной на высоте t над осью туннеля (фиг. 4).

4. Коэффициенты фильтрации слоев k_1, k_2, ..., k_{n-1}, k_n *м/сек*; среда в объеме каждого слоя однородна и изотропна по водопроницаемости.

5. Имеет место условие

$$t \gg d_{n-1}. \qquad (3,1)$$

6. На поверхностях раздела слоев напоры обозначены через h_1, h_2, ..., h_{n-1}; h_0 — напор на внутренней поверхности облицовки туннеля; каждый из этих напоров — величина постоянная в пределах соответствующей поверхности раздела. Другими словами, предполагается, что каждая поверхность раздела слоев является эквипотенциальной. Это предположение вносит весьма незначительную погрешность при соблюдении условия (3,1).

7. Q — фильтрационный расход, поглощаемый отсеком туннеля длиной L.

$H_1 = h_1 - h_0$ — напор, погасившийся в слое 1,

$H_2 = h_2 - h_1$ — напор, погасившийся в слое 2,

. . . . . .

$H_n = h_n - h_{n-1}$ — напор, погасившийся в слое n.

Полная потеря напора, равная действующему напору,

$$H = H_1 + H_2 + \ldots + H_n = h_n - h_0, \qquad (3,2)$$

R_1, R_2, ..., R_n *сек/м²* — фильтрационные сопротивления соответствующих слоев.

Для решения задачи напишем выражения фильтрационных сопротивлений всех n слоев.

Сопротивления концентрических колец различной водопроницаемости определяем по формуле для радиальной фильтрации через цилиндрические оболочки, а для области фильтрации между горизонтальной плоскостью, питающей грунтовый поток, и $n-1$ слоем рассчитываем по формуле

$$R_n = \frac{1}{2\pi L k_n} \ln \frac{t + \sqrt{t^2 - \left(\frac{d_{n-1}}{2}\right)^2}}{\frac{d_{n-1}}{2}} = \frac{1}{\pi L k_n} \operatorname{Arth} \sqrt{\frac{t - \frac{d_{n-1}}{2}}{t + \frac{d_{n-1}}{2}}}. \qquad (3,3)$$

Вывод формулы (3,3) для сопротивления при фильтрации в одиночную дрену цилиндрической формы при горизонтальной поверхности грунтовых вод излагается в решении многих задач (см., например, [Л. 4, стр. 178]). Поэтому его не приводим.

Пользование формулами для радиальной фильтрации дает приближенное решение, но достаточно точное, благодаря тому что $t \gg d_{n-1}$.

В таком случае искомые сопротивления определятся из следующих выражений:

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{1}{2\pi k_1 L} \ln \frac{d_1}{d_0}, \\ R_2 &= \frac{1}{2\pi k_2 L} \ln \frac{d_2}{d_1}, \\ &\ldots\ldots\ldots \\ R_{n-1} &= \frac{1}{2\pi k_{n-1} L} \ln \frac{d_{n-1}}{d_{n-2}}, \\ R_n &= \frac{1}{2\pi k_n L} \ln \frac{4t^*}{d_{n-1}}. \end{aligned}\right\} \qquad (3,4)$$

Кроме того, можно написать:

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= QR_1, \\ H_2 &= QR_2, \\ &\ldots\ldots \\ H_{n-1} &= QR_{n-1} \\ H_n &= QR_n. \end{aligned}\right\} \qquad (3,5)$$

Из (3,2) и (3,5) получаем:

$$H = Q(R_1 + R_2 + \ldots + R_n). \qquad (3,6)$$

---

* Это выражение может быть получено, например, из (3,3), если принять: $\sqrt{t^2 - (0{,}5d_{n-1})^2} \approx t$, что допустимо, поскольку имеет место условие (3,1).

Обозначим через h_i напор, действующий на внешнюю поверхность слоя i, где i — номер промежуточного слоя, выражающийся целым числом, заключающимся между 1 и n. Тогда можно написать выражение для суммарной потери напора в слоях от 1-го до i-го включительно:

$$h_i - h_0 = H_1 + H_2 + \ldots + H_i = \\ = Q(R_1 + R_2 + \ldots + R_i). \qquad (3,7)$$

Обозначая через φ_i относительную потерю напора в процентах от H, т. е.

$$\varphi_i = \frac{h_i - h_0}{H} \cdot 100, \qquad (3,8)$$

будем иметь:

$$\varphi_i = \frac{R_1 + R_2 + \ldots + R_i}{R_1 + R_2 + \ldots + R_i + \ldots + R_n}. \qquad (3,9)$$

Заменяя здесь сопротивления через их выражения по (3,4), получаем окончательно общее выражение (3,10).

$$\varphi_i = \frac{\left(\frac{1}{k_1}\ln\frac{d_1}{d_0} + \frac{1}{k_2}\ln\frac{d_2}{d_1} + \ldots + \frac{1}{k_i}\ln\frac{d_i}{d_{i-1}}\right)100}{\frac{1}{k_1}\ln\frac{d_1}{d_0} + \frac{1}{k_2}\ln\frac{d_2}{d_1} + \ldots + \frac{1}{k_i}\ln\frac{d_i}{d_{i-1}} + \ldots + \frac{1}{k_n}\ln\frac{4t}{d_{n-1}}}. \qquad (3,10)$$

Формула (3,10) позволяет определять величины фильтрационных напоров, действующих на поверхностях контакта слоев разной водопроницаемости. Фильтрационный расход Q может быть определен из (3,6) или из (3,5) при помощи (3,4).

Применим полученные формулы для частного случая двухслойной среды, когда $n = 2$. Первый слой—бетон облицовки туннеля, второй слой—порода. Обозначениям, относящимся к первому слою, присвоим индекс $б$, а ко второму—$г$. Тогда

$$d_1 = d_б; \quad k_1 = k_б; \quad k_2 = k_г. \qquad (3,11)$$

После надлежащих подстановок из (3,10) получаем относительный напор, действующий по внешней поверхности бетонной облицовки (обращенной к грунту):

$$\varphi_б = \frac{100}{1 + \frac{k_б}{k_г} \cdot \frac{\ln\frac{4t}{d_б}}{\ln\frac{d_б}{d_0}}}, \qquad (3,12)$$

$$Q = \frac{2\pi LH}{\frac{1}{k_б}\ln\frac{d_б}{d_0} + \frac{1}{k_г}\ln\frac{4t}{d_б}} \qquad (3,13)$$

Рассмотрим числовой пример. Принимаем $d_б = 6{,}65$ *м*; $d_0 = 5{,}30$ *м*. Для этих значений диаметров и для различных глубин t и соотношения коэффициентов фильтрации $\frac{k_б}{k_г}$ вычислены по формуле (3,12) значения $\varphi_б$, сведенные в табл. 2.

Табличные данные представляют большой интерес, так как показывают, что при практически возможных отношениях $\frac{k_б}{k_г}$ напоры, действующие на обделку, могут существенно снизиться по сравнению с теми, которые получаются, если принять, как это обычно делается, что обделка водонепроницаема. Так, например, в случае, когда $t = 100$ *м*, при $\frac{k_б}{k_г} = \frac{1}{100}$, учет водопроницаемости обделки приводит уже к заметному снижению напора, испытываемого обделкой (около 15% от действующего напора); при $\frac{k_б}{k_г} = \frac{1}{10}$ получается значительное снижение напора, испытываемого

Таблица 2

$\frac{k_б}{k_г}$	$\varphi_б$ в % при		
	$t = 50$ *м*	$t = 100$ *м*	$t = 150$ *м*
0	100	100	100
$\frac{1}{10\,000}$	99,85	99,82	99,8
$\frac{1}{1\,000}$	98,5	98,2	98,0
$\frac{1}{100}$	87,0	84,8	83,5
$\frac{1}{10}$	40,0	35,7	33,6
$\frac{1}{1}$	6,25	5,27	4,81
$\frac{10}{1}$	0,663	0,553	0,503

обделкой (около 64% от действующего напора).

Рассмотренный пример наглядно иллюстрирует основную нашу мысль, заключающуюся в том, что на величину расчетного гидромеханического давления, передающегося на гидротехническое сооружение, влияет не абсолютное значение водопроницаемости породы, а ее отношение к водопроницаемости гидротехнического сооружения. Так, например, для конкретных условий рассмотренной задачи получилось, что в случае водопроницаемости трещиноватой породы (измеряемой коэффициентом фильтрации), превышающей водопроницаемость облицовки не более как в 10—20 раз, существенную часть действующего напора (до 50—70% от него) воспримет грунт, а гидромеханическое давление, испытываемое облицовкой, резко уменьшается по сравнению с тем, которое имело бы место при водоупорной облицовке.

При водопроницаемости породы и облицовки, близкой друг к другу, обделка в условиях рассмотренной задачи практически не воспримет вовсе гидромеханического давления. При бетоне же, значительно менее фильтрующем, чем окружающая порода, почти весь действующий напор будет воспринят облицовкой (например, при $k_б$, превышающем $k_г$ более чем в 100 раз).

Изложенное устанавливает основной принцип определения гидромеханического давления в любой точке фильтрационного поля разнородной среды, состоящей в самом общем случае из трещиноватой породы и сооружения, кладка которого проницаема для фильтрации.

Установленные зависимости показывают, что, рассуждая теоретически, можно при любой водопроницаемости породы освободить бетонную облицовку или бетонную кладку гидротехнического сооружения от тех величин гидромеханического давления, которые практически способны влиять на работу сооружения. С этой целью нужно подобрать соответствующим образом водопроницаемость бетона.

Однако, нельзя во всех случаях допускать фильтрацию через бетон, а в тех случаях, когда ее допускают, нельзя иметь значительный фильтрационный поток для капитальных гидротехнических сооружений, так как такая фильтрация даже неагрессивной воды снизит существенно сроки службы сооружения. В связи с этим обязательно соблюдение требования применять плотные гидротехнические бетоны. Сооружение же из такого бетона при средней и в особенности большой водопроницаемости породы будет достаточно водонепроницаемым по сравнению с породой и примет на себя большую часть действующего напора.

В свете всего сказанного совершенно ясен ответ на поставленный нами выше вопрос о том, всегда ли нужно учитывать гидромеханическое давление, передающееся при фильтрации через трещиноватую породу на гидротехническое сооружение. Очевидно, что в случае трещиноватой скалы, фильтрующей лишь по тончайшим трещинам, гидромеханическое давление следует учитывать только при конструкциях сооружений, водоупорных или близких к ним (не передающих гидромеханического давления). Обычную бетонную кладку, имеющую разнообразную капиллярную пористость и отдельные поры, доходящие до 20—50 μ, нельзя считать водоупорной, если не предусмотрены специальные гидроизолирующие мероприятия.

Даже при трещиноватой породе с большим раскрытием трещин, как мы видели на примере анализа работы обделки туннеля, возможны случаи, когда гидромеханическое давление передается на сооружение в незначительном размере.

Итак, анализ действия поверхностных сил на фильтрующуюся воду в трещинах горных пород показал, что в этом случае фильтрации, как и в зернистых грунтах, следует различать воду свободную и воду, связанную действием молекулярных сил. Первая вода во всем следует законам гидростатики, а ее движение должно подчиняться обычным законам гидравлики. Связанная же вода вовсе не движется или может передвигаться под воздействием молекулярных сил, гидромеханического же давления не передает. Граница между этими двумя состояниями воды пока устанавливается лишь приблизительно и зависит от ряда переменных факторов. Однако, пленки связанной воды при всех случаях практически настолько ничтожны по своей толщине, что даже в тончайших трещинах, размер которых равен 0,2—5 μ и более, будет содержаться свободная вода. Изучение закономерностей движения свободной воды в трещиноватой породе составляет основную задачу нашего дальнейшего исследования. Наличие же молекулярно связанной воды будет нами лишь учитываться в решении гидравлических задач движения свободной воды в трещинах.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ СВОБОДНОЙ ВОДЫ В ТРЕЩИНОВАТОЙ СРЕДЕ

В предыдущей главе были рассмотрены различные состояния воды в трещиноватой породе. Темой дальнейшего изложения является движение свободной воды в трещиноватой среде.

Трещиноватый грунт следует рассматривать как разновидность пористой среды, а движение свободной воды по трещинам представляет собой один из случаев фильтрации, под которой, согласно принятой в гидромеханике терминологии, подразумевается движение жидкости через пористую среду.

Вода рассматривается в пределах всей области фильтрации, как однородная, изотропная и несжимаемая жидкость, обладающая большой подвижностью.

Объемная деформация воды под действием сил давления характеризуется коэффициентом объемного сжатия $\beta_v = 5 \cdot 10^{-5}$ для давлений $1 \div 500$ *am* и коэффициентом температурного расширения $\beta_T = (14 \div 719) \cdot 10^{-6}$ для интервала температур $0 \div 100°$ С. Поэтому при рассмотрении движения воды в трещиноватой среде для обычно встречающихся в инженерной практике колебаний давлений и температур изменяемость объема воды весьма мала и ею практически можно пренебречь.

Важнейшим свойством воды, как реальной жидкости, является ее вязкость, т. е. способность сопротивления касательным усилиям.

Благодаря вязкости не только передается движение от слоя к слою, что выравнивает поле скоростей всего потока, но также происходит преобразование механической энергии потока в тепловую и ее рассеивание.

Рассматривая ряд твердых тел, приближающихся по наблюдающимся в них движениям к жидкостям, Шведов экспериментально установил для них следующее обобщенное выражение вязкости:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} + \tau_0, \qquad (4,1)$$

где τ — касательное напряжение;

μ — коэффициент вязкости;

$\frac{du}{dy}$ — производная скорости по нормали к ней;

τ_0 — предел упругости скашивания.

Чем больше твердое тело приближается по своим свойствам к жидкости, тем меньше τ_0, который для пластического состояния уже играет существенную роль, определяя поведение тела под влиянием действующих на него сил. Для свободной воды, как и для других жидкостей, $\tau_0 = 0$ и формула (4,1) превращается в выражение закона трения Ньютона, определяющего математически физическое понятие вязкости жидкости.

Если вернуться к представлениям о различных состояниях воды в трещиноватых породах, определяемых действием поверхностных молекулярных сил, то вполне закономерно считать, что для свободной воды $\tau_0 = 0$, а по мере увеличения действия поверхностных молекулярных сил его значение будет резко возрастать.

Как следует из изложенного, физическое состояние воды, как жидкости, определяется динамическим коэффициентом вязкости μ и плотностью ρ.

Руслом для изучаемого явления фильтрации служат трещины горных пород.

Трещиноватая порода, как среда, содержащая фильтрационный поток, рассмотрена детально в гл. II. Здесь же условимся о некоторых положениях, легших в основу дальнейших гидравлических исследований фильтрации воды в трещиноватых породах.

Принимаем трещиноватость настолько частой и разветвленной, что движение воды по отдельным трещинам сливается в единый фильтрационный поток, имеющий общее поле давлений и скоростей.

Как показывает личный опыт автора и указания различных литературных источников, во многих случаях горные породы имеют достаточно частые трещины, если учесть также и тонкую трещиноватость. Поэтому общая связность фильтрационного потока в трещинах, создающая единое фильтрационное поле, будет встречаться в природе достаточно часто. Но наряду с этим нередки случаи движения воды по изолированным трещинам.

Следующей предпосылкой является предположение трещиноватости однородной по фильтрационным свойствам для всей изучаемой среды, т. е. фильтрационные свойства горной породы не зависят от координат точки, для которой рассматривается фильтрация. Далее принимается трещиноватость по ее фильтрационным свойствам не только однородной,

но и изотропной, т. е. фильтрационные свойства трещиноватой породы не зависят от направления фильтрации.

Итак, в дальнейших исследованиях предполагается трещиноватость сплошная, образующая взаимно связанную систему путей фильтрации, а фильтрационные свойства трещиноватости однородными и изотропными или, что равносильно, одинаковыми для любой точки фильтрующей среды и для любого направления фильтрации. Результаты излагаемых исследований могут быть использованы и для других более сложных случаев фильтрации в трещинах, но мы ограничиваемся только рассмотрением наиболее простого случая трещиноватости — однородной и изотропной.

Для одномерной задачи, рассматривающей движение воды только в одном направлении, понятие изотропности формально отпадает. Но так как подобное рассмотрение является лишь условной схематизацией явления, то следует и в данном случае изучать пространственные свойства фильтрующей среды. В плоской задаче фильтрации рассматривается степень однородности и изотропности в данной плоскости. Но и при решении плоских задач, чтобы иметь возможность перейти к различным реальным случаям практики, которые всегда представляют пространственную задачу, следует рассмотреть трещиноватость в трех измерениях.

Итак, во всех случаях фильтрации следует рассматривать однородность и изотропность в пространстве.

При анализе движения свободной воды по трещинам, как об этом было сказано в гл. III, будет учитываться наличие воды, связанной «поверхностными» молекулярными силами. Эта вода не противопоставляется свободной воде, и ее наличие существенно необходимо для обеспечения обычных условий движения воды в русле.

Отметим попутно, что не следует смешивать воду, связанную поверхностными силами, с «мертвой водой», которую рассматривает акад. Н. Н. Павловский в своих исследованиях по фильтрации в рыхлых грунтах [Л. 42]. Акад. Н. Н. Павловский считает эту воду «почти неподвижной» (разрядка наша) и принимает, что «мертвая вода» следует гидростатическому закону, передает давление от одной трубки фильтрации к другой и, таким образом, связывает их в одно целое в отношении распределения давления внутри грунтового потока. Такую роль в условиях трещиноватой среды (так же как и в зернистой) в полной мере будет осуществлять только свободная вода.

В дальнейших исследованиях не изучается действие капиллярной воды, представляющей собой разновидность гравитационной воды. Более тонкие трещины в отношении своего воздействия на фильтрацию ничем качественно не будут отличаться от всех других трещин с большим раскрытием, если они погружены под свободный уровень безнапорного потока или являются путями движения для напорного фильтрационного потока. Только в зоне капиллярного насыщения, а также при естественной влажности трещиноватой породы, ниже ее предельного насыщения, вода, находясь под действием поверхностных молекулярных сил, будет в особом состоянии, характерном для так называемой капиллярной воды. Вопрос этот, как специальный и не имеющий прямого отношения к рассматриваемой здесь задаче напорного движения свободной воды в трещинах, из дальнейшего рассмотрения исключается. Этим, однако, ни в коей мере не умаляется значение капиллярных сил, действие которых на грунтовый поток в трещинах заслуживает самостоятельного рассмотрения.

Фильтрация воды в трещиноватой породе в той постановке вопроса, которая ему дана выше, представляет собой частный случай так называемой внутренней задачи гидродинамики, трактующей движение воды внутри твердых стенок, образующих русло.

Пользуясь классификацией русловых потоков проф. М. А. Великанова [Л. 5], данный случай следует отнести к напорным русловым потокам, когда поток со всех сторон ограничен твердыми стенками и движение диктуется разностью давлений на концах потока.

Большое разнообразие природной трещиноватости горных пород определяет возможность различных скоростей движения: от малых, свойственных преимущественно тонким трещинам, до более значительных, отвечающих трещинам больших раскрытий. Следовательно, естественно ожидать при фильтрации в трещиноватых породах как ламинарного, так и турбулентного режимов. Существование того или другого режима движения для данной жидкости будет находиться в зависимости от трещиноватости и от действующих градиентов давлений.

Решение рассматриваемой задачи гидродинамики сводится к определению силы сопротивления движению.

Теоретическая схема решения заключается в интегрировании дифференциальных уравне-

ний гидродинамики для определения поля скоростей при заданных пограничных условиях. Затем после определения поля вихрей находится диссипация энергии и по ней для принятой характерной скорости определяется сила сопротивления. Однако, такое решение задач гидродинамики возможно только для ламинарного движения и то для простейших случаев, когда отсутствуют силы инерции или они пренебрежимо малы. В этом случае общие дифференциальные уравнения гидродинамики превращаются в линейные, поддающиеся разрешению, а количество уравнений соответствует количеству неизвестных.

При решении задачи фильтрации в трещиноватой породе такой путь исключается, так как форма русла сложна и необходимо наряду с режимом ламинарным рассмотреть режим турбулентный. Как увидим из дальнейшего изложения, даже в пределах ламинарного режима после некоторого условного предела величины скорости в целом ряде случаев при скоростях, больших этого предела, нельзя пренебрегать силами инерции, так как их влияние достигает практически значимых величин, и, следовательно, не представляется возможным разрешить дифференциальные уравнения гидродинамики.

Поэтому практически возможным путем исследования фильтрации воды в трещиноватых породах является экспериментальный метод. Определение силы сопротивления движению базируется при этом на методе анализа размерностей и данных опытов. Перенос же результатов опыта на натуру производится на основе законов подобия.

Рассматривая задачу фильтрации в трещиноватой породе как один из случаев руслового потока, возможно приложить к ней известные закономерности силы сопротивления, установленные опытным путем для других случаев руслового потока жидкости при различных режимах движения.

Определить силу сопротивления для данного вида движения жидкости в самом общем виде это значит найти ее функциональную зависимость от скорости и прочих факторов, определяющих движение. Обычно принято выражать зависимость между перечисленными факторами в виде явной функции гидродинамического сопротивления w от скорости движения v, именуя тип этой функциональной зависимости законом сопротивления

$$w = \phi(v). \tag{4,2}$$

Параметры зависимости (4,2) будут отражать влияние русла и свойств жидкости на гидродинамическое сопротивление.

Рассматривая задачу фильтрации в трещинах как одну из частных задач гидродинамики и учитывая вероятность режимов как ламинарного, так и турбулентного (при имеющемся многообразии размеров трещиноватости), следует ожидать в практически интересующих нас пределах действующих давлений как линейного закона сопротивления, когда сопротивление пропорционально первой степени скорости, так и квадратичного закона сопротивления, когда сопротивление движению пропорционально второй степени скорости.

Как и в других случаях, движение с линейным законом сопротивления перейдет по мере возрастания скорости в движение с квадратичным законом сопротивления, причем характер переходной области и факторы, его определяющие, а также количественные показатели, ограничивающие зоны с различными режимами, подлежат исследованию и определению. Можно по некоторым общим соображениям, о которых более подробно говорится далее, ожидать, что переходная область от режима с линейным законом сопротивления к режиму с квадратичным законом сопротивления будет весьма растянутой или приближаться к мгновенному переходу у критического числа в зависимости от различной комбинации определяющих факторов.

При разрешении основного вопроса о силах сопротивления при фильтрации через трещиноватую породу в порядке постановки вопроса и прогноза ожидаемого явления следует прежде всего использовать весь богатый материал экспериментальных и теоретических исследований для прочих случаев русловых потоков. Такой путь в особенности ценен в связи с тем, что данная задача не подчиняется теоретическому решению в общем виде и должна исследоваться в основном экспериментально.

В результате опытов с круглыми трубами была предложена следующая зависимость силы сопротивления от скорости

$$w = \bar{a}\bar{u} - \bar{b}\bar{u}^2. \tag{4,3}$$

Тот же вид зависимости для движения воды в трубах записывается обычно в следующем виде:

$$r = \frac{J}{u} = a' + b'\bar{u}. \tag{4,4}$$

Экспериментальные исследования с тонкими трубами показали, что в широком диа-

пазоне значения u имеет место линейная зависимость силы сопротивления от скорости

$$w=a\bar{u}. \tag{4,5}$$

Как нетрудно видеть, выражение (4,5) является частным выражением формулы (4,3), показывающим, что для малых скоростей потока член $b\bar{u}^2=0$.

Квадратичный закон сопротивления, выражаемый формулой

$$w=b\bar{u}^2, \tag{4,6}$$

является также частным случаем зависимости (4,3) при $a\bar{u}$ достаточно малом по сравнению с $b\bar{u}^2$, для сравнительно больших значений u.

Зависимости (4,3), (4,5) и (4,6) представляют собой три типа гидродинамического сопротивления.

Если фильтрацию через зернистую среду уподобить движению воды в тонких трубках, то выражение сопротивления в форме (4,3) может быть записано в виде

$$w=av+bv^2, \tag{4,7}$$

где v — скорость фильтрации.

Вследствие малости величины скорости фильтрации и возможности пренебречь малой величиной второго порядка получается выражение

$$w=av. \tag{4,8}$$

Для определения сопротивления при фильтрации через пористую среду в курсах гидравлики приводится также зависимость

$$w=av+bv^2+cv^3, \tag{4,9}$$

которая шире характеризует явление фильтрации.

Для большего удобства исследования перейдем к безразмерным числам. В таком случае получим следующие выражения вышеприведенных закономерностей:

$$fRe=A+BRe; \tag{4,10}$$

$$fRe=A; \tag{4,11}$$

$$f=B; \tag{4,12}$$

$$fRe=A+BRe+CRe^2, \tag{4,13}$$

где коэффициент сопротивления f и число Рейнольдса Re в общем виде определяются так:

$$f=\frac{2Jlg}{v^2}. \tag{4,14}$$

$$Re=\frac{vl}{\nu}; \tag{4,15}$$

здесь l—характерная длина.

Акад. Н. Н. Павловский в своей капитальной работе «Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения» [Л. 42], пользуясь основными уравнениями гидродинамики реальной жидкости, дает теоретическое объяснение линейному закону сопротивления, представленному выражением (4,11). Тем самым акад. Н. Н. Павловский связал явление фильтрации в зернистой среде с основными положениями гидромеханики реальной жидкости, что позволило ему сделать ряд важных выводов и обобщений о характере движения и факторах, его определяющих (режиме ламинарном и турбулентном, критических числах, влиянии на фильтрацию температуры и пр.). Проф. М. А. Великанов останавливается весьма подробно во многих своих работах, посвященных динамике русловых процессов, на вопросе установления наиболее правильного выражения закона сопротивления в различных случаях руслового потока. Путем общего анализа дифференциального уравнения движения вязкой жидкости им доказывается [Л. 5 и 6], что решение этих уравнений должно привести к уравнению вида (4,10). Основываясь на этом, проф. М. А. Великанов считает выражение (4,10) «стандартным уравнением», так как оно имеет силу для потоков любой формы и типа, если принять обобщающее допущение, что параметры этого уравнения не постоянные величины, а некоторые слабо изменяющиеся в сравнительно малых пределах функции числа Рейнольдса [Л. 5].

В большинстве исследований фильтрации в зернистых грунтах предлагается выражать закон сопротивления не в виде двучлена, а в виде степенной функции. В этом случае закон сопротивления запишется так:

$$w=av^n. \tag{4,16}$$

Переходя к безразмерным числам, получим:

$$f=\frac{A}{(Re)^n}, \tag{4,17}$$

где n будет меняться от 1 до 0. Предельные значения отвечают соответственно ламинар-

ному безинерционному движению и вполне турбулентному движению.

В последующих главах дается анализ указанным двум способам выражения закона сопротивления (в виде двучлена или степенной функции) и выбирается наиболее целесообразный для решения практических задач гидротехники, связанных с фильтрацией и ее воздействием на сооружение. Здесь же ограничимся сказанным.

Для равномерного напорного движения фильтрационного потока сила сопротивления получает следующее выражение через градиент:

$$w = J\gamma. \tag{4,18}$$

Из (4,3), (4,5) и (4,6), пользуясь (4,7) и (4,18), получаем:

$$J = a_1 v + b_1 v^2, \tag{4,19}$$

$$J = a_1 v, \tag{4,20}$$

$$J = b_1 v^2, \tag{4,21}$$

где a_1 и b_1 равны коэффициентам a и b, деленным на γ.

Точно так же из (4,16) и (4,18) получим:

$$J = a_1 v^n. \tag{4,22}$$

Из формулы (4,22) при $n=1$ и $n=2$, т. е. для линейного и квадратичного законов сопротивления, придем к зависимости (4,20) и (4,21). Следовательно, $\sqrt[n]{\frac{1}{a_1}}$ будет представлять собой обобщенное выражение коэффициента фильтрации k, а $\frac{1}{a_1}$ и $\sqrt{\frac{1}{b_1}}$ — его значения для областей движения с линейным законом сопротивления и с квадратичным законом сопротивления. Отметим попутно, что $k = \sqrt[n]{\frac{1}{a_1}}$ в обобщенном его виде при n переменном, не равном 1 или 2, строго говоря, нельзя назвать коэффициентом фильтрации, так как он в таком обобщенном выражении теряет основное свое свойство и, как увидим из дальнейших наших исследований, не является величиной постоянной для заданных среды и фильтрата, а зависит также от скорости.

Выбранный нами путь гидромеханического анализа и рассмотрения явления фильтрации через трещиноватую породу в ряду различных случаев руслового потока приводит к утверждению, что по аналогии с другими случаями руслового потока она подчиняется обычным зависимостям силы сопротивления от скорости, выраженным уравнениями (4,10), (4,11), (4,12). А так как уравнения (4,11) и (4,12) можно рассматривать, как предельные для уравнения (4,10), то последнее можно предполагать и явится наиболее общим выражением закона сопротивления фильтрации через трещиноватую породу, формулы же (4,11) и (4,12), как предельные, будут справедливы соответственно при режимах ламинарном и вполне турбулентном. Строго теоретически эти пределы будут отвечать фильтрации через трещиноватые породы при числах Re, соответственно равных 0 и ∞.

К такой качественной оценке, предугадывающей результаты дальнейшего нашего экспериментирования, мы приходим, идя путем общего анализа дифференциальных уравнений гидродинамики, а не упрощенными аналогиями между фильтрацией и гидравликой трубопровода или других призматических русел, аналогиями, с точки зрения современного развития гидродинамики явно устаревшими.

Действительно, анализируя фильтрацию через трещины с точки зрения геометрии русла, следует отнести это движение к движению в руслах непризматической формы. В таком случае мы вправе игнорировать силы инерции только при плавно изменяющемся и весьма медленном движении, так как только в этой области малых скоростей силы инерции будут пренебрежимо малы. Отсюда же следует, что линейный закон сопротивления, отвечающий случаю интегрирования линеизированных дифференциальных уравнений гидродинамики (полученных приравниванием нулю инерционных членов уравнений), будет также справедлив только для этой области. Из тех же общих соображений вытекает, что по мере возрастания сил инерции должно наметиться постепенное отклонение от линейного закона, поскольку естественно ожидать постепенного возрастания сил инерции без качественных изменений режима. Режим движения, оставаясь ламинарным, все больше будет отличаться от ламинарно-безинерционного, которому строго отвечает только движение в руслах призматической формы.

После изменения режима движения и возникновения турбулентного перемешивания естественно предполагать подчинение фильтрации обычным законам гидравлики турбулентного потока.

Забегая несколько вперед, отметим, что дальнейшие эксперименты полностью подтвер-

дили данный здесь прогноз основных законов фильтрации через трещины, развивают его и дают ему количественное выражение.

Запишем факторы, определяющие силу сопротивления при фильтрации через трещиноватую породу.

I. Свойства жидкости, характеризуемые:
- а) коэффициентом вязкости жидкости . . . . μ
- б) плотностью жидкости . . . . . ρ
- в) ускорением силы тяжести . . . . . g

II. Геометрия русла, определяемая:
- а) стандартной длиной, характеризующей русло и живое сечение потока; принимаем в качестве стандартной длины среднеобъемное раскрытие щели . . . . . δ
- б) абсолютной шероховатостью трещин при данном типе шероховатости, выражаемой в случае шероховатости неплавной, угловатой средней величиной выступа . . . . e
- в) безразмерной, определяющей влияние типа шероховатости . . . . . Φ_T
- г) безразмерными Φ', Φ'', Φ''' и т. д., характеризующими в среднестатическом разрезе для данного типа трещиноватости влияние постепенных расширений, сужений и кривизны трещиноватости, а также местные потери от внезапных расширений и поворотов; все эти безразмерные условно запишем в виде обобщающего символа — безразмерной . . . . . Φ_M
- д) безразмерной, определяющей влияние удлинения пути фильтрации по сравнению с кратчайшим расстоянием между двумя любыми точками фильтрационного поля . . . . Φ_e
- е) безразмерной, определяющей трещинную порозность . . . . . m

III. Кинематика потока, выражаемая скоростью фильтрации v

В таком случае искомая функциональная зависимость (4,2) запишется в следующем развернутом виде:

$$w=\psi(\mu, \rho, g, \delta, e, \Phi_T, \Phi_M, \Phi_e, m, v). \quad (4,23)$$

Экспериментальное исследование фильтрации через естественные трещиноватые грунты для определения зависимости (4,23) представит непреодолимые трудности, так как в этом случае неизбежно одновременное изучение воздействия всех факторов.

Необходимо выделить основной простейший элемент сложного явления, дать для него модель и на такой модели изучить выделенный элемент сложного процесса. Затем, последовательно вводя новые факторы и соответственно усложняя модели, следует подойти к моделированию фильтрации через трещины в целом и к проверочным опытам, исследующим фильтрацию в трещиноватой породе, сначала искусственной, а затем и естественной. Такой путь исследований обеспечит изучение отдельного воздействия различных факторов на фильтрацию и одновременного их действия в различном сочетании, т. е. явится наиболее совершенным.

В качестве первичной модели фиктивного идеализированного грунта принимаем грунт, разбитый взаимно параллельными гладкими трещинами постоянного раскрытия δ и постоянной густоты. В основе такой модели грунта лежит простейший элемент сложного движения грунтовой воды по трещинам, представляющий равномерное движение воды через щель с гладкими стенками.

От этой модели трещиноватого грунта следует перейти к рассмотрению — теоретическому и экспериментальному — ряда моделей фиктивного грунта, которые в известной последовательности введут в действие все основные факторы, определяющие в совокупности режим фильтрационного потока в реальной трещиноватой породе. Такими моделями являются: 1) простейшая модель, охарактеризованная выше, но с шероховатыми стенками при искусственной и естественной шероховатости; 2) модель с расширяющимися и суживающимися гладкими и шероховатыми трещинами; 3) модели, изучающие влияние изломов и резкого изменения сечений на фильтрацию в трещиноватой породе; 4) модели, изучающие влияние заполнения трещин грунтом.

После изучения напорного движения на перечисленных простейших моделях следует перейти к исследованию фильтрации в моделях трещиноватой породы, содержащих пространственные системы трещин с различными геометрически правильными очертаниями. Для таких искусственных трещиноватостей правильность их геометрических форм и правильность их искусственной шероховатости позволяет подойти к определению фильтрационных свойств трещиноватой среды как путем теоретических расчетов по данным экспериментальных исследований на перечисленных выше элементарных моделях единичной трещины, так и непосредственным экспериментом с пространственной моделью трещиноватости. Сопоставление результатов даст проверку выводов, полученных из изучения явления по частям, и их синтез в едином представлении пространственной фильтрации через трещиноватую среду.

Последним этапом исследований явится экспериментальное изучение фильтрации в естественной трещиноватой породе с одновременным лабораторным опытным определением воздействия отдельных факторов или групп

факторов на фильтрацию в данной естественной трещиноватой породе.

Намеченный путь включает большой объем исследований, но только такое изучение фильтрации создает законченный анализ явления и позволит построить геометрию фильтрации в трещиноватой породе, которая вместе с изучением трещиноватости, как геологического фактора, обеспечит необходимую основу при решении различных гидротехнических задач.

Наши исследования, излагаемые ниже, охватили основные этапы изложенного плана и дали первые результаты лабораторного изучения фильтрации через трещиноватые породы.

ГЛАВА ПЯТАЯ

ФИЛЬТРАЦИЯ ВОДЫ В ЗЕРНИСТОМ ОДНОРОДНОМ ГРУНТЕ, КАК ПРЕДЕЛЬНЫЙ СЛУЧАЙ ДЛЯ ДВИЖЕНИЯ В ШЕРОХОВАТЫХ ТРЕЩИНАХ

3. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

При проведении опытов с шероховатыми щелями, образованными параллельными плоскостями из стекол с наклейкой на них однородных зерен Вольского стандартного кварцевого песка [1], было установлено, что в пределе с уменьшением раскрытия щели δ напорное движение в щели приближается к явлению фильтрации в зернистой среде. Отсюда возникла задача изучить детально фильтрацию через однородный зернистый грунт, как тот предел, к которому приближается напорное движение воды в шероховатых щелях при возрастании относительной шероховатости.

Изучение современного состояния вопроса фильтрации в зернистых грунтах и некоторые специально поставленные нами эксперименты в этом направлении оказались весьма полезными для исследования фильтрации через трещиноватую породу, поскольку удалось установить, что эти разновидности фильтрации имеют много общего.

При изучении и обработке материалов наших опытов с фильтрацией в зернистом однородном Вольском песке были использованы также результаты аналогичных лабораторных исследований проф. С. В. Избаша и работы других авторов, что отражено в нашей статье «О фильтрации в зернистых грунтах» [Л. 36], в которой дано изложение некоторых обобщений. Вышедший в свет в последующем труд акад. Л. С. Лейбензона «Движение природных жидкостей и газов в пористой среде» лишь укрепил наши выводы, изложенные в указанной статье.

В дальнейшем изложении рассматривается движение свободной грунтовой гравитационной воды, т. е. такой воды, которая, заполняя все поры, образует сплошное поле изменяющегося гидродинамического давления и скоростей и движется от точек с бо́льшим давлением к точкам с меньшим давлением. Наличие в зернистой среде воды, подчиняющейся силам молекулярного притяжения, хотя и будет учитываться, но по отношению к анализируемому гравитационному потоку явится водой, относительно неподвижной и в движении грунтовой гравитационной воды непосредственно не участвующей.

Движение грунтовой воды через поры зернистой среды рассматривается нами, как частный случай руслового потока. Фильтрующая среда, содержащая грунтовые воды, своими свойствами определяет форму, размеры и характер твердых стенок, образующих русло.

Беспорядочность размещения пор и неправильная их форма создают значительные изменения скорости движения и ускорений, а следовательно, и гидродинамических давлений жидкости при переходе от одной точки потока к близ расположенной. Не представляется возможным подчинить все эти изменения потока какой-либо закономерности, выраженной математическими зависимостями. К тому же в этом и нет практической необходимости, поскольку нас интересуют те общие закономерности движения грунтовой воды, для которых движение внутри пор при обтекании зерен следует рассматривать как вторичные процессы. Последние мы вправе не учитывать при переходе к рассмотрению общего движения грунтовой воды в зернистой среде, определяемой гидравлическим уклоном и скоростью фильтрации.

Решить рассматриваемую задачу гидродинамики — это значит найти силу сопротивления w для рассматриваемого случая руслового потока. Сложность и изменчивость очертания твердых стенок, ограничивающих водный поток, заставляют, так же как и для случая фильтрации через трещины (см. гл. IV), решать эту задачу экспериментальным путем. Для рас-

[1] Исследование явления фильтрации через щели излагается в гл. VI.

крытия внутреннего содержания закона сопротивления среды и его зависимости от различных факторов, определяющих фильтрацию, следует обратиться к рассмотрению геометрии фильтрации.

4. БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ЧИСЛА В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ

В современной физике (гидродинамике) и в различных областях технических знаний широко используются безразмерные числа, сводящие задачу нахождения функциональной зависимости между размерными переменными к определению тождественной функции между безразмерными величинами.

С целью найти соответствующие безразмерные числа и дать постановку задачи, используем метод анализа размерностей, как наиболее общий, применимый для всех режимов движения.

Исследования по геометрии фильтрации позволяют предвидеть те обстоятельства движения, которые своим воздействием определяют данный его вид. На движение грунтовой воды влияют следующие факторы:

1. Свойства грунта, как фильтрующей среды, определяемые в случае фиктивного (однородного по механическому составу) песчаного грунта, его средним диаметром d, объемной пористостью m, морфометрическими коэффициентами (выраженными в безразмерной форме).

Известно, что для фиктивного грунта пористость m не зависит от диаметра зерен. Ее изменения, являясь весьма сложной функцией взаиморасположения шаров, будет характеризовать лишь плотность укладки. Упрощая задачу, полагаем пористость m постоянной для всего фильтрующего поля, равной геометрической пористости, не зависящей от воздействия движения грунтовой воды на скелет грунта.

На движение грунтовой воды будет оказывать влияние шероховатость поверхности зерен и степень их округлости, измеряемые некоторыми безразмерными числами α и β, например отношением некоторого среднего приведенного выступа шероховатости к диаметру зерна и отношением наибольшего размера зерна к его наименьшему размеру.

Для простоты дальнейшего изложения влияние шероховатости и формы зерен будем обобщенно представлять одним символом Φ.

2. Свойства жидкости, определяемые плотностью ρ и коэффициентом вязкости μ или коэффициентом кинематической вязкости

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \qquad (5,1)$$

3. Силы, действующие на движущуюся воду, которые сводятся в рассматриваемом случае равномерного или слабо меняющегося движения к объемной силе сопротивления движению w и силе гидродинамического давления p.

4. Скорость фильтрации v, как величина, определяемая всеми обстоятельствами движения.

Решить данную механическую задачу движения — это значит найти функциональную зависимость между перечисленными величинами, отвечающую процессу движения грунтовой воды в зернистом грунте, т. е. найти функцию

$$F(w, v, m, d, \Phi, \mu, \rho) = 0 \qquad (5,2)$$

или

$$w = \psi(v, m, d, \Phi, \mu, \rho). \qquad (5,3)$$

Уравнения (5,2) и (5,3) содержат пять размерных постоянных и две безразмерных.

Пользуясь анализом размерностей, сведем задачу определения искомой функции между указанными семью величинами к задаче отыскания функции, тождественной первой и зависящей от четырех безразмерных величин.

Очевидно, что такое преобразование задачи представляет значительные преимущества, так как, во-первых, благодаря этому уменьшается количество переменных и упрощаются аналитические и экспериментальные исследования, во-вторых, что особенно важно, уточняется область возможного приложения результатов эксперимента.

Действительно, мы вправе пользоваться выводами и обобщениями, полученными из опыта в пределах охваченного им диапазона изменения безразмерных величин. Безразмерные величины можно представить, как произведение размерных величин в некоторых степенях. Следовательно, результаты опытных исследований окажутся справедливыми для весьма широкого диапазона изменения размерных величин, лишь бы эти величины укладывались в исследованный диапазон значений безразмерных величин, т. е., будучи подставленными в выражение безразмерных величин, давали бы их значения в пределах исследованного в опыте диапазона безразмерных величин.

Решение задачи перехода к безразмерным переменным производим обычным методом.

Запишем размерности величин, входящих в искомую функциональную зависимость, в системе CGS:

Сила сопротивления w $[w] = [M \cdot L^{-2} \cdot T^{-2}]$.
Коэффициент вязкости μ $[\mu] = [M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}]$.
Плотность ρ $[\rho] = [M \cdot L^{-3}]$.

Скорость фильтрации v $[v]=[L\cdot T^{-1}]$.
Диаметр зерна d $[d]=[L]$.
Величины m и Φ—безразмерные.

Примем за первичные единицы измерения L, v, ρ.

В таком случае, зная, что любая производная величина может быть выражена, как произведение первичных, в некоторых степенях, и пользуясь известным методом перехода от одних первичных единиц к другим, получим размерность тех же величин в новой системе измерений:

$$[w]=[L^{-1}\cdot v^2\cdot\rho],$$

$$[\mu]=[L\cdot v\cdot\rho],$$

$$[v]=[v],$$

$$[\rho]=[\rho],$$

$$[d]=[L].$$

Величины m, Φ—безразмерные.

Из изложенного следует, что взамен пяти размерных величин, приняв в качестве первичных величин L, v, ρ, получим две безразмерных величины:

$$\frac{wd}{v^2\rho}=\frac{Jd\gamma}{v^2\rho}=\frac{Jdg}{v^2}=f, \qquad (5,4)$$

$$\frac{\mu}{\rho dv}=\frac{1}{Re}, \qquad (5,5)$$

где $$Re=\frac{v\cdot d}{\nu}.$$

Следовательно, задача определения функции (5,2) заменяется эквивалентной задачей отыскания $F_1(f, Re, m, \Phi)=0$, причем обе функции тождественны.

Полученные безразмерные переменные общеприняты в решениях задач гидродинамики. Из них f представляет собой так называемый коэффициент сопротивления, а Re — число, аналогичное числу Рейнольдса для других видов русловых потоков.

Представив функцию F_1 в явном виде относительно f, получим в самом общем виде выражение искомой зависимости:

$$f=\varphi(Re, m, \Phi). \qquad (5,6)$$

Функциональная зависимость (5,6) для различных областей движения определяется ниже по данным экспериментальных исследований.

5. ПРОВЕДЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ[1]

Изучение законов сопротивления проводилось при равномерном напорном движении воды через однородный грунт.

Схема опытов следующая. Вода из подземного резервуара накачивалась в бак, снабжающий фильтрационную установку. Из бака вода поступала в прибор, состоящий из двух резервуаров — подающего и принимающего, между которыми помещался металлический цилиндр диаметром 32,8 *мм* и длиной 142 *мм*, на котором (на расстоянии 25 *мм* от краев цилиндра) устанавливались два отвода для измерения давления.

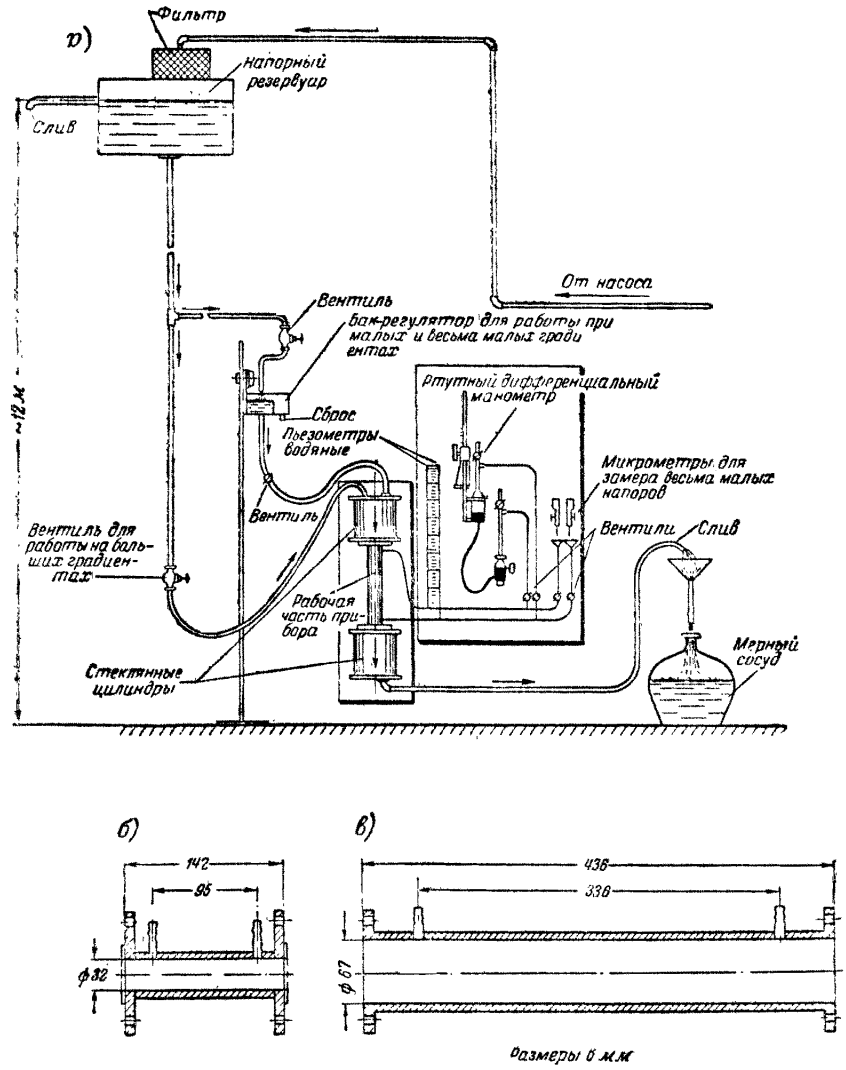
При переходе в опытах к фиктивному грунту с диаметром фракции 1,5—2 *мм* и более в приборе заменялся цилиндр для загрузки грунта на другой, бóльших размеров, с диаметром, равным 67 *мм*, и длиной 436 *мм*, при расстоянии между осями отводов к пьезометрам в 336 *мм*. Увеличение диаметра цилиндра производилось для снижения влияния стенок.

При работе с большими градиентами регулирование градиента и зависящего от него расхода производилось с помощью вентиля, расположенного на подающей воду трубе. При работе на малых градиентах для повышения точности регулирования градиентов напор верхнего бьефа определялся положением специального промежуточного бачка, передвигаемого и закрепляемого в различных положениях по высоте на вертикальной рейке. Схема установки показана на фиг. 5.

Опыт заключался в пропуске различных расходов, определяемых различными градиентами. Верхний предел полученных во время опытов значений числа Re лимитировался имеющимся в лаборатории напором, равным 12 *м*.

В опытах замерялись напоры по двум пьезометрам; разность их показаний давала потерянный напор Δh на известном пути L, равном расстоянию между осями пьезометров. Частное от деления Δh на L определяло средний градиент напорного движения воды J. При весьма малых Δh пьезометрические трубки оборудовались стеклянными воронками. Отметки горизонта воды в воронках определялись с помощью мерных микрометренных винтов. Специальные измерения показали, что погрешность в определении Δh с помощью

[1] Экспериментальные исследования проведены канд. техн. наук В. М. Насберг и инженерами М. Н. Терлецкой и В. А. Казаковым.



Фиг. 5. Схема опытной установки для исследования фильтрации в зернистых грунтах.

а — общая схема; *б* — рабочая часть прибора № 1; *в* — рабочая часть прибора № 2.

этих микрометров составляла не более 0,04—0,05 *мм*.

Параллельно с определением градиента J замерялся отвечающий этому градиенту расход Q, что при известной площади цилиндра позволяло определить скорость фильтрации. Одновременно производился замер истинной скорости фильтрации, т. е. средней скорости движения воды в порах грунта, с помощью красителя [1]. Кроме того, определялся диаметр однородного зернистого грунта d и объемная пористость его укладки в прибор m.

Грунт, использованный в опытах, характеризуется табл. 3. В этой таблице d_c выражает поперечник отверстий сит, послуживших для отсева заданной фракции зернистого грунта. Так, например, в опыте № 2 использован тот песок, зерна которого прошли через сито с отверстиями диаметром 2 *мм* и задержались на сите с отверстиями диаметром 1,5 *мм*.

Параллельно с ходом опыта строился первичный график зависимости v от J в виде логарифмической анаморфозы (фиг. 6).

Одновременно с построением графика подсчитывался коэффициент

$$k = \frac{v}{J}.$$

Рассмотрение числовых значений k и взаиморасположения опытных точек на первичном графике облегчало во время опыта выбор рациональной ступени последующего градиента.

6. ОБРАБОТКА ОПЫТНЫХ ДАННЫХ

Основной задачей обработки опытных данных являлось раскрытие функциональной зависимости (5,6).

Первый способ обработки заключался в графическом построении логарифмической анаморфозы зависимости (5,6). Для этого по оси x откладывалось значение $\lg Re$, а по оси y $\lg f$, затем по характеру анаморфозы находился тип функциональной зависимости. Такая обработка давала логарифмическую анаморфозу зависимости (5,6) в виде семейства кривых. Каждая опытная кривая этого семейства определяла f, как функцию Re при постоянном значении m и Φ, т. е. при заданных плотности укладки фиктивного грунта и морфометрических характеристиках зерен. Следовательно, пометками данного семейства являлась некоторая неизвестная функция ука-

[1] Вследствие недостаточного оборудования результаты измерения истинной скорости получились малой точности, в связи с чем из дальнейшего изложения они исключены.

Таблица 3

№ опыта	Характеристика исследованного грунта: Место взятия грунта, происхождение и цвет	Крупность частиц (отверстия сит) d_c, мм	форма отверстий в ситах	Средний вес одного зерна, г	Удельный вес грунта γ	Расчетный диаметр зерна d, мм	Объемный вес грунта (после укладки его в фильтрационный прибор) γ_1, г/см³	Коэффициент пористости m	Фильтрационный прибор: № прибора	Размеры рабочей части: Расстояние между пьезометрами l, см	Длина столба грунта L, см	Диаметр, D, см	Сечение ω, см²	Коэффициент для подсчета опытных данных в безразмерных величинах C_1	C_2
1	Вольск, речной песок, светлосерый прозрачный	0,54—0,76	Квадратные	$0{,}374\cdot10^{-3}$	2,585	0,65	1,640	0,365	1	9,5	14,2	3,28	8,45	1,25	1,62
2	Кобулети, морской песок, черный	1,5—2	Круглые	$4{,}18\cdot10^{-3}$	2,72	1,43	1,645	0,395	2	33,3	43,6	6,7	35,2	3,00	4,75
3	То же	2,5—3	»	$20{,}7\cdot10^{-3}$	2,68	2,45	1,695	0,367	2	33,3	43,6	6,7	35,2	4,93	6,25
4	» »	4—5	»	$118{,}7\cdot10^{-3}$	2,685	4,40	1,740	0,352	2	33,3	43,6	6,7	35,2	8,65	9,70
5	» »	5—7	»	$233\cdot10^{-3}$	2,67	5,50	1,695	0,365	2	33,3	43,6	6,7	35,2	11,0	13,8

Примечание. При вычислении C_1 принят кинематический коэффициент вязкости воды $\nu = 0{,}0131$ *см²/сек*, отвечающий температуре 10° С.

занных безразмерных характеристик фильтрационного потока m и Φ, а степень кучности семейства определяла масштабы воздействия этих факторов на взаимосвязь между f и Re, т. е. на фильтрационную способность грунта. Результаты представлены на фиг. 7.

Второй способ обработки преследовал цель дать в явном виде зависимость движения грунтовой воды от порозности m.

Анализируя движение воды в порах грунта и пользуясь результатами исследований по геометрии фильтрации, приходим к выводу, что изменение порозности m отразится на размерах сечений пор, длине пути фильтрации, относительной шероховатости, отчасти форме сечений и, как следствие, на скорости и распределении гидродинамических давлений в грунтовой воде. Для учета этого следует перейти к рассмотрению движения в порах и дать для фиктивной модели этого движения определение коэффициента сопротивления и числа Рейнольдса. В таком случае эти безразмерные определятся по формулам

$$f_m = \frac{2Jrg}{\overline{u}^2}, \qquad (5,7)$$

$$Re_m = \frac{\overline{u}r}{\nu}, \qquad (5,8)$$

где r — гидравлический радиус поровых каналов, а u — скорость движения воды в порах.

Отложив на осях x и y соответственно $\lg Re_m$ и $\lg f_m$, получим логарифмическую анаморфозу для выражения

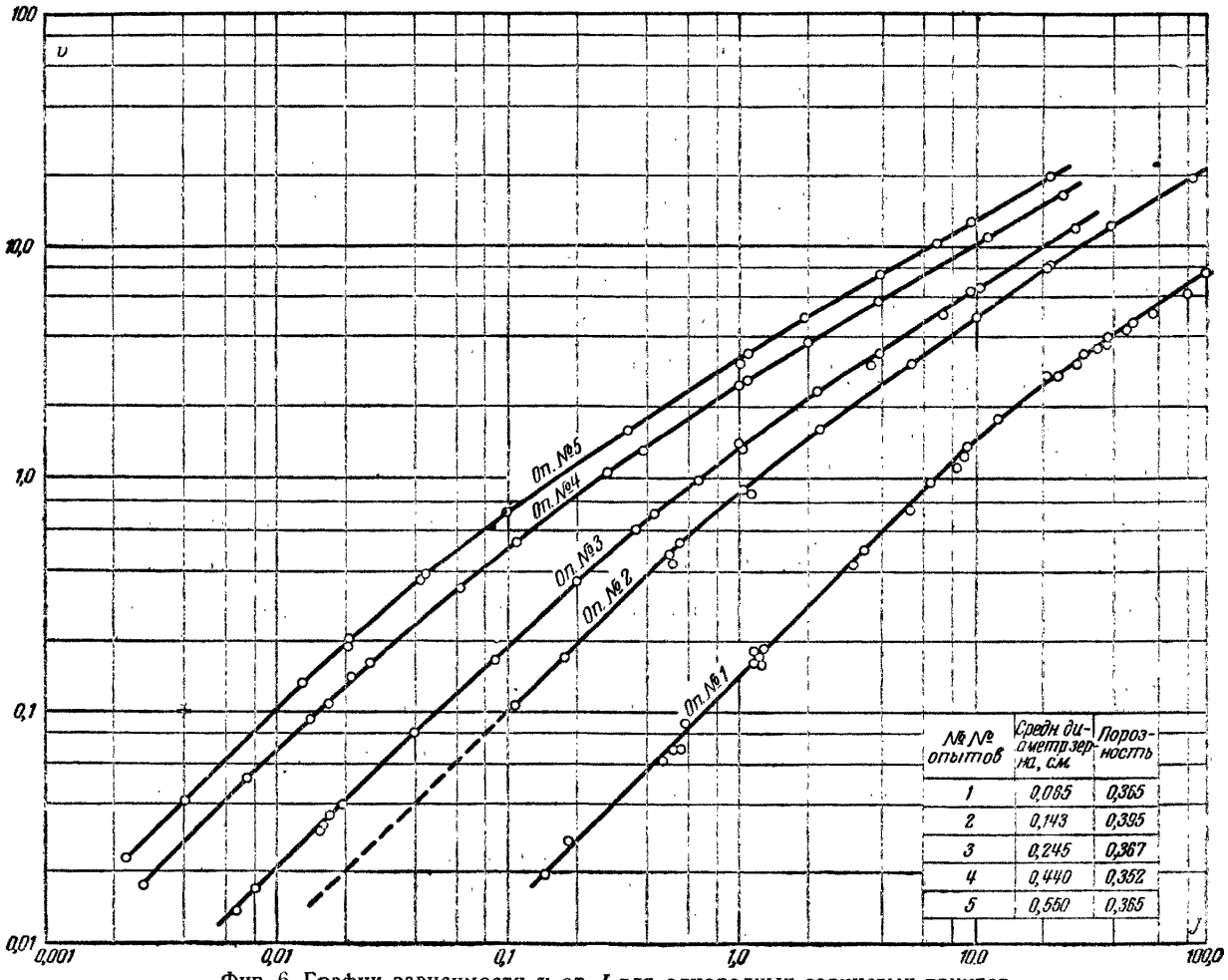
$$f_m = \varphi_m(Re_m, m, \Phi). \qquad (5,9)$$

Ясно, что функция φ_m должна быть тождественна функции φ выражения (5,6), поскольку обе они представляют собой лишь различные выражения для одной и той же зависимости между переменными (5,2), определяющей данный вид движения воды.

При такой обработке опытных данных возникает вопрос, как определять гидравлический радиус и истинную скорость фильтрации? За гидравлический радиус нами принято, расширяя несколько толкование этого понятия, отношение объема движущейся воды к смоченной поверхности ее контакта с неподвижным грунтовым скелетом. Осредняя значение гидравлического радиуса и упрощая его определение, пренебрегаем наличием относительно неподвижной воды и принимаем объем движущейся воды равным объему пор грунта, а смоченную поверхность равной полной поверхности зерен фиктивного грунта.

Рассмотрим объем грунта, равный единице. Объем пор в нем будет равен m, а объем зерен $1 - m$. Число зерен, содержащихся в единице объема,

$$n = \frac{1-m}{\frac{\pi d^3}{6}} = \frac{6(1-m)}{\pi d^3}, \qquad (5,10)$$



Фиг. 6. График зависимости v от J для однородных зернистых грунтов.

а их поверхность

$$S = \pi d^2 \frac{6(1-m)}{\pi d^3} = \frac{6(1-m)}{d}. \qquad (5,11)$$

Гидравлический радиус, равный отношению объема, занятого потоком, к поверхности ограничивающих стенок, определится из следующего выражения:

$$r = \frac{m}{S} = \frac{m \cdot d}{6(1-m)}. \qquad (5,12)$$

За истинную скорость фильтрации принята некоторая осредненная величина скорости движения воды в порах, определяемая из формулы[1]

$$\bar{u} = \frac{v}{m}. \qquad (5,13)$$

Подставляя r и $\bar{u}$ из (5,12) и (5,13) в выражения (5,7) и (5,8), получим искомые выражения безразмерных переменных:

$$Re_m = \frac{vd}{\delta(1-m)\nu} = C_1 v, \qquad (5,14)$$

$$f_m = \frac{m^3 g d}{3(1-m)} \cdot \frac{J}{v^2} = C_2 \frac{J}{v^2}, \qquad (5,15)$$

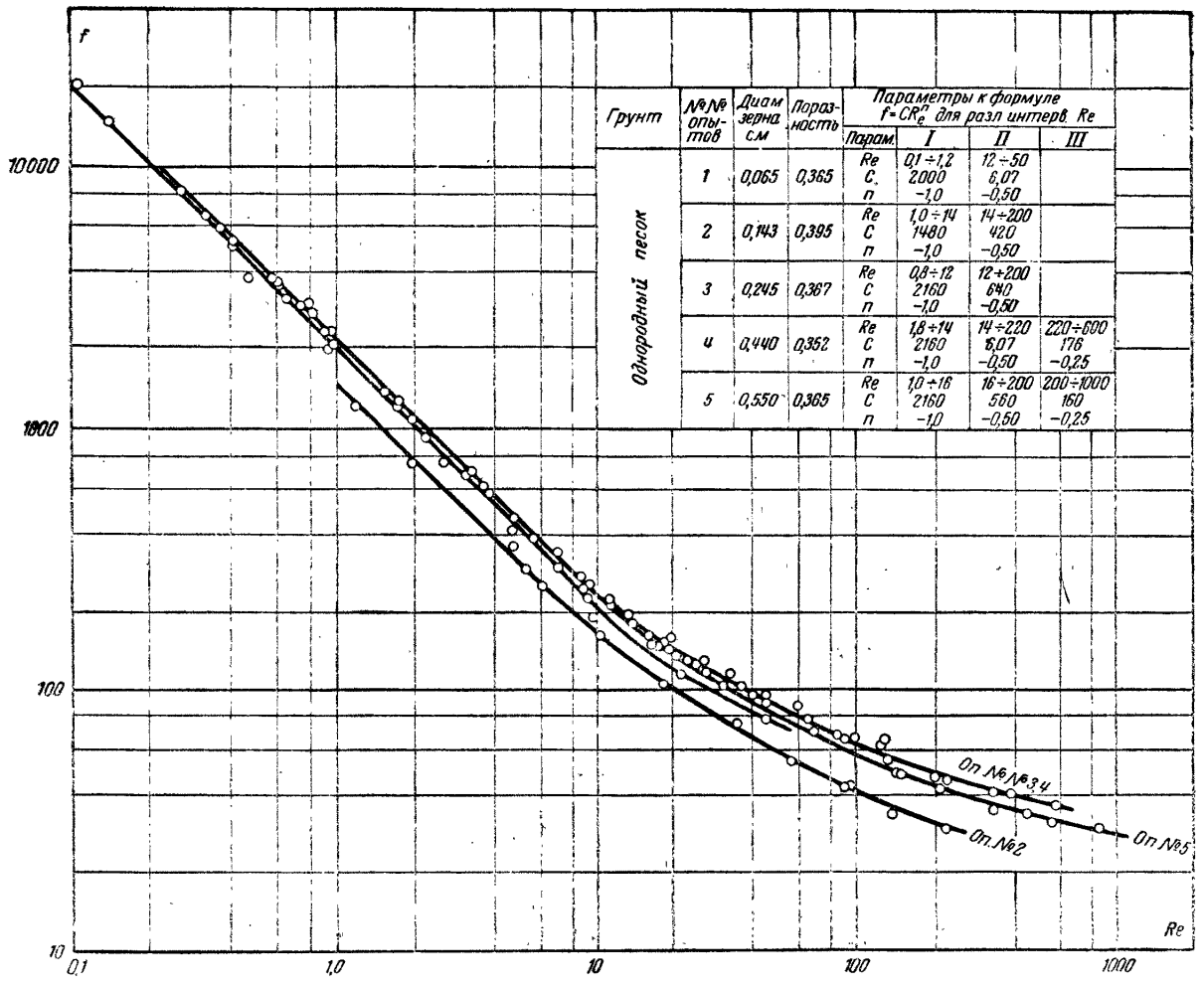
где для краткости приняты обозначения:

$$C_1 = \frac{d}{6(1-m)\nu}, \qquad (5,16)$$

$$C_2 = \frac{m^3 g d}{3(1-m)}. \qquad (5,17)$$

Подсчитанные по последним двум формулам значения C_1 и C_2 для наших опытов приведены в табл. 3.

[1] В формуле (5,13), если строго учитывать пространственные формы русла, следует принять $m^{2/3}$.



Грунт	№№ опытов	Диам. зерна см	Пористость	Параметры к формуле $f=CR_e^n$ для разл. интерв. Re			
				Парам.	I	II	III
Однородный песок	1	0,065	0,365	Re C n	0,1÷1,2 2000 −1,0	12÷50 6,07 −0,50	
	2	0,143	0,395	Re C n	1,0÷14 1480 −1,0	14÷200 42,0 −0,50	
	3	0,245	0,367	Re C n	0,8÷12 2160 −1,0	12÷200 6,40 −0,50	
	4	0,440	0,352	Re C n	1,8÷14 2160 −1,0	14÷220 6,07 −0,50	220÷600 1,76 −0,25
	5	0,550	0,365	Re C n	1,0÷16 2160 −1,0	16÷200 5,60 −0,50	200÷1000 1,60 −0,25

Фиг. 7. График зависимости $f=\varphi(Re, m, \Phi)$ для однородных зернистых грунтов (по опытам Ломизе).

Пользуясь выражениями (5,14) и (5,15), можно построить искомую логарифмическую анаморфозу выражения (5,9). Она представлена на фиг. 8.

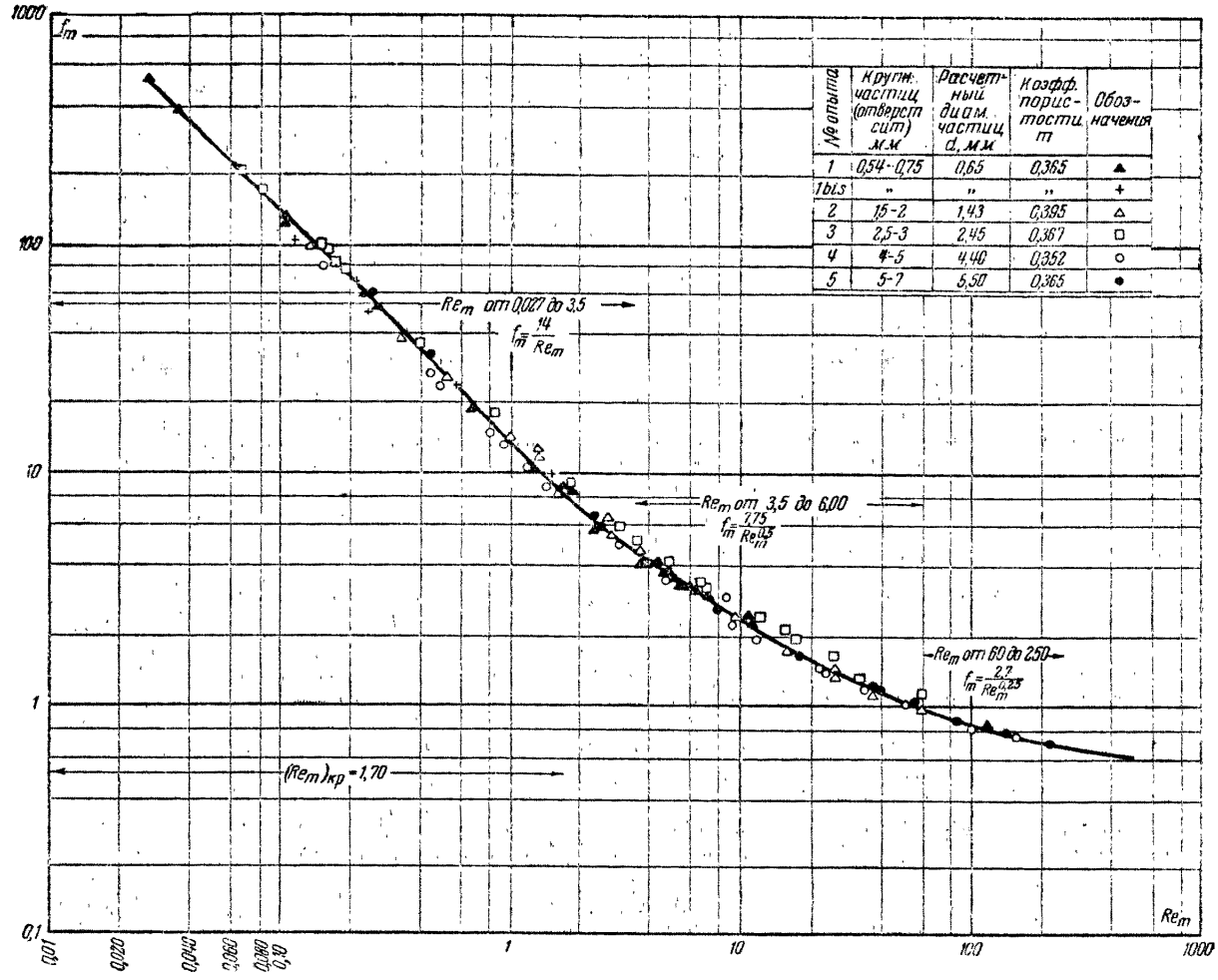
Как следует из вывода формул (5,14) и (5,15), они определяют в явном виде влияние изменения пористости m на размеры сечения поровых каналов, но не позволяют учесть в явном виде влияние изменения m на длину пути фильтрации, форму и шероховатость сечений. Обработка опытов по формулам (5,14) и (5,15) также не дает в явном виде влияния на движение морфометрического параметра Φ. График фиг. 8 показывает, что указанные влияния m и параметра Φ в наших опытах несущественны, что следует из весьма кучного размещения точек всех пяти опытов вдоль общей объединяющей и осредняющей результаты этих опытов кривой.

Третий способ обработки. Для выяснения соответствия наших опытных данных функциональным зависимостям (4,7) или (4,10) результаты опытов были представлены графически в следующем виде: по оси x отложены числа Re, а по оси y — fRe (фиг. 9 и 10) *. Полученные при таком построении кривые являются графическим выражением зависимости (4,10) или (4,13).

Дадим аналитическую интерпретацию графикам, полученным в результате трех способов обработки опытных данных.

Логарифмическая анаморфоза искомой функциональной зависимости (5,6) (фиг. 7)

* На фиг. 9 отложены значения числа Рейнольдса и коэффициента сопротивления по формулам (5,4) и (5,5), а на фиг. 10 — по формулам (5,14) и (5,15). Значки m при Re и f в таблице фиг. 10 опущены.



Фиг. 8. График зависимости f_m от Re_m для зернистых грунтов (по опытам Ломизе).

в пределах малых значений $Re < 0{,}5$—4 представлена семейством прямых, наклоненных к осям координат под углом 45°, с пометками прямых, функционально зависящими от значений m и Φ. Следовательно, функция (5,6) в этой области изменения значений числа Re представляет собой равнобокую гиперболу и выражается зависимостью

$$f = \frac{A}{Re}, \qquad (5{,}18)$$

где $A = \varphi(m, \Phi)$.

Как следует из формулы (5,18), при значениях $Re < 0{,}5$—4 справедлив линейный закон сопротивления движению, т. е. сопротивление пропорционально первой степени скорости фильтрации. Движение грунтового потока подчиняется в этом случае закону ламинарной фильтрации.

Из выражений (5,18), (5,4) и (5,5) следует:

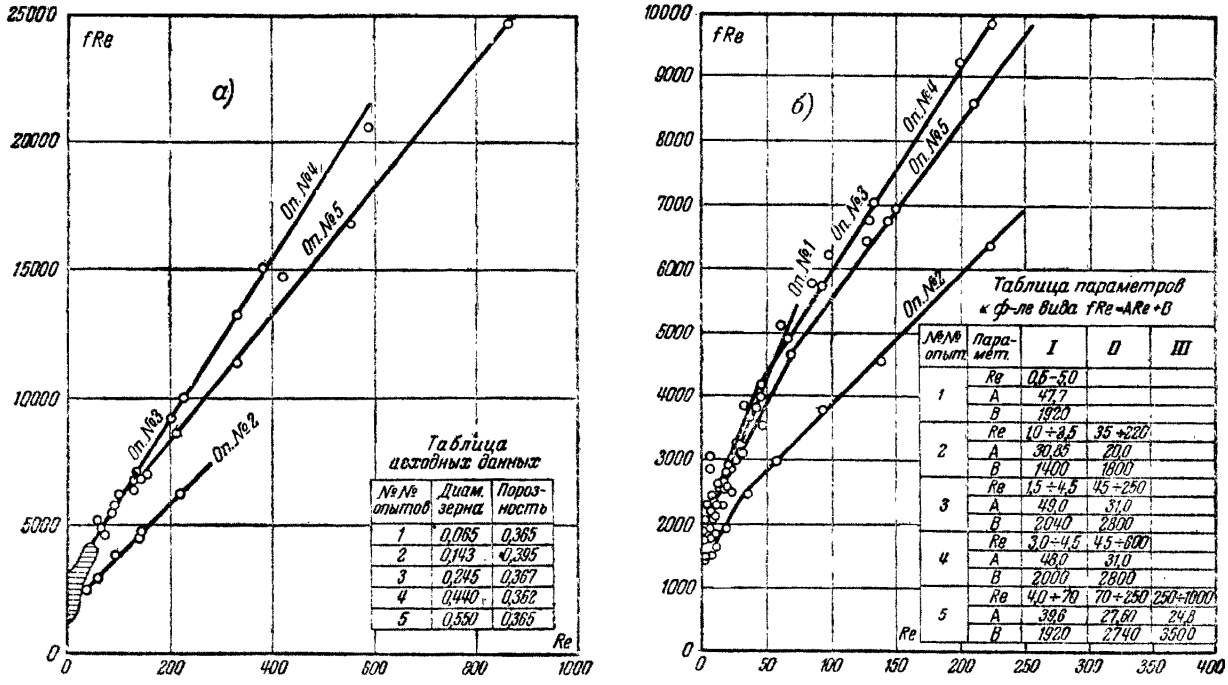
$$v = \frac{gd^2}{A\nu} \cdot J = k_1 J, \qquad (5{,}19)$$

где k_1 — коэффициент фильтрации при ламинарном режиме и линейном законе сопротивления.

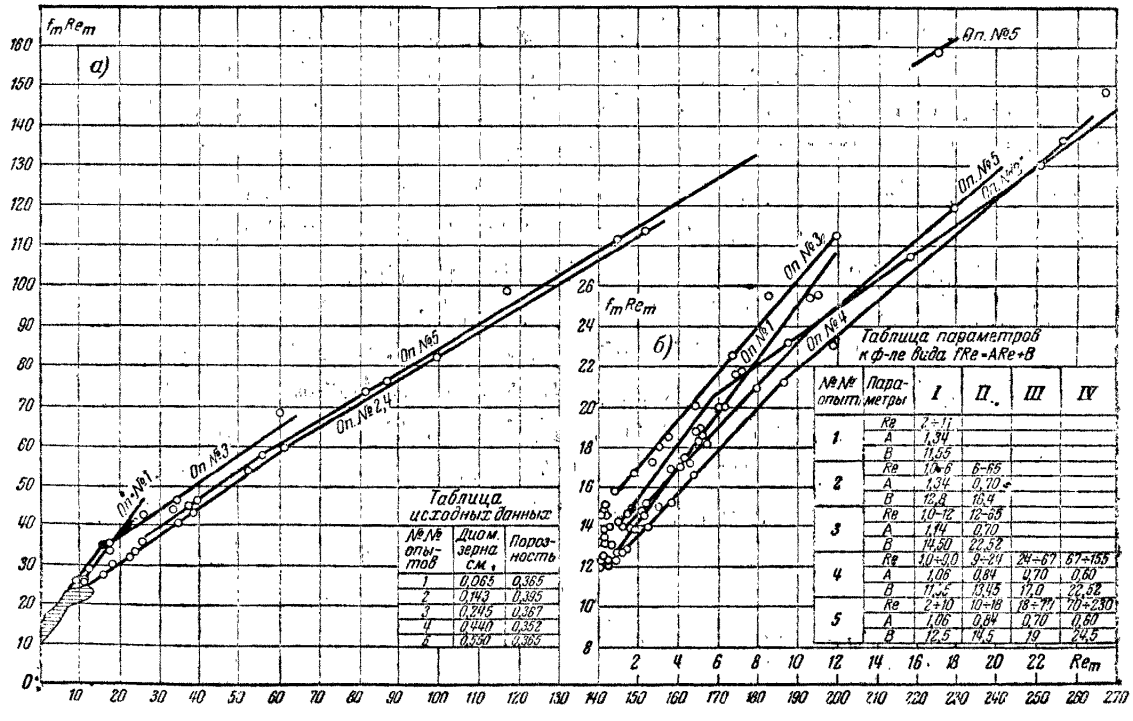
По мере дальнейшего роста числа Re зависимость f от Re постепенно отклоняется от гиперболической. В условиях нашего опыта не удалось довести поток до состояния, отвечающего постоянному значению f. Однако, по аналогии с результатами наших опытов с шероховатыми щелями можно утверждать, что f, начиная с некоторого значения числа Re, станет постоянным

$$f = B = \psi(m, \Phi), \qquad (5{,}20)$$

где $B = \text{const}$ для заданного значения m и Φ.



Фиг. 9. График зависимости $fRe = ARe + B$ для зернистых грунтов без учета порозности (по опытам Ломизе)
а — полный график; *б* — деталь графика в увеличенном масштабе.



Фиг. 10. График зависимости $fRe = ARe + B$ для зернистых грунтов с учетом порозности (по опытам Ломизе)
а — полный график; *б* — деталь графика в увеличенном масштабе.

Из (5,20) можно заключить, что движение в этой области следует квадратичному закону сопротивления.

Из выражений (5,20), (5,4) и (5,5), получим:

$$v=\sqrt{\frac{g}{B}dJ}=k_2\sqrt{J}, \qquad (5,21)$$

где k_2 — коэффициент фильтрации при турбулентном режиме и квадратичном законе сопротивления.

Между рассмотренными областями линейного и квадратичного закона сопротивления заключена весьма обширная промежуточная область переходного режима движения. Для нее можно принять:

$$f=\frac{C}{(Re)^n}, \qquad (5,22)$$

где C и n для каждой кривой семейства представляют собой некоторые функции от числа Re, а для всего пучка функцию от Re, m и Φ.

Выражения (5,18) и (5,20) следует рассматривать, как предельные для (5,22) при равенстве в пределах

$$C=A,\ n=1 \text{ и } C=B;\ n=0.$$

Значения c и n даны в таблице на фиг. 7. Каждый участок охватывает некоторый диапазон изменений числа Re, взятый из расчета наибольшего отклонения прямой от кривой, не превосходящего 10% от величины f.

График фиг. 8 аналогичен графику фиг. 7 с той лишь разницей, что по осям координат отложены $\lg Re_m$ и $\lg f_m$, определенные по (5,14) и (5,15), в связи с чем пометками кривых являются частные значения, главным образом, переменной Φ. Так как для исследованных нами песков различие в факторе Φ незначительно, то кривые всех пяти опытов слились в одну кривую, справедливую для всех испытанных нами грунтов.

Давая аналогичное предыдущему истолкование графика фиг. 8, заключаем, что для значений $Re_m < 1{,}7$* справедлив линейный закон сопротивления и

$$f_m=\frac{A_m}{Re_m}, \qquad (5,23)$$

где $A_m=\psi_m(\Phi)$;

A_m — для всех исследованных образцов с достаточной степенью точности можно принять постоянным и равным $A_m=14$.

Из выражений (5,23), (5,14) и (5,15) получим:

$$v=\frac{gd^2m^3}{18\,A_m\nu(1-m)^2}J=k_1J. \qquad (5,24)$$

Для области больших значений Re_m справедлив квадратичный закон сопротивления, следовательно,

$$f_m=B_m=\psi_m(\Phi), \qquad (5,25)$$

где $B_m=\text{const}$ для заданного значения Φ.

Для переходной области

$$f_m=\frac{C_m}{(Re_m)^n}, \qquad (5,26)$$

где C_m и n — некоторые функции от Re_m и Φ.

Значения этих коэффициентов для наших опытов в пределах отдельных участков изменения Re_m даны на фиг. 8 (принимая приближенно C_m и n постоянными для каждого участка изменений Re_m).

Графики, приведенные на фиг. 9 и 10, показывают, что для области переходной от линейного к квадратичному закону сопротивления уравнение $fRe=\varphi(Re)$ изображается кривой, следовательно, функция не ниже второго порядка. Здесь окажутся справедливыми зависимости (4,10) или (4,13).

Если разбить кривые на отдельные участки, то в их пределах кривые с достаточной степенью точности можно заменить прямыми, представляющими собой уравнения (4,10) с параметрами, отвечающими каждому участку. Поэтому при обработке графиков произведена такая замена и подсчитаны для каждого участка кривой коэффициенты A и B уравнения (4,10). Их значения даны в таблицах на фиг. 9 и 10.

7. НЕКОТОРЫЕ ОБОБЩЕНИЯ

Результаты исследования показывают прежде всего, что, как и следовало ожидать, движение грунтовых вод, представляя собой частный случай движения руслового потока и подчиняясь общим закономерностям, проходит последовательно различные по своему режиму области, от движения с линейным законом сопротивления до движения с квадратическим законом сопротивления.

* По осредненной кривой.

Фиг. 6 и 7, графически изображающие функциональную зависимость между факторами, определяющими движение, показывают, что для фильтрации в зернистом грунте характерен постепенный переход от области движения с линейным законом сопротивления к области движения с квадратичным законом сопротивления.

Следующей особенностью фильтрации в зернистых грунтах является значительный охват движения переходной областью от линейного к квадратичному закону сопротивления.

Для фильтрации через зернистую среду характерны совершенно иные, резко отличные значения числа Рейнольдса, отвечающего началу отклонения от линейного закона сопротивления, по сравнению с другими случаями русловых потоков (например, движение в трубах), изученными экспериментально различными исследователями. На это обстоятельство указывают в своих работах акад. Н. Н. Павловский, проф. В. В. Ведерников и другие.

Значительно меньшее значение верхнего предела применимости линейного закона сопротивления для движения воды в зернистых грунтах по сравнению с движением воды в гладких трубах и призматических руслах некоторые исследователи объясняли более ранним возникновением турбулентности, продиктованным влиянием извилистости и неправильности тех «фильтрационных трубок», по которым происходит движение грунтового потока.

При таком объяснении возникают сомнения, насколько вероятно столь раннее зарождение турбулентности и столь значительное влияние неправильности формы трубок на положение порога турбулентности.

Следует считать, что отклонение от линейного закона сопротивления объясняется не турбулентностью, а влиянием сил инерции, возникающих вследствие изменений сечения «фильтрационных трубок» и их извилистости.

Это влияние, начиная с некоторой предельной величины скорости движения грунтовой воды, вызывает отклонение от линейного закона сопротивления, справедливого для случая пренебрежимо малых сил инерции.

Наличие дополнительной причины, диктующей отклонение от линейного закона сопротивления, показывают также опыты с движением воды в трубах с попеременно расширяющимся и суживающимся поперечным сечением. Для таких труб опыты дали критическое число Рейнольдса, равное 544 [Л. 4].

Итак, в результате изучения данного вопроса приходим к выводу, что в случае движения воды в зернистой среде отклонение от линейного закона сопротивления начинается под воздействием сил инерции значительно ранее возникновения турбулентности и лишь затем вступает в действие также турбулентное перемешивание потока.

Изложенное представление о причинах, определяющих закон сопротивления движению, позволяет ввести понятие характерного числа Re и различать характерные и критические значения числа Рейнольдса. Под первыми мы подразумеваем значения числа Re, отвечающие началу или концу области движения с одним и тем же законом сопротивления. Критическими числами всегда будут значения числа Re, отвечающие изменению режима потока. Первые обозначаем через N, вторые — через $(Re)_{кр}$.

Как вытекает из сказанного ранее, N не всегда будет критическим числом, в то время как всякое критическое число непременно будет отвечать изменению закона сопротивления, т. е. явится также числом характерным.

Параллельное изучение движения в зернистых грунтах, в шероховатых и гладких щелях позволило получить постепенный и закономерный переход характерных и критических чисел от больших их значений, свойственных напорному движению в призматических руслах, сравнительно менее шероховатых, и до малых значений, отвечающих движению грунтовых вод через зернистую среду (в наших опытах через однородный песчаный грунт [Л. 34]).

Для значения N_1, представляющего собой число Рейнольдса, отвечающее началу отклонения от линейного закона сопротивления, можно получить различные величины в зависимости от того, какое принять выражение числа Re.

Ряд исследователей принимает:

$$Re^{I} = \frac{vd}{\nu}$$

В этом случае

$$N_1^{I} = \frac{(v_1)\,d}{\nu}. \qquad (5,27)$$

По нашим опытам число N_1^{I} получено равным $0{,}5 \div 4$. По опытам других исследователей оно может иметь значения $3 \div 6$.

Наши опыты устанавливают закономерную зависимость числа N_1^{I} от диаметра однородного грунта: чем меньше диаметр, тем меньше значение N_1^{I}. Это обстоятельство следует объяснить влиянием относительной шерохо-

ватости $\frac{e}{d}$, уменьшающейся с возрастанием диаметра зерна однородного грунта.

Безразмерное число Re можно выразить через осредненную скорость $\bar{u}_c$ и среднеобъемный гидравлический радиус r. В таком случае $Re^{II}=\frac{\bar{u}_c r}{\nu}$, и, как следует из (5,14), N_1^{II} определится из формулы

$$N_1^{II}=\frac{1}{6(1-m)}\frac{(v_1)d}{\nu}. \qquad (5,28)$$

Формула (5,28) отличается от (5,27) коэффициентом $\frac{1}{6(1-m)}$, учитывающим влияние пористости m.

N_1^{II}, определенное по (5,28) для наших опытов, оказалось равным 0,15—1,10, а по осредненной кривой 1,7 (фиг. 8).

Для сравнения приведем также определение N_1 по выражению числа Re, составленному для мест наибольшего сужения сечения пор и максимальных скоростей движения воды. Расчет ведем, пользуясь моделью фиктивного грунта и получаемыми для него формулами [Л. 28, 29 и 42].

Гидравлический радиус для наиболее узких пор, принимая их сечение за круг, определится из формулы

$$r=\frac{d}{2}\sqrt{\frac{1}{2\pi}\left(\sin\theta-\frac{\pi}{4}\right)}. \qquad (5,29)$$

Отношение между скоростью фильтрации и скоростью движения воды в узких порах

$$n=\frac{v}{u_{макс}}=\frac{\sin\theta-\frac{\pi}{4}}{\sin\theta}; \qquad (5,30)$$

здесь θ — угол граней ромбоэдра и связан с пористостью m следующим выражением:

$$m=1-\frac{\pi}{\theta(1-\cos\theta)\sqrt{1+2\cos\theta}}.$$

Число Re для наиболее узкого сечения пор

$$Re^{III}=\frac{\bar{u}_{макс}r}{\nu}. \qquad (5,31)$$

После подстановки в (5,31) значения r из (5,29) и значения $\bar{u}_{макс}$ через v из (5,30) получим:

$$N_1^{III}=\frac{\sin\theta}{\sqrt{8\pi\left(\sin\theta_1-\frac{\pi}{4}\right)}}\cdot\frac{v_1 d}{\nu}. \qquad (5,32)$$

Подсчитанные по формуле (5,32) N_1^{III} для наших опытов равны 0,25 — 2,0, т. е. примерно в 2 раза больше числа N_1^{II}.

Если отнести число Рейнольдса не к гидравлическому радиусу, а к диаметру наиболее суженного сечения пор, то величина N_1^{III} увеличится в 4 раза и будет равна 1 —8, что дает хорошее совпадение с другими исследованиями [Л. 4], в которых число Re выражено через диаметр трубчатых сечений. Акад. Н. Н. Павловский тем же путем получил формулу для определения критической скорости

$$v_{н.кр}=\frac{1}{6{,}5}(0{,}75\,m+0{,}23)\frac{\mu(Re)_{в.кр}}{\rho d}, \qquad (5,33)$$

откуда

$$(Re)_{в.кр}=\frac{6{,}5}{0{,}75\,m+0{,}23}\cdot\frac{v_{н.кр}d}{\nu}. \qquad (5,34)$$

При выводе формулы (5,34) за стандартную длину принят диаметр узкого сечения пор. При переходе от диаметра к гидравлическому радиусу получим:

$$(Re^{\pi})_{в.кр}=\frac{6{,}5}{3m+0{,}92}\cdot\frac{v_{н.кр}d}{\nu}. \qquad (5,35)$$

В формуле (5,35) сомножитель $\frac{1}{3m+0{,}92}$ представляет собою упрощенное выражение для $\frac{\sin\theta}{\sqrt{8\pi\left(\sin\theta-\frac{\pi}{4}\right)}}$ из формулы (5,32), дающее при расчетах погрешность менее 2% [Л. 42]. Следовательно, формула (5,35) отличается от формулы (5,32) лишь коэффициентом 6,5, который акад. Н. Н. Павловским введен в связи с тем, что им определялось верхнее критическое число по нижней критической скорости. Этот коэффициент получен, как отношение между верхним и нижним критическими числами из опытов с движением воды в трубах.

Если бы пожелали определить верхнее критическое число, то для этого все же неприемлемо применять формулу (5,35), так как отношение между нижним и верхним критическими числами, взятое из опытов с движением воды в трубах, нельзя непосредственно перенести на движение грунтовых вод вследствие известного своеобразия данного случая руслового потока и более сложных процессов,

порождающих отклонения от линейного и переход к квадратичному закону сопротивления.

Таким образом, при расчете N_1 для мест сужения пор следует пользоваться формулой (5,32), а еще лучше формулой (5,35), как более простой и достаточно точной, но без коэффициента 6,5 и заменив в ней $v_{н.кр}$ на v_1. Тогда получим:

$$N_1^{IV} = \frac{1}{3m + 0{,}92} \cdot \frac{v_1 d}{\nu}. \qquad (5{,}36)$$

Сравнительный анализ различных выражений для N_1 приводит нас к выводу, что N_1^{II} (5,28) является наиболее приемлемым. Его основное преимущество по сравнению с числом N_1^{I} (5,27) заключается в учете влияния порозности грунта m.

Числа N_1^{III} и N_1^{IV}, если строго следовать логике их вывода, будут справедливы лишь для m, отвечающего наиболее плотной укладке зерен (при $\theta = 60°$). Это положение вытекает из анализа выражения (5,29) для гидравлического радиуса, использованного при выводе формул (5,32) и (5,36), справедливого только при $\theta = 60°$.

Значение характерного числа Рейнольдса N_2, при котором движение переходит к квадратичному закону сопротивления, как указывалось, опытно не достигнуто. Учтя предельные значения Re, достигнутые в опыте, и применяя для N_2 те же обозначения I, II, III, IV, отвечающие различным выражениям числа Рейнольдса, получим $N_2^{I} > 1\,000$; $N_2^{II} > 250$; $N_2^{III} \approx N_2^{IV} > 500$.

Отношение $\frac{N_2}{N_1} > 250$. Большая величина этого отношения показывает значительный охват движения переходной областью, заключенной в пределах изменения Re от N_1 до N_2. Полученные значения N_1, определяющие верхний предел применимости линейного закона сопротивления, указывают на распространенность его практического приложения, несмотря на сравнительно малые значения числа N_1.

Большие значения N_2 показывают, что область движения с квадратичным законом сопротивления будет достигнута для зернистых грунтов лишь при весьма больших значениях градиента.

Для песков, гравия и даже гальки природного механического состава практически в гидротехническом строительстве редко встречается фильтрация, подчиняющаяся квадратичному закону сопротивления, за исключением случаев местных явлений резкого возрастания градиентов на отдельных участках фильтрационного поля давления, например, при подходах к дренажам или в так называемых особых точках.

Наличие в зернистых грунтах значительной переходной области с постепенным отходом от линейного закона сопротивления показывает, что закономерности изменения сил сопротивления (коэффициента сопротивления f) от скорости (числа Рейнольдса) больше отвечают случаю движения шара в жидкости, чем движению в трубах. Только при малых скоростях движения становится возможным пренебречь сопротивлением формы, не учитывать сил инерции. Устанавливающийся здесь линейный закон сопротивления фильтрации позволяет проводить аналогии между данным случаем руслового потока и движением в трубах, т. е. в призматическом русле. Следовательно, такая аналогия не охватывает всего многообразия явления при его рассмотрении в более широких пределах изменения числа Re, что существенно необходимо для гидротехники.

В своей книге «Движение природных жидкостей и газов в пористой среде» акад. Л. С. Лейбензон наряду с выводами формул фильтрации в зернистых грунтах, базирующимися на аналогии с движением воды в трубах, дает определение сил сопротивления, основывающееся на формуле Стокса, для силы сопротивления медленному движению шара в жидкости.

В грунте имеется обтекание не одного шара, а «цепочки соприкасающихся шаров», что приводит акад. Л. С. Лейбензона к рассмотрению сопротивления цепочки шаров, которая приближенно представляется помещенной в канале «с наружной цилиндрической поверхностью, проходящей через середину слоя жидкости, обтекающего цепочку шаров», и с внутренней также цилиндрической поверхностью радиуса, равного диаметру однородного зернистого грунта. Далее, принимая, что движение жидкости во всем поровом канале происходит так же, как и в самом узком месте этого канала, акад. Л. С. Лейбензон приходит к формуле для «проницаемости» зернистой пористой среды, аналогичной получаемой применением аналогии с движением воды в трубах, но значение коэффициента проницаемости оказывается в новой формуле в два раза больше.

Изложенная в настоящей главе методика обработки опытных данных по фильтрации в зернистых грунтах показывает, что из опыта, не прибегая к аналогии и основываясь на общих закономерностях русловых процессов,

можно непосредственно установить законы сопротивления при фильтрации через зернистую среду. Так же, как и в других задачах обтекания твердых поверхностей, при фильтрации через зернистую среду имеется область ламинарного потока, где преобладает сопротивление трения, область ламинарного потока, где заметное воздействие оказывает сопротивление формы, и область движения с вполне турбулентным режимом. Свойственное вполне турбулентному режиму перемешивание потока в зернистой среде наступает позднее отрыва струи от обтекаемых поверхностей и не сразу во всей массе потока. Эти обстоятельства и определяют плавность отклонения от линейного закона сопротивления и перехода к области с квадратичным законом сопротивления.

Руководствуясь изложенной выше качественной оценкой явления и применяя метод анализа размерностей и законы подобия, можно, не пользуясь аналогиями, найти расчетные формулы, определяющие силу сопротивления фильтрации в зернистой среде. Числовые же коэффициенты этих формул получаются непосредственно из опыта.

В связи с наличием при фильтрации через зернистую среду сильно развитой переходной области более общим выражением закона гидравлического сопротивления явится двучленная формула (4,10). Этим уравнением при постоянных параметрах A и B удается с достаточной степенью точности охватить область движения с широким диапазоном изменений числа Re.

ГЛАВА ШЕСТАЯ

НАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В ЩЕЛЯХ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПЛОСКИМИ СТЕНКАМИ

8. ИЗУЧЕННОСТЬ ВОПРОСА

Напорное движение воды в щелях с параллельными плоскими стенками теоретически исследовалось различными авторами только для случая гладких стенок и ламинарного режима. Экспериментальное изучение для случая гладких стенок производилось при ламинарном и турбулентном режимах. Влияние шероховатости не изучалось.

Теоретический вывод основных зависимостей для ламинарного режима (закон распределения скоростей и величина сопротивления) давался как более общим путем интегрирования основных дифференциальных уравнений движения вязкой жидкости, так и упрощенным методом. В приложении к задаче ламинарного движения воды в призматических руслах (трубах) уравнения движения превращаются в линейные вследствие равенства нулю инерционных членов. Дальнейшее упрощение решения вытекает из рассмотрения задачи, как плоской, и наличия движения только в одном направлении. Такое решение приводится, например, акад. Н. Н. Павловским [Л. 42] для призматических труб любого сечения и другими авторами. Указанным теоретическим путем при ламинарном течении в трубах прямоугольного сечения для секундного расхода получено выражение

$$Q=\frac{1}{12}\frac{\delta b^3}{\mu}\cdot\frac{dp}{dl}\times \times\left[1-\frac{192}{\pi^5}\cdot\frac{b}{\delta}\left(\operatorname{tg}h\frac{\pi\delta}{2b}+\frac{1}{3^5}\operatorname{tg}h\frac{3\pi\delta}{2b}+\ldots\right)\right], \tag{6,1}$$

здесь δ и b — стороны прямоугольника.

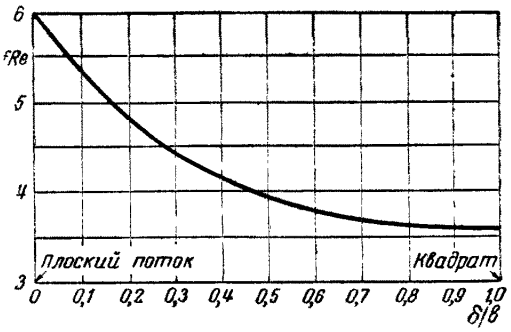
Введем безразмерные

$$f=\frac{2Jrg}{v^2};\quad Re=\frac{vr}{\nu}, \tag{6,2}$$

представляющие собой так называемый коэффициент сопротивления и число Рейнольдса, выраженные через гидравлический радиус r.

В таком случае, пользуясь выражением (6,1), можно подсчитать значения fRe для различного соотношения между δ и b и, в частности, для предельного случая, когда $\frac{\delta}{b}=0$, отвечающего движению воды в щелях неограниченных размеров. Результаты таких расчетов представлены на графике (фиг. 11).

Закон распределения скоростей и сила сопротивления для гладких щелей получены также путем решения дифференциальных уравне-



Фиг. 11. Закон сопротивления для ламинарного движения в прямоугольной трубе.

ний движения вязкой жидкости для напорного ламинарного движения в кольцеобразной щели. При этом рассматривался случай весьма узкой кольцевой щели, которая может быть принята ограниченной параллельными плоскостями. Упрощенный вывод тех же зависимостей для ламинарного движения в гладких щелях базируется на представлении о параллелеструйности потока и наличии скоростей только параллельных потоку. Определение напряжения сдвига между двумя скользящими поверхностями жидкости производится по закону Ньютона и скорость на стенке принимается равной нулю. Этот метод использован также нами при выводе основных формул для движения воды в щелях. В приложении к трубам он изложен, например, в работах проф. И. И. Агроскина.

Экспериментальные исследования движения воды в гладких щелях производились со щелями кольцевого сечения и с трубами прямоугольного сечения. При малом значении отношения $\frac{\delta}{b}$ размеров сторон прямоугольного сечения, пренебрегая сопротивлением боковых стенок, можно распространить результаты эксперимента с трубами прямоугольного сечения на случай движения между параллельными плоскостями неограниченных размеров.

Кратко основные итоги ранее производившихся исследований движения воды в щелях сводятся к следующему:

1. Напорное движение воды между параллельными стенками при ламинарном режиме в теоретическом отношении изучено достаточно полно для случая гладких стенок. Для случая гладких стенок имеются также экспериментальные исследования движения при ламинарном и турбулентном режимах. При шероховатых стенках законы движения воды совершенно не исследовались ни теоретически, ни экспериментально.

2. Для области ламинарного движения экспериментальные исследования дали результаты, хорошо совпадающие с теоретически выведенными зависимостями, устанавливающими линейный закон сопротивления.

3. Для области турбулентного движения закон сопротивления отвечает экспериментально установленному закону Блазиуса для труб круглого сечения (если в формуле Блазиуса число Re относить к гидравлическому радиусу).

4. Проведенные исследования достаточно полно характеризуют как ламинарный, так и турбулентный режим, но не отражают с должной детальностью переходного режима.

5. Полученные значения критических чисел для щелей с гладкими стенками существенно расходятся, что следует объяснить действием начальных возмущений и частными условиями того или другого опыта. Наиболее часто в этих опытах $Re_{кр} \approx 300$.

9. ЦЕЛИ НАШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Исследование движения воды в щелях разбивается на две части: в первой рассматривается равномерное напорное движение воды в щелях с параллельными гладкими стенками, во второй — тот же тип движения в щелях с шероховатыми стенками. Такое деление щелей на гладкие и шероховатые имеет служебное значение и не является принципиальным, так как шероховатость представляет собой понятие относительное и, как известно, стенки русла гладкие для одной области движения могут стать шероховатыми при иных условиях. Естественно также ожидать, что случай щелей с гладкими стенками является частным для более общего случая шероховатых стенок.

Определить напорное движение в твердых неизменяемых стенках — значит найти для него закон сопротивления движению от факторов, его определяющих, что в конечном счете принято выражать в виде зависимости силы сопротивления от скорости, из которой, как следствие, получается выражение для определения скорости движения. Аналогично тому, как это решалось для фильтрации через зернистую однородную среду (гл. V), функциональную зависимость между факторами, диктующими и определяющими движение, следует искать, сгруппировав количественные показатели этих факторов в безразмерные величины.

Методом нахождения безразмерных, общим для любого режима потока (ламинарного, переходного или турбулентного), явится анализ размерностей тех величин, которые своим действием определяют данный вид движения воды.

Равномерное напорное движение в щелях с гладкими или шероховатыми стенками определяют следующие факторы:

1. Сила сопротивления, равная силе гидродинамического давления на данный элемент движущейся жидкости (в нашем случае равномерного движения) w.
2. Коэффициент вязкости μ.
3. Плотность жидкости ρ.
4. Ускорение силы тяжести g.
5. Стандартная длина, характеризующая русло и живое сечение потока. В нашем случае за таковую принято раскрытие щели δ.
6. Абсолютная шероховатость щели, характеризуемая величиной выступа шероховатой поверхности e.
7. Некоторая безразмерная величина, определяющая тип шероховатости, зависящий от ее формы Φ.
8. Средняя скорость движения v.

Задача состоит в определении функциональной зависимости силы сопротивления от остальных величин, т. е. в раскрытии вида функции

$$w = F(\mu, \rho, g, \delta, e, \Phi, v). \qquad (6,3)$$

Решая затем уравнение (6,3) относительно v, получим выражение для скорости.

Функциональную зависимость (6,3) заменим тождественной ей функцией безразмерных величин.

Для этого, приняв систему измерений CGS, выразим в этой системе размерность величин, входящих в (6,3):

$$[w] = [M \cdot L \cdot T^{-2}],$$
$$[\mu] = [M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}],$$
$$[\rho] = [M \cdot L^{-3}],$$
$$[g] = [L \cdot T^{-2}],$$
$$[\delta] = [L],$$
$$[e] = [L],$$
$$[v] = [L \cdot T^{-1}],$$

$[\Phi]$ — безразмерная величина.

Найдем размерность тех же величин, приняв за систему первичных величин L, v, ρ.

В новой системе измерения те же величины будут иметь следующую размерность:

$$[w] = [L^2 v^2 \rho],$$
$$[\mu] = [Lv\rho];$$
$$[\rho] = [\rho],$$
$$[g] = [L^{-1} v^2],$$
$$[\delta] = [L],$$
$$[e] = [L],$$
$$[v] = [v],$$

$[\Phi]$ — величина безразмерная.

Следовательно, приходим к следующим безразмерным показателям движения:

$$\frac{w}{l^2 v^2 \rho} = \frac{kJ\gamma l}{v^2 \rho}$$

или

$$\frac{2Jrg}{v^2} = f;^*$$

$$\frac{\mu}{lv\rho} = \frac{\mu}{rv\rho} = \frac{1}{Re};$$

$$\frac{gl}{v^2} = \frac{1}{Fr}; \quad \frac{e}{\delta}; \quad \Phi.$$

В напорном движении можно не учитывать влияние силы тяжести, что позволяет исключить из дальнейшего рассмотрения безразмерную $\frac{gl}{v^2}$, представляющую собой величину, обратную числу Фруда.

Остальные безразмерные представляют собой число Рейнольдса (Re), коэффициент сопротивления движению (f), относительную шероховатость $\left(\frac{e}{\delta}\right)$ и некоторую безразмерную (Φ), характеризующую форму шероховатости.

Итак, чтобы решить задачу, необходимо вскрыть между указанными величинами функциональную зависимость, которая в самом общем виде запишется так:

$$f = \varphi\left(Re, \frac{e}{\delta}, \Phi\right). \qquad (6,4)$$

В случае исследования движения с одним заданным типом шероховатости в функции (6,4) Φ — становится постоянным. Тогда

$$f = \psi\left(Re, \frac{e}{\delta}\right). \qquad (6,5)$$

Выражения (6,4) и (6,5) тождественны выражению (6,3), поскольку они представляют собой лишь различную форму функциональной зависимости, характеризующей одно и то же движение.

В дальнейшем изложении определяется функция ψ для гладких и шероховатых щелей в предположении, что задана постоянная шероховатость.

Путь исследования для простейшего случая ламинарного режима при гладких стенках — как аналитический, так и экспериментальный.

---

* l — стандартная длина, равная r;
k — некоторый постоянный коэффициент, который в выражении безразмерной f может быть выбран произвольно. Для удобства сравнения с другими исследованиями напорного движения принимаем его равным 2.

Первый применяет методы элементарной гидравлики к нахождению зависимости между силой сопротивления и скоростью. Второй использует результаты проведенных опытных исследований с гладкими щелями, выполненных в лаборатории фильтрационного потока Грузинского научно-исследовательского института гидротехники и мелиорации (ГрузНИИГиМ), а также результаты экспериментов других авторов.

Путь исследования для шероховатых щелей — теоретико-экспериментальный, базирующийся на результатах наших опытов, выполненных в лабораториях ГрузНИИГиМ [1].

10. ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ВОДЫ В ЩЕЛЯХ

а) Цель, схема и объем опытов

Основной задачей опытов является экспериментальное определение законов сопротивления движения в щелях с гладкими и шероховатыми стенками при различных скоростях движения. Диапазон изменения скоростей в большинстве опытов устанавливался с таким расчетом, чтобы охватить ламинарный и турбулентный режимы, а также исследовать область переходную от ламинарного к турбулентному режиму.

Охват опытами областей движения с различными режимами позволял параллельно с изучением сопротивления движению фиксировать показатели напорного щелевого потока для характерных моментов отклонений и перехода движения от одной закономерности сопротивления к другой.

В опыте замерялись расходы, проходящие через модель щели, потерянный напор, отвечающий этому расходу на участке между двумя точками замера, и раскрытие щели δ, отвечающее данному опыту.

Хотя применявшийся прибор позволяет легко следить за возникновением турбулентности при запуске красителя, такие наблюдения, запроектированные по программе, не проводились.

Поэтому о переходе одного режима в другой можно судить лишь по наблюденным изменениям сопротивления движению, что, как указывалось в гл. V, не всегда может связываться с возникновением турбулентности движения.

Перечень опытов и охваченный ими диапазон изменения переменных величин, определяющих своим воздействием движение воды в моделях щелей, дается в табл. 4.

Таблица 4

Опытная модель	№ опытов	Исследованные области				
		J	Re	δ, *см*	e, *см*	$\frac{e}{\delta}$
Движение воды в гладких щелях	1	0,05—4,00	1,47—115	0,05	—	—
	2	0,585—2,63	5,72—261	0,08	—	—
	3	0,05—3,53	11,6—692	0,10	—	—
	4	0,035—6,74	13,8—1 330	0,122	—	—
	5	0,051—1,00	45,9—684	0,16	—	—
	6	0,01—1,00	19,9—1 075	0,215	—	—
	7	0,05—16,60	29,6—2 740	0,13	—	—
	8	0,0125—4,90	105—5 700	0,33	—	—
	9	0,0075—1,50	205—5 200	0,523	—	—
Движение воды в щелях с искусственной шероховатостью	1	0,2—13,10	3,03—81	0,068	0,055	0,810
	2	0,02—10,91	3,01—396	0,118	0,055	0,467
	3	0,05—10,59	31,2—892	0,168	0,055	0,327
	4	0,035—4,04	108,8—1 610	0,268	0,055	0,205
	5	0,10—9,75	10,2—255	0,128	0,110	0,862
	6	0,085—9,60	27,6—590	0,178	0,110	0,618
	7	0,05—8,59	52,6—1 080	0,228	0,110	0,482
	8	0,04—3,95	106—1 610	0,328	0,110	0,335
	9	0,055—11,27	19,70—542	0,205	0,175	0,854
	10	0,015—10,10	15,70—945	0,255	0,175	0,687
	11	0,02—7,27	38,20—1 800	0,305	0,175	0,574
	12	0,025—3,47	121,00—1 675	0,405	0,175	0,432
	13	0,0015—20,60	8,95—5 920	0,365	0,055	0,150
	14	0,005—11,40	184,00—7 620	0,491	0,055	0,120
	15	0,00152—2,81	74,60—9 080	0,800	0,055	0,059
	16	0,00025—1,065	44—8 170	1,017	0,055	0,054

б) Модель щели и схема лабораторной установки

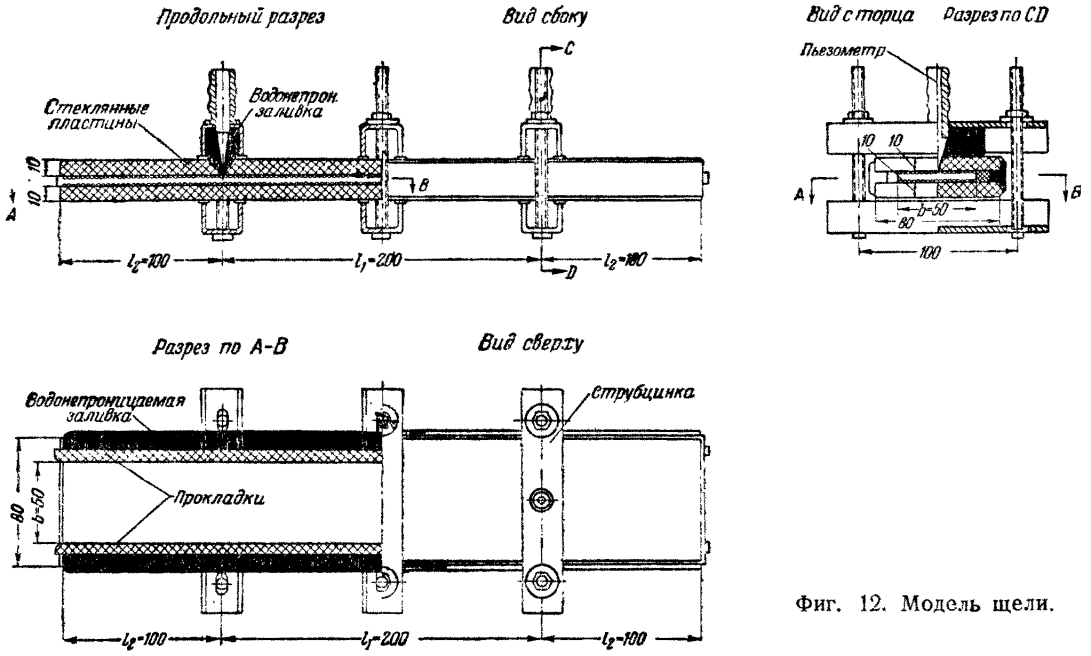
Модель щели (фиг. 12) образовывалась двумя параллельно устанавливаемыми стеклами с заранее изготовленной прокладкой между ними, определяющей раскрытие щели. Ширина щели — 5 *см*, общая длина — 40 *см*.

В опытах с шероховатыми стенками шероховатость создавалась искусственно, наклейкой на стекла отсеянных однородных песчинок Вольского кварцевого песка.

Отсев песчинок обеспечивал достаточное однообразие зерен, моделирующих шероховатость. По форме зерен песчинки были благодаря своей окатанности близки к шару. Наклейка зерен производилась пихтовым бальзамом. Выступ искусственной шероховатости принимался равным среднему диаметру зерен песка, пропорциональному e *.

[1] Опыты исполнялись канд. техн. наук В. М. Насберг, инженерами М. Н. Терлецкой и В. А. Казаковым.

* Из-за отсутствия измерения e возможны некоторые неточности при сопоставлении опытов с различными абсолютными шероховатостями. Сопоставление результатов опытов показывает, что если это обстоятельство и имело влияние, то крайне незначительное, не меняющее основных результатов проведенных экспериментальных исследований.



Фиг. 12. Модель щели.

Для измерения напора, потерянного на сопротивление движению, от щели выводились два пьезометра, расположенные на расстоянии 10 *см* от входа и выхода и на взаимном расстоянии 20 *см*. Отдаление пьезометров от входного и выходного сечений щели преследовало цель устранить существенное влияние входных и выходных возмущений на измеряемую разность напора, характеризующую сопротивление движению.

Прибор состоял из двух цилиндрических стеклянных резервуаров, установленных горизонтально и служивших для подачи воды в щель и приема ее после прохождения щели. Высота резервуаров 15 *см*, диаметр 12,5 *см*. Между днищами этих резервуаров, обращенными друг к другу, устанавливалась горизонтально модель щели, соединенная с прорезями в днищах резервуаров.

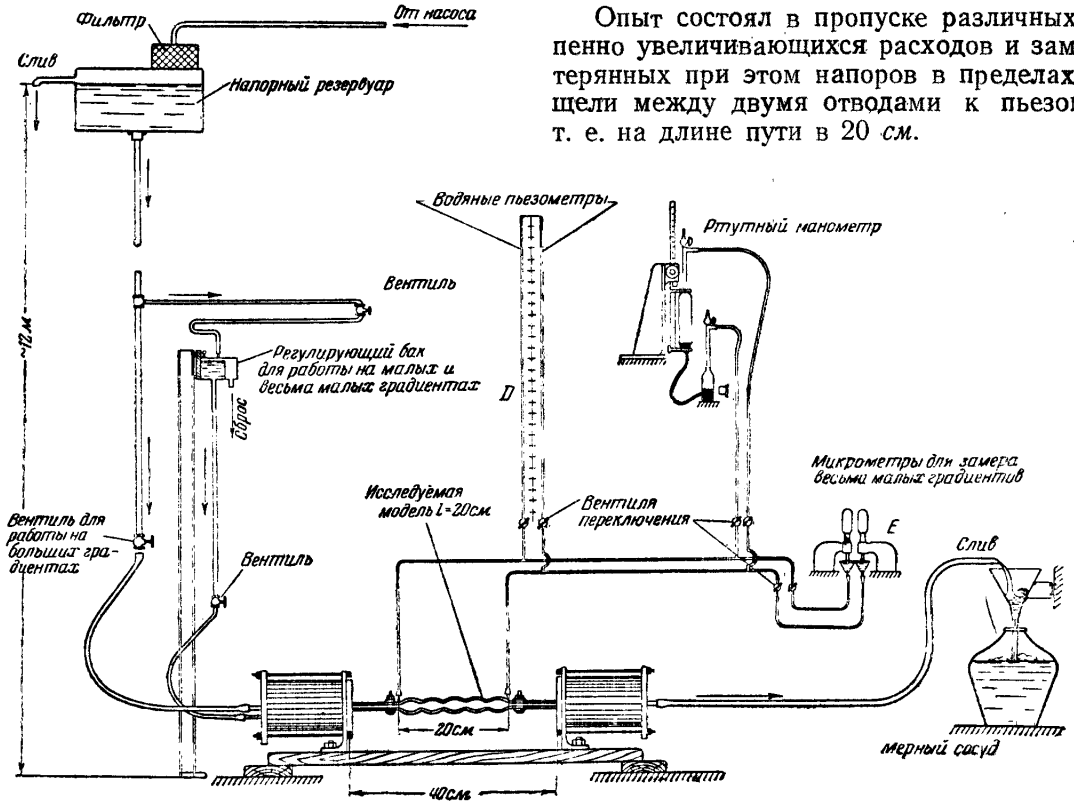
Опытная установка (фиг. 13) состояла из: 1) напорного резервуара объемом в 2 $м^3$, снабженного фильтром для очистки принимаемой воды и расположенного на высоте около 12 *м* над уровнем установки прибора; 2) системы бачков регуляторов для работы на малых и средних напорах; 3) прибора с моделью щели; 4) отвода воды от прибора в мерный сосуд, принимающий и замеряющий отработанную воду; 5) щита, на котором были расположены устройства для замера напоров, действующих в двух сечениях движущейся в щели воды, в местах двух отводов от модели щели.

Общая схема опытной установки. Система подачи воды, как это видно из схемы, позволяла переключать прибор на большой резервуар при переходе от средних градиентов к высоким. Регулирование напора достигалось в последнем случае вентилем, а в первом — перемещением регулирующего бака по штанге.

Для работы на весьма малых напорах порядка сотых долей миллиметра в баке был устроен специальный гаситель, создававший совершенно спокойную поверхность напорного горизонта.

На измерительном щите располагались водяные пьезометры двух видов *D* и *E*, из коих *D* были обычного типа, а *E* применялись для измерения весьма малых напоров. Они состояли из двух воронок, на оси которых были укреплены микрометры, позволяющие замерять разности напоров с точностью до 0,004—0,005 *см*.

Пьезометры применялись для замера разности напоров от 0,01 до 2,00 *м*. Выше этого напора замер производился с помощью дифференциального ртутного манометра, в котором обеспечивалась точность измерения высоты ртутного столба до 0,01 *см*, что соответствовало высоте водяного столба $h = h_{рт}(\gamma - 1) = 12{,}6\ h_{рт} = 1{,}26$ *мм*. Все измерительные устройства были снабжены вентилями, позволяющими при переходе за пределы применимо-



Фиг. 13. Общая схема установки для исследования движения потока в щели.

сти данного устройства с достаточной легкостью переключаться на другие.

Толщина щели замерялась в случае гладких стенок микрометром, с предварительным измерением толщины стекол, образующих модель щели. Измерения производились для шести точек, равномерно распределенных по периметру модели, и повторялись для каждой точки 2 раза. Затем из замеров выводилась среднеарифметическая. Наблюденные отклонения от среднеарифметической не превосходили 0,025 *мм*. Точность замера микрометром не менее 0,01 *мм*.

За раскрытие щели в случае шероховатых поверхностей принималась среднеобъемная величина, равная объему пустот между шероховатыми поверхностями, разделенному на поверхность стекол, т. е. поверхность стенок щели по параллельным плоскостям без учета шероховатости. Следовательно, $\delta = \frac{V}{S}$; объем V замерялся путем заполнения модели щели после исполненного опыта водой из бюретки со специальным оборудованием этого этапа измерений, обеспечивающим ему высокую точность.

Опыт состоял в пропуске различных постепенно увеличивающихся расходов и замере потерянных при этом напоров в пределах длины щели между двумя отводами к пьезометрам, т. е. на длине пути в 20 *см*.

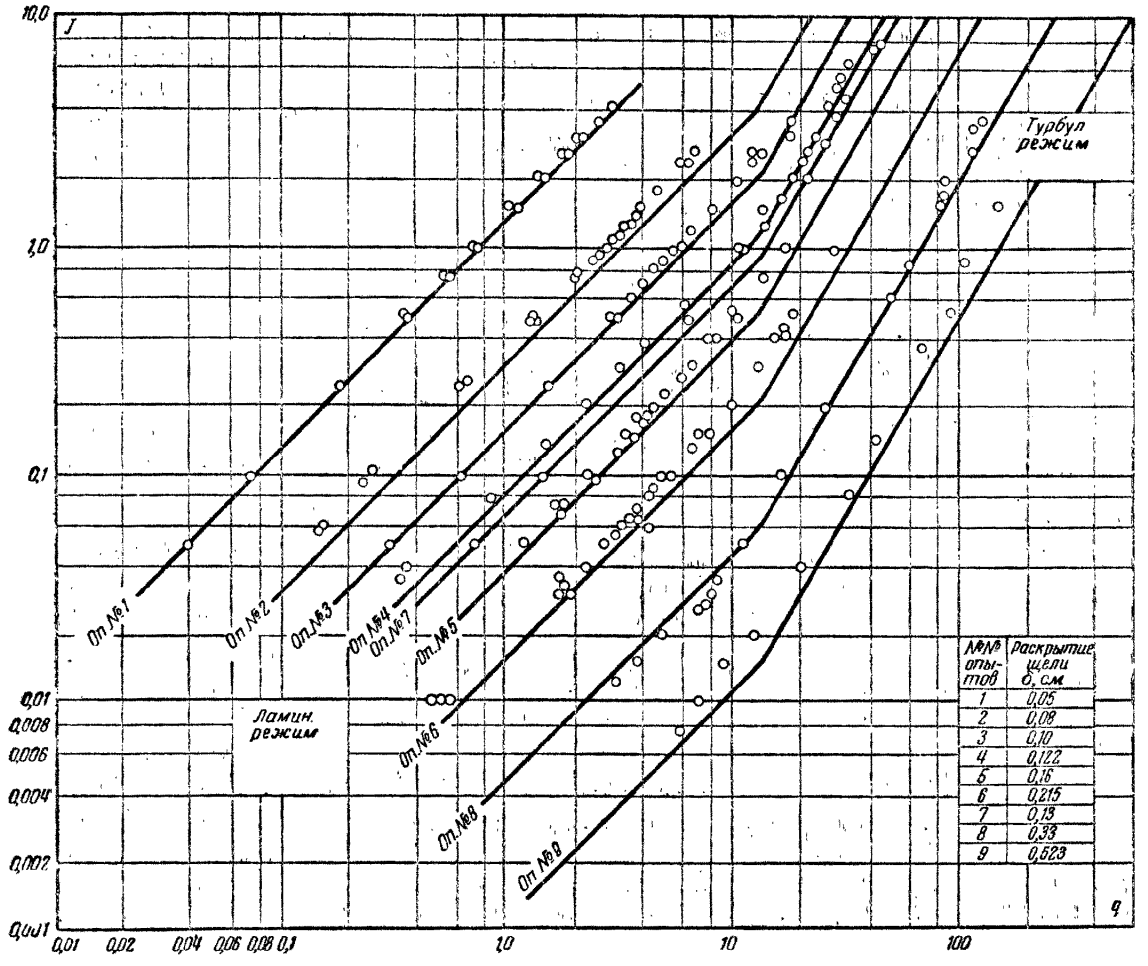
Максимальный расход лимитировался имеющимся напором. Минимальный задавался с таким расчетом, чтобы несколькими точками охватить область с линейным законом сопротивления.

Параллельно с ведением опыта составлялся в логарифмической анаморфозе график зависимости q от J, что позволяло уточнить величины необходимых очередных расходов и следить за опытом.

в) Обработка результатов опытов

Результаты опытов обрабатывались в табличной форме и затем изображались в виде графиков зависимости q от J и f от Re. Обе зависимости даны в логарифмической аноморфозе. Результаты представлены для гладких щелей на фиг. 14 и 15 и для шероховатых щелей на фиг. 16 и 17.

На фиг. 17 нанесены также результаты наших опытов по фильтрации в однородном зернистом грунте (гл. V). Такое сопоставление результатов опытов с зернистыми грунтами и с шероховатыми щелями на едином графике потребовало некоторых преобразований графика



Фиг. 14. График зависимости J от q для гладких щелей.

Ламинарный режим: $q=\frac{\gamma}{12\mu}\delta^3 J$. Турбулентный режим: $q=4{,}7\,\delta\sqrt{g\delta^{\frac{1}{\nu}-1}\cdot\delta^5 J^4}$.

фиг. 8, на котором представлены результаты опытов с зернистым грунтом. Дадим пояснение и обоснования этих преобразований.

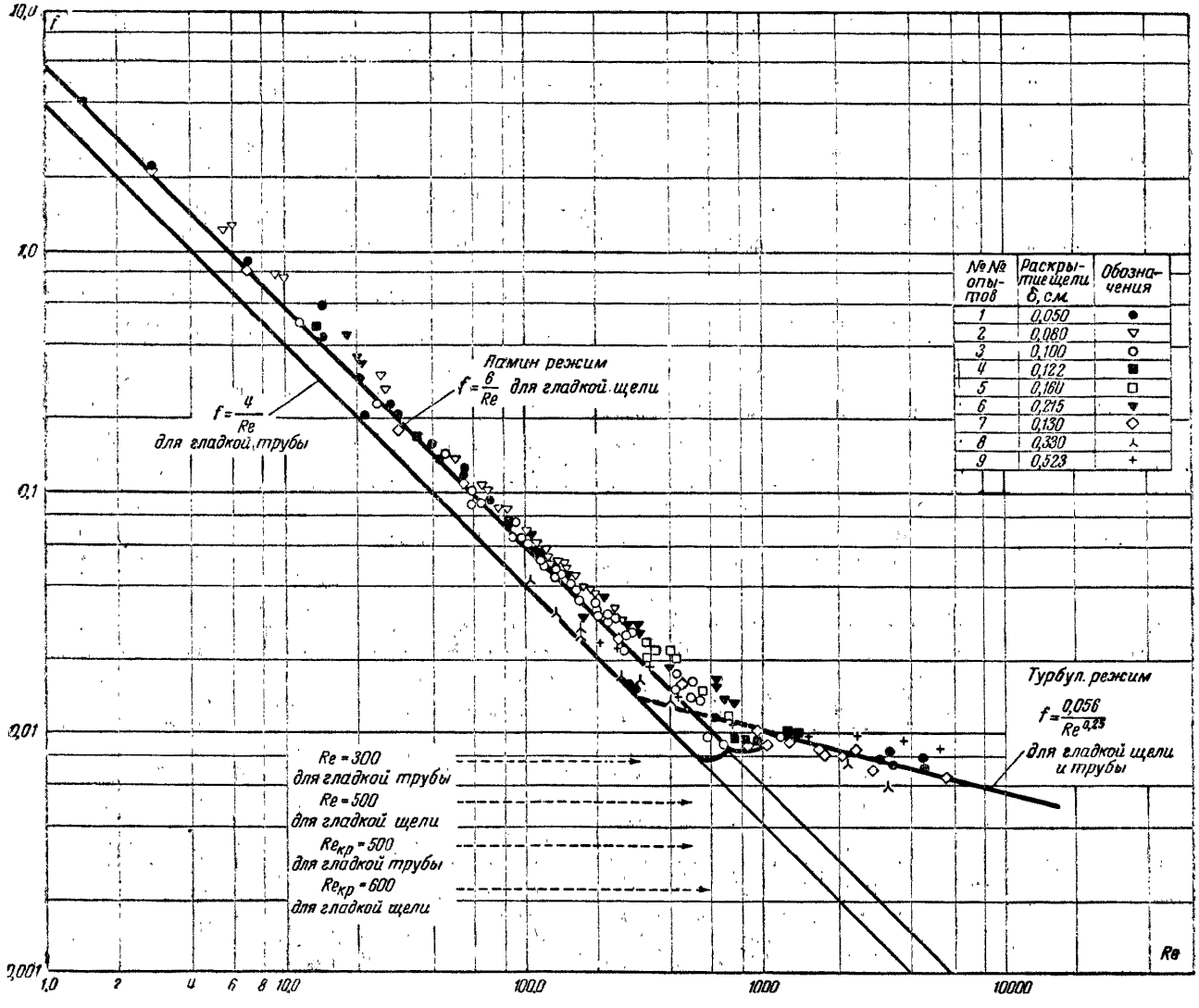
При определении f_m и Re_m для зернистого грунта по формулам (5,14), (5,15) мы воспользовались понятием среднеобъемного гидравлического радиуса [см. формулу (5,12)], получаемого делением суммарного объема пор (приравниваемого с некоторым приближением объему движущейся воды) на суммарную поверхность всех шаров (приравниваемую приближенно поверхности соприкасания движущейся грунтовой воды с неподвижной средой). При определении же гидравлического радиуса шероховатой щели мы делили объем воды, содержащейся в шероховатой щели, на площадь стенки без учета увеличения поверхности от выступов шероховатости.

Следовательно, чтобы обеспечить сравнимость графика фиг. 17 для щелей и фиг. 8 для зернистого грунта, необходимо в обработке с зернистыми грунтами заменить среднеобъемный гидравлический радиус на гидравлический радиус, подсчитываемый согласно принятому способу в щелях.

Выведем, пользуясь геометрическими представлениями фиктивного грунта, поправочный коэффициент

$$a=\frac{r_1}{r_2}, \qquad (6,6)$$

где r_1 — гидравлический радиус зернистого грунта, определенный аналогично подсчету гидравлического радиуса шероховатых щелей;



Фиг. 15. График зависимости f от Re для гладких щелей.

r_2 — среднеобъемный гидравлический радиус того же зернистого грунта, подсчитанный как частное от деления объема пор на суммарную поверхность зерен фиктивного грунта.

Для определения r_1 представим себе схематически фиктивный грунт в виде правильно уложенных друг на друге рядов шаров равного диаметра, при этом центры каждого ряда расположатся в одной плоскости, и такие плоскости всех рядов будут взаимно параллельны.

Рассмотрим объем фиктивного грунта, заключенный между двумя соседними плоскостями (фиг. 18) при размере поверхности этих плоскостей S.

Выделенный объем зернистого грунта

$$V = h \cdot S. \tag{6,7}$$

Объем содержащихся в нем пор

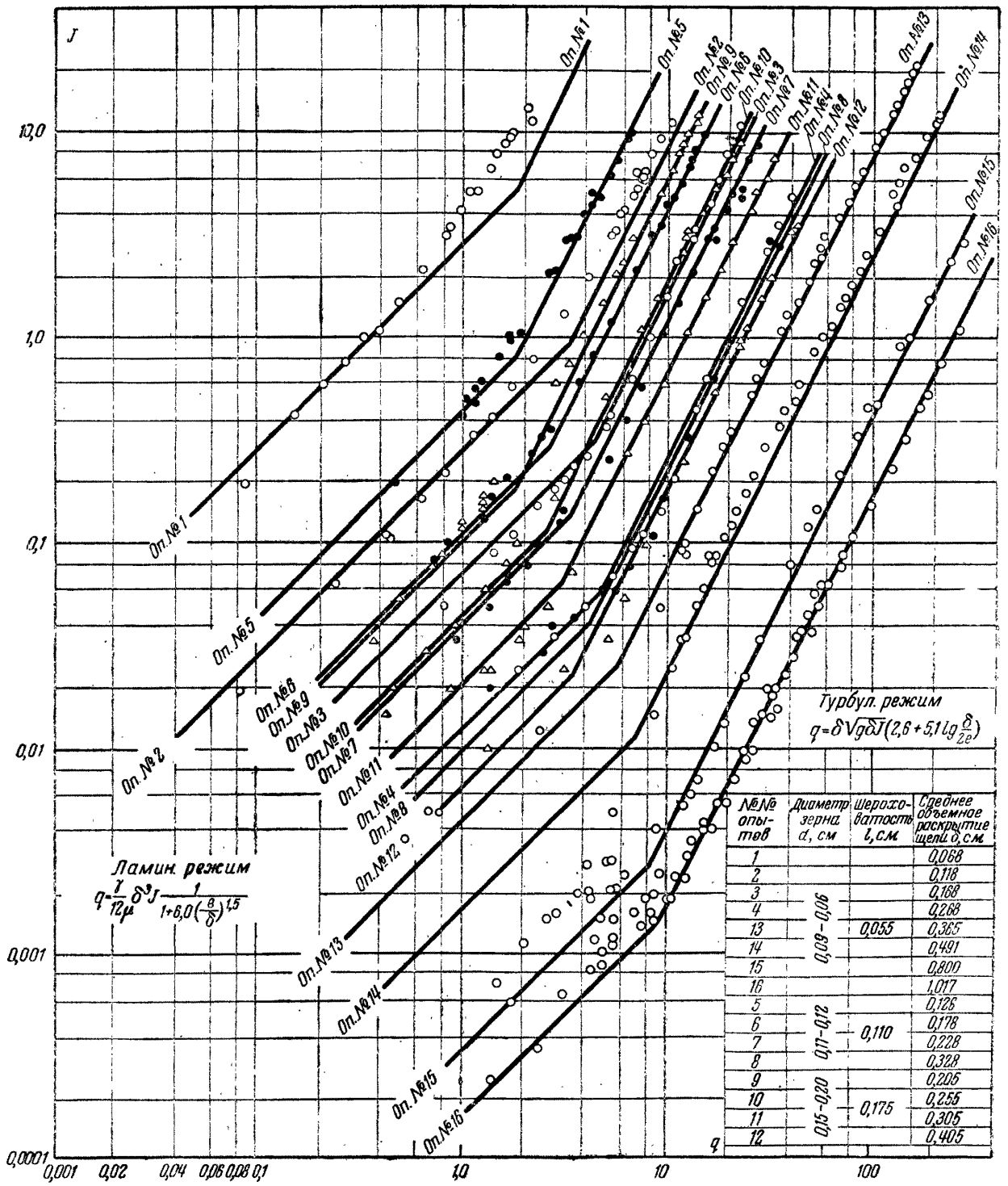
$$V_m = h \cdot S \cdot m, \tag{6,8}$$

где

$$h = d \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} \sqrt{1+2\cos\theta}, \tag{6,9}$$

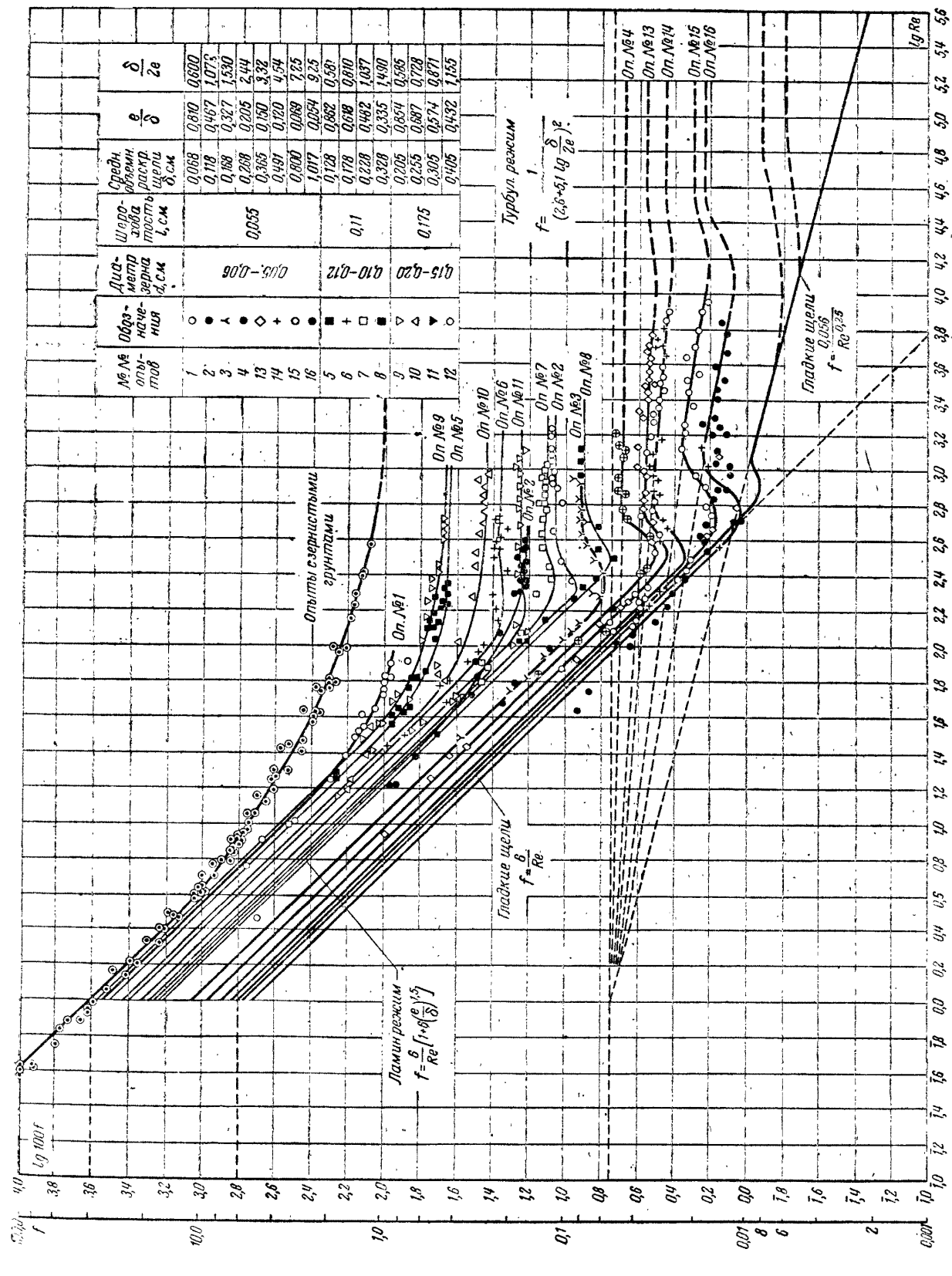
θ — угол ромбоэдра, образованного центрами восьми прилегающих друг к другу шаров фиктивного грунта;

d — диаметр шара.

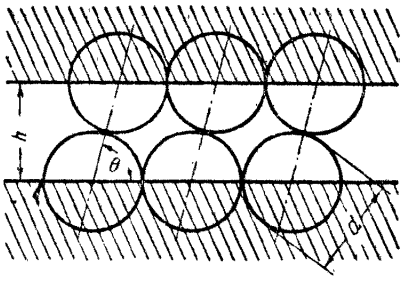


№№ опытов	Диаметр зерна d, см	Шероховатость l, см	Среднее объемное раскрытие щели δ, см
1			0,068
2			0,118
3			0,168
4	0,03 – 0,06		0,268
13		0,055	0,365
14			0,491
15			0,800
16			1,017
5			0,126
6	0,11 – 0,12	0,110	0,178
7			0,228
8			0,328
9			0,206
10	0,15 – 0,20	0,175	0,255
11			0,305
12			0,405

Фиг. 16. График зависимости q от J для шероховатых щелей.



Фиг. 17. График зависимости f от Re для всей области фильтрации от гладких щелей до зернистых грунтов (по опытам Ломизе).



Фиг. 18.

Угол θ определяется через пористость m по формуле

$$m = 1 - \frac{\pi}{6(1-\cos\theta)\sqrt{1+2\cos\theta}}. \qquad (6,10)$$

Гидравлический радиус

$$r_1 = \frac{V \cdot m}{2S} = \frac{h \cdot S \cdot m}{2S} = \frac{hm}{2}. \qquad (6,11)$$

Гидравлический радиус r_2 подсчитывался при обработке опытных данных фильтрации в зернистых грунтах по формуле (см. гл. V)

$$r_2 = \frac{m}{6(1-m)} \cdot d. \qquad (6,12)$$

Подставив в (6,6) взамен r_1 и r_2 их выражения из (6,11) и (6,12), получим окончательную формулу для подсчета поправочного коэффициента

$$a = \frac{3h(1-m)}{d}. \qquad (6,13)$$

Формулы (6,9), (6,10), (6,13) позволяют определить a. Для этого из (6,10) по заданному m определяем θ; из формулы (6,9) по определенному θ и известному d находим h и по формуле (6,13), подставив в нее найденное значение h и известные для каждого опыта с зернистым грунтом m и d, определяем искомое значение поправочного коэффициента a.

Значения a сведены в табл. 5.

Таблица 5

№ опытов	1	2	3	4	5
a	1,69	1,66	1,69	1,72	1,69

Величины f_m и Re_m прямо пропорциональны значению гидравлического радиуса; следовательно, для получения нового изображения графика фиг. 8 необходимо обе координаты каждой его опытной точки, представляющие логарифмы частных значений f_m и Re_m, увеличить на $\lg a$. В этом преобразованном изображении график фиг. 8 для исследованных нами зернистых однородных грунтов дастся на фиг. 17.

В предлагаемом методе приведения к сравнимому виду опытов с напорным движением воды в шероховатой щели и зернистом однородном грунте имеются следующие допущения, вполне приемлемые с точки зрения точности решения поставленной задачи, а именно: в качестве модели однородного песчаного грунта принят фиктивный грунт, образованный из шаров одинакового диаметра; объем движущейся в зернистом грунте гравитационной воды принят равным геометрическому объему пор.

Полученное графическое изображение закона изменения коэффициента сопротивления для зернистых грунтов вполне оправдало предварительные соображения и характеризует явление фильтрации в зернистом однородном грунте, как верхний предел, к которому стремится закон сопротивления движению в шероховатых щелях по мере уменьшения открытия щели δ и вызываемого этим увеличения воздействия шероховатости на движение воды в щели.

11. РАВНОМЕРНОЕ НАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ В ЩЕЛЯХ С ГЛАДКИМИ СТЕНКАМИ

а) Ламинарный режим

Возникающие при ламинарном движении реальной жидкости силы трения определяются формулой

$$T_{тр} = \mu S \frac{du}{dy}, \qquad (6,14)$$

т. е. сила внутреннего трения, проявляющаяся при перемещении слоев жидкости друг относительно друга прямо пропорциональна градиенту скорости, величине поверхности соприкасания этих слоев, зависит от свойства жидкости (коэффициента вязкости μ) и не зависит от давления.

Переходя от сил к напряжениям и помня, что касательные напряжения, возникающие в ламинарном потоке, равны напряжениям сил трения, получим:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}. \qquad (6,15)$$

При равномерном движении воды в некотором русле произвольной формы

$$\tau_{0ср} = \frac{dp}{dx} \cdot r, \qquad (6,16)$$

где $\tau_{0ср}$ — средние касательные напряжения на стенке русла;

$\frac{dp}{dx}$ — градиент давления;

r — гидравлический радиус.

Для щели прямоугольного сечения с раскрытием δ при неограниченных размерах щели в направлениях осей x и z

$$\tau_0 = -\frac{dp}{dx} \cdot \frac{\delta}{2}; \qquad (6,17)$$

здесь τ_0 представляет собой действительные касательные напряжения у стенки, так как последние будут одинаковы во всех точках поверхности стенки

$$\tau = \tau_0 \frac{2y}{\delta}. \qquad (6,18)$$

Формула (6,18), устанавливающая линейное распределение касательных напряжений по сечению, следует из того, что для любой плоскости $\alpha\alpha$ (фиг. 19) можно аналогично (6,17) написать выражение для касательного напряжения в этой плоскости

$$\tau = -\frac{dp}{dx} \cdot y.$$

Сопоставляя (6,15) и (6,18) и учитывая расположение осей x и y, получим:

$$\mu \frac{du}{dy} = -\tau_0 \frac{2y}{\delta}, \qquad (6,19)$$

откуда, после интегрирования следует, что

$$u = \frac{\tau_0 \delta}{4\mu}\left[1 - 4\left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right]. \qquad (6,20)$$

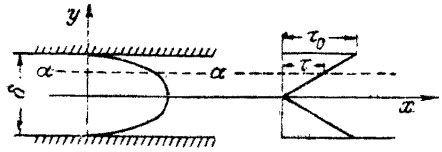
Формула (6,20) устанавливает параболический закон изменения скоростей по сечению щели.

Из (6,20), приняв $y = 0$, определим максимальную скорость по середине щели:

$$u_{макс} = \frac{\tau_0 \delta}{4\mu}. \qquad (6,21)$$

Разделив (6,20) на (6,21), получим в безразмерной форме закон изменения скоростей по сечению

$$\frac{u}{u_{макс}} = \left[1 - 4\left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right]. \qquad (6,22)$$



Фиг. 19.

Расход на единицу ширины щели

$$q = 2\int_0^{\frac{\delta}{2}} u \cdot dy = \frac{2}{3}\delta u_{макс} = \frac{\delta^2 \tau_0}{6\mu}. \qquad (6,23)$$

С другой стороны, из (6,16)

$$\tau_0 = -\frac{dp}{dx} \cdot r = -\frac{dp}{dx} \cdot \frac{\delta}{2} = \gamma \frac{\delta}{2} J, \qquad (6,24)$$

так как

$$-\frac{dp}{dx} = \gamma J. \qquad (6,25)$$

Подставляя в (6,23) вместо τ_0 его выражение из (6,24), окончательно определяем выражение для расхода

$$q = \frac{\gamma}{12\mu}\delta^3 J. \qquad (6,26)$$

Средняя скорость

$$v = \frac{q}{\delta \times 1,0} = \frac{\gamma}{12\mu}\delta^2 J. \qquad (6,27)$$

При $\mu = 0,0131$ и $\gamma = 981$ получим:

$$q = 6\,250\,\delta^3 J;$$

$$v = 6\,250\,\delta^2 J,$$

$$u_{макс} = \frac{\tau_0 \delta}{4\mu} = \frac{\gamma}{8\mu}\delta^2 J; \qquad (6,28)$$

$$\frac{v}{u_{макс}} = 0,667. \qquad (6,29)$$

Из (6,25) и (6,27) можно также записать:

$$-\frac{dp}{dx} = 12\frac{\mu v}{\delta^2}; \qquad (6,30)$$

$$-\frac{dp}{dx} = 12\frac{\mu q}{\delta^3}. \qquad (6,31)$$

Характеристикой, учитывающей в выведенных формулах влияние свойств жидкости на фильтрацию в щелях, является коэффициент вязкости μ. Последний, как известно, может

быть определяем в зависимости от плотности воды ρ и температуры t по формуле

$$\mu = \frac{0{,}0178\,\rho}{1+0{,}0337\,t+0{,}000221\,t^2}, \qquad (6{,}32)$$

где t — температура в °С.

При обычных температурах можно принять $\rho = 1$.

Выражение (6,27) определяет закон сопротивления и показывает, что при ламинарном режиме справедлив линейный закон сопротивления.

Представим эту зависимость в безразмерной форме, т. е. раскроем для рассмотренного случая ламинарного равномерного движения в щелях с гладкими стенками общий вид функциональной зависимости (6,5).

Разделив обе части уравнения (6,27) на $\frac{v^2\delta}{2}$, и введя известные уже величины f и Re,

$$f = \frac{J\delta g}{v^2}, \qquad (6{,}33)$$

$$Re = \frac{v\delta}{2\nu}, \qquad (6{,}34)$$

получим после преобразований

$$f = \frac{6}{Re}. \qquad (6{,}35)$$

Сопоставим найденные элементарным гидравлическим путем зависимости (6,26) и (6,35) с результатами опытов (№ 1—9 табл. 4) с движением воды в гладких щелях.

На фиг. 14 и 15 показана логарифмическая анаморфоза выражений (6,26) и (6,35) и там же нанесены все опытные точки тех же зависимостей. Как и следовало ожидать, опытные точки подтверждают закон сопротивления, определяемый формулой (6,35), и выражение для расхода q (6,26) подобно тому, как это было получено в ряде аналогичных исследований с кольцевыми и плоскими гладкими щелями другими исследователями.

Верхний предел применимости линейного закона сопротивления получен в наших опытах при Re порядка 600*.

б) Турбулентный режим

Осредненные скорости движения жидкости при турбулентном режиме сохраняют в установившемся движении постоянное значение во времени.

Наличие кажущейся беспорядочности движения, выражающееся в существовании компонентов мгновенных скоростей, действующих в различных направлениях, и изменения величин этих мгновенных компонентов во времени не исключают в любой точке потока осредненной скорости, характеризующей осредненное состояние потока.

Изучение закономерностей изменения этих скоростей и связь с ними «местных» и «общих» сопротивлений движению потока составляют содержание гидравлики турбулентного потока.

Схема турбулентного руслового потока базируется на следующем общепринятом представлении состояния турбулентного потока. При движении жидкости со средней скоростью, превосходящей значение критической скорости, как это имеет место почти во всех важнейших случаях практики, вблизи твердых стенок образуется тонкий ламинарный слой, остальная же часть потока составляет турбулентное ядро.

Между ламинарным пограничным слоем и турбулентным ядром имеется переходная область потока.

В ламинарном пограничном слое сопротивление возникает вследствие вязкого трения в жидкости. В переходной области влияние вязкости снижается и начинает сказываться турбулентность потока, а в основной части потока, в «турбулентном ядре», вследствие развитой турбулентности, влияние сил вязкости на напряженное состояние движущегося потока исчезающе мало.

Схематизируя явление, современная теория турбулентного потока условно отбрасывает переходную область и рассматривает две области — ламинарную близ стенок и турбулентную.

Прилагая эти воззрения к движению в щели, получаем следующие закономерности в изменении скорости по сечению потока.

В пределах ламинарной пленки сохраняется закон изменения скоростей, установленный выше для ламинарного движения в щелях, т. е. параболический. Упрощая картину движения, считаем здесь

$$\frac{du}{dy} = \text{const}, \qquad (6{,}36)$$

т. е. принимаем изменение скорости по закону прямой линии.

Согласно формулам (6,14) и (6,15) получим:

$$\left(\frac{du}{dy}\right)_{y\to 0} = \frac{\tau_0}{\mu} = \frac{u_c^2}{\nu}, \qquad (6{,}37)$$

* Более подробно об этом сказано в § 13 гл. VI.

где u_c — скорость, отвечающая касательному напряжению у стенки, равная:

$$u_c = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}. \qquad (6,38)$$

Принимая во внимание (6,36), получим:

$$\frac{du}{dy} = \frac{u_w}{\Delta}, \qquad (6,39)$$

где Δ — толщина ламинарной пленки.

Из (6,37) и (6,39) имеем:

$$\frac{du}{dy} = \frac{\tau_0}{\mu} = \frac{u_w}{\Delta},$$

откуда

$$\Delta = \frac{\mu u_w}{\tau_0}. \qquad (6,40)$$

Подставляя в выражение (6,40) значение τ_0 из (6,38), получим:

$$\Delta = \frac{\mu u_w}{\tau_0} = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{u_w}{u_c^2} = \frac{\nu}{u_c} \cdot \frac{u_w}{u_c}. \qquad (6,41)$$

Для установления закона изменения скорости в пределах остальной части сечения воспользуемся уравнением для турбулентного касательного напряжения в форме

$$\tau_0 = \rho l^2 \left(\frac{du}{dy}\right)^2 = a \frac{du}{dy}, \qquad (6,42)$$

где l — длина пути перемешивания потока;

$a = \rho l^2 \frac{du}{dy}$ — так называемый „коэффициент турбулентного обмена".

Для выражения l через известные гидродинамические характеристики потока воспользуемся связью между l и формой кривой изменения скоростей в виде:

$$l = \varkappa \frac{\frac{du}{dy}}{\frac{d^2u}{dy^2}}. \qquad (6,43)$$

В области потока, близкой к стенке, выражение (6,43) принимает вид:

$$l = \varkappa y. \qquad (6,44)$$

Как показали опыты с напорным движением в гладких трубах, выражение (6,43) практически себя оправдало, и для $\varkappa$ получено достаточно постоянное значение, равное 0,38—0,40.

Те же опыты показали, что для труб получаем достаточно удовлетворительные результаты, если при выводе закона изменения скоростей движения по сечению трубы воспользуемся с целью упрощения формулой (6,44), распространив ее действие на всю ширину турбулентной части потока.

В таком случае для турбулентного потока в щели, используя уравнение (6,42) для касательных напряжений у стенки τ_0 и подставив в него l из (6,44), а также заменив τ_0 через u_c из (6,38), после интегрирования и несложных преобразований получим зависимость, определяющую закон изменения скоростей в турбулентной части потока

$$\frac{u_m - u}{u_c} = \frac{1}{\varkappa} \ln \frac{\delta}{2y}. \qquad (6,45)$$

Выражение (6,45) явится исходным в дальнейшем выводе основных зависимостей для движения воды в гладких и шероховатых щелях.

Выражение (6,45) представлено в безразмерном виде, что особенно удобно при нахождении общих зависимостей.

Определив закон изменения скоростей по сечению щели, перейдем к решению основной задачи, заключающейся в установлении зависимости между сопротивлением движению и средней скоростью потока v. Для определенности задачи необходимо задаться предпосылкой, которая помогла бы установить толщину ламинарной пленки в виде функции других элементов потока.

По аналогии с напорным движением в трубах принимаем, что для ламинарной пленки имеется безразмерное число N, которое для любых гладких щелей будет постоянно:

$$N = \frac{u_c \Delta}{\nu} = \text{const}. \qquad (6,46)$$

Из (6,46) и (6,41) получаем:

$$N = \frac{u_w}{u_c}. \qquad (6,47)$$

Опыты с напорным движением в трубах подтвердили правильность этой предпосылки и определили значение N равным приблизительно 11,6.

Так как в наших опытах не представлялось возможным замерять скорости в живом сечении щели, то значение N определялось по данным наблюдений за сопротивлением движению.

Задавшись предпосылкой (6,46), перейдем к определению выражения для коэффициента сопротивления f.

Воспользуемся для этого выражением (6,45). Из него получим:

$$\frac{u}{u_c}=\frac{u_m}{u_c}-\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{\delta}{2y}. \qquad (6,48)$$

Применяя уравнение (6,48) для точки перехода от ламинарной пленки к турбулентной области потока, получим:

$$\frac{u_w}{u_c}=\frac{u_m}{u_c}-\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{\delta}{2\Delta}. \qquad (6,49)$$

Исключим $\frac{u_m}{u_c}$ путем вычитания из уравнения (6,48) уравнения (6,49)

$$\frac{u}{u_c}=\frac{u_w}{u_c}-\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{\Delta}{y}. \qquad (6,50)$$

Применим выражение (6,50) для середины потока, т. е. для $y=\frac{\delta}{2}$

$$\frac{u_m}{u_c}=\frac{u_w}{u_c}-\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{2\Delta}{\delta}. \qquad (6,51)$$

Заменив Δ его выражением из (6,46), после преобразований получим:

$$\frac{u_m}{u_c}=\left(\frac{u_w}{u_c}-\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{u_w}{u_c}\right)+\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{\delta u_c}{2\nu}. \qquad (6,52)$$

Выразим u_c и u_m в зависимости от средней скорости потока v и коэффициента сопротивления f. Подставим в (6,38) выражение τ_0 из (6,24) и, пользуясь выражением (6,33) для f, получим:

$$u_c=v\sqrt{\frac{f}{2}}. \qquad (6,53)$$

Найдем зависимость u_m от v. Составим выражение для разности максимальной и средней скорости

$$u_m-v=\frac{2}{\delta}\int_{\Delta}^{\frac{\delta}{2}}(u_m-u)\,dy. \qquad (6,54)$$

Подставляем в (6,54) выражение u_m-u из (6,45) и производим интегрирование. При составлении выражения (6,54) и при интегрировании по малости толщины ламинарной пленки Δ принимаем $\delta-2\Delta$ равным δ и пренебрегаем значением интеграла при $y=\Delta$

$$u_m-v=-\frac{2u_c}{\varkappa\delta}\int_{\Delta}^{\frac{\delta}{2}}\ln\frac{2y}{\delta}\,dy=\frac{u_c}{\varkappa}; \qquad (6,55)$$

$$\frac{u_m-v}{u_c}=\frac{1}{\varkappa}=D. \qquad (6,56)$$

Определив u_m и u_c в зависимости от средней скорости потока v, вернемся к выражению (6,45). Применив уравнение (6,45) для точки с $y=\Delta$; $u=u_w$ и преобразуя левую часть равенства с помощью найденных зависимостей (6,53) и (6,56), получим:

$$\frac{1}{\sqrt{f}}=A-D+B\lg\frac{\delta u_c}{2\nu}, \qquad (6,57)$$

где

$$A=\left(\frac{u_w}{u_c}-\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{u_w}{u_c}\right)\frac{1}{\sqrt{2}}=\left(N-\frac{2,3}{\varkappa}\lg N\right)\frac{1}{\sqrt{2}}, \qquad (6,58)$$

$$B=\frac{1,62}{\varkappa}. \qquad (6,59)$$

Перейдем в правой части уравнения (6,57) к средней скорости потока и числу Re, заменив u_c его выражением (6,53) через v и f; тогда определится искомая зависимость f от Re, дающая в раскрытом виде общее выражение (6,5) для турбулентного потока в гладкой щели

$$\frac{1}{\sqrt{f}}=C+B\lg Re\sqrt{f}, \qquad (6,60)$$

где

$$C=0{,}706\left(N-\frac{2,3}{\varkappa}\lg N\right)-\frac{1,24}{\varkappa}. \qquad (6,61)$$

Сопоставим полученные зависимости с результатами наших экспериментальных исследований.

Из числа девяти опытов с гладкими щелями за пределы ламинарной области и линейного закона сопротивления вышли семь опытов. Из них четыре опыта охватили некоторый диапазон изменения чисел Рейнольдса в турбулентной области (за пределами переходной зоны от режима ламинарного к режиму турбулентному).

Дефекты постановки этой первой серии опытов и отсутствие необходимого напора

для работы с меньшим раскрытием щели при больших градиентах создали некоторый разброс точек в пределах турбулентного участка и ограничили опыт максимальным числом $Re = 5\,700$. Тем не менее, полученные данные позволяют дать для области турбулентного режима в гладких щелях следующие выводы, вытекающие из рассмотрения фиг. 14 и 15.

1. Движение в гладких щелях при переходе к турбулентному режиму приближается к квадратичному закону, стремясь, но не достигая его в пределах исследованных значений чисел Re. В этих пределах закон сопротивления отвечает зависимости, предложенной Блазиусом для гладких труб на основании произведенного исследования многочисленного экспериментального материала.

Как известно, эта формула для труб может быть представлена в следующем виде:

$$\lambda = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{Re}} = 0{,}316\left(\frac{\nu}{vd}\right)^{0{,}25} \qquad (6{,}62)$$

В формуле (6,62) число Рейнольдса отнесено к диаметру трубы.

После перехода к $f = \frac{\lambda}{4}$ и числу Рейнольдса, выраженному через гидравлический радиус $\left(\frac{vd}{\nu} = 4\frac{vr}{\nu}\right)$, получим:

$$f = \frac{0{,}056}{Re^{0{,}25}}. \qquad (6{,}63)$$

Приложение (6,63) к результатам наших опытов показывает, что для турбулентного режима в исследованной области до $Re = 5\,700$* та же зависимость остается в силе. Аналогичные результаты дали исследования с гладкими щелями, произведенные другими авторами.

Следовательно, выражение (6,63) достаточно подтверждено экспериментально и может быть положено в основу дальнейшего исследования для диапазона величин Re до 25 000**.

Что касается выражения (6,60), выведенного выше, то имеются все основания полагать его справедливым для значительно более широкой области величин Re, поскольку предпосылки, приводящие к нему, должны быть приложимы к щелям в такой же степени, как и к трубам. Для движения же в трубах аналогичное выражение подтверждено опытами в значительной области изменения величины Re.

Применение выражения (6,60) к области, где величина $Re < 25\,000$ показывает, что точки зависимости (6,63) в этом диапазоне величин Re и при обычной точности инженерных расчетов подчиняются также зависимости (6,60). Из такого сопоставления получаем значения для величин x и N, определяющих коэффициенты B и C выражения (6,60). Проведенные расчеты дали $x = 0{,}415$ и $N = 13{,}5$ (для труб Никурадзе определил на основании опытных данных $x = 0{,}40$ и $N = 11{,}6$).

Отметим, что для прикладных целей движения грунтовых вод в трещиноватых породах область больших значений Re не представляет практического интереса. Следовательно, зависимость (6,63), как более удобная и простая в использовании, кладется в основу последующих обобщений.

12. РАВНОМЕРНОЕ НАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ В ЩЕЛЯХ С ШЕРОХОВАТЫМИ СТЕНКАМИ

а) Общий характер движения

Исследование движения воды в трубах и в призматическом русле показали, что «шероховатость», т. е. неровности твердых стенок руслового потока, с некоторого значения величины шероховатости данного типа начинает играть существенную роль в формировании потока, влияя как на величину сопротивления движению, так и на предел перехода ламинарного режима в турбулентный.

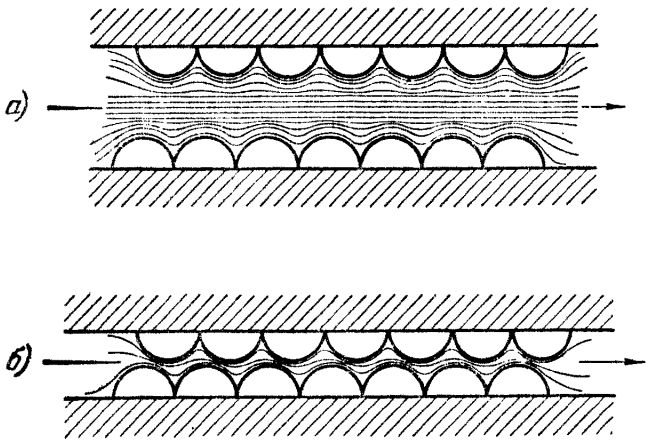
Величина шероховатости, начиная с которой последняя оказывает практически измеримое воздействие на поток, зависит не только от формы и размера шероховатости, но и от кинематической характеристики потока, определяемой числом Рейнольдса. Следовательно, в зависимости от сочетания типа, размера шероховатости и характеристики потока одни и те же поверхности могут вести себя как шероховатые или гладкие; шероховатость, влияющая на движение в одном случае, может не оказывать на него заметного воздействия в другом случае.

Установление закономерностей в этой сложной области должно базироваться прежде всего на накоплении экспериментальных данных.

Как известно, следует изучать шероховатость для геометрически подобных видов, образующих данный ее тип. Имеются все основания считать, что зависимости, определяющие воздействие шероховатости на движение воды в щелях, будут одинаковы для всех типов ше-

* Число Рейнольдса во всех случаях выражено через гидравлический радиус.

** Экспериментально изученный предел для труб.



Фиг. 20.

роховатости. Параметры же, определяющие количественно явление, будут различны для каждого типа шероховатости и должны определяться опытным путем.

Проведенные нами экспериментальные исследования напорного движения воды в щелях с искусственной шероховатостью кратко описаны в § 10 гл. VI, и там же даны их результаты в форме графиков (фиг. 16 и 17), наглядно представляющих полученную зависимость между безразмерными величинами, определяющими данный вид движения.

Эти графики прежде всего устанавливают, что в зависимости от значения числа Re напорное движение в шероховатых щелях последовательно проходит три области — ламинарную, переходную и турбулентную. Во всех трех областях наблюдается резко выраженная закономерная зависимость коэффициента сопротивления f от величины относительной шероховатости $\frac{e}{\delta}$, влияющей столь же закономерно на пределы перехода одного режима движения к другому.

Используя результаты опытов, найдем закон сопротивления для напорного движения в шероховатых щелях, т. е. раскроем для данного случая общее выражение (6,5).

Решение задачи проводим отдельно для ламинарного и турбулентного режимов.

б) Ламинарный режим

Анализ фиг. 16 и 17 устанавливает, что в ламинарной области скорость и расход пропорциональны первой степени градиента J, а f обратно пропорционально числу Рейнольдса. Следовательно, в этой области справедлив линейный закон сопротивления.

Зависимость f от Re и $\frac{e}{\delta}$ изображается в логарифмической анаморфозе семейством параллельных прямых с одним и тем же угловым коэффициентом, равным единице.

Такой график показывает, что функция, связывающая переменные f и Re, при заданном значении третьей переменной $\frac{e}{\delta}$ представляет равнобокую гиперболу, и ее уравнение в общем виде будет:

$$f=\frac{A}{Re}, \tag{6,64}$$

где

$$A=\psi\left(\frac{e}{\delta}\right). \tag{6,65}$$

Уточним вид функции (6,65) с помощью некоторых простейших соображений.

Вполне допустимо предположить, что влияние шероховатости в параллелеструйном ламинарном потоке является следствием искривления путей движения отдельных струек при обтекании ими выступов шероховатых поверхностей. Начиная с некоторого значения $\frac{e}{\delta}$ вследствие малой „глубины“ потока, указанное искривление и удлинение оказывают влияние на движение воды в щелях.

Наибольшее искажение траекторий движения будут испытывать струйки, текущие близко от шероховатой стенки. По мере удаления от стенки искривление путей и пропорциональное ему удлинение пути будут уменьшаться (фиг. 20,*а*). По мере увеличения $\frac{e}{\delta}$ искривление движения будет охватывать все большую часть сечения, и, начиная с некоторого предела, весь движущийся между шероховатыми поверхностями поток пойдет по некоторым криволинейным траекториям между соприкасающимися или почти соприкасающимися выступами двух шероховатых стенок, образующих щель (фиг. 20,*б*).

Указанное воздействие шероховатости будет влиять на гидравлический градиент, уменьшая его тем больше, чем больше удлинение пути, и на гидравлический радиус, уменьшая его тем больше, чем больше та область живого сечения, которая будет испытывать существенные искривления путей. Отсюда нетрудно заключить, что градиент и гидравлический радиус будут зависеть от $\frac{e}{\delta}$ и изменяться вместе с изменением относительной шероховатости щели.

Сказанное можно выразить в общем виде следующими зависимостями:

Осредненная по живому сечению удлиненная траектория движения струек

$$L = l\left[1+\varphi_1\left(\frac{e}{\delta}\right)\right], \qquad (6,66)$$

где l — кратчайшая длина пути по прямой, или длина пути при гладкой стенке.

Гидравлический градиент

$$i = \frac{h}{L} = \frac{h}{l\left[1+\varphi_1\left(\frac{e}{\delta}\right)\right]} = J\frac{1}{1+\varphi_1\left(\frac{e}{\delta}\right)}, \qquad (6,67)$$

где J — гидравлический градиент без учета влияния шероховатости (гидравлический градиент для гладкой стенки).

Гидравлический радиус с учетом искривления путей

$$R = \frac{r}{1+\varphi_2\left(\frac{e}{\delta}\right)}. \qquad (6,68)$$

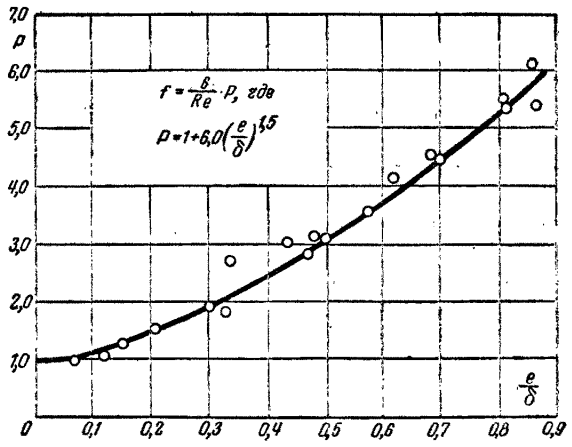
где r — гидравлический радиус для гладкой щели с раскрытием δ, равным среднеобъемному раскрытию шероховатой щели $\left(r=\frac{\delta}{2}\right)$.

R будет стремиться к r при $\frac{e}{\delta}\to 0$, а по мере роста $\frac{e}{\delta}$ и приближения движения к фильтрации в зернистой среде — к среднеобъемному гидравлическому радиусу зернистого грунта, равному отношению объема движущейся воды к смачиваемой шероховатой поверхности.

Учитывая (6,67), (6,68) и помня, что коэффициент сопротивления f в общем виде равен $\frac{2JRg}{v^2}$, можно записать искомую зависимость (6,5) в следующем виде:

$$f = \frac{6}{Re}\left[1+F\left(\frac{e}{\delta}\right)\right]. \qquad (6,69)$$

Для определения выражения (6,69) по опытным данным была определена для каждого опыта величина $1+F\left(\frac{e}{\delta}\right)$*. Затем по-



Фиг. 21. График зависимости P от $\frac{e}{\delta}$.

№ опытов	e, см	δ, см	$\frac{e}{\delta}$	P	№ опытов	e, см	δ, см	$\frac{e}{\delta}$	P
1	0,055	0,068	0,810	5,51	9	0,175	0,205	0,854	6,18
2	0,055	0,118	0,467	2,87	10	0,175	0,255	0,687	4,54
3	0,055	0,168	0,327	1,85	11	0,175	0,305	0,574	3,57
4	0,055	0,268	0,205	1,55	12	0,175	0,405	0,432	3,07
5	0,110	0,128	0,862	5,45	13	0,055	0,365	0,150	1,37
6	0,110	0,278	0,618	4,20	14	0,055	0,491	0,120	1,11
7	0,110	0,228	0,482	3,14	15	0,055	0,800	0,069	1,02
8	0,110	0,328	0,335	2,73	16	0,055	1,017	0,054	0,833

строен график (фиг. 21), где по оси абсцисс откладывались значения $\frac{e}{\delta}$, а по оси ординат — значения $1+F\left(\frac{e}{\delta}\right)$ для $\frac{e}{\delta}$ данного опыта.

Математическая обработка полученной таким образом кривой привела к следующему окончательному выражению для коэффициента сопротивления f в области ламинарного движения в шероховатых щелях

$$f = \frac{6}{Re}\left[1+6{,}0\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1{,}5}\right], \qquad (6,70)$$

где $\frac{6}{Re}$ — коэффициент сопротивления для гладких щелей;

$p = 1+6{,}0\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1{,}5}$ — коэффициент перехода к шероховатым щелям.

Из (6,70), подставив вместо f и Re их выражения (6,33) и (6,34), получим формулы для определения скорости и расхода движения

$$v = \frac{\gamma}{12\mu}\delta^2 J\frac{1}{1+6\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1,5}}; \qquad (6,71)$$

$$q = \frac{\gamma}{12\mu}\delta^3 J\frac{1}{1+6\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1,5}}. \qquad (6,72)$$

* $\lg\left[1+F\left(\frac{e}{\delta}\right)\right]$ представляет собой на фиг. 17 отрезок оси f между параллельными наклонными прямыми для гладкой щели и щели заданной шероховатости.

в) Турбулентный режим

Графики фиг. 16 и 17 показывают, что, начиная с некоторой величины числа Re, движение отклоняется от линейного закона сопротивления и за переходной областью по мере роста числа Re приобретает вполне турбулентный режим. Переходная область и анализ критических чисел даются ниже (в § 13 гл. VI).

В области турбулентного режима, начиная с $\frac{e}{\delta}=0{,}24$ *, значение f оказывается постоянным для заданного $\frac{e}{\delta}$ и не зависит от Re.

Следовательно, для рассмотренной области движения справедлив квадратичный закон сопротивления, когда последнее пропорционально квадрату средней скорости движения. Как показывает тот же график (фиг. 17), с изменением $\frac{e}{\delta}$ закономерно изменяется f, возрастая вместе с увеличением относительной шероховатости.

Из всего сказанного и из вида логарифмической анаморфозы зависимости f от Re (фиг. 17) нетрудно заключить, что искомая функция выражения (6,5) для этой области турбулентного режима может быть представлена в следующем виде:

для данного значения $\frac{e}{\delta}$

$$f=a=\text{const}, \tag{6,73}$$

$$\alpha=\varphi\left(\frac{e}{\delta}\right). \tag{6,74}$$

Для определения функции (6,74) воспользуемся результатами теоретико-экспериментальных исследований аналогично тому, как это было сделано в § 11 гл. VI для гладких щелей.

Представление о ламинарной пленке в турбулентном потоке и закон изменения скоростей по живому сечению потока, принятые нами в § 11 гл. VI для гладких стенок, оставляем в силе для турбулентного потока в шероховатых щелях. В таком случае все выражения от (6,36) до (6,45), данные выше для гладких щелей, останутся справедливыми для шероховатых щелей.

Перепишем уравнение (6,45) в следующем виде:

$$\frac{u}{u_c}=\frac{u_m}{u_c}-\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{\delta}{2y}. \tag{6,75}$$

Применим (6,75) для струйки на границе между ламинарной и турбулентной областью потока в шероховатой щели:

$$\frac{u_w}{u_c}=\frac{u_m}{u_c}-\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{\delta}{2\Delta}. \tag{6,76}$$

Известно, что по мере роста скорости движения ламинарная пленка будет становиться все тоньше, а область ламинарного потока все меньше. Так как по самой природе явления толщина ламинарной пленки зависит от физических свойств жидкости и размера потока, то естественно ожидать ее зависимости от числа Re. Наконец, наступает некоторая толщина ламинарной пленки, при которой благодаря возросшей турбулентности движение подчиняется квадратичному закону, и дальнейший рост скоростей потока не меняет параметры функциональной зависимости q или v от J, которая становится подобной зависимости Шези.

Можно ожидать, что этот предел толщины ламинарной пленки, при котором установится квадратичный закон, наступит тем раньше и толщина ламинарной области будет тем больше, чем больше абсолютная шероховатость.

Зерна шероховатости при наступлении этого предела прорезывают ламинарную пленку, способствуя вихреобразованию в потоке и поддерживая его состояние, отвечающее квадратичному закону сопротивления.

Изложенные соображения позволяют предположить и выразить зависимость между толщиной пленки и величиной абсолютной шероховатости e в виде:

$$\Delta=me. \tag{6,77}$$

После подстановки этого значения в (6,76) получим:

$$\frac{u_w}{u_c}=\frac{u_m}{u_c}-\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{\delta}{2me}. \tag{6,78}$$

Исключим u_m, вычтя из (6,75) уравнение (6,78):

$$\frac{u}{u_c}=\frac{u_w}{u_c}+\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{y}{me}=\frac{u_w}{u_c}-\frac{1}{\varkappa}\ln m+\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{y}{e}. \tag{6,79}$$

Вводя обозначения

$$A=\frac{u_w}{u_c}-\frac{1}{\varkappa}\ln m \quad \text{и} \quad B=\frac{2{,}3}{\varkappa}, \tag{6,80}$$

* Для данного типа шероховатости.

получим:

$$\frac{u}{u_c} = A + B \lg \frac{y}{e}. \qquad (6,81)$$

Применим уравнение (6,81) для середины потока

$$\frac{u_m}{u_c} = A + B \lg \frac{\delta}{2e}. \qquad (6,82)$$

Заменив $\frac{u_m}{u_c}$ его выражением через v, u_c и D по (6,56) и исключив u_c с помощью (6,53), получим:

$$\frac{v}{u_c} = A - D + B \lg \frac{\delta}{2e}, \qquad (6,83)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = A_1 + B_1 \lg \frac{\delta}{2e}, \qquad (6,84)$$

где

$$A_1 = \frac{A - D}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad B_1 = \frac{B}{\sqrt{2}} = \frac{2,3}{\varkappa\sqrt{2}}. \qquad (6,85)$$

Из (6,84) следует, что

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{f}} - B_1 \lg \frac{\delta}{2e}. \qquad (6,86)$$

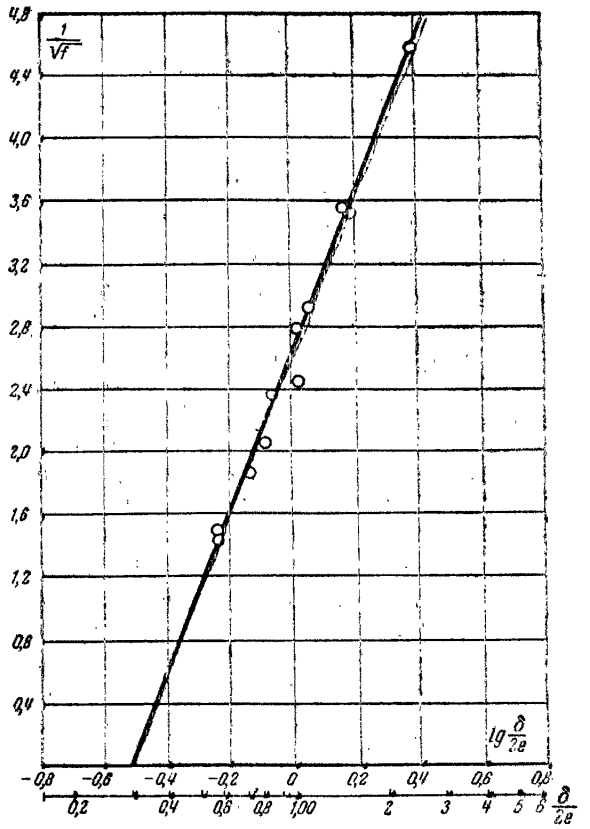
Так как в области турбулентного режима с квадратичным законом сопротивления f постоянно для заданного значения $\frac{e}{\delta}$, то для той же области будет постоянным и коэффициент A_1.

По нашим 12 опытам (см. § 10 гл. VI, табл. 4) для области квадратичного закона мы определили значение коэффициента A_1 в зависимости от f и $\frac{e}{\delta}$.

Эти данные графически представлены на фиг. 22.

По оси абсцисс отложены значения $\lg \frac{\delta}{2e}$, а по оси ординат $\frac{1}{\sqrt{f}}$, подсчитанные для соответствующего значения $\frac{e}{\delta}$. Опытные точки легли на прямую, что показывает постоянство значения коэффициента A_1 и устанавливает искомую зависимость между f и относительной шероховатостью $\frac{e}{\delta}$ для области с квадратичным законом сопротивления.

Отрезок, отсекаемый этой прямой на оси ординат, равен постоянному значению A_1, которое для наших опытов равно 2,60. Угол



Фиг. 22. График зависимости $\frac{1}{\sqrt{f}} = A_1 + B_1 \lg \frac{\delta}{2e}$, из которого определены величины A_1 и B_1.

Таблица опытных данных

№ опытов	$\frac{1}{\sqrt{f}}$	$\lg \frac{\delta}{2e}$	№ опытов	$\frac{1}{\sqrt{f}}$	$\lg \frac{\delta}{2e}$
1	—	$\bar{1},204$	7	2,78	0,016
2	2,44	0,000	8	3,55	0,17[illegible]
3	3,53	0,183	9	1,45	$\bar{1},76$[illegible]
4	4,58	0,386	10	1,87	$\bar{1},86$
5	1,50	$\bar{1},766$	11	2,36	$\bar{1},94$[illegible]
6	2,06	$\bar{1},908$	12	2,92	0,034

наклона прямой дает значение B_1, равное 5,1. После подстановки экспериментально найденных коэффициентов в уравнения (6,84) и (6,86) они примут следующий вид:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2,6 + 5,1 \lg \frac{\delta}{2e}, \qquad (6,87)$$

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{f}} - 5,1 \lg \frac{\delta}{2e}. \qquad (6,88)$$

Для установления зависимостей между расходом и скоростью, с одной стороны, и

градиентом, с другой стороны, воспользуемся значением f, определяемым уравнением (6,87).

Подставив вместо f его выражение через v согласно (6,33) и решив полученное уравнение относительно v, найдем:

$$v=\sqrt{\frac{g\delta J}{f}}=\sqrt{g\delta J}\left(2{,}6+5{,}1\lg\frac{\delta}{2e}\right), \quad (6{,}89)$$

$$q=\delta\cdot v\cdot 1{,}0=\delta\sqrt{g\delta J}\left(2{,}6+5{,}1\lg\frac{\delta}{2e}\right). \quad (6{,}90)$$

Установленная экспериментально величина $B_1=5{,}1$ позволяет рассчитать значение постоянной $\varkappa$. Пользуясь выражением (6,85), запишем:

$$\varkappa=\frac{2{,}3}{B_1\sqrt{2}}=\frac{2{,}3}{5{,}1\sqrt{2}}=0{,}328. \quad (6{,}91)$$

Числовое значение той же постоянной, полученное из опытов с движением воды в трубах, как известно, равно 0,368. Совпадение достаточно близкое. Отклонение величины, по всей видимости, следует объяснить в основном теми упрощениями, которые были нами введены при установлении закономерностей изменения скорости по сечению потока.

Для наглядного установления степени соответствия полученных зависимостей (6,87), (6,89) и (6,90) опытным данным на фиг. 16 нанесено графическое изображение выражения (6,90). В логарифмической анаморфозе графика оно представлено семейством параллельных прямых с угловым коэффициентом, равным 0,5 [показатель степени градиента J в выражении (6,90)], и отрезком, отсекаемым этими прямыми на горизонтальной оси, равным

$$\lg\left[\delta\sqrt{g\delta}\left(2{,}6+5{,}1\lg\frac{\delta}{2e}\right)\right].$$

Совпадение этих прямых с экспериментальными точками вполне удовлетворительное, за исключением выпадающего опыта № 2.

13. НЕКОТОРЫЕ ОБОБЩЕНИЯ ПО НАПОРНОМУ ДВИЖЕНИЮ В ШЕРОХОВАТЫХ ЩЕЛЯХ

а) Сопротивление движению

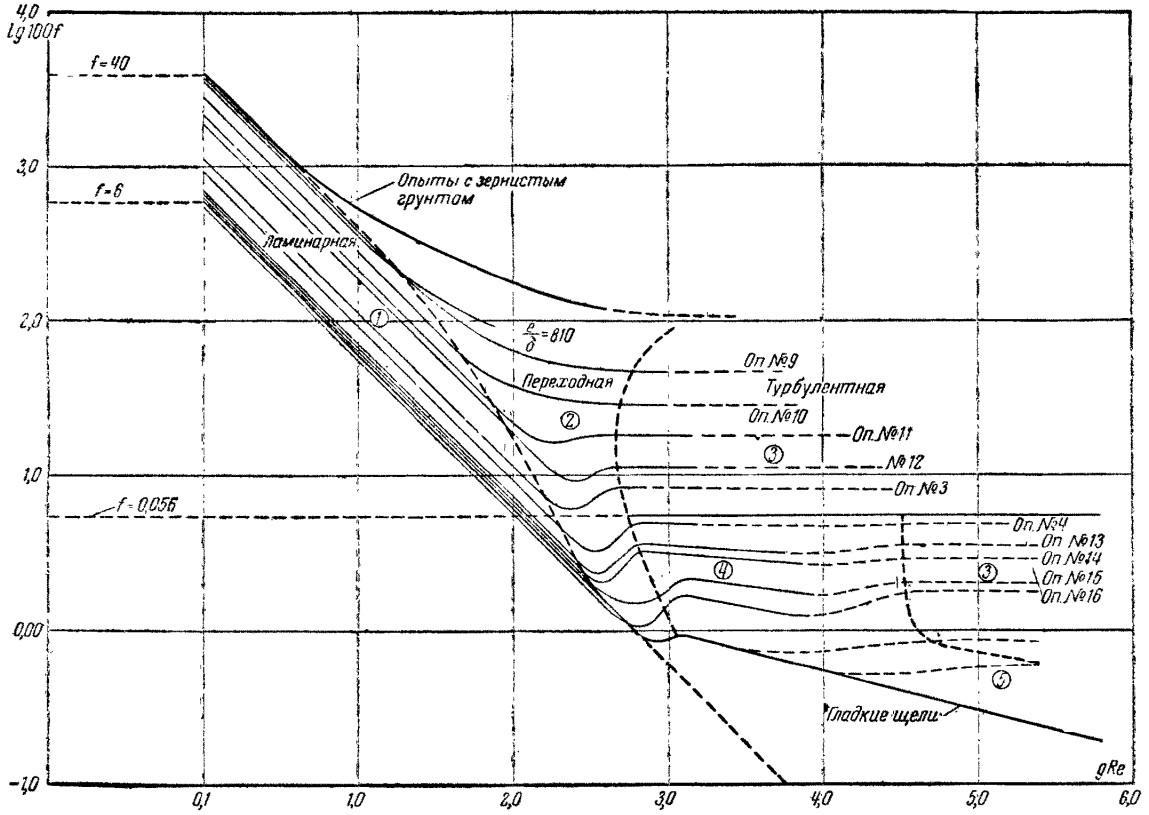
Основной интерес для фильтрации в трещиноватых породах представляет изучение сопротивления движению в шероховатых щелях. Рассмотрим несколько подробнее основной график, представленный на фиг. 17.

Вся область движения в шероховатых щелях оказывается заключенной между двумя экспериментально установленными предельными случаями напорного движения воды. Нижним пределом при $\frac{e}{\delta}\to 0$ является движение воды в гладких щелях, верхним пределом служит движение воды в зернистом однородном грунте, аналогичном по своим морфологическим признакам шероховатости щелей. К этому пределу движение стремится по мере увеличения $\frac{e}{\delta}$.

Изменяясь внутри области, очерченной указанными двумя видами движения, сопротивление движению воды в шероховатых щелях, характеризуемое коэффициентом сопротивления f, испытывает ряд закономерных изменений в зависимости от величин основных безразмерных характеристик, его определяющих. Мы показали выше, что такими характеристиками будут число Рейнольдса Re, относительная шероховатость $\frac{e}{\delta}$, тип и форма шероховатости Φ. В наших исследованиях Φ примерно постоянно, а переменны Re и $\frac{e}{\delta}$. Следовательно, размещение полученных нами экспериментальных точек внутри указанных выше пределов определяется частными значениями Re и $\frac{e}{\delta}$ и характеризует собой воздействие этих факторов на сопротивление движению, т. е. устанавливает закон сопротивления движению.

Учитывая наиболее распространенные размеры трещиноватости горных пород, мы задались целью изучить движение в шероховатых щелях в области значений $\frac{e}{\delta}$ от 0,054—0,854 и Re от 3—9 000. Принятые значения $\frac{e}{\delta}$ при имевшихся в опыте размерах абсолютной шероховатости дают толщину (среднеобъемную) щели δ от 0,07—1 *см*. Эти пределы достаточно широки и охватывают область тех значений раскрытия трещиноватости горных пород, с которыми приходится в подавляющем большинстве случаев сталкиваться в гидротехническом строительстве.

Однако, для полноты гидравлических представлений и для сравнения результатов мы сопоставили данные наших исследований с известными уже опытами для шероховатых труб. Как известно, эти исследования проводились при относительной шероховатости $\frac{e_1}{r_0}$ от 0,0667—0,00197 (r_0 — радиус трубы и e_1 — высота выступа шероховатости), что отвечает



Фиг. 23. Схематический график, построенный по данным фиг. 17 и дополненный указанием областей различных законов сопротивления.

в наших исследованиях области движения в шероховатых щелях с раскрытием более 1 *см*. Следовательно, эксперименты с трубами охватывали область сравнительно меньших относительных шероховатостей, непосредственно примыкающую к исследованной нами области относительно бо́льших шероховатостей. Такое сопоставление позволило по аналогии явления предвидеть изменения в законе сопротивления для области движения в шероховатых щелях со значением относительной шероховатости, меньшим 0,054 (нижнего предела наших опытов). Эти предположения, а также отдельные вольные экстраполяции, не имеющие непосредственного экспериментального подтверждения, показаны пунктирными линиями на фиг. 23, представляющей собой схему графика фиг. 17, дополненную указанным способом. Несмотря на отсутствие в области малых значений $\frac{e}{\delta}$ экспериментального материала для движения воды в шероховатых щелях, полагаем, что схемой фиг. 23 достаточно объективно отражена качественная сторона явления, так как примененная аналогия вполне законна ввиду близости движения в шероховатых щелях и трубах. Оба движения, по существу, представляют лишь разновидности одного и того же случая напорного движения.

Заполнив, таким образом, все поле искомой переменной в пределах от $\frac{e}{\delta}=0$ до $\frac{e}{\delta}\approx 1$ и в значительном диапазоне изменений числа Рейнольдса, рассмотрим главнейшие вытекающие отсюда закономерности изменения коэффициента сопротивления f.

В области относительно малых значений Re коэффициент f обратно пропорционален Re при заданном значении $\frac{e}{\delta}$.

В области относительно бо́льших значений Re коэффициент f не зависит от Re и постоянен при постоянном $\frac{e}{\delta}$ или же зависит от Re в незначительной степени.

Соответственно указанным изменениям f закон сопротивления претерпевает изменения от линейного, когда сопротивление пропор-

ционально первой степени скорости (f обратно пропорционально Re), и до квадратичного или близкого к нему, когда сопротивление пропорционально квадрату скорости (f=const) или скорости в степени, близкой к 2 (f—мало изменяющееся по величине при изменениях Re).

Совершенно очевидно, и это подтверждается экспериментально, что область с линейным законом сопротивления отвечает потоку с ламинарным движением; область с квадратичным или близким к нему законом сопротивления соответствует турбулентному режиму, где явления вихреобразования определяют новое, качественно измененное движение потока, диктующее иные силы сопротивления. Лишь в области, прилегающей к стенкам щелей, в весьма незначительной части живого сечения щели сохраняется ламинарная пленка, толщина которой постепенно убывает по мере роста значения Re.

Между ламинарной и турбулентной зонами заключена область переходная от линейного закона сопротивления к квадратичному или близкому ему.

Мы не отождествляем границу отклонения от линейного закона сопротивления, т. е. границу, отделяющую переходную зону от зоны с ламинарным режимом, с границей возникновения турбулентности потока. Анализ фильтрации в зернистых грунтах привел нас к заключению, что наиболее правильно объяснять возникновение отклонения от линейного закона действием сил инерции, которые, благодаря изменениям живых сечений и искривленности отдельных фильтрующихся струек по мере возрастания скорости, начинают играть заметную роль и влияют на сопротивление движению.

Турбулентность возникает в зернистом грунте несколько позднее и является фактором, создающим дальнейшие отклонения от линейного закона сопротивления и переход его к квадратичному.

При движении же в гладких щелях и при достаточном устранении влияния на него обстоятельства входа можно считать установленным, что отклонения от линейного закона являются следствием только зарождения турбулентности.

Но из предыдущего изложения явствует, что явление фильтрации в зернистом грунте представляет собой верхний предел, к которому стремится движение воды в шероховатых щелях по мере роста относительной шероховатости щели $\frac{e}{\delta}$, а движение в щели с гладкими стенками служит нижним пределом того же движения воды в шероховатой щели, к которому оно приближается по мере уменьшения $\frac{e}{\delta}$.

Из сказанного нетрудно прийти к заключению, что для шероховатых щелей с бо́льшими значениями $\frac{e}{\delta}$, более близких к верхнему пределу (зернистому грунту), отклонение от линейного закона начнется раньше зарождения турбулентности и тем раньше, чем больше $\frac{e}{\delta}$, а для шероховатых щелей с меньшими значениями $\frac{e}{\delta}$, тяготеющих к нижнему пределу (гладким щелям), граница отклонения от линейного закона сопротивления совпадет с зарождением турбулентности.

Вид кривых в сопоставлении с опытными данными по движению воды в трубах различных форм и в зернистых грунтах показывает, что для исследованного типа шероховатости границей, разделяющей оба случая, явится щель с $\frac{e}{\delta}$ порядка 0,5. Здесь, конечно не может быть речи о резкой границе, так как силы инерции от неправильности путей движения, отклоняющие закон сопротивления от линейного, будут нарастать постепенно по мере увеличения $\frac{e}{\delta}$.

Переходная зона с увеличением $\frac{e}{\delta}$ резко возрастает, охватывая собой значительную область движения с широким диапазоном изменения величин Re при $\frac{e}{\delta} > 0{,}5$. Ясно, что этот рост переходной зоны является следствием тех же сил инерции. Они определяют еще более значительное развитие переходной зоны для однородных зернистых грунтов [Л.36].

Таким образом, все поле значений f (фиг. 17 и 23) разбивается на зоны: ламинарную, турбулентную и переходную от первой ко второй.

Рассмотрим степень влияния шероховатости на закон сопротивления в ламинарной и турбулентной зонах.

Для удобства дальнейшего изложения введем некоторые условные пределы [1], разделяющие обе зоны по вертикали (для фиг. 17 и 23). В ламинарной зоне такой границей явится горизонтальная прямая, отвечающая примерно значению для $\frac{e}{\delta}$ равному 0,060—

[1] Справедливы только для исследованного нами типа шероховатости.

0,065. Турбулентную зону делим по вертикали на три части горизонтальными прямыми, отвечающими значениям $\frac{e}{\delta}$ равным 0,24 и 0,04.

В ламинарной зоне шероховатость исследованного типа оказывает влияние на сопротивление движению только при величине относительной шероховатости, большей 0,060—0,065. Это влияние все нарастает по мере увеличения $\frac{e}{\delta}$, и движение в щели стремится к своему верхнему пределу—к ламинарному движению в однородном зернистом грунте. Коэффициент сопротивления для него, установленный нами экспериментально, определяется в зависимости от Re из выражения

$$f=\frac{40}{Re}.$$

При $\frac{e}{\delta}<0{,}065$ шероховатость не влияет на сопротивление, движение переходит к нижнему предельному случаю, отвечающему гладким щелям $\left(\frac{e}{\delta}=0\right)$ и выражаемому зависимостью

$$f=\frac{6}{Re}.$$

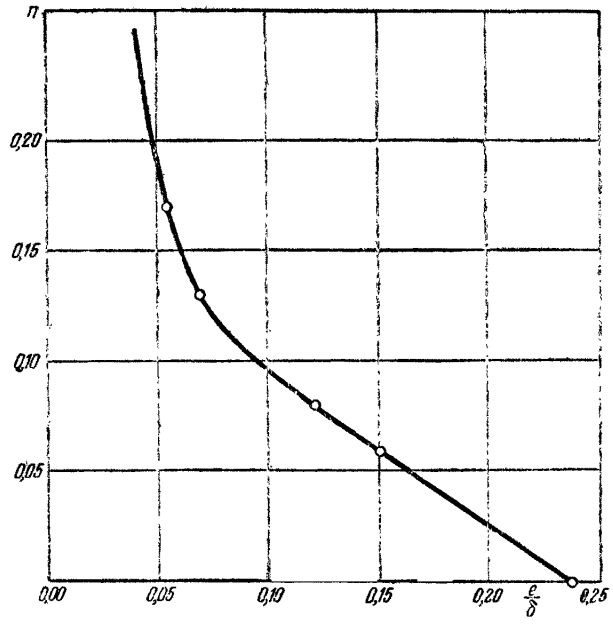
Следовательно, весь возможный диапазон влияния шероховатости на ламинарную зону заключен в определенные опытами пределы изменения коэффициента A в формуле $f=\frac{A}{Re}$, где A равно 6 и 40.

В турбулентной зоне при значениях $\frac{e}{\delta}$, больших 0,24, движение подчиняется квадратичному закону сопротивления. Коэффициент сопротивления определится по формулам (6,73) и (6,87).

В турбулентной зоне для значений $\frac{e}{\delta}$ от 0,04 до 0,24 и при f, изменяющемся от 0,015 до 0,056, закон сопротивления близок к квадратичному. В этой области и для $Re<4000$—5000 коэффициент сопротивления определяется формулой

$$f=\frac{B}{(Re)^n}. \qquad (6,92)$$

Опытные данные весьма четко показали постоянство величины коэффициента $B=0{,}056$ для различных значений $\frac{e}{\delta}$. Коэффициент B оказался равным аналогичному коэффициенту в выражении (6,63) для гладких щелей.



Фиг. 24. График зависимости n от $\frac{e}{\delta}$.

Показатель n меняется в зависимости от величины относительной шероховатости в пределах от 0 до 0,25. При первом пределе выражение (6,92) дает $f=0{,}056$, что соответствует квадратичному закону сопротивления, причем для исследованного типа шероховатости из (6,87), приравняв $f=0{,}056$, получим отвечающее ему значение относительной шероховатости, равное 0,24. При втором пределе выражение (6,92) превращается в (6,63), соответствующее турбулентному движению в гладких щелях.

Построенная по пяти точкам кривая изменения n в зависимости от $\frac{e}{\delta}$ (фиг. 24) показывает закономерность этого изменения, выражаемую уравнением

$$n=0{,}163-0{,}684\frac{e}{\delta}+\frac{2{,}71}{e_н^{76{,}5\frac{e}{\delta}}}, \qquad (6,93)$$

где $e_н$ — основание неперова логарифма.

Третий член этого уравнения практически не влияет на величину n в интервале значений $\frac{e}{\delta}$, равных 0,10—0,25, что приводит выра-

жение (6,93) в указанных пределах к уравнению прямой

$$n = 0{,}163 - 0{,}684\frac{e}{\delta}. \qquad (6{,}94)$$

Незначительная экстраполяция зависимости (6,93) за опытно-исследованные пределы позволяет установить то значение $\frac{e}{\delta} = 0{,}04$, при котором $n = 0{,}25$. Следовательно, при $\frac{e}{\delta} < 0{,}04$ шероховатость изученного типа не оказывает влияния на начальную область турбулентного движения, и последнее происходит, как в гладкой щели.

Исследования с шероховатыми трубами позволяют предположительно построить вероятные изменения коэффициента f в той же области значений $\frac{e}{\delta}$, но при дальнейшем возрастании Re за пределы, охваченные нашими опытами (на фиг. 23 вправо). Полагаем, что с дальнейшим ростом Re будет иметь место квадратичный закон сопротивления и f после некоторого значения Re станет величиной постоянной для заданного $\frac{e}{\delta}$ и не зависящей от Re. Соответствующая экстраполяция кривых значения f для рассматриваемой области показана пунктиром на фиг. 23.

При относительной шероховатости, меньшей 0,04, ее влияние будет сказываться при все больших значениях Re. В этой области шероховатых щелей турбулентное движение сначала (для меньших значений Re) будет происходить, как для гладких труб, и только начиная с некоторого предела значения Re, шероховатость окажет дополнительное воздействие. Согласно опытам с трубами здесь должна наблюдаться в пределах турбулентного режима своя переходная зона от турбулентного движения в гладких щелях к турбулентному движению в щелях вполне шероховатых.

Предполагаем, что в щелях аналогично трубам, как эта переходная область, так и прилегающие к ней области турбулентного движения получат свое выражение в виде обобщенной функции некоторой безразмерной

$$Re^* = \frac{u_c e}{\nu}.$$

По аналогии с трубами и, пользуясь (6,87) для вполне шероховатых щелей, получим общее выражение указанной функции

$$\frac{1}{\sqrt{f}} - 5{,}1\lg\frac{\delta}{2e} = \psi(Re^*). \qquad (6{,}95)$$

Эта функция приложима в пределах между двумя частными значениями Re^*, постоянными для данного типа шероховатости. Одно из значений Re^* отвечает началу воздействия шероховатости на турбулентный режим (в рассматриваемой области значений Re), т. е. началу переходной области. Другое значение—ее концу и переходу движения к зоне вполне шероховатой с квадратичным законом сопротивления.

Вид функции, равно как и оба характерные значения ее аргумента Re^*, должны определяться опытным путем.

Для получения общего представления на схеме фиг. 23 показаны в этой области пунктиром примерные кривые изменения коэффициента сопротивления f[1].

б) Характерные и критические числа для движения в гладких и шероховатых щелях

Мы далеки от мысли имеющимися в нашем распоряжении возможностями и средствами попутно с изучением фильтрации в трещиноватых породах вести исследования в весьма сложном и тонком вопросе о критических числах. Чтобы подчеркнуть всю глубину этого вопроса, достаточно вспомнить, что он неразрывно связан с другим, представляющим собой наиболее сложную проблему движения жидкости и заключающимся в выяснении сущности и происхождения турбулентности потока.

Тем не менее, учитывая всю важность выяснения пределов применимости линейного закона сопротивления и других закономерностей движения воды в трещинах для решения не только теоретических, но и практических задач, связанных с движением грунтовых вод

---

[1] Кривые построены по Никурадзе с определением для каждой кривой эквивалентной относительной шероховатости щели $\frac{e}{\delta}$ путем приравнивания коэффициента сопротивления щели и трубы, что дает следующее уравнение:

$$2{,}6 + 5{,}1\lg\frac{\delta}{2e} = 3{,}48 + 4\lg\frac{r_0}{e_1},$$

откуда получим:

$$\frac{e}{\delta} = 0{,}333\left(\frac{e_1}{r_0}\right)^{0{,}784}.$$

Этот пересчет сделан в предположении одинаковости форм кривых перехода для различных форм сечений и типов шероховатости, что не отвечает действительности. Даже только изменение типа шероховатости оказывает влияние на обобщенную функцию и видоизменяет кривые f в переходной турбулентной зоне. Поэтому значение проведенных кривых для указанной зоны лишь иллюстрационное.

в трещинах, мы вынуждены несколько подробнее проанализировать установленные нашими экспериментами границы между областями с различными законами сопротивления и полученные критические значения чисел Рейнольдса.

Для ясности последующего рассмотрения полученных нами результатов по характерным и критическим числам сформулируем прежде всего некоторые главнейшие общие положения.

Если обратиться к опытам Рейнольдса, то станет ясным, что с понятием критического числа связывали изменения в режиме потока и переход от ламинарного к турбулентному. Так как изменение режима ведет к изменениям закона сопротивления, то зачастую стали отождествлять критерий перехода к иному закону сопротивления с критерием перехода к новому режиму. Отождествлению некоторыми исследователями этих понятий способствовал также один из методов опытного установления критического числа по изменениям сопротивления движению. Так, например, при анализе законов движения грунтовой воды в зернистом грунте за критическое число обычно принимают число Рейнольдса, определяющее верхний предел применимости линейного закона сопротивления, и часто полагают, что этот предел связан с возникновением турбулентности движения.

В гл. V мы указывали, что в зернистом грунте не следует отождествлять границу отклонения от линейного закона сопротивления с переходом к турбулентному режиму.

Как увидим из дальнейшего изложения, характер найденных нашими опытами границ между ламинарной и переходной областью движения воды в шероховатых щелях также в известной степени подтверждает наличие таких случаев движения, когда не следует ставить знака равенства между началом отклонения от линейного закона сопротивления и зарождением турбулентности.

В связи с этим условимся в дальнейшем изложении, так же как и для зернистого грунта (см. гл. V), различать характерные и критические значения числа Re. Под характерными будем попрежнему понимать такие значения числа Рейнольдса, которые отвечают границам изменения закона сопротивления. Критические числа будут всегда представлять собой критерий перехода одного режима движения в другой, что отвечает термину «критический», подчеркивающему наступление некоторого качественно нового состояния исследуемого явления. Первым числам был присвоен индекс N, вторым — $Re_{кр}$.

В основе представления о критическом числе лежат законы подобия движения жидкостей. В простейшем выражении для рассматриваемого случая движения требования подобия можно выразить следующим образом: для подобия движения необходимо, чтобы были геометрически подобны внешние условия и чтобы силы, определяющие движение для подобных точек, были между собой в одном и том же отношении.

Напорное движение определяется тремя силами: давлением, трением и инерцией. Так как между ними должно существовать равновесие, то указанное требование подобия сведется к рассмотрению отношения между двумя из них, причем для подобных систем это отношение должно быть постоянным.

Рассмотрим в связи с изложенным отношение сил инерции к силам вязкости. Выражение этого отношения через переменные, определяющие движение, найдем, пользуясь анализом размерностей.

Силу инерции можно выразить как функцию плотности, характерной длины и характерной скорости, что на основе анализа размерностей приведет к следующей зависимости:

$$И = \alpha_1 u^2 l^2 \rho, \qquad (6,96)$$

где u и l — характерные скорость и длина, а α_1 — некоторый коэффициент, приводящий выражение к характерным скорости и длине. Сила трения T является функцией вязкости, характерной скорости и характерной длины, что дает выражение

$$T = \alpha_2 \mu u l. \qquad (6,97)$$

Следовательно, из (6,96) и (6,97) получим, что отношение сил инерции к силам трения равно:

$$\frac{И}{T} = \alpha \frac{\rho u l}{\mu}. \qquad (6,98)$$

Приняв за характерную скорость среднее ее значение по живому сечению щели, а за l — гидравлический радиус щели, равный $\frac{\delta}{2}$, получим из (6,98)

$$\frac{И}{T} = \alpha \frac{v\delta}{2\nu} = \alpha Re. \qquad (6,99)$$

Но в подобных системах, в частности для подобных движений в щелях, α постоянно вследствие соблюдения геометрического подобия русел; следовательно, должно быть постоянно значение Re.

Итак, для подобия двух напорных движений необходимо геометрическое подобие внешних условий и равенство чисел Рейнольдса. Если при равенстве Re два движения оказываются подобными, то нужно предположить, что и переход от одного вида движения к другому происходит при одном и том же значении числа Re, названном критическим.

Как Рейнольдс, так и последующие исследователи различают нижнее и верхнее значения критического числа. При скорости движения, отвечающей нижнему критическому числу, турбулентное движение переходит неизменно в ламинарное: при верхнем критическом числе ламинарное движение переходит в турбулентное. Следовательно, в области с числами $Re < (Re)_{н.кр}$ ламинарный режим является устойчивой формой движения, в области с $Re > (Re)_{в.кр}$ устойчив турбулентный режим. Между $(Re)_{н.кр}$ и $(Re)_{в.кр}$ заключается область, где возможны оба режима в зависимости от различных местных обстоятельств движения. Чем меньше причин, способствующих возникновению вихрей, тем дольше сохранится ламинарный режим.

На основании рассмотрения результатов различных экспериментальных исследований акад. Н. Н. Павловский предлагает значения критических чисел для труб $(Re)_{н.кр} = 500$; $(Re)_{в.кр} = 3\,000$ и для весьма широких каналов $(Re)_{н.кр} = 300$.

Из анализа самого понятия верхнего критического числа можно заключить, что оно не должно отличаться постоянством. Являясь верхней границей неустойчивой зоны, оно будет всецело зависеть от ряда обстоятельств, которые будут способствовать сохранению или нарушению того неустойчивого состояния движения, которое свойственно области со значениями $Re > (Re)_{н.кр}$. Действительно, опыты показали, что при тщательной их постановке и принятии мер, устраняющих возможные причины нарушения ламинарного режима, удавалось этот предел значительно повышать, доводя его до $Re \approx 20\,000$ (для труб).

Известная условность имеется также в установлении нижнего критического числа. Так, изучение влияния возмущений во входном участке трубы дало ряд значений нижнего критического числа для труб от 520—570. Опыты, устанавливающие воздействие длины трубы на значение нижнего критического числа, показали, что с увеличением длины трубы значение нижнего критического числа резко уменьшается.

Известны специальные исследования возмущений входного участка трубы, преследовавшие цель установить зависимость между вихреобразованием входа и критическим числом для остального протяжения трубы, примыкающей к входу.

Выше мы рассматривали случаи, когда оказывается соблюденным подобие движения, например случай движения в гладких щелях или же в щелях шероховатых при одном и том же типе и при одном каком-либо значении относительной шероховатости $\frac{e}{\delta}$. Если же будут изменяться тип или размер относительной шероховатости русла, этим нарушится подобие движения. Следовательно, отпадут предпосылки постоянства критического числа Re, поскольку, во-первых, окажется неизвестным, будут ли для сопоставляемых движений равны отношения силы инерции к силам сопротивления, и во-вторых, коэффициент α выражения (6,99) при движении, не удовлетворяющем требованию подобия, вообще не будет постоянным, так как не соблюдается геометрическое подобие движений.

В таком случае для движения в руслах различной формы и шероховатости критическое значение числа Re будет величиной переменной и функцией формы и шероховатости русла, что выражаем в следующем общем виде:

$$(Re)_{кр} = \psi\left(\frac{e}{\delta};\ \Phi\right). \qquad (6,100)$$

Можно представить себе наличие также других факторов, которые наряду с шероховатостью и формой сечения могут нарушить подобие явления и повлияют на значение критического числа. Такими факторами, влияющими на значение критического числа, могут быть, например, длина щели или трубы, условия входа, наличие ряда дополнительных обстоятельств, способных значительно влиять на силы инерции или силы сопротивления.

В итоге мы приходим к выводу, что при строгом подходе величина критического числа $Re_{кр}$ может быть постоянна только для двух подобных движений, например, лишь для двух одинаковой формы и относительной шероховатости щелей бесконечной длины.

Но и при соблюдении указанных условий, как отмечалось выше, значение критических чисел может в известных пределах изменяться в зависимости от наличия тех или других мест-

ных условий движения, способствующих существованию или нарушению ламинарного режима (если движение будет находиться в области выше некоторого нижнего значения критического числа).

Во всем изложенном выше следует различать факторы «общие» от факторов «местных».

Факторами общими называем те условия движения, которые определяют собой основные силы, действующие на движение. Следовательно, их изменения неминуемо должны привести к изменениям критических чисел Re, малым или значительным, в зависимости от степени различия двух сравниваемых движений.

Факторы местные могут воздействовать на критическое число в ограниченных пределах изменения Re, отвечающих области, где ламинарное движение оказывается неустойчивой формой.

Так, например, отдельные редкие и разбросанные выступы шероховатости, создающие местные очаги завихрения потока, явятся «местными» факторами и могут лишь ускорить нарушение ламинарного режима в той области, где ламинарный режим неустойчив. Та же шероховатость, покрывающая собой всю поверхность, явится причиной «общей» и в зависимости от типа и размера будет в корне менять силы, действующие на движение и значения критических чисел.

Опираясь на изложенные общие положения и соображения, рассмотрим результаты наших экспериментальных исследований по движению воды в щелях с гладкими и шероховатыми стенками.

В этих исследованиях, как известно из содержания § 10 гл. VI, мы наблюдали за изменениями силы сопротивления напорному движению в щели, причем отклонения от линейного закона сопротивления и переход к другим закономерностям устанавливались, главным образом, в результате графической обработки опытных данных. Для этого были использованы графики зависимости q от J и f от Re в логарифмической аноморфозе (фиг. 14, 15, 16, 17). На этих графиках, как нетрудно видеть, области с различной степенной зависимостью между указанными величинами (например линейный закон сопротивления, квадратичный закон сопротивления) выразятся прямыми линиями, угловой коэффициент которых будет определять показатель степени соответствующей закономерности. Это дает наглядное представление об отклонениях от основных законов для шероховатых щелей — линейного и квадратичного — и выделяет область перехода от режима ламинарного к турбулентному.

В связи с большим интересом, который представляет вопрос о взаимоотношениях между числами N и $(Re)_{кр}$, было бы весьма полезно иметь дополнительные наблюдения за режимом потока с целью выявления начала нарушения ламинарного режима и перехода потока к турбулентному режиму. Однако, подобные наблюдения не проводились. Тем не менее, результаты исследований позволяют сделать некоторые обобщения, имеющие значение для уточнения представлений в области критических и характерных чисел.

Возможности таких обобщений в особенности возросли благодаря анализу и изученности в наших исследованиях двух предельных случаев, между которыми заключено движение в шероховатых щелях. Как указывалось, они представляют собой движение в гладких щелях и фильтрацию в однородных зернистых грунтах. С этих видов движения начнем рассмотрение полученных значений критических и характерных чисел.

Исполненные опыты с гладкими щелями дали отклонения от линейного закона сопротивления при числах $\bullet Re = N_1$, данных в табл. 6. В ней же приводятся раскрытия щелей и длина входного участка.

Таблица 6

№ по пор.	Раскрытие щели δ, *см*	Длина входного участка l, *см*	Отношение $\frac{l}{\delta}$	N_1
2	0,08	0	0	170
3	0,10	0	0	220
4	0,122	10	82	600
5	0,13	0	0	230
6	0,16	0	0	230
7	0,215	10	47	600
8	0,33	10	30	250
9	0,523	10	19	250

Отклонения от линейного закона в опытах № 2, 3, 5 и 6 не указывают на возникновение турбулентности, а определяются потерями напора на образование живой силы при входе, которые полностью вошли в общие измеренные потери напора, так как в перечисленных опытах входной участок при замерах напоров не выделялся. Поэтому значения Re опытов № 2, 3, 5 и 6 при установлении значения $(Re)_{кр}$ могут лишь характеризовать степень важности учета входных возмущений и выделения входного участка[1].

[1] Опыты № 2, 3, 5 и 6 относятся к первой группе исследований, поставленных с некоторыми недостатками, устраненными в дальнейших экспериментах.

Значения числа Re для опытов № 8 и 9, при которых наблюдалось отклонение от линейного закона, также не могут считаться характерными, так как в этих опытах хотя и имеется входной участок, исключаемый из замера сопротивлений, но длина его недостаточна вследствие более значительного раскрытия щели опытов № 8 и 9, снижающего отношение $\frac{l}{\delta}$ до 19 *.

Для безупречного определения нашей границы критического числа существенно, чтобы отрезок трубы, на концах которого производятся измерения напора, отстоял достаточно далеко от входа в трубу, по крайней мере на 50 раскрытий δ. Указанному требованию отвечают опыты № 4 и 7, результаты которых дают значение $N_1 = 600$. По характеру изменений зависимости f от Re (фиг. 15) и q от J (фиг. 14) заключаем, что при этом значении числа Re происходит изменение режима и ламинарное движение нарушается, т. е. $N_1 = (Re)_{кр} = 600$ (против 500 для труб). Кроме того, подтвержденные нашими опытами зависимости f от Re для ламинарного и турбулентного режима [см. (6,35) и (6,63)] позволяют установить значение Re, отвечающее точке пересечения прямых, изображающих на фиг. 15 зависимости f от Re для ламинарного и турбулентного режимов. Этой точке соответствует значение $Re = 500$. Последнее принимаем за нижнее критическое число. В таком случае получим $(Re)_{н.кр} = 500$ (против 300 для труб).

Переход от ламинарного режима к турбулентному, хотя и выражен достаточно четко, занимает все же область значений Re от 600 до 1 200. Он имеет несколько размытую форму, свидетельствующую о наличии в опыте значительных входных возмущений и минимальной допустимой длины входного участка щели. В этих условиях полученное значение $(Re)_{кр} = 600$ должно быть близким нижнему критическому числу.

Опыты с фильтрацией в зернистых однородных грунтах дали отклонение от линейного закона сопротивления при $Re = 3{,}0$ **.

Считаем согласно соображениям, изложенным в [Л. 36], и в соответствии с мнениями В. В. Ведерникова и других, что указанное значение $Re = N_1 = 3{,}0$ не является критическим, так как при этом значении турбулентность не зарождается, а отклонение от закона ламинарной фильтрации является результатом действия сил инерции при ламинарном режиме вследствие резких изменений сечений и кривизны траекторий отдельных струек фильтрационного потока.

Установленные нами изменения закона сопротивления в напорном равномерном движении воды в шероховатых щелях были рассмотрены в § 12 гл. VI. Как отмечалось, они показали, что изменения коэффициента сопротивления f в зависимости от $\frac{e}{\delta}$ и Re (характеризующие и определяющие соответствующие изменения закона сопротивления) охватываются зоной, ограниченной линиями, изображающими зависимость f от Re для гладких щелей и зернистых грунтов. Закономерности изменения f от $\frac{e}{\delta}$ и Re для щели данного типа и любого размера шероховатости, отвечающей свойствам многих трещиноватых пород, укладываются в этой зоне значений f (фиг. 23).

В зависимости от изменений закона сопротивления (изменений вида функциональной зависимости f от Re и $\frac{e}{\delta}$) эта зона оказалась разбитой (фиг. 23) на ламинарную — *1*, переходную от ламинарной к турбулентной — *2* и турбулентную — *3*. Последняя в свою очередь делится на зоны вполне шероховатую с квадратичным законом сопротивления — *3* и переходную от закона сопротивления для турбулентного движения в гладких щелях к квадратичному для режима вполне шероховатого. Эту зону будем называть переходной турбулентной — *5*. Она закономерно переходит к зоне вполне шероховатой по мере роста Re (по чертежу слева направо) и по мере роста $\frac{e}{\delta}$ (по чертежу снизу вверх через зону *4*).

Рассмотрим значения N и $(Re)_{кр}$, т. е. характерные и критические числа для границ, разделяющих перечисленные зоны.

Граница между зоной ламинарного режима и переходной очерчивается геометрическим местом точек, определяющим собой изменения N_1 в зависимости от значения $\frac{e}{\delta}$ для изученного типа шероховатости.

---

* Принятое раскрытие щели при имеющихся в лаборатории напорах было необходимо для исследования области турбулентного режима, отвечающего более высоким значением числа Re.

** Это значение получено после приведения результатов опытов по формулам (6,9), (6,10), (6,13) к виду, сравнимому со щелями путем пересчета гидравлического радиуса (см. § 10 в гл. VI).

В общем случае изменения как типа шероховатости, так и относительной ее величины значение f будет функцией Φ и $\frac{e}{\delta}$. В наших опытах для близких по форме шероховатостей можно принять Φ постоянным и значение характерного числа $N_1 = \varphi\left(\frac{e}{\delta}\right)$. Как следует из фиг. 23, N_1 резко уменьшается по мере роста $\frac{e}{\delta}$, изменяясь от 600 до 3 при переходе от одного своего предела (гладкой щели) до другого (зернистых грунтов). Для максимального опытно-изученного значения $\frac{e}{\delta} = 0{,}81 - 0{,}86$ оно равно 12—20.

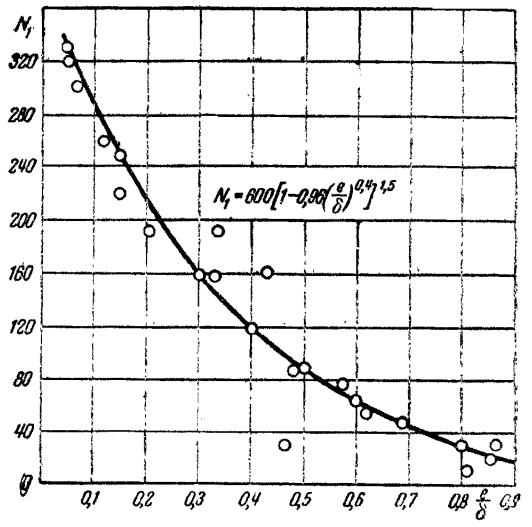
Кривая изменения значения N_1 в зависимости от $\frac{e}{\delta}$ дана на фиг. 25. Путем математической обработки подобрана функция, отражающая изменения N_1. Она выражается уравнением

$$N_1 = 600\left[1 - 0{,}96\left(\frac{e}{\delta}\right)^{0{,}4}\right]^{1{,}5}. \qquad (6{,}101)$$

По характеру кривых f и q (фиг. 16 и 17) можно предполагать, что до некоторого значения $\frac{e}{\delta} \approx 0{,}5$ при $f \approx 0{,}15$ вместе с отклонением от линейного закона сопротивления движение переходит к турбулентному режиму, следовательно, здесь N явится одновременно $Re_{кр}$.

Весьма показательно, что для этой области $Re_{кр}$ равны значениям Re в точке пересечения кривых $f = \varphi\left(Re; \frac{e}{\delta}\right)$ для ламинарного и вполне шероховатого турбулентного режима, т. е. их следует рассматривать как нижние значения критических чисел. Итак, окончательно принимаем, что для $\frac{e}{\delta} < 0{,}5$ значения $N_1 = Re_{н.кр}$. В области же значений $\frac{e}{\delta} > 0{,}5$ предполагаем, что значение N_1 определяет лишь начало отклонений от линейного закона, но не указывает на образование турбулентности. В этом случае объясняем отклонение от линейного закона сопротивления не возникновением турбулентности, а влиянием сил инерции.

За нижние критические числа мы приняли значение Re в точке пересечения кривых, выражающих зависимость f от Re и $\frac{e}{\delta}$ для



Фиг. 25. График зависимости N_1 от $\frac{e}{\delta}$.

№ опытов	e, см	δ, см	$\frac{e}{\delta}$	N_1	№ опытов	e, см	δ, см	$\frac{e}{\delta}$	N_1
1	0,055	0,068	0,810	12	9	0,175	0,205	0,854	20
2	0,055	0,118	0,467	31,6	10	0,175	0,255	0,687	48
3	0,055	0,168	0,327	158	11	0,175	0,305	0,574	76
4	0,055	0,268	0,205	191	12	0,175	0,405	0,432	160
5	0,110	0,128	0,862	30	13	0,055	0,365	0,150	20
6	0,110	0,178	0,618	56	14	0,055	0,491	0,110	260
7	0,110	0,228	0,482	88	15	0,055	0,800	0,069	300
8	0,110	0,328	0,335	791	16	0,055	1,017	0,054	320

зон ламинарной и вполне шероховатой турбулентной.

Поскольку нам известны выражения этих зависимостей (6,70) и (6,87), не представит труда найти аналитические выражения для $Re_{н.кр}$ как абсциссы точки пересечения. Приравняем для этого значения f из (6,70) и (6,87) и определим из полученного равенства $(Re)_{н.кр}$

$$Re_{н.кр} = 6\left[1 + 6{,}0\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1{,}5}\right]\left(2{,}6 + 5{,}1\lg\frac{\delta}{2e}\right)^2 \qquad (6{,}102)$$

или после преобразований

$$Re_{н.кр} = 6{,}72\left[1 + 6{,}0\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1{,}5}\right]\left(1 - 4{,}8\lg\frac{e}{\delta}\right)^2. \qquad (6{,}103)$$

Значения N_1 и $Re_{н.кр}$ при $\frac{e}{\delta} < 0{,}5$, определенные из (6,101) и (6,103), получаются достаточно близкими. По мере же роста $\frac{e}{\delta}$ разрыв увеличивается и достигает значитель-

ных размеров в весьма узких щелях, приближающихся по характеру движения в них воды к фильтрации в зернистой среде. Этот разрыв является следствием влияния второго фактора—сил инерции, диктующего отклонения закона сопротивления еще до возникновения турбулентности.

Позволим себе высказать предположение, что сопоставление значений N_1 и $Re_{н.кр}$, определяемых по формулам (6,101) и (6,103), характеризует в известной мере запаздывание возникновения турбулентности по сравнению с началом отклонения от линейного закона. Это запаздывание все возрастает по мере приближения к явлению фильтрации в зернистой среде, достигая близ этого своего предела весьма значительных величин.

Формулы (6,101) и (6,103) дают возможность выделить область с линейным законом сопротивления, что практически весьма важно, так как этим определяется та область решения различных задач гидротехники, для которой справедлива линейная зависимость средней скорости движения воды от гидравлического градиента. Именно к этой области ламинарного потока с линейным законом сопротивления приложимо большинство имеющихся решений по исследованиям фильтрации, и только для нее можно использовать наиболее простой метод экспериментального изучения фильтрационного поля — метод электро-гидродинамических аналогий.

Следует оговориться, что граница области с линейным законом сопротивления, определяемая выражением (6,103), строго справедлива только для исследованного типа шероховатости, но можно предвидеть масштабы ее смещений при переходе к другим типам шероховатости, так как эти изменения ограничиваются числами $Re_{кр} = 600$ для гладких щелей и $Re_{н.кр} = 3$ для зернистого грунта. Эти числа определяют на фиг. 17 две точки, близ которых пройдет граница области с линейным законом сопротивления при любом ее перемещении, продиктованном изменениями количества и отчасти типа шероховатости щели.

Другая граница переходной зоны со стороны области турбулентного режима определяется значениями $Re = N_2$. После этой границы устанавливается турбулентный режим с квадратичным или близким к нему законом сопротивления. Экспериментально установленные значения N_2 для исследованного типа шероховатости колеблются в пределах от 480 до 1 100. Функциональная зависимость этого предела от шероховатости нами не устанавливалась в связи с меньшим практическим интересом этого предела для целей наших исследований.

Характерным для изменений N_2 в зависимости от величины $\frac{e}{\delta}$ является уменьшение значения N_2 по мере увеличения $\frac{e}{\delta}$ в пределах до $\frac{e}{\delta} \approx 0{,}5$ (для изученного типа шероховатости), что вполне понятно, так как с увеличением $\frac{e}{\delta}$ значительно возрастает роль шероховатости в вихреобразовании и поддержании завихренного состояния потока. Затем при $\frac{e}{\delta} > 0{,}5$ с возрастанием $\frac{e}{\delta}$ намечается тенденция к возрастанию значения N_2.

Рассмотрим значения характерных чисел N_3 и N_4, выделяющих переходную турбулентную область. Ее начало определяется значениями $Re = N_3$, при которых начинает сказываться влияние шероховатости на турбулентный режим, и вследствие этого нарушается закон сопротивления для турбулентного потока в гладкой трубе. Ее конец отвечает значениям $Re = N_4$, при которых закон сопротивления становится квадратичным.

Указанная переходная зона и последующая зона с квадратичным законом сопротивления достаточно полно изучены экспериментально для напорного движения в трубах. По аналогии явления используем результаты этих исследований для установления зависимости значения чисел N_3 и N_4 от $\frac{e}{\delta}$. Как указывалось в § 12, а гл. VI, исследования движения в трубах установили, что границам переходной турбулентной области отвечают некоторые постоянные значения числа Re^* для любого значения $\frac{e}{\delta}$ данного типа шероховатости, равные Re_1^*, Re_2^*. Зная эти числа, нетрудно найти выражения для N_3 и N_4.

Определим Re через Re^*. Для этого воспользуемся зависимостью u_c от средней скорости потока и коэффициента сопротивления (6,53):

$$Re^* = \frac{u_c e}{\nu} = \frac{v \cdot e}{\nu} \cdot \sqrt{\frac{f}{2}} = Re \frac{e}{\delta} \sqrt{2f}, \quad (6{,}104)$$

При $Re = N_3$ движение еще подчиняется за-

кону сопротивления, отвечающему турбулентному режиму в гладких щелях, когда

$$f=\frac{C}{(Re)^{0,25}}, \qquad (6,105)$$

где C — 0,056.

Подставляя f из (6,105) в (6,104) и заменяя Re^* его частным значением Re_1^*, получим:

$$N_3=3{,}5\left(\frac{\delta}{e}\,Re_1^*\right)^{1,14}, \qquad (6,106)$$

где N_3 — искомое значение числа Re, отвечающее Re_1^*.

Предполагаем, что для квадратичного закона сопротивления, наступающего при $Re=N_4$, будет справедливо выражение (6,87).

После подстановки f из этого выражения в уравнение (6,104) и решения его относительно Re получим:

$$N_4=\frac{Re_2^*}{\sqrt{2}}\left(2{,}6+5{,}1\lg\frac{\delta}{2e}\right)\frac{\delta}{e}=$$

$$=0{,}75\,Re_2^*\left(1+4{,}8\lg\frac{\delta}{e}\right)\frac{\delta}{e}, \qquad (6,107)$$

где N_4 — искомое значение числа Рейнольдса, отвечающее Re_2^*. Значения Re_1^* и Re_2^* легко определить экспериментально, произведя опытное изучение движения в шероховатой щели при малых значениях $\frac{e}{\delta}$ и для больших значений Re.

Изложенные выводы о законе сопротивления и критических числах для движения воды в шероховатых щелях при малых значениях $\frac{e}{\delta}$, основанные на аналогиях с исследованиями в трубах и значительной экстраполяции результатов наших опытов, нуждаются в экспериментальной проверке, без чего они являются лишь предположениями, поскольку законы движения в турбулентной области при настоящем уровне знаний могут строиться лишь на опытной базе.

Следует отметить, что эта область относительно малой шероховатости и больших скоростей движения представляет, несомненно, меньший интерес для решения прикладных задач гидротехники, связанных с фильтрацией в трещиноватых породах.

в) Сводка расчетных формул

В итоге проведенного исследования получены главнейшие зависимости между факто-

Таблица 7

№ по пор.	Режим движения	Формулы
	а) Щели с гладкими стенками	
1	1. Ламинарный	$v=\frac{\gamma}{12\mu}\delta^2 J$
2		$q=\frac{\gamma}{12\mu}\delta^3 J$
3		$f=\frac{6}{Re}$
4	2. Турбулентный	$v=4{,}7\sqrt[7]{\frac{g^4}{\nu}\delta^5 J^4}$
5		$q=4{,}7\delta\sqrt[7]{\frac{g^4}{\nu}\delta^5 J^4}$
6		$f=0{,}056\frac{1}{Re^{0,25}}$
7	3. Верхний предел применимости линейного закона сопротивления	$(Re)_{кр}=600$
8		$(Re)_{н.кр}=500$
	б) Щели с шероховатыми стенками	
9	1. Ламинарный	$v=\frac{\gamma}{12\mu}\delta^2 J\frac{1}{1+6\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1,5}}$
10		$q=\frac{\gamma}{12\mu}\delta^3 J\frac{1}{1+6\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1,5}}$
11		$f=\frac{6}{Re}\left[1+6\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1,5}\right]$
12	2. Турбулентный (вполне шероховатые щели)	$v=\sqrt{gJ\delta}\left(2{,}6+5{,}1\cdot\lg\frac{\delta}{2e}\right)$
13		$q=\delta\sqrt{gJ\delta}\left(2{,}6+5{,}1\cdot\lg\frac{\delta}{2e}\right)$
14		$f=\frac{1}{\left(2{,}6+5{,}1\cdot\lg\frac{\delta}{2e}\right)^2}$
15	3. Верхний предел применимости линейного закона сопротивления	$N_1=600\left[1-0{,}96\left(\frac{e}{\delta}\right)^{0,4}\right]^{1,5}$

рами, определяющими напорное равномерное движение воды в одиночной щели. Основные выводы касаются вопросов: 1) установления связи между коэффициентом сопротивления, числом Рейнольдса и безразмерной характеристикой шероховатости; 2) получения расчетных формул для расхода и скорости щелевого потока; 3) выявления характерных и критических значений числа Рейнольдса.

Изученность предельных случаев для движения в шероховатых щелях и представление результатов исследований в безразмерной форме в зависимости от безразмерных характеристик, принятых при решении других задач руслового потока, облегчают дальнейшие обобщения и использование полученных результатов.

Весьма показательны экспериментальные значения N_1 и $Re_{н.кр}$ для щелей с различной величиной относительной шероховатости. Они заполняют существовавший разрыв между значениями верхнего предела применимости линейного закона сопротивления для случаев напорного движения воды в трубах и в зернистом грунте. Постепенный и закономерный переход значения N_1 от 600 до 3 по мере увеличения относительной шероховатости позволяет яснее представить физическую природу явления и те факторы, которые, определяя отклонения от линейного закона сопротивления, диктуют столь значительное уменьшение числа N_1.

Анализ полученных значений характерных чисел позволяет утверждать, что линейный закон сопротивления имеет достаточно широкое распространение при движении воды в шероховатых щелях. Если, например, ограничить размеры открытия трещин δ до 0,5 *см*, а абсолютную шероховатость — до 2 *мм*, то ламинарный режим с линейным законом сопротивления подчинит себе почти всю область гидравлических градиентов, обычно встречающихся в гидротехнических сооружениях, и на долю остальных режимов останутся лишь местные точки и зоны резкого возрастания градиентов, имеющие ограниченные области распространения.

В заключение приводим сводку основных формул (табл. 7).

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В ЩЕЛЯХ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ И КРИВОЛИНЕЙНОГО ОЧЕРТАНИЯ

14. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Геометрические формы трещиноватости горных пород весьма неправильны. С целью приближения изучаемых моделей щелей неправильного очертания к реальной трещиноватости исследуем движение воды в клиновидных щелях, имеющих сечения постепенно суживающиеся или расширяющиеся; рассмотрим также влияние местных резких изменений сечений и искривлений путей фильтрации, т. е. влияние так называемых местных сопротивлений на движение воды в щелях.

Во всех моделях щелей неправильной формы попрежнему будем исследовать явление в плоскости, т. е. будем рассматривать неправильности очертаний щелей (изменения сечений и изменения направлений щелей) в двух измерениях, а затем обобщим выводы для пространственной трещиноватости с последующей их проверкой на пространственных моделях трещиноватости.

На данной стадии изучения проведенные нами эксперименты еще весьма ограничены, их основная цель — опытно установить хотя бы весьма приближенно относительный удельный вес сопротивления от неправильностей очертания трещин в общем сопротивлении трещиноватой среды фильтрационному потоку.

15. ПРОВЕДЕННЫЕ ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Лабораторные исследования проводились для напорного движения воды в одиночной щели переменного сечения или криволинейного очертания, гладкой или шероховатой (для клиновидных щелей).

Общая схема постановки опыта повторяет принятую при изучении движения воды в щелях, образованных двумя параллельными плоскостями. Схема опыта показана на фиг. 13. Модели же щелей менялись. Они даны на фиг. 26.

Всего проведено 10 опытов и использованы результаты двух более ранних опытов (1938 г.) с клиновидными щелями, проведенных в связи с исследованиями для нужд строительства.

Опыты следует разбить на четыре группы:

I группа — опыты со щелями, образованными двумя сходящимися или расходящимися плоскостями при малом угле их растворения; следовательно, в этих опытах исследовалось влияние постепенного изменения сечения в щелях, т. е. их клиновидности (опыты № 11 и 12).

II группа — опыты с гладкими щелями, закономерно и попеременно плавно, но значительно суживающимися и расширяющимися. Расширения и сужения, следуя одно за другим, образуют ряд вздутий (опыты № 1, 2, 3, 4 и 5).

III группа — опыты с гладкими щелями, попеременно расширяющимися и суживающимися но, в отличие от моделей опытов II группы, щели имели внезапные резкие изменения сечений (опыты № 8, 9 и 10).

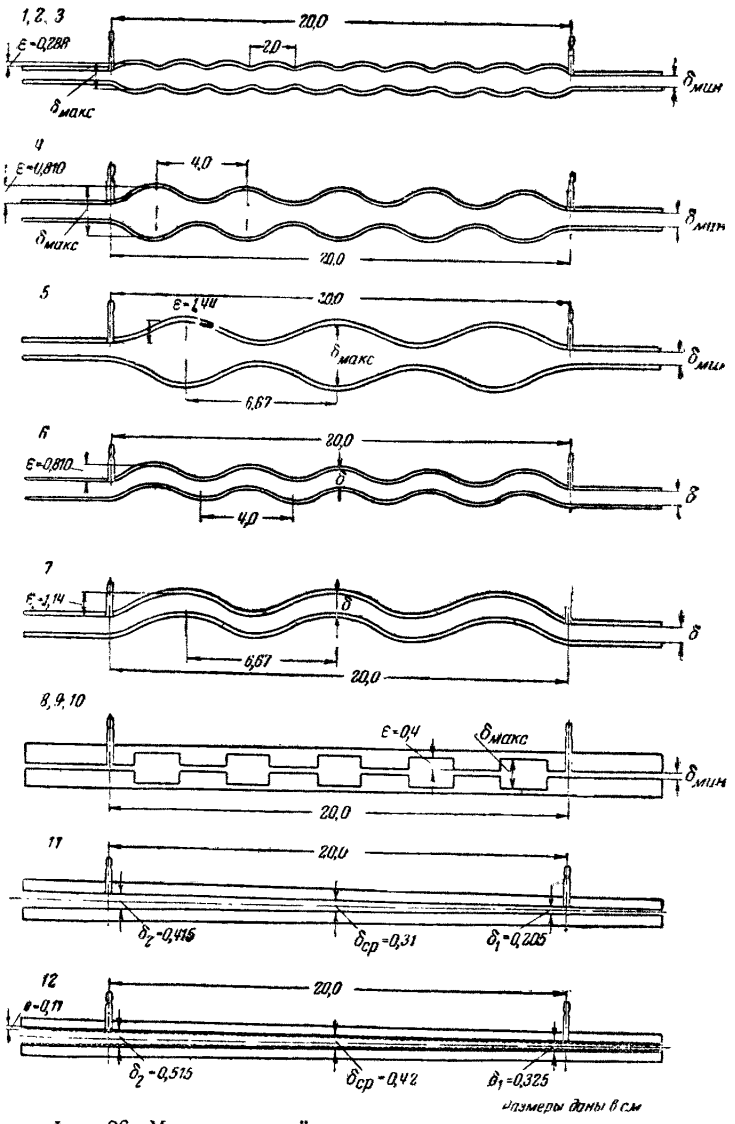
IV группа — опыты с гладкими щелями постоянного сечения, но криволинейного очертания вдоль движения потока (опыты № 6 и 7).

Модель клиновидной щели в опытах I группы образовывалась двумя стеклянными пластинками, поставленными под некоторым небольшим углом друг к другу. В опытах с шероховатыми клиновидными щелями были использованы стекла с искусственной шероховатостью, служившие для опытов с шероховатыми щелями постоянного сечения.

Модели щелей с попеременным плавным сужением и расширением сечений осуществлялись двумя пластинками из плексигласа, изогнутыми примерно по синусоиде, с плоскими участками в начале и конце щели длиной по 10 *см*. В различных опытах применялись три типа таких изогнутых пластинок, отличающиеся количеством волн синусоиды, равным 3, 5 и 10.

Пластинки, образующие щель, ставились на различном взаимном расстоянии, и этим регулировалось раскрытие щели и величина относительного ее расширения и сужения.

Модели для третьей группы опытов образовывались двумя прозрачными плоскими пластинками из плексигласа с поперечными утолщениями. Так же, как и в предыдущей группе опытов, расстановка пластинок на различном взаимном расстоянии позволяла изменять раскрытие и величину относительного расширения и сужения щели.



Фиг. 26. Модели щелей переменного сечения, испытанные в лабораторных условиях.

Модели криволинейных щелей постоянного сечения осуществлялись из тех же двух пластинок, которые образовывали щели опытов II группы, но поставленных так, что они образовывали щели постоянной толщины.

Минимальное раскрытие щели (в местах сужения) и раскрытия по краям клиновидной щели замерялись толстомерами. Среднеобъемное раскрытие щели во всех опытах устанавливалось путем замера объема щели наливом воды и измерением объема воды, идущего на заполнение модели щели.

Перечень исполненных опытов и характеристика их основных параметров даются в табл. 8.

Таблица 8

№ опытов	Ширина щели, *см*	Толщина щели δ, *см*							
		мин.	макс.	средне-объем.	*e*, *см*	$\frac{e}{\delta_{c.o}}$	$\frac{\delta_{макс}}{\delta_{мин}}$	$\frac{\delta_{мин}}{\delta_{c.o}}$	$\frac{\delta_{макс}}{\delta_{c.o}}$
1	4,9	0,177	0,753	0,465	0,288	0,620	4,25	0,38	1,62
2	4,9	0,267	0,843	0,555	0,288	0,520	3,16	0,48	1,52
3	4,9	0,324	0,90	0,612	0,288	0,470	2,78	0,53	1,47
4	4,82	0,311	1,93	1,12	0,81	0,724	6,20	0,278	1,72
5	4,90	0,370	3,25	1,81	1,44	0,796	8,78	0,204	1,80
6	4,82	—	—	0,326	—	0	1	—	—
7	4,9	—	—	0,373	—	0	1	—	—
8	4,9	0,177	0,977	0,577	0,4	0,694	5,51	0,306	1,69
9	4,9	0,226	1,026	0,626	0,4	0,638	4,55	0,362	1,63
10	4,9	0,406	1,206	0,806	0,4	0,495	2,97	0,504	1,50
11	5,0	0,205	0,415	0,31	—	—	2,02	0,661	—
12	5,0	0,325	0,515	0,42	0,11*	0,262*	1,58	0,775	1,23

* 0,11 представляет собой диаметр песчинок шероховатости *e*, а 0,262 — соответственное значение относительной шероховатости $\frac{e}{\delta_{c.o}}$.

Порядок проведения опыта сохранялся тот же, что и для исследований с плоскими щелями постоянного сечения. В каждом опыте через щель под напором пропускался некоторый расход Q на всю ширину щели или q на 1 пог. *см* ширины щели, замеряемый объемным методом. Одновременно фиксировалась пьезометрами потеря напора в щели. Установка пьезометров по отношению к расширениям щели показана на фиг. 26.

В отличие от опытов с постоянным сечением щели в опытах № 1—10 были проведены непосредственные наблюдения за режимом течения путем введения в поток красителя. Движение окрашенных струй зарисовывалось. Этим устанавливался характер движения струй при ламинарном режиме, и фиксировалось зарождение и развитие турбулентности вплоть до полного перемешивания потока в результате резко возрастающей пульсации скоростей.

Опыты ставились для наибольшего возможного по техническим обстоятельствам диапазона изменений числа Рейнольдса.

Минимальное число Рейнольдса, близкое к 1, лимитировалось возможностями замера весьма незначительных потерь напора специальным микроманометром (точность отсчета 0,03 *мм* вод. ст.). Максимальные числа Рейнольдса, равные 3 500—4 500 *, определялись имеющимся в лаборатории максимальным напором, равным 20 *м*.

Результаты опытов представлены графиками, изображающими для каждого опыта полученные экспериментально зависимости q от J и f от Re (фиг. 27 и 28). Последние две величины определялись по формулам

$$f_{c.o} = \frac{J\delta_{c.o}g}{v^2}, \qquad (7,1)$$

$$Re_{c.o} = \frac{v\delta_{c.o}}{\nu}, \qquad (7,2)$$

$\delta_{c.o}$ — как и в шероховатых щелях с параллельными стенками, представляет собой среднеобъемное раскрытие щели, равное объему щели, деленному на bl, где b — ширина щели, а l — ее длина.

16. НАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ В КЛИНОВИДНЫХ ЩЕЛЯХ

Течение в суживающихся и расширяющихся руслах служило предметом многочисленных исследований.

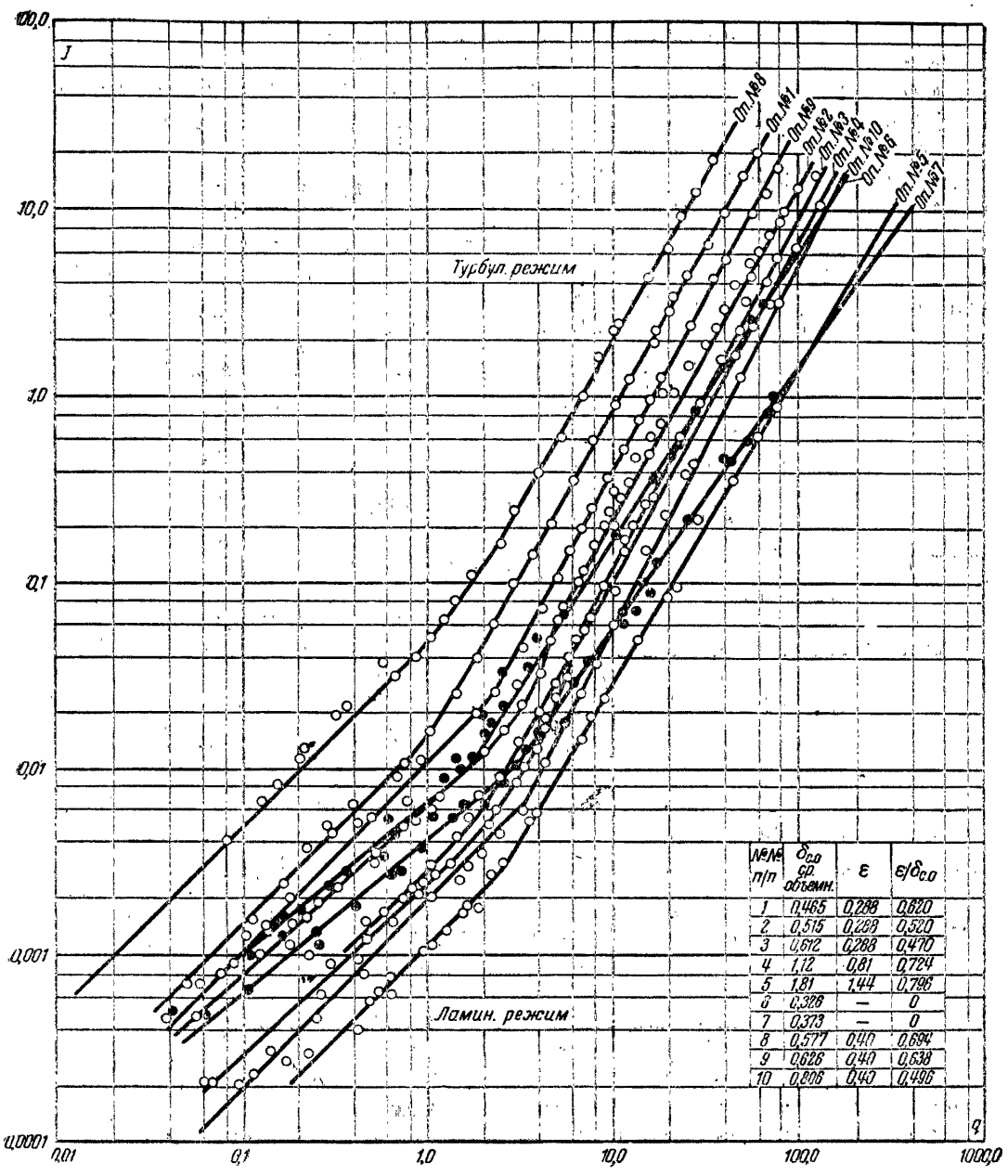
Для наших целей анализа движения воды в щелях с малым углом клиновидности и постепенно расширяющихся воспользуемся результатами исследований, проведенных другими авторами.

Эти исследования подтвердили для случая движения в лотке переменной ширины хорошее соответствие распределения скоростей закону корня седьмой степени. Общая картина изменения эпюры скоростей, полученная в опытах, показывает, что для сходящегося течения профиль скоростей получается более плоским, а для расходящегося течения — более заостренным по сравнению с течением между параллельными стенками. Характер изменений эпюры скоростей наглядно иллюстрируется графиком, показанным на фиг. 29.

Эти результаты обосновывают даваемый ниже вывод расчетной формулы, определяющей сопротивление напорному движению воды в клиновидных щелях при клиновидности не более 4—5°. Степень точности приближенного решения отвечает прикладным задачам исследования напорного движения воды в трещинах.

Определим силу сопротивления движению в клиновидной щели, решая для данного случая основное уравнение механики о равенстве количества движения импульсу действующих сил. В этом решении, рассматривая движение потока между двумя бесконечно близкими поперечными сечениями, будем приближенно принимать распределение скоростей по сечению

* Числа Рейнольдса везде отнесены к гидравлическому радиусу. Последний для щелей $\delta/b > 1{,}05$ рассчитывался с учетом влияния боковых стенок, как для трубы прямоугольного сечения.



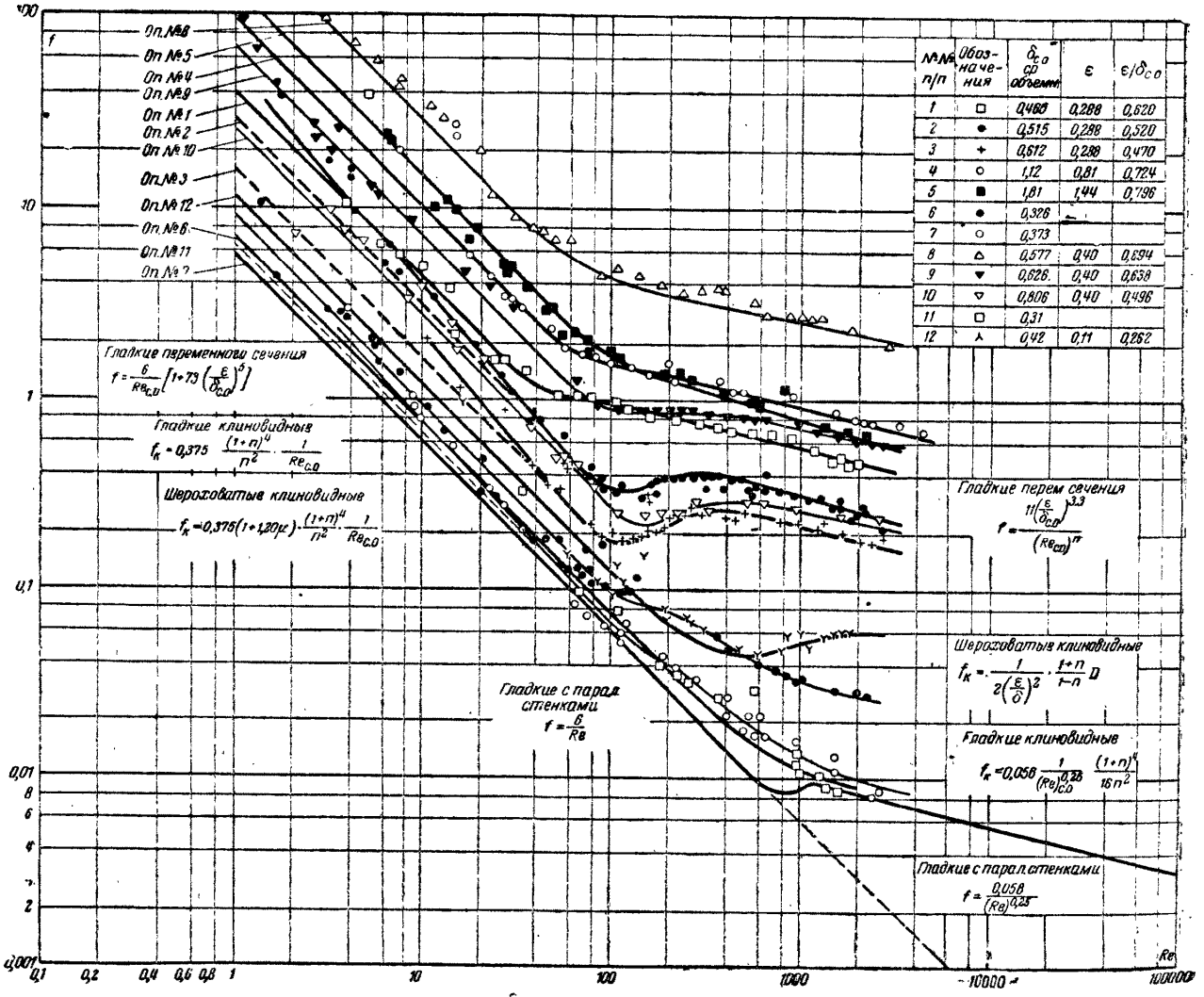
№№ п/п	$\delta_{c.0}$ см	ε	$\varepsilon/\delta_{c.0}$
1	0,465	0,288	0,620
2	0,515	0,269	0,520
3	0,612	0,288	0,470
4	1,12	0,81	0,724
5	1,81	1,44	0,796
6	0,328	—	0
7	0,313	—	0
8	0,577	0,40	0,694
9	0,626	0,40	0,638
10	0,806	0,40	0,496

Фиг. 27. График зависимости q от J для щелей переменного сечения (по опытам Ломизе).

таким же, как для потоков в призматическом русле. Следовательно, на этот участок потока длиной dx будем распространять найденные ранее закономерности для силы сопротивления напорному движению в щелях с плоскими параллельными стенками.

Запишем в общем виде равенство проекций на ось x приращения количества движения и импульса действующих сил для жидкости, заключенной между двумя бесконечно близкими сечениями в клиновидной щели (все величины, входящие в выражение, относим к единице ширины щели) (фиг. 30)

$$d2\left[\int_0^{\frac{\delta_x}{2}} \rho u^2 dy\right] = -d(p\delta_x) + 2p\frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\cos\frac{\varphi}{2}}\cdot dx - 2\tau dx. \qquad (7,3)$$



Фиг. 28. График зависимости f от Re и $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$ для щелей переменного сечения (по опытам Ломизе).

Приближенно, учитывая постепенное и медленное изменение сечения, можно написать:

$$\int_0^{\frac{\delta_x}{2}} \rho u^2 dy = \frac{1}{2}\, a_0\, \rho \delta_x v_x^2, \qquad (7,4)$$

где v_x — средняя скорость в данном сечении, определяемом значением абсциссы x;

a_0 — коэффициент, выражающий отношение действительного количества движения к количеству движения, соответствующему средней скорости.

Пользуясь (7,4) и учитывая, что $\frac{d\delta_x}{dx} = \varphi$, а также принимая по малости угла $2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \varphi$, получим:

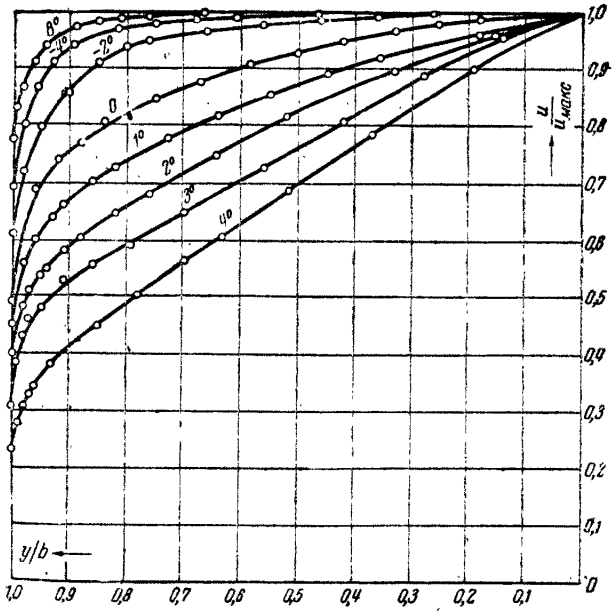
$$\frac{d\left[a_0 \rho \delta_x v_x^2\right]}{dx} = -\frac{dp}{dx}\delta_x - 2\tau. \qquad (7,5)$$

Преобразуем левую часть уравнения (7,5):

$$\frac{d\left[a_0 \rho \delta_x v_x^2\right]}{dx} = \frac{d\frac{a_0 \rho Q^2}{\delta x}}{dx} = -\frac{a_0 v_x^2 \rho \delta_x}{x}. \qquad (7,6)$$

Из (7,5) и (7,6) получим:

$$\frac{\rho a_0 v_x^2 \delta_x}{x} = \frac{dp}{dx}\delta_x + 2\tau. \qquad (7,7)$$



Фиг. 29. Распределение скоростей в расширяющихся и сужающихся трубах.

Обозначая изменение давления в сечениях I—I и II—II, идущее на преодоление сил трения, через $\frac{dp_f}{dx}$, и пренебрегая по малости угла φ силами инерции, получим:

$$2\tau = -\frac{dp_f}{dx}\delta_x. \qquad (7,8)$$

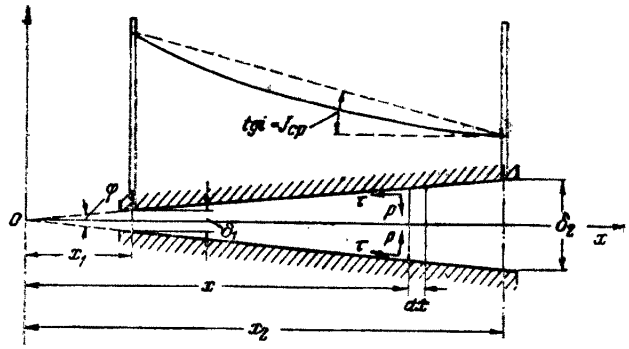
Тогда из (7,7) следует:

$$p_2 - p_1 = \rho\alpha_0 q^2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\delta_{xx}^2} + \int_{x_1}^{x_2} \frac{dp_f}{dx}dx. \qquad (7,9)$$

Вводя для $L = x_2 - x_1$ понятие среднего градиента $J_{cp} = \frac{p_2 - p_1}{L\gamma}$ и деля обе части равенства (7,9) на $L\gamma$, получим в общем виде выражение гидравлического градиента для щелей клиновидного сечения при малых значениях угла φ

$$J_{cp} = \frac{\alpha_0}{2g}\frac{q^2}{L}\frac{\delta_2^2 - \delta_1^2}{\delta_1^2\delta_2^2} + J_{fcp}. \qquad (7,10)$$

Как условились ранее, для определения J_{fcp} будем полагать закон сопротивления между бесконечно близкими сечениями I—I и II—II таким же, как для щелей с параллельными стенками. В этом случае нетрудно определить J_{fcp} и дать в раскрытом виде уравнение (7,10).



Фиг. 30. Расчетная схема клиновидной щели.

Зависимость между v_x и J_x для равномерного движения можно записать в виде степенной функции

$$v_x = AJ_x^{\alpha}. \qquad (7,11)$$

Выражение (7,11) справедливо для любого режима при надлежаще выбранных A и α. Значения A и α для щелей с гладкими или шероховатыми стенками при режимах ламинарном и турбулентном были нами найдены и определяются по формулам табл. 7 гл. VI.

Следовательно,

$$J_{fcp} = \frac{1}{L}\int_{x_1}^{x_2} J_x dx = \frac{q^{\frac{1}{\alpha}}}{L}\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{(A\delta_x)^{\frac{1}{\alpha}}}. \qquad (7,12)$$

После подстановки полученного выражения J_{fcp} в уравнение (7,10) получим:

$$J_{cp} = \frac{\alpha_0}{2g}\frac{q^2}{L}\cdot\frac{\delta_2^2 - \delta_1^2}{\delta_1^2\delta_2^2} + \frac{q^{\frac{1}{\alpha}}}{L}\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{(A\delta_x)^{\frac{1}{\alpha}}}. \qquad (7,13)$$

В выражении (7,13) первый член при приближенном способе его определения (введение коэффициента α_0 и принятие значения этого коэффициента постоянным для всей длины клиновидной щели) представляет собой восстановленный скоростной напор или напор, преобразованный в скорость, отнесенный к единице длины. Лишь второй член дает величину сопротивления движению, т. е. определяет напор, теряемый на сопротивления и измеряющий потерю энергии.

Необходимо решить интеграл (7,12) для рассматриваемых нами гладких и шероховатых клиновидных щелей при ламинарном и турбулентном режимах. Для этого необходимо

в каждом частном случае взять ранее определенные в гл. VII значения A и α, подставить их в выражение (7,12) и произвести интегрирование.

Клиновидные щели гладкие, режим ламинарный. Согласно табл. 7 гл. VI

$$A=\frac{\gamma}{12\mu}\delta^3;\quad \alpha=1.$$

Из (7,12)
$$J_{fcp}=\frac{12\mu}{\gamma}\cdot\frac{q}{L}\cdot\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{\delta_x^3}=$$
$$=\frac{6\mu}{\gamma}\cdot\frac{q}{L\varphi}\cdot\frac{\delta_2^2-\delta_1^2}{\delta_1^2\delta_2^2}. \qquad (7,14)$$

Выразим J_{fcp} через среднеобъемное раскрытие щели $\delta_{c.o}$ и отношение δ_1 к δ_2, которое обозначим через n:

$$\delta_1=\frac{2\delta_{c.o}n}{1+n}, \qquad (7,15)$$

$$\delta_2=\frac{2\delta_{c.o}}{1+n}. \qquad (7,16)$$

Запишем также

$$L\varphi=\delta_1-\delta_2. \qquad (7,17)$$

В таком случае, пользуясь (7,15)—(7,17), получим:

$$J_{fcp}=0,75\frac{\mu}{\gamma}\cdot\frac{(1+n)^4}{\delta_{c.o}^3n^2}\cdot q \qquad (7,18)$$

или

$$q=1,33\frac{\gamma}{\mu}\delta_{c.o}^3\frac{n^2}{(1+n)^4}\cdot J_{fcp}. \qquad (7,19)$$

Зная J_{fcp}, можем составить выражение для коэффициента сопротивления движению в клиновидной гладкой щели при ламинарном режиме

$$f_к=\frac{J_{fcp}\delta_{c.o}g}{v_{cp}^2}=\frac{J_{fcp}\delta_{c.o}^3g}{q^2}. \qquad (7,20)$$

После подстановки J_{fcp} из (7,18) в (7,20) получим:

$$f_к=0,75\nu\frac{(1+n)^4}{n^2}\cdot\frac{1}{q}=$$
$$=0,375\frac{(1+n)^4}{n^2}\cdot\frac{1}{(Re)_{c.o}}, \qquad (7,21)$$

где $(Re)_{c.o}$ — число Рейнольдса, отнесенное к среднеобъемному сечению щели и гидравлическому радиусу, равному $\frac{\delta_{c.o}}{2}$.

Клиновидные щели гладкие, режим турбулентный. Согласно табл. 7 гл. VI $A=4,7\sqrt[7]{\frac{g^4}{\nu}\delta_x^5}$; $\alpha=\frac{4}{7}$.

После подстановки в (7,12) получим:

$$J_{fcp}=\frac{q^{7/4}\nu^{1/4}}{4,7^{7/4}Lg\varphi}\cdot\int_{\delta_1}^{\delta_2}\frac{d\delta_x}{\delta_x^3}=\frac{\nu^{1/4}g^{7/4}}{30,4Lg\varphi}\cdot\frac{\delta_2^2-\delta_1^2}{\delta_1^2\cdot\delta_2^2}. \qquad (7,22)$$

Применяя преобразования, аналогичные исполненным выше для ламинарного режима, находим:

$$J_{fcp}=\frac{1}{243}\frac{\nu^{1/4}}{g}\cdot\frac{(1+n)^4}{n^2\delta_{c.o}^3}\cdot q^{7/4}, \qquad (7,23)$$

откуда

$$q=4,7\delta_{c.o}\sqrt[7]{\frac{g^4\delta_{c.o}^5}{\nu}\left[\frac{16n^2}{(1+n)^4}\right]^4(J_{fcp})^4}, \qquad (7,24)$$

$$f_к=0,056\frac{1}{(Re)^{0,25}}\cdot\frac{(1+n)^4}{16n^2}. \qquad (7,25)$$

Клиновидные щели шероховатые, режим ламинарный. Согласно табл. 7 гл. VI

$$A=\frac{\gamma}{12\mu}\delta_x^2\frac{1}{1+6\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1,5}};\quad \alpha=1.$$

После подстановки в (7,12) и интегрирования получим:

$$J_{fcp}=\frac{6\mu q}{L\gamma\varphi}\left[1+3,42\frac{\left(\frac{e}{\delta_1}\right)^{1,5}\delta_2^2-\left(\frac{e}{\delta_2}\right)^{1,5}\delta_1^2}{\delta_2^2-\delta_1^2}\right]\frac{\delta_2^2-\delta_1^2}{\delta_1^2\delta_2^2}. \qquad (7,26)$$

Выразив, как и в предыдущих случаях, δ_1 и δ_2 через n и $\delta_{c.o}$, определим:

$$J_{fcp}=0,75\frac{\mu}{\gamma}\cdot\frac{1}{\delta_{c.o}^3}(1+1,20M)\frac{(1+n)^4}{n^2}\cdot q, \qquad (7,27)$$

где $M=\dfrac{\left(\frac{e}{\delta_{c.o}}\right)^{1,5}(1-n^{3,5})(1+n)^{0,5}}{n^{1,5}(1-n)}$,

откуда

$$q=1,33\frac{\gamma\delta_{c.o}^3}{\mu}\cdot\frac{n^2}{(1+n)^4}\cdot\frac{1}{1+1,2M}\cdot J_{fcp}. \qquad (7,28)$$

Помня (7,20), получим:

$$f_к = 0{,}375\,(1+1{,}20M)\frac{(1+n)^4}{n^2}\cdot\frac{1}{(Re)_{c.o}}. \quad (7{,}29)$$

Клиновидные щели шероховатые, режим турбулентный. Согласно табл. 7 гл. VI

$$A = \sqrt{g\delta_x}\left(2{,}6+5{,}1\lg\frac{\delta}{2e}\right); \quad \alpha = 0{,}5.$$

Из (7,12)

$$J_{fcp} = \frac{q^2}{gL\varphi}\cdot\int_{\delta_1}^{\delta_2}\frac{d\delta_x}{\left(2{,}6+5{,}1\lg\frac{\delta_x}{2e}\right)^2\delta_x^3}. \quad (7{,}30)$$

Преобразуем подинтегральное выражение:

$$\int_{\delta_1}^{\delta_2}\frac{d\delta_x}{\left(2{,}6+5{,}1\lg\frac{\delta_x}{2e}\right)^2\delta_x^3} = 0{,}203\int_{\delta_1}^{\delta_2}\frac{d\delta_x}{\delta_x^3\ln\left(1{,}62\frac{\delta_x}{e}\right)^2}.$$

Последний интеграл после подстановки $\delta_x = \frac{1}{1{,}62\sqrt{t}}$ приводится к $\int\frac{dt}{\ln t}$. Подинтегральная функция представляет собой экспоненциальный закон. Интеграл экспоненциальной функции (Ei) для задаваемого значения аргумента берем по готовым таблицам [1].

После надлежащих математических выкладок получим:

$$J_{fcp} = \frac{q^2}{e^2gL\varphi}\times$$

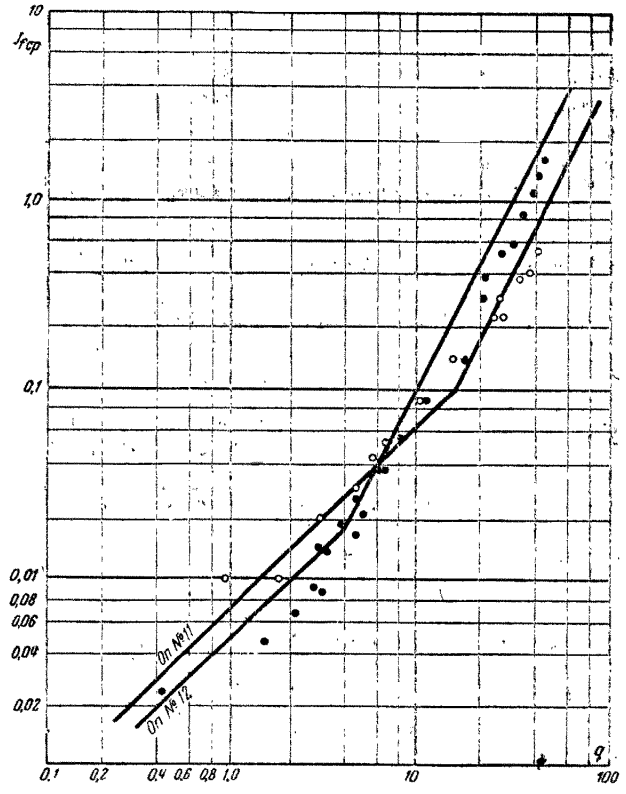
$$\times\left\{0{,}203\left[\frac{1}{\left(\frac{\delta_1}{e}\right)^2\ln 1{,}62\frac{\delta_1}{e}}-\frac{1}{\left(\frac{\delta_2}{e}\right)^2\ln 1{,}62\frac{\delta_2}{e}}\right]+\right.$$

$$\left.+1{,}06\left[Ei\left(-2\ln\frac{1{,}62\delta_1}{e}\right)-Ei\left(-2\ln\frac{1{,}62\delta_2}{e}\right)\right]\right\}. \quad (7{,}31)$$

Обозначая все выражение в фигурных скобках через D и переходя к n и $\delta_{c.o}$, получим:

$$J_{fcp} = 0{,}5\,\frac{(1+n)}{\left(\frac{e}{\delta_{c.o}}\right)^2\delta_{c.o}^3(1-n)g}\cdot Dq^2, \quad (7{,}32)$$

[1] Я. Н. Шпильрейн, Таблицы специальных функций, ч. 1, стр. 11—14, ГТТИ, М.—Л., 1933.



Фиг. 31. График зависимости q от J для клиновидных щелей.

откуда

$$q = 1{,}41\left(\frac{e}{\delta_{c.o}}\right)\delta_{c.o}\sqrt{\frac{g\delta_{c.o}(1-n)}{D(1+n)}\cdot J_{fcp}}. \quad (7{,}33)$$

Из (7,20) и (7,32) получим:

$$f_к = \frac{0{,}5}{\left(\frac{e}{\delta_{c.o}}\right)^2}\cdot\frac{1+n}{1-n}\cdot D. \quad (7{,}34)$$

Полученные формулы для гладких и шероховатых клиновидных щелей были сопоставлены с результатами опытов 11 и 12. Для этого в логарифмической анаморфозе на основании формул (7,19), (7,24), (7,28), (7,33) построены зависимости q от J_{fcp}, и на тот же чертеж нанесены опытные точки (фиг. 31). Сопоставление дало результаты, удовлетворительные для целей наших исследований[1].

Для удобства дальнейшего использования выведенных формул сводим их в табл. 9.

[1] Следует, отметить, что опыты 1938 г. с клиновидными щелями были поставлены для сравнительно небольшой клиновидности, дополнительные опыты с большей клиновидностью проводятся.

Таблица 9

Режим движения	№ по пор.	Формулы
а) Клиновидные щели с гладкими стенками		
Ламинарный	1	$q=1{,}33\frac{\gamma\delta_{c.o}^3}{\mu}\cdot\frac{n^2}{(1+n)^4}\cdot J_{fcp}$
	2	$f_к=0{,}375\frac{(1+n)^4}{n^2}\cdot\frac{1}{(Re)_{c.o}}$
Турбулентный	3	$q=4{,}7\,\delta_{c.o}\sqrt[7]{\frac{g^4\delta_{c.o}^5}{\nu}\left[\frac{16n^2}{(1+n)^4}\right]^4(J_{fcp})^4}$
	4	$f_к=0{,}056\frac{1}{(Re)_{c.o}^{0{,}25}}\frac{(1+n)^4}{16n^2}$
б) Клиновидные щели с шероховатыми стенками		
Ламинарный	5	$q=1{,}33\frac{\gamma\delta_{c.o}^3}{\mu}\cdot\frac{n^2}{(1+n)^4}\cdot\frac{1}{1+1{,}20\,M}\cdot J_{fcp}$, где $M=\frac{\left(\frac{e}{\delta_{c.o}}\right)^{1{,}5}(1-n^{3{,}5})(1+n)^{0{,}5}}{n^{1{,}5}(1-n)}$
	6	$f_к=0{,}375\,(1+1{,}20\,M)\frac{(1+n)^4}{n^2}\cdot\frac{1}{(Re)_{c.o}}$
Турбулентный	7	$q=1{,}41\left(\frac{e}{\delta_{c.o}}\right)\delta_{c.o}\sqrt{\frac{g\delta_{co}(1-n)}{D(1+n)}\cdot J_{fcp}}$
	8	$f_к=\frac{0{,}5}{\left(\frac{e}{\delta_{c.o}}\right)^2}\cdot\frac{1+n}{1-n}\cdot D$, где $D=0{,}203\times\left[\frac{1}{\left(\frac{\delta_1}{e}\right)^2\ln 1{,}62\frac{\delta_1}{e}}-\frac{1}{\left(\frac{\delta_2}{e}\right)^2\ln 1{,}62\frac{\delta_2}{e}}\right]+1{,}06\left[Ei\left(-2\ln\frac{1{,}62\,\delta_1}{e}\right)-Ei\left(-2\ln\frac{1{,}62\,\delta_2}{e}\right)\right]$

17. МЕСТНЫЕ ПОТЕРИ В ЩЕЛЯХ И НАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ В ЩЕЛЯХ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ ИЛИ С ИЗВИЛИНАМИ

Всякие значительные изменения направления или величины скорости, как следствие неправильностей очертания русла, влекут за собой дополнительные потери напора, идущие на преодоление этих местных сопротивлений русла. Указанные местные потери, так же как и потери по длине, выражают собой меру рассеяния энергии и превращения ее в тепловую.

Общие потери напора определятся, как сумма потерь по длине, основные закономерности которых для движения в щелях анализировались выше, и потерь местных, являющихся следствием местных изменений формы русла.

Таким образом, можно написать:

$$h_0=\Sigma h_д+\Sigma h_м, \qquad (7{,}35)$$

где h_0 — общая потеря напора.

В различных областях гидротехники возможен различный удельный вес первого или второго слагаемого общих потерь. Если в расчетах водопроводных систем решающим фактором в оценке потерь в сооружении являются, как правило, потери по длине, то в отдельных гидротехнических сооружениях, как, например, шлюзах, плотинах, дюкерах, акведуках, местные потери напора приобретают значительный удельный вес, и в ряде случаев потерями по длине можно вовсе пренебречь.

Отметим, что в самом понятии местных потерь имеется условность. По мере учащения участков с местными потерями, увеличения длины этих участков по отношению к общей длине пути движения водного потока, наличия известной закономерности в повторении этих участков на всей протяженности движения мы перейдем от потерь местных к потерям по длине.

В трещиноватой породе неправильности конфигурации трещин должны обладать некоторыми особенностями. Следует ожидать известной закономерности в повторении неправильностей русла, позволяющих эти неправильности рассматривать в среднестатистическом разрезе и относить подобные среднестатистические величины к единице длины потока.

Не менее характерны для движения воды в трещинах малые скорости движения и значительность потерь по длине вследствие узости путей фильтрации, причем потери по длине, будучи при ламинарном режиме обратно пропорциональны δ^3, резко возрастают по мере уменьшения δ.

Обычно принято выражать местные потери напора в виде некоторого коэффициента $\zeta_м$, умноженного на скоростной напор для основного сечения русла. В таком случае местные потери на некотором участке пути длиной L будут равны:

$$h_м=\frac{v^2}{2g}\Sigma\zeta_м, \qquad (7{,}36)$$

а отвечающий им осредненный градиент

$$J_м = \frac{h_м}{L} = \frac{1}{L}\frac{v^2}{2g}\Sigma_м. \qquad (7,37)$$

С другой стороны, тот же градиент в случае выражения местных потерь через $f_м$ можно записать в виде:

$$J_м = \frac{f_м}{r}\cdot\frac{v^2}{2g}. \qquad (7,38)$$

Из (7,37) и (7,38) следует, что

$$f_м = \frac{r}{L}\Sigma_м. \qquad (7,39)$$

Формула (7,39) позволяет переходить от $f_м$, положенного в основу дальнейшего нашего анализа местных потерь, к выражению местных потерь в обычном виде через так называемые коэффициенты местного сопротивления $\zeta_м$.

Из выражения (7,38) следует также, что, если бы встретилась надобность потерю напора на местные сопротивления участка длиной L_0 распространить на участок длиной L, охватывающий участок L_0 и не имеющий дополнительных местных потерь, то для этого участка

$$f_{м1} = f_{м0}\frac{L_0}{L}. \qquad (7,40)$$

Современное состояние изученности местных потерь не позволяет дать без специальных исследований общее гидромеханическое решение, определяющее местные потери при фильтрации в трещиноватой породе.

Облегчим анализ этого сложного вопроса применительно к практическим целям исследуемой задачи. Для наших исследований необходимо установить связь местных потерь в извилистой щели неправильной формы с другими видами потерь и найти удельный вес этого фактора в общих потерях. С этой целью следует прежде всего оценить хотя бы приблизительный порядок величины местных потерь, определив пределы изменения этой величины и наиболее часто повторяющиеся ее значения.

Такая оценка удельного веса местных потерь может быть исполнена перенесением на случай движения воды в щелях коэффициентов сопротивления, определенных для других случаев призматического русла. Последние определяются в гидравлике экспериментально, большей частью для труб круглого сечения и для турбулентного режима, при этом считается, что коэффициенты $\zeta_м$ зависят от степени и формы изменений живых сечений потока. Имеются указания, что при переходе от труб круглого сечения к трубам квадратного сечения потери на внезапные расширения увеличиваются по крайней мере на 20%, и особенно сильно они возрастают в прямоугольных вытянутых в ширину трубах. Известно также, что местные сопротивления на криволинейных участках зависят от кривизны русла, и они тем меньше, чем больше отношение среднего радиуса кривизны к диаметру трубы. На поворотах трубопроводов обычно принято местные потери определять в зависимости от угла поворота и его кривизны.

Малое количество исследований местных сопротивлений в докритической области и большая условность переноса результатов опытов с трубами на щели весьма затрудняют использование в наших исследованиях данных о местных потерях в трубах.

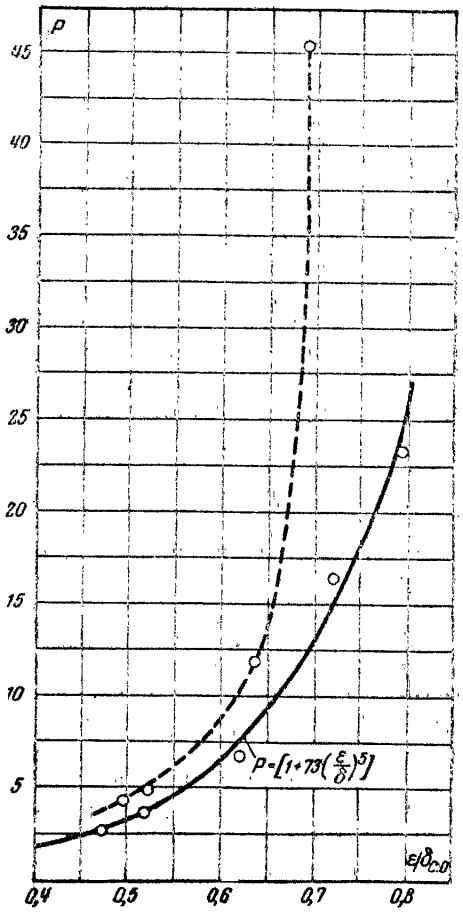
Другой способ оценки удельного веса местных потерь, примененный нами, использует результаты наших экспериментов со щелями переменного сечения или криволинейными. Закономерные расширения и сужения в опытах 1—5 и 8—10 или криволинейное очертание щелей в опытах 6 и 7 могут рассматриваться, как характерные местные изменения очертания русла, приводящие к местным потерям. Чтобы указанным способом использовать результаты опытов 1—10, их следует надлежащим образом обработать.

Из рассмотрения графика зависимости безразмерной $f^*_{м0}$ от числа $(Re)_{с.о}$ (фиг. 28) следует, что общий характер зависимости $f_{м0}$ от $(Re)_{с.о}$ аналогичен установленному нашими опытами для зависимости f от Re в случае напорного равномерного движения в щелях с параллельными шероховатыми стенками (фиг. 17). Сходство обеих зависимостей, а также некоторое их различие позволяют, сопоставив оба исследования, расширить наши обобщения, изложенные в гл. VI (см. дальше гл. VIII) и воспользоваться некоторыми результатами наших исследований движения воды в щелях постоянного сечения, изложенными в гл. VI.

Применим при обработке результатов опытов со щелями переменного сечения тот же

---

* $f_{м0}$ обозначает коэффициент сопротивления f, полученный для исследованных в опытах щелей переменного сечения.



Фиг. 32. График зависимости P от $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$

№ опытов	$\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$	Значение P		Погрешность, %
		по формуле	из опытов	
1	0,62	7,65	6,67	14,7
2	0,52	3,76	5,0	−24,8
3	0,47	2,67	2,67	0
4	0,774	15,6	16,4	−4,88
5	0,796	24,1	23,4	2,99
8	0,694	—	45,4	—
9	0,638	—	11,7	—
10	0,496	—	4,33	—

метод, что и для щелей шероховатых и гладких с параллельными стенками.

Как показывает график $f_{м0}$ (фиг. 28), опытами установлены три характерные области движения — первая, справедливая для сравнительно меньших значений $(Re)_{c.o}$, в которой $f_{м0}$ зависит в значительной степени от $(Re)_{c.o}$, третья, где эта зависимость меньшая, и вторая область, переходная от первой к третьей.

Для всех опытов № 1—5, 8—10 за характерную величину, определяющую степень расширения русла, принимаем отношение половины уширения сечения ε к среднеобъемной толщине $\delta_{c.o}$. Величина ε аналогична абсолютной шероховатости e для щелей с шероховатыми параллельными плоскими стенками. В таком случае будем иметь:

$$\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}} = \frac{1-n}{1+n}, \tag{7,41}$$

где

$$n = \frac{\delta_{мин}}{\delta_{макс}}.$$

Во всех трех областях движения, перечисленных выше, $f_{м0}$ зависит не только от $(Re)_{c.o}$, но и от $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$. В первой области это воздействие меньше, чем в третьей, где значение $f_{м0}$ преимущественно определяется величиной $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$ и лишь в незначительной степени зависит от $(Re)_{c.o}$.

В первой области зависимость $f_{м0}$ от $(Re)_{c.o}$ и $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$ выражается формулой

$$f_{м0} = \frac{A}{(Re)_{c.o}}, \tag{7,42}$$

где

$$A = \psi\left(\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right).$$

Сопротивление движению следует линейному закону сопротивления, режим ламинарный.

Руководствуясь соображениями, изложенными в гл. VI § 12, б, полагаем, что

$$A = 6\left[1 + F_м\left(\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)\right]. \tag{7,43}$$

Для определения функции $F_м$ по опытным данным установили частные значения $1+F_м\left(\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)$, отвечающие различным $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$, и построили график (фиг. 32), на котором по оси абсцисс отложены значения $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$, а по оси ординат $1+F_м\left(\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)$. Как видно из графика, опыты 1 — 5 со щелями, имеющими

плавно изменяющиеся сечения, легли достаточно закономерно на одну кривую, а опыты № 8, 9 и 10, отвечающие щелям с резко изменяющимся сечением, легли на вторую кривую.

Математическая обработка дала первой кривой следующее выражение:

$$p=\frac{A}{6}=\left[1+73\left(\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)^5\right]. \qquad (7,44)$$

Для второй кривой в связи с малым количеством точек функция не определялась, а результаты опытов № 8, 9 и 10 учтены только при оценке удельного веса местных потерь в общих потерях при фильтрации в трещиноватой породе (гл. VIII).

Из (7,42) и (7,44) получим окончательное выражение зависимости $f_{м0}$ от $(Re)_{c.o}$ и $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$ для случая движения с линейным законом сопротивления

$$f_{м0}=\frac{6}{(Re)_{c.o}}\left[1+73\left(\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)^5\right]. \qquad (7,45)$$

В третьей области зависимость $f_{м0}$ от $(Re)_{c.o}$ и $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$ выражается формулой

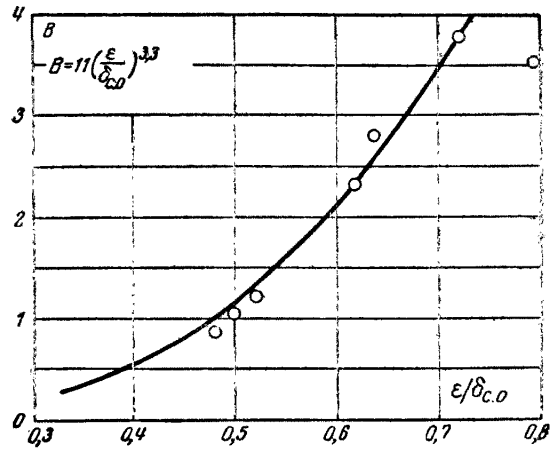
$$f_{м0}=\frac{B}{(Re)^n_{c.o}}, \qquad (7,46)$$

где B постоянно для каждого опыта и зависит от $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$, а n постоянно для каждого опыта и равно в опытах № 2, 3, 8, 9, 10 — 0,20, в опытах № 1 и 4—0,25 и в опыте № 5 — 0,30. Следовательно, показатель n для $(Re)_{c.o}$ примерно равен показателю степени Re в формуле (6,63), выражающей экспериментально установленную зависимость коэффициента сопротивления для гладких щелей с параллельными стенками.

Зависимость B от $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$ представлена графиком (фиг. 33).

По оси абсцисс отложены значения $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$, а по оси ординат значение B, определенное по опытным точкам из графика фиг. 28. Путем обработки опытных данных получена зависимость B от $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$, выраженная степенной зависимостью

$$B=11\left(\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)^{3,3}. \qquad (7,47)$$



Фиг. 33. График зависимости B от $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$

№ опытов	$\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$	Значение B по формуле	Значение B из опытов	Погрешность, в %
1	0,62	2,28	2,3	−1,077
2	0,52	1,18	1,22	−3,28
3	0,48	0,815	0,85	−4,12
4	0,714	3,71	3,7	0,27
5	0,796	—	3,5	—
8	0,694	—	10,4	—
9	0,638	—	2,8	—
10	0,496	—	1,02	—

Из этой зависимости выпадают опыты № 8 и 9, что вполне закономерно, так как эти опыты, как и опыт № 10, относятся к резким, а не плавным изменениям сечения, а протяженность участков с суженным сечением для них бо́льшая.

Из (7,46) и (7,47) следует окончательный вид зависимости между $f_{м0}$, $(Re)_{c.o}$ и $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$

$$f_{м0}=\frac{11\left(\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)^{3,3}}{(Re)^{0,25}_{c.o}}. \qquad (7,48)$$

В выражении (7,48) n принято равным 0,25, что представляет собой осредненное значение для опытов № 1 — 5 с криволинейным очертанием стенок. Для опытов № 8—10 $n=0,20$.

Из выражения (7,48) следует, что закон сопротивления в турбулентной области близок квадратичному и сопротивление пропорционально скорости в степени 1,75.

Сопоставление опытных данных для гладких щелей переменного сечения и шероховатых щелей с параллельными стенками позволяет высказать предположение, что при шерохо-

ватых криволинейных поверхностях движение будет подчиняться квадратичному закону сопротивления. К нему же должно стремиться, как к пределу, движение в гладких щелях переменного сечения по мере дальнейшего возрастания числа $(Re)_{c.o}$.

В переходной области закон сопротивления изменяется от линейного для первой области до близкого к квадратичному третьей области.

Для малых значений $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$ характер перехода от одного закона к другому повторяет найденный ранее для шероховатых щелей с параллельными стенками при сравнительно меньших значениях относительной шероховатости $\frac{e}{\delta}$. При больших значениях $\frac{\varepsilon}{\delta}$, как и для более шероховатых щелей с параллельными стенками, переход становится более постепенным и плавным с некоторым расширением переходной области, в значительной части которой движение неустойчиво следует квадратичному закону.

Отдельно следует рассмотреть опыты № 6 и 7, которые иллюстрируют влияние кривизны траекторий на сопротивление движению.

В области ламинарного режима кривизна оказывает незначительное влияние, которое сводится, по всей видимости, лишь к удлинению траекторий в основном течении. Для турбулентного режима влияние кривизны сказывается резче. Так, если в опыты № 7, где модель имеет меньшую в 1,67 раза кривизну по сравнению с моделью опыта № 8, значения $f_{м0}$ в турбулентной области мало отличаются от значений f для гладкой плоской щели, то в опыте № 8 величина $f_{м0}$ существенно разнится от полученной для гладкой плоской щели и для гладкой криволинейной щели опыта № 7. Наибольшее отношение f к $f_{м0}$ при турбулентном режиме равно круглo 2.

Малое пока количество точек завершенных опытов с криволинейными щелями постоянного сечения не позволяет дать количественное выражение воздействия кривизны на $f_{м0}$. Предполагаем, что в этом случае $f_{м0}$ для заданной формы щелей должно явиться функцией отношения толщины щели к радиусу кривизны. Это положение требует проверки опытом.

18. ХАРАКТЕРНЫЕ И КРИТИЧЕСКИЕ ЧИСЛА ДЛЯ ЩЕЛЕЙ НЕПРАВИЛЬНОГО ОЧЕРТАНИЯ

Исследования различных авторов показали, что ускорение течения при суживающихся сечениях в трубах приводит к увеличению критического числа Re, а при расширяющихся — к его уменьшению. Имеются указания, что кривизна русла (например, колена в трубе) действует стабилизирующе на ламинарное течение, хотя высказываются и противоположные мнения.

Результаты наших исследований позволяют утверждать, что отклонения формы русла от наиболее правильного, отвечающего щели с параллельными стенками, приводят к ускорению возникновения турбулентности и к увеличению инерционных сил, которые еще до зарождения турбулентности отклоняют движение от линейного закона сопротивления. Этот эффект сил инерции сглаживает переход от области ламинарного режима к области турбулентного режима. Чем больше он сказывается, тем более плавным становится переход и тем больше охват движения переходной областью. Чем меньше влияние инерционных сил, тем ближе характер перехода к наблюдающемуся при призматическом русле и тем меньше охватывается движение переходной областью.

Наличие указанного эффекта инерционных сил в случае щелей неправильного очертания дополнительно обосновывает введенное нами понятие характерного числа Re (гл. VI) и подчеркивает его особенность по сравнению с критическим числом Re.

Изменения сечений и искривления траекторий движения воды в щелях приведут к уменьшениям критических и характерных чисел Re тем большим, чем меньше будет относительная шероховатость щелей. Следовательно, воздействие отклонений формы щелей от идеальной призматической с параллельными стенками в отношении характерных и критических чисел Re сведется к уменьшению диапазона изменения этих величин для различных шероховатостей и приближению их значений к верхнему пределу, отвечающему щелям со значительной шероховатостью.

Изложенные выводы подтверждаются фигурами 27 и 28 и данными наблюдений за движением отдельных струй (с помощью запуска красителя) в опытах со щелями переменного сечения.

ГЛАВА ВОСЬМАЯ

ФИЛЬТРАЦИЯ В ТРЕЩИНОВАТОЙ СРЕДЕ

19. ИСХОДНАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ В ТРЕЩИНОВАТОЙ ПОРОДЕ

В предыдущих двух главах (VI и VII) были изложены результаты исследования плоского напорного щелевого потока. В этом исследовании мы шли по пути постепенного усложнения изучаемого явления на ряде моделей, представляющих щели различной геометрической формы, определяющей гидравлическое сопротивление движения. Щелевой поток исследовался, как простейший элемент фильтрации по трещинам. Обобщение и анализ полученных результатов позволяют сделать дальнейший шаг в исследовании, т. е. изучить фильтрацию в трещиноватой породе с заданной правильной геометрической формой трещиноватости, что является преддверием к изучению фильтрации в естественной трещиноватой среде.

Прилагая результаты исследований плоской задачи движения в щелях, как простейшей модели трещиноватого грунта, мы будем рассматривать показатели геометрии трещиноватости, как например, раскрытие трещины δ, шероховатость $\frac{e}{\delta}$, клиновидность n, извилистость и прочие факторы, как среднестатистические величины, считая их постоянными для данного пространственного массива горной породы, изотропной и однородной по своим фильтационным свойствам.

Разлагая единую геометрическую форму русла на ее составные части, мы должны помнить, что отдельные перечисленные геометрические элементы действуют лишь в своей совокупности и что следует в общем случае учитывать взаимодействие отдельных сторон геометрии русла, считая их влияние на движение воды в трещинах взаимно зависимым.

Движение воды в трещинах будем также рассматривать, как статистически осредненное движение по системе трещин. Взамен изучения всего многообразия движения воды в отдельных трещинах, практически нас не интересующего, подвергаем исследованию некоторые осредненные значения скоростей, расходов и гидродинамических давлений для площадок, достаточно больших, чтобы местные случайные особенности движения воды по отдельным трещинам оказывали бы пренебрежимо малое влияние на указанные величины.

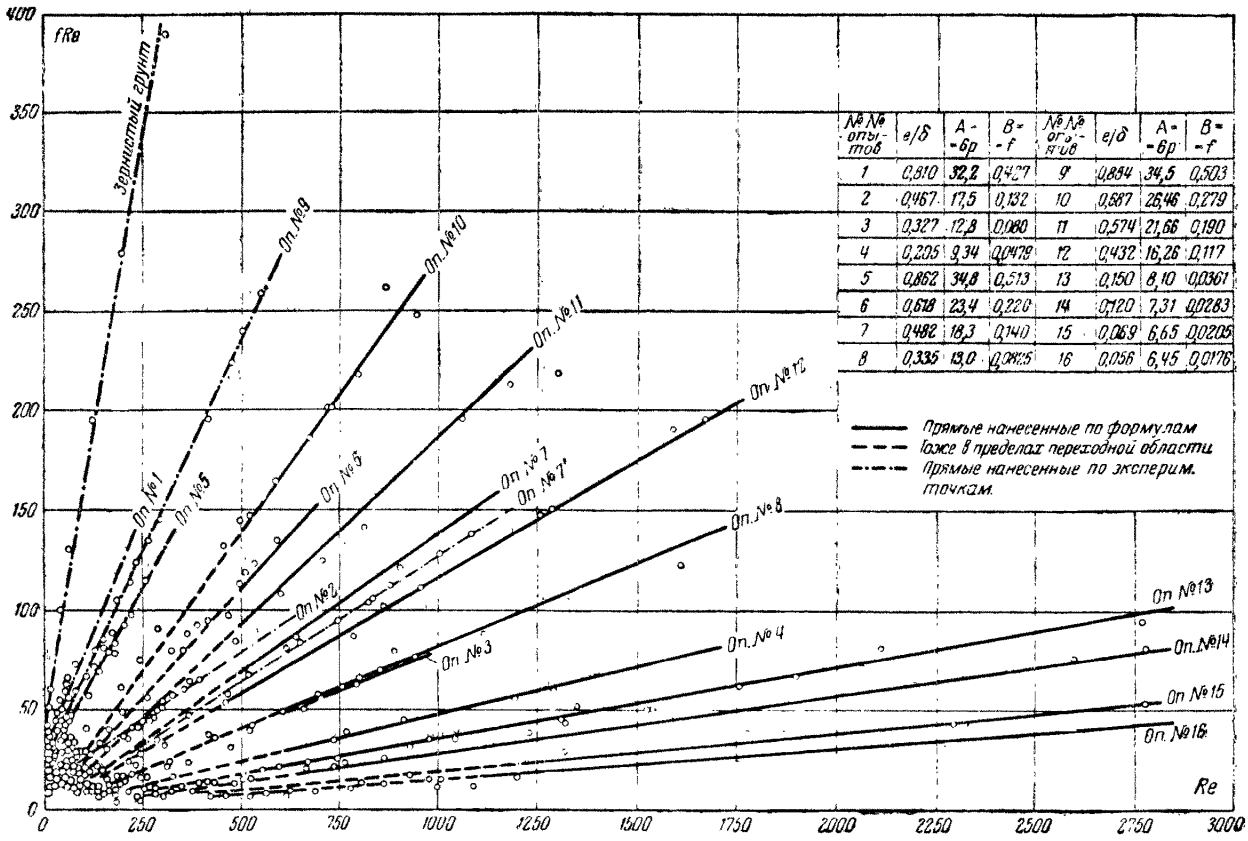
Среднестатистические значения расходов, скоростей движения и гидродинамических давлений по некоторым площадкам такой осредненной трещиноватой среды принимаем за расходы скорости и давления некоторой фиктивной жидкости. Следовательно, так же как и в случае зернистого грунта, фиктивная жидкость заполняет собой все пространство трещиноватой среды и должна давать расходы и давления по некоторым элементарным площадкам, равные среднестатистическим для фильтрующегося в трещинах потока.

Действие скелета грунта, устраняемого в принимаемой модели движения грунтовой воды, необходимо заменить силами сопротивления трещиноватой пористой среды. Эти силы следует рассматривать, как объемные для фиктивной жидкости. Устраняя в модели явления скелет грунта и заполняя весь объем фиктивной жидкостью, вводим указанную объемную силу, как заменяющую собой действие скелета на движение воды в грунте.

Сила сопротивления, зависящая от ряда факторов, рассмотренных в гл. IV, представлена в общем виде функциональной зависимостью (4,23). В ней сила сопротивления определяется как функция скорости, зависящая от закона сопротивления среды. Параметры этой функциональной зависимости выражаются показателями, характеризующими геометрическую форму трещиноватости и свойства движущейся жидкости. Рассмотрим, как раскрывается эта зависимость в результате наших исследований простейших моделей фильтрации в трещиноватой среде. В этом рассмотрении сопротивление изотропной трещиноватой среды приближенно приравниваем сопротивлению, определенному в решенной нами плоской задаче движения воды в щели такой геометрической формы, показатели которой равны соответственным среднестатистическим показателям трещиноватости горной породы.

20. ЗАКОН СОПРОТИВЛЕНИЯ

Закономерности сопротивления среды наглядно представлены графиками зависимостей коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса. Для различных исследованных нами случаев движения воды в щелях (гладких и шероховатых с параллельными стенками и переменного сечения) они показаны на фиг. 15,



№№ опытов	e/δ	A = 6p	B = f	№№ опытов	e/δ	A = 6p	B = f
1	0,810	32,2	0,427	9	0,854	34,5	0,503
2	0,467	17,5	0,132	10	0,687	26,46	0,279
3	0,327	12,8	0,080	11	0,574	21,66	0,190
4	0,205	9,34	0,0478	12	0,432	16,26	0,117
5	0,862	34,8	0,513	13	0,150	8,10	0,0361
6	0,618	23,4	0,220	14	0,120	7,31	0,0283
7	0,482	18,3	0,140	15	0,069	6,65	0,0205
8	0,335	13,0	0,0735	16	0,056	6,45	0,0176

Фиг. 34. График зависимости *fRe* от *Re* для шероховатых щелей.

17, 28. Так как анализ был дан в соответствующих главах, ограничимся здесь лишь кратким выводом из всего ранее сказанного в приложении к фильтрации в трещиноватой среде.

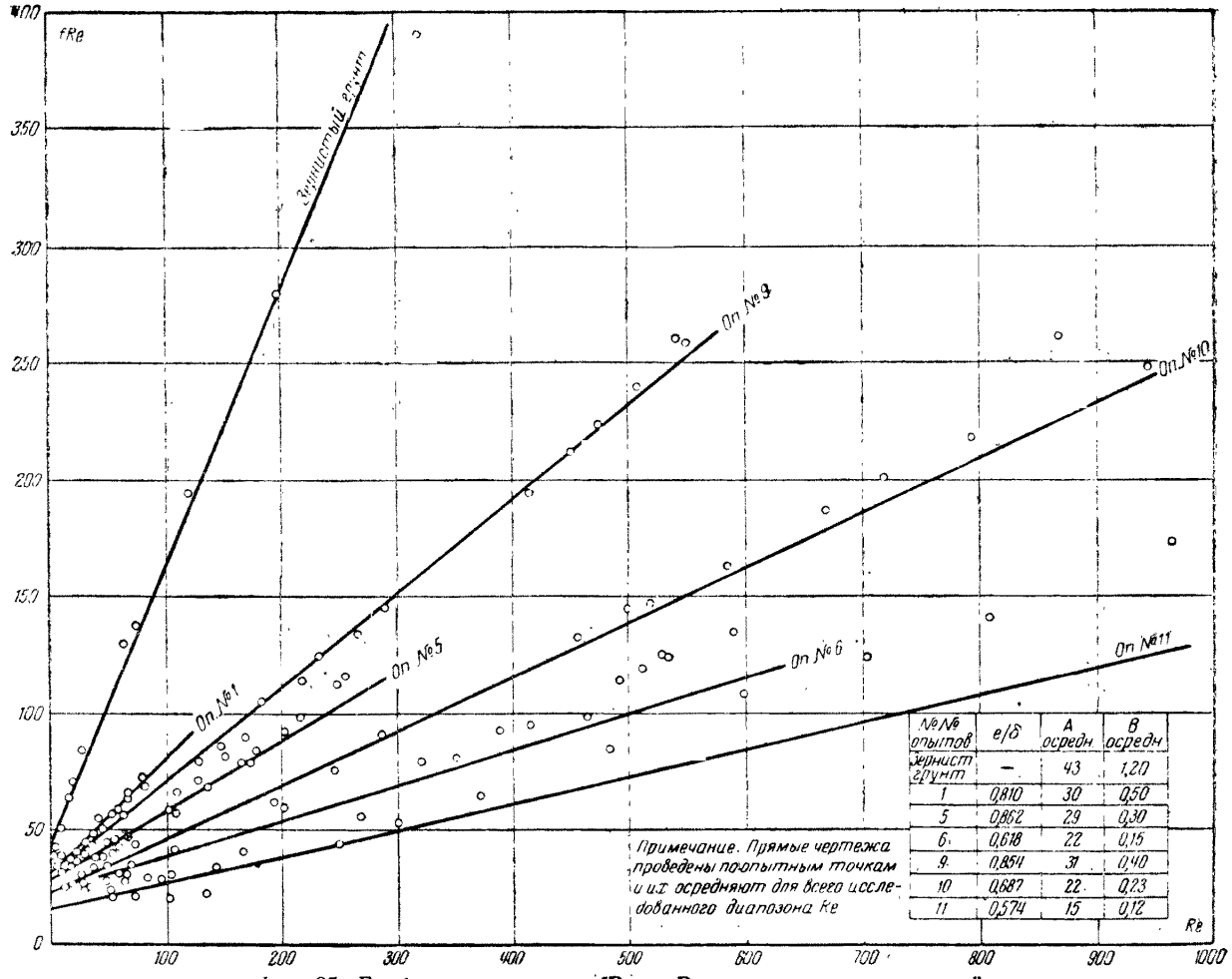
Проведенные эксперименты показали возможность для трещиноватой среды линейного, переходного и квадратичного законов сопротивления, представленных в общем безразмерном виде уравнениями (4,10), (4,11) и (4,12). В зависимости от характера трещиноватости и действующего гидравлического градиента в том или другом случае решения гидротехнических задач мы можем ожидать одного из указанных законов сопротивления или же одновременного существования нескольких в различных областях исследуемого фильтрационного поля.

Еще до наступления турбулентности в пределах ламинарного течения возможно нарушение линейного закона сопротивления за счет действия инерционных сил, как результат сопротивления формы вследствие его шероховатости и неправильностей. Турбулентность, возникающая разновременно в различных точках среды, постепенно будет охватывать собой весь поток, отклоняя его все более от подчиненности линейному закону сопротивления и приближая к движению с квадратичным законом сопротивления.

Переходная зона значительна для областей с меньшей шероховатостью, получая свое развитие за счет действия инерционных сил в пределах ламинарного режима.

Для выбора математического выражения функциональной зависимости силы сопротивления от скорости или в безразмерных величинах коэффициента сопротивления f от числа Re мы построили графики зависимости fRe от Re, представленные в различной обработке на фиг. 34 и 35. На этих графиках по оси абсцисс отложены значение Re, а по оси ординат произведение fRe. Построение произведено для основных опытов с движением воды в шероховатых щелях с параллельными плоскими стенками; аналогичный характер зависимости следует ожидать для трещиноватой среды, что вытекает из всего изложенного в гл. IV, V, VI и VII.

В случае подчиненности движения в некоторой его области зависимости вида $f = \frac{A}{Re}$ соответствующий участок зависимо-



Фиг. 35. График зависимости fRe от Re для шероховатых щелей.

сти fRe от Re для данного опыта будет представлен на фиг. 34 прямой, параллельной оси абсцисс. Участок, отвечающий турбулентному режиму со значением $f = \text{const}$, изображается на графике наклонной к оси абсцисс прямой линией, выражающей функцию вида $fRe = A_1 + BRe$. Всякие более сложные зависимости fRe от Re должны отразиться на характере графика, давая отклонения от указанных двух крайних зависимостей, отвечающих линейному и квадратичному закону сопротивления. График наглядно показывает масштабы этих отклонений и возможность подчинения явления с тем или иным приближением зависимостям, представленным формулами (4,10), (4,11) и (4,12).

На фиг. 34 для каждого опыта нанесены две прямые. Первая прямая отвечает выражению $fRe = 6\left[1 + 6\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1,5}\right]$*, полученному из уравнения (6,70). Вторая прямая представляет выражение $fRe = \frac{Re}{\left(2{,}6 + 5{,}1 \lg \frac{\delta}{2e}\right)^2}$, вытекающее из (6,87).

Для опытов № 1, 2, 5 и 9 вторая прямая в той или иной степени отклоняется от экспериментальных точек, и поэтому на чертеже штрих-пунктиром проведены прямые по экспериментальным точкам.

Все случаи движения воды в трещинах с сравнительно большим значением шероховатости, которые имеют развитую переходную зону и меньшие значения характерного числа N_1 (гл. VI), легко подчиняются в широком диапазоне изменения Re двучленному выражению закона сопротивления с помощью урав-

* На фиг. 34 первые прямые вследствие технических затруднений не показаны.

нения (4,10). Для такой области сравнительно больших шероховатостей возможны случаи, когда фильтрация будет следовать в различных областях фильтрационного поля различным законам сопротивления или же она целиком окажется подчиненной области переходной. В этих условиях выражение закона сопротивления двучленом представляет большие преимущества, так как оно остается справедливым для всей исследуемой области фильтрации, коэффициенты A и B в достаточно широкой области изменений Re можно считать постоянными и независимыми от скорости движения. При выражении же закона сопротивления в этих случаях степенной зависимостью, т. е. уравнением (4,17), оба параметра последнего окажутся переменными, так как они меняются в зависимости от скорости.

График фиг. 35 наглядно подтверждает сказанное. На графике проведены прямые с таким расчетом, чтобы подчинить уравнению (4,10) всю исследованную нами область движения (весь исследованный диапазон изменения числа Re) с наименьшим возможным отклонением прямой от опытных точек. Как показывает проведенная обработка, область значительных шероховатостей, до зернистого грунта включительно, в достаточно широких пределах изменения Re с практически ничтожными погрешностями, порядка не более 5—10%, может быть подчинена двучленному виду выражения закона сопротивления, который можно записать так: $fRe = \alpha A + \beta BRe$, где α и β — некоторые коэффициенты, корректирующие значения A и B, с целью подчинения с минимальными погрешностями двучленному выражению исследуемой области движения. Под величинами же A и B, как указывалось, понимаем коэффициенты, определяемые из выражений (6,70) и (6,87).

Для всех случаев меньшей шероховатости, которые будут чаще встречаться в более раскрытых и более правильной формы трещинах, фильтрация подчиняется в значительном диапазоне изменений числа Re линейному или квадратичному закону. Всю область переходного режима, сравнительно небольшого охвата, с известным приближением можно отнести к режимам с линейным или квадратичным законом сопротивления. В этих условиях вполне целесообразно пользоваться широко известными зависимостями для линейного закона сопротивления в зернистых грунтах и для квадратичного закона сопротивления свободных потоков, представляющими частные случаи основной зависимости (4,10). При весьма малых шероховатостях, так же как и при большой шероховатости трещин, применение двучленного вида выражения закона сопротивления дает небольшую и вполне допустимую погрешность, однако возрастающую по мере приближения шероховатости трещин к средним ее значениям. Поэтому при малых шероховатостях может быть использована в случае необходимости двучленная формула наряду с вышеуказанными формулами.

Изложенный анализ применимости того или иного выражения закона сопротивления выполнен применительно к данным исследований движения воды в шероховатых щелях с параллельными стенками. Естественно возникает вопрос: как изменятся наши выводы, если учесть влияние непостоянства сечений и искривлений траектории движения воды по трещинам? Ответ находим в результатах наших экспериментов со щелями переменного сечения и криволинейного очертания, изложенных в гл. VII. Как следует из фиг. 28 и как указывалось в заключительной части гл. VII, неправильности очертаний трещин будут уменьшать значения характерных и критических чисел Re и создавать плавный переход от области ламинарного режима с линейным законом сопротивления к области турбулентного режима с квадратичным законом сопротивления. Следовательно, в итоге действия неправильностей очертаний трещин все большее число частных случаев трещиноватости будет отвечать рассмотренному случаю значительной шероховатости, подчиняющейся двучленной формуле (4,10).

В итоге сказанного приходим к выводу, что закон сопротивления фильтрации в трещиноватой породе может быть выражен следующими тремя зависимостями между безразмерными, определяющими данный вид движения воды:

$$FRe = \alpha A + \beta BRe, \tag{8,1}$$

$$FRe = A, \tag{8,2}$$

$$F = B. \tag{8,3}$$

Зависимости (8,2) и (8,3) представляют собой частные случаи более общей зависимости (8,1), которую и рассматриваем в качестве основной для пространственной задачи фильтрации в трещиноватой среде.

21. ХАРАКТЕРНЫЕ И КРИТИЧЕСКИЕ ЧИСЛА

Сложность и изменчивость очертаний русла в трещиноватой среде будут действовать аналогично неправильностям и беспорядочности

формы поровых пространств при фильтрации через зернистую среду или же изменениям и искривлениям живых сечений щелевого потока. Во всех этих случаях мы вправе ожидать увеличения эффекта действия инерционных сил и таких разновидностей руслового потока, в которых вследствие непризматичности русла еще в пределах ламинарного режима силы инерции перестают быть пренебрежимо малыми и должны учитываться при определении сил сопротивления. Следовательно, для фильтрации в трещиноватой среде столь же необходимо различать характерные и критические значения числа Рейнольдса, как и для грунта зернистого (гл. V) или для движения воды в щелях (гл. VI и VII).

Определение значений характерных чисел имеет большое практическое значение, так как этими значениями устанавливаются границы различных областей движения, т. е. границы действия различных законов сопротивления. В частности, значение N_1 определяет собой область, подчиненную линейному закону сопротивления, в пределах которой возможно пользоваться при гидротехнических расчетах различными методами и решениями, разработанными, как правило, для ламинарной фильтрации. Последняя, как известно, представляет собой случай так называемого потенциального движения, когда скорости движения имеют свой потенциал. При наличии же потенциала скоростей математические решения фильтрации сводятся к решению уравнения Лапласа с учетом имеющихся пограничных условий.

В гл. VI дан подробный анализ понятий характерных и критических чисел, там же даны отдельные значения и формулы, позволяющие установить величины характерных чисел для шероховатых щелей применительно к исследованному нами типу шероховатости. Для всех типов шероховатости, близких к изученному, а таких должно быть в природных условиях достаточно большое количество, проведенные исследования с шероховатыми щелями устанавливают предельные значения изменений N_1, отвечающие движению в гладкой щели и в зернистом однородном грунте, приведенном к фильтрации через шероховатую щель (гл. VI).

В гл. VII была дана оценка влияния изменений сечений и кривизны щелей на величину характерных чисел и отмечено, что эти отклонения формы русла от идеальной, отвечающей щели с параллельными стенками, в общем случае дают снижение значений N_1 и N_2, причем изменения значений N_1 под влиянием этих неправильностей формы русла тем меньше, чем больше значения относительных шероховатостей.

Не повторяя всех наших рассуждений о характерных и критических числах, изложенных в гл. VI и VII, отметим их приложимость к фильтрации в трещиноватой среде. Это обстоятельство позволяет подойти к оценке порядка величин характерных чисел для трещиноватой среды и установлению степени охвата исследуемой задачи фильтрации различными законами сопротивления.

Анализ опытных данных приводит нас к выводу, что в трещиноватой породе минимальные значения N_1 не должны быть менее 3 и будут колебаться в большинстве случаев в пределах от 10 до 200. Значения N_2 могут быть приняты равными 200—400 (см. фиг. 17, 28 и содержание гл. VI § 13; гл. VII § 18).

Указанными значениями N_1 и N_2 очертится переходная область и границы: первая, до которой будет справедлив линейный закон сопротивления, и вторая, после которой вступает в силу квадратичный закон сопротивления.

Мы отдаем себе полный отчет в приближенности этой первой оценки величин чисел N_1 и N_2, так как нужно накопить ряд дополнительных опытных данных о характерных числах для различных шероховатостей и очертаний щелей, и в особенности для естественных шероховатостей горных пород, но и эта приближенная оценка вполне обосновывает основные выводы, излагаемые ниже.

Чтобы оценить количественно полученные зависимости, дадим для шероховатых щелей графическое изображение зависимости значений $v_{хар}$ и $J_{хар}$ (отвечающих величинам N_1 и N_2) от относительной шероховатости $\frac{e}{\delta}$ и величины раскрытия щели δ.

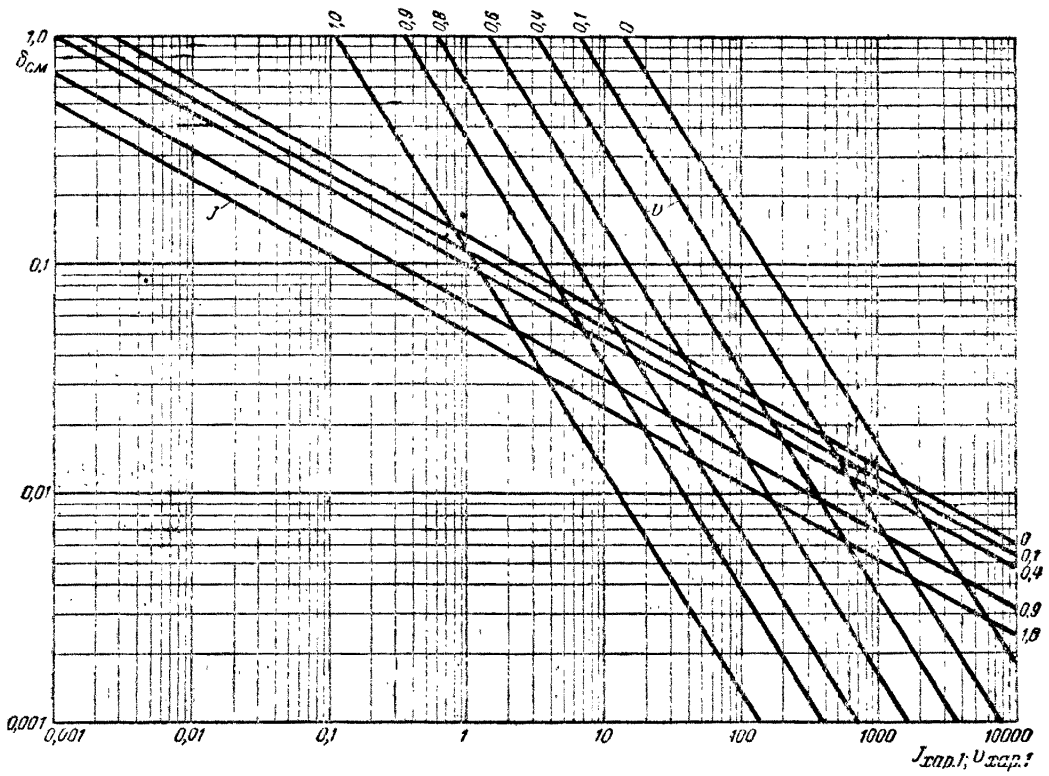
В результате опытов с шероховатыми щелями нами предложена формула (6,101), устанавливающая зависимость N_1 от $\frac{e}{\delta}$. Из (6,101), учтя, что $N_1 = \frac{v_{хар\,1} \cdot \delta}{2\nu}$, получим:

$$v_{хар\,1} = \frac{2\nu}{\delta} \cdot N_1 = \frac{1\,200\nu}{\delta}\left[1 - 0{,}96\left(\frac{e}{\delta}\right)^{0{,}4}\right]^{1{,}5}. \quad (8{,}4)$$

Из (6,71) и (8,4) получим:

$$J_{хар\,1} = \frac{144 \cdot 10^2 \cdot \nu^2}{g\delta^3}\left[1 - 0{,}96\left(\frac{e}{\delta}\right)^{0{,}4}\right]^{1{,}5}\left[1 + 6\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1{,}5}\right]. \quad (8{,}5)$$

Выражения (8,4) и (8,5) устанавливают зависимость $v_{хар\,1}$ и $J_{хар\,1}$ от δ и $\frac{e}{\delta}$. Эта за-



Фиг. 36. График определения градиента и скорости, отвечающих N_1.

висимость графически представлена в логарифмической анаморфозе на фиг. 36.

Дадим аналогичное выражение для $v_{хар\,2}$ и $J_{хар\,2}$, отвечающих значению N_2:

$$v_{хар\,2} = \frac{2\nu}{\delta} \cdot N_2. \qquad (8,6)$$

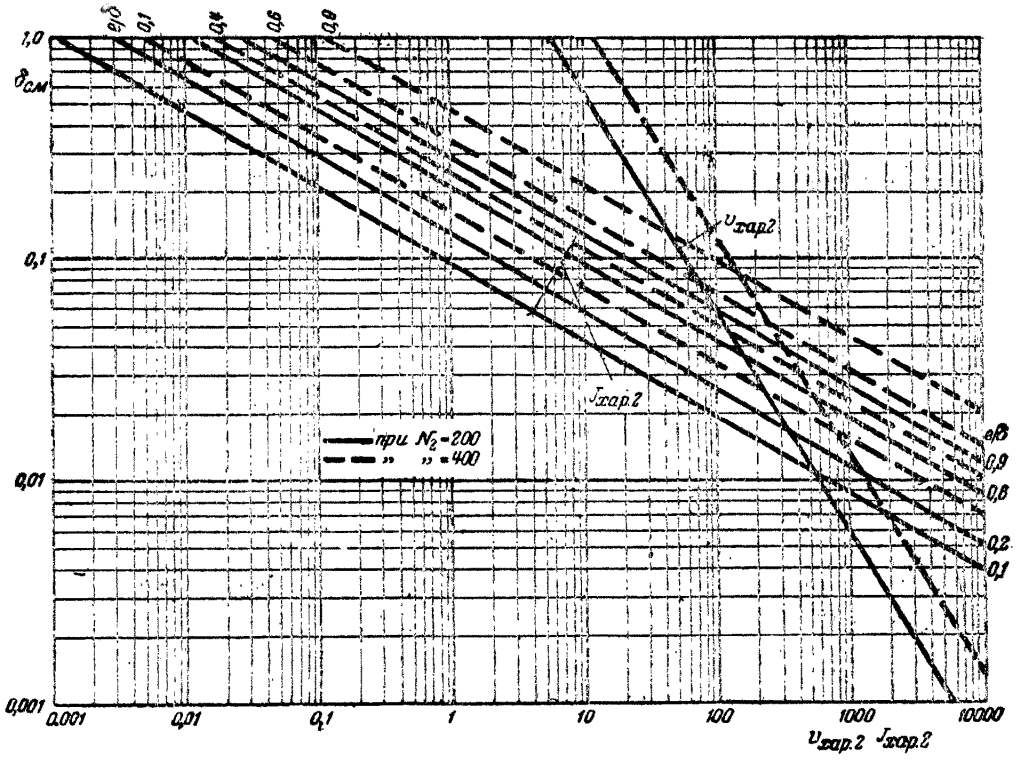
Из (6,89) и (8,6) получим:

$$J_{хар\,2} = \frac{4\nu^2 N_2^2}{g\delta^3 \left(2{,}6 + 5{,}1 \lg \frac{\delta}{2e}\right)^2} \qquad (8,7)$$

Выражения (8,6) и (8,7) графически изображены в логарифмической анаморфозе на фиг. 37. При построении графика для N_2 приняты два значения: 200 и 400.

График фиг. 36 показывает, что значения характерных скоростей $v_{хар\,1}$, отвечающие предельным значениям скорости движения воды в трещинах, при которых еще справедлив линейный закон сопротивления, в значительной степени зависят от шероховатости и всех изменений геометрической формы трещиноватости, но те же факторы оказывают меньшее влияние на $J_{хар\,1}$. С увеличением шероховатости уменьшается $v_{хар\,1}$, так как существенно изменяется N_1, но одновременно возрастают сопротивления; в результате этого $J_{хар\,1}$ по своей величине меняется значительно меньше, чем $v_{хар\,1}$. В связи со сравнительно слабым влиянием изменчивости формы русла на величину $J_{хар\,1}$ она в основном определяется среднеобъемным раскрытием трещины. Этот вывод облегчает суждение о применимости линейного закона сопротивления, так как позволяет в этом вопросе учитывать, главным образом, среднеобъемное раскрытие трещиноватости.

Если исключить отдельные области фильтрационного поля, где концентрируются значительные изменения напора и соответственно высокие градиенты, то в гидротехнических сооружениях градиенты фильтрации большей частью колеблются в пределах 0,05—1. Для таких градиентов при любой трещиноватости с $\delta < 0{,}1$ *см* (фиг. 36) фильтрация в трещиноватой среде будет полностью подчинена линейному закону. Отклонение от этого закона после N_1 будет в большинстве случаев носить плавный характер; поэтому, распространив с некото-



Фиг. 37. График определения градиента и скорости, отвечающих N_2.

рым приближением линейный закон сопротивления на смежную часть переходной области, мы на вполне законном основании расширим еще больше ту область фильтрации в трещиноватой среде, на которую допустимо распространять линейный закон сопротивления.

Клиновидность, местные расширения и сужения сечения, кривизна путей фильтрации,—все эти обстоятельства по мере их количественного роста будут в большей степени увеличивать сопротивление потоку, чем уменьшать характерную его скорость $v_{хар\,1}$. Но в таком-случае, чтобы достичь значений $v_{хар\,1}$, потоку потребуется затратить больше напора, т. е. $J_{хар\,1}$ должен возрасти от действия перечисленных факторов формы русла. Изложенные соображения позволяют ожидать для фильтрации в трещиноватой среде значений $J_{хар\,1}$ того же порядка, а может быть и более высоких по сравнению с величинами, устанавливаемыми графиком фиг. 36 в результате лабораторных исследований щелевого потока в шероховатых взаимно параллельных стенках. Полевые опыты и лабораторные исследования пространственных моделей должны проверить это предположение.

Квадратичный закон сопротивления, при котором будут справедливы формулы фильтрации Краснопольского-Шези, широко применяемые в гидротехнике для фильтрации в трещиноватой среде, вступит в силу при градиентах порядка более 1—30 для раскрытия трещин более $\sim 0{,}1$ *см*.

22. ПОКАЗАТЕЛИ ВОДОПРОНИЦАЕМОСТИ ТРЕЩИНОВАТОЙ ПОРОДЫ

а) Движение следует линейному закону сопротивления

Уравнение (8,2) дает для рассматриваемого случая выражение сопротивления среды в безразмерной форме. Из этого уравнения нетрудно прийти к наиболее общему показателю водопроницаемости трещиноватой среды, выраженному также в виде безразмерного числа. Действительно, из всего предыдущего изложения нетрудно заключить, что для всех подобных случаев трещиноватости одним и тем же коэффициентом, характеризующим их водопроницаемость, явится коэффициент $A = fRe$. Зная его, мы сумеем для любого члена данного ряда геометрически подобных трещиноватостей,

которые будут отличаться между собой среднеобъемным раскрытием трещиноватости, и для движения любой жидкости, определяемой ее вязкостью μ и плотностью ρ, установить взаимную зависимость скорости и расхода от градиентов фильтрации. Из всего ранее изложенного также очевидно, что этот коэффициент будет зависим только от геометрии трещиноватости.

Однако, коэффициент A не является таким показателем водопроницаемости, который охватывал бы собой все факторы, определяющие последнюю. Действительно, могут быть трещиноватости, имеющие одинаковый коэффициент A, но не равноценные по своим фильтрационным свойствам.

Две породы следует считать одинаковыми по своим фильтрационным свойствам, если они создают одинаковое сопротивление фильтрационному потоку, идущему с одинаковыми скоростями фильтрации и при одинаковых режимах движения. Под одинаковыми сопротивлениями понимаем сопротивления, создающие равные потери. Следовательно, две равноценные по фильтрационным способностям породы должны при одинаковых режимах и градиентах давать одни и те же скорости фильтрации. Отметим попутно, что породы, одинаково фильтрующие при ламинарном режиме, могут оказаться неравноценными по своей фильтрационной способности для режима переходного или турбулентного.

Указанное определение равноценности двух сравниваемых случаев водопроницаемости при режиме ламинарном или турбулентном непосредственно приводит нас к коэффициенту фильтрации, как критерию фильтрационной способности трещиноватой породы. Из формул (4,19), (4,20) и (4,21) * вытекает, что две среды, имеющие одинаковый коэффициент фильтрации k_1 или k_2, будут удовлетворять условию равноценности фильтрационных свойств в данном выше понимании этой равноценности.

Следовательно, нет необходимости вводить новые понятия, и мы ограничиваемся приложением установившегося в гидротехнике понятия коэффициента фильтрации к исследуемой нами разновидности фильтрации, т. е. к движению воды по сплошной, однородной и изотропной трещиноватости.

Выразим коэффициент фильтрации через коэффициент A:

$$A = FRe = \frac{J\delta g}{v^2} \cdot \frac{v\delta}{2\nu} = \frac{\delta^2 g J}{2\nu v}. \qquad (8,8)$$

Помня, что $v = \frac{k_1 J}{m}$, из (8,8), получим:

$$k_1 = \frac{m}{2A} \cdot \delta^2 \frac{\gamma}{\mu}, \qquad (8,9)$$

где $$A = FRe.$$

Современная теория фильтрации в зернистой среде применяет в качестве показателя фильтрационной способности среды наряду с коэффициентом фильтрации другой коэффициент, называемый в отличие от коэффициента фильтрации «проницаемостью» грунта. Это понятие в нашей технической литературе введено работами акад. Л. С. Лейбензона и проф. В. Н. Щелкачева. Если коэффициент фильтрации обозначить через k, а «водопроницаемость» — K, то соотношения между ними

$$k = K \frac{\gamma}{\mu}. \qquad (8,10)$$

Сопоставление (8,10) с (8,9) показывает, что понятие «проницаемости» отвечает ламинарному режиму с линейным законом сопротивления. «Проницаемость» представляет собой произведение первых двух сомножителей коэффициента фильтрации и определяет влияние геометрических элементов фильтрующей среды на ее взаимодействие с движущейся в породе жидкостью.

Это выделение составляющей из общего понятия коэффициента фильтрации преследует цель дать универсальный показатель для любых фильтратов, будь то вода, бензин, нефть и т. д. Такое рассмотрение по частям коэффициента фильтрации в практическом отношении представляет несомненные достоинства, но не вносит ничего существенно нового.

В наших дальнейших исследованиях мы не пользуемся понятием «водопроницаемости», так как в гидротехнических задачах жидкостью всегда будет служить вода и введение «водопроницаемости» лишь усложняет, а не облегчает анализ явления. Выделение же в этом анализе влияния геометрических свойств среды достаточно просто осуществляется непосредственно из формул для коэффициента фильтрации трещиноватой породы (см. дальше).

Итак, критерием водопроницаемости трещиноватой среды является коэффициент филь-

---

* Следует помнить, что в главах IV и V — v обозначает скорость фильтрации, а в остальных главах скорость движения воды в щелях или трещинах.

трации, который согласно (8,9) представлен в виде произведения трех сомножителей. Из них первый, равный $\frac{m}{2A}$, является безразмерной которая зависит только от формы русла, т. е. от геометрических элементов трещиноватости, и будет одной и той же для геометрически подобных трещиноватостей. Второй сомножитель определяет влияние среднеобъемного раскрытия трещиноватости на водопроницаемость, произведение же первого и второго сомножителей представляет собой «водопроницаемость» и учитывает полностью влияние трещиноватой среды на ее водопроницаемость. Третий сомножитель показывает влияние свойств жидкости на водопроницаемость по трещинам.

Перейдем к дальнейшему анализу коэффициента фильтрации и разложим первый сомножитель на отдельные составляющие с помощью результатов наших исследований движения щелевого потока. С этой целью составим выражение для f, пользуясь найденными зависимостями коэффициента сопротивления от различных факторов.

Согласно (6,35) для гладкой щели

$$f_{гл}=\frac{6}{Re}. \qquad (8,11)$$

Согласно (6,70) для шероховатой щели

$$f_{ш}=\frac{6}{Re}\left[1+6\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1,5}\right]. \qquad (8,12)$$

Ту же величину $f_{ш}$ можно представить через $f_{гл}$:

$$f_{ш}=f_{гл}\cdot\xi_{ш}, \qquad (8,13)$$

где $\xi_{ш}$ — коэффициент, учитывающий влияние шероховатости.

Из (8,11) и (8,12) следует, что

$$\xi_{ш}=1+6\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1,5}. \qquad (8,14)$$

Безразмерная f должна зависеть также от типа шероховатости, что учтем коэффициентом $\xi_{т}$, который будет равен отношению

$$\xi_{т}=\frac{f_{ш\,1}}{f_{ш\,2}}. \qquad (8,15)$$

Согласно (7,29) для клиновидной шероховатой щели

$$f_{к}=\frac{0{,}375}{Re_{с.о}}\cdot\frac{(1+n)^4}{n^2}[1+1{,}2M]\,*, \qquad (8,16)$$

где

$$M=\frac{\left(\frac{e}{\delta_{с.о}}\right)^{1,5}(1-n^{3,5})(1+n)^{0,5}}{n^{1,5}(1-n)}.$$

Следовательно, из (8,16) и (8,12) получим:

$$\xi_{к}=\frac{f_{к}}{f_{ш}}=\frac{1}{16}\frac{(1+n)^4}{n^2}\cdot\frac{1+1{,}2M}{1+6\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1,5}}. \qquad (8,17)$$

При переходе к реальной трещиноватости фильтрационные струйки будут проходить путь, более длинный, чем кратчайшее расстояние между двумя точками фильтрации. Это удлинение пути также вызовет увеличение f, пропорциональное удлинению пути и измеряемое коэффициентом ξ_{l}. В таком случае

$$\xi_{l}=\frac{L}{l}, \qquad (8,18)$$

где L — протяженность реального пути фильтрации;

l — кратчайшее расстояние между двумя точками фильтрационного поля.

В итоге рассмотрения влияния различных элементов геометрии русла на сопротивление можно записать следующую зависимость для коэффициента сопротивления f, учитывающего потери на длине пути фильтрации:

$$f=f_{гл}\xi_{ш}\xi_{т}\xi_{к}\xi_{l}, \qquad (8,19)$$

где $f_{гл}$ — сопротивление движению в основной простейшей модели трещиноватого грунта — гладкой щели с параллельными стенками, а все прочие сомножители последовательно вводят в рассмотрение шероховатость, тип шероховатости, клиновидность трещин и удлинение пути вследствие извилистости трещин.

Этим перечнем исчерпывается все многообразие факторов, влияющих на сопротивление, если исключить действие внезапных расширений или сужений и искривлений, поворотов фильтрационных струек, создающих дополнительные потери, которые рассматриваем как местные потери (гл. VII).

Осредняя действие местных потерь на некотором протяжении фильтрации, мы можем выразить в конечном итоге действие местных потерь в виде некоторого градиента $J_{м}$. Суммируя $J_{м}$ с J_{f} — градиентом, потерянным на сопротивление движению по длине, получим градиент J, определяющий все сопротивление

* Предполагаем, что клиновидность имеется на всем протяжении трещиноватости. Тогда $\delta=\delta_{с.о}$ и $Re=(Re)_{с.о}$.

фильтрующей среды. Сказанное можно представить следующим выражением:

$$J = J_f + J_м = \frac{v^2}{2gr}(f + f_м). \qquad (8,20)$$

Как видно из (8,20), оба коэффициента сопротивления отнесены к одной и той же средней скорости v, что следует помнить в дальнейших исследованиях.

В приложении к нашей задаче относим все потери к среднеобъемному раскрытию трещин и к средней скорости движения воды в трещинах.

Из (8,20) получим:

$$F = f\left(1 + \frac{f_м}{f}\right) = f\xi_м, \qquad (8,21)$$

что в сопоставлении с (8,19) даст:

$$F = f_{гл}\xi_ш\xi_т\xi_к\xi_е\xi_м, \qquad (8,22)$$

где

$$\xi_м = 1 + \frac{f_м}{f}. \qquad (8,23)$$

Выражение (8,23) можно представить, как функцию $\Sigma\zeta_м$, где $\zeta_м$ представляет общепринятый коэффициент местного сопротивления, связанный с потерянным напором на местные сопротивления в виде

$$h_м = \frac{v^2}{2g}\Sigma\zeta_м. \qquad (8,24)$$

Согласно ранее выведенной зависимости (7,39) запишем:

$$f_м = \frac{\delta_{с.о}}{2L}\Sigma\zeta_м, \qquad (8,25)$$

где $\delta_{с.о}$ представляет собой среднеобъемное раскрытие шероховатой и неправильного очертания щели, приравниваемое среднеобъемному раскрытию трещиноватой породы,

L — длина фильтрации, на которую распределяются, осредняясь, местные потери.

В таком случае из (8,23) и (8,25) следует:

$$\xi_м = 1 + \left(\frac{\delta_{с.о}}{2L}\Sigma\zeta_м\right)\frac{1}{f}. \qquad (8,26)$$

Формула (8,26) позволяет, задаваясь величинами $\Sigma\zeta_м$, подсчитать $\xi_м$ при различных величинах потерь по длине, определяемых коэффициентом сопротивления f. Второй член правой части равенства (8,26) представляет собой отношение местных потерь к общим (или, что то же самое, отношение соответствующих коэффициентов сопротивления).

В предыдущем изложении мы определяли $f_м$ через $\zeta_м$ — коэффициенты местных сопротивлений, известные из различных гидравлических исследований местных потерь. Другой путь оценки местных потерь, намеченный нами в гл. VII, заключается в использовании результатов наших экспериментов со щелями переменного сечения.

Обработка этих опытов, изложенная в гл. VII, дает значение $f_{м0}$ некоторого коэффициента сопротивления трещины, учитывающего изменчивость живого сечения потока (расширения и сужения).

Коэффициент $f_м$ всех местных сопротивлений связан с $f_{м0}$ следующим выражением:

$$f_м = a\xi_\delta\xi_s\xi_\phi\xi_ш f_{м0}. \qquad (8,27)$$

Объясним коэффициенты a, ξ_δ, ξ_s и ξ_ϕ.

Участки с резкими расширениями и сужениями занимают собой только часть общего протяжения пути при фильтрации, коэффициент же $f_{м0}$ определен в опыте при систематически повторяющихся сужениях и расширениях. Поэтому, учтя (7,40), следует умножить $f_{м0}$ на коэффициент

$$\xi_s = \frac{l_1}{L}, \qquad (8,28)$$

где l_1 — протяженность участков с резко переменным сечением;

L — полная протяженность траекторий фильтрационных струек.

При определении коэффициента сопротивления $f_{м0}$ мы относили потери к средней скорости движения и к среднеобъемному раскрытию трещиноватости $\delta_{с.о}$ на участках с расширением. Коэффициент же сопротивления по длине f отнесен к среднеобъемному раскрытию трещиноватости δ данного массива в целом. Следовательно, необходимо $\delta_{с.о}$ привести к δ. Учтя, что значения коэффициента сопротивления прямо пропорциональны кубам соответствующих раскрытий трещиноватости, получим поправочный коэффициент $\xi_\delta = \left(\frac{\delta}{\delta_{с.о}}\right)^3$.

Примем, что среднеобъемное раскрытие трещиноватости в условно выделенной части,

не имеющей резко переменных сечений, равно δ_1. Тогда можно записать:

$$\delta L = \delta_1 (L - l_1) + l_1 \delta_{c.o},$$

откуда

$$\frac{\delta}{\delta_{c.o}} = \frac{\delta_1}{\delta_{c.o}} \left(1 - \frac{l_1}{L}\right) + \frac{l_1}{L}, \qquad (8,29)$$

где L — попрежнему полная длина пути фильтрации по извилинам трещин, а l_1 — длина участков, имеющих резкие расширения.

Значение $f_м$ в общем случае зависит от формы стенок трещин в местах с расширениями и сужениями. Поэтому, переходя к другим формам по сравнению с опытными, следует умножить $f_{м0}$ на $\xi_ф$.

Необходимо учесть местные потери не только от резких изменений живого сечения потока, но и от поворотов траекторий фильтрации. Коэффициент a приближенно учитывает эти местные потери увеличением значения $f_{м0}$.

Коэффициент $\xi'_ш$ приводит опытные данные, полученные для гладких щелей переменного сечения к щелям той же формы, но шероховатым.

Подставив в (8,23) значения f из (8,19) и $f_м$ из (8,27), получим:

$$\xi_м = 1 + \frac{a\xi_\delta \xi_s \xi_ф \xi'_ш f_{м0}}{\xi_ш \xi_T \xi_к \xi_l f_{гл}} \; * \qquad (8,30)$$

Геометрическими элементами, рассмотренными выше, а именно раскрытием трещины, шероховатостью, клиновидностью, извилистостью траекторий и местными неправильностями путей движения исчерпываются основные факторы формы русла, влияющие на коэффициент сопротивления.

Подставим в формулу (8,22) найденные выше выражения коэффициентов ξ. При подстановке $\xi_м$ воспользуемся формулой (8,30), заменив в ней $f_{м0}$ его выражением из (7,45), а также учтя (8,28) и формулы (а), (б), (в) и (г) примечания (*), получим:

$$F = \frac{0{,}375}{Re}(1 + 1{,}2M) \cdot \frac{(1+n)^4}{n^2} \cdot \frac{L}{l} \cdot \xi_T \left[1 + \frac{a\left(\frac{\delta}{\delta_{c.o}}\right)^3 \left(1 + \frac{\delta_{c.o}}{b}\right)^2 \left[1 + 73\left(\frac{e}{\delta_{c.o}}\right)^5\right] \frac{l_1}{L} \xi'_ш \xi_ф}{0{,}0625\,(1 + 1{,}2M) \cdot \frac{(1+n)^4}{n^2} \cdot \frac{L}{l} \xi_T} \right]^{**}. \qquad (8,31)$$

Выражение (8,31) представляет собой в раскрытом виде и в обобщенной форме искомую зависимость (4,23) силы сопротивления от определяющих ее факторов для напорного равномерного движения воды в трещиноватой среде и при линейном законе сопротивления.

Определим безразмерный показатель водопроницаемости трещиноватой среды A. Из выражения (8,8) и (8,22) получим:

а) общий вид

$$A = F \cdot Re = f_{гл} \xi_ш \xi_T \xi_к \xi_l \xi_м Re; \qquad (8,32)$$

б) в зависимости от результатов наших лабораторных исследований:

---

* 1. Опытные значения $f_{м0}$ суммируют влияние потерь от расширений с потерями на длине для гладких стенок. Следовательно, возможно учесть это обстоятельство и при определении местных потерь вычесть из $f_м$ коэффициент сопротивления на длине, равный $f_{гл}$, что нами не выполнено, так как не требовалось степенью точности решаемой задачи.

2. В наших опытах ограниченность лабораторных возможностей заставила принять ширину щелей b не более 4,9—5 *см*. При такой ширине боковые стенки, ограничивающие щель, оказывают при имевшихся в опыте $\delta_{c.o}$ заметное влияние на движение. Следовательно, в опыте допущено некоторое отклонение от движения воды в щелях неограниченного размера. Это обстоятельство учтено при расчете гидравлического радиуса, от которого зависят $f_{м0}$ и $Re_{c.o}$

$$f_{м0} = \frac{2Jrg}{v^2} = \frac{2Jr\delta^2_{c.o}\, g}{q}, \qquad (а)$$

$$Re_{c.o} = \frac{vr}{\nu}, \qquad (б)$$

где

$$r = \frac{b \cdot \delta_{c.o}}{2(b + \delta_{c.o})}. \qquad (в)$$

Учтя (а), получим для наших опытов коэффициент приведения к раскрытию трещиноватости δ

$$\left(\frac{\delta}{\delta_{c.o}}\right)^3 \left(1 + \frac{\delta_{c.o}}{b}\right). \qquad (г)$$

** $1 + \frac{\delta_{c.o}}{b}$ взято в квадрате, так как $\frac{Re}{Re_{c.o}} = 1 + \frac{\delta_{c.o}}{b}$. Выражение $0{,}0625\,(1 + 1{,}20\,M)\,\frac{(1+n)^4}{n^2} \cdot \frac{L}{l} \times \xi_T$ равно произведению $\xi_ш \xi_к \xi_l \xi_T$

$$A=0{,}375(1+1{,}2M)\frac{(1+n)^4}{n^2}\cdot\frac{L}{l}\xi_T\left[1+\frac{a\left(\frac{\delta}{\delta_{c.o}}\right)^3\left(1+\frac{\delta_{c.o}}{b}\right)^2\left[1+73\left(\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)^5\right]\frac{l_1}{L}\xi'_{ш}\xi_{ф}}{0{,}0625(1+1{,}2M)\frac{(1+n)^4}{n^2}\cdot\frac{L}{l}\xi_T}\right] \qquad (8{,}33)$$

Зная A, найдем выражение зависимости от тех же факторов коэффициента фильтрации. Из формулы (8,9) следует:

а) общий вид

$$k_1=\frac{1}{12}\frac{\gamma}{\mu}\frac{m\delta^2}{\xi_{ш}\xi_T\xi_{к}\xi_l\xi_{м}}; \qquad (8{,}34)$$

б) в зависимости от результатов наших лабораторных исследований

$$k_1=1{,}33\frac{\gamma}{\mu}\frac{m\delta^2}{(1+1{,}2M)\cdot\frac{(1+n)^4}{n^2}\cdot\frac{L}{l}\cdot\xi_T\left[1+\frac{a\left(\frac{\delta}{\delta_{c.o}}\right)^3\left(1+\frac{\delta_{c.o}}{b}\right)^2\left[1+73\left(\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)^5\right]\frac{l_1}{L}\xi'_{ш}\cdot\xi_{ф}}{0{,}0625(1+1{,}2M)\frac{(1+n)^4}{n^2}\cdot\frac{L}{l}\xi_T}\right]} \qquad (8{,}35)$$

Отношение $\frac{\delta}{\delta_{c.o}}$, входящее в формулы (8,31)—(8,35), определяется из (8,29).

б) Движение следует квадратичному закону сопротивления

Основные соображения и положения, изложенные для случая движения с линейным законом сопротивления, распространяем на случай движения с квадратичным законом сопротивления.

В качестве показателя водопроницаемости принимаем: 1) безразмерную величину $B=F$, которая остается постоянной для всех геометрически подобных трещиноватостей и 2) коэффициент фильтрации. Под последним, обобщая для квадратичного закона сопротивления понятие коэффициента фильтрации, подразумеваем коэффициент k_2 из зависимости $v=k_2\sqrt{J}$. Отметим, что и для случая движения с квадратичным законом сопротивления коэффициент фильтрации сохраняет свое основное свойство, являясь величиной постоянной для любых скоростей в пределах вполне турбулентного режима.

Как следует из (8,3), безразмерный коэффициент, характеризующий водопроницаемость трещиноватой среды при квадратичном законе сопротивления:

$$B=F=\frac{J\delta g}{v^2}. \qquad (8{,}36)$$

Помня, что $v=\frac{k_2\sqrt{J}}{m}$, получим из (8,36) выражение для коэффициента фильтрации

$$k_2=m\sqrt{\frac{\delta g}{F}}=m\sqrt{\frac{\delta g}{B}}. \qquad (8{,}37)$$

Весь ход рассмотрения и решения задачи, данный для ламинарного режима, останется справедливым и в случае турбулентного режима с квадратичным законом сопротивления что позволяет обобщать формулы (8,22), (8,26) и (8,30), распространив их действие на область квадратичного закона сопротивления. Под коэффициентами, входящими в перечисленные формулы, следует понимать их выражения для режима с квадратичным законом сопротивления, а именно:

Согласно (6,63) $$f_{гл}=0{,}056\frac{1}{Re^{0{,}25}}, \qquad (8{,}38)$$

из (6,87) и (6,63)

$$\xi_{ш}=\frac{f_{ш}}{f_{гл}}=\frac{Re^{0{,}25}}{0{,}056}\cdot\frac{1}{\left(2{,}6+5{,}1\lg\frac{\delta}{2e}\right)^2}, \qquad (8{,}39)$$

из (7,34) и (6,87)

$$\xi_{к}=\frac{f_{к}}{f_{ш}}=$$

$$=2\left[\frac{\delta}{2e}\left(2{,}6+5{,}1\lg\frac{\delta}{2e}\right)\right]^2\frac{1+n}{1-n}D^*. \qquad (8{,}40)$$

Выражения остальных коэффициентов ξ остаются в силе и при турбулентном режиме.

* См. примечание к формуле (8,16).

Подставив в формулу (8,22) найденные выражения коэффициентов ξ и выражение $f_{м0}$ из (7,48), получим:

$$F=0{,}5\left(\frac{\delta}{e}\right)^{2}\frac{1+n}{1-n}D\xi_T\cdot\frac{L}{l}\left[1+\frac{11a\left(\frac{\delta}{\delta_{c.o}}\right)^{3}\left(1+\frac{\delta_{c.o}}{b}\right)\left(\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)^{3{,}3}\frac{l_1}{L}\xi'_{ш}\xi_{ф}\cdot\frac{1}{(Re_{c.o})^{0{,}25}}}{0{,}5\left(\frac{\delta}{e}\right)^{2}\frac{1+n}{1-n}D\frac{L}{l}\xi_T}\right]^{*}. \qquad (8{,}41)$$

Отметим, что наличие в формуле (8,41) числа $Re_{c.o}$ не следует рассматривать, как показатель зависимости коэффициента $\xi_м$ от вязкости. В выражении (7,48) — $f_{м0}$, определенное нами из опытов со щелями переменного сечения при гладких стенках, зависит от $Re_{c.o}$, так как режим движения несколько отличается от отвечающего квадратичному закону сопротивления. Но при шероховатых стенках для всех случаев сколько-нибудь существенной относительной шероховатости можно предполагать, что движение будет подчиняться квадратичному закону сопротивления. Следовательно, $\xi'_{ш}\cdot\dfrac{11\left(\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)^{3{,}3}}{Re_{c.c}^{0{,}25}}=\xi'_{ш}\cdot f_{м0}$ в формуле (8,41) не будет зависеть от $Re_{c.o}$.

Найдем выражения для B и коэффициента фильтрации k_2. Первый равен F и, следовательно, определяется формулами (8,22) и (8,41). Коэффициент же фильтрации определится из формулы (8,37) после подстановки в нее найденных значений для F из формулы (8,22) и (8,41). Тогда получим:

а) общий вид

$$k_2=m\sqrt{\frac{g\delta}{f_{гл}\,\xi_{ш}\xi_T\xi_{\cdot}\xi_l\xi_м}}; \qquad (8{,}42)$$

б) в зависимости от результатов наших лабораторных исследований

$$k_2=m\sqrt{\frac{g\delta}{0{,}5\left(\frac{\delta}{e}\right)^{2}\frac{1+n}{1-n}\cdot D\frac{L}{l}\xi_T\left[1+\frac{11a\left(\frac{\delta}{\delta_{c.o}}\right)^{3}\left(1+\frac{\delta_{c.o}}{b}\right)\left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)^{3{,}3}\frac{l_1}{L}\xi'_{ш}\xi_{ф}\cdot\frac{1}{(Re_{c.o})^{0{,}25}}}{0{,}5\left(\frac{\delta}{e}\right)^{2}\frac{1+n}{1-n}\cdot D\frac{L}{l}\xi_T}\right]}} \qquad (8{,}43)$$

* $f_{ш}\,\xi_T\,\xi_l\,\xi_к=0{,}5\left(\frac{\delta}{e}\right)^{2}\frac{1+n}{1-n}D\frac{L}{l}\xi_T$.

в) Выражения для законов сопротивления при фильтрации в трещиноватой среде

В § 20 гл. VIII указывалось, что формула (8,1) является самым общим безразмерным выражением закона сопротивления трещиноватой среды, справедливым для достаточно широкого диапазона чисел Re.

Уравнение (8,1) определяет зависимость сопротивления от коэффициентов A и B. Зависимость же A и B от геометрических элементов русла дается формулами (8,32) и (8,42) или (8,33) и (8,41).

Можно в уравнение (8,1) ввести k_1 и k_2, подставив вместо A и B их выражения, определенные из (8,9) и (8,37). Тогда получим:

$$FRe=\alpha\frac{m\delta^2}{2k_1}\cdot\frac{\gamma}{\mu}+\beta\frac{m^2g\delta}{k_2^2}\cdot Re. \qquad (8{,}44)$$

Если перейти от безразмерных F и Re к их выражениям через J и v, то зависимость между J и v представится в следующем виде,

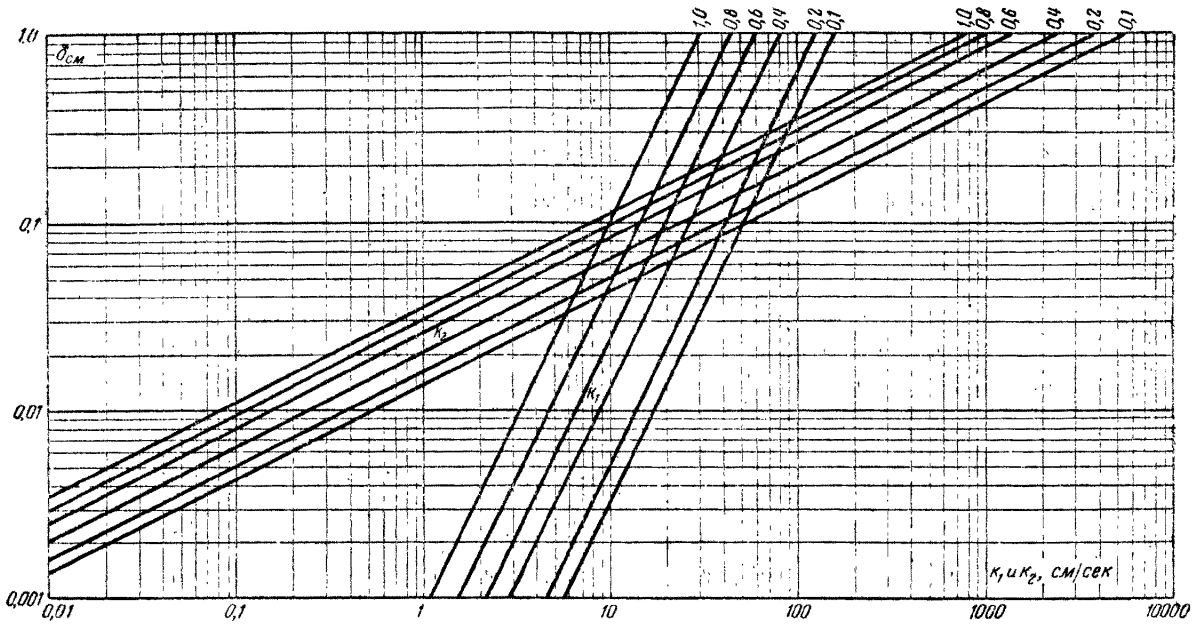
$$J=\alpha\frac{m}{k_1}\cdot v+\beta\frac{m^2}{k_2^2}\cdot v^2. \qquad (8{,}45)$$

Как частные случаи уравнения (8,45), получим для линейного или квадратичного закона сопротивления зависимости

$$J=\frac{m}{k_1}\cdot v \text{ или } v=k_1\cdot J, \qquad (8{,}46)$$

$$J=\left(\frac{m}{k_2}\right)^2v^2 \text{ или } v=k_2\sqrt{J}. \qquad (8{,}47)$$

Формула (8,45) и ее частные выражения (8,46) и (8,47) показывают, что выведенные в § 22 гл. VIII зависимости для k_1 и k_2 устанавливают необходимую связь между сопротивлением фильтрации, свойствами жидкости и геометрическими элементами русла при любых режимах фильтрации. Теперь пред-



Фиг. 38. График зависимости k_1 и k_2 от δ и $\frac{e}{\delta}$.

ставляется возможным дать анализ удельного веса влияния различных факторов на водопроницаемость трещиноватой среды.

23. ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ВОДОПРОНИЦАЕМОСТЬ ТРЕЩИНОВАТОЙ ПОРОДЫ

Выражения (8,45), (8,46) и (8,47) устанавливают зависимость между скоростью и градиентом при любых режимах фильтрации, учитывая водопроницаемость фильтрующей среды с помощью коэффициентов k_1 и k_2.

Все изложенное в предыдущем параграфе позволило установить зависимость этих коэффициентов от всех обстоятельств, определяющих данный вид напорного движения. Эта зависимость находит свое выражение в формулах (8,34), (8,35) и (8,42), (8,43), анализ которых вскроет относительное влияние свойств воды и среды на фильтрацию в трещиноватой породе.

а) Влияние свойств жидкости

По мере роста скорости и числа Рейнольдса уменьшается влияние на движение сил трения и соответственно должно уменьшаться влияние вязкости жидкости. В области движения с квадратичным законом сопротивления силы трения не влияют на величину средней скорости движения. Изложенные общеизвестные положения подтверждаются формулами для k_1 и k_2. Как и следовало ожидать, k_1 зависит от отношения коэффициента вязкости μ к плотности жидкости ρ, равного кинематическому коэффициенту вязкости ν. Коэффициент же k_2 от ν не зависит.

б) Влияние раскрытия трещиноватости

Коэффициент фильтрации при ламинарном режиме в значительной степени зависит от среднеобъемного раскрытия трещиноватости δ, будучи пропорциональным δ^2. При квадратичном законе сопротивления влияние δ не столь значительно и пропорционально $\sqrt{\delta}$. Это положение наглядно иллюстрируется графиком фиг. 38. Как следует из сказанного и из графика, при изменении δ в 50 раз, например, от 0,01 до 0,5 *см* в случае ламинарного режима и при любом значении относительной шероховатости трещин величина k_1 меняется от 0,55 до 1 400, т. е. в 2 500 раз. Изменение же δ в тех же пределах при турбулент-

[1] При построении графика значения m_1, ξ_T, ξ_K и ξ_l мы приравняли 1, следовательно, график показывает влияние на водопроницаемость только δ и $f_{ш} = f_{гл}\,\xi_{ш}$.

ном режиме дает колебания значений k_2 от 18 до 120 *см/сек*—в 7 раз.

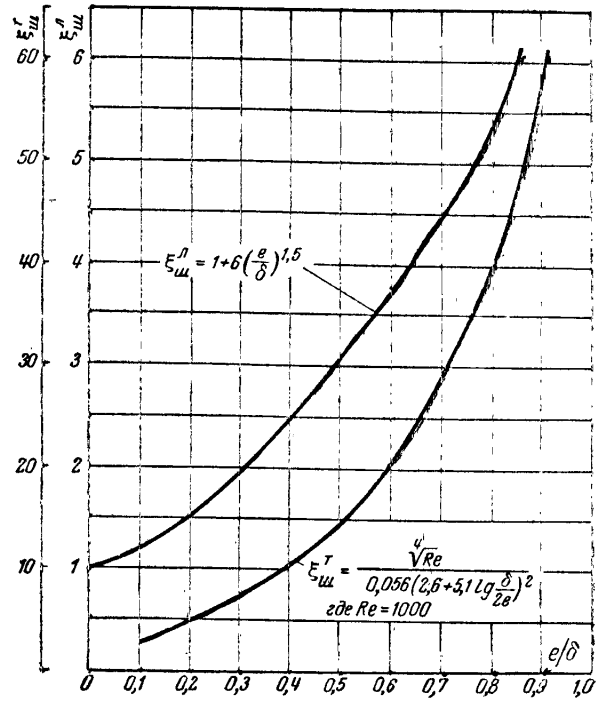
Кроме прямого влияния на коэффициент фильтрации раскрытие трещиноватости весьма существенно действует косвенно на водопроницаемость трещиноватой среды. Так, например, увеличение раскрытия трещиноватости приведет при имеющейся в природе абсолютной шероховатости стенок трещин к уменьшению относительной шероховатости. Следовательно, трещинам зияющим, как правило, будет отвечать незначительная относительная шероховатость и соответственно повышенная водопроницаемость. Клиновидность трещин в случае больших раскрытий сможет быть большей и сильнее влиять на трещиноватость, снижая ее водопроницаемость. Удельный вес местных потерь при более раскрытых трещинах будет бо́льшим, так как при прочих равных условиях в этом случае мы будем иметь бо́льшие скорости фильтрации, следовательно, бо́льшую величину потерь на местные сопротивления, а общие потери по длине при более раскрытых трещинах будут меньшими. Количественное выражение такого косвенного влияния раскрытия трещиноватости можно усмотреть из дальнейшего изложения.

в) Влияние шероховатости

Влияние шероховатости увеличивает сопротивление среды и, следовательно, ведет к уменьшению значений k_1 и k_2. Это влияние шероховатости зависит от геометрической формы шероховатости, т. е. ее типа, а для заданного типа — от величины относительной шероховатости $\frac{e}{\delta}$. Первое влияние учитывается в наших формулах коэффициентом ξ_T, второе влияние коэффициентом $\xi_ш$.

На фиг. 39 дан график коэффициента $\xi_ш$. Значения коэффициента $\xi^л_ш$ непосредственно определяют изменения коэффициента k_1. Кратность же изменений k_2 обратно пропорциональна изменениям $\sqrt{\xi^T_ш}$. Как видно из графика, шероховатость увеличивает коэффициент фильтрации в 5,5 раза при линейном законе сопротивления и в 6,30 при квадратичном законе сопротивления при изменении относительной шероховатости от 0 до 0,8.

Приведенные показатели относятся к исследованному типу искусственной шероховатости. Характерной его особенностью является переход в пределе при $\frac{e}{\delta} \to 1$ к зернистой



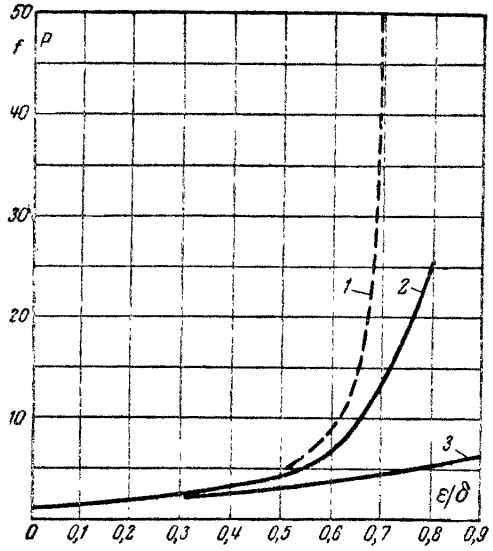
Фиг. 39. Влияние шероховатости трещин на гидравлическое сопротивление.

среде. Следовательно, закрытие щели не ведет за собой неограниченного уменьшения n, где n — отношение минимального живого сечения потока к максимальному. Это отношение стремится к некоторому пределу, отвечающему движению отдельных струек по поровым пространствам зернистой среды. В нашем случае искусственной шероховатости из зерен песка одинакового диаметра указанный предел равен $\sim 0{,}28$.

При переходе к другим геометрическим формам получим другие количественные показатели для $\xi_ш$, причем, очевидно, что сопротивление в значительной мере зависит от геометрической формы обтекаемой поверхности, если искусственные видоизменения этой формы ничем не ограничивать. Подбирая надлежащим образом искусственные типы шероховатости, мы можем существенно изменить сопротивление трещиноватой среды, т. е. ξ_T может оказаться значительной величины.

Для иллюстрации этого положения воспользуемся результатами наших опытов с движением воды в щелях переменного сечения, описанных в гл. VII.

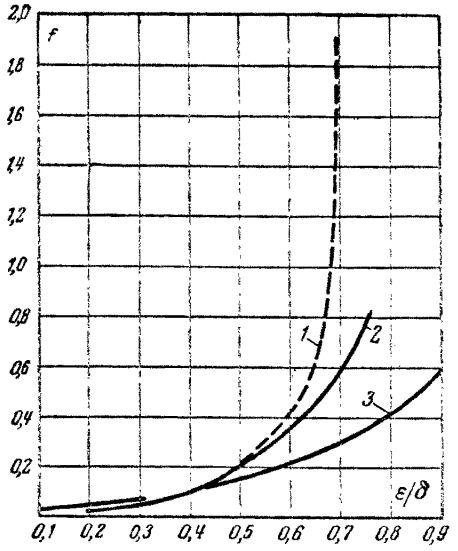
Установленная этими опытами аналогия зависимости коэффициента сопротивления от



Фиг. 40. Влияние типа шероховатости.

1 — опыты 8—10; *2* — опыты 1—5; $p = 1 + 73\left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)^5$;

3 — опыты с шероховатыми щелями $p = 1 + 6\left(\frac{e}{\delta}\right)^{1,5}$.



Фиг. 41. Влияние типа шероховатости.

1 — опыты 8—10; *2* — опыты 1—5; $f = \frac{11\left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)^{3,3}}{\sqrt[4]{Re}}$,

где $Re = 10^3$; *3* — опыты с шероховатыми щелями $f = \frac{1}{\left(2,6 + 5,1 \lg \frac{\delta}{e}\right)^2}$.

числа Re для опытов со щелями переменного сечения и с шероховатыми щелями (фиг. 17 и 28) позволяет рассматривать опыты с гладкими щелями переменного сечения, как моделирование гидравлического действия шероховатости. В этой трактовке заданные формы изменения сечения щели плавные в виде синусоиды (опыты № 1, 2, 3, 4, 5) или же резкие, систематически повторяющиеся (опыты № 8, 9, 10), явятся моделями двух типов шероховатости правильной искусственной формы. Резкое отличие этих шероховатостей от исследованной в опытах с шероховатыми щелями заключается в возможности доведения минимального живого сечения щелевого потока до нуля и соответственно n до 0, что является следствием правильности геометрических форм модели.

Тип шероховатости, представленный опытами № 8, 9 и 10, обладает также и дополнительной отличительной для него особенностью. При сближении двух створок, образующих щель переменного сечения, суженные участки занимают 50% всего протяжения щели переменного сечения, и эти сужения, имея столь значительное протяжение, должны существенно повысить сопротивление щели. Поэтому следует ожидать для обоих типов более высокого сопротивления, чем получено для шероховатости, исследованной в опытах с шероховатыми щелями, в результате прежде всего большего относительного сужения живых сечений. Для типа, исследованного в опытах № 8, 9 и 10, следует ожидать значительно большего сопротивления по сравнению с типом, исследованным опытами № 1—5, в результате большей протяженности суженных мест и отчасти резкой, не плавной формы расширений и сужений.

Сопоставление полученных результатов для всех трех типов шероховатости дано на графиках фиг. 40 и 41. На фиг. 40 даются кривые зависимости $\frac{fRe}{6}$ от $\frac{e^*}{\delta}$ в случае действия линейного закона сопротивления. На фиг. 41 даны кривые зависимости f от $\frac{e^*}{\delta}$ для случая квадратичного закона сопротивления[1]. Как следует из графиков, тип шероховатости резко влияет на сопротивление, и ξ_T

* Для данной интерпретации опытов e и$_6$ представляют собой одну и ту же геометрическую величину, характеризующую высоту шероховатости.

[1] На обоих графиках кривые для опытов № 8, 9 и 10 показаны пунктиром вследствие недостаточности числа опытов для обоснованного выбора очертания кривой.

доходит до 7—10 и более, возрастая в особенности при значениях относительной шероховатости более 0,5—0,6. При значениях же относительной шероховатости, меньших 0,5, влияние типа шероховатости ничтожно.

Специального исследования сопротивлений различных шероховатостей, как искусственных, так и естественных, пока нами не производилось, что не позволяет достаточно объективно установить количественные показатели для ξ_T. Можно предполагать, что для природных условий шероховатость песчаников будет весьма близко отвечать исследованному нами типу искусственной шероховатости в опытах с шероховатыми щелями. Это положение подтверждается проведенными в лабораториях ГрузНИИГиМ исследованиями движения воды в одиночных трещинах третичных песчаников Апшерона из Мингечаурской горловины.

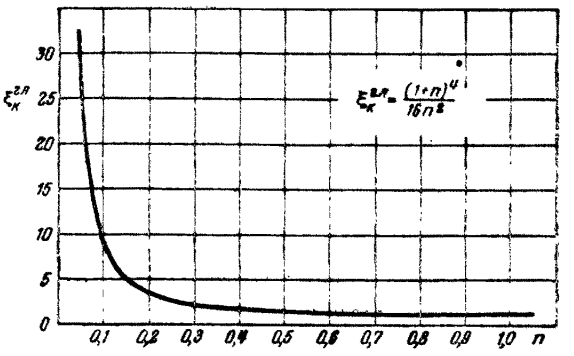
Гидравлическое сопротивление многих других вероятных типов естественной шероховатости, по всей видимости, не будет существенно отличаться от сопротивления изученного нами типа, так как шероховатость горных пород обычно представляет собой отдельные возвышения и понижения, чередующиеся в любых направлениях, и, следовательно, постепенное закрытие трещины не сможет вовсе закрыть пространственные пути фильтрации в обход выступов шероховатости, что является отличительной особенностью исследованной нами искусственной шероховатости. Поэтому мы считаем вполне вероятным и допустимым предполагать, что изученный нами тип шероховатости (гл. VI) приближенно характеризует возможные пределы влияния этого фактора на водопроницаемость трещиноватой породы для большого числа естественных шероховатостей. В дальнейшем анализе в связи с изложенным принимаем $\xi_T = 1$.

г) Влияние клиновидности

Весьма интересные результаты дает анализ возможного влияния клиновидности трещин.

Начнем с рассмотрения абсолютно гладкой щели, в природе не встречающейся $\left(\frac{e}{\delta} = 0\right)$. Из формул (7,21), (7,25), (6,35) и (6,63), помня, что $\xi_к$ представляет отношение $f_к$ клиновидной щели к f щели с параллельными стенками, получим, что значение $\xi_к$ для гладкой щели при любом режиме будет равно:

$$\xi_к^{гл} = \frac{(1+n)^4}{16n^2}. \qquad (8,48)$$

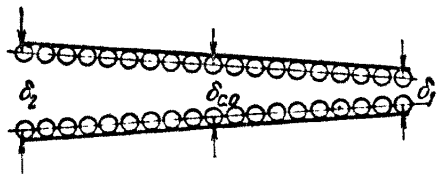


Фиг. 42. Влияние клиновидности трещин на гидравлическое сопротивление.

Уравнение (8,48) представлено на фиг. 42. При росте клиновидности до значения $n = 0{,}1$ $\xi_к$ растет сравнительно мало и при различных $n > 0{,}1$ значения $\xi_к$ меньше 10. Но при дальнейшем росте клиновидности $\xi_к$ резко возрастает и, например, при $n = 0{,}01$ равняется кругло 650.

Следовательно, влияние клиновидности для абстрактной, абсолютно гладкой щели может быть исключительно высоким. В шероховатой же реальной трещине нормального раскрытия и, следовательно, ощутимо шероховатой $\left(\frac{e}{\delta} > 0{,}05 - 0{,}1\right)$ влияние клиновидности хотя и существенно, но не столь велико. Сказанное становится ясным из наших формул (8,17) и (8,40) для $\xi_к$ клиновидной шероховатой щели при различных режимах движения, но после некоторых простейших геометрических исследований.

Как следует из указанных формул, для случая шероховатой щели $\xi_к$ зависит только от двух переменных n и $\frac{e}{\delta}$. Эти переменные геометрически взаимно связаны, и нельзя, задаваясь, например, различными n, произвольно выбирать любые значения $\frac{e}{\delta}$, так как в таком случае мы придем к таким сочетаниям шероховатости и клиновидности, которые несовместимы. Клиновидно закрывая трещину, т. е. задаваясь различными n и $\frac{e}{\delta}$, мы должны соблюсти непременное условие, чтобы для минимального сечения клиновидной щели было бы получено значение $\frac{e}{\delta_1}$ равное или большее того, которое отвечает минимальному возможному открытию трещины. Для иссле-



Фиг. 43.

дованного нами типа шероховатости, который может быть приведен к схеме, изображенной на фиг.43 в виде цепочки шаров, $\frac{e}{\delta_1}$ должно быть всегда меньше 1 (с некоторым округлением). Нетрудно доказать, что

$$\delta_1 = \frac{2\delta_{c.o} n}{1+n}, \qquad (8,49)$$

если за n принять отношение меньшего сечения к большему и приближенно считать, что $\frac{\delta_1+\delta_2}{2} = \delta_{c.o}$.

Следовательно,

$$\frac{e}{\delta_1} = \frac{e}{\delta_{c.o}} \frac{1+n}{2n} < 1. \qquad (8,50)$$

Отсюда получим условие, которому должны удовлетворять $\frac{e}{\delta_{c.o}}$ и n:

$$\frac{e}{\delta_{c.o}} < \frac{2n}{1+n}. \qquad (8,51)$$

Анализ различных геометрических форм шероховатости позволяет заключить, что для многих из них предельное значение $\frac{e}{\delta_{c.o}}$ при заданном значении n будет меньше определяемого из (8,51). Это обстоятельство лишь подкрепляет наши дальнейшие выводы.

Выведенный критерий (8,51) показывает, что в шероховатых щелях не следует ожидать клиновидности с n меньше примерно 0,05, если исключить из рассмотрения трещины зияющие со значительным раскрытием и ограничиться трещиноватостью со среднеобъемным раскрытием порядка не более 0,5—0,7 *см*. Сказанное подтверждается данными табл. 10.

Таблица 10

n	0,01	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7
$\frac{2n}{1+n}$	0,0198	0,095	0,182	0,462	0,667	0,824

Из табличных значений следует, что при $n = 0,01 \frac{e}{\delta_{c.o}}$ должно быть меньше 0,0198, что может отвечать лишь шероховатостям трещин со значительным раскрытием, встречающимся в большинстве случаев в единичных трещинах.

Вернемся к установлению возможного диапазона изменений $\xi_к$, определяя его по формулам (8,17) и (8,40) с соблюдением условия (8,51).

Мы рассчитали значения $\xi_к$ для различных n больших 0,05 и $\frac{e}{\delta_{c.o}}$ от 0,1 и выше до предельного значения, устанавливаемого при данном n зависимостью (8,51). Результаты собраны в табл. 11 и 12.

*Таблица 11**

Линейный закон сопротивления [расчет произведен по формуле (8,17)]

$e/\delta_{c.o}$ \ n	0,1	0,3	0,5	0,7
0,1	18,54	2,28	1,32	1,07
0,2	—	2,64	1,38	1,09
0,4	—	3,11	1,47	1,10
0,6	—	—	1,51	1,11
0,8	—	—	—	1,12

* Значения величин, содержащихся в табл. 11 и во всех последующих таблицах, рассчитывались с помощью трехзначной логарифмической линейки.

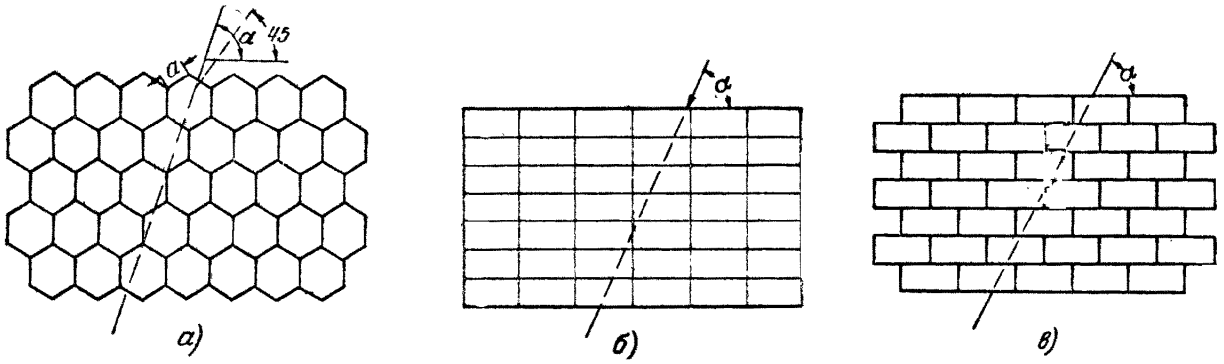
Таблица 12

Квадратичный закон сопротивления [расчет произведен по формуле (8,40), значения интеграла рассчитаны по специальным таблицам и графику[1]]

$e/\delta_{c.o}$ \ n	0,1	0,3	0,5	0,7
0,10	36,0	2,93	1,37	0,789
0,20	—	3,44	1,51	1,095
0,40	—	4,88	1,67	1,18
0,60	—	—	1,97	1,24
0,80	—	—	—	1,27

[1] Я. Н. Шпильрейн, Таблицы специальных функций ГТТИ, стр. 11—14, М.—Л., 1933 г.

Изменения коэффициента k_1 обратно пропорциональны соответствующим значениям $\xi_к$ табл. 11. Изменения коэффициента k_2 обратно пропорциональны $\sqrt{\xi_к}$ при значениях $\xi_к$ по



Фиг. 44. Схемы для вычисления длины пути фильтрации.

табл. 12. Следовательно, клиновидность уменьшит коэффициенты фильтрации до 20 раз при линейном законе сопротивления и до 6 раз при квадратичном законе сопротивления. Для больших раскрытий трещин (более 0,5—1 *см*) влияние клиновидности значительно возрастает.

д) Влияние извилистости трещин

Двигаясь по системам трещин, напорный поток вынужден проходить путь длиннее, чем кратчайшее расстояние между любыми двумя точками фильтрационного поля, причем степень этого удлинения всецело определяется геометрией трещиноватости и учитывается в наших предшествующих формулах коэффициентом ξ_l. Последний представляет собой отношение фактического пути, проходимого фильтрационной струйкой, к кратчайшему расстоянию по прямой между рассматриваемыми точками фильтрационного поля. Установим значение ξ_l для нескольких простейших схем трещиноватости (фиг. 44, *а*, *б*, *в*).

Схема I (фиг. 44, *а*). Длина пути фильтрации L будет изменяться в зависимости от величины угла α, определяемого направлением фильтрации.

Рассмотрим изменение угла α от 45° до 90°, так как всякие другие значения вне этих пределов будут лишь повторять ориентацию направления фильтрации относительно данной системы трещиноватости. Определим $\frac{L}{l}$ для крайних положений направления фильтрации в заданных пределах изменения α.

При $\alpha_1 = 45°$

$$\frac{L_1}{l} = \frac{2a}{2a\cos 30°} = 1{,}15.$$

При $\alpha_2 = 90°$

$$\frac{L_2}{l} = \frac{3a}{2a} = 1{,}5.$$

Схема II (фиг. 44, *б*). Длина пути фильтрации $L = l(\sin\alpha + \cos\alpha)$. Следовательно, $\xi_l = \frac{L}{l} = \sin\alpha + \cos\alpha$.

При $\alpha = 0°$ или 90° $\quad \xi_l = 1$.

При $\alpha = 45°$ $\quad \xi_l = \sqrt{2} = 1{,}41$.

Схема III (фиг. 44, *в*) отличается от схемы II наличием перевязи между трещинами вертикального ряда. Наибольшее удлинение пути фильтрации получается при движении вертикальном, наименьшее при фильтрации вдоль горизонтальных трещин. В первом случае $\xi_l = 1{,}5$ и более в зависимости от отношения сторон отдельности (при 1/1—1,5, при 1/2—2 и т. д.); во втором $\xi_l = 1$.

Все рассмотренные схемы решают задачу в плоскости и не исследуют пространственной трещиноватости, отличаются отсутствием изотропности среды в отношении ее фильтрационных свойств. Очевидно, что для получения изотропной трещиноватости необходимо большое количество взаимно пересекающихся систем трещиноватости, а в этих условиях ξ_l будет уменьшаться и приближаться к извилистости фильтрационных путей в зернистых грунтах.

Изложенные соображения позволяют с достаточной точностью для целей наших исследований и при трещиноватости изотропной по фильтрационным свойствам принять в среднем $\xi_l = 1{,}25$ с возможными колебаниями этой величины от 1 до 1,5 (без учета случаев исключительных).

е) Об удельном весе местных потерь

Влияние местных неправильностей русла учитывается коэффициентом $\xi_м$. Как следует из формулы (8,30), удельный вес местных потерь определяется их отношением к потерям по длине.

Можно предполагать, что, несмотря на значительное количество местных неправильностей русла и его отклонений от идеальной призматической формы, фильтрация в трещиноватой среде все же относится к тем гидравлическим задачам, для которых влияние местных потерь будет менее значительно по сравнению с потерями по длине. Малые размеры раскрытия трещиноватости, узость путей фильтрации и шероховатость создают значительные потери по длине, и, следовательно, соответственно должен снизиться удельный вес местных потерь. Из тех же соображений вытекает, что с ростом открытия трещиноватости и уменьшением абсолютной шероховатости относительная роль местных потерь должна в известной мере повышаться. Всякое увеличение абсолютной величины местных потерь вследствие все возрастающей неправильности формы русла (величина и форма расширений и сужений сечений, величина кривизны трещин и поворотов) естественно также приведет к увеличению удельного веса местных потерь.

Для количественной оценки удельного веса местных потерь рассчитаем значения коэффициента $\xi_м$ при различной комбинации переменных, его определяющих. Эти расчеты исполнены для движения с линейным и квадратичным законом сопротивления.

Движение следует линейному закону сопротивления. Коэффициент $\xi_м$ определяется формулой (8,30) или выражением в скобках формулы (8,31). Расчет ведем по (8,31).

Числитель выражения в скобках формулы (8,31) зависит от: 1) $\frac{\varepsilon}{\delta_{с.о}}$ — относительной изменчивости сечения; 2) $\frac{\delta}{\delta_{с.о}}$ — отношения среднеобъемного раскрытия трещиноватости всего протяжения фильтрации к среднеобъемному раскрытию той части пути фильтрации, которая условно объединяет участки с неправильностями формы; 3) $\frac{l_1}{L}$ — отношения, показывающего на каком протяжении общего пути фильтрации сосредоточены главные неправильности формы трещин; 4) коэффициентов a и ξ_φ, учитывающих потери на поворотах и влияние изменений формы местных неправильностей очертаний трещин; 5) отношения $\frac{\delta_{с.о}}{b}$, вносящего поправку на несовершенства наших опытов со щелями переменного сечения.

Знаменатель выражения в скобках формулы (8,31) равен произведению $\xi_ш \xi_T \xi_к \xi_l$ [см. (8,30), (6,69), (7,45)].

В расчетах значений $\xi_м$ для перечисленных переменных принимались указанные ниже частные их значения, при этом они комбинировались таким образом, чтобы определить крайние значения $\xi_м$ в заданных пределах изменения переменных.

Отношение $\frac{\varepsilon}{\delta_{с.о}}$ взяты равными 0,2 и 0,8, что охватывает собой весьма широкую область от средней до значительной изменчивости сечения. Для $\frac{\delta_{с.о}}{b}$ принято среднее значение наших опытов, равное 0,10.

Отношение $\frac{\delta}{\delta_{с.о}}$ подсчитываем по формуле (8,29). Чтобы определить $\frac{\delta}{\delta_{с.о}}$, следует задаться l_1—условно объединяемой протяженностью участков с расширениями, δ_1—раскрытием трещин на участках правильной формы. Протяженность l_1 принимаем равной 0,1 или 0,3 от L, т. е. предполагаем, что главные неправильности формы располагаются на 10% или 30% пути фильтрации. Значением же δ_1 задаемся для следующих трех случаев: первого, когда δ_1 равно $\delta_{мин}$ участков переменного сечения; второго, когда δ_1 равно $\delta_{с.о}$ участков переменного сечения и равно δ всего протяжения трещиноватости; третьего, когда δ_1 равно $\delta_{макс}$ участков переменного сечения. В первом случае изменчивость сечений получается за счет расширения путей фильтрации, в третьем же—за счет значительного их сужения по сравнению с δ_1 участков сравнительно правильной формы. Второй случай занимает среднее положение между крайними. Поэтому в первом случае мы должны получить сравнительно меньшие значения числителя второго члена выражения в скобках формулы (8,31) и меньший удельный вес местных потерь, т. е. сравнительно более низкие значения коэффициента $\xi_м$, в третьем — наибольшие, а во втором — средние.

Из простейших геометрических выкладок для исследованных форм трещин переменного сечения и для указанных трех случаев соотношений между величинами раскрытий трещин получаем следующие равенства, определяющие отношения $\frac{\delta_1}{\delta_{с.о}}$:

$$\frac{\delta_1}{\delta_{с.о}} = \frac{\delta_{мин}}{\delta_{с.о}} = 1 - \frac{\varepsilon}{\delta_{с.о}}, \qquad (8,52)$$

$$\frac{\delta_1}{\delta_{c.o}} = 1, \qquad (8,53)$$

$$\frac{\delta_1}{\delta_{c.o}} = \frac{\delta_{макс}}{\delta_{c.o}} = 1 + \frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}. \qquad (8,54)$$

Коэффициент $\xi'_ш$ приближенно принимаем равным 1.

Местные потери на поворотах, а также влияние формы поворотов и расширений учитываем весьма приближенно, принимая $a\xi_ф = 2$.

Значения $\xi_ш$ взяты для относительной шероховатости равной 0,1; 0,4 и 0,8. Значение ξ_l принято равным 1,25, $\xi_T = 1$, а $\xi_к$ брались из табл. 11 для соответствующих значений относительной шероховатости и наименьшего n (т. е. наибольшей возможной клиновидности при заданной шероховатости) и для $n = 0,7$.

Величина $\xi_м$ определялась для указанных частных значений переменных в следующем порядке: рассчитывались отдельно значения числителя и знаменателя дроби, а затем определялось $\xi_м$.

Результаты расчета сведены в табл. 13, где числитель обозначен буквой A, а знаменатель буквой B. На пересечениях соответствующих граф значений A и B даны значения $1 + \frac{A}{B}$.

Движение следует квадратичному закону сопротивления. Коэффициент $\xi_м$ определяется формулой (8,30) или выражением в скобках формулы (8,41). Весь расчет частных значений $\xi_м$ ведем в том же порядке, что и для случая движения с линейным законом сопротивления.

При определении числителя выражения в скобках формулы (8,41) число Re принято равным 300, что отвечает осредненному значению N_2 для опытов со щелями переменного сечения. Принимая $Re = N_2$, мы тем самым косвенно учли влияние шероховатости на состояние потока, полагая, что шероховатость уже при $Re = N_2$ определит переход потока к режиму с квадратичным законом сопротивления и, следовательно, дальнейшее увеличение Re не вызовет изменения f.

При определении знаменателя выражения в скобках формулы (8,41), равного $f_ш \xi_T \xi_l \xi_к$, значения $f_ш$ подсчитывались по формуле (6,87) для относительной шероховатости $\frac{e}{\delta}$, равной 0,1; 0,4; 0,8. Значения $\xi_к$ взяты из табл. 12 для соответствующих значений $\frac{e}{\delta}$ при наибольшей клиновидности щелей и при клиновидности, определяемой $n = 0,7$.

Частные значения остальных переменных взяты такими же, как и в расчете для движения с линейным законом сопротивления.

Результаты расчета $\xi_м$ даются в табл. 14.

Рассчитанные значения $\xi_м$ при линейном или квадратичном законе сопротивления, собранные в табл. 13 и 14, позволяют оценить роль местных потерь в общем сопротивлении трещиноватой среды, оказываемом фильтрационному потоку.

При линейном законе сопротивления значение $\xi_м$ колеблется от 1,01 до 44. Бо́льшие значения $\xi_м$ отвечают бо́льшим значениям $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$, т. е. бо́льшей изменчивости живых сечений и

Таблица 13

$\frac{e}{\delta}$	$\xi_ш$	ξ_l	$\xi_к$	$a\xi_ф$ / B \ A	$\frac{\delta}{\delta_{c.o}} = \left(1 - \frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)\left(1 - \frac{l_1}{L}\right) + \frac{l_1}{L}$		$\frac{\delta}{\delta_{c.o}} = 1$		$\frac{\delta}{\delta_{c.o}} = \left(1 + \frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)\left(1 - \frac{l_1}{L}\right) + \frac{l_1}{L}$	
				$\frac{\delta}{\delta_{c.o}}$	0,82	0,44	1	1	1,18	1,56
				$\varepsilon/\delta_{c.o}$	0,2	0,8	0,2	0,8	0,2	0,8
				l_1/L	0,1	0,3	0,1	0,3	0,1	0,3
				$a\xi_ф$	2	2	2	2	2	2
				B \ A	0,1363	1,547	0,248	18,14	0,407	68,9
0,1	1,19	1,25	1,07	1,59	1,0857	1,973	1,156	12,4	1,256	44,3
			18,5	27,5	1,00495	1,0563	1,009	1,66	1,0148	3,51
0,4	2,52	1,25	1,10	3,46	1,0394	1,447	1,0717	6,24	1,1176	20,9
			3,11	9,8	1,0137	1,158	1,0253	2,85	1,0415	8,03
0,8	5,29	1,25	1,12	7,4	1,0184	1,209	1,0335	3,45	1,055	10,31

Таблица 14

$\frac{e}{\delta}$	$f_ш$	ξ_l	$\xi_к$	B	$\frac{\delta}{\delta_{c.o}} = \left(1-\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)\left(1-\frac{l_1}{L}\right)+\frac{l_1}{L}$		$\frac{\delta}{\delta_{c.o}} = 1$		$\frac{\delta}{\delta_{c.o}} = \left(1+\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}\right)\left(1+\frac{l_1}{L}\right)+\frac{l_1}{L}$	
					$\frac{\delta}{\delta_{c.o}} = 0{,}82$		$0{,}44$		1	1	$1{,}18$	$1{,}56$
					$\varepsilon/\delta_{c.o} = 0{,}2$		$0{,}8$		$0{,}2$	$0{,}8$	$0{,}2$	$0{,}8$
					$l_1/L = 0{,}1$		$0{,}3$		$0{,}1$	$0{,}3$	$0{,}1$	$0{,}3$
					$a\xi_\phi = 2$		2		2	2	2	2
					$A = 0{,}00157$		$0{,}0711$		$0{,}00285$	$0{,}835$	$0{,}00468$	$3{,}17$
0,1	0,0263	1,25	0,789	0,0259	1,0606		3,74		1,11	33,3	1,181	123,3
			36,0	1,184	1,001327		1,0601		1,0024	1,705	1,00395	3,67
0,4	0,1043	1,25	1,18	0,154	1,0102		1,462		1,0185	6,42	1,0304	21,6
			4,88	0,637	1,00246		1,112		1,00448	2,31	1,00735	5,98
0,8	0,411	1,25	1,27	0,652	1,00241		1,109		1,00437	2,28	1,00718	5,87

сравнительно бо́льшим протяженностям участков с местными сопротивлениями движению. Эти же бо́льшие значения $\xi_м$ соответствуют меньшей шероховатости и клиновидности, что вполне логично, так как рост $\frac{\varepsilon}{\delta_{c.o}}$ и протяженности участков с резкими изменениями сечений увеличивает местные потери, а уменьшение шероховатости и клиновидности резко уменьшает потери по длине, которые в значительной степени определяются шероховатостью стенок и клиновидностью трещин. По мере роста шероховатости и клиновидности значения $\xi_м$ значительно снижаются и равны 6—9 даже для трещин с бо́льшими абсолютными значениями местных потерь.

При квадратичном законе сопротивления полученные значения $\xi_м$ колеблются в пределах от 1 до 123. Все сказанное о взаимном влиянии различных факторов на величину $\xi_м$ для случая движения с линейным законом сопротивления остается справедливым и для случая движения с квадратичным законом сопротивления.

ж) Влияние коэффициента пустотности трещиноватой породы

Главной отличительной особенностью коэффициента пустотности по сравнению с коэффициентом пористости зернистых грунтов является чрезвычайно широкий диапазон изменения пустотности в зависимости от геометрических свойств той или иной трещиноватости.

Для пояснения сказанного изложим некоторые простейшие геометрические соображения. С целью упрощения выкладок рассмотрим трещиноватость в плоскости, секущей трещиноватую среду. В общем виде плоскостная пустотность определяется формулой

$$m = \delta\psi(\alpha), \tag{8,55}$$

где δ — среднеобъемное раскрытие трещиноватости;

$\psi(\alpha)$ — некоторая функция стандартного геометрического элемента, характеризующего форму трещинного рисунка в рассматриваемой плоскости. Параметры этой функции определяются геометрией системы трещин.

Применив формулу (8,55) для трещиноватости, образуемой квадратами со стороной, равной a, получим:

$$m = \frac{2}{a}\cdot\delta. \tag{8,56}$$

Для сетки из одинаковых прямоугольников $\psi(\alpha)$ будет функцией одной из торон прямоугольника и отношения его сторон. Для сетки из правильных шестиугольников $\psi(\alpha)$ явится функцией стороны шестиугольника, равной радиусу описанной окружности и т. д.

Рассмотрим простейшую сетку трещин в виде квадратов. В таком случае, применяя формулу (8,56), получим для различных a и δ величины плоскостной пустотности, приведенные в табл. 15*.

* При явно нереальных для системной трещиноватости соотношениях между a и δ значение m не подсчитывалось, а в таблицах в соответствующих местах ставилось тире.

Таблица 15

a \ δ	0,01	0,1	0,5	1
2	0,01	0,1	—	—
10	0,002	0,02	0,10	—
20	0,001	0,01	0,05	0,10
30	0,0007	0,007	0,035	0,07

Табличные значения показывают, насколько значителен возможный диапазон изменений величины плоскостной пустотности и насколько m незначительно по сравнению с пористостью зернистых грунтов.

По своей геометрической форме любая трещиноватость достаточно близко отвечает щели, как характерной модели для данной разновидности пустотности горной породы, что позволяет с достаточной степенью точности принять плоскостную пустотность m равной объемной пустотности трещиноватой породы.

Итак, коэффициент пустотности трещиноватой породы меняется по своей величине в весьма широких пределах, что соответственно отражается на величине коэффициентов фильтрации k_1 и k_2, значения которых прямо пропорциональны m.

з) Комплексное влияние различных факторов на водопроницаемость трещиноватой среды

Весь предшествующий анализ подводит нас вплотную к учету комплексного влияния всех обстоятельств, определяющих фильтрацию в трещиноватой среде, оцениваемую значениями коэффициентов фильтрации k_1 и k_2. Для этого воспользуемся формулами (8,34) и (8,42), устанавливающими значения k_1 и k_2 в зависимости от коэффициентов ξ для ламинарного и турбулентного режимов. Как следует из указанных формул, коэффициенты фильтрации k_1 и k_2 меняются по своей величине обратно пропорционально c и $\sqrt{c}$ при режимах соответственно с линейным и квадратичным законом сопротивления, где c представляет собой произведение

$$c = \xi_ш \cdot \xi_T \cdot \xi_к \cdot \xi_l \cdot \xi_м.$$

Опираясь на ранее произведенные расчеты, составим таблицы изменений коэффициентов ξ при крайних рассмотренных значениях переменных, их определяющих. В этих же таблицах даем значения c и $\sqrt{c}$ (см. табл. 16—17).

Итог наших исследований влияния различных факторов на значения коэффициентов фильтрации k_1 и k_2 дан в табл. 18.

Таблица 16

Линейный закон сопротивления

ξ \ e/δ	$\xi_ш$	ξ_T	$\xi_к$	ξ_l	$\xi_м$		c	
					$e/\delta_{с.о}=0,2$ $l_1/L=0,1$	0,8 0,3	0,2 0,1	0,8 0,3
0,1	1,19	1	1,07	1,25	1,0857	44,3	1,73	70,4
	1,19	1	18,5	1,25	1,00495	3,51	27,6	96,6
0,8	5,29	1	1,12	1,25	1,0184	10,31	7,54	76,4

Таблица 17

Квадратичный закон сопротивления

ξ \ e/δ	$\xi_ш$	ξ_T	$\xi_к$	ξ_l	$\xi_м$		c		$\sqrt{c}$	
					$e/\delta_{с.о}=0,2$ $l_1/L=0,1$	0,8 0,3				
0,1	2,63	1	0,789	1,25	1,0606	123,3	2,76	320	1,66	17,9
	2,63	1	36	1,25	1,001327	3,67	118,3	434	10,9	20,8
0,8	41,1	1	1,27	1,25	1,00241	5,87	65,4	383	8,09	19,6

Примечание. $\xi_ш$ определено при $Re = 1\,000$, отвечающем для трещин с гладкими стенками началу установившегося турбулентного режима.

Таблица 18

№ по пор.	Фактор	Кратность влияния на коэффициент фильтрации: линейный закон сопротивления	Кратность влияния на коэффициент фильтрации: квадратичный закон сопротивления	При каких изменениях фактора
1	Шероховатость исследованного типа	5,5	6,3	От трещин с гладкими стенками и до трещин с относительной шероховатостью 0,8
2	Клиновидность	18	6	От трещин с параллельными стенками и до трещин с клиновидностью $n = 0{,}1$ при $e/\delta = 0{,}1$
3	Извилистость	1,5	1,5	От трещин плоских до весьма извилистых
4	Неправильность формы	44	11	От трещин идеальной формы до трещин, имеющих значительные неправильности формы на трети протяжения фильтрации
5	Комплексное действие факторов 1, 2, 3, 4	97	21	От идеальной трещиноватости с параллельными гладкими стенками и до трещиноватости с наиболее невыгодной комбинацией действующих факторов 1, 2, 3, 4, дающей наибольшие потери
6	Пустотность	600	600	При изменениях m от 0,3 до 0,0005
7	Среднеобъемное раскрытие трещиноватости	40 000	14	При изменениях δ от 0,005 до 1 *см*
8	Температура, влияющая на вязкость	1,60	1	При изменениях температуры воды от 5° до 25° по С

Таблица 19

δ	$\frac{\gamma}{12\mu} m\delta^2$	Значения $C = \xi_{ш} \cdot \xi_{т} \cdot \xi_{к} \cdot \xi_{l} \cdot \xi_{м}$: 7,5	27,6	70,4	76,4	96,6
				Значения k_1		
				$m = 0{,}0005$		
0,01	0,000318	0,0000424	0,0000115	0,00000451	0,00000416	0,00000329
0,05	0,00795	0,00106	0,000288	0,000113	0,000104	0,0000825
0,10	0,0318	0,00424	0,00115	0,000451	0,000416	0,000329
0,20	0,127	0,0169	0,0046	0,0018	0,00166	0,00131
0,50	0,795	0,106	0,0288	0,0113	0,0104	0,00825
				$m = 0{,}001$		
0,01	0,000635	0,0000848	0,000023	0,0000902	0,00000832	0,00000658
0,05	0,0159	0,00212	0,000576	0,000226	0,000208	0,000165
0,10	0,0635	0,00848	0,0023	0,000902	0,000832	0,000658
0,20	0,254	0,0338	0,0092	0,00361	0,00332	0,00262
0,50	1,59	0,212	0,0576	0,0226	0,0208	0,0165
				$m = 0{,}01$		
0,01	0,00635	0,000848	0,00023	0,0000902	0,0000832	0,0000658
0,05	0,159	0,0212	0,00576	0,00226	0,00208	0,00165
0,10	0,635	0,0848	0,023	0,00902	0,00832	0,00658
0,20	2,54	0,338	0,092	0,0361	0,0332	0,0262
0,50	15,9	2,12	0,576	0,226	0,208	0,165
				$m = 0{,}1$		
0,01	0,0635	0,00848	0,0023	0,000902	0,000832	0,000658
0,05	1,59	0,212	0,0576	0,0226	0,0208	0,0165
0,10	6,35	0,848	0,23	0,0902	0,0832	0,0658
0,20	25,4	3,38	0,92	0,361	0,332	0,262
0,50	159	21,2	5,76	2,26	2,08	1,65

В заключение дадим расчет коэффициентов фильтрации по формулам (8,34) и (8,42) для различных характерных случаев. В этих расчетах примем m последовательно равным $5\cdot10^{-4}$; 10^{-3}; 10^{-1}; δ равным 0,01; 0,05; 0,1; 0,2 и 0,5 *см*, c и $\sqrt{c}$ согласно табл. 16 и 17. Значения 1,73 в табл. 16 и 1,66 табл. 17 из последующих расчетов и соображений исключаем, так как они отвечают нереальной комбинации влияния различных факторов. Действительно, чтобы получить эти значения, необходимо мало вероятное совпадение незначительных шероховатости и клиновидности, а также малого значения потерь на местные сопротивления.

Результаты расчета частных значений коэффициента фильтрации даны в табл. 19 и 20.

Табличные данные дают обычные значения коэффициентов фильтраций трещиноватых пород, что является итоговой проверкой всего хода и результатов исследований. Исключение составляют чрезмерно высокие значения коэффициентов фильтрации в табл. 19 для $m=0{,}1$ и $\delta=0{,}2$—$0{,}5$. При таких раскрытиях трещин мы в опытных откачках или нагнетаниях никогда не получим ламинарного режима с линейным законом сопротивления и поэтому полевые опыты не дают столь высоких значений k_1.

В подтверждение хорошей сходимости результатов расчетов по формулам со значениями коэффициентов фильтрации, полученных различными исследователями в полевых условиях—для трещиноватых пород, приведем опытные данные по коэффициенту фильтрации трещиноватых пород, собранные нами из различных литературных и проектных источников и сведенные в табл. 21.

Таким образом, эксперименты с движением воды в шероховатых щелях, дополненные опытами с фильтрацией в однородной зернистой среде, привели нас прежде всего к весьма важному единству представления всех случаев фильтрации, обобщающему фильтрацию в трещинах и фильтрацию в зернистой среде. Сказанное наглядно иллюстрируется графиками фиг. 17 и 34.

Проведенные эксперименты на различных моделях трещиноватой и зернистой среды показали, что здесь возможны все три типа гидродинамического сопротивления движению, когда сопротивление пропорционально первой степени скорости, второй степени скорости и, наконец, когда оно представлено суммой двух членов, пропорциональных соответственно пер-

Таблица 20

δ, *см*	$m\sqrt{\frac{g\delta}{f_{гл}}}$ при $Re=1000$	Значения $\sqrt{c}=\sqrt{\xi_ш\cdot\xi_т\cdot\xi_к\cdot\xi_l\cdot\xi_м}$			
		8,09	10,9	17,9	20,8
		Значения k_2			
		$m=0{,}0005$			
0,01	0,00156	0,000193	0,000143	0,0000872	0,000075
0,05	0,00351	0,000434	0,000322	0,000196	0,000169
0,10	0,00495	0,000612	0,000454	0,000277	0,000238
0,20	0,0070	0,000865	0,000642	0,000391	0,000337
0,50	0,011	0,00136	0,00101	0,000614	0,000528
		$m=0{,}001$			
0,01	0,00313	0,000386	0,000286	0,000174	0,000150
0,05	0,00702	0,000868	0,000644	0,000392	0,000338
0,10	0,0099	0,00122	0,000908	0,000554	0,000476
0,20	0,014	0,00173	0,00128	0,000782	0,000674
0,50	0,022	0,00272	0,00202	0,00123	0,00106
		$m=0{,}01$			
0,01	0,0313	0,00386	0,00286	0,00174	0,00150
0,05	0,0702	0,00868	0,00644	0,00392	0,00338
0,10	0,099	0,0122	0,00908	0,00554	0,00476
0,20	0,14	0,0173	0,0128	0,00782	0,00674
0,50	0,22	0,0272	0,0202	0,0123	0,0106
		$m=0{,}1$			
0,01	0,313	0,0386	0,0286	0,0174	0,0150
0,05	0,702	0,0868	0,0644	0,0392	0,0338
0,10	0,99	0,122	0,0908	0,0554	0,0476
0,20	1,44	0,173	0,128	0,0782	0,0674
0,50	2,2	0,272	0,202	0,123	0,106

Таблица 21

№ по пор.	Наименование породы	Коэффициент фильтрации, *см/сек*
1	Трещиноватые порфировые сиениты	$4{,}3\cdot10^{-3}$—$8{,}6\cdot10^{-3}$
2	Туфобрекчии и порфириты	$1{,}5\cdot10^{-4}$—$2{,}3\cdot10^{-4}$
3	Туфопесчаники	$5\cdot10^{-4}$
4	Известняки верхнего мела	$2{,}4\cdot10^{-4}$—$1{,}4\cdot10^{-3}$
5	Долериты	$1{,}9\cdot10^{-3}$
6	Мергели и мергелистые известняки	$3{,}1\cdot10^{-2}$—$7{,}5\cdot10^{-2}$ $1{,}52\cdot10^{-1}$
7	Туф закальматированный	$3{,}16\cdot10^{-5}$
	Туф незакальматированный	$4{,}37\cdot10^{-3}$—$6{,}4\cdot10^{-4}$
8	Шлак закальматированный	$3{,}1\cdot10^{-5}$
	Шлак	$7{,}2\cdot10^{-4}$
	Шлак незакальматированный	$4{,}37\cdot10^{-3}$
9	Андезитобазальты	$4{,}14\cdot10^{-3}$—$5{,}7\cdot10^{-3}$
10	Туфы и туфобрекчии	$4{,}8\cdot10^{-5}$—$1{,}62\cdot10^{-6}$
11	Базальт B_1	$3{,}48\cdot10^{-3}$ $1{,}0\cdot10^{-3}$—$1{,}93\cdot10^{-3}$ $2{,}4\cdot10^{-3}$—$5{,}3\cdot10^{-3}$ $1{,}10\cdot10^{-4}$—$8{,}24\cdot10^{-4}$ $3{,}73\cdot10^{-5}$
	Базальт B_2	$1{,}16\cdot10^{-6}$ $1{,}83\cdot10^{-3}$ $2{,}66\cdot10^{-4}$ $6{,}0\cdot10^{-4}$—$8{,}4\cdot10^{-4}$
	Базальт B_2 ошлакованный	$1{,}50\cdot10^{-3}$—$1{,}68\cdot10^{-3}$ $5{,}68\cdot10^{-3}$
	Базальт B_3	$4{,}54\cdot10^{-4}$—$6{,}14\cdot10^{-4}$ $1{,}55\cdot10^{-3}$
	Базальт B_4	$0{,}97\cdot10^{-4}$—$2{,}78\cdot10^{-4}$ $2{,}44\cdot10^{-4}$—$3{,}60\cdot10^{-4}$ $5{,}33\cdot10^{-4}$—$7{,}40\cdot10^{-4}$ $1{,}04\cdot10^{-3}$—$1{,}17\cdot10^{-3}$ $1{,}24\cdot10^{-3}$—$3{,}47\cdot10^{-3}$
	Верхний базальт.	$1{,}16\cdot10^{-3}$—$5{,}56\cdot10^{-3}$
12	Обожженные грунты в подошве базальта B_1, включая базальты	$7{,}25\cdot10^{-4}$—$8{,}05\cdot10^{-4}$
	Обожженые грунты среди базальта B_4	$2{,}87\cdot10^{-3}$—$3{,}28\cdot10^{-3}$
	Базальт B_1, обожженные грунты, базальт B_4	$3{,}6\cdot10^{-4}$—$4{,}87\cdot10^{-4}$ $8{,}57\cdot10^{-4}$
13	Песчаники	$4{,}4\cdot10^{-5}$ $2{,}96\cdot10^{-4}$
14	Песчаники и сланцеватые глины	$2{,}32\cdot10^{-6}$—$3{,}47\cdot10^{-6}$ $8{,}10\cdot10^{-6}$ $1{,}53\cdot10^{-4}$—$2{,}06\cdot10^{-4}$ $1{,}27\cdot10^{-5}$—$4{,}75\cdot10^{-5}$ $3{,}56\cdot10^{-3}$
15	Гранит невыветрившийся	$5{,}10^{-7}$—$6{,}10^{-7}$
16	Грано-диорит невыветрившийся	$0{,}7\cdot10^{-3}$—$1{,}0\cdot10^{-3}$
17	Гранито-гнейс, сильно трещиноватый	$1{,}5\cdot10^{-2}$—$2{,}0\cdot10^{-2}$
18	Порфирит невыветрившийся	$1{,}2\cdot10^{-4}$
19	Сланец кристаллический невыветрившийся	$1{,}4\cdot10^{-5}$
	Сланец кристаллический выветрившийся	$3{,}0\cdot10^{-4}$
20	Известняк закарстованный, трещиноватость малая	$3{,}6\cdot10^{-3}$
	Известняк закарстованный; трещиноватость средняя	$5{,}3\cdot10^{-2}$
	Известняк закарстованный; трещиноватость большая	2,4
21	Известняк трещиноватый	$1{,}2\cdot10^{-2}$—$1{,}9\cdot10^{-2}$
22	Песчаник невыветрившийся; трещиноватость средняя	$8{,}6\cdot10^{-3}$
	Песчаник выветрившийся; трещиноватость большая	$0{,}5\cdot10^{-2}$—$1{,}3\cdot10^{-2}$
	Песчаник сланцевый невыветрившийся; трещиноватость средняя	$1{,}3\cdot10^{-3}$
	Песчаник сланцевый выветрившийся; трещиноватость средняя	$1{,}7\cdot10^{-3}$
23	Сланец глинистый невыветрившийся; трещиноватость малая	$4{,}0\cdot10^{-4}$—$5{,}0\cdot10^{-4}$
24	Сланец глинистый выветрившийся; трещиноватость средняя	$5{,}5\cdot10^{-4}$—$9\cdot10^{-4}$
	Сланец песчанистый невыветрившийся; трещиноватость средняя	$2{,}0\cdot10^{-3}$—$4{,}0\cdot10^{-3}$
	Сланец песчанистый выветрившийся; трещиноватость большая	$2\cdot10^{-2}$
	Сланец песчанистый невыветрившийся; трещиноватость средняя	$1{,}0\cdot10^{-4}$—$4{,}5\cdot10^{-3}$
	Сланец песчанистый выветрившийся, трещиноватость большая	$4{,}6\cdot10^{-2}$
25	Глины песчанистые трещиноватые (девон)	$4\cdot10^{-4}$—$5\cdot10^{-5}$

вой и второй степени скорости. В зависимости от характера трещиноватости и действующего градиента в том или другом случае фильтрация будет следовать одному из указанных законов сопротивления или же они будут существовать одновременно в различных областях исследуемого фильтрационного поля.

По мере роста числа Re можно проследить постепенный переход движения от одной формы, отвечающей линейному, к другой, подчиняющейся квадратичному закону сопротивления.

В случае трещинной фильтрации, близкой к фильтрации в зернистой среде (при трещиноватости с большей относительной шероховатостью и более неправильной формы), а также для фильтрации в зернистой среде переходная область охватывает широкий диапазон изменений числа Re и отличается плавностью и постепенностью перехода.

Указанную характерную особенность, все более себя проявляющую по мере приближения рассматриваемого случая трещинной фильтрации к закономерностям фильтрации в зернистой среде, следует объяснить непризматичностью русла.

Самый факт постепенности перехода наводит на мысль о качественно ином характере явления по сравнении со случаями призматических русел, когда движение при критических значениях числа Re переходит скачкообразно к новому состоянию потока — турбулентному, что сопровождается скачкообразным же изменением закона сопротивления. Такой характер носит переход от линейного закона сопротивления к квадратичному для гладких щелей, и к нему же тяготеют случаи фильтраций в трещиноватой среде малой относительной шероховатости и сравнительно меньших неправильностей геометрической формы трещин.

Начало отклонения от линейного закона сопротивления для фильтрации в зернистой среде и, по всей видимости, в большинстве случаев фильтрации в трещинах определяется действием сил инерции. В связи с непризматичностью русла линейный закон сопротивления будет лишь приближенно отвечать области движения с малыми числами Re, поскольку так называемое «сопротивление формы» обтекаемых поверхностей здесь оказывает практически неощутимое влияние. Силами инерции становится возможным пренебречь, а сопротивление движению является следствием возникновения в потоке касательных напряжений при ламинарном его режиме.

Однако, по мере увеличения скорости движения «сопротивление формы» становится все более заметным и отклоняет движение от линейного закона сопротивления тем больше, чем больше становятся силы инерции, вызываемые геометрическими неправильностями очертания русла.

Важно отметить, что начало отклонения от линейного закона сопротивления и определяется уменьшением влияния касательных напряжений на величину сопротивления, но не является следствием перехода движения к турбулентной его форме, которая возникает несколько позднее. Следовательно, нельзя в этих случаях значение числа Re, отвечающее началу такого постепенного отклонения от линейного закона сопротивления, отождествлять с критическим значением числа Re, которое всегда должно соответствовать порогу перехода количественных изменений движения к качественным, т. е. переходу ламинарной формы движения в турбулентную.

Эти соображения заставили нас ввести понятие характерного числа Рейнольдса (N_1), равного числу Re, отвечающему нижнему пределу применимости линейного закона для фильтрации в зернистой среде и для фильтрации в трещинах. Характерное число будет в одно и то же время критическим для призматических русел, в наших опытах — для гладкой щели.

Введение понятия характерного числа преследовало цель подчеркнуть качественные различия внутренних процессов, ускользающие зачастую вследствие распространенности в технической литературе явно устаревших аналогий между фильтрацией в зернистой среде и движением воды в трубах, т. е. в руслах призматической формы.

Эти аналогии в свое время способствовали правильному пониманию закономерностей фильтрации, положив основу геометрии фильтрации в зернистой среде. Современному же уровню знаний отвечает более прогрессивный метод, являющийся общим в решении внутренней задачи гидродинамики о движении воды в русле с твердыми стенками. Следует основные закономерности находить, минуя аналогии, непосредственно из эксперимента методом анализа размерностей, а в раскрытии качественной стороны движения базироваться на исследованиях дифференциальных уравнений гидродинамики реальной жидкости.

Изучение последовательного ряда случаев движения воды в щелях различной относительной шероховатости позволило установить закономерности изменения N_1, в пределах от частного значения $N_1 = (Re)_{кр} = 600$, отвечаю-

щего гладким щелям (трещинам), до других значений $N_1 = 3$, отвечающих щелям (трещинам) большой относительной шероховатости и зернистой среде [фиг. 17,25 и формула (6,101)].

Эти исследования, дополненные изучением влияния неправильностей очертания трещин на значения чисел N_1, и построенные на основе экспериментального материала соображения, показывают широкую распространенность в фильтрации в трещинах линейного закона сопротивления. Можно утверждать, что для пород с раскрытием трещин до 0,1 *см* и при градиентах не более 0,5—1 фильтрация в трещинах будет следовать этому закону. Поэтому необходимо отказаться от весьма распространенного в технической литературе мнения о подчиненности фильтрации в трещинах, как правило, квадратичному закону сопротивления, именуемому часто законом Краснопольского-Шези. Вывод этот имеет большое прикладное значение, так как позволяет во многих случаях решать задачи, связанные с фильтрацией в трещинах, теоретически с помощью линеизированных уравнений гидродинамики вязкой жидкости и экспериментально методом ЭГДА, а также распространять на фильтрацию в трещинах результаты решений, уже полученных ранее для фильтрации в зернистых грунтах.

В гл. VIII даны расчеты и формулы, которые позволяют в том или другом частном случае, хотя бы приближенно, оценить нижнюю границу приложимости к фильтрации в трещинах линейного закона сопротивления.

Наличие в фильтрации в трещинах всех трех случаев гидродинамического сопротивления позволяет распространить на фильтрацию обычное математическое выражение сопротивления среды.

Для ясности последующего изложения перепишем основные уравнения для гидродинамического сопротивления в безразмерном и размерном их виде:

линейный закон сопротивления

$$F = \frac{A}{Re}; \quad i = \frac{v}{k_1}; \tag{8,57}$$

Квадратичный закон сопротивления

$$F = B; \quad i = \frac{v^2}{(k_2)^2}; \tag{8,58}$$

общее выражение

$$F = \alpha \frac{A}{Re} + \beta B; \quad i = \alpha \frac{v}{k_1} + \beta \left(\frac{v}{k_2}\right)^2. \tag{8,59}$$

До значения $Re = N_1$ справедливы выражения (8,57), после значения $Re = N_2$ — выражение (8,58).

При неравномерном движении, заключенном в сравнительно узкие пределы изменения числа Re, и при наличии в исследуемом фильтрационном поле области со значениями $Re > N_1$, но $< N_2$, может оказаться более целесообразным выразить закон сопротивления формулой типа $i = \left(\frac{v}{k}\right)^n$, так как в этом случае, с одной стороны, при постоянном значении k и n она оказывается приближенно достаточно точной, а с другой стороны, получаемые зависимости в решениях более просты и удобны для математических действий.

Для зернистых грунтов и большинства трещиноватых пород двучлен (8,59) при постоянных значениях коэффициентов A и B с незначительной погрешностью может быть использован в качестве единственного выражения закона сопротивления в пределах всего практически встречающегося диапазона изменений числа Re (фиг. 34 и 35).

Поэтому при неравномерном движении со значительными изменениями скоростей, в случае затруднительности установления законов сопротивления в различных областях фильтрационного поля, следует представлять закон сопротивления двучленом и этому его выражению, как более точному, отдавать решительное предпочтение в сравнении с зависимостью типа Смрекера. Возможность распространения выражения закона сопротивления в виде двучлена для всего поля неравномерного, значительно изменяющегося движения, без изучения закономерностей сопротивления в различных областях фильтрации, весьма облегчает решение многих задач. Так, например, в опытных откачках отпадает необходимость разделения фильтрационного поля по действующим в различных его областях законам сопротивления, представляющего значительные трудности [Л. 53].

Все преимущества выражения в отдельных случаях или в общих решениях закона сопротивления двучленом (8,59) убедительно иллюстрируются результатами исследований В. М. Насберг, предложившего обобщенную формулу для напорной совершенной скважины [Л. 39]. Использовав в качестве выражения закона сопротивления двучлен, В. М. Насберг дал теоретический вывод новой формулы, определяющей кривую депрессии и дебит совершенной напорной скважины

$$H - h = S = \frac{aQ}{2\pi M} \ln \frac{R}{r} + \frac{bQ^2}{4\pi^2 M^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right), \tag{8,60}$$

где H — напор над водоупором совершенной скважины;

h — напор в скважине;

Q — дебит;

S — действующий напор;

M — мощность проницаемого слоя;

R — радиус влияния скважины;

r — радиус скважины;

a и b — являются постоянными коэффициентами зависимости для i, представленной выражением (8,59). Они равны в нашей интерпретации:

$$a = \frac{\alpha}{k_1}; \quad b = \frac{\beta}{(k_2)^2}.$$

Зависимость (8,60) полностью отвечает так называемой кривой дебита

$$S = a_1 Q + b_1 Q^2, \qquad (8,61)$$

получаемой экспериментально при откачках и рекомендуемой Г. Н. Каменским, А. С. Храмушевым, М. Е. Альтовским и др. в качестве наиболее отвечающей действительности.

В результате выражения закона сопротивления двучленом для напорной совершенной скважины:

1) получена формула, которая в случае отклонения фильтрации от линейного закона сопротивления дает более простые и точные решения по сравнению с предложенными А. С. Храмушевым [Л. 53] и др.;

2) дан теоретический вывод зависимости (8,61), которая была известна в технической литературе, как экспериментальная;

3) благодаря раскрытию внутреннего содержания коэффициентов a_1 и b_1 этой зависимости определяется влияние радиуса буровой на дебит скважины и становится возможным по данным откачки из одиночной скважины (или нагнетания) установить радиус влияния скважины.

Как показывают результаты наших исследований, формула В. М. Насберг для фильтрации в трещинах имеет несомненные преимущества.

Заканчивая на этом изложение результатов наших исследований, отметим, что обобщения по вопросу о критических и характерных числах Re, изложенные выше и полученные для них пока первые численные значения и зависимости, позволяют хотя бы приближенно разграничить области трещинной фильтрации, подчиняющиеся различным законам гидродинамического сопротивления.

Определение количественного воздействия различных факторов на трещинную фильтрацию устанавливает удельный их вес и вскрывает сущность трещинной фильтрации. В частности, такое изучение выявляет, что ряд факторов, кажущихся важными, как, например, шероховатость, извилистость очертания трещин, в отдельных случаях неправильность формы (повороты, изменения сечений), не оказывают значительного влияния на водопроницаемость трещиноватой породы. Решающими факторами, определяющими в основном трещинную фильтрацию, являются пустотность породы m и для линейного закона сопротивления раскрытие трещиноватости δ.

Единство представления всех случаев фильтрации в породах, развернутый анализ понятия водопроницаемости среды, установление основных закономерностей фильтрации, количественная оценка воздействия различных факторов на фильтрационную способность трещиноватой породы, выявление факторов основных и второстепенных — все это вместе взятое расширяет возможности как в решении текущих прикладных вопросов, так и в дальнейших исследованиях. В этих исследованиях гидротехнике предстоит выполнить большие работы, основанные прежде всего на широком эксперименте, чтобы построить единую теорию фильтрации грунтов, как важную основу решения практических задач, к чему мы стремились в нашей работе.

ЛИТЕРАТУРА[1]

1. Афанасьев, Л. Н. Классификационная проблема в русском почвоведении. Успехи почвоведения, Москва, 1927.

2. Бобков Н. В., Инженерно-геологические исследования в связи с проектировкой различных инженерных сооружений, ОНТИ НКТП, Москва, 1932.

3. Болк Р., Структурные особенности изверженных горных пород, Госгеолиздат, М.—Л., 1946.

4. Ведерников В. Е., Теория фильтрации и ее применение в области ирригации и дренажа, Госстройиздат. М.—Л., 1939.

5. Великанов М. А., Динамика руслового потока, Гидрометеоиздат, М.—Л., 1946.

6. Великанов М. А., Обобщения формулы гидравлических зависимостей для стационарных потоков вязкой жидкости, Известия Научно-мелиорационного института, вып. XIV, Ленинград, 1926.

7. Володько Н. Ф., К методике лабораторного изучения подземных вод в трещиноватых породах, Сборник статей, № 8, Всегингео, Гос. изд. геол. литературы, М.—Л., 1941.

8. Гришин М. М., Научные и технические проблемы Куйбышевского гидроузла, „Советская наука", № 8, 1939.

9. Дворяшин В. Н., Фильтрация гравитационных плотин на скальных основаниях, ОНТИ, М.—Л., 1938.

10. Денисов Н. Я., К методике определения водопроницаемости неводоносных грунтов путем инфильтрации из шурфов, Азово-Черноморское краевое издательство, Ростов, 1936.

11. Дерягин Б. В., Механические свойства тонких слоев жидкости (Физ.-хим. сектор Ин-та прикл. минералогии. Лаб. механ. свойств дисперсных систем), Журнал физической химии, № 5, 2/3, 1934.

12. Дерягин Б. В., Свойства тонких жидких слоев и их роль в дисперсных системах. Университет физ.-хим. и энергетики им. акад. Зелинского Н. Д., вып. 1, ВСНИТО, Москва, 1937.

13. Дерягин Б. В., Упругие свойства тонких слоев, Журнал физической химии, № 3 (1), 1932.

14. Жирмудский А. М. и Козырев А. А., О классификации подземных вод. Геол. ком. материал по общей прикладной геологии, № 98, Москва, 1928.

15. Зегжда А. П., Теория подобия и методика расчета гидротехнических моделей, Госстройиздат, М.—Л., 1936.

16. Избаш С. В., Основы лабораторного дела в гидротехнике, ОНТИ НКТП СССР, М.—Л., 1938.

17. Избаш С. В., О фильтрации в крупнозернистом материале, Изв. Н.-и. ин-та гидротехники, № 1, Изд. Ин-та гидротехники, Ленинград, 1931.

18. Каменский Г. Н., Инструкция по исследованию водопроводимости горных пород методом опытных нагнетаний, Госгеолиздат, М.—Л., 1946.

19. Каменский Г. Н., Основы динамики подземных вод, ч. 2, ОНТИ НКТП СССР, М.—Л., 1935.

20. Каменский Г. Н., Основы динамики подземных вод, Госгеолиздат, М.—Л, 1943.

21. Керкис Е. Е., Инженерно-геологические исследования по р. Сулак в Северном Дагестане. Методика опытных работ на фильтрацию в трещиноватых породах, Труды ЦНИГРИ, вып. 40, ОНТИ НКТП СССР, М.—Л., 1936.

22. Козырев А. А., О классификации подземных вод и их терминологии, Труды Первого гидрологического съезда, Ленинград, 1925.

23. Колтунов Д. В., Цементация оснований гидротехнических сооружений. Совещание по закреплению грунтов и горных пород. Академия наук СССР, 1. доклады, Изд. Академии наук СССР, 21—26, М.—Л., 1941.

24 Краснопольский А. А., Грунтовые и артезианские колодцы, „Горный журнал", № 1, 2, 3, 1912.

25. Лебедев А. Ф., Почвенные и грунтовые воды, Изд. Академии наук СССР, М.—Л., 1936.

26. Левинсон-Лессинг Ф. Ю., Петрография. Гос. изд. геол. литературы, М.—Л., 1940.

27. Лейбензон Л. С. и др., Гидравлика, Госгоргеолнефтеиздат, ОНТИ НКТП СССР, Москва, Ленинград, Новосибирск, 1934.

28. Лейбензон Л. С., Движение природных жидкостей и газов в пористой среде, ОГИЗ, Гостехиздат, М.—Л., 1947.

29. Лейбензон Л. С., Нефтепромысловая механика, ч. II, ОНТИ НКТП СССР, Горно-геолого-нефтяное изд. Москва — Грозный — Ленинград — Новосибирск, 1934.

30. Лейбензон Л. С., Нефтепромысловая механика, ч. II., Подземная гидравлика воды, нефти и газа, Госгоргеолнефтеиздат, Москва, Грозный, Ленинград, Новосибирск, 1934,

31. Лизс Ч. К, Структурная геология, ОНТИ, М.—Л., 1935.

32. Ломизе Г. М., Геотехнические исследования для Мингечаурского головного узла, Изд. Зак. НИИВХ Тбилиси, 1936.

33. Ломизе Г. М., Деформации головного сооружения ДзораГЭС. Изд. Груз. НИТО строителей, Тбилиси, 1945.

34. Ломизе Г. М., Движение воды в щелях, Доклады Академии наук Арм. ССР, 5 (5), 1946.

35. Ломизе Г. М. и Насберг В. М., Дренаж подземных гидротехнических сооружений, Изд. Севанстроя и Груз. НИТО строителей, Тбилиси, 1946.

36. Ломизе Г. М., О фильтрации в зернистых грунтах. Известия Академии наук Арм. ССР, 1, 1947.

37. Маслов Н. Н., Инженерная геология, Госстройиздат, М.—Л., 1941.

[1] Указания на использованную литературу, помещенные нами в тексте в квадратных скобках, содержат порядковый номер по нижеприведенному списку.

38. Млодзиевский А. Б., Краткий учебник молекулярной физики, ОНТИ, Москва, 1934.

39. Насберг В. М., Обобщенная формула Дюпюи-Краснопольского для напорной совершенной скважины и ее некоторые приложения, Известия ТНИСГЭИ, 1, Тбилиси, 1947.

40. Обручев В. А., Полевая геология, Гос. горное научно-техн. изд. М.—Л., 1938.

41. Овчинников М. А., К методике изучения трещиноватости, Разведка недр, 4/5, 1938.

42. Павловский Н. Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения, Изд. Научно-мелиорационного института, Ленинград, 1922.

43. Пустовалов Л. В., Петрография осадочных пород, Гос. н.-т. изд. нефть и горно-топливной промышленности, М.—Л., 1940.

44. Победоносцев Н., Методика полевых гидрологических исследований. „Гидротехническое строительство", № 7/8, 1931.

45. Пэк А. В., Трещинная тектоника и структурный анализ, Изд. Академии наук СССР, М.—Л., 1939.

46. Саваренский Ф. П. — Гидрогеология, ОНТИ Горгеонефтеиздат, Москва — Ленинград — Новосибирск, 1934.

47. Саваренский Ф. П., Инженерная геология, ОНТИ НКТП СССР, М. — Л., 1937.

48. Семенов М. П., Биндеман Н. Н. и Гришин М. М., Методика инж. геологических исследований для гидротехнического строительства (плотины и водохранилища), ОНТИ, М. — Л., 1937.

49. Скабаллович И. А. и Кулибаба Ф. В., К постановке исследований водопроницаемости трещиноватых пород, „Разведка недр", 4, 26 — 28, 1940.

50. Требин Ф. А., Нефтепроницаемость песчаных коллекторов, Гостоптехиздат, М. — Л., 1945.

51. Усов М. А., Структурная геология, Госгеологоиздат, М. — Л., 1940.

52. Храмушев А. С., Теоретические основы графо-аналитического метода определения коэффициента водопроводимости трещиноватых грубообломочных горных пород, Всегингео, Гос. изд. геол. литературы, Сб. трудов, № 8, М. — Л., 1941.

53. Храмушев А. С., Гидрогеологическая классификация трещиноватых горных пород, „Советская геология", № 4. Гос. изд. геол. литературы, Москва, 1941.

54. Щеголев Д. И. и Толстихин Н. И. Подземные воды в трещиноватых породах, Гостоптехиздат, М. — Л., 1939.

55. Щелкачев В. Н. и Пыхачев Г. Б., Интерференция скважин и гидромеханическая теория пластовых систем, Аз. ГОНТИ, Баку, 1939.

56. Colebrook C. F. a. White C. M., Experiments with Fluid Friction in Roughened Pipes. Proc. Roy. Soc. (A), 161, 367 — 381, 1937.

57. Nemenyi P., Über die Gültigkeit des Darcy'schen Gesetzes und deren Grenzen, „Wasserkraft und Wasserwirtschaft", 29 (14), 157 — 159, 1934.

58. Schaffernak F. und Dachler R., Das Widerstandsgesetz für die Wasserströmung durch Kies, „Die Wasserwirtschaft", 27 (15), 145 — 148, 1934.