С. С. КУТАТЕЛАДЗЕ, М. А. СТЫРИКОВИЧ

ГИДРОДИНАМИКА ГАЗОЖИДКОСТНЫХ СИСТЕМ

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ,
ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ



«ЭНЕРГИЯ»
Москва 1976

6П2.2
К 95
УДК 532.529

Самсон Семенович Кутателадзе
Михаил Адольфович Стырикович

ГИДРОДИНАМИКА ГАЗОЖИДКОСТНЫХ СИСТЕМ

Редактор В. Д. Виленский
Редакторы издательства И. В. Волобуева, Н. М. Пеунова
Переплет художника Т. Н. Хромовой
Технический редактор Л. А. Молодцова
Корректор В. С. Антипова

Сдано в набор 22/X 1975 г. Подписано к печати 1/III 1976 г. Т-04482 Формат 84×108¹/₃₂ Бумага типографская № 2 Усл. печ. л. 15,54 Уч.-изд. л. 16,51 Тираж 3300 экз. Зак. 383 Цена 1 р. 81 к.

Издательство «Энергия», Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Кутателадзе С. С. и Стырикович М. А.

К 95 Гидродинамика газожидкостных систем. Изд. 2-е, перераб. и доп. М., «Энергия», 1976.

296 с. с ил.

В книге рассматриваются основные закономерности совместного движения газа и жидкости, главным образом стационарного и дозвукового — барботаж газа через жидкость, движение газожидкостной смеси в каналах, распыливание жидкости механическими и пневматическими форсунками, унос и сепарация влаги в потоке газа, гидродинамические кризисы кипения, некоторые волновые эффекты.

Книга рассчитана на научных работников, инженеров и студентов, специализирующихся в области физической гидромеханики, теплофизики, энергетики, химической технологии.

К $\frac{20303\text{-}230}{051(01)\text{-}76}$ 200-76 6П2.2

© Издательство «Энергия», 1976 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ко второму изданию 7

Основные обозначения 8

Глава первая. Основные параметры и уравнения 9

1-1. Газожидкостные системы 9
1-2. Уравнения движения и сплошности в однофазной области 10
1-3. Механическое взаимодействие на границе раздела фаз 11
1-4. Тепловое взаимодействие на границе раздела фаз . . 13
1-5. Скачок давления на границе раздела фаз 14
1-6. Осредненные истинные и расходные параметры газожидкостной смеси 16
1-7. Уравнения одномерного движения газожидкостной смеси в трубе 17
1-8. Метод подобия 22
1-9. Основные безразмерные параметры потока газожидкостной смеси 23
1-10. Критерий устойчивости режимов течения газожидкостных систем 26

Глава вторая. Одиночные пузыри и капли в несущем потоке несжимаемой жидкости 27

2-1. Общие сведения 27
2-2. Свободное движение малой капли 32
2-3. Свободное движение крупных капель 34
2-4. Свободное движение крупных пузырей 35
2-5. Влияние конечных размеров сосуда 38
2-6. Нестационарное движение одиночных капель и пузырей 39
2-7. Движение одиночного пузыря в щелевом канале . . 40
2-8. Движение пузырька под действием градиента температуры 42

Глава третья. Истечение газа в жидкость 44

3-1. Размеры пузыря, отрывающегося от отверстия . . . 44
3-2. Скорость истечения через достаточно большое отверстие 45
3-3. Образование устойчивой газовой подушки под отверстием дырчатого листа 49
3-4. Истечение в вязкую среду 52
3-5. Истечение при квадратичном законе сопротивления . . 53
3-6. Режим оттеснения жидкости от проницаемой поверхности 57

3-7. Струйное истечение газа в жидкость 62
3-8. Рост пузыря на непроницаемой стенке 66

Глава четвертая. Динамический двухфазный слой . . . 72

4-1. Общие сведения 72
4-2. Безразмерные параметры динамического слоя . . . 73
4-3. Структура двухфазного динамического слоя 77
4-4. Влияние геометрических факторов на гидродинамику слоя 81
4-5. Опытные данные о зависимости φ от w''_0 для системы газ — жидкость 84
4-6. Влияние примесей на динамический слой системы газ — жидкость 89
4-7. Опытные данные о зависимости φ от w''_0 системы жидкость — жидкость 91
4-8. Среднее газосодержание в относительно тонких слоях 93
4-9. Динамический слой с перекрестным током фаз . . . 95
4-10. Истечение газовой струи в большой объем жидкости 96
4-11. Теплообмен в пристенном слое жидкости, барботируемой газом 96

Глава пятая. Стекание жидких пленок 103

5-1. Основные соотношения 103
5-2. Ламинарное течение пленки постоянной толщины на вертикальной стенке 106
5-3. Капиллярные волны на поверхности свободно стекающей ламинарной пленки 107
5-4. Некапиллярные волны на поверхности ламинарной свободно стекающей пленки 113
5-5. «Нестационарные» волны на поверхности тонкого слоя вязкой жидкости 119
5-6. Турбулентное течение пленки постоянной толщины на вертикальной стенке 123
5-7. Ламинарное течение пленки при наличии конденсации и испарения 128
5-8. Теплообмен между турбулентной пленкой и вертикальной стенкой 129
5-9. Минимальная плотность орошения и термическая нестабильность пленки 130

Глава шестая. Течение в круглых трубах 132

6-1. Режимы течения в вертикальных трубах 132
6-2. Режимы течения в горизонтальных трубах 134
6-3. Гомогенная модель течения смеси 141
6-4. Модель пузырькового режима 143
6-5. Модель снарядного режима 146
6-6. Модель дисперсно-кольцевого режима 147
6-7. Симметричное ламинарное течение жидкого слоя . . . 149
6-8. Опытные данные о потерях напора в двухфазном потоке с ламинарным жидким слоем 153
6-9. Симметричное турбулентное течение жидкого слоя . . 158
6-10. Экспериментальные данные о турбулентно-турбулентном режиме в вертикальных трубах 163
6-11. Течение в горизонтальных трубах 166

6-12. Местные сопротивления 168
6-13. Пароводяная смесь в обогреваемых трубах . . . 174

Глава седьмая. Гидродинамический кризис кипения на поверхностях нагрева 189

7-1. Сфероидальное состояние жидкости и два основных режима кипения 189
7-2. Гидродинамический кризис кипения при свободной конвекции в большом объеме насыщенной жидкости . . 192
7-3. Критерий устойчивости режима кипения при свободной конвекции 198
7-4. Влияние недогрева жидкости до температуры насыщения на критическую плотность теплового потока при кипении в условиях свободной конвекции 203
7-5. Влияние геометрических факторов на первую критическую плотность теплового потока 205
7-6. Переход от пленочного режима кипения к пузырьковому режиму (второй кризис режима кипения) . . . 208
7-7. Критерий устойчивости режима кипения при больших скоростях течения жидкости 209
7-8. Критический тепловой поток при продольном обтекании поверхности нагрева в большом объеме жидкости . . 212
7-9. Критические тепловые потоки при умеренных скоростях течения в трубах и каналах 213
7-10. Термодинамический кризис кипения 219

Глава восьмая. Распыливание жидкости 221

8-1. Способы распыливания жидкости 221
8-2. Основные параметры, определяющие процесс распыливания 222
8-3. Распад простой струи 224
8-4. Дробление одиночной капли 228
8-5. Средний диаметр капель при распыливании пневматическими форсунками 231
8-6. Фракционный состав струи, распыленной пневматической форсункой. Плотность орошения 234
8-7. Движение жидкости в камере центробежной форсунки 237
8-8. Коэффициент расхода центробежной механической форсунки 244
8-9. Распыливание жидкости центробежной механической форсункой 245

Глава девятая. Акустические волны 247

9-1. Квазигомогенная модель с диспергированной жидкой фазой 247
9-2. Квазигомогенная модель с диспергированной газовой фазой 249
9-3. Дисперсия акустических волн 250
9-4. Эволюция нелинейных акустических волн 252
9-5. Ударные волны 258

Глава десятая. Течения с большими скоростями 261

10-1. Критические явления при течении в соплах 261
10-2. Уравнения одномерного стационарного течения в прямолинейном канале переменного сечения 264

10-3. Политропное приближение 265
10-4. Физические особенности процесса истечения самоиспаряющейся жидкости в соплах 269
10-5. Кризисы течения самоиспаряющейся жидкости . . . 272
10-6. Скачки уплотнения и нестационарные волны в двухфазном однокомпонентном потоке с низкой степенью сухости 272

Глава одиннадцатая. Унос капель потоком газа и их сепарация из потока 276

11-1. Общая характеристика процесса 276
11-2. Механизм образования капель на поверхности динамического двухфазного слоя 278
11-3. Движение в потоке газа капель, оторвавшихся от поверхности 281
11-4. Некоторые опытные данные по уносу капель потоком пара из барботажной колонки 283
Список литературы 298

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Предыдущее издание книги (1958 г.), вышедшее под названием «Гидравлика газожидкостных систем», было первым опытом систематического изложения основных закономерностей совместного движения газа и жидкости. С того времени проблема течений газожидкостных систем выделилась в крупный раздел физической гидродинамики, и на эту тему опубликованы многие тысячи статей.

Вышло также несколько значительных монографий и обзоров. Сейчас уже невозможно изложить все накопленные данные в одном, пусть даже обширном сочинении. Поэтому в данном издании мы решили сохранить монографический характер книги, ограничив ее содержание главным образом рассмотрением течений, которые в той или иной мере исследовались нами и нашими сотрудниками. Не стремились мы и к изложению конкретных расчетных методик, обратив главное внимание на основные закономерности рассматриваемых явлений.

Библиография составлена так, что позволяет ориентироваться в наиболее важных публикациях по рассматриваемой проблеме.

Главы 5 и 9 написаны совместно с В. Е. Накоряковым и И. Р. Шрейбером. Глава 10 написана совместно с Г. В. Циклаури. Рукопись подготовлена В. Н. Москвичевой, Э. Г. Маленковой, И. И. Савиных и В. С. Полонским. Редактор В. Д. Виленский также внес заметный вклад в эту работу.

Москва — Новосибирск, 1973.

Авторы

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

a — скорость распространения звука, м/с;
a — коэффициент диффузии тепла, м²/с;
c — удельная теплоемкость, Дж/(кг·к);
D — диаметр, м;
g — ускорение свободного падения, м/с²;
g — массовая скорость, кг/(м²·с);
i — энтальпия, Дж/кг;
k — критерий гидродинамической устойчивости газожидкостной смеси;
l — линейный размер, м;
p — давление, Па;
q — плотность теплового потока, Вт/м²;
R — радиус, м;
Re — число Рейнольдса;
r — скрытая теплота фазового превращения, Дж/кг;
T — температура, К;
t — время, с;
V — объем, м³;
v^* — динамическая скорость, м/с;
w — скорость течения, м/с;
w'_0 — приведенная скорость жидкости, м/с;
w''_0 — приведенная скорость газа, м/с;
$w_0 = w'_0 + \frac{\rho''}{\rho'} w''_0$ — расходная скорость двухфазного потока („скорость циркуляции"), м/с;
$w_{см} = w'_0 + w''_0$ — «скорость смеси», м/с;
x, y, z — координаты, м;
α — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К);
$\beta = w''_0/w_{см}$ — расходное объемное газосодержание;
δ — толщина пленки, слоя, м;
ζ — коэффициент гидравлического сопротивления;
$\eta = v^* y/\nu$ — безразмерное расстояние от стенки;
θ — краевой угол смачивания;
λ — коэффициент теплопроводности, Дж/(м×К);
μ — коэффициент динамической вязкости, Н×с/м²;
ν — коэффициент кинематической вязкости, м²/с;
ρ — плотность среды, кг/м³;
σ — коэффициент поверхностного натяжения, Н/м;
σ — нормальное напряжение, Н/м²;
τ — касательное напряжение, Н/м²;
φ — истинное объемное газосодержание.

Индексы:

$'$ — жидкость (тяжелая фаза);
$''$ — газ (легкая фаза);
кр — критерий;
0 — масштабная величина;
от — относительный;
сл — слой;
см — смесь;
ст — стенка;
n — внешняя нормаль;
гр — граница.

Глава первая

ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ И УРАВНЕНИЯ

1-1. ГАЗОЖИДКОСТНЫЕ СИСТЕМЫ

Ветер и волны на поверхности океана, морей, рек и озер, водяные смерчи и ливень во время бури — вот некоторые важные явления природы, в которых потоки газа и жидкости взаимодействуют как единое целое. Существенно более разнообразны технологические процессы, в которых такое взаимодействие является не только органическим, но в том или ином смысле и решающим.

Гидравлика газожидкостных систем является разделом механики жидкости и газа, в котором рассматривается совместное течение этих сред. Такие потоки всегда имеют не только фиксированные внешние границы (стенки каналов, поверхности обтекаемых тел), но и внутренние поверхности раздела. Поверхности раздела двух сред (фаз) в общем случае изменяются в пространстве и времени.

На поверхностях раздела фаз возникают особые силовые, а при неизотермическом течении и тепловые взаимодействия. Эти взаимодействия самым существенным образом сказываются на изменениях полей скоростей течения, давлений, температур, концентраций при переходе от одной точки пространства к другой, отделенной от первой поверхностью раздела фаз. Во многих случаях на границах раздела фаз возникают скачки давления, температуры и вектора скорости течения.

Специфической особенностью рассматриваемой среды является также и тот факт, что даже в случае, когда обе фазы практически можно считать несжимаемыми, газожидкостная система ведет себя как сжимаемая жидкость.

Формы совместного движения газа и жидкости исключительно многообразны и охватывают все воз-

можные состояния, лежащие между движением двух сплошных параллельных потоков, взаимодействующих только по одной непрерывной поверхности раздела, и движением потока пены, в которой обе фазы образуют сложную, тонкую и неустойчивую структуру.

Таким образом, формы движения двухфазных потоков значительно многообразнее и законы их существенно сложнее, чем формы движения и законы гидродинамики однородных сред. Поэтому методы обобщенного анализа опытных данных имеют в этой области еще большее значение, чем в гидравлике однородных потоков.

При рассмотрении движения небольшого одиночного пузыря (капли) или потоков с непрерывной фиксированной границей раздела (тонкие пленки, русловые течения) формулировка основной системы уравнений процесса может быть произведена со всей необходимой строгостью. В случае же сложных течений, когда компоненты потока расчленены на отдельные элементы, имеется ряд областей, замкнутых границами раздела, где возникают трудности, связанные с необходимостью рассматривать вероятностные ситуации с элементами, переменными в пространстве и во времени. Последовательные аналитические методы для таких систем в настоящее время отсутствуют. Решающее значение тут имеют эксперимент и метод подобия. Однако и в этом случае необходимо иметь общий метод вывода и анализа безразмерных параметров процесса (критериев подобия). Такой общий метод, приведенный в этой книге, основан на допущении, что в целом все взаимодействия, имеющие место в двухфазном потоке любой сложности, для каждой его отдельной области описываются теми уравнениями, что и для систем с одной поверхностью раздела. Вследствие этого критерии подобия могут выводиться из этих уравнений для всей системы в целом с учетом уравнений и параметров, определяющих размеры возникающих дискретных элементов и вероятность их распределения.

1-2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ И СПЛОШНОСТИ В ОДНОФАЗНОЙ ОБЛАСТИ

Даже весьма малые капли жидкости и пузыри пара, являющиеся элементами некоторой газожидкостной системы, содержат в себе такое количество молекул, что

к ним можно применять такие статистические понятия, как давление, температура, вязкость и т. п. Так, в пузырьке газа диаметром в один микрон при $p=98$ Па и $T=273$ К содержится более чем 10^7 молекул, а в пузырьке диаметром в один миллиметр число молекул порядка 10^{16}. Поэтому движение среды в любой области газожидкостной системы определяется уравнениями гидродинамики

$$\vec{g}-\frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p+\nu\left(\nabla^2\vec{w}+\frac{1}{3}\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{w}\right)=$$

$$=\frac{\partial\vec{w}}{\partial t}+(\vec{w},\ \operatorname{grad})\vec{w}; \qquad (1\text{-}1)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\operatorname{div}(\rho\vec{w})=0. \qquad (1\text{-}2)$$

Когда компоненты потока можно считать несжимаемыми, имеем:

$$\vec{g}-\frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p+\nu\nabla^2\vec{w}=\frac{\partial\vec{w}}{\partial t}+(\vec{w},\ \operatorname{grad})\vec{w}; \qquad (1\text{-}3)$$

$$\operatorname{div}\vec{w}=0. \qquad (1\text{-}4)$$

В неизотермических условиях к этим уравнениям следует присоединить уравнение теплопереноса

$$a\nabla^2T=\frac{\partial T}{\partial t}+(\vec{w},\ \operatorname{grad}T). \qquad (1\text{-}5)$$

Следует иметь в виду, что эти уравнения связывают между собой актуальные значения параметров потока в данной точке и в данный момент времени.

1-3. МЕХАНИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ФАЗ

Для уравнений движения, написанных попарно для каждой из фазовых областей рассматриваемой газожидкостной системы, необходимо задать условия, связывающие поля давлений и скоростей по поверхностям раздела фаз.

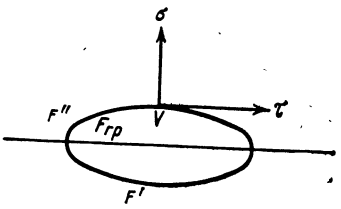


Рис. 1-1. К выводу условий взаимодействия фаз на границе раздела.

Выделим контрольной поверхностью F замкнутую область объемом V, заключающую в себе часть поверхности раздела фаз (рис. 1-1).

К поверхности $F=F'+F''$ приложены нормальные напряжения σ и касательные напряжения τ. Условие динамического равновесия рассматриваемой области имеет вид:

$$\int_V \vec{\gamma}\, dV + \int_F \vec{\sigma}\, dF + \int_F \vec{\tau}\, dF = M\frac{d\vec{w}_0}{dt}. \qquad (1\text{-}6)$$

Здесь $\vec{\gamma}$ — некоторая объемная сила; M — масса, заключенная в объеме V; $d\vec{w}_0/dt$ — ускорение центра массы этого объема.

С другой стороны,

$$\left.\begin{aligned} \int_F \vec{\sigma}\, dF &= \int_{F'} \vec{\sigma}'\, dF + \int_{F''} \vec{\sigma}''\, dF; \\ \int_F \vec{\tau}\, dF &= \int_{F'} \vec{\tau}'\, dF + \int_{F''} \vec{\tau}''\, dF, \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}7)$$

где индекс $'$ означает жидкость и индекс $''$ означает газ.

Стягивая поверхность F к заключенной в объеме V поверхности раздела фаз $F_{гр}$, имеем:

$$F \to F_{гр};\ V \to 0;\ \int_F \vec{\sigma}\, dF_{гр} + \int_F \vec{\tau}\, dF_{гр} \to 0. \qquad (1\text{-}8)$$

Таким образом, поскольку $\vec{\sigma} \perp \vec{\tau}$, имеет место динамическое равновесие и условие на границе раздела фаз распадается на два соотношения

$$\vec{\sigma}'_{гр} + \vec{\sigma}''_{гр} = 0;\ \vec{\tau}'_{гр} + \vec{\tau}''_{гр} = 0. \qquad (1\text{-}9)$$

Если прямоугольную систему координат расположить так, чтобы плоскость xz была касательной к поверхности раздела фаз в данной точке, а ось y нормаль-

на к этой поверхности, то согласно уравнениям гидродинамики

$$\left.\begin{aligned}\sigma_y &= -p - \frac{2}{3}\mu \operatorname{div}\vec{w} + 2\mu\frac{\partial w_y}{\partial y};\\ \tau_{xy} &= \mu\left(\frac{\partial w_x}{\partial y}+\frac{\partial w_y}{\partial x}\right);\\ \tau_{zy} &= \mu\left(\frac{\partial w_z}{\partial y}+\frac{\partial w_y}{\partial z}\right).\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}10)$$

Из условия отсутствия скольжения фаз на границе раздела следует, что

$$w'_{xz\text{гр}} = w''_{xz\text{гр}}. \qquad (1\text{-}11)$$

Нормальные к плоскости xz составляющие вектора скорости на границе раздела фаз определяются массовой скоростью фазового превращения $g_{\text{гр}}$, а именно:

$$w'_{y\text{гр}} = \mp\frac{g_{\text{гр}}}{\rho'};\quad w''_{y\text{гр}} = \mp\frac{g_{\text{гр}}}{\rho''}. \qquad (1\text{-}12)$$

При отсутствии фазовых превращений $g_{\text{гр}}=0$ и на поверхности раздела совпадают не только тангенциальные составляющие векторов скоростей течения фаз, но и сами векторы.

При фазовых превращениях неравенство плотностей фаз вызывает изменение векторов скоростей течения на границе раздела. При этом меняется также количество движения потока вещества $g_{\text{гр}}$ при пересечении границы раздела фаз. Вследствие этого возникает сила, нормальная к поверхности раздела и равная

$$p_* = g_{\text{гр}}(w''_{y\text{гр}} - w'_{y\text{гр}}) = \frac{g^2_{\text{гр}}}{\rho''}\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right). \qquad (1\text{-}13)$$

Если плотность теплового потока, идущего на испарение на поверхности раздела фаз равна q_a, а скрытая теплота фазового превращения есть r, то

$$g_{\text{гр}} = \frac{q_a}{r};\quad p_* = \frac{q^2_a}{\rho'' r^2}\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right). \qquad (1\text{-}14)$$

Обычно эта величина весьма мала.

1-4. ТЕПЛОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ФАЗ

Тепловой баланс рассмотренного выше объема V, включающего в себя поверхность раздела фаз, имеет

вид:

$$\int_V \rho \frac{\partial i}{\partial t} dV = -\int_F q_n dF - \int_F i g_n dF, \qquad (1\text{-}15)$$

где q_n, g_n — проекции соответствующих векторов на внешнюю нормаль к F.

Стягивая объем V к поверхности $F_{гр}$ и принимая во внимание, что $i''—i'=r$, получим условие сохранения потока тепла при переходе через границу раздела фаз

$$-\lambda' \left(\frac{\partial T'}{\partial y}\right)_{гр} = r g_{гр} - \lambda'' \left(\frac{\partial T''}{\partial y}\right)_{гр}, \qquad (1\text{-}16)$$

где $g_{гр}>0$ при испарении.

Из условия непрерывности поля температур имеем:

$$T'_{гр} = T''_{гр}, \qquad (1\text{-}17)$$

где $T''_{гр}$ в случае фазового превращения представляет собой температуру насыщения, соответствующую термодинамическим условиям в данной точке границы раздела фаз.

1-5. СКАЧОК ДАВЛЕНИЯ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ФАЗ

Молекулы жидкости, расположенные на ее границе с газом, твердым телом или другой жидкостью, не растворимой в данной, находятся в силовом поле как остальных молекул своей среды, так и молекул другой среды. В результате силовое поле, воздействующее на поверхностный слой молекул, оказывается несимметричным. Возникает сила, направленная в сторону более плотной среды (схема на рис. 1-2).

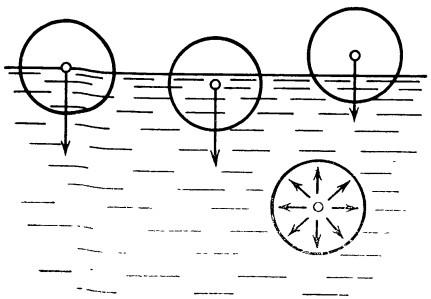


Рис. 1-2. Схема сил, действующих на молекулу в толще жидкости и в поверхностном слое.

Радиус действия молекул весьма мал, и уже на расстоянии до двух молекулярных радиусов сила взаимодействия уменьшается на три порядка. Соответственно толщина поверхностного слоя имеет порядок двух эффективных радиусов молекул, т. е. меньше

10^{-7} см. Молекулы поверхностного слоя имеют свободную энергию, которая изменяется при деформации поверхности раздела фаз. Так как равновесие системы является устойчивым при минимальной свободной энергии, то всякая жидкость стремится сократить свою свободную поверхность до возможно меньшей величины. Вследствие этого жидкость, не подверженная действию односторонних сил, принимает форму сферы.

Работа, которую необходимо совершить, чтобы увеличить поверхность раздела фаз на единицу площади, называется коэффициентом поверхностного натяжения

$$\sigma = \frac{dL_\sigma}{dF_{\text{гр}}}. \tag{1-18}$$

Искривление поверхности раздела фаз на границе газ — жидкость вызывает скачок давления, определяемый формулой Лапласа

$$p'_{\text{гр}} - p''_{\text{гр}} = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \tag{1-19}$$

Здесь R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны поверхности раздела фаз в данной точке. Радиус кривизны считается положительным, если направлен вглубь первой фазы. У сферы $R_1 = R_2 = R$ и соответственно давление в газовом пузырьке больше давления в окружающей жидкости на величину

$$\Delta p_\sigma = \frac{2\sigma}{R}. \tag{1-20}$$

Другой важный эффект поверхностного натяжения заключается в том, что давление насыщения также меняется с кривизной границы раздела фаз.

По формуле Кельвина приращение давления насыщения за счет кривизны поверхности при одной и той же температуре равно:

$$\Delta p''_\sigma = \frac{\sigma\rho''}{\rho' - \rho''}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \tag{1-21}$$

Обычно эта величина очень мала, однако в ряде важных случаев, например при возникновении зародышей новой фазы, ее необходимо учитывать.

1-6. ОСРЕДНЕННЫЕ ИСТИННЫЕ И РАСХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ

Проведя через поток газожидкостной смеси (двухфазный поток) некоторую контрольную поверхность, перпендикулярную к направлению вектора массовой скорости потока, можем написать, что объемный расход данной фазы через единицу площади этого сечения равен:

$$w^i{}_0 = \frac{V^i}{\Omega} = \frac{1}{\Omega \Delta t} \int_{\Delta t} \int_{\Omega} w^i d\Omega \, dt. \qquad (1\text{-}22)$$

Здесь V^i — объемный расход i-й фазы; Δt — промежуток времени, существенно больший, чем величина, обратная частоте прохождения отдельных образований данной фазы через рассматриваемое сечение Ω.

Величина

$$w^i = \frac{1}{\Omega^i} \int_{\Omega^i} w \, d\Omega^i \qquad (1\text{-}23)$$

представляет собой истинную среднюю скорость течения в сечении Ω^i, занятом в данный момент времени i-й фазой.

Величина $w^i{}_0$ представляет собой среднюю расходную скорость i-й фазы через сечение Ω и называется приведенной скоростью данной фазы.

Величина

$$\beta = \frac{w''_0}{w'_0 + w''_0} \qquad (1\text{-}24)$$

называется объемным газосодержанием потока смеси.

Величина

$$\varphi = \frac{\Omega''}{\Omega} \qquad (1\text{-}25)$$

представляет собой мгновенное значение доли сечения потока, занятого газовой фазой, т. е. истинное газосодержание смеси.

Истинные средние и приведенные скорости течения фаз связаны друг с другом через газосодержание потока формулами

$$\overline{w''} = \frac{w''_0}{\varphi}; \quad \overline{w'} = \frac{w'_0}{1 - \varphi}. \qquad (1\text{-}26)$$

Расходной скоростью двухфазного потока принято называть величину массовой скорости смеси, отнесенную к плотности жидкой фазы:

$$w_0 = w'_0 + \frac{\rho''}{\rho'} w''_0. \qquad (1\text{-}27)$$

Отношение приведенной скорости газа к расходной скорости смеси всегда имеет конечные значения

$$0 \leqslant \frac{w''_0}{w_0} \leqslant \frac{\rho'}{\rho''}. \qquad (1\text{-}28)$$

Средняя относительная скорость фаз (иногда ее называют скоростью скольжения) равна:

$$\overline{w}_{от} = \overline{w}'' - \overline{w}', \qquad (1\text{-}29)$$

что приводит к квадратному уравнению относительно величины газосодержания смеси

$$\overline{w}_{от}\varphi^2 - (w'_0 + w''_0 + \overline{w}_{от})\varphi + w''_0 = 0. \qquad (1\text{-}30)$$

Величину

$$w_{см} = w'_0 + w''_0 = \frac{w''_0}{\beta} \qquad (1\text{-}31)$$

принято называть скоростью смеси.

При отсутствии скольжения имеем:

$$\overline{w}_{от} = 0; \quad \varphi = \beta; \quad \overline{w}' = \overline{w}'' = w_{см}. \qquad (1\text{-}32)$$

При $\overline{w}_{от} > 0$ $\beta > \varphi$, т. е. газ опережает жидкость и занимает в потоке место меньшее, чем следует из баланса объемных расходов фаз.

Средняя плотность смеси равна:

$$\rho_{см} = \rho'(1-\varphi) + \rho''\varphi = \rho' - (\rho' - \rho'')\varphi. \qquad (1\text{-}33)$$

Относительная плотность смеси

$$\psi = \frac{\rho_{см}}{\rho'} = 1 - \frac{\rho' - \rho''}{\rho'}\varphi. \qquad (1\text{-}34)$$

1-7. УРАВНЕНИЯ ОДНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ В ТРУБЕ

Схема задачи показана на рис. 1-3. Равнодействующая объемных сил, трения и давления, приложенных к объему $dV = \pi R^2 dx$, равна скорости изменения коли-

чества движения на участке dx, т. е.

$$g_x[\rho' - (\rho' - \rho'')\varphi]\pi R^2 dx - \frac{\partial p}{\partial x}\pi R^2 dx - $$

$$- \tau_{ст} \cdot 2\pi R dx = \{[\rho' w'_0 + d(\rho' w'_0)](\overline{w}' + d\overline{w}') +$$

$$+ [\rho'' w''_0 + d(\rho'' w''_0)](\overline{w}'' + d\overline{w}'') -$$

$$- \rho' w'_0 \overline{w}' - \rho'' w''_0 \overline{w}''\} \pi R^2. \qquad (1\text{-}35)$$

Здесь R — радиус трубы и $\tau_{ст}$ — касательные напряжения на стенке трубы; g_x — проекция вектора ускорения свободного падения на ось трубы.

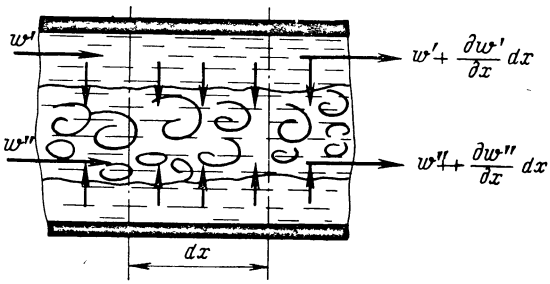


Рис. 1-3. Схема течения двухфазного потока в трубе.

Принимая во внимание введенные в предыдущем параграфе определения и то, что

$$\left.\begin{aligned} & d\overline{w}^i = \frac{\partial \overline{w}^i}{\partial t}\,dt + \frac{\partial \overline{w}^i}{\partial x}\,dx; \\ & \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_i = \overline{w}^i; \\ & -d(\rho' w'_0) = d(\rho'' w''_0) = d g_{гр}, \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}36)$$

получим уравнение

$$g_x[\rho' - (\rho' - \rho'')\varphi] - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2\tau_{ст}}{R} =$$

$$= \rho'(1 - \varphi)\left(\frac{\partial \overline{w}'}{\partial t} + \overline{w}' \frac{\partial \overline{w}'}{\partial x}\right) +$$

$$+ \rho''\varphi\left(\frac{\partial \overline{w}''}{\partial t} + \overline{w}'' \frac{\partial \overline{w}''}{\partial x}\right) + \overline{w}_{от} \frac{d g_{гр}}{dx}. \qquad (1\text{-}37)$$

Здесь, как и ранее, $g_{гр}$ — массовая скорость фазового превращения вещества, отнесенная в данном случае к единице поперечного сечения трубы.

Уравнение сплошности запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho' - (\rho' - \rho'')\varphi] + \frac{\partial}{\partial x}[\rho'(1-\varphi)\bar{w}' + \rho''\varphi\bar{w}''] = 0. \tag{1-38}$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{dg_{гр}}{dx} = \frac{d}{dx}(\rho''w''_0) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho''\varphi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho''\varphi\bar{w}''), \tag{1-39}$$

получим гидравлическое уравнение движения потока газожидкостной смеси в виде (без учета сжимаемости компонент и потерь энергии на изменение поверхности раздела фаз и осцилляции газовых пузырей)

$$g_x[\rho' - (\rho' - \rho'')\varphi] - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2\tau_{ст}}{R} =$$

$$= \rho'(1-\varphi)\left(\frac{\partial\bar{w}'}{\partial t} + \bar{w}'\frac{\partial\bar{w}'}{\partial x}\right) + \rho''\varphi\left(\frac{\partial\bar{w}''}{\partial t} + \bar{w}''\frac{\partial\bar{w}''}{\partial x}\right) +$$

$$+ \bar{w}_{от}\left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho''\varphi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho''\varphi\bar{w}'')\right]. \tag{1-40}$$

Последний член этого уравнения представляет собой реактивную силу Мещерского, возникающую при изменении агрегатного состояния в газо-(паро) жидкостной системе, имеющей относительную среднюю скорость фаз, отличную от нуля.

Обычно жидкую фазу можно считать несжимаемой. В ряде случаев можно считать несжимаемыми обе фазы (например, в смеси двух взаимно нерастворимых жидкостей). Тогда гидравлические уравнения движения и сплошности примут вид:

$$g_x[1 - (1-\tilde{\rho})\varphi] - \frac{1}{\rho'}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2\tau_{ст}}{\rho' R} = \frac{\partial w'_0}{\partial t} + \frac{w'_0}{1-\varphi}\frac{\partial w'_0}{\partial x} +$$

$$+ \tilde{\rho}\left(\frac{\partial w_0''}{\partial t} + \frac{w''_0}{\varphi}\frac{\partial w''_0}{\partial x}\right) + \left(\frac{w'_0}{1-\varphi} - \frac{\tilde{\rho}w''_0}{\varphi}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial t} +$$

$$+ \left[\left(\frac{w'_0}{1-\varphi}\right)^2 - \tilde{\rho}\left(\frac{w''_0}{\varphi}\right)^2\right]\frac{\partial\varphi}{\partial x} +$$

$$+ \tilde{\rho}\left(\frac{w''_0}{\varphi} - \frac{w'_0}{1-\varphi}\right)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{\partial w''_0}{\partial x}\right); \tag{1-41}$$

$$(1-\tilde{\rho})\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{\partial w'_0}{\partial x} - \tilde{\rho}\frac{\partial w''_0}{\partial x} = 0. \tag{1-42}$$

Здесь $\tilde{\rho}=\rho''/\rho'$ — относительная плотность легкой фазы.

При отсутствии фазового превращения

$$d\rho^i w^i{}_0 = 0 \tag{1-43}$$

и уравнение сплошности (1-42) распадается на два независимых уравнения

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{\partial w'_0}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{\partial w''_0}{\partial x} = 0. \tag{1-44}$$

В соответствии с этим обращается в нуль и последний член уравнения (1-41). Таким образом, гидравлическое уравнение движения смеси несжимаемых компонент при отсутствии изменения их агрегатного состояния имеет вид:

$$g_x[1-(1-\tilde{\rho})\varphi] - \frac{1}{\rho'}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2\tau_{ст}}{\rho' R} =$$
$$= (1-\varphi)\left(\frac{\partial\bar{w}'}{\partial t} + \bar{w}'\frac{\partial\bar{w}'}{\partial x}\right) + \tilde{\rho}\varphi\left(\frac{\partial\bar{w}''}{\partial t} + \bar{w}''\frac{\partial\bar{w}''}{\partial x}\right), \tag{1-45}$$

или в приведенных скоростях

$$g_x[1-(1-\tilde{\rho})\varphi] - \frac{1}{\rho'}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2\tau_{ст}}{\rho' R} = \frac{\partial w'_0}{\partial t} + \frac{w'_0}{1-\varphi}\frac{\partial w'_0}{\partial x} +$$
$$+\tilde{\rho}\left(\frac{\partial w''_0}{\partial t} + \frac{w''_0}{\varphi}\frac{\partial w''_0}{\partial x}\right) + \left(\frac{w'_0}{1-\varphi} - \frac{\tilde{\rho}w''_0}{\varphi}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial t} +$$
$$+\left[\left(\frac{w'_0}{1-\varphi}\right)^2 - \tilde{\rho}\left(\frac{w''_0}{\varphi}\right)^2\right]\frac{\partial\varphi}{\partial x}. \tag{1-46}$$

Схема тепловых потоков в элементарном цилиндрическом объеме трубы показана на рис. 1-4. Изменение теплового потока за счет теплопроводности через газовую и жидкую фазы в осевом направлении равно:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{\Delta t}\int_{\Delta t}\left(\sum_{m'}\int_{\Omega'_i}\lambda'\frac{\partial T'}{\partial x}d\Omega\right)dt + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{\Delta t}\int_{\Delta t}\left(\sum_{m''}\int_{\Omega''_i}\lambda''\frac{\partial T''}{\partial x}d\Omega\right)dt\right], \tag{1-47}$$

где m' и m'' — число дискретных элементов фаз в данном сечении Ω; $Q_x = \int_{\Omega} q_x d\Omega$.

Вводя некоторым образом усредненные температуры фаз, перепишем это уравнение в форме

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x}=-\frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda'(1-\varphi)\frac{\partial \overline{T'}}{\partial x}+\lambda''\varphi\frac{\partial \overline{T''}}{\partial x}\right]\pi R^2. \quad (1\text{-}48)$$

Если под величиной $\overline{T}$ понимать температуру, осредненную по промежутку времени, достаточно большому по сравнению с периодом турбулентных пульсаций, то величина λ является суммой молекулярного и турбулентного коэффициентов теплопроводности.

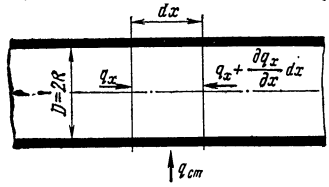


Рис. 1-4. Схема теплопередачи в элементарном объеме двухфазного потока, текущего в трубе.

Теперь тепловой баланс одномерного течения можно записать в виде уравнения

$$2\pi R q_{ст}-\frac{\partial Q_x}{\partial x}=\pi R^2\left\{\frac{\partial}{\partial t}[\overline{\rho' i'}(1-\varphi)+\overline{\rho'' i''}\varphi]+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial}{\partial x}[\overline{\rho' i'}\,\overline{w'}(1-\varphi)+\overline{\rho'' i''}\,\overline{w''}\varphi]\right\}. \quad (1\text{-}49)$$

Подставляя сюда значение $\partial Q_x/\partial x$ из (1-48), получаем

$$\frac{2q_{ст}}{R}+(1-\varphi)\frac{\partial}{\partial x}\lambda'\frac{\partial \overline{T'}}{\partial x}+\varphi\frac{\partial}{\partial x}\lambda''\frac{\partial \overline{T''}}{\partial x}=$$

$$=\frac{\partial}{\partial t}[\overline{\rho' i'}(1-\varphi)+\overline{\rho'' i''}\varphi]+$$

$$+\left(\lambda'\frac{\partial \overline{T'}}{\partial x}-\lambda''\frac{\partial \overline{T''}}{\partial x}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial x}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}[\overline{\rho' i'}(1-\varphi)\,\overline{w'}+\overline{\rho'' i''}\,\varphi\,\overline{w''}]. \quad (1\text{-}50)$$

При постоянных физических параметрах (ρ, c_p) и хорошем перемешивании основной массы потока ($\overline{T'}=\overline{T''}=T_0$) имеем:

$$\frac{2q_{ст}}{R}+(1-\varphi)\frac{\partial}{\partial x}\lambda'\frac{\partial T_0}{\partial x}+\varphi\frac{\partial}{\partial x}\lambda''\frac{\partial T_0}{\partial x}=$$

$$=[c'_p\rho'(1-\varphi)+c''_p\rho''\varphi]\frac{\partial T_0}{\partial t}-$$

$$-(c'_p\rho' - c''_p\rho'')T_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}+(\lambda' - \lambda'')\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial T_0}{\partial x}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}[(c'_p\rho'w'_0+c''_p\rho''w''_0)]T_0. \qquad (1\text{-}51)$$

1-8. МЕТОД ПОДОБИЯ

Уравнения, описывающие тот или иной класс физических процессов, могут быть всегда представлены в безразмерной форме. Эта операция может быть совершена или путем деления уравнения на один из его членов, или путем введения масштабных величин. В первом случае число возможных безразмерных комплексов не превышает числа членов уравнения без единицы.

Во втором случае в качестве масштабов можно выбрать характерные значения величин, входящих в уравнения, или комбинации величин другой природы, имеющие необходимую размерность. Например, можно образовать безразмерную скорость

$$\omega = \frac{w}{w_0}, \qquad (1\text{-}52)$$

где w — значение скорости в данной точке в данный момент времени и w_0 — средняя расходная скорость в заданном сечении или скорость вне пограничного слоя в заданный момент времени, и т. п.

Масштаб скорости можно образовать также из комбинации касательного напряжения и плотности среды

$$v^* = \left(\frac{\tau}{\rho}\right)^{1/2}, \qquad (1\text{-}53)$$

как это оказывается удобным в теории пристенной турбулентности.

Масштабом линейного размера свободно возникающих пузырей, капель, пленок может служить постоянная Лапласа

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}. \qquad (1\text{-}54)$$

Согласно теории размерностей наибольшее число безразмерных комплексов, характеризующих данный процесс, определяется формулой

$$i = n - m. \qquad (1\text{-}55)$$

Здесь n — число размерных параметров процесса; m — число первичных размерностей.

Число безразмерных параметров меньше числа параметров размерных, а их величина не зависит от выбора системы мер. Этим определяется преимущество анализа экспериментальных данных в безразмерных параметрах.

Процессы, у которых поля безразмерных параметров геометрически тождественны, являются физически подобными. Это означает, что значения одноименных размерных параметров в сходственных точках подобных систем отличаются друг от друга только масштабным множителем.

Безразмерные параметры процесса называются также критериями подобия, так как у подобных процессов одноименные критерии подобия имеют одно и то же численное значение.

Критерии разделяются на две группы — определяющие и неопределяющие (определяемые). Определяющими являются критерии, составленные только из величин, входящих в условия однозначности процесса (см. § 1-9). Каждый из неопределяющих критериев является функцией совокупности определяющих критериев. Отсюда следует правило моделирования М. В. Кирпичева и А. А. Гухмана: подобными являются процессы одной физической природы, имеющие подобные условия однозначности и численно одинаковые одноименные определяющие критерии подобия.

В гидродинамике вообще и в гидравлике газожидкостных систем особенно метод подобия играет важную роль, позволяя в отчетливой и компактной форме анализировать большое число факторов, определяющих рассматриваемое течение.

1-9. ОСНОВНЫЕ БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПОТОКА ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ

Однозначность, т. е. полная определенность какого-либо физического процесса, может считаться установленной, когда известны следующие признаки явлений.

1. Геометрические свойства системы, в которой протекает исследуемый процесс.

2. Существенные для процесса физические свойства тел, образующих систему.

3. Начальное состояние системы.

4. Условия на внешних границах системы в ходе процесса.

Геометрическая конфигурация пространства, в котором движется газожидкостная система, а также ее начальное состояние (распределение фаз, характер их движения и т. п.) и условия на границах могут быть самыми разнообразными. Однако вне зависимости от более детального рассмотрения конкретных ситуаций можно перечислить ряд физических величин, безусловно влияющих на гидродинамический режим газожидкост-

Таблица 1-1

Физические величины, определяющие гидравлический режим изотермических газожидкостных систем

Величина	Символ	Единица измерения	Характер физического воздействия
Объемный расход тяжелой фазы через единицу площади поперечного сечения потока смеси	ω'_0	$\frac{м^3}{м^2 \cdot с}$	Определяет порядок истинных скоростей элементов тяжелой фазы
Объемный расход легкой фазы через единицу площади поперечного сечения потока смеси	ω''_0	$\frac{м^3}{м^2 \cdot с}$	Определяет порядок истинных скоростей элементов легкой фазы
Плотность тяжелой фазы	ρ'	кг/м³	Удельная масса тяжелой фазы
Плотность легкой фазы	ρ''	кг/м³	Удельная масса легкой фазы
Динамический коэффициент вязкости тяжелой фазы	μ'	$\frac{кг}{м \cdot с}$	Характеризует молекулярное трение (вязкость) в элементах тяжелой фазы
Динамический коэффициент вязкости легкой фазы	μ''	$\frac{кг}{м \cdot с}$	Характеризует молекулярное трение в элементах легкой фазы
Коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела фаз	σ	$\frac{кг}{с^2}$	Характеризует работу, затрачиваемую на изменение поверхности раздела фаз
Ускорение свободного падения	g	$\frac{м}{с^2}$	Характеризует действие силы тяжести на поток
Линейный размер системы (при заданной ее конфигурации)	l	м	Характеризует пространственный масштаб рассматриваемых гидродинамических процессов

Таблица 1-2

Безразмерные комплексы, определяющие гидродинамический режим двухфазного потока

Комплекс	Физический смысл комплекса
$\frac{w''_0}{w'_0}$; $\frac{w''_0}{w_0}$; β	Характеризуют относительное объемное расходное содержание фаз в потоке
$\frac{wl}{\nu}$	Характеризует гидродинамический режим данной фазы (ламинарность, турбулентность). Здесь $\nu = \mu/\rho$, м²/с. Для того чтобы характеризовать режим обеих фаз, надо задать, при прочих равных условиях, пары величин $\left\{\frac{w'_0 l}{\nu'}; \frac{w''_0 l}{\nu''}\right\}$ или $\left\{\frac{w'_0 l}{\nu'}; \frac{\nu''}{\nu'}\right\}$, или $\left\{\frac{w''_0 l}{\nu''}; \frac{\nu''}{\nu'}\right\}$. Последние две пары эквивалентны первой, поскольку задано отношение w''_0/w'_0 или β
$\frac{\rho''}{\rho'}$	Характеризует отношение плотностей фаз и связанное с этим соотношение инерционных или объемных сил, приложенных к фазам
$\frac{\sigma}{g\rho' l^2}$	Характеризует соотношение силы поверхностного натяжения и силы тяжести. Физически более правильной является запись $\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')\, l^2}$
$\frac{w^2}{gl}$	Характеризует соотношение инерционных сил и силы тяжести в потоке. При заданном w''_0/w'_0 или β достаточно знать величину $w_0'^2/gl$ или $w_0''^2/gl$

ных систем. В табл. 1-1 приведены девять таких размерных величин, составленных из трех основных размерностей. Отсюда вытекает возможность составления пяти безразмерных комплексов, приведенных в табл. 1-2.

Путем комбинирования этих комплексов можно получать новые, более специализированные критерии.

Так, например, критерий Архимеда можно записать в виде

$$\frac{gl^3}{\nu^2}\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)=\left(\frac{wl}{\nu}\right)^2\frac{gl}{w^2}\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right). \qquad (1\text{-}56)$$

Этот критерий характеризует соотношение подъемной (архимедовой) силы, действующей на данный элемент потока под влиянием разности плотностей фаз, и силы сопротивления, вызываемой молекулярной вязкостью.

Комплекс

$$\frac{\rho^i w_0^{i2}}{g(\rho'-\rho'')\,l} \qquad (1\text{-}57)$$

может рассматриваться как мера взаимодействия подъемной силы и силы инерции (динамического напора) i-й фазы. Как видно, однотипные или аналогичные комплексы могут быть составлены для каждой из фаз.

1-10. КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ ГАЗОЖИДКОСТНЫХ СИСТЕМ

Полагая в (1-57) $\rho^i=\rho''$ и определяя характерный линейный размер по (1-54), получим критерий вида

$$\frac{\rho'' w_0''^2}{\sqrt{g\sigma(\rho'-\rho'')}}. \qquad (1\text{-}58)$$

Числитель и знаменатель этого критерия имеют размерность силы, отнесенной к единице поверхности. Наличие в этом критерии коэффициента поверхностного натяжения показывает, что соответствующее силовое взаимодействие происходит на границе раздела фаз и может трактоваться как воздействие динамического напора легкой фазы (газа) на поверхность раздела. Следовательно, если приписать характерной скорости w''

индекс критичности, то соответствующее значение критерия

$$k^2 = \frac{\rho'' w''^2_{кр}}{\sqrt{g\sigma(\rho' - \rho'')}} \qquad (1\text{-}59)$$

будет характеризовать условие начала деформации поверхности раздела фаз и соответственно начала структурных изменений в существующей газожидкостной системе под воздействием динамического напора, архимедовой силы и поверхностного натяжения.

Критерий устойчивости газожидкостных систем в форме (1-59) был введен С. С. Кутателадзе и, как будет показано в дальнейшем, играет важную роль в ряде процессов взаимодействия газа и жидкости.

Глава вторая

ОДИНОЧНЫЕ ПУЗЫРИ И КАПЛИ В НЕСУЩЕМ ПОТОКЕ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

2-1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

На свободный пузырь или каплю, помещенные в достаточно большой объем жидкости, действует сила выталкивания

$$P = \int_F p\,dF = \int_V \operatorname{grad} p\,dV. \qquad (2\text{-}1)$$

Здесь p — давление на контуре пузыря, имеющего объем V и поверхность раздела фаз F.

Когда речь идет о капле, то подразумевается, что жидкость капли не смешивается с жидкостью несущей среды.

В покоящейся несущей среде

$$\operatorname{grad} p = g(\rho' - \rho''); \quad P = g(\rho' - \rho'')V. \qquad (2\text{-}2)$$

При течении несущей среды в канале постоянного сечения действует также компонента градиента давления, обусловленная трением потока

$$\frac{dp_{тр}}{dx} = \zeta_к \rho' \frac{w'^2}{2\delta_к}, \qquad (2\text{-}3)$$

где $\zeta_к$ — коэффициент гидравлического сопротивления канала; $\delta_к$ — характерный поперечный размер канала;

w' — расходная скорость несущей жидкости; ρ' — плотность несущей жидкости; x — направление вдоль оси канала по течению.

В такой форме это выражение применимо в том случае, если объем одиночного элемента другой фазы $V \ll \delta^3_к$.

В рассматриваемом случае

$$\vec{P} = [\vec{g}(\rho' - \rho'') + \operatorname{grad} p_{тр}] V, \qquad (2\text{-}4)$$

где индекс «тр» отмечает величину изменения давления, обусловленного трением о стенки канала. Именно второй член в формуле (2-4) вызывает относительное стационарное движение отдельных капель и пузырей в потоке жидкости, текущей по горизонтальной трубе.

В стационарном движении выталкивающая сила уравновешивается гидравлическим сопротивлением относительному движению пузыря

$$P = \zeta \Omega \rho' \frac{w^2}{2}. \qquad (2\text{-}5)$$

Здесь ζ — коэффициент гидравлического сопротивления капли (пузыря); Ω — расчетное поперечное сечение капли; $w = w'' - w'$ — относительная скорость движения фаз, направленная по вектору $\vec{P}$. Величину w называют также скоростью витания.

Отсюда следует, что относительная скорость пузыря, свободно всплывающего в большом объеме жидкости, формально описывается формулой

$$w = \sqrt{\frac{2g}{\zeta} \delta \left| 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right|}, \qquad (2\text{-}6)$$

где $\delta = V/\Omega$ — характерный линейный размер капли.

При $\rho'' < \rho'$ капля всплывает, при $\rho'' > \rho'$ капля падает. Внешняя простота этой формулы обманчива, так как ζ является функцией собственного числа Рейнольдса и формы пузыря.

Для фундаментальных законов гидравлического сопротивления из (2-6) следуют частные зависимости (с точностью до постоянного коэффициента):

область ползущего течения, $\zeta \sim \mathrm{Re}^{-1}$:

$$w \sim \frac{g\delta^2}{\nu'} \left| 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right|; \qquad (2\text{-}7)$$

область ламинарного пограничного слоя, $\zeta \sim \mathrm{Re}^{-1/2}$:

$$w \sim \delta^3 \sqrt{\frac{g}{\nu'^2}\left|1-\frac{\rho''}{\rho'}\right|}; \qquad (2\text{-}8)$$

область квадратичного закона сопротивления, $\zeta = \mathrm{const}$:

$$w \sim \sqrt{g\delta\left|1-\frac{\rho''}{\rho'}\right|}. \qquad (2\text{-}9)$$

Под числом Рейнольдса в данном случае подразумевается величина $w\delta/\nu'$.

Под влиянием неравномерности распределения давления по контуру пузыря последний деформируется. Характер этих деформаций показан на рис. 2-1 по наблюдениям Р. М. Ладыженского над воздушными пузырями, свободно всплывающими в большом объеме воды. Стабилизирующей силой в данном случае является поверхностное натяжение, стремящееся свести к минимуму поверхность раздела фаз. Мерой взаимодействия рассмотренных сил является критерий (1-59), которому, используя соотношения (2-2) и (2-9), можно придать вид:

$$k^2 = V^{1/3}\left(\frac{\mathrm{grad}\, p}{\sigma}\right)^{1/2}\frac{\rho''}{\rho'}. \qquad (2\text{-}10)$$

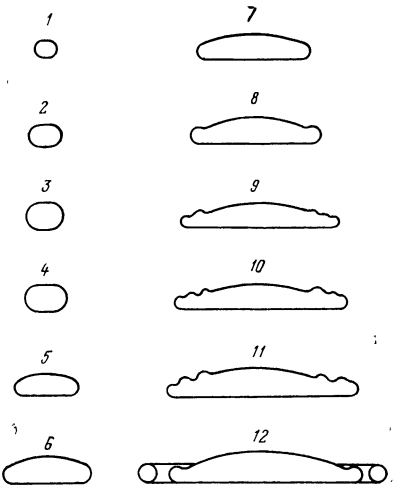


Рис. 2-1. Схематическое изображение деформации воздушных пузырей, всплывающих в воде.

Объем пузыря V, см³: *1* — 0,01; *2* — 0,095; *3* — 0,15; *4* — 0,28; *5* — 0,50; *6* — 1,0; *7* — 1,4; *8* — 2,5; *9* — 4,0; *10* — 13,3; *11* — 20,0; *12* — >20,0.

Чем больше значение этого критерия, тем больше форма пузыря отличается от сферической.

Газовые пузыри отличаются от жидких капель тем, что заполняющая их среда является сжимаемой. Как ни малы скорости свободного всплытия пузырей, тем не

менее их деформация приводит к пульсациям объема пузырей, скорости и траектории их движения. Экспериментальные данные, приведенные на рис. 2-2—2-4, отчетливо подтверждают это обстоятельство.

Мерой упругости совершенного газа является величина

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{\rho''}{P}. \qquad (2\text{-}11)$$

Комбинируя эту величину с мерой лапласовского

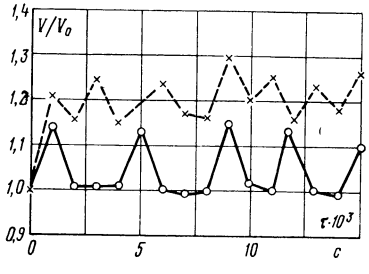


Рис. 2-2. Пульсация объема газового пузыря, свободно всплывающего в жидкости (V_0 — объем пузыря в момент отрыва).
× — водород; О — азот.

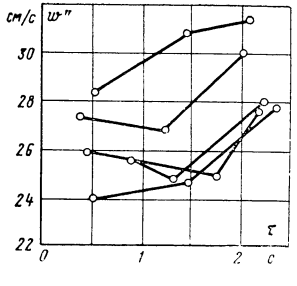


Рис. 2-3. Колебания скорости подъема парового пузыря, всплывающего в большом объеме воды под атмосферным давлением.

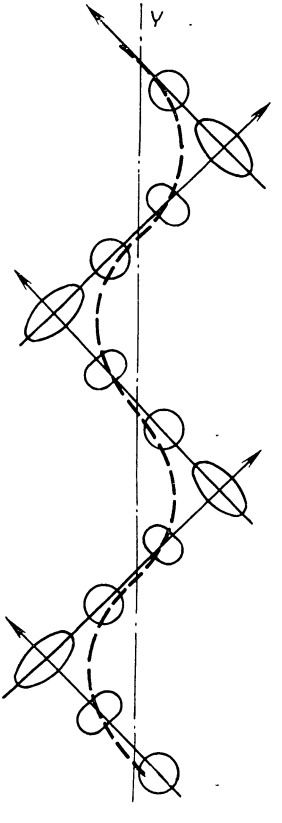


Рис. 2-4. Движение свободно всплывающего пузыря — флуктуации около вертикального направления.

давления σ/δ и архимедовой силы $\rho'-\rho''$, получим критерий

$$\Pi = \frac{P\delta(\rho' - \rho'')}{\rho''\sigma}, \qquad (2\text{-}12)$$

где P — абсолютное давление в жидкости.

Наконец, вследствие подвижности границы раздела фаз внутри пузыря могут возникать циркуляционные токи, интенсивность которых будет зависеть от вязкости среды внутри пузыря (капли). Следовательно, для рассматриваемого процесса существенным может быть симплекс

$$\tilde{\mu} = \frac{\mu''}{\mu'}. \qquad (2\text{-}13)$$

Таким образом, в общем случае для стационарного движения одиночных пузырей в большом объеме жидкости имеем:

$$\mathrm{Re} = f_1(\mathrm{Ar};\ k;\ \Pi;\ \tilde{\mu}), \qquad (2\text{-}14)$$

где число Архимеда определено как

$$\mathrm{Ar} = \frac{g\delta^3}{\nu'^2}\left|1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right|. \qquad (2\text{-}15)$$

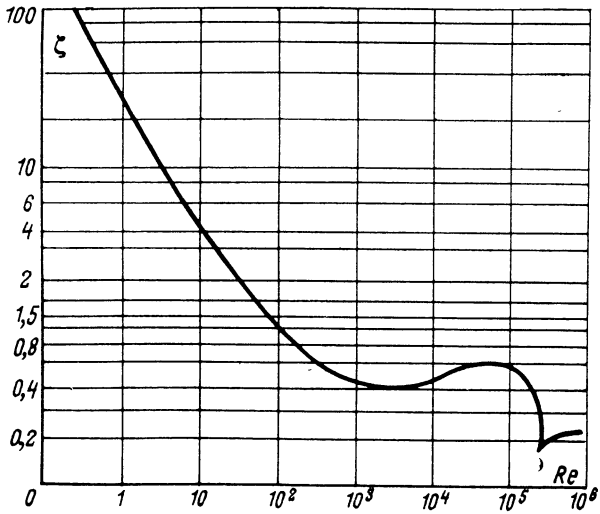


Рис. 2-5. Зависимость коэффициента сопротивления ζ от Re для твердого шара.

Области ползущего течения соответствует зависимость

$$\mathrm{Re} \sim \mathrm{Ar}, \tag{2-16}$$

области ламинарного пограничного слоя —

$$\mathrm{Re} \sim \mathrm{Ar}^{2/3}, \tag{2-17}$$

области квадратичного закона сопротивления —

$$\mathrm{Re} \sim \mathrm{Ar}^{1/2}. \tag{2-18}$$

В действительности между зависимостями (2-16) и (2-18) могут существовать переходные формы, отличные от (2-17), поскольку даже для твердой сферы функция $\zeta(\mathrm{Re})$ весьма сложна (рис. 2-5).

2-2. СВОБОДНОЕ ДВИЖЕНИЕ МАЛОЙ КАПЛИ

Ползущий или вязкий режим течения вокруг сферы характеризуется областью чисел Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{wR}{\nu'} < 1, \tag{2-19}$$

где R — радиус сферы; w — относительная скорость сферы.

Соответствующие этим числам Рейнольдса размеры пузырей настолько малы, что их практически всегда можно считать правильными сферами. Помещая начало координат в центре тяжести пузыря, можно составить уравнения движения и сплошности для внешней и внутренней областей (рис. 2-6) и связать их условиями силового взаимодействия на границе раздела фаз. При этом вследствие сохранения сферичности пузыря влияние поверхностного натяжения на движении системы не сказывается.

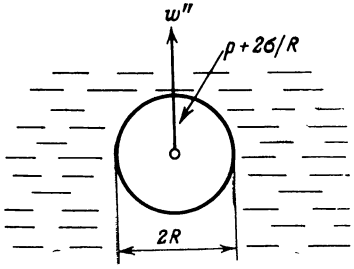


Рис. 2-6. Схема всплывающего пузыря.

Решение, полученное Рыбчинским и Адамаром, имеет вид:

$$w = \frac{2g}{3\mu'} |\rho' - \rho''| R^2 \frac{1 + \frac{\mu''}{\mu'}}{2 + 3\frac{\mu''}{\mu'}}, \tag{2-20}$$

или

$$\mathrm{Re} = \frac{2 + 2\tilde{\mu}}{6 + 9\tilde{\mu}} \mathrm{Ar}. \qquad (2\text{-}21)$$

Тут можно отметить три специальные случая по значениям симплекса $\tilde{\mu}$, а именно:

$$\tilde{\mu} \to 0, \quad \mathrm{Re} \to \frac{1}{3} \mathrm{Ar}; \qquad (2\text{-}22)$$

$$\tilde{\mu} = 1, \quad \mathrm{Re} = \frac{4}{15} \mathrm{Ar}; \qquad (2\text{-}23)$$

$$\tilde{\mu} \to \infty, \quad \mathrm{Re} \to \frac{2}{9} \mathrm{Ar}. \qquad (2\text{-}24)$$

В большинстве реальных ситуаций вязкость газа меньше вязкости жидкости. Поэтому первый случай соответствует максимальной скорости всплытия малого газового пузыря в жидкости, а третий — минимальной скорости падения капли в газе и совпадает с движением сферы (законом Стокса). При этом максимальная скорость больше минимальной в полтора раза.

Опыты М. П. Волоровича и А. А. Леонтьевой с каплями свинца в расплаве окиси бериллия, А. Н. Фрумкина и И. Г. Богоцкой с каплями ртути в специально очищенном глицерине подтвердили формулу Рыбчинского—Адамара. Однако ряд других экспериментов показывает, что пузырьки и капли малого диаметра движутся в технически чистых жидкостях по закону Стокса (2-24). А. Н. Фрумкин и В. Г. Левич показали, что это явление связано с действием малых примесей поверхностно-активных веществ. Тот же эффект был обнаружен А. В. Городецкой и для пузырей больших размеров. Более того, торможение оказывалось в определенных случаях более значительным, чем следует из «замораживания» циркуляции внутри пузыря. Так, растворенные в воде спирты вызывали замедление крупных пузырей в 2,5 раза. Это влияние возрастало с поверхностной активностью спиртов, было наиболее сильным у гексилового и октилового спиртов и наименее сильным у бутилового спирта. Подробный анализ этой проблемы дан в монографии В. Г. Левича и выходит за рамки нашей книги.

2-3. СВОБОДНОЕ ДВИЖЕНИЕ КРУПНЫХ КАПЕЛЬ

На рис. 2-7 приведены результаты опытов Н. И. Смирнова и В. Л. Рубана по движению капель одной жидкости в относительно большом объеме другой жидкости, не смешивающейся с первой. Опыты относятся

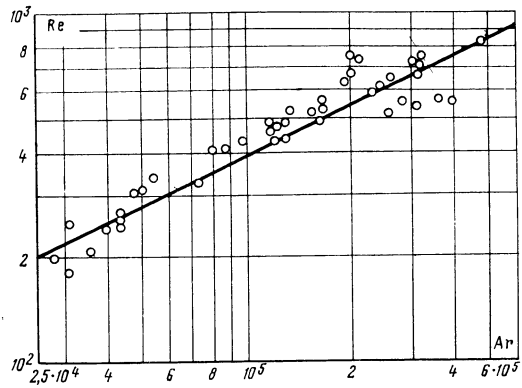


Рис. 2-7. Зависимость Re от Ar по опытам с каплями жидкости, свободно всплывающими в объеме другой жидкости (жидкости несмешивающиеся).

к области чисел Рейнольдса $10^2<\mathrm{Re}<10^3$ и описываются зависимостью типа (2-18)

$$\mathrm{Re}=1{,}3\,\mathrm{Ar}^{1/2}. \qquad (2\text{-}25)$$

Этому множителю пропорциональности соответствует по формуле (2-6) значение $\zeta\approx1{,}2$. Эта величина коэффициента гидравлического сопротивления еще близка к значению коэффициента сопротивления сферы.

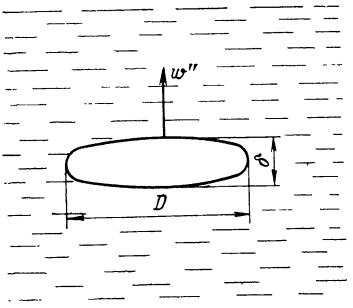


Рис. 2-8. Схема всплывания сплюснутого сфероида.

В формуле (2-25) и в последующих расчетных формулах (если не будет специальной оговорки) принято, что

$$\delta=R=\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}. \qquad (2\text{-}26)$$

При $k\gg1$ капля дефор-

мируется так, что в качестве некоторой идеальной схемы можно рассмотреть движение квазидиска в соответствии со схемой на рис. 2-8.

Ниже дана оценка равновесия такой системы по Д. А. Франк-Каменецкому.

Гидравлическое сопротивление диска при достаточно больших числах Рейнольдса является сопротивлением формы, т. е. величину ζ можно считать постоянной. Возникающая разность давлений на лобовой и кормовой поверхностях стремится деформировать, сплюснуть диск. Условие равновесия элементарных работ гидравлического сопротивления, затрачиваемых на утонение диска и изменения энергии поверхности раздела фаз, можно оценить соотношением

$$\zeta\rho' \frac{w^2}{2} \Omega d\delta = -\sigma d\Omega. \qquad (2\text{-}27)$$

Из условия постоянства объема сфероида

$$\Omega d\delta + \delta d\Omega = 0 \qquad (2\text{-}28)$$

находим, что

$$\delta = \frac{V}{\Omega} = \frac{2\sigma}{\zeta\rho' w^2}. \qquad (2\text{-}29)$$

Подставляя это значение δ в формулу (2-6), получаем:

$$w = \sqrt[4]{\frac{4g\sigma}{\zeta^2\rho'}\left|1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right|}, \qquad (2\text{-}30)$$

т. е. может существовать течение, автомодельное относительно объема капли. Для большой капли воды в нормальной атмосфере скорость падения по формуле (2-30) составляет при $\zeta \approx 1{,}5$ около 2 м/с. Хемфриз и Хрижан отмечали в своих экспериментах тенденцию к автомодельности относительно размеров капли при скоростях витания около 1 м/с.

2-4. СВОБОДНОЕ ДВИЖЕНИЕ КРУПНЫХ ПУЗЫРЕЙ

На рис. 2-9 приведены экспериментальные данные о скорости всплытия газовых пузырей в большом объеме жидкости.

Левая, восходящая ветвь зависимости $w(D)$ соответствует закону типа (2-17), т. е. вязкому обтеканию во внестоксовской области чисел Рейнольдса (приблизительно $1 < \mathrm{Re} < 500$). Далее наблюдается падение скорости всплытия, связанное с резкой деформацией (сплю-

щиванием) пузырей и связанным с этим возрастанием гидравлического сопротивления. При этом происходит переход от вязкого сопротивления к сопротивлению формы, т. е. к автомодельности течения относительно вязкости несущей среды (числа Рейнольдса). Однако величина ζ, являясь функцией формы, начинает существенно зависеть от поверхностного натяжения на границе раздела фаз, т. е. от критерия k.

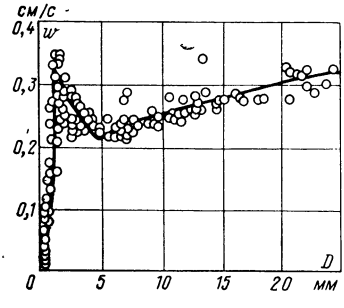


Рис. 2-9. Скорость всплытия воздушных пузырей в воде в зависимости от их диаметра (p=0,1 МПа, $T\approx$20°С).

За некоторым минимумом скорости всплытия следует ее возрастание с увеличением объема пузыря.

Можно отметить, что минимальное значение скорости всплытия на этом графике близко к оценке по формуле (2-30).

По экспериментам Паблса и Гарбера области чисел $1 < \mathrm{Re} < 4\,\mathrm{Ar}_{ж}^{0,4}$ соответствует зависимость

$$\mathrm{Re} \approx 0{,}33\,\mathrm{Ar}_{ж}^{3/4}, \qquad (2\text{-}31)$$

где

$$\mathrm{Ar}_{ж} = \frac{\rho'\sigma^{3/2}}{\mu'^{2}\sqrt{g(\rho'-\rho'')}}.$$

Эту эмпирическую зависимость можно рассматривать как интерполяцию для большой области значений чисел Re, в которой осуществляется переход от стоксовского режима обтекания сферы к обтеканию ламинарным пограничным слоем при наличии деформаций пузыря с ростом его объема.

На рис. 2-9 зависимость (2-31) показана левой восходящей линией.

И. Г. Маленков предложил для области, автомодельной относительно вязкости, формулу, которую мы запишем в виде

$$w = \sqrt{\frac{\sigma}{R(\rho'-\rho'')} + gR\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)}. \qquad (2\text{-}32)$$

Расчеты по этой формуле хорошо описывают экспериментальные данные на рис. 2-9. Первый член правой части формулы (2-32) с точностью до постоянного коэффициента совпадает с формулой

$$w = 1{,}35\sqrt{\frac{\sigma}{R(\rho' - \rho'')}}, \qquad (2\text{-}33)$$

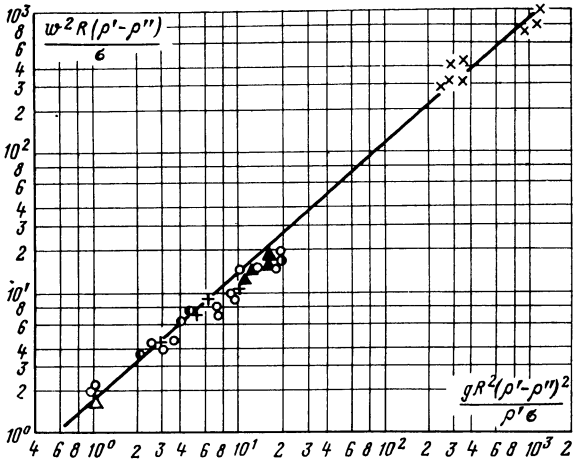


Рис. 2-10. Экспериментальные данные о скорости всплытия пузырей и капель в большом объеме жидкости.

Опыты: ○ — Б. К. Козлов, Л. М. Зысина—Моложен; ● — Кревелен (Krevelen); △ — В. А. Сахаров; ▲ — Р. М. Ладыженский; + — Н. П. Смирнов, В. Л. Рубан; × — ИТФ СО АН СССР; ◑ — циклогексан—воздух; ◐ — вода—водород.

предложенной Паблсом и Гарбером для описания результатов их опытов в области значений чисел $4\,Ar_{ж}^{0,4} < Re < 3\,Ar_{ж}^{0,5}$.

На рис. 2-10 показан ряд экспериментальных данных в координатах, соответствующих формуле (2-32). Как видно, данные о газовых пузырях вполне удовлетворительно группируются вокруг некоторой прямой. В то же время данные о каплях существенно от нее отклоняются.

2-5. ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ СОСУДА

На рис. 2-11 показана схема движения пузыря в сосуде с соизмеримым диаметром. Элементарная теория, предложенная В. В. Померанцевым и С. Н. Сыркиным, сводится к следующему. При своем движении вверх сферический пузырь освобождает в круглой трубе

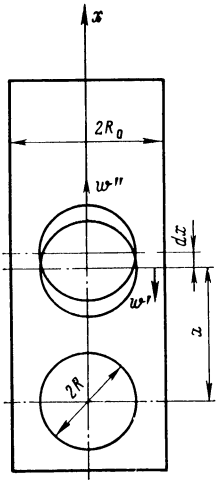


Рис. 2-11. Схема к задаче о движении пузыря в трубе.

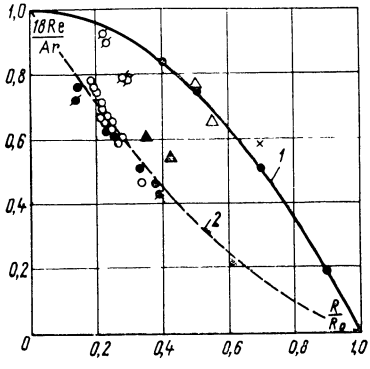


Рис. 2-12. Зависимость $Re(Ar; R/R_0)$ для капель жидкости в другой жидкой среде.

1 — расчет по формуле (2-37); *2* — кривая, проведенная по экспериментальным точкам.

пространство, равное $\pi R^2 dx$, заполняемое втекающей в нее жидкостью. Отсюда

$$\pi R^2 dx = -w'\pi (R_0^2 - R^2)\, dt, \qquad (2\text{-}34)$$

где R — радиус пузыря и R_0 — внутренний радиус трубы.

Замечая, что абсолютная скорость всплытия пузыря относительно стенок сосуда $w'' = dx/dt$, получаем:

$$w'' = w'\left[1 - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\right]. \qquad (2\text{-}35)$$

Соответственно относительная скорость

$$w = w'' - w' = \frac{w''}{1 - \left(\frac{R}{R_0}\right)^2}; \qquad (2\text{-}36)$$

$$w'' = w''_\infty \left[1 - \left(\frac{R}{R_0}\right)^2\right]. \qquad (2\text{-}37)$$

где w''_∞ — скорость всплытия в большом объеме жидкости ($R_0 \gg R$).

Эти формулы описывают уменьшение скорости всплытия пузыря только за счет перетекания невязкой жидкой среды, т. е. минимальное влияние стенок сосуда.

На рис. 2-12 приведены результаты опытов Н. М. Смирнова и В. Л. Рубана с каплями жидкости в жидкости для стоксовой области течения. Большинство экспериментальных точек показывает существенно более сильное влияние сосуда, чем то, которое следует из формулы (2-37). Опыты тех же авторов не выявляют заметного влияния стенок сосуда на движение больших капель.

Движение одиночных пузырей в маловязких жидкостях (т. е. в области квадратичного закона сопротивления) подчиняется закону (2-9). По опытам различных авторов множитель пропорциональности в данной ситуации равен 0,33—0,35.

Обзор ряда данных по этому поводу можно найти в книге Уоллиса.

2-6. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ОДИНОЧНЫХ КАПЕЛЬ И ПУЗЫРЕЙ

В одномерной постановке уравнение нестационарного движения капли можно записать в следующем виде:

$$V \operatorname{grad} p - \zeta \Omega \rho' \frac{w^2}{2} = \rho'' (1 + \xi) \frac{dw}{dt} + \psi w \frac{d}{dt} (\rho' V). \quad (2\text{-}38)$$

Здесь ξ — коэффициент увлечения несущей среды («присоединенной массы»); ψ — коэффициент реактивности, учитывающий неравномерность процесса фазового превращения по поверхности раздела фаз.

Для сферы коэффициент присоединенной массы $\xi = 0{,}5$, для диска, двигающегося перпендикулярно к своей плоскости, $\xi = 10$.

При полете капель жидкости в не очень плотном газе (например, при атмосферном давлении) $\rho' \gg \rho''$ и влиянием присоединенной массы можно пренебречь.

При движении пузырей газа в жидкости, как правило, учет присоединенной массы необходим.

Рассмотрим движение сферического пузыря постоянной массы под действием начальной скорости и архимедовой силы.

В области закона Стокса имеем:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 g(\rho' - \rho'') - 6\pi\mu' R w = \\ = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho''(1+\xi)\frac{dw}{dt}. \qquad (2\text{-}39)$$

При $t=0$ $w=w_0$ и после интегрирования имеем:

$$w = w_\infty - (w_\infty - w_0)\exp\left[-\frac{g|\rho' - \rho''|}{w_\infty \rho''(1+\xi)}t\right], \qquad (2\text{-}40)$$

где w_∞ определяется формулой (2-24).

Пробег пузыря ($t=0$, $x=0$) равен:

$$x = \int_0^t w\,dt = w_\infty t - \frac{w_\infty - w_0}{\varkappa}(1 - e^{-\varkappa t}), \qquad (2\text{-}41)$$

где $\varkappa$ — множитель при t в формуле (2-40).

Для квадратичного закона сопротивления ($\zeta=$ $=\text{const}$) получим:

$$w = \sqrt{\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2}}\,\text{th}\,(\sqrt{\varkappa_1\varkappa_2}\,t); \qquad (2\text{-}42)$$

$$x = -\frac{1}{2\varkappa_2}\ln(1 - \text{th}^2\sqrt{\varkappa_1\varkappa_2}\,t). \qquad (2\text{-}43)$$

Здесь

$$\varkappa_1 = g\left(\frac{\rho'}{\rho''} - 1\right);\ \varkappa_2 = \frac{3\zeta\rho'}{8R\rho'(1+\xi)}.$$

Расчеты показывают, что время нестационарного движения пузырей неизменной массы весьма мало. Так, например, время практического разгона пузыря с $R=$ $=0{,}1$ мм имеет порядок 10^{-5} с, а пузыря с $R=5$ мм — порядок 10^{-3} с.

2-7. ДВИЖЕНИЕ ОДИНОЧНОГО ПУЗЫРЯ В ЩЕЛЕВОМ КАНАЛЕ

В трубках малого диаметра, когда создается цепочка из элементов несмешивающихся фаз (рис. 2-13), гидравлическое сопротивление резко возрастает. Связано это явление с разным направлением деформации поверхностей раздела фаз с повышением давления в системе. Так, в случае смачивания стенки каплей жидкости повышение давления в направлении слева направо приводит к увеличению кривизны свободной поверхности слева и уменьшению кривизны свободной поверхности справа. Возникает сила, направленная навстречу



Рис. 2-13. Схема движения цепочки пузырей в тонкой трубке.

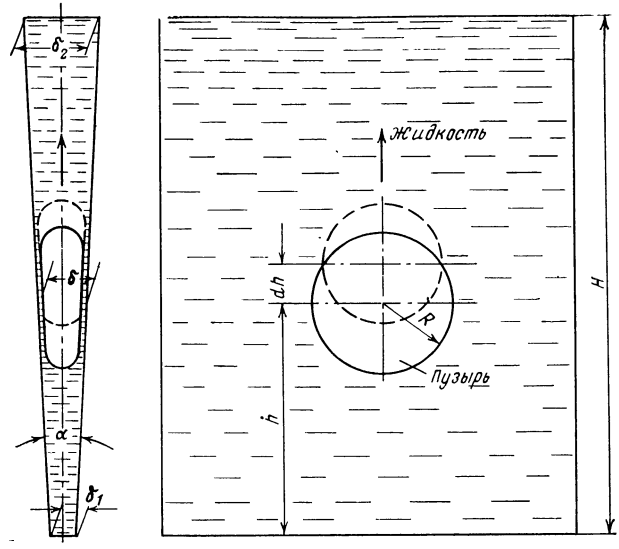


Рис. 2-14. Схема движения пузырей в щелевом канале.

действию гидродинамического давления. Аналогичный эффект возникает и при движении капли, не смачивающей стенку капилляра.

По данным Уеста о движении капель ртути в узких трубках сопротивление давления из-за неодинаковости кривизны границ раздела фаз не зависит от скорости течения.

В. А. Григорьев и Ю. И. Крохин исследовали движение одиночных газовых пузырей в щелевидных каналах, заполненных жидкостью. Схема такого движения показана на рис. 2-14.

На рис. 2-15 показаны результаты опытов по движению в плоскопараллельном щелевом канале. Отчетливо наблюдается выход на некоторую предельную скорость всплытия. Числа Рейнольдса, рассчитанные по ширине щели, были больше 200, и влияние вязкости жидкости на движение пузырей не отмечалось.

На рис. 2-16 показаны результаты обработки данных о предель-

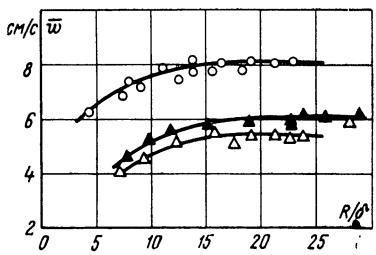


Рис. 2-15. Экспериментальные данные о движении газовых пузырей в щелевом канале.

○ — вода (δ=0,5 мм, g=9,8 м/с²);
▲ — этанол (δ=0,32 мм, g=9,8 м/с²);
△ — этанол (δ=0,46 мм, g=4,9 м/с²).

ных (максимальных) скоростях движения пузырей в безразмерных координатах

$$\frac{w^2_\infty}{g\delta}; \quad \frac{g\rho'\delta^2}{\sigma}, \tag{2-44}$$

где для плоскопараллельных каналов g—эффективное ускорение, создаваемое в системе соответствующими объемными силами (напри-

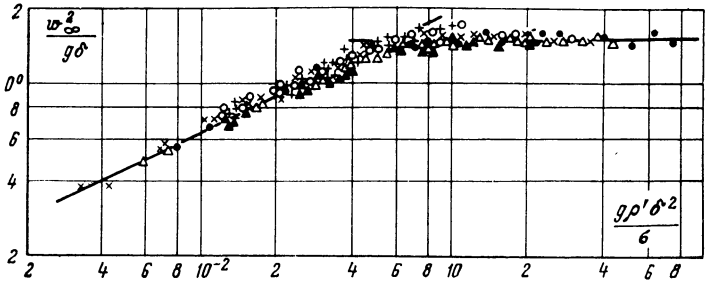


Рис. 2-16. Предельные (максимальные) скорости движения пузырей в щелевом канале.

× — вода (плоскопараллельные каналы); + — вода (клиновидные каналы); △ — этанол (плоскопараллельные каналы); ▲ — этанол (клиновидные каналы); ● — бензол (клиновидные каналы).

мер, гравитацией). Для клиновидных каналов авторы рекомендуют вводить величину

$$g_ж = g + 1{,}85\frac{\sigma \operatorname{tg}\alpha}{\rho'\delta^2}. \tag{2-45}$$

Вводя в (2-44) архимедову силу в явном виде (не считая $\rho'' \ll \rho'$), можно описать эти результаты формулами

$$\delta\sqrt{\frac{g(\rho'-\rho'')}{\sigma}} < 0{,}23, \quad w_\infty = 6{,}2g(\rho'-\rho'')\sqrt{\frac{\delta^3}{\rho'\sigma}}; \tag{2-46}$$

$$\delta\sqrt{\frac{g(\rho'-\rho'')}{\sigma}} > 0{,}23, \quad w_\infty = 1{,}5\sqrt{g\delta\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)}. \tag{2-47}$$

Формулы справедливы при $V^{1/3} > 10\delta$ и $Ar_ж > 10^8$.

2-8. ДВИЖЕНИЕ ПУЗЫРЬКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ

Если в жидкости имеется градиент температуры, то распределение последней на поверхности раздела фаз будет неравномерным. В результате возникнут градиенты коэффициента поверхностного натяжения. Со стороны более нагретых слоев жидкости величина σ будет меньше, а со стороны менее нагретых — больше. Соответственно возникнет разность лапласовских и давлений в противоположных точках пузыря. Возникает движение в направлении градиента лапласовского давления, т. е. в сторону более высоких температур. Этот

эффект особенно отчетливо проявляется в слабых гравитационных полях. Таким образом, например, в невесомости теплая стенка будет притягивать к себе пузырьки газа, находящиеся в жидкости, заполняющей некоторый сосуд.

Эта задача была рассмотрена Янгом, Гольдштейном и Блоком, В. М. Кузнецовым, Б. А. Луговцовым и Е. И. Шером. Последние



Рис. 2-17. Движение пузырька воздуха под влиянием градиента температуры в воде.

авторы получили следующее выражение для скорости движения пузырька в вязком режиме под влиянием градиента температуры:

$$w''_t = -\frac{2R}{6\mu' + 3\mu''}\frac{\partial\sigma}{\partial T}\frac{dT}{dx}. \qquad (2\text{-}48)$$

При $\mu' \gg \mu''$ или упрочнении границы раздела примесями:

$$w''_t = -\frac{R}{3\mu'}\frac{\partial\sigma}{\partial T}\frac{dT}{dx}. \qquad (2\text{-}49)$$

На рис. 2-17 показано движение пузырька воздуха диаметром 0,7 мм в горизонтальной трубке диаметром 2,5 мм, заполненной дистиллированной водой. На расстоянии нескольких миллиметров от пузырька помещался электрический нагреватель, создававший в воде градиент температуры. Как видно на фотографиях, пузырек, расширяясь вследствие испарения в него воды, движется в сторону нагревателя.

Глава третья

ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА В ЖИДКОСТЬ

3-1. РАЗМЕРЫ ПУЗЫРЯ, ОТРЫВАЮЩЕГОСЯ ОТ ОТВЕРСТИЯ

На рис. 3-1 показана форма капли, образующейся под действием силы тяжести на срезе круглого отверстия. При достижении некоторого предельного объема капли происходит разрыв шейки и соответствующее уменьшение поверхности раздела фаз. При малых скоростях истечения и малой вязкости окружающей среды гидродинамическим сопротивлением росту капли можно пренебречь и записать баланс сил в момент отрыва формулой

$$\frac{4}{3}\pi R_0^3 g(\rho' - \rho'') = 2\pi\varphi_0 R_1 \sigma. \quad (3\text{-}1)$$

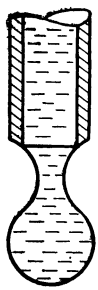


Рис. 3-1. Капля на срезе круглого отверстия.

Здесь R_0 — радиус капли в момент отрыва; R_1 — радиус отверстия; φ_0 — коэффициент сужения радиуса шейки перед началом процесса отрыва.

Отсюда

$$R_0 = \sqrt[3]{\frac{3\varphi_0 R_1 \sigma}{2g(\rho' - \rho'')}}. \quad (3\text{-}2)$$

На рис. 3-2 приведены опытные данные Н. И. Смирнова и С. Е. Полюты об истечении воздуха в различные жидкости.

Формула (3-2) удовлетворительно описывает эти эксперименты при $\varphi_0 = 2/3$. В действительности механизм истечения газа из отверстия даже при умеренных скоростях, когда на отверстии формируются отдельные пузыри, существенно сложнее. При малых плотностях газа скорость истечения может быть настолько велика,

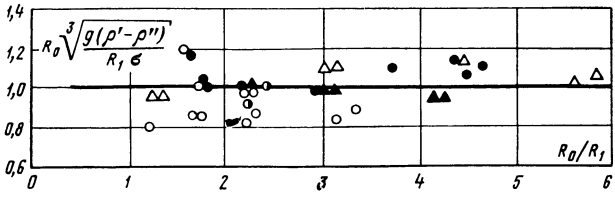


Рис. 3-2. Зависимость отрывного радиуса пузыря от радиуса отверстия и физических свойств жидкости.
○ — этиловый спирт, ● — бензол; △ — вода; ▲ — нитробензол.

что начинает проявляться влияние гидравлического сопротивления росту пузыря на отверстии и возникают эффекты, связанные со сжимаемостью газа.

3-2. СКОРОСТЬ ИСТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ДОСТАТОЧНО БОЛЬШОЕ ОТВЕРСТИЕ

При малых расходах газа его истечение через отверстие будет происходить в виде отдельных пузырей, как показано на схеме рис. 3-3. Если пренебречь силами инерции, то работа образования пузыря слагается из работы на изменение свободной поверхности раздела фаз и работы против силы гидравлического сопротивления перемещению этой границы при росте пузыря на отверстии.

При сферической форме поверхности раздела работа против силы поверхностного натяжения равна:

$$dL_\sigma = 8\pi\sigma R dR. \qquad (3\text{-}3)$$

Элементарная работа против сил гидравлического сопротивления равна:

$$dL_S = \zeta \frac{\rho' w^2}{2} \pi R^2 dR, \qquad (3\text{-}4)$$

где w — относительная скорость перемещения границы раздела.

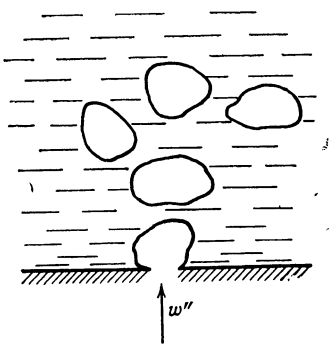


Рис. 3-3. Схема дискретного гравитационного истечения легкой фазы в тяжелую.

При слабой конвекции жидкости

$$w \approx \frac{dR}{dt}. \tag{3-5}$$

Из уравнения сплошности течения газа имеем:

$$\pi R^2{}_1 w''_1 dt = 4\pi R^2 dR, \tag{3-6}$$

где w''_1 — скорость течения газа в отверстии радиусом R_1.

Отсюда

$$\frac{dR}{dt} = \frac{w''_1}{4}\left(\frac{R_1}{R}\right)^2. \tag{3-7}$$

В свою очередь скорость истечения через отверстие связана со скоростью истечения через наиболее узкое

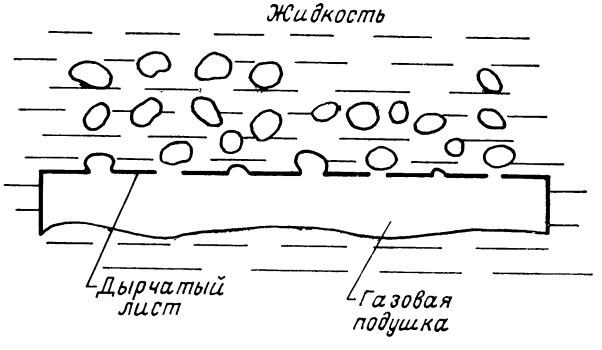


Рис. 3-4. Схема работы погруженного дырчатого листа.

сечение шейки растущего пузыря w''_* коэффициентом сужения:

$$w''_1 = \varphi^2{}_0 w''_*. \tag{3-8}$$

Величина максимальной скорости истечения определяется перепадом давления, под воздействием которого происходит истечение газа в пузырь (с точностью до коэффициента истечения):

$$w''_* \approx \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho''}}. \tag{3-9}$$

Если истечение происходит под действием разности плотностей через дырчатый лист с газовой подушкой (рис. 3-4), то

$$\Delta p = g(\rho' - \rho'')(\delta + R), \tag{3-10}$$

где δ — толщина газовой подушки.

Из формулы (3-9) сразу следует, что при малых плотностях газа роль гидравлического сопротивления в формировании пузыря может быть существенной.

Отношение элементарных работ против сил поверхностного натяжения и гидравлического сопротивления равно [см. (3-3)—(3-5) и (3-7)]:

$$\frac{dL_\sigma}{dL_S} \approx \frac{256\sigma R^3}{\zeta\rho' w_1''^2 R_1^4}. \qquad (3\text{-}11)$$

Отсюда, например, для истечения воздуха в воду при $w''_1=1$ м/с, $\rho'=100$ кг/м^3, $\sigma=7$ Н/м, $R_1=3\cdot10^{-3}$ м, $R=R_1$ и $\zeta=0{,}4$ значение L_σ на порядок больше L_S.

В области ползущего (стоксова) течения $\zeta>12$ и учет гидравлического сопротивления росту пузыря необходим. Следует учитывать это обстоятельство при истечении под вакуумом и при истечении очень легких газов при околоатмосферном давлении.

Работа образования пузыря совершается за счет потери кинетической энергии втекающего в него газа

$$L=\frac{\pi}{2}R_1^2\rho''\int_0^{t_1}\frac{w_1''^3}{\varphi^4}dt. \qquad (3\text{-}12)$$

Работа сил поверхностного натяжения за время формирования пузыря, с точностью до сферичности его формы, равна:

$$L_\sigma=\int_0^{R_0}dL_\sigma=4\pi R_0^2\sigma. \qquad (3\text{-}13)$$

Совмещая эти две формулы, находим, что

$$\left(\frac{R_0}{R_1}\right)^2=\frac{\rho''}{8\sigma}\int_0^{t_1}\frac{w_1''^3}{\varphi^4}dt. \qquad (3\text{-}14)$$

Средняя расходная скорость через отверстие равна:

$$\bar{w}''_1=\frac{1}{t_1}\int_0^{t_1}w''_1dt, \qquad (3\text{-}15)$$

а время формирования пузыря —

$$t_1=\frac{4R_0^3}{3R_1^2\bar{w}''_1}. \qquad (3\text{-}16)$$

Средняя расходная скорость легкой фазы от начала формирования одного пузыря до возникновения следующего равна:

$$\bar{w}'' = \frac{t_1 \bar{w}''_1}{t_1 + t_2}, \qquad (3\text{-}17)$$

где t_2 — время индукции, т. е. промежуток времени между моментом отрыва данного пузыря и моментом начала роста следующего.

Допустим, что

$$\frac{dR}{dt} = ct^m. \qquad (3\text{-}18)$$

Тогда

$$R = \frac{ct^{m+1}}{m+1}; \quad w''_1 = \frac{4c^3 t^{3m+2}}{R^2_1 (m+1)^2}. \qquad (3\text{-}19)$$

Из (3-15) и (3-16) следует, что

$$w''_1 = 3\bar{w}''_1 (m+1) \left(\frac{t}{t_1}\right)^{3m+2}. \qquad (3\text{-}20)$$

Подставляя это выражение в (3-14) с точностью до коэффициента сужения, имеем:

$$\bar{w}'' \approx \xi \sqrt{\frac{2}{9} \frac{9m+7}{(m+1)^3} \frac{\sigma}{\rho'' R_0}}, \qquad (3\text{-}21)$$

где $\xi = t_1/(t_1 + t_2)$.

Подставляя в эту формулу значение R_0 из формулы (3-2), получим:

$$\frac{\bar{w}'' \sqrt{\rho''}}{\sqrt[4]{\sigma g (\rho' - \rho'')}} \approx c_* \xi \sqrt[12]{\frac{\sigma}{g (\rho' - \rho'') R^2_1}}, \qquad (3\text{-}22)$$

где

$$c_* = 0{,}44 \frac{(9m+7)^{1/2}}{(m+1)^{3/2}}.$$

Значения c_* приведены в табл. 3-1.

Таблица 3-1

Значения коэффициента c_* в формуле (3-22) для некоторых законов истечения

Закон истечения	$\frac{dR}{dt}$	R	c_*
$\Delta p \sim R^4$	const	$\sim t$	1,16
$\Delta p \sim R$	$\sim R^{-2}$; $\sim t^{-2/3}$	$\sim t^{1/3}$	2,28
Δp=const	$\sim R^{-3/2}$; $\sim t^{-3/5}$	$\sim t^{2/5}$	3,50

3-3. ОБРАЗОВАНИЕ УСТОЙЧИВОЙ ГАЗОВОЙ ПОДУШКИ ПОД ОТВЕРСТИЕМ ДЫРЧАТОГО ЛИСТА

Одной из практически важных задач гидравлики газожидкостных систем является вопрос об устойчивом режиме работы горизонтального дырчатого листа, через который пар (газ) барботирует в слой жидкости (рис. 3-4). В этом случае устойчивая подача газа имеет место при образовании под дырчатым листом сплошного слоя газа.

Очевидно, что условие устойчивого существования газовой подушки можно записать в виде

$$\bar{w}'' \geqslant \bar{w}''_m, \tag{3-23}$$

где $\bar{w}''_m$ — минимальная расходная скорость, соответствующая непрерывному истечению пузырей.

Этому условию соответствует значение времени индукции $t_2=0$ ($\xi=1$), которое входит в область применимости формулы (3-22). В данном случае критерий устойчивости работы дырчатого листа (1-59) имеет вид:

$$k = \frac{\bar{w}''_m \sqrt{\rho''}}{\sqrt[4]{\sigma g (\rho' - \rho'')}}, \tag{3-24}$$

или, учитывая (3-22),

$$k = \text{const} \sqrt[12]{\frac{\sigma}{g (\rho' - \rho'') R^2_1}}. \tag{3-25}$$

Из формулы (3-22) следует, что при отсутствии заметного гидравлического сопротивления росту пузыря скорость прохода легкой фазы через отверстие слабо зависит от радиуса отверстия, коэффициента поверхностного натяжения, но существенно уменьшается с ростом плотности легкой фазы (т. е. в случае газа, с ростом давления).

Давление в газовой подушке складывается из давления жидкости на уровне дырчатого листа, перепада давления в отверстиях и избыточного давления, создаваемого в пузыре поверхностным натяжением:

$$p_{\text{под}} \approx p + \frac{2\sigma}{R} + \zeta_{\text{отв}} \frac{\rho'' w''^2_1}{2}. \tag{3-26}$$

Разность давлений $\Delta p = \bar{p}_{\text{под}} - \bar{p}$, где усреднение произведено за промежуток времени t_1+t_2, уравновешивается в свободно затопленном листе разностью гидростатических давлений на уровне листа и на уровне нижней поверхности газовой подушки.

Отсюда толщина газового слоя

$$\bar{\delta}_{\text{под}} \approx 2\sqrt[3]{\frac{\sigma^2}{g^2(\rho'-\rho'')^2 R_1}+\frac{\zeta_{\text{отв}}\rho''\bar{w}''^2}{2g(\rho'-\rho'')}}. \qquad (3\text{-}27)$$

Минимальная толщина устойчивой газовой подушки под дырчатым листом соответствует условию $\bar{w}''=\bar{w}''_m$.

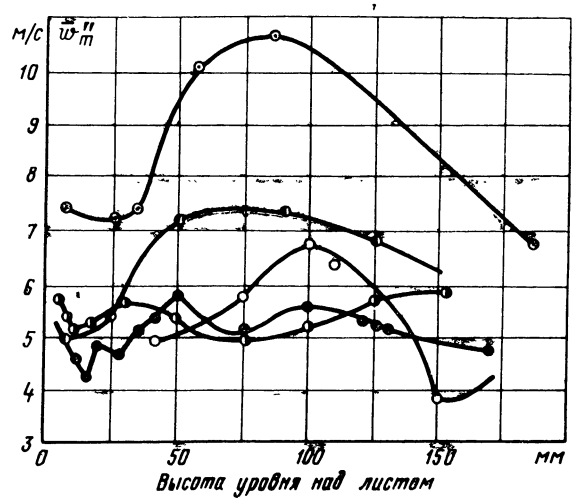


Рис. 3-5. Зависимость величины $\bar{w}''_m$ от уровня жидкости по опытам с барботажем воздуха через воду под атмосферным давлением. R_1, мм: ◎ — 12; ◐ — 10; ◑ — 8; ● — 5; ○ — 3.

Однако практически характеристики барботируемого (динамического) слоя жидкости имеют устойчивые значения только при достаточно больших его толщинах. Объясняется это тем, что периодичность возникновения пузырей вызывает значительные колебания тонкого слоя жидкости, причем может возникать резонанс, приводящий к резкому нарушению устойчивости смеси.

Приведенные на рис. 3-5 результаты опытов А. К. Блинова по определению величины $\bar{w}''_m$ при малых высотах слоя жидкости над дырчатым листом показывают, что заметные колебания имеют место в слоях толщиной 100—150 мм. Поэтому достаточно устойчивыми можно считать слои толщиной

$$\delta' > 10^2\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho'-\rho'')}}. \qquad (3\text{-}28)$$

Рис. 3-6. Фотография процесса гравитационного истечения газа в жидкость.

Показанная на рис. 3-6 фотография истечения газа через одиночное отверстие дырочного листа (опыты А. К. Блинова и С. М. Бродерзона) подтверждает дискретный характер движения легкой фазы в непосредственной окрестности отверстия.

На рис. 3-7 дано сопоставление расчетов с экспериментом по формуле (3-22) при $c_* = 1{,}16$. Как видно, изложенная выше элементарная теория истечения газа в жидкость с малыми скоростями (когда газовая фаза формируется в виде отдельных пузырей) не только хорошо отображает качественную сторону этого сложного явления, но и дает достаточно правильные количественные результаты.

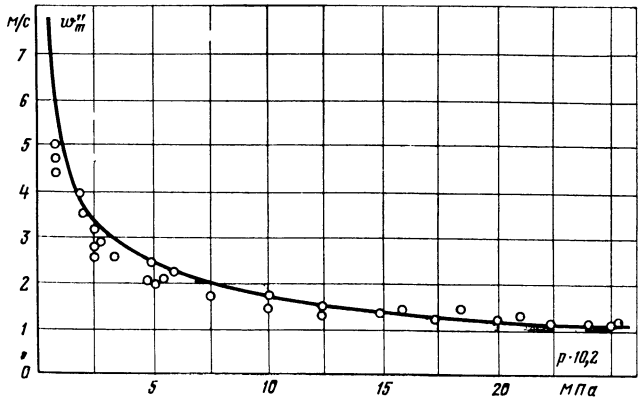


Рис. 3-7. Сопоставление расчетов по формуле (3-22) с опытными данными К. А. Блинова.

3-4. ИСТЕЧЕНИЕ В ВЯЗКУЮ СРЕДУ

Подставляя в (3-4) значение ζ по закону Стокса и отождествляя величину w со скоростью роста пузыря, получим:

$$dL_S = 6\pi\mu' R \frac{dR}{dt}\, dR. \tag{3-29}$$

При $dR/dt = \text{const}\,(m = 0)$ имеем:

$$\left.\begin{aligned} R = \frac{dR}{dt}\, t;\ \frac{dR}{dt} = \sqrt[3]{\frac{w''_1 R^2_1}{4t^2}};\\ w''_1 = 3\bar{w}''_1 \left(\frac{t}{t_1}^2\right) \end{aligned}\right\} \tag{3-30}$$

Подставляя эти выражения в (3-29) и интегрируя, имеем:

$$L_S = 6\pi\mu' \left(\frac{dR}{dt}\right)^3 \int_0^{t_1} t\, dt = \frac{9}{4}\pi\mu'\bar{w}''_1 R^2_1. \tag{3-31}$$

Далее, принимая во внимание (3-12) и последнее соотношение (3-30), находим с точностью до φ_0, что

$$L = L_\sigma + L_S = \frac{27\pi R^2_1 \rho'' w''^3_1}{2t^6_1} \int_0^{t_1} t^6 dt = \frac{18\pi}{7}\rho''\bar{w}''^2 R^3_0. \tag{3-32}$$

Решая это уравнение после подстановки в него значений L_σ, полученного из (3-13) и L_S из (3-31), находим следующее выражение для средней скорости истечения через отверстие:

$$\bar{w}'' = \xi\left[\frac{7\mu' R^2_1}{16\rho'' R^3_0} + \sqrt{\frac{49\mu'^2 R^4_1}{256\rho''^2 R^6_0} + \frac{14\sigma}{9\rho'' R_0}}\right]. \tag{3-33}$$

При $\mu' = 0$ эта формула переходит в формулу (3-21).

Вязкость жидкости влияет не только на скорость истечения газа через отверстие, но и на величину отрывного диаметра пузыря. Приближенно это влияние можно учесть введением в формулу (3-1) еще одного члена, учитывающего вязкое трение. Имеем:

$$\frac{4}{3}\pi R^3_0\, g(\rho' - \rho'') \approx 2\pi R_1\sigma + 6\pi\mu' R_0 \left(\frac{dR}{dt}\right)_{R_0}. \tag{3-34}$$

Принимая во внимание, что

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_{R_0} = \frac{3}{4}\bar{w}''_1\left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2. \qquad (3\text{-}35)$$

получим:

$$\frac{R_0}{R_1} = \sqrt[3]{\frac{3\sigma}{2g(\rho'-\rho'')R^2_1} + \frac{27\mu'\bar{w}''_1}{8g(\rho'-\rho'')R_1R_0}}, \qquad (3\text{-}36)$$

где $\bar{w}''_1 = \bar{w}''_m/\xi$.

Таким образом, вязкость (вернее, гидравлическое сопротивление росту газового пузыря) увеличивает отрывной диаметр пузыря.

Опыты А. К. Блинова подтверждают этот вывод.

3-5. ИСТЕЧЕНИЕ ПРИ КВАДРАТИЧНОМ ЗАКОНЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Оценим влияние гидравлического сопротивления на отрывной радиус газового пузыря достаточно большого размера.

Аналогично (3-34) эта оценка может быть записана в виде соотношения

$$\frac{4}{3}\pi R^3_0 g(\rho'-\rho'') \approx 2\pi R_1\sigma + \pi R^2_0\frac{\zeta\rho'}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2_{R_0}, \qquad (3\text{-}37)$$

где коэффициент сопротивления ζ считается постоянным.

Используя зависимости (3-35) и (3-9), получим:

$$\frac{R^3_0 g(\rho'-\rho'')}{R_1\sigma} \approx \frac{3}{2} + \frac{27\zeta}{64}\frac{\rho' R^3_1\Delta p}{\rho''\sigma R^2_0}. \qquad (3\text{-}38)$$

Как видно, отрывной объем пузыря возрастает с уменьшением плотности газа при прочих равных параметрах.

Мерой этого влияния является критерий

$$\tilde{\Delta p} = \frac{\rho'\Delta p R_1}{\rho''\sigma}. \qquad (3\text{-}39)$$

При больших скоростях подачи легкой фазы пузырь (капля) формируется не непосредственно на отверстии, а на конце вытянутой струи (рис. 3-8). По расчетам Ю. А. Буевича и В. В. Буткова этот тип истечения имеет место при $\tilde{\Delta p} > 4$. Большому напору, т. е. значитель-

ному расходу газа через отверстие, соответствует стабилизация частоты образования пузырей, как это видно на рис. 3-9 по данным тех же авторов.

На рис. 3-10 приведены результаты измерений расстояний между отделяющимися и всплывающими пузырями l в режиме насыщения[1]. Следует обратить внима-



Рис. 3-8. Формирование пузыря (*а*) и капли (*б*) при значительных скоростях истечения из отверстия (цифры на фотографиях указывают последовательность процесса).

[1] Под режимом насыщения понимается такой режим, когда количество пузырей достаточно велико (т. е. пузыри всплывают не в свободном объеме), но не настолько, чтобы они взаимодействовали друг с другом.

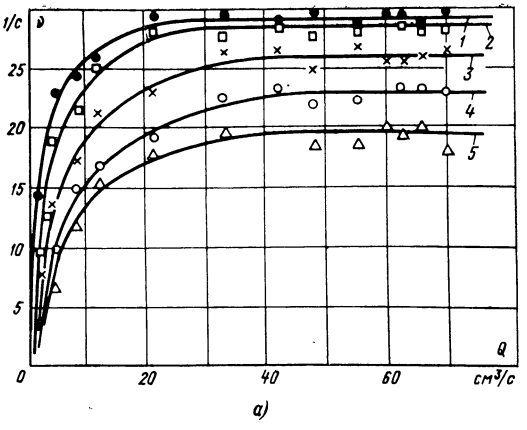
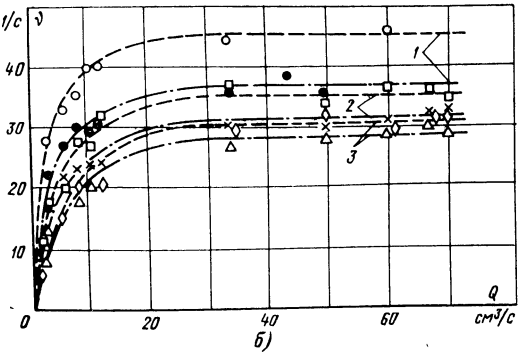


Рис. 3-9. Зависимость частоты отрыва пузырей ν от расхода газа Q при диспергировании в воду (сплошные линии), в этиловый спирт (штриховые линии) и в этиленгликоль (штрихпунктирные линии).

1 — $2R_1$=2 мм; *2* — 4 мм; *3* — 6 мм; *4* — 8 мм; *5* — 10 мм.



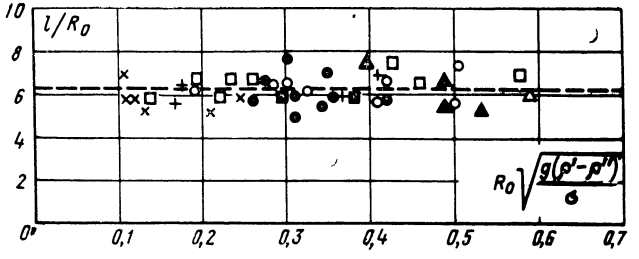


Рис. 3-10. Расстояние между отделяющимися от отверстия и всплывающими пузырями в режиме насыщения.

Этанол: × — Δp=98,1 кПа, + — Δp=43,2 кПа. Бензол: □ — Δp=98,1 кПа; ■ — Δp=36,8 кПа; ▲ — Δp=19,6 кПа. Вода: ◍ — Δp=98,1 кПа; ○ — Δp=64,7 кПа; △ — Δp=26,5 кПа.

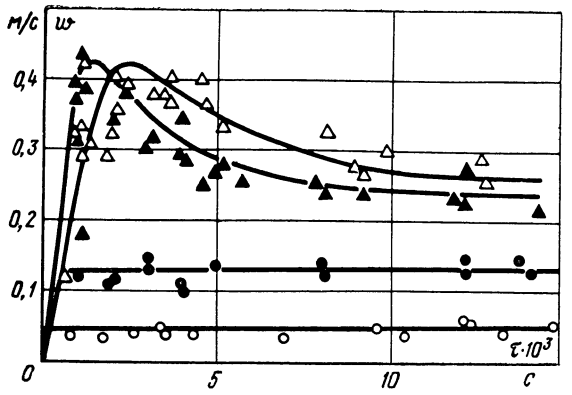


Рис. 3-11. Скорости лобовой и кормовой зон свободно всплывающих пузырей после их отрыва от отверстия.

Лобовая точка: ● — азот; ○ — гелий; кормовая точка; ▲ — азот; △ — гелий.

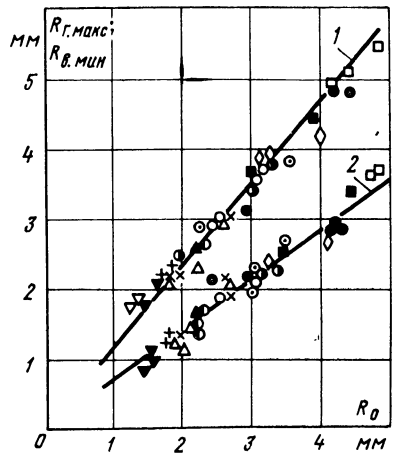


Рис. 3-12. Деформации газового пузыря непосредственно после отрыва от отверстия.

1 — горизонтальный максимальный размер $R_{г.макс}$; 2 — вертикальный минимальный размер $R_{в.мин}$. ◇ — гелий — вода, p=0,098 МПа; ● — гелий — вода, p=0,785 МПа; ○ — гелий — вода, p=1,57 МПа; ◐ — гелий — вода, p=4 МПа; □ — водород — вода, p=0,098 МПа; ◑ — азот — вода, p=0,098 МПа; △ — азот — вода, p=1,57 МПа; ▲ — азот — вода, p=4 МПа; ■ — аргон — вода, p=0,098 МПа; ▽ — аргон — вода, p=1,08 МПа; × — аргон — вода, p=1,57 МПа. Барботаж жидкости ее паром: + — ацетон, p=0,098 МПа; ▼ — бензол, p=0,098 МПа; ⊙ — вода, p=0,098 МПа.

ние на то, что это расстояние имеет порядок длины капиллярных волн.

На рис. 3-11 приведены графики скоростей движения лобовой и кормовой зон пузырей после их отрыва от отверстия по данным из того же цикла исследований С. С. Кутателадзе и И. Г. Маленкова. Наблюдается отчетливый всплеск скорости перемещения кормовой зоны пузыря вслед за его отрывом от отверстия, обусловленный эффектом замыкания пузыря поверхностью раздела фаз.

На рис. 3-12 показан эффект деформации газового пузыря непосредственно после отрыва от отверстия.



Рис. 3-13. Фотография пульсации газового пузыря.

В наблюдаемых пульсациях формы пузыря фиксировались минимальный размер пузыря в вертикальной плоскости и максимальный размер в горизонтальной плоскости. Видна отчетливая линейная зависимость этой величины от отрывного радиуса пузыря.

На рис. 3-13 воспроизведена одна из фотографий такой пульсации.

3-6. РЕЖИМ ОТТЕСНЕНИЯ ЖИДКОСТИ ОТ ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

При определенной скорости барботажа через проницаемую поверхность жидкость оттесняется от этой поверхности, отделяясь слоем газа. Фотография этого явления показана на рис. 3-14. Рассмотрим условия устойчивого существования слоя газа, отделяющего горизонтальную проницаемую поверхность от взвешенной над ней невязкой жидкости (рис. 3-15).

Условие равновесия динамического напора газа и архимедовой силы, действующих на взвешенный слой жидкости, имеет вид:

$$\rho'' \frac{w''^2}{2} \approx g(\rho' - \rho'')\delta, \qquad (3\text{-}40)$$

где δ — средняя толщина газового слоя под пористой поверхностью. Если размер пористой поверхности намно-



Рис. 3-14. Фотография оттеснения жидкости от проницаемой поверхности.

а — на прямоугольной пористой пластине; *б* — на круговой пористой пластине.

го больше диаметра отверстий, то возникновение оттеснения или начало разрушения газового слоя равновероятно в любой части этой поверхности. Поэтому характерными линейными размерами в данном случае являются постоянная Лапласа и толщина возникающего устойчивого слоя

$$\delta \approx \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}. \qquad (3\text{-}41)$$

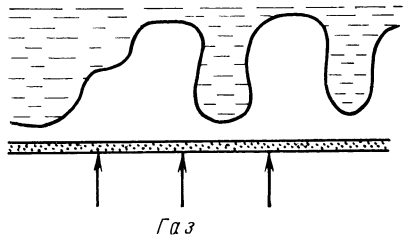


Рис. 3-15. Схема газового слоя при оттеснении жидкости от проницаемой поверхности.

Значение скорости барботажа, соответствующее возникновению устойчивого газового слоя, т. е. эффекта оттеснения жидкости от проницаемой твердой стенки, назовем критическим. Тогда из (3-40) и (3-41) следует критерий

$$k = \frac{w''_{кр}\sqrt{\rho''}}{\sqrt[4]{\sigma g(\rho' - \rho'')}}. \qquad (3\text{-}42)$$

Если нет никаких других силовых взаимодействий, то этот критерий должен иметь некоторое постоянное значение. Таким образом, простейшее условие оттеснения имеет вид:

$$w''_{кр}\sqrt{\rho''} = k\sqrt[4]{\sigma g(\rho' - \rho'')}, \qquad (3\text{-}43)$$

где k — константа.

Эксперименты С. С. Кутателадзе и И. Г. Маленкова показали, что в маловязких жидкостях, когда влияние

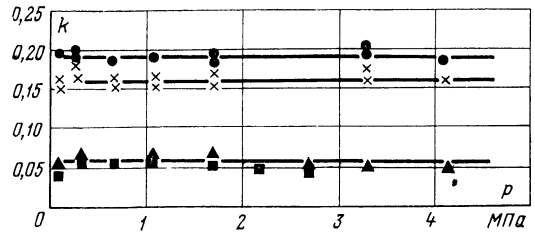


Рис. 3-16. Зависимость критерия k от давления и молекулярной массы газа M при барботаже через воду.
● — аргон (M=39,9); × — азот (M=28); ▲ — гелий (M=4); ■ — водород (M=2).

критерия Ar_* практически не проявляется, критерий k заметно зависит от молекулярной массы вдуваемого газа при прочих неизменных условиях. Если этот факт связать с проявлением сжимаемости газовой фазы и связанными с этим пульсациями границы раздела фаз, то критерий устойчивости двухфазного граничного слоя k должен быть в данном случае функцией критерия (3-39).

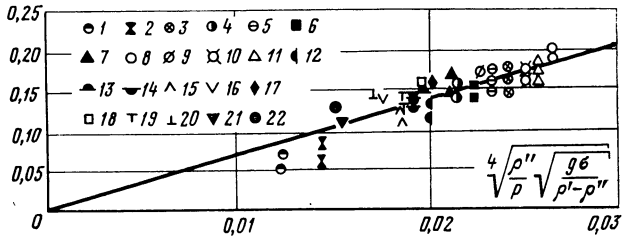


Рис. 3-17. Экспериментальные данные об оттеснении жидкости при барботаже через горизонтальную проницаемую поверхность в обобщенных координатах (3-44).

Барботаж при p=0,1÷4,12 МПа. *1* — водород — вода; *2* — гелий — вода; *3* — азот — вода; *4* — азот — этанол; *5* — аргон — этанол.
Кипение: *6* — этанол, p=0,098 МПа; *7* — этанол, p=0,98 МПа; *8* — пентан, p=0,098 МПа; *9* — гептан, p=0,098 МПа; *10* — пропан, p=0,098 МПа; *11* — бензол, p=0,098 МПа; *12* — метанол, p=0,98 МПа; *13* — метанол, p=1,96 МПа; *14* — метанол, p=2,94 МПа; *15* — метанол, p=4,9 МПа; *16* — метанол, p=5,88 МПа; *17* — вода, p=0,02 МПа; *18* — вода, p=0,098 МПа; *19* — вода, p=4,41 МПа; *20* — вода, p=5,39 МПа; *21* — вода, p=18,6 МПа; *22* — вода, p=21,6 МПа.

На рис. 3-16 приведены экспериментальные данные о барботаже различных газов через воду. Как видно, для каждого газа автомодельность критерия устойчивости k от давления выполняется вполне удовлетворительно. Однако абсолютные значения множителя пропорциональности в формуле (3-43) отчетливо расслаиваются по молекулярным массам — чем больше молекулярная масса барботирующего жидкость газа, тем выше значение k.

На рис. 3-17 приведены результаты экспериментов с различными парами газ — жидкость, обработанные в виде связи между критерием устойчивости и критерием сжимаемости. Опытные данные группируются вокруг некоторой линии, которая может быть описана формулой

$$k \approx 7\left(\frac{\rho''}{p}\right)^{1/4}\left[\frac{g\sigma}{(\rho'-\rho'')}\right]^{1/8}. \qquad (3\text{-}44)$$

На том же графике нанесены некоторые данные о возникновении режима пленочного кипения в большом объеме насыщенной жидкости. Совпадение законов, описывающих эти два внешне разных явления, будет рассмотрено в главе, посвященной гидродинамической теории кризисов кипения.

В этих опытах фиксация критических режимов производилась по изменению электрического сопротивления пристенного двухфазного слоя и по изменению зависимости объемного расхода газа от перепада давления в системе пористая пластина — граничный слой при барботаже неэлектропроводных жидкостей.

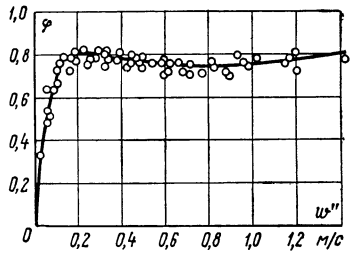


Рис. 3-18. Газосодержание пристенного барботируемого слоя по опытам с парой азот — вода.

Измерение электрического сопротивления позволяет получать данные о степени насыщения слоя газом. На рис. 3-18 приведены результаты опытов по барботажу воды азотом. Отчетливо наблюдается область более или менее стабильного газосодержания $\varphi \approx 0{,}65 \div 0{,}75$ при околокритических режимах вдува газа.

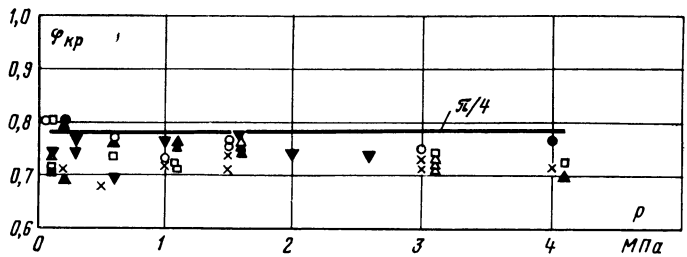


Рис. 3-19. Газосодержание пристенного слоя в околокритическом режиме до возникновения оттеснения.

Барботаж воды: × — азот; О — аргон; □ — гелий; ▼ — водород. Барботаж эталона: ▲ — аргон; △ — азот; ■ — гелий.

На рис. 3-19 приведены соответствующие данные для газосодержания пристенного слоя в околокритическом режиме до момента оттеснения жидкости. Как видно, эта величина мало зависит как от давления, так и от физических свойств газа и жидкости.

3-7. СТРУЙНОЕ ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА В ЖИДКОСТЬ

Истечение газа из одиночного отверстия при больших скоростях барботажа отличается от того, которое наблюдается на проницаемых поверхностях. Наблюдаемое визуально струйное истечение на самом деле является весьма сложным.



Рис. 3-20 Истечение через отверстие в тонкой стенке при умеренных скоростях.

На рис. 3-20 и 3-21 показаны фотографии истечения газа в жидкость через отверстие в тонкой стенке, полученные А. С. Васильевым, В. С. Талачевым, В. П. Павловым и А. Н. Плановским. Видна очень сложная, существенно нестационарная картина движения газа. Соответствующая картина течения жидкой фазы на этих фотографиях не видна.

По наблюдениям авторов, возможно проникновение пузырей друг в друга и образование конгломератов с относительным внутренним движением. Дискретный характер истечения газа в жидкость имеет место при

весьма значительных скоростях на срезе одиночного отверстия.

Наблюдается также определенная перемежаемость дискретного и струйного истечения. Так же, как и в опытах И. Г. Маленкова, наблюдается ускоренное движение кормовой области оторвавшихся от отверстия (сопла) пузырей.



Рис. 3-21. Истечение через отверстие в тонкой стенке при больших скоростях.

При больших скоростях истечения вихревые движения жидкости в зоне проникновения газа усиливаются и вызывают дробление газовой струи на границе раздела фаз.

На рис. 3-22 приведена зависимость двух характерных размеров пульсирующего пузыря, аналогичная приведенной на рис. 3-12 для малых скоростей истечения. Наблюдается отчетливая зависимость как от скорости истечения из среза отверстия, так и от его радиуса. Можно отметить, что в первом приближении характерные размеры деформированного пузыря пропорциональны радиусу отверстия.

На рис. 3-23 приведены данные о зависимости частоты образования пузырей от радиуса отверстия и скорости истечения газа. Частота уменьшается с уменьше-

нием радиуса отверстия. Истечение газа создает интенсивную циркуляцию жидкости, которая в свою очередь воздействует на всплывающие пузыри. Последние, сливаясь, увеличивают свои размеры и образуют газожидкостные структуры случайной формы.

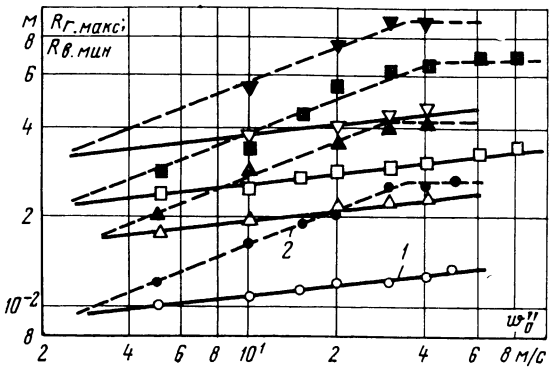


Рис. 3-22. Размеры пульсирующего пузыря в зависимости от скорости истечения и радиуса отверстия.

Сплошные линии — $R_{г.макс}$: ○ — R_1=1 мм; △ — R_1=2 мм; □ — R_1=3 мм; ▽ — R_1=5 мм

Штриховые линии — $R_{в.мин}$: ● — R_1=1 мм, ▲ — R_1=2 мм; ■ — R_1=3 мм; ▼ — R_1=5 мм.

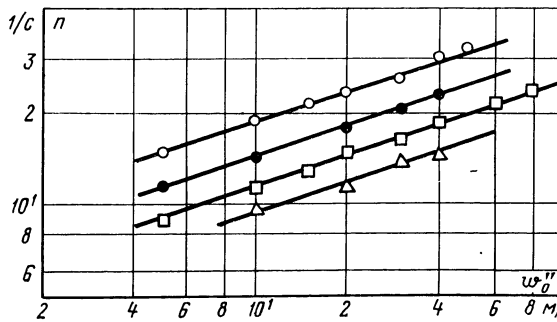


Рис. 3-23. Зависимость частоты образования пузырей от скорости истечения и радиуса отверстия.

○ — R_1=1 мм; ● — R_1=2 мм; □ — R_1=3 мм; △ — R_1=5 мм.

Данные измерений динамического напора в газовой струе, истекающей в жидкость, оказались близкими к данным об истечении затопленной струи (рис. 3-24).

Следовательно, в среднем струйный характер истечения все же имеет место в окрестности отверстия при больших начальных скоростях газовой фазы.

На рис. 3-25 показана схема истечения по данным А. С. Васильева и его соавторов.

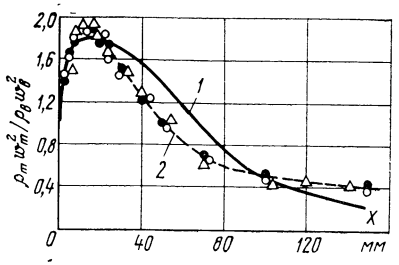


Рис. 3-24. Динамический напор в газовом факеле, образующемся при значительных скоростях истечения в жидкость (индекс «m» — значения на оси струи, «$в$» — в выходном сечении сопла; x — расстояние от выходного сечения).

1 — воздух — воздух; *2* — воздух — вода. ● — $h_{сл}$=300 мм; ○ — $h_{сл}$=200 мм; △ — $h_{сл}$=150 мм.

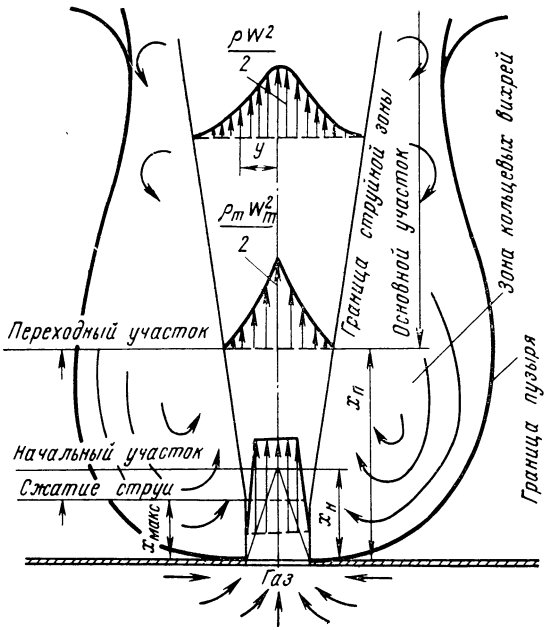


Рис. 3-25. Схема истечения газа в жидкость.

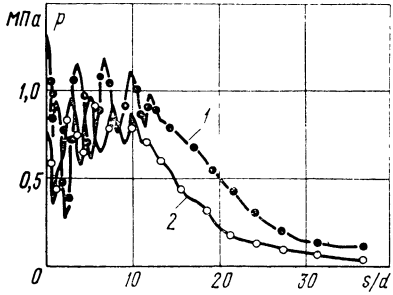


Рис. 3-26. Распределение давления вдоль факела сверхзвуковой струи газа, истекающей в жидкость (n — отношение давления в выходном сечении сопла к давлению в окружающей среде). $1 - n=1{,}5$; $2 - n=1{,}0$.

Сверхзвуковое истечение газа в жидкость приводит к формированию отчетливой сплошной струи, которая затем дробится в связи с падением скорости движения газа и воздействием возмущенного движения жидкости. Измерение давления вдоль оси таких струй, проведенное М. Г. Моисеевым (рис. 3-26), отчетливо показывает существование двух характерных областей течения. В первой имеют место резкие колебания полного напора, близкие к тем, которые имеют место в обычной сверхзвуковой струе газа, вытекающей в пространство, заполненное также газом. Далее имеет место плавное изменение полного напора.

3-8. РОСТ ПУЗЫРЯ НА НЕПРОНИЦАЕМОЙ СТЕНКЕ

Газовый пузырь может возникнуть и расти на твердой стенке или вследствие процесса диффузии растворенного газа, или в результате возникновения кипения жидкости. Первоначальное формирование пузыря происходит или вследствие прилипания к стенке пузырька, двигавшегося в жидкости, или вследствие роста пузырей на газовых зародышах, формирующихся в микровпадинах твердой стенки.

Элементарная теория отрывного размера пузыря для первого случая была дана Фритцем и С. Г. Телетовым. Схема задачи показана на рис. 3-27.

Сила поверхностного натяжения, пропорциональная периметру контакта, прижимает пузырь к стенке.

Сила Архимеда $F_A = gV(\rho' - \rho'')$ и динамический напор потока жидкости $\left(F_D = \zeta \frac{w'^2 \rho'}{2} 4\pi D\right)^2$ срывают пузырь. Таким образом, предполагается, что скорость роста пузыря настолько мала, что можно пренебречь гидравлическим сопротивлением.

Для сферического пузыря периметр смачивания пропорционален синусу угла смачивания и сила поверхностного натяжения у основания пузыря равна:

$$S_\sigma = \sigma \pi R \sin\theta. \qquad (3\text{-}45)$$

Таким образом, в данной ситуации появляется новая переменная — угол смачивания. Когда $\theta < \pi/2$, поверхность твердого тела смачивается жидкостью; при $\theta > \pi/2$ поверхность жидкостью не смачивается.

Для отрывного радиуса пузыря, медленно растущего на горизонтальной стенке в спокойной жидкости, элементарная теория дает:

$$R_0 \approx 0{,}01\theta \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}. \qquad (3\text{-}46)$$

Для больших скоростей течения, когда архимедовой силой можно пренебречь:

$$R_0 \approx \frac{\sigma \sin^2\theta}{\zeta \rho' w'^2}. \qquad (3\text{-}47)$$

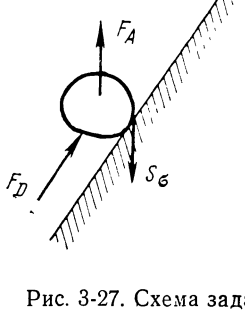


Рис. 3-27. Схема задачи об отрывном диаметре газового пузыря.

На рис. 3-28 дано сопоставление формулы (3-46) с опытными данными по росту пузырей водорода и водяного пара. Однако такое хорошее совпадение имеет место далеко не всегда, так как в большинстве случаев генерация газовой фазы происходит на микровпадинах, как показано схематически на рис. 3-29. В квазиравновесном термодинамическом состоянии возможность

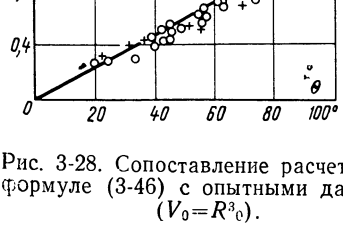


Рис. 3-28. Сопоставление расчетов по формуле (3-46) с опытными данными ($V_0 = R^3_0$).

+ — водород; О — водяной пар.



Рис. 3-29. Схема генерации парового пузыря в микровпадине поверхности нагрева.

существования парового пузыря определяется перегревом жидкости в зоне его формирования. Равновесная температура насыщения в сферическом паровом пузыре равна:

$$T''_R = T'' + \frac{dT''}{dP}\frac{2\sigma\rho'}{R(\rho' - \rho'')}, \tag{3-48}$$

где T'' — температура насыщения при данном давлении над плоскостью.

По формуле Клаузиуса—Клапейрона

$$\frac{dT''}{dp} = \frac{T''(\rho' - \rho'')}{r\rho'\rho''}, \tag{3-49}$$

где r — скрытая теплота парообразования. Полагая $T''_R - T'' = T_{ст} - T'' = \Delta T$, получаем минимальный радиус зародыша, соответствующий данному перегреву пристенного слоя жидкости:

$$R_{мин} \approx \frac{2T''\sigma}{r\rho''\Delta T}. \tag{3-50}$$

Порядок скорости роста парового пузыря в жидкости, полностью прогретой до температуры насыщения, можно оценить, исходя из модели теплового удара. Тепловой поток на границе раздела фаз связан со скоростью роста сферического пузыря уравнением

$$g_{гр} = r\rho''\frac{dR}{dt}. \tag{3-51}$$

При тепловом ударе, когда разность температур ΔT мгновенно прикладывается к слою неподвижной среды, плотность теплового потока имеет порядок

$$q \approx \Delta T\sqrt{\lambda c_p \rho / t}, \tag{3-52}$$

где λ — коэффициент теплопроводности и c_p — удельная теплоемкость среды.

Отсюда

$$\frac{dR}{dt} \approx \frac{c'_p \Delta T \rho'}{r\rho''}\left(\frac{a'}{t}\right)^{1/2}, \tag{3-53}$$

где $a'=\lambda'/(c'_p\rho')$ — коэффициент диффузии тепла в жидкой фазе (коэффициент температуропроводности жидкости).

Соответственно время формирования пузыря имеет порядок

$$\frac{a't_0}{R^2_0} \approx \frac{\mathrm{Ja}^2}{4}. \qquad (3\text{-}54)$$

Здесь

$$\mathrm{Ja} = \frac{c'_p\Delta T\rho''}{r\rho'} \qquad (3\text{-}55)$$

— критерий Якоба.

Таким образом, масштаб скорости роста паровых пузырей имеет порядок

$$\frac{R_0}{t_0} \approx \frac{a'}{R_0}\left(\frac{c'_p\Delta T\rho'}{2r\rho''}\right)^2, \qquad (3\text{-}56)$$

т. е. быстро убывает с ростом давления.

В целом процесс генерации паровых пузырей на случайно распределенных центрах парообразования новой фазы имеет вероятностный характер, что отчетливо показывают приведенные на рис. 3-30 данные Л. М. Зысиной-Моложен о распределении числа действующих центров парообразования по частоте возникновения паровых пузырей u.

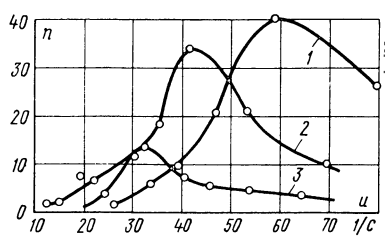


Рис. 3-30. Распределение центров парообразования по частоте их образования при кипении воды. *1* — 98,1 кПа; *2* — 191 кПа; *3* — 272 кПа

Рассматриваемому процессу посвящена обширная литература, частично приведенная в списке литературы к данной главе. В рамках данной монографии мы остановимся на некоторых гидродинамических аспектах процесса роста паровых пузырей.

Величина отрывного диаметра пузыря в покоящемся объеме насыщенной жидкости определяется уравнением равновесия сил поверхностного натяжения, архимедовой

и гидравлического сопротивления, аналогичным уравнению (3-37).

Зависимость между отрывным диаметром парового пузыря, растущего в большом объеме свободно конвектирующей жидкости, и средней скоростью его роста была экспериментально изучена Н. Н. Мамонтовой. Результаты этих опытов графически представлены на рис. 3-31 и находятся в полном соответствии с изложенными выше физическими представлениями.

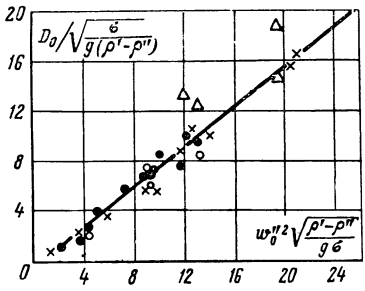


Рис. 3-31. Зависимость отрывного диаметра от средней скорости роста пузыря.
● — вода; × — спирт; О — бензол, △ — калий.

С. С. Кутателадзе и Н. Н. Мамонтовой было исследовано движение жидкости в окрестности растущего парового пузыря методом кинематографической съемки перемещения малых частиц, взвешенных в потоке кипящей жидкости. Картина течения оказывается в высшей степени сложной и показывает, что всякого рода схематизациями в данном случае следует пользоваться крайне осторожно.

На рис. 3-32 показаны траектории некоторых наблюдавшихся частиц при росте одиночного, не взаимодействующего с другими, парового пузыря на горизонтальной пластине. Цифры на траекториях и границе пузыря указывают порядковый номер кадра, например *1* соответствует зарождению пузыря и началу отсчета движения частиц. Интервал времени между всеми кадрами, показанными на этих рисунках, равен $5{,}5 \cdot 10^{-4}$ с. Как видно, в начальный период роста пузыря частицы жидкости перемещаются радиально от центра пузыря. После того как основание пузыря достигает максимального размера и пузырь вытягивается в вертикальном направлении, меняется и направление движения в окрестностных слоях жидкости. В конце концов возникает сложное винтовое движение.

Максимальные скорости течения наблюдаются в начальный период формирования пузыря — эти скорости достигают 1 м/с и более. Поскольку такие скорости возникают в непосредственной окрестности твердой

стенки, то они существенно воздействуют на формирование гидродинамического и теплового пограничных слоев и определяют высокое значение коэффициентов теплоотдачи при пузырьковом кипении и барботаже.

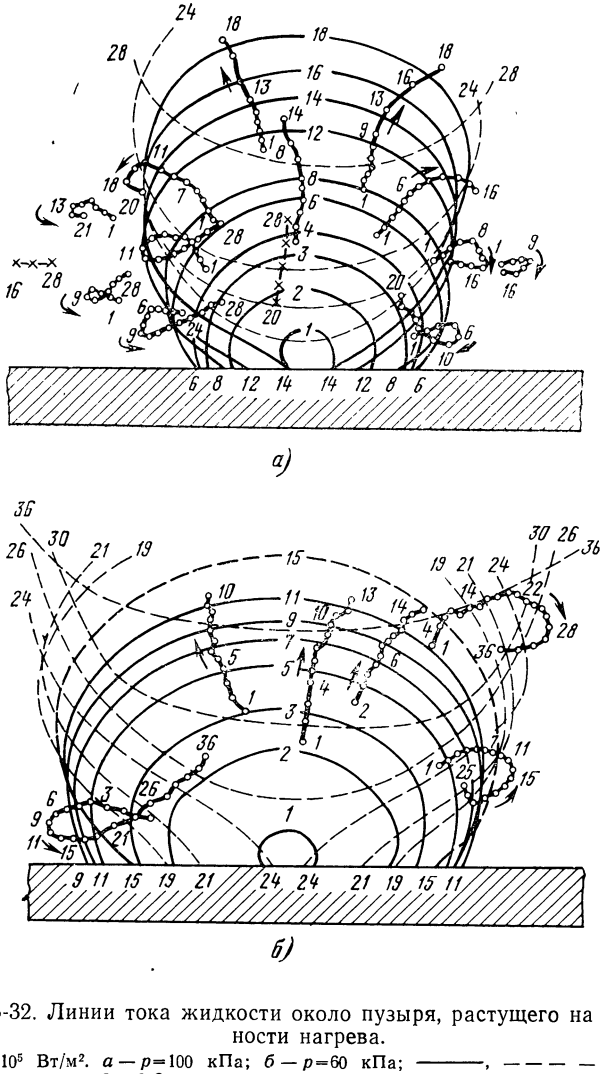


Рис. 3-32. Линии тока жидкости около пузыря, растущего на поверхности нагрева.

$q=1{,}5 \cdot 10^5$ Вт/м². *а* — $p=100$ кПа; *б* — $p=60$ кПа; ———, — — — — граница пузыря; o-o-o-o-o — траектории движения отдельных частиц.

Глава четвертая

ДИНАМИЧЕСКИЙ ДВУХФАЗНЫЙ СЛОЙ

4-1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Динамическим двухфазным слоем называется слой жидкости, через который продувается (барботирует) газ. Двухфазный (вернее, двухкомпонентный) слой могут образовывать и две взаимно нерастворимые жидкости разной плотности.

Технологические процессы, в которых применяется барботаж через слой жидкости, чрезвычайно разнообразны. Сюда относятся различного рода барботажные колонки химической технологии, бессемеровский процесс в металлургии, промывка пара в паровых котлах и т. п.

При выходе газа на поверхность двухфазного динамического слоя разрыв оболочек газовых пузырей в случае чистой жидкости совершается практически мгновенно. Поэтому такой динамический двухфазный слой существует лишь в процессе движения. Прекращение подачи газа в слой жидкости, т. е. отсутствие расхода легкой фазы, приводит к превращению двухфазного динамического слоя в однофазный через малый промежуток времени. Последний равен сумме времени подъема пузырьков через слой жидкости и очень небольшого времени «жизни» пузырьков на его поверхности.

При наличии в жидкости даже небольшой примеси поверхностно-активных веществ последние сосредоточиваются на границе раздела фаз, что обычно приводит к значительному увеличению длительности разрушения жидких пленок (аналогичное действие оказывают в ряде случаев и мелкодисперсные твердые частицы, взвешенные в жидкости).

Если поверхностно-активные вещества обладают структурной вязкостью, то время разрушения пленок в условиях отсутствия внешних воздействий может быть весьма значительным. В таких случаях при медленном барботаже на поверхности динамического двухфазного слоя накапливается слой пены. Пена представляет собой ячеисто-пленочную систему, отдельные пузырьки которой связаны друг с другом разделяющими их пленками в общий каркас. Толщина слоя пены определяется соотношением среднего срока жизни отдельных пузырей

и интенсивностью нарастания слоя за счет подхода новых пузырей.

При скоростях барботажа, обычно имеющих место в технических устройствах, пена на поверхности двухфазного слоя быстро разрушается динамическим воздействием газа и жидкости. Поэтому, как правило, сколько-нибудь значительный слой практически неподвижной пены на поверхности динамического двухфазного слоя не наблюдается. Однако повышение устойчивости газовых пузырьков в жидкости оказывает большое влияние на структуру самого двухфазного слоя. В «пенящейся» жидкости пузырьки слабее агрегатируются и медленнее всплывают, а достигнув поверхности слоя, медленнее разрушаются. При этом резко увеличивается набухание и изменяется распределение плотности по высоте динамического двухфазного слоя.

Основными режимными характеристиками динамического двухфазного слоя являются:

1) условия непрерывности подачи барботирующей среды через отверстия сопл или дырчатого листа;

2) плотность смеси;

3) устойчивость барботирующего слоя;

4) гидравлическое сопротивление слоя.

Первый из этих вопросов в известной мере рассмотрен в предыдущей главе. Некоторые данные по остальным вопросам излагаются ниже.

4-2. БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДИНАМИЧЕСКОГО СЛОЯ

Рассмотрим физические факторы, влияющие на барботаж чистых жидкостей.

Для каждого замкнутого объема данной фазы можно написать соответствующие уравнения движения и сплошности, а именно:

1) уравнения движения и сплошности внутри элементов тяжелой фазы

$$\left.\begin{aligned} \vec{g}\rho' - \operatorname{grad} p' + \mu'\nabla^2\vec{w}' = \rho'\frac{D\vec{w}'}{dt};\\ \operatorname{div}\vec{w}' = 0; \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}1a)$$

2) уравнения движения и сплошности внутри элементов легкой фазы

$$\left.\begin{aligned} \vec{g}\rho'' - \operatorname{grad} p'' + \mu''\nabla^2\vec{w}'' = \rho''\,\frac{D\vec{w}''}{dt};\\ \operatorname{div}\vec{w}'' = 0; \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}1б)$$

3) уравнения механического взаимодействия фаз на границах раздела

$$\left.\begin{aligned} \tau'_{\text{тр, гр}} = \tau''_{\text{тр, гр}};\\ \sigma'_{n\,\text{гр}} = \sigma''_{n\,\text{гр}};\ \ w'_{\text{гр}} = w''_{\text{гр}}. \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}1в)$$

При этом следует учитывать скачок давления

$$\Delta p_{\text{гр}} = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны в данной точке границы раздела.

Совокупность независимых переменных, входящих в эти уравнения, и условия ввода легкой фазы в барботер определяют гидродинамический режим чистого двухфазного слоя.

Этими независимыми переменными являются физические константы фаз ρ', ρ'', μ', μ'', σ, ускорение свободного падения g, характерная скорость тяжелой фазы w'_0, характерная скорость легкой фазы w''_0 и геометрические размеры барботажного устройства.

Названные величины комбинируются в безразмерные комплексы, сведенные в табл. 1-2.

Таким образом, если определяемая безразмерная характеристика двухфазного слоя есть φ_i, то в общем случае для чистых жидкостей

$$\varphi_i = \varphi_i\left(\frac{w'_0}{w''_0};\ \frac{w''^{\,2}_0}{gl};\ \frac{w''_0 l}{\nu'};\ \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')\,l^2};\right.$$
$$\left.\frac{\rho'}{\rho''};\ \frac{\mu'}{\mu''};\ \frac{l_1}{l};\ \ldots\right), \qquad (4\text{-}2)$$

здесь l, l_1, ... — геометрические характеристики барботера.

Из этих критериев можно составить некоторые, более удобные для дальнейшего анализа комплексы.

Имеем:

$$\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)\left(\frac{w''_0 l}{\nu'}\right)^2 \frac{gl}{w_0''^2}\left[\frac{\sigma}{(\rho'-\rho'')\,gl^2}\right]^{3/2}=$$

$$=\frac{\sigma^{3/2}\rho'}{\mu'^2\sqrt{g(\rho'-\rho'')}}; \qquad (4\text{-}3)$$

$$\left(\frac{w_0''^2}{gl}\right)^{1/2}\left(\frac{(\rho'-\rho'')\,gl^2}{\sigma}\right)^{1/4}=w''_0\sqrt[4]{\frac{\rho'-\rho''}{g\sigma}}. \qquad (4\text{-}4)$$

Критерий (4-3) характеризует взаимодействие подъемной (архимедовой) силы в двухфазном слое с силами вязкого трения в тяжелой фазе и поверхностного натяжения.

Критерий (4-4) характеризует соотношение приведенной скорости легкой фазы с предельной скоростью относительного движения одиночных пузырей.

Зависимости (4-2) эквивалентна зависимость

$$\varphi_i=\varphi_i\left(\frac{w'_0}{w''_0};\ w''_0\sqrt[4]{\frac{\rho'-\rho''}{g\sigma}};\ \frac{\sigma^{3/2}\rho'}{\mu'^2\sqrt{g(\rho'-\rho'')}};\right.$$

$$\left.\frac{\sigma}{(\rho'-\rho'')\,gl^2};\ \frac{\rho'}{\rho''};\ \frac{\mu'}{\mu''};\ \frac{l_1}{l}\right). \qquad (4\text{-}5)$$

Последнее выражение удобно тем, что число критериев, содержащих основной линейный размер системы l и скорости фаз w'_0 и w''_0, сведено к минимуму.

Из сказанного выше о физическом смысле критерия (4-4) следует, что функциональная связь (4-5) должна быть особенно удобной для тех режимов, при которых легкая фаза движется в виде отдельных пузырей или их ассоциаций.

При втором предельном режиме движения двухфазного потока оболочки отдельных пузырей разрушаются, движение легкой фазы приобретает струйный характер и взаимодействие фаз в значительной мере определяется инерционными силами. В качестве масштабов для последних естественно принять величины $\rho' w_0'^2$ и $\rho'' w_0''^2$.

В этом случае вместо (4-5) целесообразно дать несколько иную запись критериев, а именно:

$$\varphi_i=\varphi_i\left(\frac{w'_0}{w''_0}\sqrt{\frac{\rho'}{\rho''}};\ \frac{w''_0\sqrt{\rho''}}{\sqrt{g\sigma(\rho'-\rho'')}};\ \frac{\sigma^{3/2}\rho'}{\mu'^2\sqrt{g(\rho'-\rho'')}};\right.$$

$$\frac{\sigma}{(\rho'-\rho'')gl};\ \frac{\rho'}{\rho''};\ \frac{\mu'}{\mu''};\ \frac{l_1}{l}\ldots\Big). \tag{4-6}$$

Критерий

$$\frac{w''_0\sqrt{\rho''}}{\sqrt[4]{g^3\sigma(\rho'-\rho'')}}=w''_0\sqrt[4]{\frac{\rho'-\rho''}{g\sigma}}\sqrt{\frac{\rho''}{\rho'-\rho''}} \tag{4-7}$$

характеризует соотношение кинетической энергии легкой фазы, поверхностной энергии границы раздела фаз и гравитационного поля.

Физический смысл записи критериев типа (4-6) отчетливо выявляется при более детальном рассмотрении таких процессов, в которых главное значение имеет динамический напор фаз. Таков, например, процесс истечения, рассмотренный в гл. 3, где комплекс (4-7) выступает как основная количественная мера процесса. Таков также стержневой режим двухфазного потока в круглой трубе, рассматриваемый в гл. 6.

Для барботера с непроточной тяжелой фазой в системах (4-2), (4-5) и (4-6) выпадает критерий w'_0/w''_0.

Геометрическими характеристиками такого слоя являются относительное живое сечение дырчатого листа или сопл φ_1, приведенная высота слоя тяжелой фазы (весовой уровень) h_0 и диаметр отверстий сопл D_1.

Величина объемного содержания легкой фазы в слое связана со скоростями формулой (1-30). При $w'_0=0$ из (1-30) и (1-34) следует:

$$\varphi=\frac{w''_0}{\overline{w''}_{от}}; \tag{4-8}$$

$$\psi=\frac{\rho_{см}}{\rho'}=1-\frac{\rho'-\rho''}{\rho'}\frac{w''_0}{\overline{w''}_{от}}. \tag{4-9}$$

Высота динамического слоя («набухание») равна:

$$h_{сл}=\frac{h_0}{1-\varphi}. \tag{4-10}$$

Величина приведенной высоты слоя тяжелой фазы может быть определена как отношение объема V', занимаемого этой фазой в динамическом слое, к площади поперечного сечения барботера. Если нет провала тяжелой фазы через отверстия сопл (или дырчатого листа), величина h_0 равна толщине слоя тяжелой фазы при отсутствии барботажа.

Из приведенных выше соотношений видно, что в качестве определяемой безразмерной характеристики слоя может быть выбрана любая из следующих величин:

$$\varphi;\ \psi;\ \frac{\overline{w''}_{от}}{w''_0};\ \frac{h_{сл}}{h_0}.$$

4-3. СТРУКТУРА ДВУХФАЗНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО СЛОЯ

Структура двухфазного динамического слоя зависит от физических свойств барботируемой и барботирующей жидкости, геометрических размеров барботера и скорости барботажа.

Насколько сложными могут быть структурные изменения динамического слоя, показывают приведенные на рис. 4-1 результаты одной из серий опытов С. С. Кутателадзе и В. Н. Москвичевой по барботажу воды через слой ртути.

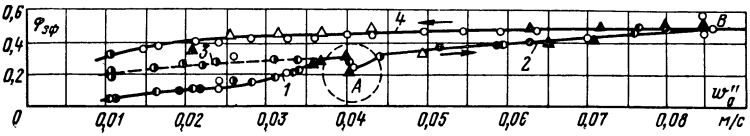


Рис. 4-1 Зависимость объемного содержания легкой компоненты от скорости барботажа воды через ртуть. Диаметр отверстий $D=5$ мм; живое сечение дырчатого листа $\varphi_1=0{,}045$; $h_0=335$ мм.

I серия опытов: ○ — повышение скорости; ● — уменьшение скорости.

II серия опытов: ◑ — повышение скорости; ◐ — уменьшение скорости; △ — увеличение скорости до перемены структуры в области *A*; ▲ — уменьшение скорости после перемены структуры в области *B*.

1 — дискретное (капельное) течение воды через слой ртути; *2* — «набухание» слоя при увеличении расхода воды; *3* — понижение расхода воды после перестройки структуры в области *A*; *4* — понижение расхода воды после перестройки структуры в области *B*.

Кривая *1* соответствует режиму дискретного (капельного) течения воды через слой ртути. В области *A* наступает резкое изменение структуры слоя — ртуть дробится на отдельные, преимущественно крупные капли, взвешенные в потоке воды. Относительная скорость воды возрастает, и водосодержание слоя уменьшается.

Дальнейшее увеличение расхода воды снова увеличивает «набухание» слоя по кривой *2*.

В области *B* наступает второй кризис, связанный с сильным распыливанием и выносом ртути из слоя потоком воды. Если по достижении области *A*, после перестройки структуры слоя начать понижать расход

воды, то спад слоя идет уже не по кривой *1*, а по кривой *3*, т. е. сохраняется устойчивость дискретной структуры ртути в слое. Аналогично при уменьшении расхода воды после перестройки структуры в области *B* спад слоя идет по кривой *4*.

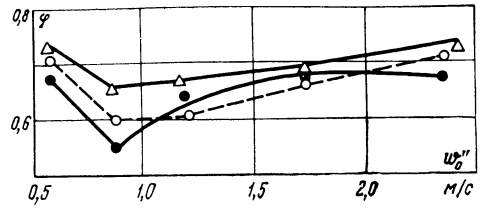


Рис. 4-2. Зависимость $\varphi(w''_0)$ для воздухо-жидкостной смеси при малых весовых уровнях.
△ — h_0=20 мм; ○ — h_0=40 мм; ● — h_0=60 мм.

Структурные изменения наблюдаются и при барботаже газа через жидкость, о чем свидетельствуют показанные на рис. 4-2 данные М. Е. Позина и Е. С. Тумаркиной, полученные при барботаже воздуха через 20%-ный раствор триэтаноламина.

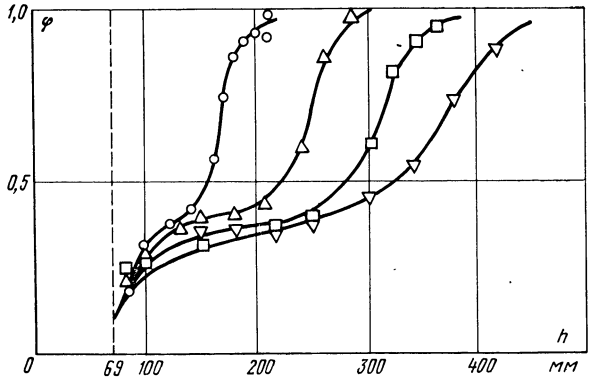


Рис. 4-3. Зависимость $\varphi(h)$ для пароводяной смеси при атмосферном давлении.
Весовые уровни, мм: ▽ — 220; □ — 170; △ — 120; ○ — 70.

Неодинакова плотность смеси и по высоте слоя. Измерения истинной плотности в различных сечениях двухфазного слоя были произведены авторами и их сотрудниками (Я. Г. Винокур, З. Л. Миропольский, В. Н. Москвичева и др.) методом гамма-просвечивания.

Приведенные на рис. 4-3—4-5 опытные данные показывают, что характер распределения фаз по высоте слоя в общем одинаков как у системы жидкость — газ, так и у системы жидкость — жидкость. В основной части слоя его плотность практически постоянна. Некоторое повы-

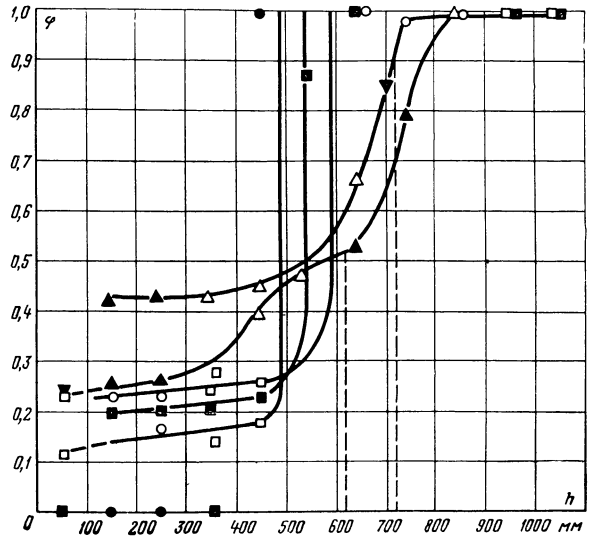


Рис 4-4. Зависимость $\varphi(h)$ при барботаже воды через ртуть. D_1=5 мм; φ_1=0,03; h_0=404 мм; ● — w''_0=0; О — w''_0=0,023 м/с; ■ — w''_0= =0,0325 м/с; □ — w''_0=0,041 м/с; ▲ — w''_0=0,047 м/с; △ — w''_0=0,066 м/с.

шение плотности наблюдается в области выхода легкой фазы из раздающих отверстий. В верхней части слоя отмечается уменьшение плотности смеси, причем в области малых w''_0 и соответственно низких значений φ для основной части слоя зона перехода невелика (20—30 мм). При больших приведенных скоростях легкой фазы зона перехода сильно вытягивается в высоту, и для системы пар — вода при $w''_0 = 1 \div 1{,}5$ м/с и $\varphi = 0{,}6 \div 0{,}7$ достигает 400—500 мм.

На рис. 4-6 и 4-7 дано сопоставление значений $\bar{\varphi}$, определенных методом гамма-просвечивания в диаметральной плоскости колонки и по измерению расхождения истинного и весового уровней смеси. Первый метод дает действительное значение φ по ходу гамма-луча. По второму методу вычисляется некоторое эффективное значение $\varphi_{эф}$ по всему сечению барботера.

В области малых значений φ, где точность измерений невелика (особенно по методу разности уровней), расхождения результатов измерений по обоим методам незакономерны. При более значительном φ эта величина по данным гамма-просвечивания устойчиво меньше на 10—15% величин, полученных по расхождению уровней.

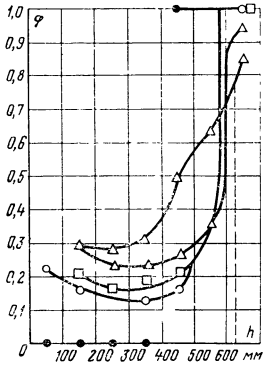


Рис. 4-5. Зависимость $\varphi(h)$ при барботаже воды через четыреххлористый углерод.
D_1=5 мм; φ_1=0,045; h_0=404 мм; ● — w''_0=0; О — w''_0=0,0146 м/с; □ — w''_0=0,0223 м/с; △ — w''_0=0,0287 м/с и w''_0=0,0395 м/с.

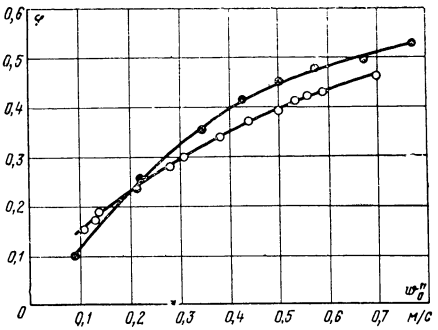


Рис. 4-6. Сопоставление величин φ, полученных по расхождению физического и весового уровней (●) и результатам γ-просвечивания (О). Паровоздяная смесь при давлении в 1,67 МПа.

Опыты М. А. Стыриковича, Я. Г. Винокура и Л. С. Стермана и Б. А. Дементьева показали, что даже в колонках большого диаметра (200—250 мм) локальные значения φ в центральной части барботера заметно выше, чем у его периферии. Поэтому для определения φ необходимо проводить просвечивание по ряду сечений с последующим их осреднением. Такие измерения показали,

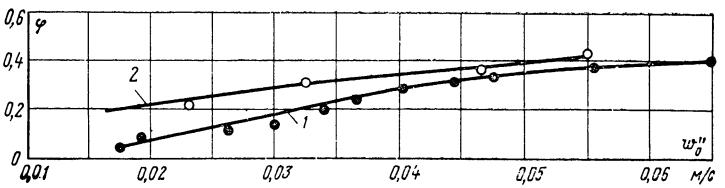


Рис. 4-7. Сопоставление величин φ, полученных по расхождению уровней (*1*) и результатам γ-просвечивания (*2*). Водортутная смесь.

что величины φ, полученные гамма-просвечиванием, и по расхождению физического и весового уровней хорошо согласуются друг с другом.

4-4. ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА ГИДРОДИНАМИКУ СЛОЯ

Выше было выяснено, что основными геометрическими характеристиками непроточного по тяжелой фазе ($w'_0=0$) динамического слоя являются диаметр отверстий, раздающих легкую фазу D_1, их относительное живое сечение φ_1 и приведенный уровень тяжелой фазы. Безразмерные значения D_1 и h_0 могут быть образованы путем умножения этих величин на $\sqrt{\frac{g(\rho'-\rho'')}{\sigma}}$.

Теоретическая оценка порядка влияния диаметра отверстий может быть сделана для случая движения отдельных невзаимодействующих пузырей легкой фазы. В маловязкой среде относительная скорость этих пузырей определится формулой (2-32) или (2-33).

При режиме, соответствующем формуле (2-25), относительная скорость $\bar{w}''_{от}$ зависит от радиуса пузыря R. Подставляя в (2-33) значение R_0 из (3-2), получаем:

$$\bar{w}''_{от}=1{,}26\sqrt[6]{\frac{g^2\sigma^2}{(\rho'-\rho'')^2 D_1}}. \qquad (4\text{-}11)$$

При режиме, соответствующем формуле (2-30), величина $\bar{w}''_{от}$ вообще не зависит от R.

Таким образом, следует ожидать, что влияние размера отверстий не должно сильно сказываться на гидродинамических характеристиках двухфазного слоя, особенно при достаточно больших отношениях h_0/D_1.

При этих условиях живое сечение раздаточного устройства также не должно заметно влиять на структуру слоя, так как пузыри весьма быстро заполняют все сечение барботера. Некоторые опытные данные, приведенные на рис. 4-8 и 4-9, в общем подтверждают эти заключения.

Приведенная высота тяжелой фазы h_0 существенно сказывается на гидродинамике слоя при не очень больших значениях h_0/D_1. Общая тенденция заключается в том, что при уменьшении h_0 уменьшается средняя от-

носительная скорость легкой фазы $w''_{от}$ и соответственно повышается величина φ.

Приведенные на рис. 4-10 и 4-11 опытные данные К. А. Блинова и А. Л. Рабиновича показывают характер этой зависимости для системы газ — жидкость. Данные рис. 4-12 иллюстрируют это же положение для системы жидкость — жидкость.

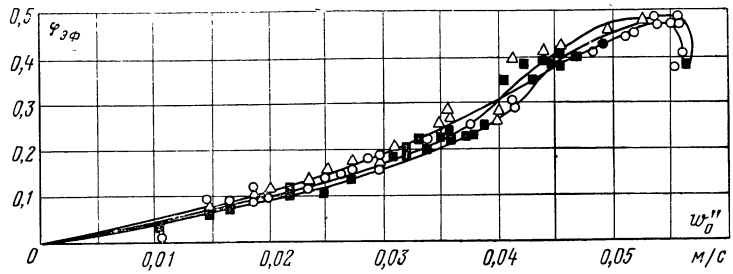


Рис. 4-8. Зависимость $\varphi_{эф}(w''_0, D_1)$ при $h_0=425$ мм и $\varphi_1=0{,}33$. Водортутная смесь. О — $D_1=10$ мм; ■ — $D_1=5$ мм; △ — $D_1=3$ мм.

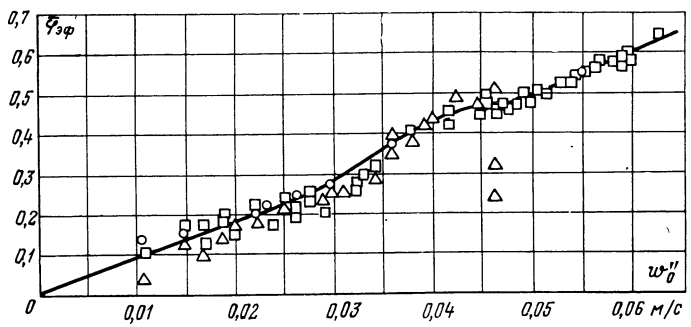


Рис. 4-9. Зависимость $\varphi_{эф}(w''_0, \varphi_1)$ при $h_0=155$ мм; $D_1=5$ мм. Водортутная смесь. О — $\varphi_1=0{,}445$; □ — $\varphi_1=0{,}323$; △ — $\varphi_1=0{,}125$.

Как видно из рис. 4-10—4-12, влияние величины h_0 сильно проявляется только в слоях малой толщины. При повышении h_0 величина φ стремится к некоторому постоянному, при прочих данных условиях, значению.

О влиянии диаметра барботера можно судить по графикам на рис. 4-13, построенным по данным Б. А. Дементьева и Берингера. Как видно, с увеличением диаметра барботера влияние этого фактора уменьшается.

Ограниченность влияния $D_{бар}$ подтверждается также сопоставлением на рис. 4-14 данных Берингера и

Л. С. Стермана для барботеров из труб диаметром 82 и 238 мм. На рис. 4-15 приведены аналогичные данные для системы ртуть — вода.

При большой относительной высоте барботера ($h_0 \gg D_1$) имеет место заметная неравномерность профиля скоростей течения и локального газосодержания по

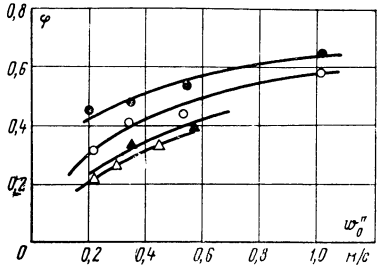


Рис. 4-10. Зависимость $\overline{\varphi}(w''_0, h_0)$. Воздух — вода, D_1=5 мм, φ_1=0,045. ● — h_0=50 мм; ○ — h_0=150 мм; ▲ — h_0=300 мм. Пароводяная смесь при p=0,237 МПа· △ — h_0>1500 мм.

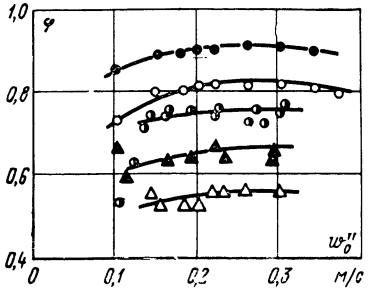


Рис. 4-11. Зависимость $\overline{\varphi}(w''_0, h_0)$. Воздух — вода при атмосферном давлении. D_1=1,3 мм; φ_1=0,017. ● — h_0=5 мм; ○ — h_0=10 мм; ◑ — h_0=18 мм; ▲ — h_0=35 мм; △ — h_0=100 мм.

поперечному сечению. Возникает неравномерное распределение плотности смеси в диаметральной плоскости барботера, которое в свою очередь вызывает циркуляционные токи. При этом опускное движение жидкости имеет место в окрестности стенок барботера и подъем-

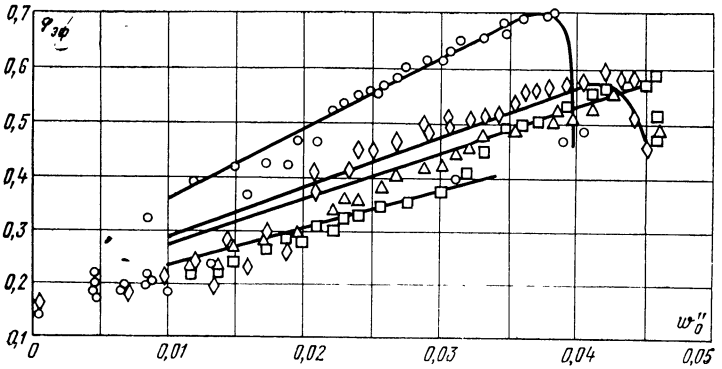


Рис. 4-12. Зависимость $\varphi_{эф}(w''_0, h_0)$ для водортутной смеси. D_1=10 мм: φ_1=0,37. ○ — h_0=155 мм; ◇ — h_0=245 мм; □ — h_0=335 мм; ▭ — h_0=425 мм.

ное — в его центральной части Импульс этому явлению дает торможение движения газовых пузырей в непосредственной окрестности твердой стенки. Далее, по наблюдениям А. В. Курбатова, в этой окрестности кон-

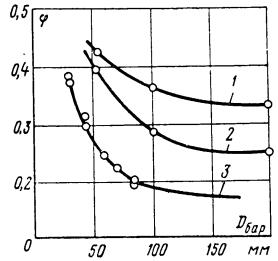


Рис. 4-13. Влияние диаметра барботера (барботажной колонки) на гидродинамику пароводяной смеси.
1 — p=0,245 МПа, w''_0=0,55 м/с; *2* — p=0,392 МПа, w''_0=0,42 м/с; *3* — p=0,098 МПа, w''_0=0,30 м/с.

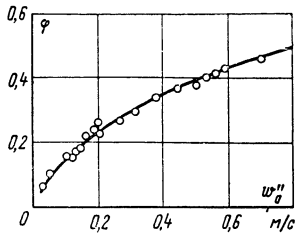


Рис. 4-14. Влияние диаметра барботера на гидродинамику пароводяной смеси.
○ — p=1,77 МПа, $D_{бар}$=82 мм и p=1,67 МПа, $D_{бар}$=238 мм.

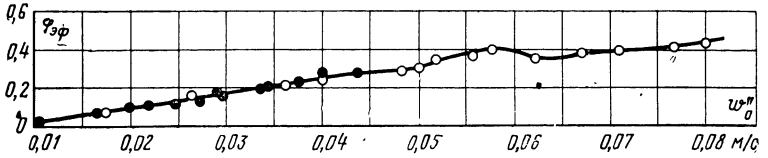


Рис. 4-15. Сопоставление данных о водортутной смеси в цилиндрической (●) и прямоугольной (○) колонках.

центрируются пузыри относительно мелкие, а крупные оттесняются в ядро динамического слоя.

Этот вопрос в первом приближении рассмотрен В. А. Меньшиковым и М. Э. Аэровым.

4-5. ОПЫТНЫЕ ДАННЫЕ О ЗАВИСИМОСТИ φ ОТ w''_0 ДЛЯ СИСТЕМЫ ГАЗ — ЖИДКОСТЬ

Приведенные выше данные о гидродинамике двухфазного динамического слоя отчетливо показывают всю сложность рассматриваемого процесса.

Большое практическое значение в технике имеет барботаж водяного пара через слой воды (застойный режим циркуляции в парогенерирующих трубах, барбо-

тажная система промывки пара, аппараты смешения и т. п.).

На рис. 4-16 показана зависимость φ от w''_0 при барботаже водяного пара через значительный слой воды (без конденсации) по опытам Беринге́ра. В этих опытах

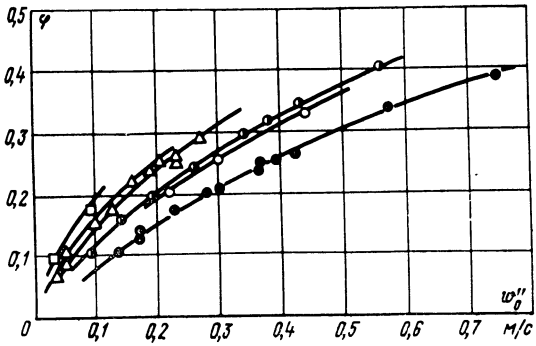


Рис. 4-16. Зависимость $\varphi(w''_0)$ при барботаже пара через толстый слой насыщенной воды. $D_{бар}=82$ мм; $h_0=2500$ мм.
□ — $p=3{,}92$ МПа; ▲ — 1,77 МПа; △ — 1,08 МПа; ◑ — 0,392 МПа; ○ — 0,235 МПа; ● — 0,105 МПа.

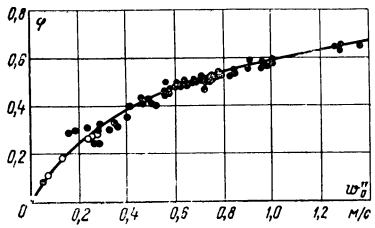


Рис. 4-17. Сопоставление данных рис. 4-16 с данными для застойного режима циркуляции воды в вертикальной парогенерирующей трубе.
○ — труба $D=82$ мм, $p=1{,}08$ МПа (опыты Беринге́ра); ● — труба, $D=76$ мм, $p=1{,}08\div1{,}18$ МПа (опыты С. И. Мочана).

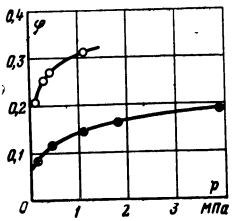


Рис. 4-18. Зависимость объемного паросодержания смеси от давления.
○ — $w''_0=0{,}3$ м/с; ● — $w''_0=0{,}1$ м/с.

пар генерировался электрическим нагревателем, расположенным в нижней части трубы. На рис. 4-13 и 4-14 было дано сопоставление этих опытов с опытами, в которых легкая фаза подавалась через дырчатый лист. Как видно, при одинаковых отношениях ρ'/ρ'' имеет место хорошее согласование всех данных.

На рис. 4-17 показано сопоставление данных Берингера с данными С. И. Мочана для застойного режима циркуляции в вертикальной парогенерирующей трубе. Здесь также имеет место хорошее совпадение опытных точек.

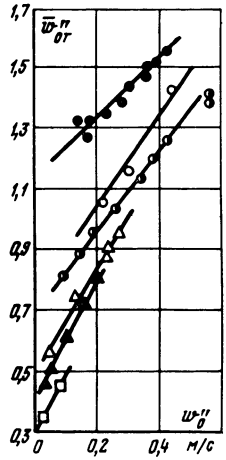


Рис. 4-19. Зависимость $\overline{w}''_{от}(w''_0, p)$ при барботаже пара через толстый слой насыщенной воды.
● — p=0,105 МПа; О — 0,235 МПа; ◑ — 0,392 МПа; △ — 1,08 МПа; ▲ — 1,77 МПа; □ — 3,92 МПа.

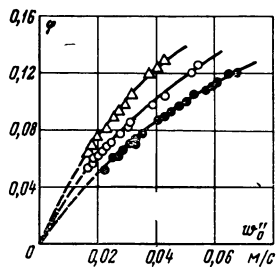


Рис. 4-20. Данные о барботаже пара через воду при высоких давлениях.
△ — p=18,6 МПа; О — p=14,7 МПа; ● — p=8,93 МПа.

На рис. 4-18 показана зависимость φ от давления пара по данным рис. 4-16. Резкое изменение величины φ в области низких давлений сменяется довольно слабой зависимостью в области повышенных давлений.

Те же данные показаны на рис. 4-19 в координатах $\overline{w}''_{от}$, w''_0. Средняя относительная скорость пара во всем исследованном диапазоне w''_0 значительно выше скоростей свободного всплытия одиночных пузырей и растет практически линейно с увеличением приведенной скорости пара. С ростом давления величина $\overline{w}''_{от}$ падает.

На рис. 4-20 показана зависимость φ от w''_0 для водяного пара весьма высокого давления (по опытам Т. Х. Маргуловой). Хотя эти данные количественно не согласуются с данными Берингера (кривая Т. Х. Маргуловой для p=8,93 МПа лежит ниже кривой Берингера для p=3,92 МПа), однако картина качественно остается той же.

Рассматривая достаточно высокий и широкий динамический слой из маловязких компонентов, можем пре-

небречь критериями Ar_*, μ'/μ'' и $\sigma/(\rho'-\rho'')gl^2$. В таком случае для барботера с нулевым расходом тяжелой фазы из (4-5) получаем:

$$\varphi \approx \varphi\left(w''_0 \sqrt[4]{\frac{\rho'-\rho''}{g\sigma}};\ \frac{\rho'}{\rho''}\right). \qquad (4\text{-}12)$$



Рис. 4-21. Данные о влиянии поверхностного натяжения на барботаж.



Рис. 4-22. Данные о влиянии вязкости жидкости на процесс барботажа.

Поскольку величина φ растет с увеличением скорости барботажа w''_0, то из (4-12) следует, что φ слабо уменьшается с увеличением коэффициента поверхностного натяжения σ. Приведенные на рис. 4-21 данные опытов М. Е. Позина и Е. С. Тумаркиной качественно подтверждают этот вывод.

Как видно из рис. 4-22, опыты этих же авторов обнаруживают также слабое влияние вязкости тяжелой фазы на величину φ.

На рис. 4-23 приведены результаты обработки опытов Берингера в координатах зависимости (4-12). Опыт-

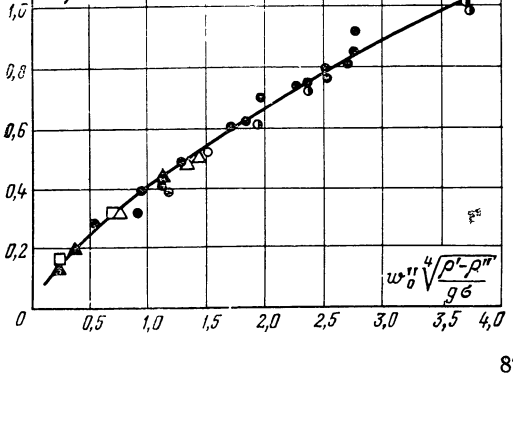


Рис. 4-23. Данные рис. 4-16 в обобщенных координатах.
● — p=0,105 МПа;
○ — p=0,235 МПа;
◑ — p=0,392 МПа;
△ — p=1,08 МПа;
▲ — p=1,77 МПа;
□ — p=3,92 МПа.

ные точки удовлетворительно объединяются в одной кривой. На эту же кривую ложатся и приводившиеся выше опытные данные С. Е. Мочана и Л. С. Стермана.

На рис. 4-24 в той же системе координат нанесены результаты опытов Т. Х. Маргуловой. С расслоением, не

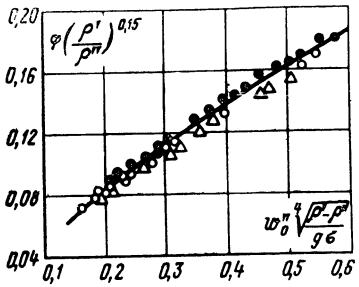


Рис. 4-24. Данные рис. 4-20 в обобщенных координатах. ● — p=8,93 МПа; ○ — p=14,7 МПа; △ — p=18,6 МПа.

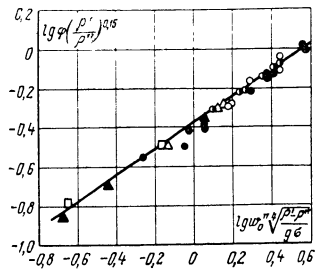


Рис. 4-25. Данные рис. 4-23 в логарифмической анаморфозе. Наклон прямой $n \approx 0{,}7$.
● — p=0,105 МПа; ○ — p=0,235 МПа;
◑ — p=0,392 МПа; △ — p=1,08 МПа;
▲ — p=1,77 МПа; □ — p=3,92 МПа.

превышающим ±5%, все точки в данном случае располагаются около одной кривой. Однако, как уже отмечалось ранее, данные Маргуловой лежат несколько ниже эквивалентных данных других авторов.

Данные рис. 4-23 представлены на рис. 4-25 в логарифмической системе координат. Прямая, проведенная по опытным точкам, соответствует уравнению

$$\varphi \approx 0{,}4 \left(\frac{\rho''}{\rho'}\right)^{0,15} \left(w''_0 \sqrt[4]{\frac{\rho' - \rho''}{g\sigma}}\right)^{0,7}. \qquad (4\text{-}13)$$

Формула такого типа применима только при значениях φ, не очень близких к единице ($\varphi \leqslant 0{,}7$), поскольку $\varphi \longrightarrow 1$ при $w''_0 \sqrt[4]{\frac{\rho' - \rho''}{g\sigma}} \longrightarrow \infty$.

Поэтому результат общей обработки экспериментальных данных целесообразно представить в виде зависимости

$$\varphi = 1 - \exp(-\varphi_*), \qquad (4\text{-}14)$$

где φ_* — зависимость объемного газосодержания слоя от системы определяющих критериев при φ существенно меньше единицы.

Так, для рассмотренных выше данных функция φ_* определяется формулой (4-13).

Г. Г. Бартоломей и М. С. Алтухов, обработав большое число экспериментальных данных для толстых динамических слоев пароводяной смеси, предложили зависимость

$$\varphi_* = 2{,}9\left(w''_0\sqrt[4]{\frac{\rho'-\rho''}{g\sigma}}\right)^{0{,}7}\left(\frac{\rho''}{\rho'-\rho''}\right)^{0{,}18}\left(\frac{\mu''}{\mu'}\right)^{0{,}1} \quad (4\text{-}15)$$

при

$$D_{\text{бар}} < 2\cdot 10^4\,(\rho'-\rho'')^{-1/4}\,\frac{\sigma^{1/2}}{\rho''^{1/4}}. \quad (4\text{-}16)$$

В формулу (4-15) следует вводить отношение предельной величины $D_{\text{бар}}$ по (4-16) к его истинному значению, взятое в степени 0,15. Очевидно, что такие формулы имеют чисто практическое значение и их вид может меняться для тех или иных конкретных ситуаций.

4-6. ВЛИЯНИЕ ПРИМЕСЕЙ НА ДИНАМИЧЕСКИЙ СЛОЙ СИСТЕМЫ ГАЗ — ЖИДКОСТЬ

Для случая «пенящейся» жидкости проведено очень мало исследований с изменением распределения плотности по высоте, однако имеющиеся данные указывают на очень большое влияние повышенной устойчивости оболочек пузырей на работу динамического двухфазного слоя.

В опытах М. А. Стыриковича и Г. Г. Бартоломея с системой пар — вода при атмосферном давлении измерения проводились как при технически чистой» воде, так и при введении добавок, стабилизирующих оболочки пузырей. При «технически чистой» воде величина набухания систематически возрастала с ростом приведенной скорости пара (рис. 4-26). По мере уве-

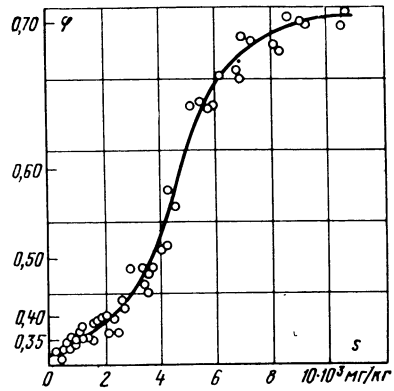


Рис. 4-26. Влияние солесодержания воды S на объемное паросодержание смеси при барботаже паром атмосферного давления. h_c=120 мм; w''_0=0,32 м/с.

личения стойкости оболочек величина набухания возрастала во всем диапазоне исследованных приведенных скоростей пара (от 0,25 до 0,85 м/с). Эти изменения сравнительно невелики при большой приведенной скорости пара и значительно увеличиваются при малых интенсивностях барботажа. В итоге при максимальной стабильности оболочек набухание тем сильнее, чем меньше приведенная скорость пара (рис. 4-27).

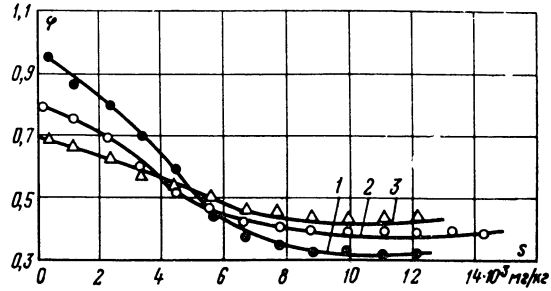


Рис. 4-27. Влияние солесодержания воды S на объемное паросодержание смеси при барботаже паром атмосферного давления. h_0=120 мм; ● — w''_0=0,32 м/с; ○ — w''_0=0,64 м/с; △ — w''_0=0,85 м/с.

При еще меньших расходах пара ($w''_0<0{,}1$ м/с) на поверхности слоя образовывался устойчивый слой весьма легкой ячеисто-пленочной пены, заполнившей все паровое пространство, в ряде опытов имевшее высоту до 700—800 мм.

Очень сильно изменяется и картина распределения плотности смеси по высоте динамического двухфазного слоя. При «технически чистой» воде доля сечения, занятая паром, стабилизировалась уже на высоте 20—30 мм от дырчатого листа, что хорошо увязывается с представлением о быстром переходе пузыря к равновесной скорости.

В дальнейшем величина φ менялась по высоте слоя весьма слабо, и только у поверхности наблюдался более или менее размытый переход от двухфазного слоя к пару.

Следует отметить, что зона размыва возрастала с увеличением w''_0 и ее высота хорошо увязывалась с визуально наблюдаемой зоной волнения поверхности двухфазного слоя.

При повышенной стабильности пленок в нижней части барботируемого слоя картина качественно была аналогичной. Однако абсолютная величина φ в этом случае значительно больше, т. е. относительная скорость пара значительно ниже, по-видимому, в связи с меньшим размером пузырей (что и наблюдалось визуально). В этой зоне, как и при «чистой» воде, величина φ возрастала с увеличением w''_0.

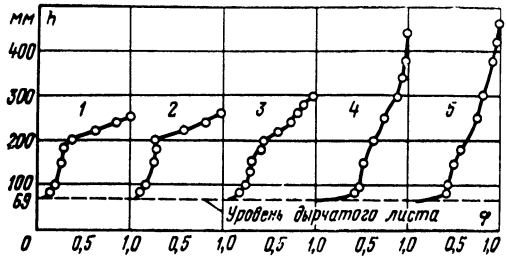


Рис. 4-28. Пример распределения локальных объемных паросодержаний по высоте колонки $H_к$ при постоянной скорости барботажа для различных солесодержаний котловой воды.

1 — S=380 мг/кг, $H_к$=248 мм; *2* — S=1100 мг/кг, $H_к$=256 мм; *3* — S=3600 мг/кг, $H_к$=307 мм; *4* — S=6800 мг/кг, $H_к$=442 мм; *5* — S=8800 мг/кг, $H_к$=482 мм.

В верхней части слоя пузыри, выходя на поверхность, разрушались медленно. Вследствие этого вблизи поверхности накапливался слой, сильно обогащенный пузырями и лишь постепенно освобождавшийся от воды. В зоне видимого уровня, на поверхности которого волнение было меньше, чем при технически чистой воде, среднее паросодержание доходило до 95—98% (рис. 4-28) и снижалось в глубь слоя почти линейно.

Развитая зона «подтормаживания» движения пузырей распространялась на большую глубину (до 300 мм) от видимой поверхности слоя и при небольшой высоте слоя доходила почти до дырчатого листа.

4-7. ОПЫТНЫЕ ДАННЫЕ О ЗАВИСИМОСТИ φ ОТ w''_0 СИСТЕМЫ ЖИДКОСТЬ — ЖИДКОСТЬ

Как видно из сопоставления рис. 4-1 и 4-16, при барботаже воды через непроточный слой ртути обнаружена значительно более сложная зависимость плотности динамического слоя от приведенной скорости легкой фазы, чем при барботаже пара через непроточный слой воды.

Однако следует иметь в виду, что система жидкость — газ также еще не изучена достаточно детально и, например, опыты, показанные на рис. 4-2, также обнаруживают немонотонность функции $\varphi(w''_0)$. Кроме того, примеси поверхностно-активных веществ могут сказаться и на системе жидкость — жидкость.

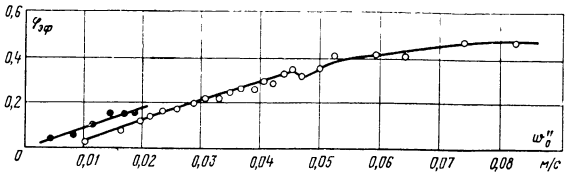


Рис. 4-29. Зависимость $\varphi_{эф}(w''_0, \rho'/\rho'')$ для системы жидкость — жидкость.

D_1=5 мм, φ_1=0,246; h_0=335 мм. О — вода—ртуть, ρ'/ρ''=13,6; ● — вода — четыреххлористый углерод, ρ'/ρ''=1,61.

Качественно влияние ряда факторов на гидродинамику двухфазного слоя одинаково как для системы жидкость — жидкость, так и для системы жидкость — газ. Сопоставление данных рис. 4-10—4-12 показывает, что во всех случаях при малых приведенных уровнях тяжелой фазы h_0 «набухание» слоя больше, чем при значительных величинах h_0.

Качественно одинаково во всех случаях и влияние других геометрических факторов: D_1 и φ_1. Однако обнаруживается несовпадение значений φ в обобщенных координатах (4-12).

На рис. 4-29 приведены зависимости $\varphi_{эф}(w''_0)$ для систем четыреххлористый углерод — вода и ртуть — вода при одинаковых абсолютных геометрических параметрах слоя.

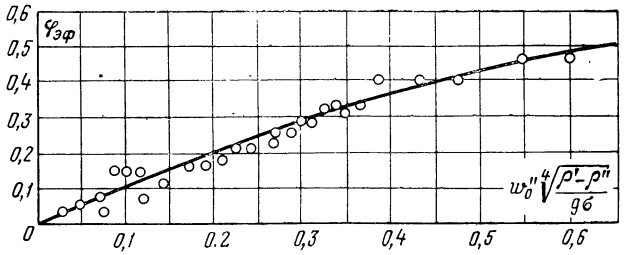


Рис. 4-30. Данные рис. 4-29 в обобщенных координатах.
О — ρ'/ρ''=13,6; и ρ'/ρ''=1,61.

На рис. 4-30 те же данные представлены в координатах (4-12). Опытные точки в общем совмещаются, однако кривая отлична по характеру от соответствующей кривой для пароводяной смеси на рис. 4-23. Эти кривые совмещаются только в области очень малых значений $w''_0 \sqrt[4]{\frac{\rho' - \rho''}{g\sigma}} < 0{,}15$.

В области значений $w''_0 \sqrt[4]{\frac{\rho' - \rho''}{g\sigma}} > 0{,}1$ кривая на рис. 4-30 начинает уходить резко вверх по сравнению с кривой на рис. 4-23.

Эти расхождения могут быть связаны с влиянием сжимаемости легкой фазы в газожидкостных смесях, что сказывается на различии движений газовых пузырей и капель жидкости, отмечавшихся в гл. 2.

4-8. СРЕДНЕЕ ГАЗОСОДЕРЖАНИЕ В ОТНОСИТЕЛЬНО ТОНКИХ СЛОЯХ

В относительно тонких слоях закономерности динамического слоя несколько отличаются от тех, которые наблюдаются в толстых слоях. Тонкие слои, как правило, характерны для химической технологии. Толстые слои характерны для энергетической аппаратуры.

Данные для сетчатых тарелок с высотой переливного устройства от 7,65 до 84 мм были обобщены Д. С. Азбелем и А. Н. Зельдиным формулой

$$\bar{\varphi} = \frac{C\sqrt{\mathrm{Fr}}}{1 + C\sqrt{\mathrm{Fr}}}, \qquad (4\text{-}17)$$

где число Фруда определено как

$$\mathrm{Fr} = \frac{w_0''^{\,2}}{gh_0}. \qquad (4\text{-}18)$$

Константа для системы воздух — вода $C=2$; для других систем $C=1$. Хотя структура формулы (4-17) опирается на некоторые теоретические соображения, однако последние нельзя считать достаточно полными, так как не учитывается существенное влияние относительной плотности фаз. На это же указывает и непостоянство экспериментальной «константы». Однако существенное влияние гидростатического давления, т. е. величины h_0, на газосодержание тонких динамических слоев проявляется совершенно отчетливо.

В работе М. Е. Иванова и В. П. Быкова приведены некоторые данные о частоте прохождения пузырей и газосодержании динамических слоев средней толщины (200—400 мм). Мы здесь ограничимся приведением

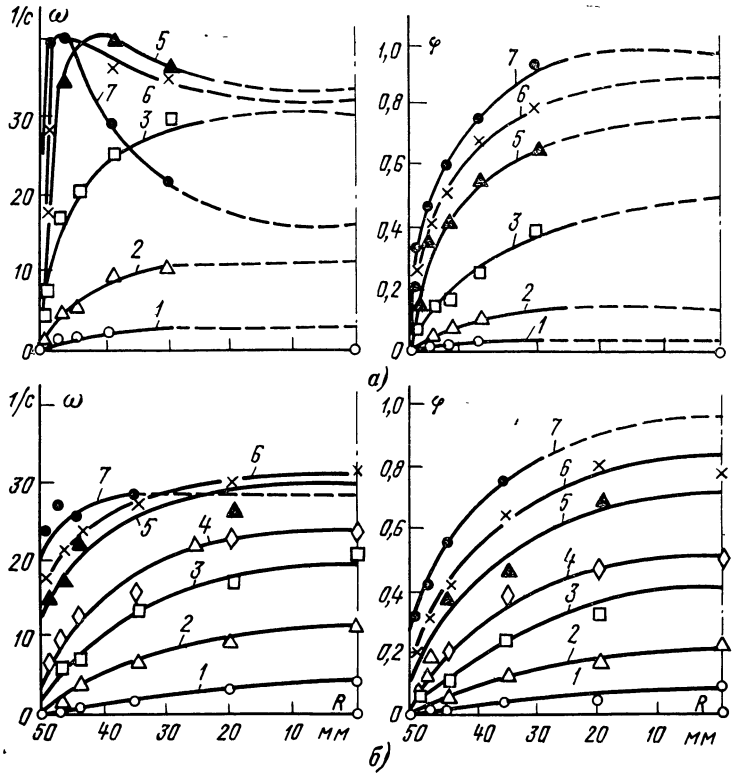


Рис. 4-31. Распределение частоты и газосодержания по сечению колонны.

а — этиловый спирт, *б* — растворы сахарозы 36,6÷41%; *1* — w''_0=0,01 м/с; *2* — 0,05 м/с; *3* — 0,15 м/с; *4* — 0,25 м/с; *5* — 0,4 м/с; *6* — 0,7 м/с; *7* — 1,5 м/с.

первичных экспериментальных данных, показанных на рис. 4-31. Как видно, провалу газосодержания у стенки барботера соответствует возрастание частоты прохождения пузырей и только в узком пристенном слое эта частота падает практически до нуля вследствие трения.

4-9. ДИНАМИЧЕСКИЙ СЛОЙ С ПЕРЕКРЕСТНЫМ ТОКОМ ФАЗ

На рис. 4-32 показана элементарная схема барботажной промывки газа или пара горизонтальным потоком жидкости. Высота динамического слоя в этом случае зависит от геометрии дырчатого листа (D_1, φ_1) высоты сливного порога $h_{пор}$ и расходов жидкости газа.

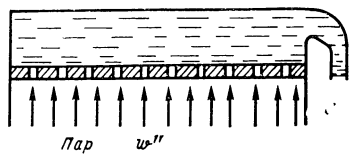


Рис. 4-32. Схема барботажной промывки газа или пара потоком жидкости.

При заданном расходе жидкости динамический слой «набухает» с увеличением расхода газа только до определенной величины. Дальнейшее «набухание» прекращается вследствие сброса части жидкости через порог. Это явление отражается опытными данными А. П. Туровского, показанными на рис. 4-33. Плотность слоя меняется с увеличением скорости барботажа w''_0 непрерывно, как это показано на рис. 4-34. В тонких слоях (5—10 мм) и при малых w''_0 под каждым отверстием образуются куполы пузырей, а при высоких скоростях барботажа под отверстиями возникают газовые кратеры.

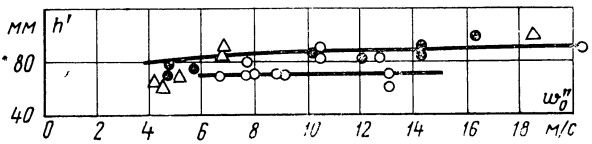


Рис. 4-33. Изменение высоты двухфазного слоя в зависимости от средней скорости воздуха в отверстиях дырчатого листа.

Высота порога $h_{пор}$=52 мм; расход жидкости 10,8 м³/(м · ч). ○ — D_0=5 мм, φ_1=2,2%; ● — D_0=5 мм, φ_1=4%; △ — D_0=10 мм, φ_1=4,36%.

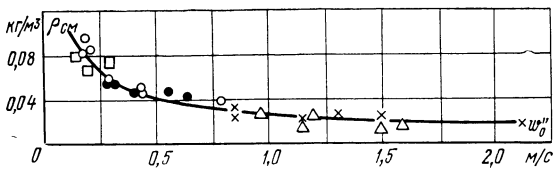


Рис. 4-34. Изменение плотности воздухо-водяной смеси в зависимости от приведенной скорости воздуха.

Высота порога: $h_{пор}$=52 мм, расход воды 10,8 м³/(м · ч); △ — D_0=5 мм, φ_1=17%; ○ — D_0=10 мм, φ_1=4,36%; □ — D_0=5 мм, φ_1=2,2%; ● — D_0=5 мм, φ_1=4%; × — D_0=10 мм, φ_1=17%.

4-10. ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗОВОЙ СТРУИ В БОЛЬШОЙ ОБЪЕМ ЖИДКОСТИ

При достаточно больших скоростях истечения газа в жидкость образуется более или менее значительный газовый факел, который далее дробится на пузыри и создает свое продолжение в виде потока газожидкостной смеси.

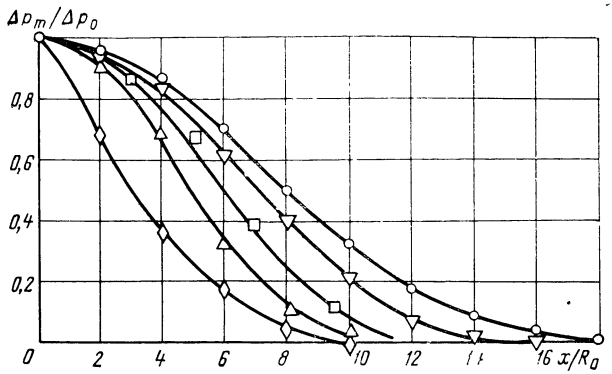


Рис. 4-35. Профили избыточного давления Δp_m на оси газожидкостной струи при различных начальных избыточных значениях давления Δp_0.

○ — Δp_0=0,23; ▽ — Δp_0=0,20; □ — Δp_0=0,12; △ — Δp_0=0,066; ◇ — Δp_0=0,026.

Здесь мы ограничимся только одним рисунком, взятым из работы В. П. Войчека и Б. П. Устименко. На рис. 4-35 показаны профили избыточного давления (x — расстояние от среза сопла, R_0 — расстояние от оси струи до точки, где избыточное давление равно половине максимального). Как видно, в такой обработке распределение давления является автомодельным. Таким образом, в собственно газовом факеле и в некоторой области двухфазной смеси могут быть применены основные соотношения обычной теории затопленных струй.

4-11. ТЕПЛООБМЕН В ПРИСТЕННОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ, БАРБОТИРУЕМОЙ ГАЗОМ

Теплоотдача от перфорированной поверхности к барботируемой газом жидкости имеет как самостоятельное значение, так и может служить в качестве аналога гидродинамической обстановки при пузырьковом режиме кипения. Ниже излагаются экспериментальные дан-

ные С. С. Кутателадзе и И. Г. Маленкова, полученные в условиях, исключающих сколь-либо заметное испарение жидкости в газовые пузыри. Важность этого обстоятельства хорошо иллюстрируется данными на рис. 4-36. Отчетливо видно, что процесс испарения затягивает действие закона теплообмена, характерного для умеренных скоростей барботажа. При больших скоростях барботажа, до возникновения оттеснения жидкости от перфорированной поверхности, коэффициент теплоотдачи почти постоянства от перфорированной ответствует область первого

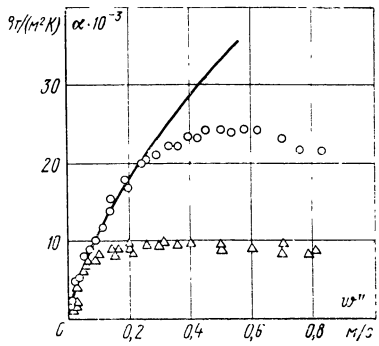


Рис. 4-36. Влияние испарения жидкости в пузыри газа на интенсивность теплоотдачи при барботаже.

○ — испарение существует; △ — испарение сведено к минимуму. Сплошная линия — зависимость $\alpha(q/r\rho'')$ при кипении воды под атмосферным давлением.

околокритического режима перехода от пузырьковой структуры к пристенной паровой пленке. Эффекты оттеснения и кризисы режимов кипения рассмотрены в гл. 7.

На рис. 4-37 показано влияние диаметра отверстий на коэффициент теплоотдачи при одной и той же плотности их распределения. Данные для отверстий диаметром 0,20 и 0,50 мм близки друг к другу. Данные для отверстий диаметром 0,65 мм располагаются несколько выше. При больших скоростях барботажа наблюдаются изменения в законе теплообмена и данные для отверстий 0,20 мм, пройдя некоторое плато, довольно круто

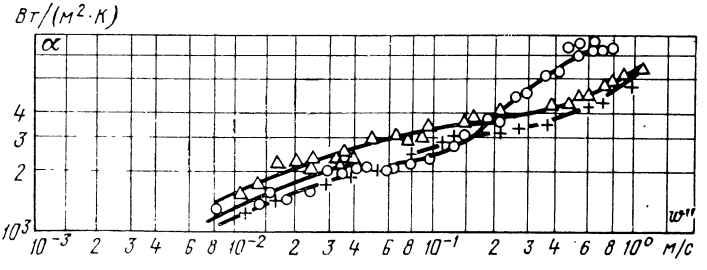


Рис. 4-37. Влияние диаметра отверстий на коэффициент теплоотдачи.
Вода — азот, p=0,1 МПа, плотность отверстий 0,04 1/мм².
○ — D_0=0,20 мм; + — D_0=0,50 мм; △ — D_0=0,65 мм.

поднимаются вверх. Связано это с возникновением струевого истечения газа, поскольку в рассматриваемых опытах относительная плотность отверстий диаметром 0,20 мм на порядок меньше, чем отверстий диаметром 0,65 мм. Для отверстий большого диаметра указанный эффект наблюдается при скоростях барботажа, больших 0,1 м/с.

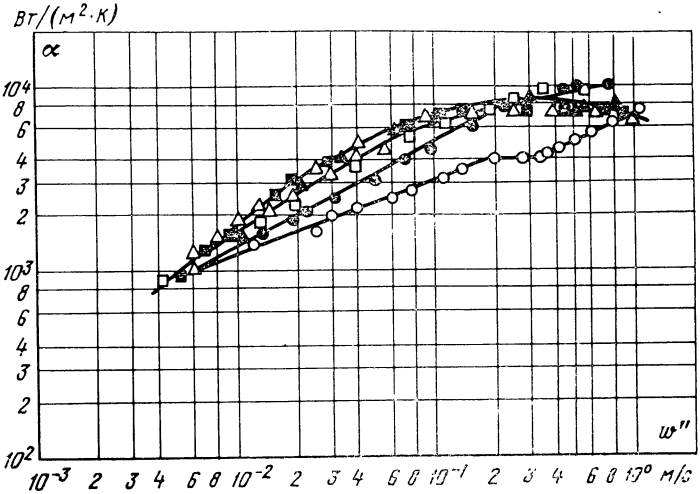


Рис. 4-38. Влияние плотности отверстий на теплоотдачу при барботаже.

Вода — азот, p=0,1 МПа. Плотность отверстий, 1/мм²: ○ — 0,04 (φ_1=0,0013); ● — 0,96 (φ_1=0,03); □ — 2,0 (φ_1=0,063); ▲ — пористая пластина (φ_1=0,20); △ — 4,0 (φ_1=0,13); ■ — пористая пластина (φ_1=0,44).

Влияние плотности отверстий на интенсивность теплообмена при барботаже показана на рис. 4-38. С увеличением однородности проницаемой поверхности интенсивность теплообмена повышается, стремясь к некоторому предельному для данных условий значению.

На рис. 4-39 показано влияние изменения давления (т. е. плотности газа) для данной пары жидкость — газ. Наблюдается отчетливое увеличение интенсивности теплообмена с ростом плотности барботирующего газа.

На рис. 4-40 приведены данные о влиянии молекулярной массы газа. Обнаруживается удивительный факт: при заданном давлении изменение плотности газа вследствие вариации молекулярной массы газа практи-

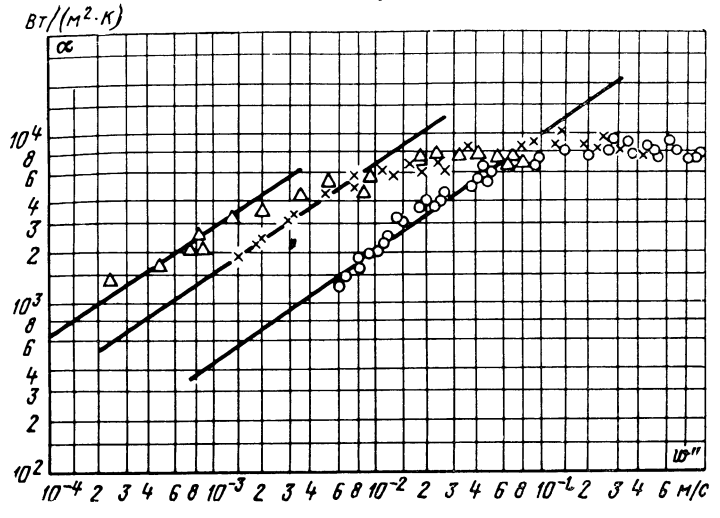


Рис. 4-39. Влияние давления при барботаже.

Вода — азот, пористая пластина. О — p=0,1 МПа; × — p=0,6 МПа; △ — p=1,6 МПа.

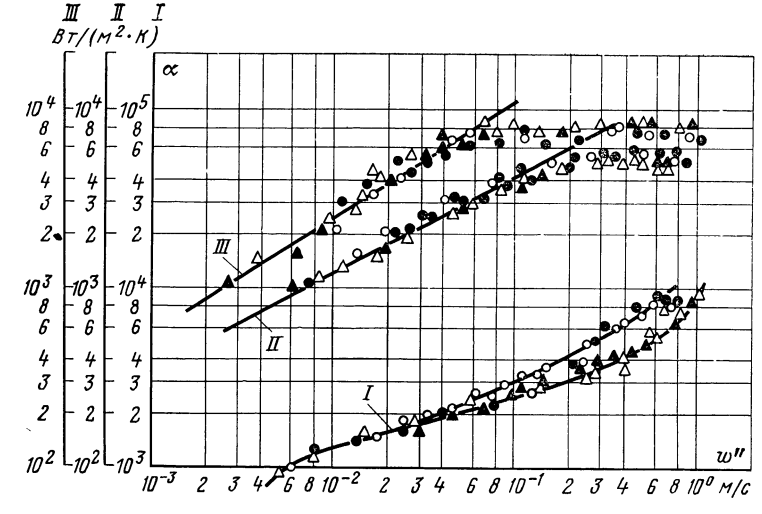


Рис. 4-40. Влияние молекулярной массы газа на теплоотдачу при барботаже.

Пластины с φ_1: *I* — 0,0013; *II* — 0,030; *III* — 0,44. Газы: О — аргон; ● — азот; △ — гелий; ▲ — водород.

чески не влияет на интенсивность теплоотдачи. Однако если в условиях постоянства всех других параметров изменение давления приводит к изменению только одного физического свойства системы плотности газа, то изменение молекулярной массы вызывает также и изменение скорости распространения звука. Поэтому рассматриваемый эффект можно объяснить влиянием сжимаемости пристенного двухфазного слоя. Как известно, скорость распространения звука в двухфазной среде может быть весьма малой (см. гл. 9) и зависит от скорости распространения звука в обеих фазах и концентрации фаз. Поскольку в рассматриваемых условиях

$$\rho'' \frac{\partial p}{\partial \rho''} \ll \rho' \frac{\partial p}{\partial \rho'}, \tag{4-19}$$

то в условие однозначности достаточно ввести скорость звука в газе a''. Тогда таблица независимых параметров, существенных для данного процесса, примет вид:

Параметр	ρ''	ρ'	μ'	λ'	c'	g	a''	σ	w''_0	D_1	φ_1
Единицы измерения	$\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}^2}$	$\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{к}}$	$\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$	$\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	$\frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\frac{\text{Н}}{\text{м}}$	$\frac{\text{м}}{\text{с}}$	м	—

Из первых десяти величин, составленных из пяти размерностей, можно образовать пять независимых критериев подобия

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{Re} = \frac{\rho'' w''_0}{\mu'}\left(\frac{\sigma}{\gamma' - \gamma''}\right)^{1/2}; \quad \mathrm{M} = \frac{1}{a''}\left(\frac{g\sigma}{\rho' - \rho''}\right)^{1/2}; \\ &\mathrm{Pr}' = \frac{gc'\mu'}{\lambda'}; \quad \mathrm{We} = D_1\left(\frac{\gamma' - \gamma''}{\sigma}\right)^{1/2}; \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho''}{\rho'} \end{aligned}\right\} \tag{4-20}$$

Определяемый критерий можно записать в форме

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha}{\lambda'}\left(\frac{\sigma}{\gamma' - \gamma''}\right)^{1/2}. \tag{4-21}$$

Здесь $\gamma = g\rho$ — удельный вес. Отсюда следует, что

$$\mathrm{Nu} = \Phi(\mathrm{Pr}'; \mathrm{Re}; \mathrm{M}; \tilde{\rho}; \mathrm{We}; \varphi_1 \ldots), \tag{4-22}$$

где многоточие означает другие параметры геометрического подобия системы. Эти критерии имеют специфиче-

ский вид, уже знакомый нам по ранее рассмотренным проблемам газожидкостных систем. Новым является появление специфического числа Маха двухфазного потока.

В описываемых опытах С. С. Кутателадзе и И. Г. Маленкова менялись только геометрия горизонтальных, обращенных вверх пластин, скорость барботажа w''_0, плотность газа ρ'' (за счет изменения давления p и молекулярного веса m) и скорость звука в газе (за счет изменения m). Все остальные физические свойства оставались постоянными, поскольку опыты проводились с дистиллированной водой при температуре 5—7°С.

На рис. 4-41 представлена зависимость коэффициента теплоотдачи α от несколько необычного параметра pw''_0, т. е. произведения абсолютного давления в системе на скорость барботажа. Опыты относятся к двум микропористым пластинам и перфорированной пластине с 400 отверстиями диаметром 0,2 мм на 1 см^2. Давление менялось в 17 раз, а молекулярная масса — в 20 раз. Тем не менее, в пределах точности опытов имеет место однозначная зависимость. В области $pw''_0<400$ имеет место зависимость

$$\alpha \sim (pw''_0)^{2/3}. \tag{4-23}$$

Соответствующие данные представлены отдельно на рис. 4-42 в функции от параметра mp.

Из (4-42) следует, что обнаруженный эффект может иметь место только в том случае, когда между числами Нуссельта, Рейнольдса и Маха существует связь вида

$$\mathrm{Nu} \sim f\left(\frac{\mathrm{Re}}{\mathrm{M}^2}\right), \tag{4-24}$$

где

$$\frac{\mathrm{Re}}{\mathrm{M}^2} = \frac{pw''_0}{g\mu'}. \tag{4-25}$$

Таким образом, при большом числе мелких отверстий коэффициент теплоотдачи от перфорированной поверхности нагрева к жидкости, барботируемой газом, без учета влияния испарения, определяется (по крайней мере, в первом приближении) зависимостью

$$\frac{\alpha}{\lambda'}\left(\frac{\sigma}{\gamma' - \gamma''}\right)^{1/2} = f\left(\mathrm{Pr}'; \frac{pw''_0}{g\mu'}\right). \tag{4-26}$$

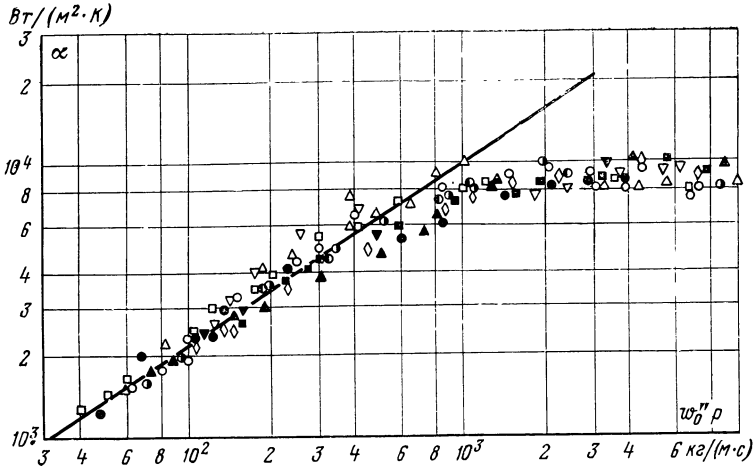


Рис. 4-41. Экспериментальные данные о теплоотдаче при барботаже через воду ($T=278\div279$ К) в координатах (α, $w''_0 p$).

Пластины с φ_1, равным 0,20 и 0,44: аргон. □ — p=0,1 МПа, ◘ — 0,6 МПа; азот: ○ — p=0,1 МПа, ◑ — 0,6 МПа, ● — 1,6 МПа; гелий: ▽ — p=0,1 МПа, ▼ — 0,4 МПа; водород: △ — p=0,1 МПа, ▲ — 0,6 МПа.
Пластина с φ_1=0,13; аргон: ◇ — p=0,1 МПа; водород: ◐ — p=0,1 МПа.

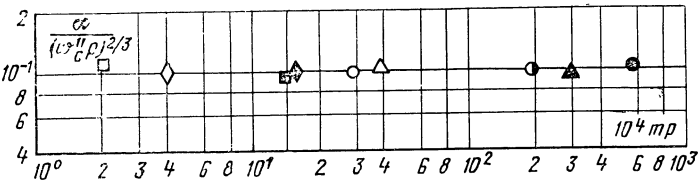


Рис. 4-42. Теплообмен при барботаже воды, зависимость $\alpha/(w''_0 p)^{2/3}$ от mp для $w''_0 p \leqslant 400$.

Азот: ○ — p=0,1 МПа, ◑ — 0,6 МПа; ● — 1,6 МПа; аргон: △ — p=0,1 МПа, ▲ — 0,6 МПа; гелий: ◇ — p=0,1 МПа, ◆ — 0,4 МПа; водород: □ — p=0,1 МПа, ◘ — 0,6 МПа.

В области относительно слабого взаимодействия пузырей

$$\mathrm{Nu} \sim \left(\frac{p w''_0}{g \mu'}\right)^{2/3}. \qquad (4\text{-}27)$$

В области сильного взаимодействия пузырей, но до наступления эффекта оттеснения жидкости число Нуссельта практически не зависит от параметра (4-25).

Показатель степени в (4-27) взят из соображений удобства. Истинное его значение в разных условиях несколько меняется и лежит между 0,6 и 0,7.

СТЕКАНИЕ ЖИДКИХ ПЛЕНОК

5-1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Существуют несколько режимов течения не очень тонких жидких пленок. Из них выделим: ламинарное течение со спокойной поверхностью раздела фаз, ламинарное течение с поверхностными волнами, турбулентное течение и течение с поверхностным испарением жидкости или конденсацией пара.

Впервые проблема ламинарных пленок с гладкой поверхностью была подробно рассмотрена Нуссельтом. Позднее в работах Киркбрайта и С. С. Кутателадзе была поставлена проблема турбулентных пленок. Проблема волнового стекания ламинарных пленок была поставлена П. Л. Капицей.

На рис. 5-1 показана условная схема смены режимов течения жидкой пленки, число Рейнольдса которой увеличивается вниз по течению вследствие процесса конденсации пара. По грубым оценкам, имеющимся в литературе, ламинарное течение с гладкой поверхностью пленки наблюдается до чисел Рейнольдса 30—50, ламинарное течение с волнами — при $30<\mathrm{Re}'<400$ и турбулентное течение—при $\mathrm{Re}'>400$. Однако имеются данные и о том, что возникновение волн на поверхности ламинарной пленки возможно при весьма малых числах Рейнольдса (например, работы Бенжамина, Бониллы). Этот результат может означать возможность существования волн некапиллярной природы.

Число Рейнольдса пленки определено как

$$\mathrm{Re}'=\frac{G'_1}{\mu'}, \qquad (5\text{-}1)$$

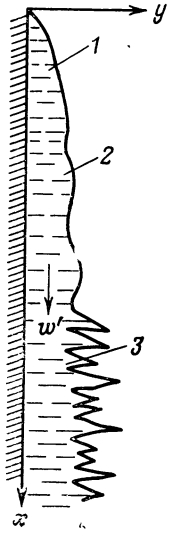


Рис. 5-1. Схема течения пленки конденсата на вертикальной стенке.

1 — ламинарное течение с гладкой границей раздела фаз; *2* — ламинарное течение с волнами на границе раздела фаз; *3* — турбулентное течение с нерегулярными волнами.

где $G'_1=\rho'\bar{w}'_x\delta$ — массовый расход жидкости на единице ширины пленки с расчетной толщиной δ.

Как видно, число Рейнольдса пленки может быть вычислено без непосредственного измерения ее толщины и скорости течения.

На рис. 5-2 приведены фотографии различных режимов течения жидких пленок свободно стекающих по вертикальной стенке ($\mathrm{Re}=u_0\delta_0/\nu'$, где u_0, δ_0 — средние

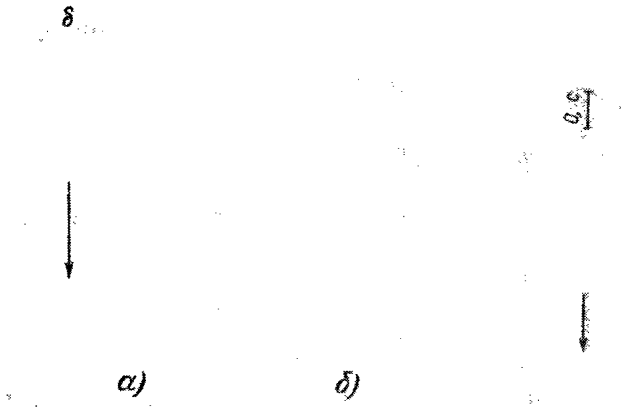


Рис. 5-2. Пульсации толщины пленки жидкости.
а — Re=6,1, δ_0=0,53 мм; *б* — Re=40, δ_0=0,2 мм; *в* — Re=870, δ_0=0,7 мм.

значения скорости жидкости и толщины пленки). Отчетливо наблюдаются существенно отличные друг от друга возмущения границы раздела фаз.

В приближении теории пограничного слоя, т. е. полагая толщину пленки малой по сравнению с ее протяженностью, запишем уравнения движения и сплошности для несжимаемой жидкости с постоянными физическими свойствами в виде

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial p'}{\partial y}=0;\\&g_x-\frac{1}{\rho'}\frac{\partial p'}{\partial x}+\frac{1}{\rho'}\frac{\partial \tau}{\partial y}=\frac{\partial w'_x}{\partial t}+w'_x\frac{\partial w'_x}{\partial x}+w'_y\frac{\partial w'_x}{\partial x};\\&\frac{\partial w'_x}{\partial x}+\frac{\partial w'_y}{\partial y}=0.\end{aligned}\right\}\quad(5\text{-}2)$$

Из условия сплошности течения следует, что

$$w'_x \frac{\partial w'_x}{\partial x} + w'_y \frac{\partial w'_x}{\partial y} = \frac{\partial w'_x w'_x}{\partial x} + \frac{\partial w'_x w'_y}{\partial y}. \qquad (5\text{-}3)$$

На непроницаемой стенке $w'_x = w'_y = 0$. На внешней границе пленки ($y = \delta$) необходимо учитывать волновые эффекты и взаимодействие с газовой (паровой) фазой.

При малом инерционном члене из (5-2) следует элементарное выражение для касательных напряжений в плоскости (x, y)

$$\tau = \left[g_x (\rho' - \rho'') - \frac{\partial p'}{\partial x} \right] (\delta - y) + \tau_{гр}, \qquad (5\text{-}4)$$

где $\tau_{гр}$ — трение на расчетной поверхности пленки $y = \delta$.

При гладкой поверхности и когда в газе действует только гидростатическое давление имеем:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial p'}{\partial x} = \frac{\partial p''}{\partial x} = g_x \rho''; \\ &\tau \approx g_x (\rho' - \rho'') (\delta - y) + \tau_{гр}. \end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}5)$$

Формально определив коэффициет трения пленки о твердую стенку стандартной формулой

$$\frac{c'_f}{2} = \frac{\tau_{ст}}{\rho' \bar{w}'^2_x}, \qquad (5\text{-}6)$$

получим следующее уравнение, связывающее расчетную толщину пленки с расходом жидкости:

$$\tilde{\delta}^3 \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right) + \frac{v^{*2}_{гр}}{(g\nu')^{1/3}} \tilde{\delta}^2 = \frac{c'_f}{2} \mathrm{Re}'^2. \qquad (5\text{-}7)$$

Здесь $\tilde{\delta} = \delta \left(\frac{g_x}{\nu'^2}\right)^{1/3}$ — безразмерная толщина пленки; $v^*_{гр} = \left(\frac{\tau_{гр}}{\rho'}\right)^{1/2}$ — динамическая скорость на расчетной внешней границе пленки.

Отсюда при $\tau_{гр} \approx 0$

$$\tilde{\delta} = \sqrt[3]{\frac{c'_f \mathrm{Re}'^2}{2\left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)}}. \qquad (5\text{-}8)$$

При ламинарном течении

$$c'_f \sim \mathrm{Re}'^{-1}; \quad \tilde{\delta} \sim \mathrm{Re}'^{1/3}; \qquad (5\text{-}9)$$

при турбулентном течении

$$c'_f \sim \mathrm{Re}'^{-n},\ n \ll 1;\ \tilde{\delta} \sim \mathrm{Re}'^{\frac{2-n}{3}}; \tag{5-10}$$

при турбулентном течении на гладкой стенке и умеренных числах Рейнольдса

$$n \approx \frac{1}{4},\ \tilde{\delta} \sim \mathrm{Re}'^{7/12}; \tag{5-11}$$

при турбулентном течении на сильно шероховатой стенке

$$n = 0,\ \tilde{\delta} \sim \mathrm{Re}'^{2/3}. \tag{5-12}$$

5-2. ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ПЛЕНКИ ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТЕНКЕ

В данном случае

$$\tau = \mu' \frac{\partial w'_x}{\partial y}. \tag{5-13}$$

Полагая $G' = \mathrm{const}$ и $\delta = \mathrm{const}$, имеем:

$$\left.\begin{aligned} &g(\rho' - \rho'') + \mu' \frac{d^2 w'_x}{dy^2} = 0; \\ &y = 0,\ w'_x = 0;\ y = \delta,\ \mu' \left(\frac{dw'_x}{dy}\right)_{\text{гр}} = \frac{c''_f}{2} \rho'' w''^2_{\text{от}}. \end{aligned}\right\} \tag{5-14}$$

Здесь c''_f — коэффициент трения газа о поверхность жидкой пленки; $w''_{\text{от}} = \bar{w}''_x - w'_{x\,\text{гр}}$ — относительная скорость газа. Отсюда скорость течения жидкости в пленке равна:

$$w'_y = 0,\ w'_x = \left[\pm c''_f \frac{\rho'' w''^2_{\text{от}}}{2\mu'} - \frac{g(\rho' - \rho'')}{\mu'} \delta\right] y - \frac{g(\rho' - \rho'')}{2\mu'} y^2. \tag{5-15}$$

При течении газа сверху вниз во втором члене этого уравнения берется знак плюс (газ увлекает жидкость в том же направлении, что и сила тяжести). При течении газа снизу вверх происходит торможение стекания пленки и следует брать знак минус.

Скорость жидкости на границе раздела фаз равна:

$$w'_{x\text{гр}} = \pm c''_f \frac{\rho'' w''^2_{\text{от}}}{2\mu'} \delta + \frac{g(\rho' - \rho'')}{2\mu'} \delta^2. \tag{5-16}$$

Средняя расходная скорость жидкости равна:

$$\bar{w}'_x = \frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} w'_x dy = \pm c''_f \frac{\rho'' w''^2_{от}}{4\mu'}\delta + \frac{g(\rho' - \rho'')}{3\mu'}\delta^2. \quad (5\text{-}17)$$

Отсюда для свободно стекающей пленки ($w''_{от} \approx 0$) имеем следующую связь между локальным и средним значениями скорости течения:

$$\left.\begin{aligned} w'_x &= 3\bar{w}'_x\left(\xi - \frac{\xi^2}{2}\right); \\ \bar{w}'_x &= \frac{g(\rho' - \rho'')}{3\mu'}\delta^2. \end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}18)$$

Здесь $\xi = y/\delta$ — относительное расстояние от стенки.

При течении газа снизу вверх расходная скорость принимает отрицательное значение при

$$\frac{\rho''\bar{w}''^2}{g\delta(\rho' - \rho'')} > \frac{4}{3c''_f}. \quad (5\text{-}19)$$

Это — условие «захлебывания» течения.

Число Рейнольдса пленки равно:

$$\mathrm{Re}' = \pm c''_f \frac{\rho''}{\rho'}\left(\frac{\delta w''_{от}}{2\nu'}\right)^2 + \frac{g\delta^3}{3\nu'^2}\left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right), \quad (5\text{-}20)$$

т. е. для свободно стекающей пленки

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{3\nu' G'_1}{g(\rho' - \rho'')}}, \quad (5\text{-}21)$$

которая соответствует (5-8) при множителе пропорциональности, равном $\left(\frac{3\rho'}{\rho' - \rho''}\right)^{1/3}$.

5-3. КАПИЛЛЯРНЫЕ ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ СВОБОДНО СТЕКАЮЩЕЙ ЛАМИНАРНОЙ ПЛЕНКИ

Как уже было сказано выше, течение с гладкой границей раздела фаз имеет место только при малых значениях числа Рейнольдса жидкой пленки. Критическое значение этой величины, при котором начинается волнообразование на поверхности свободно стекающей ($w''_{от} \approx 0$) пленки, зависит от взаимодействия поверхностного натяжения, вязкости и гравитации, т. е. опреде-

ляется числом Архимеда (того же типа, что и в § 2-4). Соответствующие экспериментальные данные приведены на рис. 5-3.

Ниже мы рассмотрим в линейном длинноволновом приближении теории пограничного слоя задачу о волнах, возникающих в условиях соизмеримости сил тяже-

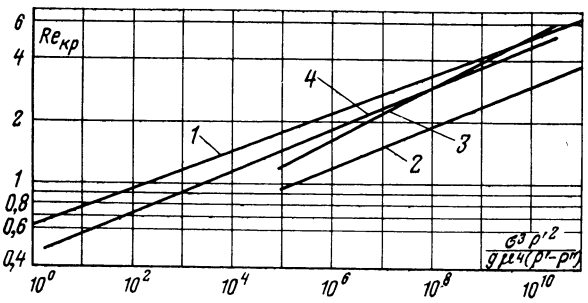


Рис. 5-3. Зависимость числа $Re_{кр}$ начала волнообразования от числа Архимеда.

1 — расчет П. Л. Капицы. Экспериментальные данные: *2* — Брауэра; *3* — Гримлея; *4* — Ишигаи и др.

сти, вязкости и поверхностного натяжения. В плоском (двумерном) пограничном слое воздействие поверхностного натяжения связано с изменением кривизны границы раздела фаз вниз по течению так, что давление в уравнении (5-2) определяется формулой

$$p' = g_x \rho'' x - \frac{\sigma}{R_x}, \tag{5-22}$$

где вследствие условия $\lambda \gg \delta$ (λ — длина волны) радиус кривизны в данной точке границы раздела равен:

$$R_x^{-1} = \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2}\left[1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2\right] \approx \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2}. \tag{5-23}$$

Подставляя соответствующее значение градиента давления в (5-2), получаем уравнение движения пленки с учетом действия поверхностного натяжения

$$g_x\left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right) + \nu' \frac{\partial^2 w'_x}{\partial y^2} + \frac{\sigma}{\rho'} \frac{\partial^3 \delta}{\partial x^3} =$$

$$= \frac{\partial w'_x}{\partial t} + w'_x \frac{\partial w'_x}{\partial x} + w'_y \frac{\partial w'_x}{\partial y}. \tag{5-24}$$

При этом на поверхности пленки нормальная компонента скорости течения равна:

$$y=\delta;\ w'_y=\frac{d\delta(x,t)}{\partial t}=\frac{\partial\delta}{\partial t}+w'_x\frac{\partial\delta}{\partial x}. \qquad (5\text{-}25)$$

Условие (5-25) иногда называется кинематическим граничным условием на поверхности пленки.

Уравнение (5-24) с учетом (5-3) удобно записать в форме

$$g_x\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)+\nu'\frac{\partial^2 w'_x}{\partial y^2}+\frac{\sigma}{\rho'}\frac{\partial^3\delta}{\partial x^3}=$$
$$=\frac{\partial w'_x}{\partial t}+\frac{\partial(w'_x w'_x)}{\partial x}+\frac{\partial(w'_x w'_y)}{\partial y}. \qquad (5\text{-}26)$$

Проинтегрируем уравнение (5-26) и уравнение сплошности из (5-2) от $y=0$ до $y=\delta$ при $\tau_{гр}=0$. Имеем:

$$g_x\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)\delta+\frac{\sigma\delta}{\rho'}\frac{\partial^3\delta}{\partial x^3}+\nu'\left(\frac{\partial w_x}{\partial y}\right)_{y=0}=$$
$$=\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\delta w'_x dy-w'_x\Big|_{y=\delta}\frac{\partial\delta}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta w'^2_x dy-$$
$$-w'^2_x\Big|_{y=\delta}\frac{\partial\delta}{\partial x}+(w'_x w'_y)\Big|_{y=\delta}. \qquad (5\text{-}27)$$

Учитывая условие (5-25), можно показать, что

$$-w'_x\Big|_{y=\delta}\frac{\partial\delta}{\partial t}-w'^2_x\Big|_{y=\delta}\frac{\partial\delta}{\partial x}+(w'_x w'_y)_{y=\delta}=0. \qquad (5\text{-}28)$$

Интегрируя уравнение сплошности, получаем:

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta w'_x dy-w'_x\Big|_{y=\delta}\frac{\partial\delta}{\partial x}+w'_y\Big|_{y=\delta}=0$$

и далее с учетом (5-25) имеем:

$$\frac{\partial\delta}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta w'_x dy=0. \qquad (5\text{-}29)$$

Вводя средние значения скорости по сечению пленки $\overline{w'}_x=\frac{1}{\delta}\int_0^\delta w'_x dy$, а также предполагая, как это обычно делается в гидравлике, $\overline{w}^2=(\overline{w})^2$ [для профиля скорости (5-15) это выполняется с точностью до 20%, т. е. такое

приближение является достаточно грубым], из (5-27)—(5-29) получаем систему осредненных одномерных уравнений гидродинамики пленки

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial\overline{w}'_x}{\partial t}+\overline{w}'_x\frac{\partial\overline{w}'_x}{\partial x}=-\frac{\nu}{\delta}\left(\frac{\partial\overline{w}'_x}{\partial y}\right)_{y=0}+g_x+\frac{\sigma}{\rho'}\frac{\partial^3\delta}{\partial x^3};\\&\frac{\partial\delta}{\partial t}+\frac{\partial\overline{w}'_x\delta}{\partial x}=0.\end{aligned}\right\}\quad(5\text{-}30)$$

Здесь и далее при g_x опущен множитель $1-\frac{\rho''}{\rho'}$.

В квазистационарном длинноволновом приближении мгновенное поле скоростей в пленке можно описать соотношением (5-18).

Подставляя значение w'_x из (5-18) в первое уравнение системы (5-30), получаем:

$$\frac{\partial\overline{w}'_x}{\partial t}+\overline{w}'_x\frac{\partial\overline{w}'_x}{\partial x}=-\frac{3\nu'\overline{w}'_x}{\delta^2}+g_x+\frac{\sigma}{\rho'}\frac{\partial^3\delta}{\partial x^3}.\quad(5\text{-}31)$$

Представим, как обычно, мгновенные значения средней скорости и толщины пленки как суммы осредненного значения и возмущения

$$\overline{w}'_x=w_0+v';\ \delta=\delta_0+\delta'.\quad(5\text{-}32)$$

Здесь w_0 и δ_0 — усредненные по времени значения средней расходной скорости и толщины пленки при волновом стекании, а v' и δ' — возмущения средней по сечению скорости течения и толщины пленки за счет волнообразования. При этом $v'\ll w_0$ и $\delta'\ll\delta_0$. В случае гладкой границы w_0 и δ_0 определяются соответственно формулами (5-18) и (5-21).

Подставляя величины из (5-32) в (5-31) и проводя линеаризацию, получим уравнения возмущенного движения

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial v'}{\partial t}+w_0\frac{\partial v'}{\partial x}=-\frac{3\nu'v'}{\delta^2_0}+\frac{\sigma\nu'w_0\delta'}{\delta^3_0}+\frac{\sigma}{\rho'}\frac{\partial^3\delta'}{\partial x^3};\\&\frac{\partial\delta'}{\partial t}+w_0\frac{\partial\delta'}{\partial x}+\delta_0\frac{\partial v'}{\partial x}=0.\end{aligned}\right\}\quad(5\text{-}33)$$

Из уравнения (5-33) в рассматриваемом случае следует одно уравнение для возмущенной поверхности пленки

$$\frac{\sigma}{\rho'}\frac{\partial^4\delta'}{\partial x^4}+\frac{1}{\delta_0}\frac{\partial^2\delta'}{\partial t^2}+\frac{2w_0}{\delta_0}\frac{\partial^2\delta'}{\partial x\partial t}+\frac{w^2_0}{\delta_0}\frac{\partial^2\delta'}{\partial x^2}+\frac{3\nu'}{\delta^3_0}\frac{\partial\delta'}{\partial t}+$$
$$+\frac{9\nu'w_0}{\delta^3_0}\frac{\partial\delta'}{\partial x}=0.\quad(5\text{-}34)$$

Представим, как обычно, форму поверхности раздела в виде прогрессивной (бегущей) волны

$$\delta' = Ae^{i(kx-\omega t)},$$

где A — амплитуда волны; $k=2\pi/\lambda$ — волновое число; λ — длина волны; ω — частота возмущения поверхности раздела.

Подставляя выражение δ' в (5-34), получим дисперсионное соотношение, связывающее волновое число и частоту колебаний границы раздела фаз:

$$\frac{\sigma}{\rho'}k^4 - \frac{k^2}{\delta_0}(c-w_0)^2 - ik\frac{3\nu'}{\delta^3_0}(c-3w_0) = 0. \quad (5\text{-}35)$$

Здесь $c=\omega/k$ — фазовая скорость поверхностной волны.

Нейтральные, т. е. незатухающие и нерастущие колебания поверхности возможны лишь тогда, когда последняя скобка в (5-35) равна нулю, чему соответствует формула П. Л. Капицы

$$c=3w_0. \quad (5\text{-}36)$$

Далее из (5-35) следует, что

$$c = w_0 \pm k\left(\frac{\sigma\delta_0}{\rho'}\right)^{1/2}. \quad (5\text{-}37)$$

Как известно, скорость распространения капиллярных волн на поверхности неподвижного слоя идеальной жидкости определяется формулой

$$c^2_к = \frac{\sigma k}{\rho}\operatorname{th} k\delta_0. \quad (5\text{-}38)$$

В случае длинных волн $k\delta_0 \ll 1$ и

$$c_к = k\left(\frac{\sigma\delta_0}{\rho}\right)^{1/2}, \quad (5\text{-}39)$$

т. е. формула (5-37) соответствует капиллярной волне на поверхности идеальной жидкости, текущей со скоростью w_0. Однако условие существования в вязкой жидкости незатухающей капиллярной волны выделяет только одну гармонику колебаний поверхности. Из условия (5-36), выделяющего одну фазовую скорость, и формулы (5-37) следует, что длина волны λ и волновое число k незагухающих колебаний определяются соотношением

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2w_0\left(\frac{\rho'}{\sigma\delta_0}\right)^{1/2}, \quad (5\text{-}40)$$

а частота колебаний поверхности — соотношением

$$\omega = kc = 6w^2_0 \left(\frac{\rho'}{\sigma\delta_0}\right)^{1/2}. \qquad (5\text{-}41)$$

Незатухающие колебания имеют профиль вида

$$\delta' = A\sin\left[2w_0\left(\frac{\rho'}{\sigma\delta_0}\right)^{1/2}(x - 3w_0 t)\right]. \qquad (5\text{-}42)$$

Амплитуда капиллярной волны A не может быть определена в линейной постановке без введения дополнительных гипотез, например гипотезы о минимуме диссипации энергии или максимуме толщины пленки, стекающей при данном числе Рейнольдса.

Диссипация энергии на трение в пленке равна:

$$-\frac{dE}{dt} = +\mu'\int_0^{\delta}\left(\frac{\partial w'_x}{\partial y}\right)^2 dy = 3\mu'\frac{\overline{w}'^2_x}{\delta}. \qquad (5\text{-}43)$$

Усредняя по длине волны λ, получаем:

$$\left(\frac{\overline{dE}}{dt}\right)_\lambda = -\frac{3\mu'}{\lambda}\int_0^{\lambda}\frac{\overline{w}'^2_x}{\delta}\,dx. \qquad (5\text{-}44)$$

При установившемся волновом режиме связь между δ и $\overline{w}'_x$ следует из уравнения неразрывности системы (5-30)

$$\overline{w}'_x = c + \frac{\delta_0(w_0 - c)}{\delta}. \qquad (5\text{-}45)$$

Здесь и далее δ_0 и w_0 — средние по времени толщина пленки и скорость при волновом стекании.

Вводя (5-45), (5-32) и (5-42) в (5-44), получаем:

$$\left(\frac{\overline{dE}}{d\tau}\right)_\lambda = \frac{3\nu' G'^2}{\rho'\delta^3_0}\Phi, \qquad (5\text{-}46)$$

где

$$\Phi = \frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda}\frac{\left(1 + \frac{c}{w_0}\varphi\right)}{(1+\varphi)^3}\,dx,\quad \varphi = \frac{\delta'}{\delta_0}.$$

Средняя работа силы тяжести на единицу длины равна:

$$\bar{L} = G'_1. \qquad (5\text{-}47)$$

Используя условие энергетического баланса при установившемся течении $\bar{L} = d\bar{E}/dt$, получим выражение

для определения средней толщины δ_0 при волновом стекании пленки

$$\delta^3{}_0 = \frac{3\nu' G'_1}{\rho' g} \Phi. \tag{5-48}$$

При ламинарном стекании пленки Φ максимальна и равна 1, при волновом стекании пленки $\Phi < 1$.

Величина Φ зависит от неизвестных амплитуды возмущения A и скорости волны c. Кроме уравнения (5-48), для вычисления трех неизвестных величин δ_0, A, c П. Л. Капица воспользовался условием минимума толщины пленки в зависимости от амплитуды возмущения A

$$\frac{\partial \Phi}{\partial (A^2)} = 0$$

и требованием существования незатухающего периодического колебания, взятого в первом приближении в виде (5-36). П. Л. Капица, впервые предложивший этот метод, определил значения Φ, A и c для волнового стекания пленки, равные $\Phi = 0{,}8$; $\bar{A} = 0{,}46$; $c = 2{,}4 w_0$; $\bar{A} = A/\delta_0$.

Таким образом по данным П. Л. Капицы средняя толщина пленки при волновом стекании на 7% меньше, чем при ламинарном.

5-4. НЕКАПИЛЛЯРНЫЕ ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ ЛАМИНАРНОЙ СВОБОДНО СТЕКАЮЩЕЙ ПЛЕНКИ

На рис. 5-2,*б* показана фотография развитого волнообразования на некотором расстоянии от верхней кромки свободно стекающей вертикальной жидкой пленки. Наблюдаемая картина отлична от вида капиллярных волн и похожа на тип прогрессивных волн, называемых периодическим бором или катящимися волнами. Анализ таких волновых течений дан Дресслером и другими авторами. Подробное изложение дано Стоккером.

Запишем интегральное соотношение импульсов для пластины, отклоненной от вертикали на угол χ:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\delta w'_x dy + \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta w'^2_x dy = -\nu'\left(\frac{\partial w'_x}{\partial y}\right) - g\delta\cos\chi\frac{\partial\delta}{\partial x} + \frac{\sigma\delta}{\rho'}\frac{\partial^3\delta}{\partial x^3} + g\delta\sin\chi; \tag{5-49}$$

$$\frac{\partial\delta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta w'_x dy = 0.$$

Полагая, что профиль скорости автомоделен, имеем:

$$w'_x = w_x f(\xi). \tag{5-50}$$

Введя (5-50) в (5-49), после некоторых преобразований получим уравнение

$$\frac{\partial w_x}{\partial t} + \left(\frac{2\gamma}{\alpha} - \alpha\right) w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{w^2_x}{\delta}\left(\frac{\gamma}{\alpha} - \alpha\right)\frac{\partial \delta}{\partial x} =$$

$$= -\frac{\nu' w_x}{\alpha \delta^2}\beta - \frac{g}{\alpha}\cos\chi\frac{\partial \delta}{\partial x} + \frac{g}{\alpha}\sin\chi + \frac{\sigma}{\rho'\alpha}\frac{\partial^3 \delta}{\partial x^3}, \tag{5-51}$$

где

$$\alpha = \int_0^1 f(\xi)\, d\xi; \quad \gamma = \int_0^1 f^2(\xi)\, d\xi; \quad \beta = \left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)_{\xi=0} = 0.$$

Таким образом, для средней скорости $\bar{w}'_x = \alpha w_x$ и толщины пленки δ получаем уравнения

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \bar{w}'_x}{\partial t} + \gamma_1 \bar{w}'_x \frac{\partial \bar{w}'_x}{\partial x} + \alpha_1 \frac{\bar{w}'^2_x}{\delta}\frac{\partial \delta}{\partial x} + g\cos\chi\frac{\partial \delta}{\partial x} = \\ &= -\frac{\beta_1 \nu' \bar{w}'_x}{\delta^2} + g\sin\chi + \frac{\sigma}{\rho'}\frac{\partial^3 \delta}{\partial x^3}; \\ &\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial \bar{w}'_x \delta}{\partial x} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{5-52}$$

Здесь

$$\gamma_1 = \left(\frac{2\gamma}{\alpha^2} - 1\right); \quad \alpha_1 = \frac{\gamma}{\alpha^2} - 1; \quad \beta_1 = \frac{\beta}{\alpha}.$$

В случае автомодельного профиля

$$f(\xi) = 2\xi - \xi^2; \quad \gamma_1 = 1{,}4; \quad \alpha_1 = 0{,}2; \quad \beta_1 = 3.$$

Для удобства оценок величин соответствующих членов приведем уравнение движения к безразмерной форме, введя переменные

$$\tilde{t} = \frac{w_0 t}{\delta_0}, \quad \tilde{x} = \frac{x}{\delta_0}, \quad \tilde{w}_x = \frac{\bar{w}'_x}{w_0}, \quad \tilde{\delta} = \frac{\delta}{\delta_0}.$$

Получим:

$$\frac{\partial \tilde{w}_x}{\partial \tilde{t}} + \gamma_1 \tilde{w}_x \frac{\partial \tilde{w}_x}{\partial \tilde{x}} + \alpha_1 \frac{\tilde{w}^2_x}{\tilde{\delta}^2}\frac{\partial \tilde{w}_x}{\partial \tilde{x}} + \frac{g\delta_0}{w^2_0}\cos\chi\frac{\partial \tilde{\delta}}{\partial \tilde{x}} =$$

$$= -\frac{\beta_1}{\mathrm{Re}}\frac{\tilde{w}_x}{\tilde{\delta}^2} + \frac{g\delta_0}{w^2_0}\sin\chi + \frac{\sigma}{\rho w^2_0 \delta_0}\frac{\partial^3 \tilde{\delta}}{\partial \tilde{x}^3}. \tag{5-53}$$

Отметим одно обстоятельство, имеющее фундаментальное значение для излагаемого ниже материала. При получении системы уравнений (5-52) в отличие, например, от (5-30) отсутствует приближение $(\bar{w})^2 = \overline{w^2}$. В дальнейшем будем называть такое усреднение исходных уравнений точным. В случае предположения о равенстве среднего от квадрата скорости квадрату среднего в системе (5-52) $\gamma_1 = 1$ и $\alpha_1 = 0$. Условие $\alpha_1 \neq 0$ позволяет в дальнейшем сделать заключение о существовании волновых решений не только типа капиллярной волны.

Введя в (5-52) выражения для скорости и толщины пленки

$$\tilde{w}_x = 1 + \tilde{v}'; \quad \tilde{\delta} = 1 + \tilde{\delta}', \tag{5-54}$$

для условий

$$\sigma/\rho w_0^2 \delta_0 \ll 1, \quad \mathrm{Re} \gg 1 \tag{5-55}$$

можно записать следующую систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial v'}{\partial t} + \gamma_1 w_0 \frac{\partial v'}{\partial x} + \gamma_1 v' \frac{\partial v'}{\partial x} + \frac{\alpha_1 w_0^2}{\delta_0}\left[\frac{\partial \delta'}{\partial x} - \frac{\delta'}{\delta_0}\left(\frac{\partial \delta'}{\partial x}\right)\right] + \\ &+ \frac{2w_c v'}{\delta_0}\frac{\partial \delta'}{\partial x} + g\cos\chi\frac{\partial \delta'}{\partial x} = \frac{2\beta_1 \nu w_0}{\alpha \delta_0^3} - \frac{\beta_1 v'}{\alpha \delta_0^2} + \frac{\sigma}{\rho}\frac{\partial^3 \delta'}{\partial x^3}; \\ &\frac{\partial \delta'}{\partial t} + w_0 \frac{\partial \delta'}{\partial x} + v' \frac{\partial \delta'}{\partial x} + \delta_0 \frac{\partial v'}{\partial x} + \delta' \frac{\partial v'}{\partial x} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{5-56}$$

При этом предполагается определение средних величин по соотношениям стационарного ламинарного движения.

Система (5-56) при средней скорости течения $w_0 = 0$ и угле наклона к горизонту $\chi = 0$ переходит в уравнения теории «мелкой воды», учитывающей трение потока о дно канала. В этом случае возможны так называемые гравитационные волны. При $\chi = 90°$ (вертикальная стенка) и $w_0 \neq 0$ система (5-56) даже в случае достаточно длинных волн и $\sigma/\rho w_0^2 \delta_0 \ll 1$ допускает существование прогрессивных волн некапиллярной природы. Это возможно только в том случае, когда величина $\alpha_1 \neq 0$.

Роль члена $g\frac{\partial \delta'}{\partial x}$ в гравитационных волнах на мелкой воде играет член $\frac{\alpha_1 w_0^2}{\delta_0}\frac{\partial \delta'}{\partial x}$, появление которого в исходной системе уравнений обусловлено точным усреднением исходных уравнений гидродинамики пленки.

Найдем автомодельное решение уравнений (5-52), предполагая, что $\bar{w}'_x$ и δ являются функцией одного аргумента $(x—ct)$. Имеем:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial \bar{w}'_x}{\partial t} = -c\frac{\partial \bar{w}'_x}{\partial x};\quad \frac{\partial \delta}{\partial t} = -c\frac{\partial \delta}{\partial x};\\
&-c\frac{\partial \bar{w}'_x}{\partial x} + \gamma_1 \bar{w}'_x \frac{\partial \bar{w}'_x}{\partial x} + \alpha_1 \frac{\bar{w}'^2_x}{\delta}\frac{\partial \delta}{\partial x} + g\cos\chi\frac{\partial \delta}{\partial x} =\\
&= -\frac{\beta_1 \nu c}{\delta^2} + g\sin\chi + \frac{\sigma}{\rho}\frac{\partial^3 \delta}{\partial x^3};\\
&-c\delta + \bar{w}'_x\delta = \text{const} = Q.
\end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}57)$$

Второе уравнение системы (5-57) дает:

$$\delta = \frac{Q}{\bar{w}' - c}. \quad (5\text{-}58)$$

Вводя соотношения (5-32), (5-58) в первое уравнение (5-57) и оставив члены второго порядка малости, получим основное уравнение для описания системы прогрессивных волн на тонкой пленке, стекающей по поверхности наклонной пластинки:

$$\left[w_0 - \frac{\alpha_1 w^2_0}{\gamma_1 (w_0 - c)} - \frac{g\cos\chi\delta_0}{\gamma_1 (w_0 - c)} - \frac{c}{\gamma_1}\right]\frac{\partial v'}{\partial x} +$$
$$+ v'\frac{\partial v'}{\partial x}\left[1 - \frac{\alpha_1 w^2_0}{\gamma_1 (w_0 - c)} - \frac{2\alpha_1 w_0}{\gamma_1 (w_0 - c)}\right] = -\frac{2\beta_1 \nu w_0 v'}{\gamma_1 \delta^2_0 (w_0 - c)} -$$
$$- \frac{\beta_1 \nu v'}{\gamma_1 \delta^2_0} - \frac{\sigma\delta_0}{\rho' (w_0 - c)}\frac{\partial^3 v'}{\partial x^3}. \quad (5\text{-}59)$$

Введя функции

$$F = -v'\left[1 - \frac{\alpha_1 w^2_0}{\gamma' (w_0 - c)^2} - \frac{2\alpha_1 w_0}{\gamma' (w_0 - c)}\right] \quad (5\text{-}60)$$

и

$$\omega = \left[w_0 - \frac{\alpha_1 w^2_0}{\gamma_1 (w_0 - c)} - \frac{g\cos\chi\delta}{\gamma_1 (w_0 - c)} - \frac{c}{\gamma_1}\right],$$

приведем исходное уравнение к канонической форме

$$-\omega\frac{\partial F}{\partial x} + F\frac{\partial F}{\partial x} = F\left[\frac{2\beta_1 \nu w_0}{\gamma_1 \delta^2_0 (w_0 - c)} + \frac{\beta_1 v'}{\gamma_1 \delta^2_0}\right] +$$
$$+ \frac{\sigma\delta_0}{\rho' (w_0 - c)}\frac{\partial^3 F}{\partial x^3}. \quad (5\text{-}61)$$

Легко убедиться, что в линейном случае при $c = 3w_0$ и $\chi = 90°$ уравнение (5-59) приводит к результату, изложенному в предыдущем параграфе.

В пренебрежении вязкостными и капиллярными силами имеем линеаризованное уравнение

$$\omega \frac{\partial F}{\partial x}=0;\ F(x-ct)=\text{const}.$$

Скорость этой волны может быть найдена из условия $\omega=0$, т. е.

$$c=\frac{w_0(1+\gamma_1)}{2}\pm$$

$$\pm\sqrt{\frac{w^2_0(1+\gamma_1)^2}{4}-w^2_0(1+1{,}4\alpha_1)+g\cos\chi\delta_0}\ .$$

При $w_0=0$ и $\chi=0$ имеем классический результат для скорости распространения длинных гравитационных волн на поверхности тонкого слоя идеальной жидкости

$$c=\pm\sqrt{g\delta}.$$

При $\cos\chi=0$ имеем простую волну, распространяющуюся со скоростью

$$c=1{,}2w_0\pm0{,}5w_0. \qquad (5\text{-}62)$$

Эксперименты говорят, что реализуется та волна, скорость которой в системе отсчета, движущейся со скоростью пленки, положительна. Поэтому $c=1{,}7w_0$.

При отсутствии капиллярных сил уравнение (5-61) является модельным при исследовании системы катящихся волн. В нашем случае является важным то обстоятельство, что уравнение (5-61) имеет нетривиальные решения в случае вертикальной поверхности как в отсутствие капиллярных, так и гравитационных сил, действующих на пленку.

Действительно, в случае вертикальной поверхности уравнение (5-61) при введении численных значений коэффициентов γ_1, α_1, β_1 имеет вид:

$$-c\frac{\partial\delta'}{\partial x}+1{,}7w_0\frac{\partial\delta'}{\partial x}+2{,}3w_0\left[\frac{\delta'}{\delta_0}\frac{\partial\delta'}{\partial x}-\frac{3{,}9\nu}{\delta_0}\delta'\right]-\frac{\sigma}{\rho w_0}\frac{\partial^3\delta'}{\partial x^3}=0. \qquad (5\text{-}63)$$

В отсутствие поверхностного натяжения уравнение (5-63) можно записать так:

$$-c\frac{\partial F}{\partial x}+F\frac{\partial F}{\partial x}=k(F-1{,}7w_0), \qquad (5\text{-}64)$$

где $F=\frac{2}{3}\frac{w_0}{\delta_0}\delta'+1{,}7w_0$, $k=\frac{3{,}9\nu}{\delta^2_0}$.

Подробное исследование свойств и доказательство существования решений уравнения типа (5-64) проведены Э. Б. Быховским и О. Б. Новиком. В частности, показано, что имеются разрывные периодические решения таких уравнений, описывающие волны типа периодического бора.

Прежде чем перейти к анализу решений, остановимся несколько на том, как ставятся в подобных задачах условия типа Ренкина — Гюгонио в уравнении сохранения энергии на разрывах. Записав левую часть уравнения (5-64) в дивергентной форме

$$-c\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{1}{2}\frac{\partial F^2}{\partial x}=0$$

и проинтегрировав по x от $-\infty$ до ∞, имеем:

$$-c(F^+-F^-)+\frac{1}{2}(F^{+2}-F^{-2})=0 \qquad (5\text{-}65)$$

или $F^++F^-=2c$, где F^+ и F^- — значения функций справа и слева от разрыва.

Второе требование, которое формулируется как условие устойчивости, можно записать $F^+<F^-$, т. е. жидкость всегда должна проходить через разрыв из области с меньшей глубиной в область с большей глубиной.

Из (5-64) для периодического возмущения, распространяющегося со скоростью

$$c=1{,}7w_0,$$

имеем решение

$$\delta=\text{const}+\frac{3{,}9\nu}{\delta_0 w_0} \qquad (5\text{-}66)$$

с условием, следующим из (5-65):

$$\delta'_-=-\delta'_+.$$

Задавшись длиной волны бора L, получаем, учитывая, что при $x=0$ $\delta'=\delta'_+$ и при $x=L$ $\delta'=\delta_-$:

$$\delta'=k\left(x-\frac{L}{2}\right)=\frac{1{,}7}{\mathrm{Re}}\left(x-\frac{L}{2}\right), \qquad (5\text{-}67)$$

где $\mathrm{Re}=w_0\delta_0/\nu$ (рис. 5-4).

Полученное решение можно уточнить, введя общее решение уравнения (5-63) в интервале непрерывности функции в виде

$$\delta=\delta'_{\text{разр}}+f, \qquad (5\text{-}68)$$

где δ — разрывное решение (5-66), а f — добавка, учитывающая влияние поверхностного натяжения.

Введя (5-68) в (5-63) после линеаризации и некоторых преобразований, имеем уравнение

$$\xi \frac{\partial f}{\partial \xi} - k \frac{\partial^3 f}{\partial \xi^3} = 0. \qquad (5\text{-}69)$$

Здесь

$$\xi = \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2}\right)$$

и $$k = \frac{1}{3,9} \frac{2\sigma\delta^3_0}{\rho w^2_0 L^3}.$$



Рис. 5-4. Разрывные периодические решения без поверхностного натяжения — периодический бор.

Введя $\xi_1 = \xi k^{-1/3}$ и $\Phi = \partial f / \partial \xi_1$, получим уравнение Эйри

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2_1} - \xi_1 \Phi = 0. \qquad (5\text{-}70)$$

Начало отсчета $\xi_1 = 0$ находится в середине участка неразрывности при $\delta = \delta_0$, $\delta' = 0$.

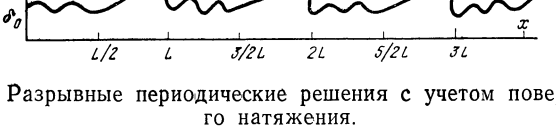


Рис. 5-5. Разрывные периодические решения с учетом поверхностного натяжения.

Известно, что решение уравнения Эйри имеет осциллирующий характер при $\xi_1 < 0$ и монотонный при $\xi_1 > 0$. Можно утверждать, что качественно форма поверхности пленки, стекающей в режиме периодического бора, должна иметь вид, показанный на рис. 5-5, что находится в качественном соответствии с экспериментальными данными (см. рис. 5-2,*б*).

5-5. «НЕСТАЦИОНАРНЫЕ» ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ ТОНКОГО СЛОЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Известно, что имеются такие режимы течения, при которых возмущения на поверхности пленки как регулярные типа системы волн, так и произвольные не стабилизируются по длине пленки, а непрерывно растут по амплитуде и эволюционируют по форме. На рис. 5-6 представлены результаты экспериментов, иллюстрирующие процесс изменения формы волны по длине пленки при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = 22$.

Амплитуда возмущения при этом непрерывно растет, на что указывалось в работе Б. Г. Ганчева и В. М. Козлова, а форма волны меняется от близкой к гармонической до весьма нерегулярной, типа представленной на рис. 5-6.

Удобно получить одно уравнение, ответственное за эволюцию возмущения по длине поверхности при данной средней скорости течения в пленке. При этом полезно вспомнить о так называемых простых волнах — таких решениях нелинейных уравнений гидродинамики, в которых одна из двух зависимых переменных является однозначной функцией другой.

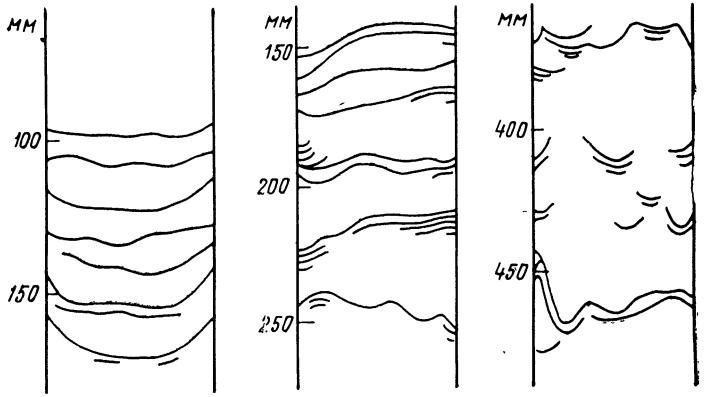


Рис. 5-6. Развитие волн по длине вертикального цилиндра (проекция с фотографии).

Если принять в нашем случае за такие переменные поверхность δ' и скорость v', то решение типа простых волн имеет вид $v'=f(\delta')$. Такое точное решение в задаче о волнах на поверхности пленки возможно лишь в случае отсутствия диссипативных и дисперсионных членов, т. е. при $\mathrm{Re}^{-1} \to 0 \dfrac{\sigma}{\rho w^2{}_0 \delta_0} = 0$.

При Re^{-1} и $\dfrac{\sigma}{\rho w^2{}_0 \delta_0}$ конечных, но малых возможно построение приближенных решений типа $v'=f(\delta')$, называемых квазипростыми волнами.

Рассмотрим систему (5-65). Сведем систему уравнений (5-55) к одному уравнению для возмущения поверхности. Для этого, воспользовавшись методом Уизема — Карпмана, ищем решение системы (5-55) в виде квазипростой волны

$$\tilde{v}' = a\tilde{\delta}' + b\tilde{\delta}'^2 + c\frac{\partial^2 \tilde{\delta}'}{\partial \tilde{x}^2} + d\int \tilde{\delta}'\, d\tilde{x}. \qquad (5\text{-}71)$$

Коэффициенты a, b, c, d определяются из условий совместности уравнений (5-55). Предполагаем, что коэффициенты a, b имеют

порядок единицы, а d, c имеют порядок малости

$$\mathrm{Re}^{-1} \ll 1, \quad \frac{\sigma}{\rho \delta_0 w^2_0} \ll 1.$$

С принятой степенью точности из системы (5-55) или (5-56) следует одно уравнение для волны, распространяющейся в одну сторону (здесь и далее запись уравнений приводится в размерной форме):

$$\frac{\partial \delta'}{\partial t} + (w_0 + a\delta_0) \frac{\partial \delta'}{\partial x} + 2(a + b\delta_0)\, \delta' \frac{\partial \delta'}{\partial x} + \\ + d\delta_0 \delta' + c\delta_0 \frac{\partial^3 \delta'}{\partial x^3} = 0, \qquad (5\text{-}72)$$

где коэффициенты уравнения

$$a = \frac{w_0}{2\delta_0}(\gamma_1 - 1) \pm \left[\frac{w_0}{4\delta^2_0}(\gamma_1 - 1)^2 + \frac{\alpha_1 w^2_0}{\delta^2_0} + \frac{9}{\delta_0}\cos\chi\right]^{1/2};$$

$$b = \frac{(\gamma_1 - 2)\, a^2 + \dfrac{2w_0}{\delta_0} a - \dfrac{\alpha_1 w^2_0}{\delta_0}}{4a\delta_0 - 2(\gamma - 1) w_0};$$

$$d = \left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{\nu a}{\delta^2_0} - \frac{2\beta\nu w_0}{\alpha\delta_0}\right) : [2a\delta_0 + w_0(1 - \alpha)];$$

$$c = -\frac{\sigma}{\rho(2a\delta_0 + (1 - \gamma) w_0)}.$$

При $c = d = 0$ и пренебрежении нелинейным членом уравнение (5-72) дает простую волну, распространяющуюся в одну сторону в системе отсчета, движущейся со скоростью w_0. Вид решения в этом случае обычен:

$$\delta' = F[x - (w_0 + a\delta_0) t].$$

В дальнейшем выберем в выражении для a знак плюс перед корнем квадратным, что не нарушает общности, но больше соответствует эксперименту.

В случае стекания пленки по вертикальной стенке

$$\cos\chi = 0; \quad a = 0{,}7\frac{w_0}{\delta_0}; \quad b = 0{,}45\frac{w_0}{\delta^2_0}; \quad d = \frac{3{,}9\nu}{\delta^3_0}; \quad c = -\frac{\sigma}{\rho w_0}. \qquad (5\text{-}73)$$

Таким образом, распространение произвольного возмущения на поверхности тонкой пленки подчиняется уравнению Кортевега де Фриза с низкочастотной подкачкой энергии

$$\frac{\partial \delta'}{\partial t} + 1{,}7 w_0 \frac{\partial \delta'}{\partial x} + 2{,}3 w_0 \frac{\delta'}{\delta_0}\frac{\partial \delta'}{\partial x} - \frac{\sigma\delta_0}{\rho w_0}\frac{\partial^3 \delta'}{\partial x^3} = \frac{3{,}9\nu}{\delta^2_0}\delta'. \qquad (5\text{-}74)$$

Удобно написать это уравнение в безразмерной форме

$$\frac{\partial \tilde{\delta}'}{\partial \tilde{t}} + 1{,}7\frac{\partial \tilde{\delta}'}{\partial \tilde{x}} + 2{,}3\tilde{\delta}'\frac{\partial \tilde{\delta}'}{\partial \tilde{x}} - \frac{\sigma}{\rho w^2_0 \delta_0}\frac{\partial^3 \tilde{\delta}'}{\partial \tilde{x}^3} = \frac{3{,}9}{\mathrm{Re}}\tilde{\delta}'. \qquad (5\text{-}75)$$

Правая часть уравнения (5-74) и (5-75) ответственна за рост импульса и энергии по времени в рассматриваемой волне.

Уравнение (5-74) при отыскании автомодельного или «стационарного» решения вида $\delta'(x-ct)$ сразу переходит в уравнение (5-63) и отвечает за возникновение прогрессивных волн типа периодического бора. Из уравнения (5-74) следует, что количество движения в возмущении растет по времени. Проинтегрировав уравнение (5-75) по x от $-\infty$ до $+\infty$, получим закон роста импульса

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\delta}' d\tilde{x} \approx \exp\left(\frac{3,9}{\mathrm{Re}}\tilde{t}\right). \quad (5\text{-}76)$$

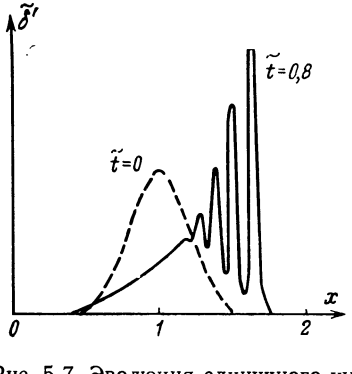


Рис. 5-7. Эволюция единичного куполообразного возмущения на поверхности тяжелой жидкости конечной глубины.

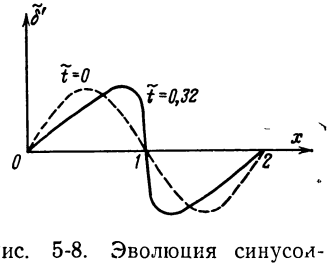


Рис. 5-8. Эволюция синусоидального возмущения на поверхности пленки.

При $\mathrm{Re}\longrightarrow\infty$ уравнение (5-75) принимает канонический вид уравнения Кортевега де Фриза, полученного в конце прошлого века для волн на поверхности тяжелой жидкости конечной глубины. Характерные решения этого уравнения, иллюстрирующие эволюцию единичного куполообразного возмущения поверхности, показаны на рис. 5-7.

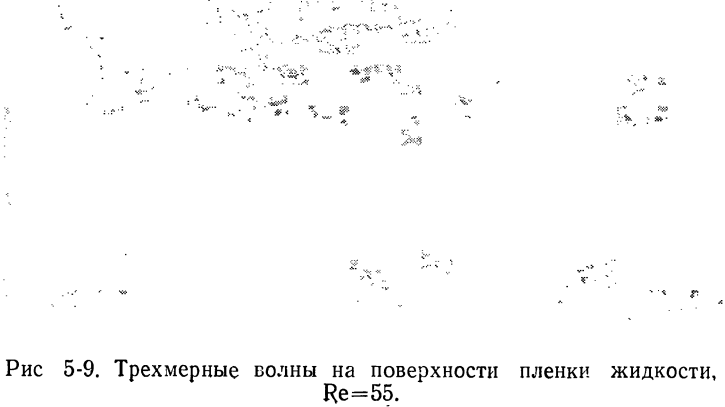


Рис 5-9. Трехмерные волны на поверхности пленки жидкости, $\mathrm{Re}=55$.

На рис. 5-8 показаны результаты численного интегрирования уравнения (5-74), по которым можно проследить за динамикой «укручения» фронта и роста амплитуды гармонического возмущения поверхности. Можно отметить качественное сходство результатов расчета с картиной, наблюдаемой, например, в экспериментах Шлиегаи и соавторов.

Прямое количественное сопоставление расчета и эксперимента вряд ли возможно вследствие существенно трехмерной структуры развитого волнового движения (рис. 5-9). Трехмерная структура образующихся волн является следствием неустойчивости решений уравнений типа (5-75) к возмущениям по третьей координате, на что впервые указано в работах Б. Б. Кадомцева и В. И. Петвиашвили.

Таким образом, дальнейшей фундаментальной задачей в исследовании волновых процессов является построение теории трехмерных волн на поверхности тонких пленок жидкости.

5-6. ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ ПЛЕНКИ ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТЕНКЕ

В первом приближении турбулентный поток можно разделить на вязкий подслой и турбулентное ядро (рис. 5-10). Профиль скорости в этом случае определится системой двух уравнений

$$\tau_{y<y_1} \approx \mu' \frac{dw'}{dy}; \quad \tau_{y>y_1} \approx \rho' \varkappa y^2 \left(\frac{dw'}{dy}\right)^2. \qquad (5\text{-}77)$$

Здесь y_1 — расчетная толщина вязкого подслоя; $\varkappa$ — постоянная, характеризующая структуру турбулентного потока.

По имеющимся опытным данным $\varkappa = 0{,}4$ и $y_1 = 11{,}6\nu' \left(\frac{\rho'}{\tau_{ст}}\right)^{1/2}$. В выражениях (5-77) стоят знаки приближенного равенства, поскольку в действительности турбулентные пульсации проникают и в вязкий подслой, а в турбулентном ядре вблизи подслоя играют известную роль силы вязкого трения. Кроме того, приведенное выражение для касательного напряжения, обусловленного турбулентным трением, является само по себе только приближенным.

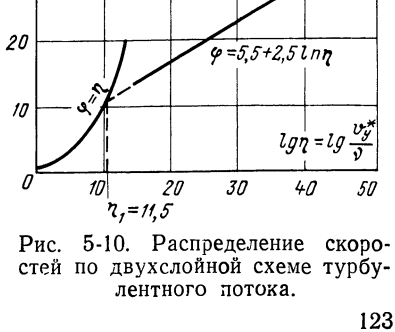


Рис. 5-10. Распределение скоростей по двухслойной схеме турбулентного потока.

По формуле (5-4)

$$\tau = g(\rho' - \rho'')(\delta - y) \pm \xi'' \frac{\rho'' w''^2_{от}}{2}.$$

На твердой стенке $y=0$ и касательные напряжения равны:

$$\tau_{ст} = g(\rho' - \rho'')\delta \pm \xi'' \frac{\rho'' w''^2_{от}}{2}. \qquad (5\text{-}78)$$

На границе раздела фаз $y=\delta$ и касательные напряжения равны:

$$|\tau_{гр}| = \xi'' \rho'' \frac{w''^2_{от}}{2}. \qquad (5\text{-}79)$$

Вследствие малой толщины вязкого подслоя касательные напряжения в нем можно считать практически постоянными и равными. В случае медленно двигающегося газа ($w''_{от} \approx 0$) имеем:

1) в вязком подслое

$$g\delta\left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right) = \nu' \frac{dw'}{dy}; \qquad (5\text{-}80)$$

2) в турбулентном ядре

$$g(\delta - y)\left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right) = \left(\varkappa y \frac{dw'}{dy}\right)^2. \qquad (5\text{-}81)$$

Интегрируя (5-80), получаем:

$$w'_{y=y_1} = \frac{g}{\nu'}\left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)\delta y_1, \qquad (5\text{-}82)$$

соответственно на границе подслоя и ядра

$$w'_1 = 11{,}6 \sqrt{g\delta\left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)}. \qquad (5\text{-}83)$$

Интегрируя (5-81), получаем:

$$w'_{y=y_1} = \frac{1}{\varkappa} \sqrt{g\left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)} \times$$

$$\times \left(2\sqrt{\delta - y} + \sqrt{\delta}\ln\frac{\sqrt{\delta - y} - \sqrt{\delta}}{\sqrt{\delta - y} + \sqrt{\delta}} + c\right). \qquad (5\text{-}84)$$

Постоянная интегрирования определяется из условия, что при $y=y_1$ $w'=w'_1$. Окончательно имеем:

$$w'_{y=y_1}=w'_1+\frac{1}{\varkappa}\sqrt{g\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)}\left[2\sqrt{\delta-y}-\right.$$

$$\left.-2\sqrt{\delta-y_1}+\sqrt{\delta}\ln\frac{(\sqrt{\delta}-\sqrt{\delta-y})(\sqrt{\delta}+\sqrt{\delta-y_1})}{(\sqrt{\delta}+\sqrt{\delta-y})(\sqrt{\delta}-\sqrt{\delta-y_1})}\right]. \tag{5-85}$$

Вблизи твердой стенки, где $y\ll\delta$, можно положить $\sqrt{1-\frac{y}{\delta}}=1-\frac{y}{2\delta}$, и формула (5-85) принимает вид:

$$w'\approx w'_1+\frac{1}{\varkappa}\sqrt{g\delta\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)}\times$$

$$\times\left[\frac{y_1-y}{\delta}+\ln\frac{y\left(2-\frac{y_1}{2\delta}\right)}{y_1\left(2-\frac{y}{2\delta}\right)}\right]\approx w'_1+$$

$$+\frac{1}{\varkappa}\sqrt{g\delta\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)}\ln\frac{y}{y_1}. \tag{5-86}$$

Последнее выражение представляет собой известный логарифмический закон распределения скоростей в турбулентном потоке вблизи твердой стенки.

Как видно из расчетов (табл. 5-1), относительно простой логарифмический профиль скоростей, хотя и не удовлетворяет граничным условиям на свободной поверхности пленки, тем не менее позволяет вычислить величины скоростей в различных сечениях пленки с ошибкой, не превышающей для большинства практически интересных случаев 5%.

При этом наибольшая ошибка имеет место в непосредственной близости к свободной поверхности пленки. Объясняется это обстоятельство тем, что наиболее существенное изменение скоростей происходит в сравнительно тонком пристенном слое пленки, когда $y\ll\delta$ и формула (5-86) достаточно верна. Во внешних же слоях турбулентной пленки скорость меняется сравнительно мало.

Следует также отметить, что у внешней границы пленки интенсивность турбулентных пульсаций может

Таблица 5-1

Сопоставление профилей скоростей в пленке, свободно стекающей по вертикальной гладкой стенке, рассчитанных по формуле (5-85) и по приближенной формуле (5-86)

y_1/δ	Расчетные соотношения	y/δ				
		0,10	0,25	0,50	0,75	1
$\frac{y_1}{\delta}=0,1$	$\varphi_1 = w'\sqrt{\frac{\rho'}{\tau_{ст}}}$ по (5-85)	11,6	13,8	15,7	16,9	18,3
	$\varphi_2 = w'\sqrt{\frac{\rho'}{\tau_{ст}}}$ по (5-86)	11,6	13,9	15,6	16,6	17,3
	$\frac{\varphi_2-\varphi_1}{\varphi_1}100$, %	0,0	+0,07	—0,06	—1,8	—5,5
$\frac{y_1}{\delta}=0,01$	$\varphi_1 = w'\sqrt{\frac{\rho'}{\tau_{ст}}}$ по (5-85)	17,3	19,6	21,4	22,6	24,1
	$\varphi_2 = w''\sqrt{\frac{\rho'}{\tau_{ст}}}$ по (5-86)	17,3	19,6	21,4	22,4	23,1
	$\frac{\varphi_2-\varphi_1}{\varphi_1}100$, %	0,0	0,0	0,0	—0,9	—4,1

затухать не только вследствие уменьшения величины dw'/dy, но и под влиянием сопротивления поверхностного слоя молекул, т. е. вследствие поверхностного натяжения жидкости.

Влияние этого эффекта вряд ли может быть существенным, поскольку вблизи поверхности пленки скорость меняется незначительно.

Средняя скорость в пленке равна:

$$\bar{w}=\frac{1}{\delta}\left(\int_0^{y_1} w'\,dy+\int_{y_1}^{\delta} w'\,dy\right). \qquad (5\text{-}87)$$

Подставляя в эту формулу значение w' из (5-86) и полагая $y_1 \ll \delta$, получаем:

$$\bar{w}' \approx \frac{gy}{\nu'}\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)+\frac{1}{\varkappa}\sqrt{g\delta\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)}\left(\ln\frac{\delta}{y_1}-1\right). \qquad (5\text{-}88)$$

Умножая обе части этого уравнения на отношение δ/ν' и вводя значения $\varkappa$ и y_1, получаем:

$$\mathrm{Re}' \approx \sqrt{\frac{g\delta^3}{\nu'^2}\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)}\times$$

$$\times\left[3+2{,}51\ln\sqrt{\frac{g\delta^3}{\nu'^2}\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)}\right]-39. \qquad (5\text{-}89)$$

Подставляя в это выражение значение расхода жидкости, можно вычислить толщину пленки.

Расчет по так называемой трехслойной схеме выполнен Даклером и Бергелином и принципиально не отличается от изложенного расчета по двухслойной схеме.

Элементарный расчет касательного напряжения трения для стабилизированного участка турбулентного стекания можно проделать, используя степенной закон распределения скорости в пленке и дополнительно предполагая при этом, что касательное напряжение на стенке подчиняется так называемому соотношению Блазиуса для локального напряжения трения на пластине:

$$\tau_{ст} = 0{,}00228\rho' w^2_{y=\delta}\left(\frac{\nu'}{w_{y=\delta}\,\delta}\right)^{1/4}. \qquad (5\text{-}90)$$

Используя гипотезу о степенном законе скорости

$$\frac{w}{w_{y=\delta}} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}, \qquad (5\text{-}91)$$

найдем скорость на поверхности пленки

$$Q = \int_0^\delta w\,dy \text{ и } w_{y=\delta} = \frac{8}{7}\frac{Q}{\delta}. \qquad (5\text{-}92)$$

Для стабилизированного участка справедлив баланс сил

$$\tau_{ст} = \rho' g\delta. \qquad (5\text{-}93)$$

Используя соотношения (5-90) и (5-91), получим выражение для толщины пленки

$$\delta = 0{,}37\frac{Q^{7/12}\nu'^{1/2}}{g^{1/3}} \qquad (5\text{-}94)$$

и величины $\tau_{ст}$

$$\tau_{ст} = 0{,}37\rho' g\frac{\mathrm{Re}^{7/12}\nu'^{2/3}}{g^{1/3}},$$

или

$$\frac{\tau_{ст}}{\rho' g^{2/3} \nu'^{2/3}} = 0{,}37\,\mathrm{Re}^{7/12}. \qquad (5\text{-}95)$$

На рис. 5-11 представлены результаты экспериментального исследования зависимости касательного напряжения трения от числа Рейнольдса, полученные в ИТФ СО АН СССР с помощью электродиффузионного и те-

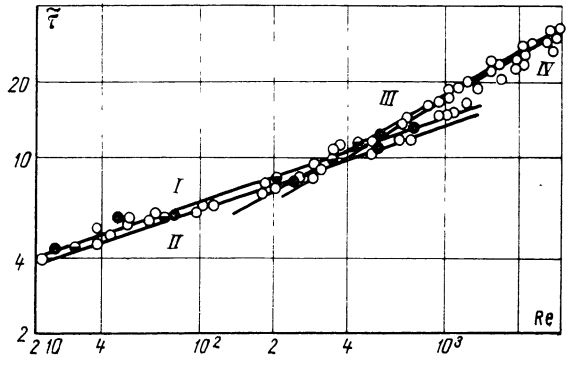


Рис. 5-11. Зависимость среднего касательного напряжения

$$\tilde{\tau} = \frac{\tau_{ст}}{(g^2 G' \mu' \rho' - 2)^{1/3}}$$ от числа Re.

О — данные, полученные электрохимическим методом; ◒ — касательное напряжение, вычисленное по формуле (5-93) из измерений толщины пленки; ● — касательное напряжение, полученное по измеренным профилям скорости (эксперименты Хо и Хаммела). Расчетные зависимости: *I* — Нуссельт; *II* — П. Л. Капица; *III* — С. С. Кутателадзе; *IV* — формула (5-95).

нового методов. Сплошными линиями нанесены расчетные зависимости, выполненные по формулам Нуссельта, Капицы, Кутателадзе и формуле (5-95).

В области турбулентного течения пленок (Re>600) результаты экспериментов удовлетворительно описываются расчетами по двухслойной схеме турбулентных течений и элементарной формуле (5-95).

5-7. ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ПЛЕНКИ ПРИ НАЛИЧИИ КОНДЕНСАЦИИ И ИСПАРЕНИЯ

При свободно стекающей пленке из формулы (5-15) следует, что

$$w' = \frac{g}{\mu'}(\rho' - \rho'')\left(\delta y - \frac{y^2}{2}\right). \qquad (5\text{-}96)$$

При наличии конденсации пара или испарения на поверхности пленки скорость фазового превращения не равна нулю. При гладкой границе раздела фаз

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta} w'\,dy = w'_{\text{п}} = \frac{q_{\text{гр}}}{r\rho'}. \qquad (5\text{-}97)$$

Подставляя в последнее выражение значение скорости течения пленки из (5-96), получаем:

$$\delta^2\frac{d\delta}{dx} = \frac{\mu' w'_{\text{п}}}{g(\rho'-\rho'')} = \frac{\lambda'\nu'\Delta T}{\delta r g(\rho'-\rho'')}, \qquad (5\text{-}98)$$

где r — скрытая теплота парообразования; δ/λ' — термическое сопротивление ламинарной пленки.

После интегрирования получаем:

$$\delta = \sqrt[4]{\delta_0^4 + \frac{4\nu'\lambda'\Delta Tx}{rg(\rho'-\rho'')}}. \qquad (5\text{-}99)$$

При $\delta_0 = 0$

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{4\nu'\lambda'\Delta Tx}{rg(\rho'-\rho'')}}$$

и соответственно

$$\alpha_x = \frac{\lambda'}{\delta} = \sqrt[4]{\frac{rg(\rho'-\rho'')\lambda'^3}{4\nu'\Delta Tx}}. \qquad (5\text{-}100)$$

При интенсивном процессе конденсации или испарения фазы обмениваются импульсом

$$j_{\text{гр}} = g_{\text{гр}}(w''_0 - w'_{\text{гр}}), \qquad (5\text{-}101)$$

где $g_{\text{гр}}$ — массовая скорость фазового превращения.

Соответствующее предельное значение коэффициента трения пара о гладкую пленку конденсата равно вне зависимости от режима течения фаз:

$$\frac{cf}{2} \xrightarrow[g_{\text{гр}}\to 0]{} \frac{g_{\text{гр}}}{\rho'' w''_0}. \qquad (5\text{-}102)$$

5-8. ТЕПЛООБМЕН МЕЖДУ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛЕНКОЙ И ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТЕНКОЙ

Для коэффициента теплоотдачи от турбулентного потока к стенке можно написать уравнение

$$\frac{\alpha\nu}{\lambda\overline{w}} = \frac{cf}{2} f(\text{Pr};\ \text{Re}), \qquad (5\text{-}103)$$

где $\text{Pr} = \nu/a$.

В значительном интервале чисел Pr и Re (но при Pr>0,6)

$$f(\mathrm{Pr};\ \mathrm{Re}) \approx \mathrm{Pr}^{0,4}. \qquad (5\text{-}104)$$

Принимая во внимание выражение для Re′, можем написать:

$$\frac{\alpha x}{\lambda'} \approx \frac{c'f}{2}\left(\frac{\nu'}{a'}\right)^{0,4} \mathrm{Re}'\frac{x}{\delta}. \qquad (5\text{-}105)$$

Выражая касательные напряжения на стенке через динамический напор пленки, имеем:

$$\tau'_{ст} = \frac{c'f}{2}\rho'\overline{w'}^2. \qquad (5\text{-}106)$$

Сопоставляя (5-106) и (5-78) при $y=0$, получаем для случая медленно двигающегося газа (пара)

$$\frac{\delta}{x} = \left[\frac{c'f\nu'^2}{2gx^3\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)}\right]^{1/3} \mathrm{Re}'^{2/3}. \qquad (5\text{-}107)$$

Подставляя это значение δ/x в (5-105), находим, что

$$\frac{\alpha}{\lambda'}\left(\frac{\nu'^2}{g}\right)^{1/3} \approx \left(\frac{c'f}{2}\right)^{2/3} \mathrm{Pr}'^{0,4}\mathrm{Re}'^{1/3}. \qquad (5\text{-}108)$$

5-9. МИНИМАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ОРОШЕНИЯ И ТЕРМИЧЕСКАЯ НЕСТАБИЛЬНОСТЬ ПЛЕНКИ

Изотермическая пленка сохраняет сплошность течения по всей твердой поверхности (стенке) при расходах жидкости, больших некоторого значения, называемого минимальной плотностью орошения $G'_{мин}$. Эта величина зависит от многих факторов, в частности от предварительного смачивания стенки. Минимальная плотность орошения сухой поверхности может быть на порядок больше, чем для поверхности, предварительно смоченной той же жидкостью.

По оценке, произведенной Н. Зубером и Ф. Штоубом, стабилизация ламинарного течения на сухих пятнах при отсутствии испарения определяется неравенством

$$\frac{g\delta^3}{\nu'^2} > 15\left[\frac{\sigma(1-\cos\theta)}{g(\rho'-\rho'')\delta^2} + \frac{g\frac{\partial\sigma}{\partial T}\cos\theta}{g(\rho'-\rho'')\lambda'\delta}\right]. \qquad (5\text{-}109)$$

Здесь θ — угол смачивания поверхности стенки; g — плотность теплового потока.

Первый член в квадратной скобке характеризует неустойчивость, связанную со степенью смачиваемости сухого пятна.

Второй член характеризует термическую неустойчивость, обусловленную возникновением градиента поверхностного натяжения вследствие процесса теплопередачи.

Соответственно сплошность изотермического течения имеет место при

$$\mathrm{Re}' > 4(g\nu')^{-2/5}\left[\frac{\sigma(1-\cos\theta)}{\rho'}\right]^{3/5} \qquad (5\text{-}110)$$

и на предварительно орошенной стенке при

$$g < \frac{\rho'\lambda'(g\nu')^{2/3}}{3\cos\theta\,\dfrac{\partial\sigma}{\partial T}}\,\mathrm{Re}'^{4/3}. \qquad (5\text{-}111)$$

Однако термическая нестабильность пленок, устойчивых в изотермическом течении, т. е. достаточно толстых, требует иных оценок.

Предельной ситуацией можно считать начало нарушения стабильности течения, зависящее только от пара-

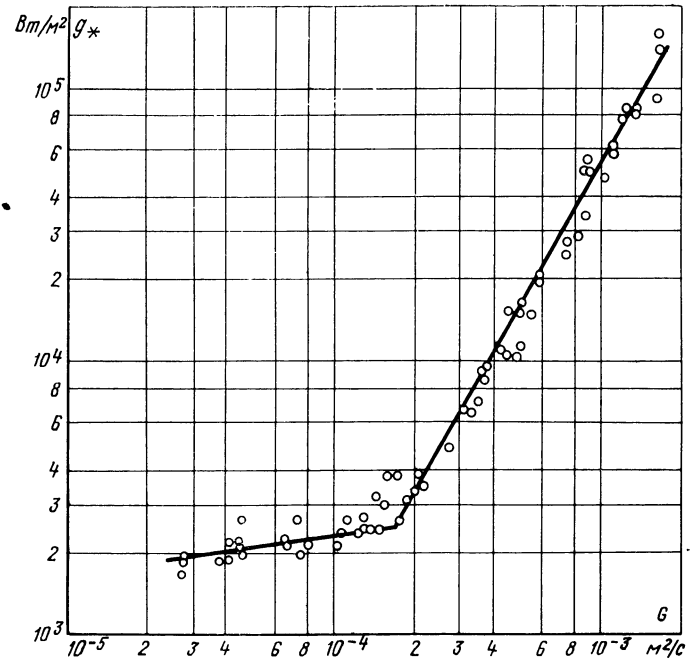


Рис. 5-12. Зависимость теплового потока, разрушающего пленку, от плотности орошения.

Вода, $p=0{,}1$ МПа, $t_{вх}=25°C$, цилиндр диаметром 28 мм.

метров течения в непосредственной окрестности свободной границы пленки. Полагая, что термическая неустойчивость обусловлена градиентом поверхностного натяжения, действию которого препятствует вязкость, можно составить критерий вида

$$\frac{g\dfrac{\partial\sigma}{\partial T}}{\lambda(g\nu)^{2/3}(\rho'-\rho'')}. \qquad (5\text{-}112)$$

При ламинарном течении $\lambda=\lambda'$ и $\nu=\nu'$. При турбулентном течении $\lambda\sim c_p\rho\nu\sim G'$. Отсюда следует, что при действии только этого критерия устойчивость ламинарной пленки имеет место при

$$g<g_*\neq f(G'),$$

а устойчивость турбулентной пленки — при

$$g<g_*\sim G'^{5/3}.$$

Приведенные на рис. 5-12 экспериментальные данные И. И. Гогонина качественно согласуются с такой оценкой.

Глава шестая

ТЕЧЕНИЕ В КРУГЛЫХ ТРУБАХ

6-1. РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ ТРУБАХ

Режимы течения газожидкостных потоков в трубах различаются по характеру движения каждой из фаз и их структуре. Глобальная картина движения определяется смачиваемостью внутренней поверхности трубы жидкостью.

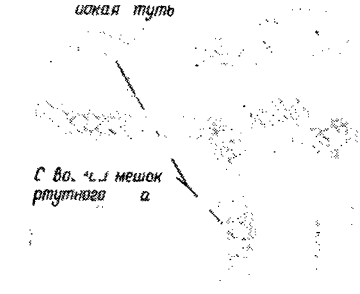


Рис. 6-1. Фотография движения паро-ртутной смеси в трубе. Темные места — жидкая ртуть; светлые места — ртутный пар.

При течении жидкости, смачивающей материал трубы, на внутренней поверхности последней всегда формируется жидкая пленка, а газ отжимается в ядро потока смеси. При течении жидкости, не смачивающей материал трубы, значительная масса жидкости оттесняется

в ядро потока, а газ (пар) прорывается между внутренней поверхностью трубы и струями жидкости.

На рис. 6-1 показана фотография такого течения по А. Н. Ложкину и П. И. Кролю. На рис. 6-2 показана фотография течения смеси, жидкая компонента которой смачивает трубу (по В. В. Померанцеву и С. Н. Сыркину).

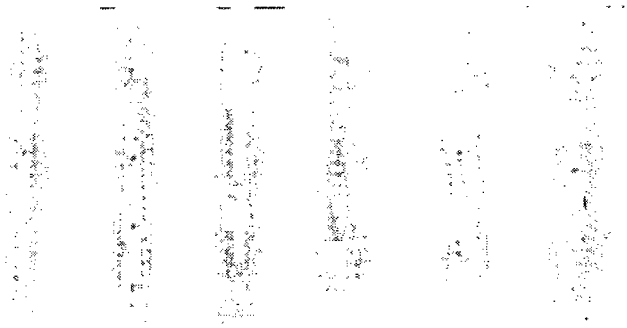


Рис. 6-2. Фотографии движения пароводяной смеси в вертикальных трубах.
Слева направо изображены трубы с последовательно увеличивающимся паросодержанием.

По характеру течения фаз режимы газожидкостного потока условно можно разделить на:

ламинарно-ламинарный, когда и жидкость и газ движутся ламинарно;

ламинарно-турбулентный, когда жидкость движется ламинарно, а газ турбулентно;

турбулентно-турбулентный, когда обе фазы движутся турбулентно;

турбулентно-ламинарный, когда жидкость движется турбулентно, а газ — ламинарно.

В этой классификации первое определение относится к жидкости, а второе — к газу.

По структуре смеси режимы течения в вертикальных трубах можно разделить на пузырьковый, эмульсионный, снарядный, дисперсно-кольцевой и обращенный дисперсно-кольцевой. Некоторые из этих режимов отчетливо видны на фотографиях рис. 6-2.

Пузырьковый режим имеет место при малых газосодержаниях потока ($\beta \to 0$) и характеризуется движением газа в виде отдельных, малых по сравнению с радиусом трубы, пузырей. Относительная скорость газовой фазы в этом случае близка к скорости свободного всплытия пузырей.

Эмульсионный режим представляет собой движение смеси, состоящей из большого количества относительно небольших, сильно взаимодействующих пузырей газа в несущем потоке жидкости.

Снарядный режим характеризуется периодическим прохождением больших цилиндрических пузырей, диаметр которых соизмерим с диаметром трубы, а длина может быть во много раз больше. За каждым таким «снарядом» следует жидкая пробка, содержащая мелкие пузыри газа.

Дисперсно-кольцевой режим характеризуется отчетливо выраженной жидкой пленкой, текущей по внутренней поверхности трубы, и центральной струей газа, в которой распылена часть жидкой компоненты смеси.

Обращенный дисперсно-кольцевой поток возникает в несмачиваемой трубе или при пленочном кипении.

При значительных относительных плотностях газа ($\rho''/\rho' \to 1$) и малом поверхностном натяжении основным видом течения смеси является эмульсионный. Это, например, имеет место в паровых котлах и кипящих ядерных реакторах высокого давления.

6-2. РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ТРУБАХ

Особенностью течения газожидкостной смеси в трубах, наклоненных по отношению к вектору силы тяжести, является асимметрия потока жидкой фазы, обусловленная ее стеканием к нижней образующей трубы.

На рис. 6-3 показано распределение воды и воздуха при их совместном течении в горизонтальной трубе, полученное в опытах А. А. Арманда. Разделение потока осуществлялось на выходе из трубы специальным ножом, перемещавшимся в диаметральной плоскости. Разделенные ножом два потока смеси направлялись в раздельные сепараторы, в которых жидкость отделялась от газа, и их количества измерялись независимо.

Как видно, при малом газосодержании смеси ($\beta \approx \approx 0{,}06$) весь воздух движется в верхней части трубы,

а профиль скорости течения жидкости мало отличается от того, что имеет место в однофазном потоке. При возрастании β до 0,5 длинные пузыри («снаряды») занимают значительную часть поперечного сечения трубы и только в ее нижней части течет почти одна вода. При $\beta \approx 0{,}8$ распределение воды и воздуха почти равномерно.

При высоких газосодержаниях и значительных скоростях смеси (в данном случае при $\beta = 0{,}81$ и $w_{см} = 10$ м/с) ее течение в горизонтальной трубе приближа-

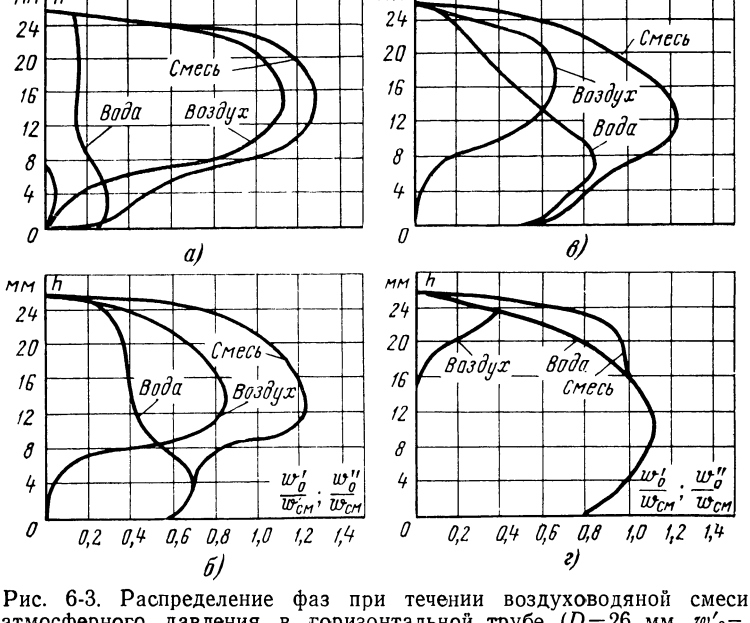


Рис. 6-3. Распределение фаз при течении воздуховодяной смеси атмосферного давления в горизонтальной трубе ($D = 26$ мм, $w'_0 = 2{,}2$ м/с).

а — опыт 1, $G' = 4200$ кг/ч, $G'' = 22{,}2$ кг/ч; *б* — опыт 2, $G' = 4200$ кг/ч, $G'' = 6{,}0$ кг/ч; *в* — опыт 3, $G' = 4200$ кг/ч, $G'' = 4{,}56$ кг/ч; *г* — опыт 4, $G' = 4200$ кг/ч, $G'' = 0{,}33$ кг/ч.

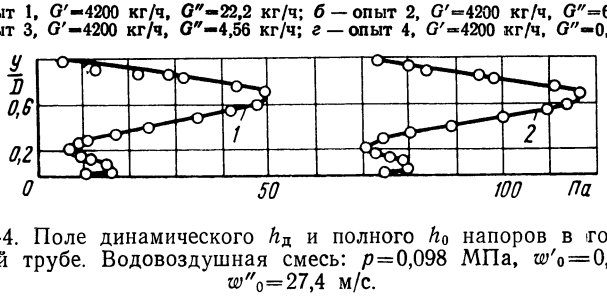


Рис. 6-4. Поле динамического $h_д$ и полного h_0 напоров в горизонтальной трубе. Водовоздушная смесь: $p = 0{,}098$ МПа, $w'_0 = 0{,}2$ м/с, $w''_0 = 27{,}4$ м/с.

1 — динамический напор; *2* — полный напор.

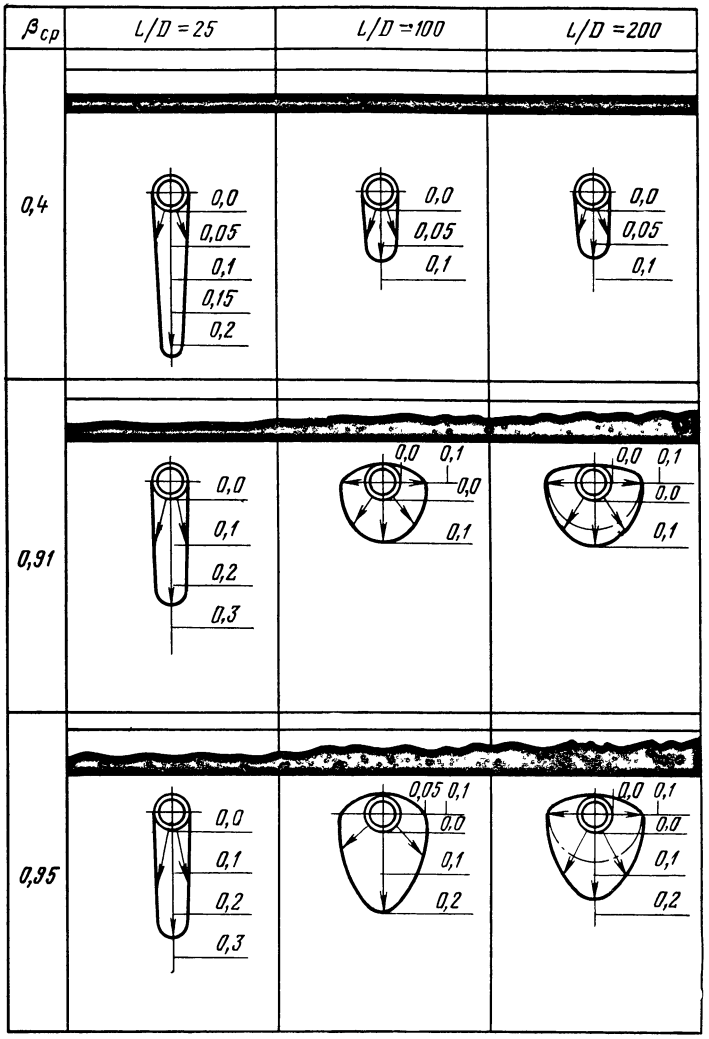
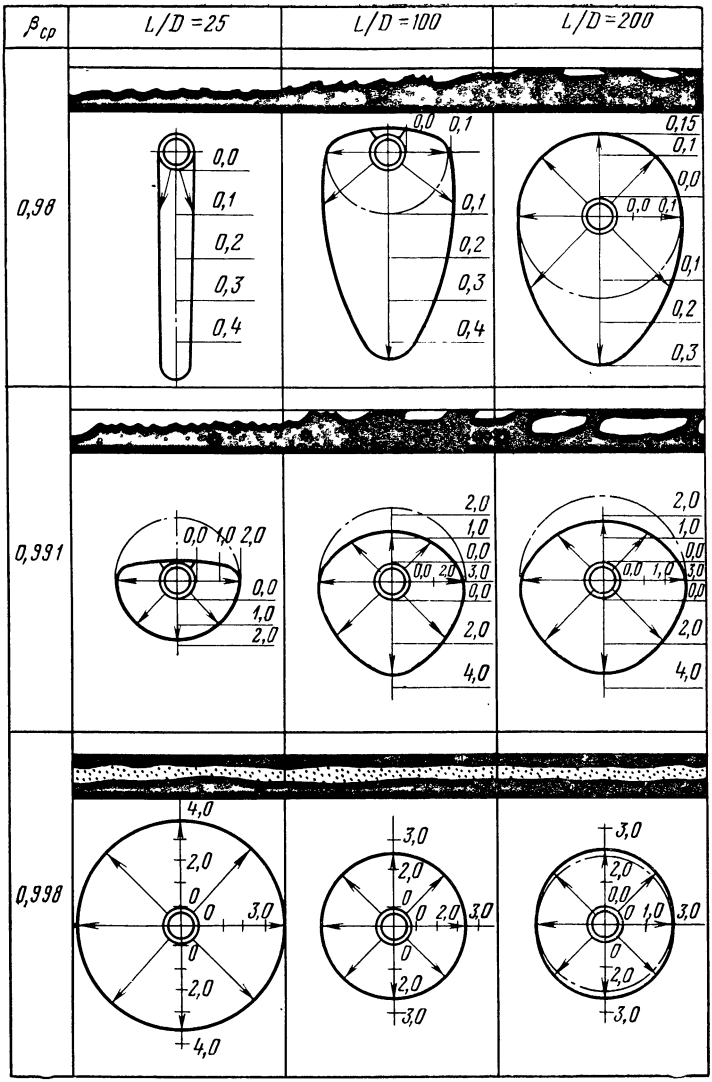


Рис. 6-5. Распределение локальных значений касательных напря
тальной
w'_0=0,1 м/с,



жений на стенке, 10 Н/м², по периметру и длине горизонтрубы.
D=19 мм.

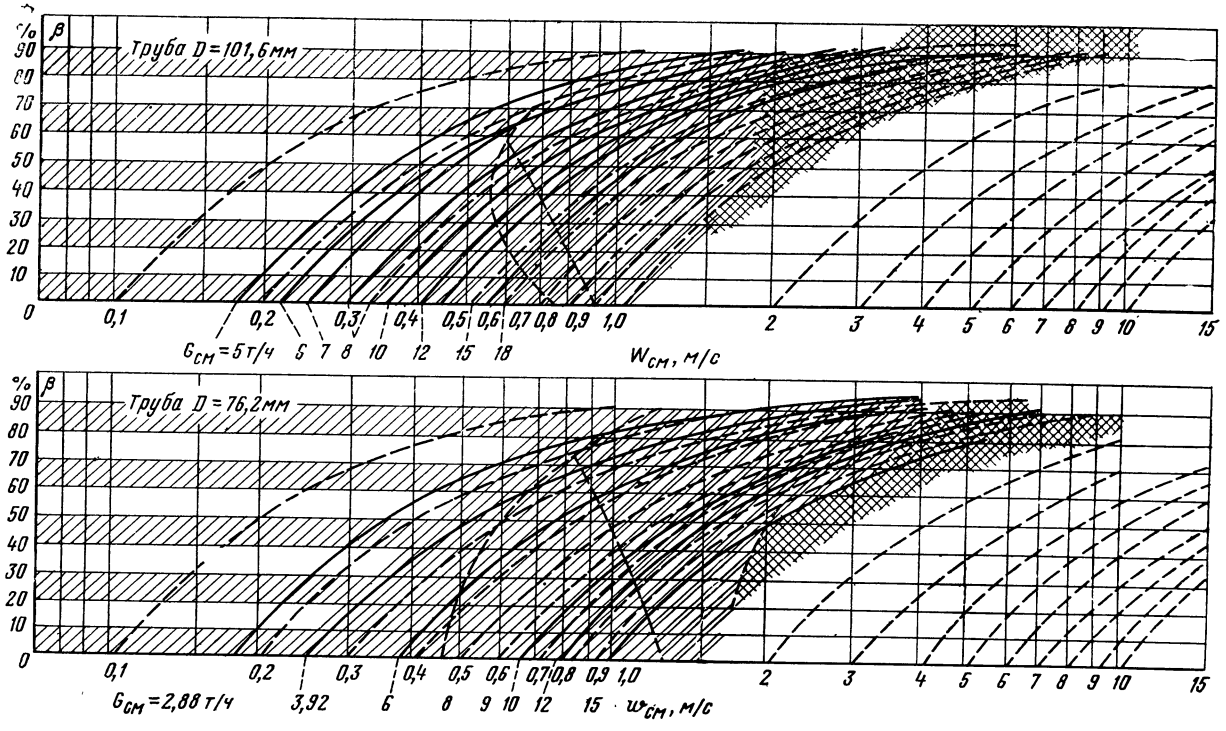


Рис. 6-6. Режимы течения воздуховодяной смеси при атмосферном давлении в горизонтальных круглых трубах.
1 — **разделенное течение**; *2* — **спокойное пробковое течение**; *3* — **пробковое течение с пенообразованием за пузырем**; *4* — пробковое течение с пенообразованием на всей границе раздела; *5* — равномерное течение в виде эмульсии; *6* — кольцевое течение.

β
Труба D=50,8 мм
Gсм=0,65 т/ч
1,3
1,6
2
2,42
3,624
6
wсм, м/с
1
2
3
4
5
6
β
Труба D=25,4 мм
Gсм=0,265 т/ч
0,442
wсм, м/с

ется к осесимметричному, имеющему место в трубах вертикальных.

На рис. 6-4 показано изменение динамического и полного напоров потока по высоте поперечного сечения горизонтальной трубы. Опыты проведены при малых приведенных скоростях воды и $\beta \approx 0{,}99$, т. е. при дисперсно-кольцевом режиме течения газа.

Как видно, даже в этой ситуации еще сохраняется некоторая асимметрия течения жидкой фазы, что выражается двойным экстремумом динамического напора в окрестности нижней образующей трубы.

На рис. 6-5 показаны распределения локальных значений касательных напряжений на стенке горизонтальной трубы при движении в ней газожидкостной смеси для различных режимов течения. Измерения проведены В. Е. Накоряковым, Б. Г. Покусаевым и В. А. Утовичем методом электрохимической тензометрии. Характер связи асимметрии течения с кинематическими параметрами смеси виден совершенно отчетливо.

На рис. 6-6 приведены карты течения воздуховодяной смеси в горизонтальных трубах при давлениях, близких к атмосферному ($\rho''/\rho' \approx 10^{-3}$) по С. И. Костерину и С. Г. Телетову. Режимы течения определены визуально.

Объективными критериями режимов течения газожидкостных смесей являются спектральные характери-



Рис. 6-7. Зависимость безразмерной спектральной плотности пульсаций трения от безразмерной частоты для вертикального двухфазного потока.

D=86 мм; w'_0=0,23 м/с. Пузырьковый режим течения: *а* — w''_0=0,011 м/с; *б* — w''_0=0,0173 м/с; переход к снарядному режиму течения: *в* — w''_0=0,027 м/с.

стики пульсаций статического давления или касательных напряжений на стенке трубы. На рис. 6-7 показан один из таких графиков, построенный по измерениям электрохимическим методом. Возможность идентификации основных режимов видна совершенно отчетливо.

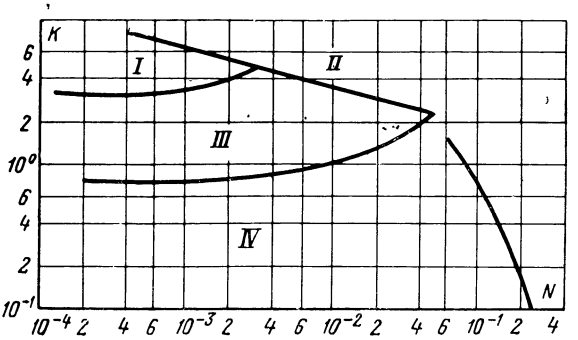


Рис. 6-8. Карта режимов течения газожидкостных потоков в вертикальных трубах.

I — устойчивое пленочное течение; *II* — неустойчивое пленочное течение на стенке и эмульсионное движение в центре трубы; *III* — пенообразное течение; *IV* — пузырьково-снарядное течение.

На рис. 6-8 приведен квадрант режимной карты для газожидкостных потоков в круглых трубах по С. С. Кутателадзе и Ю. Л. Сорокину, в основу которой положен критерий устойчивости k [см. (1-59)]. Безразмерная координата равна:

$$N = \mathrm{Fr}\,\mathrm{We}^{1,25}\left(1+\frac{31}{\mathrm{Ga}^{0,55}}\right),$$

где

$$\mathrm{Fr}=\frac{w'Dg^{1/2}(\rho'-\rho'')}{4\sigma^{3/4}};\quad \mathrm{We}=\frac{\sigma}{g(\rho'-\rho'')D^2};$$

$$\mathrm{Ga}=\frac{1}{\rho'}\left[\frac{\sigma}{g(\rho'-\rho'')}\right]^{3/2}.$$

6-3. ГОМОГЕННАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ СМЕСИ

Простейшей моделью газожидкостного потока в трубах является квазигомогенная, введенная Г. Лоренцем. В этой модели относительная скорость газа принимается равной нулю и, следовательно,

$$\varphi=\beta,\quad w_{\text{см}}=\frac{w'_0}{1-\beta}=\frac{w''_0}{\beta},\quad \rho_{\text{см}}=\rho'\frac{w'_0}{w_{\text{см}}}. \qquad (6\text{-}1)$$

Потеря напора на трение определяется формулой

$$-\frac{dp_{тр}}{dx}=\zeta\frac{\rho_{см}w^2_{см}}{2D}, \qquad (6\text{-}2)$$

где $D=2R_0$ — внутренний диаметр трубы.

Эта формула может быть обобщена на все режимы течения, если считать коэффициент гидравлического сопротивления некоторой функцией системы критериев подобия такого течения. Обычно такую функцию вводят как отношение истинного коэффициента сопротивления

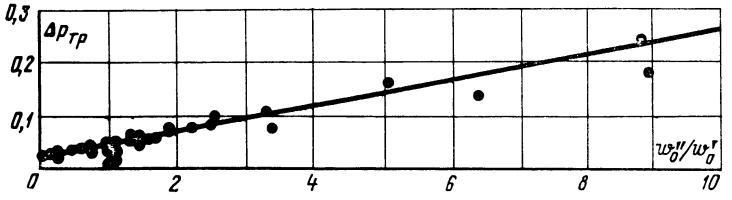


Рис. 6-9. Зависимость $\Delta p_{тр}=\zeta_0\rho' w'^2_0 L/2D$ от w''_0/w'_0 по опытам с пароводяной смесью при $p=6{,}28$ МПа.

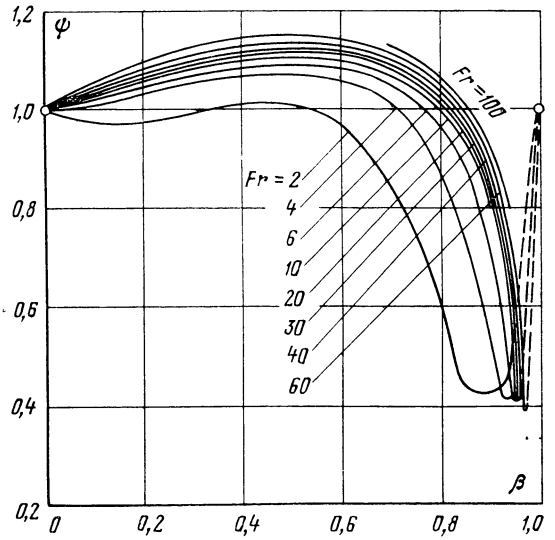


Рис. 6-10. Приведенные коэффициенты сопротивлений в функции газосодержания, обобщенные для труб четырех диаметров ($D=25{,}8$; 47,4; 74.6; 99,8 мм).

$\mu'=1\cdot10^{-3}$ Н·с/м²; $\mu''=1{,}83\cdot10^{-5}$ Н·с/м².

по формуле (6-2) к коэффициенту сопротивления однофазного потока со скоростью w_0.

В этом случае

$$\zeta = \psi\zeta_0; \tag{6-3}$$

$$-\frac{dp_{тр}}{dx} = \psi\zeta_0 \frac{\rho' w_0'^2}{2D}\left[1 + \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)\frac{w''_0}{w'_0}\right]. \tag{6-4}$$

На рис. 6-9 приведены экспериментальные данные, показывающие существование интервала параметров двухфазного потока, в которых функция ψ близка к единице. В общем случае эта функция является весьма сложной, что видно из экспериментальных кривых, приведенных на рис. 6-10 (по С. Г. Телетову).

6-4. МОДЕЛЬ ПУЗЫРЬКОВОГО РЕЖИМА

Допустим, что имеет место независимое движение отдельных пузырей, масштаб скорости всплытия которых определяется формулой (2-30). Тогда из уравнения (1-30) следует, что истинное объемное газосодержание потока имеет порядок

$$\varphi \approx \frac{1 + k_{см}}{2} - \sqrt{\frac{(1 + k_{см})^2}{4} - \beta k_{см}}, \tag{6-5}$$

где

$$k_{см} = \frac{w_{см}\sqrt{\rho'}}{\sqrt[4]{4g\sigma(\rho' - \rho'')}}. \tag{6-6}$$

Соответственно средняя скорость газа равна:

$$\bar{w}'' = w_{см} + (1 - \varphi)\sqrt[4]{\frac{4g\sigma}{\rho'}\left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)}. \tag{6-7}$$

При $\beta \ll k_{см}$ величина $\bar{w}''$ является почти однозначной функцией скорости смеси.

На рис. 6-11 приведены экспериментальные кривые, иллюстрирующие это обстоятельство, по Г. Е. Холодовскому.

На рис. 6-12 показана экспериментальная зависимость величины потери давления на трение пароводяного потока от скорости смеси на трубах различных диаметров и давлений по данным В. М. Боришанского и А. А. Андреевского.

На рис. 6-13 ряд экспериментов с пароводяной смесью представлен в виде зависимости коэффициента гидравлического сопротивления, определенного по формуле (6-3), от критериев Вебера и Рейнольдса, построен-

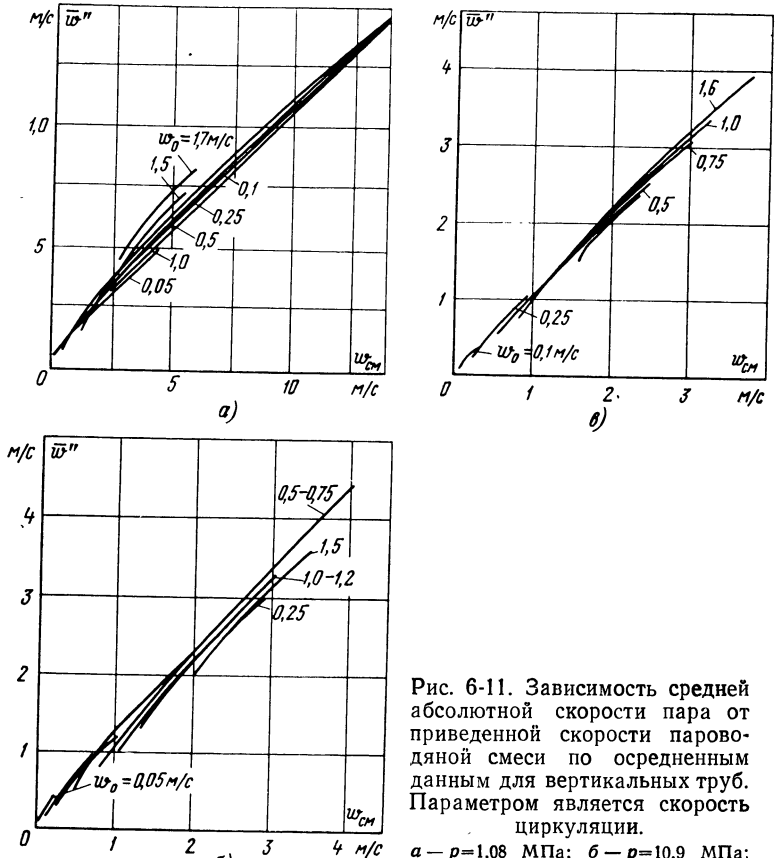


Рис. 6-11. Зависимость средней абсолютной скорости пара от приведенной скорости пароводяной смеси по осредненным данным для вертикальных труб. Параметром является скорость циркуляции.
а — p=1,08 МПа; *б* — p=10,9 МПа; *в* — p=17,8 МПа.

ных по скорости смеси. Значительный опытный материал удовлетворительно описывается эмпирической зависимостью

$$\zeta = 0{,}0017 \left(\frac{w_{см} \mu'^{3}}{\rho' \sigma^{2}} \right)^{1/2}. \qquad (6\text{-}8)$$

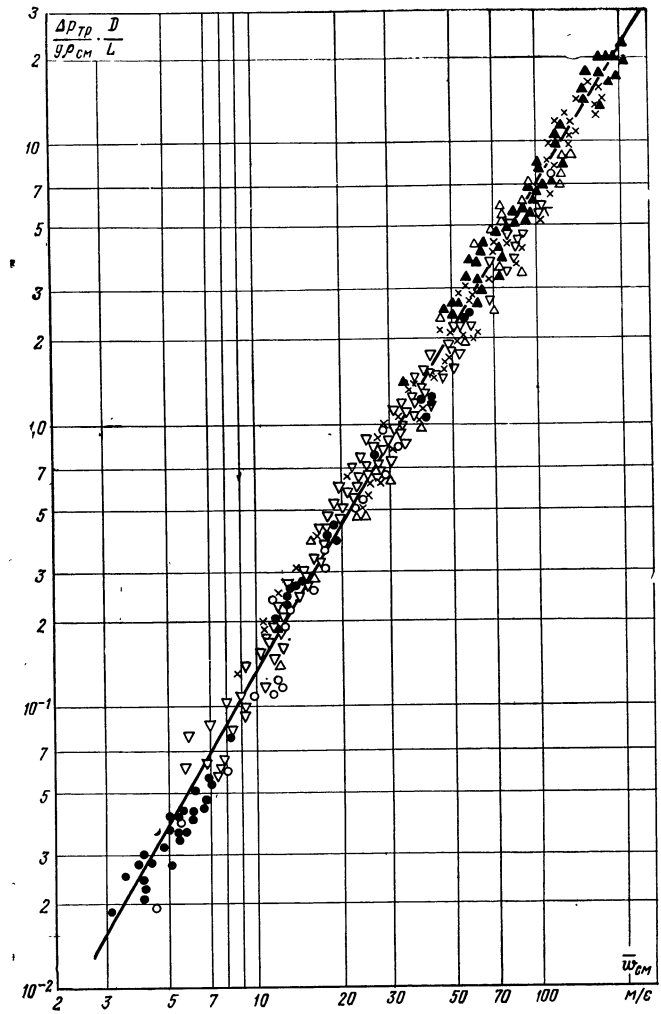


Рис. 6-12. Зависимость сопротивления трения от скорости движения двухфазной смеси (сводный график).

▲ — рабочий участок диаметром 8 мм (q=350 · 10³÷930 · 10³ Вт/м², p=0,49÷3,53 МПа); × — рабочий участок диаметром 12 мм (q=0÷1400 · 10³ Вт/м², p=0,49÷3,04 МПа); ▽ — рабочий участок диаметром 18 мм (q=0÷930 · 10³ Вт/м², p=0,49÷3,04 МПа); ● — рабочий участок диаметром 8,5 мм (p=1,57÷17,8 МПа) [Л. 17]; △ — рабочий участок диаметром 13 мм (q=350 · 10³÷1400 · 10³ Вт/м², p=0,39 МПа) [Л. 18]; ○ — рабочий участок диаметром 29,9 мм (p=3,92÷6,87 МПа) [Л. 19].

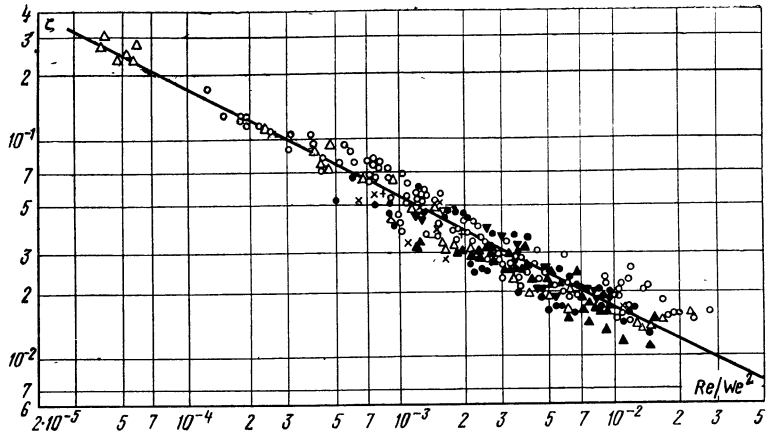


Рис. 6-13. Сопоставление расчета по зависимости для гидравлического сопротивления при течении двухфазного потока в трубах $\zeta = 1{,}7 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{We/Re^{0,5}}$ с экспериментальными данными.

Диаметр рабочего участка, мм	18	12	8	8,5	8,22	8	5
Тепловая нагрузка, кВт/м²	0—930	0—1400	0—930	0—1160	0—1160	0	0
Давление, МПа	0,49—3,04	0,49—3,04	0,49—3,53	7,95—17,8	2,55—16,7	4,9—14,7	0,39—0,69
Источник	—	—	—	[Л. 17]	[Л. 15]	[Л. 16]	[Л. 14]
Обозначения	●	▲	▼	+	○	△	×

6-5. МОДЕЛЬ СНАРЯДНОГО РЕЖИМА

Скорость движения пузырей, соизмеримых с диаметром трубы, хорошо описывается формулой Тейлора — Никлина (при $\mu' \to 0$, т. е. в турбулентном режиме маловязких сред):

$$\overline{w''} = 1{,}2 w_{\text{см}} + 0{,}35 \sqrt{gD} \qquad (6\text{-}9)$$

или

$$\frac{\beta}{\varphi} = 1{,}2 + 0{,}35\, \mathrm{Fr}_{\text{см}}^{-1/2}, \qquad (6\text{-}10)$$

где число Фруда смеси определено как

$$\mathrm{Fr}_{\text{см}} = \frac{w^2_{\text{см}}}{gD}. \qquad (6\text{-}11)$$

Фактически эта зависимость действует в весьма широком диапазоне значений $\beta<0{,}9$.

Из (6-10) имеем:

$$\varphi=\frac{0{,}83\beta\,\mathrm{Fr}_{\text{см}}^{1/2}}{0{,}29+\mathrm{Fr}_{\text{см}}^{1/2}} \tag{6-12}$$

и при $\mathrm{Fr}_{\text{см}}\gg 1$

$$\varphi\approx 0{,}83\beta, \tag{6-13}$$

что совпадает с данными А. А. Арманда и Е. И. Невструевой.

Модель снарядного режима была подробно рассмотрена В. А. Швабом и Н. Н. Константиновым.

6-6. МОДЕЛЬ ДИСПЕРСНО-КОЛЬЦЕВОГО РЕЖИМА

Простой и отчетливой предельной моделью газожидкостного потока является схема, показанная на рис. 6-14 и впервые независимо рассмотренная А. А. Армандом и С. С. Кутателадзе.

Средняя скорость течения жидкости в кольцевой пленке равна:

$$\overline{w'}=\frac{2}{R_0^2(1-\varphi)}\int_{R_0\sqrt{\varphi}}^{R_0} w'R\,dR, \tag{6-14}$$

где δ — средняя толщина жидкой пленки; R_0, R — внутренний радиус трубы и текущий радиус.

При концентрации всей жидкости в кольцевой пленке

$$\varphi=1-\left(\frac{\delta}{R_0}\right)^2; \tag{6-15}$$

при диспергировании части жидкости

$$\varphi<1-\left(\frac{\delta}{R_0}\right)^2. \tag{6-16}$$

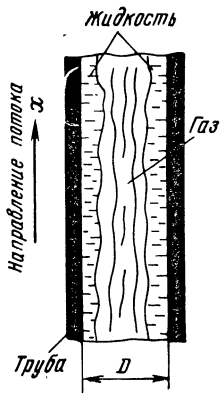


Рис. 6-14. Схема стержневого движения смеси.

В стационарном прямолинейном движении давление в поперечном сечении трубы постоянно, т. е.

$$-\frac{dp_{\text{тр}}}{dx}=\zeta''\,\frac{\rho''w_{\text{от}}''^2}{2D\sqrt{\varphi}}, \tag{6-17}$$

где ζ'' — коэффициент трения центральной струи газа о внутреннюю поверхность пленки, учитывающий в общем случае и волновое сопротивление. Отсюда следует, что газ всегда обгоняет жидкость, так как $\rho'' < \rho'$. Исключение составляет расслоенное течение в горизонтальных трубах при очень малых приведенных скоростях газа. В такой ситуации газ может быть сосредоточен в небольшом количестве относительно крупных пузырей, расположенных у верхней образующей трубы и заторможенных трением о твердую стенку.

Относительная скорость в (6-17) определяется по приведенной скорости газа и скорости на границе газ—пленка

$$w''_{от} = \frac{w''_0}{\varphi} - w'_{гр}. \qquad (6\text{-}18)$$

Эквивалентный гидравлический диаметр жидкого, односторонне омывающего стенку кольца, равен:

$$D'_{эк} = D(1 - \sqrt{\varphi}), \qquad (6\text{-}19)$$

чему соответствует число Рейнольдса

$$Re' \approx \frac{\bar{w}' D'_{эк}}{\nu'} = \frac{w'_0 D}{\nu'}. \qquad (6\text{-}20)$$

Следовательно, режим течения жидкой фазы (ламинарность или турбулентность) можно в данной схеме определять по тем же критическим значениям Re, что и в потоке однородной жидкости.

Для газовой струи

$$Re'' \approx \frac{\bar{w}'' D \sqrt{\varphi}}{\nu''} = \frac{w''_0 D}{\nu'' \sqrt{\varphi}}. \qquad (6\text{-}21)$$

Так как величина $\sqrt{\varphi}$ приближается к единице уже при небольших значениях β, то режим течения газовой струи можно характеризовать параметром

$$Re'' = \frac{w''_0 D}{\nu''}. \qquad (6\text{-}22)$$

Очевидно, что эти числа Рейнольдса характерны и для зоны прохождения «снарядов», а параметр (6-20) характеризует также режим в следующей за «снарядом» жидкой пробке.

6-7. СИММЕТРИЧНОЕ ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОГО СЛОЯ

Пусть $Re' < 2000$ и жидкость в кольцевой пленке течет ламинарно. Газосодержание велико, и трение газовой струи много больше, чем действие силы тяжести.

При указанных условиях в жидкой пленке имеет место обычный параболический закон распределения скорости

$$w' = \frac{R^2 - R_0^2}{4\mu'} \frac{dp_{тр}}{dx}, \qquad (6\text{-}23)$$

где $dp_{тр}/dx$ — потеря давления на трение.

Средняя скорость течения жидкости в пленке определяется по формуле (6-14), а величина φ [в предположении, что весь жидкий компонент смеси сосредоточен в пленке] — по формуле (6-15).

Подставляя в (6-14) значение w' из (6-23) и замечая, что

$$(1-\varphi)\,\bar{w}' = w'_0, \qquad (6\text{-}24)$$

получаем:

$$-\frac{dp_{тр}}{dx} = \frac{32\mu' w'_0}{D^2(1-\varphi)^2}, \qquad (6\text{-}25)$$

где $D = 2R_0$ — внутренний диаметр трубы.

При $\varphi = 0$ получаем известную формулу для однородного потока

$$-\left(\frac{dp_{тр}}{dx}\right)_0 = \frac{32}{D^2}\mu' w'_0; \qquad (6\text{-}26)$$

отсюда

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}} = (1-\varphi)^{-2}, \qquad (6\text{-}27)$$

или

$$\varphi = 1 - \sqrt{\frac{\Delta p_{тр0}}{\Delta p_{тр}}}. \qquad (6\text{-}28)$$

Эти простые соотношения очень удобны для обработки экспериментальных данных.

Подставляя в формулу (6-18) значение скорости жидкости на поверхности пленки $w'_{гр}$, вычисленное по формуле (6-23) при $R = R_0\sqrt{\varphi}$, получаем:

$$w''_{от} = \frac{w''_0}{\varphi} + \frac{dp_{тр}}{dx}(1-\varphi)\frac{D^2}{16\mu'}, \qquad (6\text{-}29)$$

или, принимая во внимание (6-27),

$$w''_{от} = \frac{w''_0}{\varphi} - \frac{2w''_0}{1-\varphi}. \qquad (6\text{-}30)$$

Совмещая формулы (6-28) и (6-17), имеем:

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}} = \zeta'' \frac{\rho'' w''^2_{от} D}{64\mu' w'_0 \sqrt{\varphi}}; \qquad (6\text{-}31)$$

принимая во внимание, что коэффициент трения при течении однородного ламинарного потока в трубе равен:

$$\zeta_0 = \frac{64}{Re'}, \qquad (6\text{-}32)$$

где в данном случае

$$Re' = \frac{w'_0 D}{\nu'}, \qquad (6\text{-}33)$$

получаем:

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}} = \frac{\zeta'' \rho''}{\zeta_0 \rho' \sqrt{\varphi}} \left(\frac{w''_{от}}{w'_0}\right)^2. \qquad (6\text{-}34)$$

Эта формула имеет общее значение, так как она справедлива как для ламинарного, так и турбулентного течения фаз при подстановке в нее соответствующего значения ζ_0.

Подставляя в (6-34) значение $w''_{от}$ из (6-30) и ζ_0 из (6-32), имеем:

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}} = \frac{\zeta'' \rho'' Re'}{64 \rho' \varphi^{5/2}} \left(\frac{w''_0}{w'_0} - \frac{2\varphi}{1-\varphi}\right)^2. \qquad (6\text{-}35)$$

Далее, совмещая формулы (6-27) и (6-35), находим, что

$$\frac{\varphi}{1-\varphi}\left(\varphi^{1/4}\sqrt{\frac{64}{\zeta''}} + 2\sqrt{Re'\frac{\rho''}{\rho'}}\right) = \frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{Re'\frac{\rho''}{\rho'}}. \qquad (6\text{-}36)$$

При турбулентном течении газовой струи, что и имеет место в реальных условиях, величина $\zeta'' \ll 1$. Величина $\varphi^{1/4}$ близка к единице даже при сравнительно малых φ. Наибольшее значение Re' для ламинарного течения приблизительно 2000. Отсюда нетрудно подсчитать, что при низких и средних давлениях

$$\varphi^{1/4}\sqrt{\frac{64}{\zeta''}} \gg 2\sqrt{Re'\frac{\rho''}{\rho'}}. \qquad (6\text{-}37)$$

Для этих условий с достаточной точностью

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}} = \frac{\zeta'' \rho'' \mathrm{Re}'}{64 \rho' \varphi^{5/2}} \left(\frac{w''_0}{w'_0} \right)^2; \qquad (6\text{-}38)$$

$$\frac{\varphi^{5/4}}{1-\varphi} = \frac{w''_0}{w'_0} \sqrt{\frac{\zeta'' \rho'' \mathrm{Re}'}{64 \rho'}}. \qquad (6\text{-}39)$$

Таким образом, для указанных условий величины φ и $\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}}$ являются однозначной функцией комплекса

$$\zeta'' \mathrm{Re}' \frac{\rho'' w''^2_0}{\rho' w'^2_0}, \qquad (6\text{-}40)$$

представляющего собой специфическую комбинацию критериев, характеризующих отношение кинетических энергий фаз, их трение на границе раздела и вязкое трение в пленке жидкой фазы.

Формула (6-36) показывает также взаимосвязь между воздействием критериев $\frac{w''_0}{w'_0} \sqrt{\frac{\rho''}{\rho'}}$ и $\frac{\rho''}{\rho'}$ на такие гидравлические характеристики двухфазного потока, как φ и $\Delta p_{тр}/\Delta p_{тр\,0}$.

Как видно, самостоятельно влияние относительной плотности фаз ρ''/ρ' начинает проявляться только при достаточно больших значениях этого критерия. Механизм этого воздействия связан с тем, что в этих условиях относительная скорость фаз начинает существенно отличаться от приведенной скорости газа. При достаточно же малых ρ''/ρ' плотности фаз практически влияют на гидродинамику двухфазного потока только через со-

Таблица 6-1

Расчеты характеристик двухфазного потока с симметричным ламинарным жидким слоем при $\frac{w''_0}{w'_0} \geqslant \frac{2\varphi}{1-\varphi}$

φ	0	0,16	0,29	0,46	0,58	0,74	0,80
$\Delta p_{тр}/\Delta p_{тр0}$	1	1,42	2,00	3,44	5,68	14,8	25
$\frac{w''_0}{w'_0} \sqrt{\frac{\zeta'' \mathrm{Re}' \rho''}{64 \rho'}}$	0	0,121	0,30	0,70	1,27	2,64	3,80

Продолжение табл. 6-1

φ	0,90	0,95	0,97	0,98	0,99	0,995
$\Delta p_{тр}/\Delta p_{тр0}$	100	400	$1{,}1\cdot10^3$	$2{,}5\cdot10^3$	$1\cdot10^4$	$4\cdot10^4$
$\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\frac{\zeta''\,Re'\rho''}{64\rho'}}$	8,80	18,6	32	49	99	200

отношение кинетических энергий фаз и некоторые другие критерии.

В табл. 6-1 приведены результаты расчетов по формулам (6-27) и (6-39).

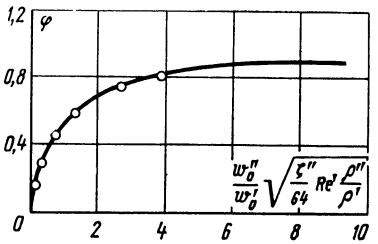


Рис. 6-15. Зависимость φ от $\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\frac{\zeta''\,Re'\rho''}{64\rho'}}$ по теоретическому расчету.

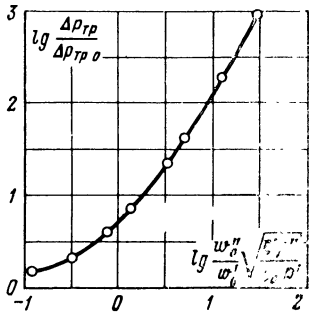


Рис. 6-16. Зависимость $\lg\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}}$ от $\lg\left(\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\frac{\zeta''\,\rho''}{\zeta_0\rho'}}\right)$ по теоретическому расчету.

На рис. 6-15 и 6-16 данные этой таблицы представлены графически. Как видно, потери давления быстро возрастают с увеличением относительного расходного газосодержания смеси. Действительное относительное газосодержание смеси возрастает с увеличением расходного газосодержания вначале очень резко, а затем весьма медленно.

В области $0<\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\zeta''Re'\frac{\rho''}{\rho'}}<8$ потеря напора пропорциональна этому комплексу в среднем в степени 1,3.

При $\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\zeta''\mathrm{Re}'\frac{\rho''}{\rho'}}>8$ величина φ уже становится близкой к единице и

$$\frac{\Delta p_{\text{тр}}}{\Delta p_{\text{тро}}}\approx\frac{\zeta''\mathrm{Re}'\rho''}{64\rho'}\left(\frac{w''_0}{w'_0}\right)^2. \qquad (6\text{-}41)$$

6-8. ОПЫТНЫЕ ДАННЫЕ О ПОТЕРЯХ НАПОРА В ДВУХФАЗНОМ ПОТОКЕ С ЛАМИНАРНЫМ ЖИДКИМ СЛОЕМ

Рассмотрим опытные данные, полученные Мартинелли, Болтером, Тейлором, Томсоном, Моррисоном. Эти опыты проводились в стеклянной трубе $D=25{,}4$ мм.

Характеристика компонентов исследовавшихся смесей приведена в табл. 6-2. В качестве газовой компоненты использовался воздух.

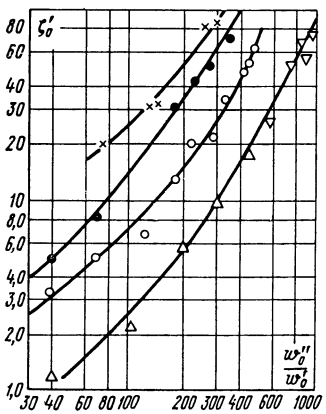


Рис. 6-17. Зависимость приведенного коэффициента сопротивления ζ'_0 от w''_0/w'_0 по опытам при ламинарном течении жидкого слоя.

× — нефть В (Re=9,6, Fr=0,04); О — смесь № 1 (Re=64, Fr=0,04); ▽ — вода (Re=1080, Fr=0,01); ● — смесь № 2 (Re=21, Fr=0,04); △ — керосин (Re=1210, Fr=0,05).

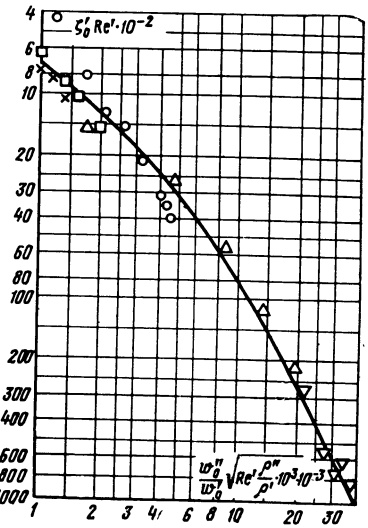


Рис. 6-18. Зависимость комплекса $\zeta'_0\,\mathrm{Re}'$ от $\frac{w''_0}{w'_0}\times$ $\times\sqrt{\mathrm{Re}'\frac{\rho'}{\rho''}}\,10^3$.

Обозначения те же, что и на рис. 6-17.

В табл. 6-3 приведены данные о диапазоне изменений критериев в каждой серии опытов. Как видно, в этих опытах практически постоянным остается только величина ρ''/ρ'. Все остальные критерии меняются в чрезвычайно широком диапазоне, что позволяет составить надежное суждение о степени влияния каждого из них на закон сопротивления.

На рис. 6-17 построена зависимость величины $\zeta'_0 = \zeta_0 \Delta p_{тр}/\Delta p_{тр\,0}$ от критериев w''_0/w'_0 и Re' при практически постоянном значении критерия $Fr' = w'^2_0/gD$. Обнаруживается резкая зависимость потери напора как от отношения приведенных скоростей фаз, так и от числа Re жидкости.

На рис. 6-18 те же данные представлены в виде зависимости $\zeta_0 \Delta p_{тр} Re'/\Delta p_{тр_0}$ от комплекса $\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\frac{\rho''}{\rho'}Re'}$. В полном соответствии с изложенной выше теорией все опытные точки группируются вокруг одной линии.

На рис. 6-19 в тех же координатах нанесены все серии опытов.

Как видно, при $\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\frac{\rho''}{\rho'}Re'} < 40$ все опытные точки начинают отчетливо расслаиваться по числам Fr. Очевидно, в этой области уже начинает существенно проявляться асимметрия потока и волнообразование на поверхности раздела фаз.

На этом же рисунке пунктиром нанесена теоретическая кривая при $\zeta'' = \text{const}$, рассчитанная по табл. 6-1 путем отождествления теоретического значения комплекса $\frac{w''_0}{w'_0} \times \sqrt{\zeta''\frac{\rho''}{\rho'}Re'}$ с экспериментальным значением комплекса $\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{Re'}$ при $\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр_0}} = 400$.

Как видно, опытные точки в области увеличивающихся значений переменной располагаются выше расчетной линии. Это обстоятельство указывает на то, что коэффициент трения газа о жидкость не является постоянным, а уменьшается с увеличением скорости течения газа.

Как было выяснено в предыдущих главах, в общем случае любой определяемый критерий двухфазного по-

Таблица 6-2

Характеристика исследованных сред

Жидкость	p, МПа	t, °С	ρ', кг/м³	$\mu' \cdot 10^5$, Н·с/м²	$\sigma \cdot 10^4$, Н/м
Вода	0,126	15,6	102	1,01	7,35
Вода + некал . .	0,114	26,6	102	0,78	3,06
Керосин	0,114	25,6	85	1,87	2,80
Дизельное топливо	0,114	26,6	88	4,47	2,68
Смесь № 1 . . .	0,114	28,4	92	37,7	2,85
Смесь № 2 . . .	0,114	29,5	93	11,2	2,94
Нефть В	0,114	29,5	93	240	3,05

Таблица 6-3

Характеристика опытов

Жидкость	$\mathrm{Re}'=\frac{w'_0 D}{\nu'}$	$\mathrm{Fr}=\frac{w_0'^2}{gD}$	$\frac{w''_0}{w'_0}$ минимальное	$\frac{w''_0}{w'_0}$ максимальное	$\mathrm{Re}''=\frac{w''_0 D}{\nu''}$ минимальное
Нефть В, $\frac{\rho''}{\rho'}=1{,}43\cdot10^{-3}$, $\frac{\mu''}{\mu'}=0{,}075\cdot10^{-3}$	4,8	0,01	12,6	790	70 000
	9,6	0,04	6,2	345	63 000
	19	0,15	0	128	45 000
	28	0,33	0	76	40 000
	47	0,96	0	15	14 000
	57	1,4	9,7	9,7	10 000
Смесь № 2 (дизельное топливо + нефть), $\frac{\rho''}{\rho'}=1{,}43\cdot10^{-3}$, $\frac{\mu''}{\mu'}=0{,}152\cdot10^{-3}$	10	0,0096	51	846	75 000
	21	0,04	39	345	62 000
	41	0,16	3,5	165	60 000
	60	0,33	2,4	112	59 000
	123	1,4	1,2	43	46 000
	164	2,5	9,6	18	46 000
	204	3,84	0,8	4,7	14 000
	306	8,7	0,6	0,6	1700
Смесь № 1 (дизельное топливо + нефть), $\frac{\rho''}{\rho'}=1{,}44\cdot10^{-3}$, $\frac{\mu''}{\mu'}=0{,}505\cdot10^{-3}$	32	0,01	5,8	870	79 000
	64	0,04	5,8	470	85 000
	160	0,25	2,4	174	79 000
	256	0,64	1,47	109	79 000
	384	1,44	0	57	62 000
	640	4,0	0	25	45 000
	860	9,0	0	7,4	20 000
	1280	16,0	0	7,8	10 000

Продолжение табл. 6-3

Жидкость	$Re' = \frac{w'_0 D}{\nu'}$	$Fr = \frac{w'^2_0}{gD}$	$\frac{w''_0}{w'_0}$ минимальное	$\frac{w''_0}{w'_0}$ максимальное	$Re'' = \frac{w''_0 D}{\nu''}$ минимальное
Вода, $\frac{\rho''}{\rho'} = 1{,}57 \cdot 10^{-3}$, $\frac{\mu''}{\mu'} = 17{,}9 \cdot 10^{-3}$	1080	0,008	557	970	81 000
Керосин, $\frac{\rho''}{\rho'} = 1{,}57 \cdot 10^{-3}$, $\frac{\mu''}{\mu'} = 9{,}6 \cdot 10^{-3}$	1210	0,047	39	438	86 000
Дизельное топливо, $\frac{\rho''}{\rho'} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$	940	0,16	62	259	95 000
$\frac{\mu''}{\mu'} = 4{,}0 \cdot 10^{-3}$	1880	0,64	10	130	95 000

тока является функцией ряда параметров, а именно:

$$\varphi = \varphi\left(\frac{w''_0}{w'_0};\ \frac{w'^2}{gl};\ \frac{\rho''}{\rho'};\ Re';\ \frac{\mu''}{\mu'};\right.$$
$$\left.\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')l^2};\ \frac{l_1}{l} \ldots\right). \qquad (6\text{-}42)$$

Приведенные опыты, так же как и опыты С. И. Костерина, подтверждают, что влиянием критериев μ''/μ' и $\sigma/gl^2(\rho' - \rho'')$ на гидравлические характеристики двухфазного потока, текущего в трубе, в первом приближении можно пренебречь.

В рассматриваемой конкретной задаче теория приводит к специфической комбинации параметров w''_0/w'_0, Re' и ρ''/ρ'. Следовательно, отклонения от теоретической линии действительно должны являться функцией числа Fr и, в какой-то мере, отношения ρ''/ρ' (как меры дополнительного динамического воздействия на поверх-

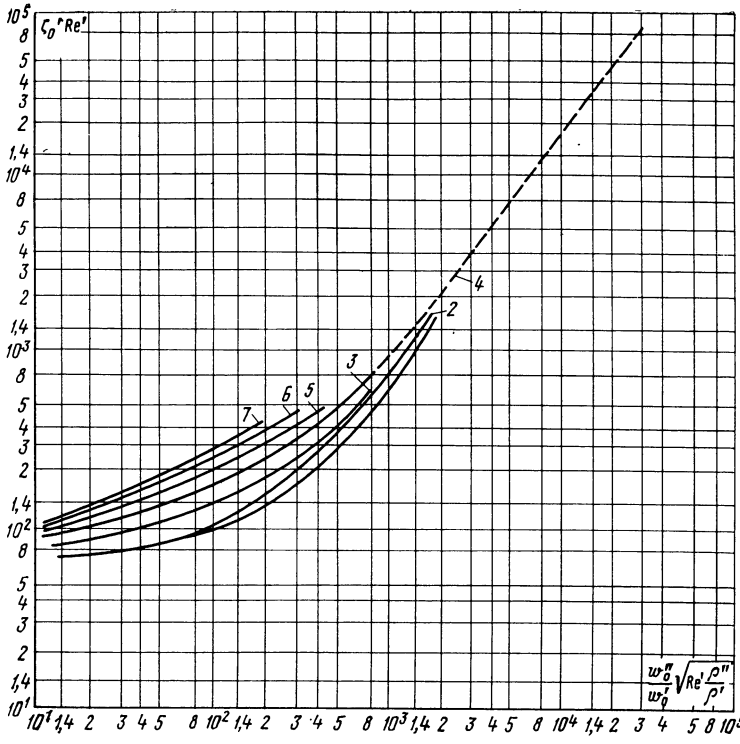


Рис. 6-19. Влияние критерия Фруда на сопротивление при ламинарном течении жидкого слоя.

1 — Fr=0,01; *2* — Fr=0,04; *3* — Fr=0,33; *4* — Fr=1,4; *5* — Fr=4,0; *6* — Fr=9,0; *7* — Fr=16.

ность раздела фаз). Вообще говоря, эти параметры, как было выяснено в предыдущих главах, входят под знак функции в виде отношения

$$\mathrm{Fr}/\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right).$$

Рисунок 6-20 показывает, что влияние числа Fr вообще невелико. Даже в области его наибольшего воздейст-

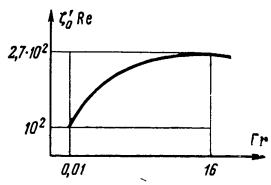


Рис. 6-20 Зависимость ζ_0' от Re′ и Fr в области максимального влияния последнего критерия на ламинарное течение жидкого слоя.

вия на процесс изменение числа Fr в 1500 раз меняет отношение $\Delta p_{тр}/\Delta p_{тр\,0}$ всего в 2,7 раза.

На основе приведенных данных при $\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\frac{\rho''}{\rho'}\mathrm{Re}'} > 40$ можно рекомендовать расчетную формулу

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}} = 1 + 0{,}1\left(\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\frac{\rho''}{\rho'}\mathrm{Re}'}\right)^{1{,}3}. \qquad (6\text{-}43)$$

Как видно, опытный показатель степени очень близок к теоретическому значению. Единица в правой части формулы (6-43) введена для возможности доведения расчета до $w''_0=0$.

При $\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\frac{\rho''}{\rho'}\mathrm{Re}'} < 40$ можно воспользоваться кривыми, проведенными по опытным точкам на рис. 6-19.

6-9. СИММЕТРИЧНОЕ ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОГО СЛОЯ

При турбулентном течении пленки с точностью, достаточной для наших целей, профиль скоростей можно описать уравнением

$$w' = 2{,}5v^* \ln\left(1 + \frac{y}{\Delta}\right), \qquad (6\text{-}44)$$

здесь $v^* = \sqrt{-\frac{dp_{тр}}{dx}\frac{D}{4\rho'}}$ — так называемая динамическая скорость; y — расстояние от стенки трубы; Δ — масштабный коэффициент.

Для труб с зернистой шероховатостью при квадратичном законе сопротивления можно принять

$$\Delta = \frac{\varepsilon}{30},$$

где ε — высота выступов.

Для гладких труб можно принять

$$\Delta = 11{,}6\frac{\nu}{v^*}.$$

Положим, как это по существу уже было сделано в предыдущих параграфах:

$$-\frac{dp_{тр}}{dx} = \zeta'_0\frac{\rho' w'^2_0}{2D}, \qquad (6\text{-}45)$$

где ζ'_0 — условный («приведенный» к w'_0) коэффициент сопротивления двухфазного потока.

Вычисляя значение w'_0 по формуле (6-14) при подстановке в нее значения w' из (6-44) и отбрасывая в полученном решении члены порядка Δ, приходим к уравнению [1]

$$\sqrt{\frac{2}{\zeta'_0}} = 1{,}25\left\{(1-\varphi)\ln\left[1+15(1-\sqrt{\varphi})\frac{D}{\varepsilon}\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{\varphi-3}{2}+\sqrt{\varphi}\right\}. \qquad (6\text{-}46)$$

Принимая во внимание, что

$$-\left(\frac{dp_{тр}}{dx}\right)_0 = \zeta_0\frac{\rho' w'^2_0}{2D}, \qquad (6\text{-}47)$$

где ζ_0 — коэффициент сопротивления при $\varphi=0$, получаем:

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}} = \frac{\zeta'_0}{\zeta_0} =$$
$$= \frac{1{,}28}{\zeta_0}\left\{(1-\varphi)\ln\left[1+15(1-\sqrt{\varphi})\frac{D}{\varepsilon}\right]+\frac{\varphi-3}{2}+\sqrt{\varphi}\right\}^{-2}. \qquad (6\text{-}48)$$

Результаты расчетов по этой формуле сведены в табл. 6-4.

Соответственно формулу (6-17) правильнее записывать в следующем виде:

$$-\frac{dp_{тр}}{dx} = \zeta''\frac{\rho''(1-x)w''^2_{от}}{2D\sqrt{\varphi}}.$$

---

[1] При турбулентном течении центральная газовая струя содержит обычно капли жидкости, вследствие чего средняя скорость течения жидкости в пленке равна:

$$\overline{w'} = \frac{2\left(1-x\frac{\rho''w''_0}{\rho'w'_0}\right)}{R^2_0(1-\varphi)}\int\limits_{R_0\sqrt{\varphi}}^{R_0} w'R\,dR,$$

где x — массовая влажность газа. В этом случае мы получаем пример «трехскоростной» модели двухфазного потока, поскольку вводятся в рассмотрение средние скорости движения жидкой пленки, капель и струи газа. Рассматриваемые выше схемы представляют «двухскоростные» модели.

Таблица 6-4

Результаты расчетов по формуле (6-48)

φ	$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}}$			
	$\frac{\varepsilon}{D}=8\cdot10^{-3}$	$\frac{\varepsilon}{D}=4\cdot10^{-3}$	$\frac{\varepsilon}{D}=2\cdot10^{-3}$	$\frac{\varepsilon}{D}=1\cdot10^{-3}$
0	1	1	1	1
0,16	1,53	1,52	1,51	1,50
0,25	2,01	1,98	1,96	1,94
0,36	2,95	2,88	2,85	2,80
0,41	3,58	3,46	3,40	3,33
0,49	5,11	4,94	4,83	4,71
0,64	11,8	11,3	10,8	10,4
0,81	57,3	52,7	49,3	46,4
1	∞	∞	∞	∞

В последующих формулах, при учете уноса части жидкости газовой струей, вместо величины $\sqrt{\zeta'_0}$ следует вводить величину

$$\sqrt{\zeta'_0}\Big/\left(1-x\frac{\rho''w''_0}{\rho'w'_0}\right),$$

а вместо величины ζ' — величину $\zeta''(1+x)$.

Из этих расчетов следует, что на зависимость φ от $\Delta p_{тр}/\Delta p_{тр\,0}$ (или обратную связь) при турбулентном течении почти не влияет относительная шероховатость трубы [1].

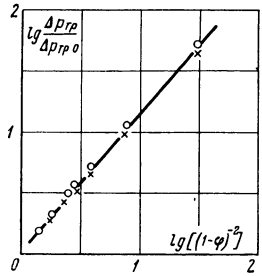


Рис. 6-21. Зависимость $\lg\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}}$ от $\lg[(1-\varphi)^{-2}]$ по теоретическим расчетам при турбулентном течении жидкой пленки. $\times-\frac{\varepsilon}{D}=1\cdot10^{-3}$; $\circ-\frac{\varepsilon}{D}=8\cdot10^{-3}$.

На рис. 6-21 изображена зависимость $\Delta p_{тр}/\Delta p_{тр\,0}$ от φ по данным табл. 6-4. Приведенная на графике лога-

[1] При ламинарном течении шероховатость практически не сказывается на гидравлических характеристиках потока, текущего в трубе.

рифмическая прямая выражается уравнением

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}} = (1-\varphi)^{-2,3}. \qquad (6\text{-}49)$$

Интересно отметить, что эта зависимость весьма близка к формуле (6-27), выражающей соответствующую связь для потока с ламинарным течением жидкой фазы. Следовательно, функция

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}} = f(\varphi)$$

мало чувствительна к режиму течения потока.

Для гладкой трубы решение остается таким же, как и в случае шероховатой трубы, но в формулы вместо величины $30\frac{D}{\varepsilon}$ следует подставить величину

$$11{,}6\frac{Dv^*}{\nu'} = 4{,}05\,\mathrm{Re}'\sqrt{\zeta'_0}. \qquad (6\text{-}50)$$

Таким образом, при течении двухфазного потока в гладкой трубе его гидродинамический режим зависит также от эффективного числа Рейнольдса жидкой фазы, определяемого по формуле (6-20). Физическим фактором, обусловливающим появление числа Рейнольдса в качестве определяющего параметра двухфазного потока, является влияние вязкого подслоя на течение жидкой фазы в непосредственной близости к гладкой поверхности.

Относительная скорость газовой струи, вычисленная по формуле (6-18), при распределении скоростей в жидком кольце, описываемом уравнением (6-44), равна:

$$w''_{от} = \frac{w''_0}{\varphi} - 2{,}5v^* \ln\left[1 + \frac{R_0}{\Delta}(1-\sqrt{\varphi})\right]. \qquad (6\text{-}51)$$

Вводя это значение в формулу (6-34) и замечая, что

$$v^* = w'_0\sqrt{\frac{\zeta'_0}{8}}, \qquad (6\text{-}52)$$

получаем для шероховатых труб

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}} = \frac{\zeta''\rho''}{\zeta_0\rho'\varphi^{5/2}}\left\{\frac{w''_0}{w'_0} - \right.$$
$$\left. - 2{,}5\sqrt{\frac{\zeta'_0}{8}}\ln\left[1 + 15\frac{D}{\varepsilon}(1-\sqrt{\varphi})\right]\right\}. \qquad (6\text{-}53)$$

Совмещая это выражение с (6-49) и решая полученное уравнение относительно w''_0/w'_0, получаем:

$$\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\frac{\rho''}{\rho'}}=\frac{\sqrt{\frac{\zeta_0}{\zeta''}}}{(1-\varphi)^{3/2}}\left\{\varphi^{5/4}+\right.$$

$$\left.+0{,}88\sqrt{\frac{\zeta''\rho''}{\rho'}}\ln\left[1+15\frac{D}{\varepsilon}(1-\sqrt{\varphi})\right]\right\}. \quad (6\text{-}54)$$

Структура этой формулы в отношении влияния критериев $\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\frac{\rho''}{\rho'}}$ и $\frac{\rho''}{\rho'}$ на φ аналогична структуре формулы (6-36). Самостоятельное влияние $\frac{\rho''}{\rho'}$ начинает проявляться только при достаточно больших значениях этого критерия, т. е. для газожидкостных смесей только при достаточно высоких давлениях.

На рис. 6-22 и 6-23 представлены зависимости φ и $\Delta p_{тр}/\Delta p_{тр\,0}$ от комплекса

$$\frac{w''_0}{w'_0}\left(\frac{\zeta''\rho''}{\zeta_0\rho'}\right)^{1/2}, \quad (6\text{-}55)$$

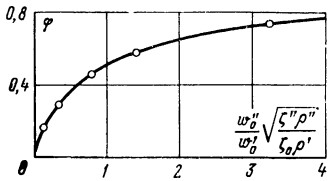


Рис. 6-22. Зависимость φ от $\frac{w''_0}{w'_0}\sqrt{\frac{\zeta''}{\zeta_0}\frac{\rho''}{\rho'}}$ по теоретическим расчетам.

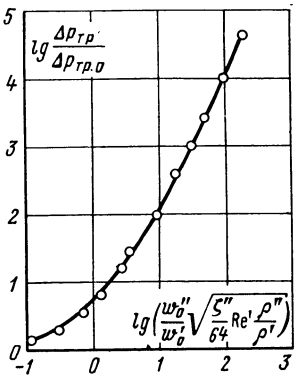


Рис. 6-23. Зависимость $\lg\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр\,0}}$ от $\lg\frac{w''_0}{w'_0}\times\sqrt{\frac{\zeta''}{\zeta_0}\frac{\rho''}{\rho'}}$.

рассчитанные по формулам (6-54) и (6-49) для отношений ρ''/ρ', при которых можно пренебречь вторым членом фигурной скобки.

Как видно, и при турбулентном течении жидкой пленки наблюдается резкое нарастание величины φ в области малых w''_0/w'_0. В области значений критерия (6-55)

от 1 до 10 относительный перепад давления, обусловленный трением, приблизительно пропорционален этому критерию в степени 1,4. С увеличением аргумента показатель степени также несколько увеличивается.

6-10. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ О ТУРБУЛЕНТНО-ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ ТРУБАХ

На рис. 6-24 приведены данные опытов с пароводяной смесью в вертикальных трубах, обработанные в координатах (6-49) А. А. Армандом.

Как видно, при весьма широком варьировании параметров потока зависимость

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр\,0}} = f(1-\varphi), \qquad (6\text{-}56)$$

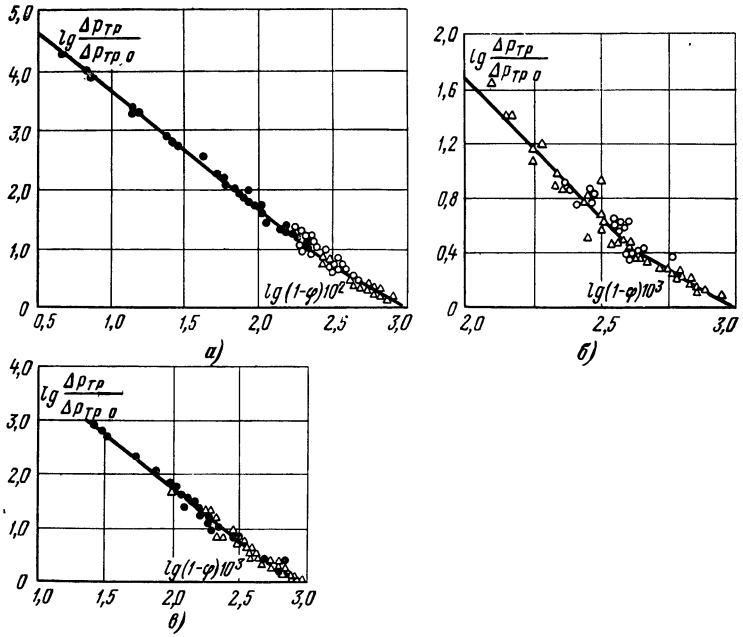


Рис. 6-24. Изменение величины отношения сопротивления течению пароводяной смеси к сопротивлению течению такого же массового расхода воды в зависимости от величины относительной доли сечения, занятой жидкостью.

а — при давлении 3,14—3,43 МПа, *б* — при давлении 5,89—6,28 МПа; *в* — при давлении 8,83—10,8 МПа; О — опыты ЭНИН, труба D=56 мм; ● — опыты ВТИ, труба D=56 мм; △ — опыты ЦКТИ, труба D=25,5 мм.

хорошо обобщает экспериментальные данные в широком диапазоне газосодержаний. Это обстоятельство еще раз подчеркивает плодотворность анализа даже весьма абстрагированных схем газожидкостных потоков, по крайней мере для качественной оценки реальных закономерностей.

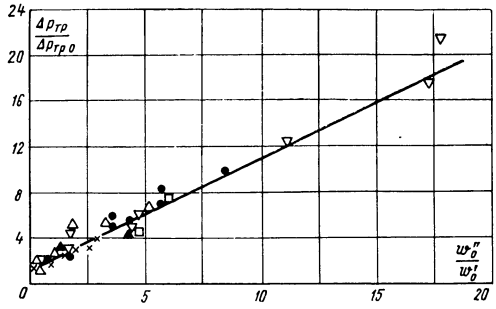


Рис. 6-25. Зависимость сопротивления двухфазного потока в гладкой трубе от отношения w''_0/w'_0 и критерия Re жидкости.

Вода: $\rho''/\rho' = 1{,}3 \cdot 10^{-3}$; O — Re=15 120; ▽ — Re=21 600; ● — Re=32 400; ▲ — Re=43 250; △ — Re=64 800; × — Re=96 500. Керосин: $\rho''/\rho' = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$; ▼ — Re=18 100; □ — Re=30 200; + — Re=42 300.

Как уже указывалось, для течений в гладких трубах подстановка в (6-48) вместо величины $\varepsilon/30$ величины $11{,}6\nu'/v^*$ приводит к появлению числа Re′ в формулах для пристенного турбулентного течения жидкой фазы. Однако заметно влияние этого критерия проявляется только при небольших числах Рейнольдса. При $Re' > 2 \cdot 10^4$ это влияние невелико, что видно из экспериментальных данных, приведенных на рис. 6-25.

Экспериментальные данные рис. 6-24 удовлетворительно описываются формулой

$$\frac{\Delta p_{тр}}{\Delta p_{тр0}} = (1-\varphi)^{-n}; \qquad (6\text{-}57)$$

$$\varphi < 0{,}5,\ n = 1{,}2;\ \varphi > 0{,}5,\ n = 1{,}9 + 2{,}5\frac{\rho''}{\rho'}. \qquad (6\text{-}58)$$

Интересно, что для больших φ, к которым относится вывод формулы (6-49), показатель степени n весьма близок к теоретическому значению в рассмотренной кольцевой модели течения. Приведенные данные могли создать впечатление, что в турбулентно-турбулентном

режиме структура потока мало влияет на его интегральные характеристики типа гидродинамического сопротивления. Однако прямые измерения, проведенные В. Е. Накоряковым и В. А. Кузьминым методом электрохимической тензометрии, показывают существенно более сложную картину.

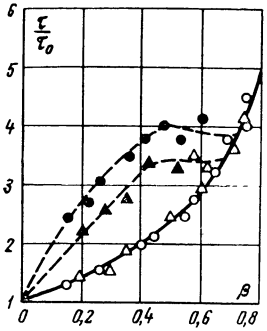


Рис. 6-26. Результаты измерения трения на стенке вертикальной трубы.

w'_0=1,18 м/с, D=15 мм, вдув через пористый цилиндр. ● ▲ — пузырьковый сопловой вдув; ○, △ — снарядный режим; ● и ○ — 103 калибра от входа; ▲ и △ — 313 калибров от входа.

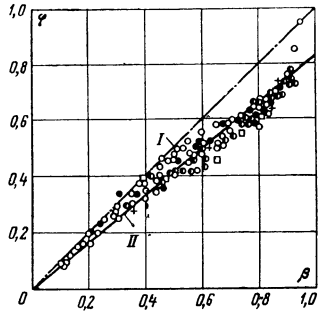


Рис. 6-27. Зависимость φ от β по экспериментальным данным для вертикальных труб.

Расчет: I — φ=β; II — φ=0,833β (данные А. А. Арманда). Данные Г. Говера: ◑ — D=16 мм; ◐ — D=26 мм, ● — D=38 мм, □ — D=63 мм. Данные Аоки: + — D=14 мм. Данные В. Е. Накорякова: ○ — D=15 мм.

На рис. 6-26 показаны результаты двух таких опытов. При практически одинаковых кинематических параметрах потока его структура задавалась разным способом организации ввода газа в поток жидкости. При подаче газа через специальное сопло даже при малых β наблюдался снарядный режим течения. При подаче газа через пористый цилиндр можно было создавать как пузырьковую, так и снарядную структуры. При большом удалении от смесителя наступает стабилизация, соответствующая рассмотренным выше закономерностям.

В нестабилизированном течении гидродинамическое трение существенно зависит от созданной начальной структуры смеси.

Как видно из данных, приведенных на рис. 6-27, линейная связь между φ и β при β<0,95 сохраняется для разных структур, но меняется множитель пропорциональности.

6-11. ТЕЧЕНИЕ В ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ТРУБАХ

Эффекты расслоения, обусловленные действием силы тяжести при течении газожидкостных потоков в горизонтальных трубах, были уже показаны на рис. 6-3—6-5. На рис. 6-28 показаны схемы характеристик структур. На рис. 6-29 показана карта этих режимов, построенная Ю. Л. Сорокиным и О. Д. Пушкиной в тех же координатах, что и карта на рис. 6-8 для течений в вер-

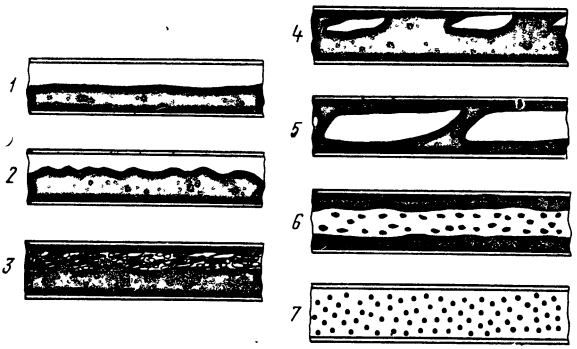


Рис. 6-28. Схемы характеристик структур течения горизонтального двухфазного потока.

Режимы течения: *1* — расслоенный; *2* — волновой; *3* — пузырьковый; *4* — пробковый; *5* — снарядный; *6* — дисперсно-кольцевой; *7* — дисперсный.

тикальных трубах. Там же нанесены данные экспериментов В. Е. Накорякова, Б. Г. Покусаева и В. А. Утовича.

Первое детальное исследование совместного течения газа и жидкости в горизонтальной трубе было выполнено А. А. Армандом. По этим данным формула (6-13) при $\beta<0{,}9$ пригодна и для горизонтальных труб, а в формуле (6-57) для различных интервалов β меняется как показатель степени, так и множитель пропорциональности, который может существенно отличаться от единицы. Однако такие зависимости имеют ограниченное значение, поскольку локальное трение в расслоенных течениях меняется по окружности трубы самым существенным образом (рис. 6-5). При этом эпюры касательных напряжений меняются и по длине трубы, т. е. за смесителем имеется значительный участок стабилизации структуры потока.

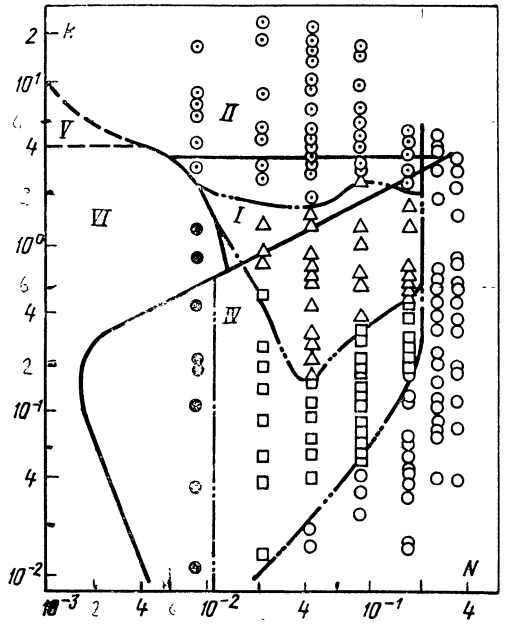


Рис. 6-29. Карта режимов течений газожидкостных потоков в горизонтальных трубах.

I — кольцевой без срыва капель; *II* — кольцевой со срывом капель; *IV* — пузырьковый, пробковый, снарядный; *V* — расслоенный со срывом капель; *VI* — расслоенный без срыва капель. Данные В. Е. Накорякова: ● — расслоенный режим, О — пузырьковый, □ — пробковый, △ — снарядный, ⊙ — дисперсно-кольцевой.

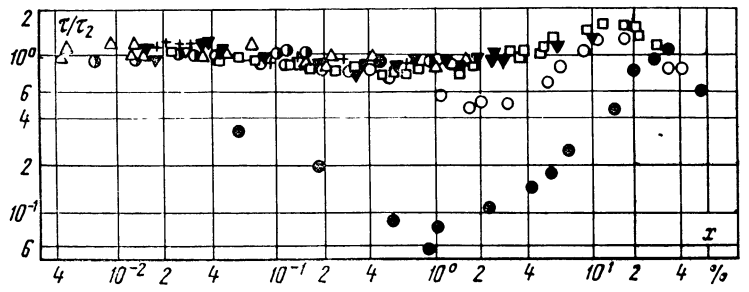


Рис. 6-30. Сопоставление данных В. Е. Накорякова и др. по трению с расчетом по гомогенной модели ($L/D=200$).

● — $w_{см}$=0,1 м/с; О — $w_{см}$=0,25 м/с; □ — $w_{см}$=0,5 м/с; ▼ — $w_{см}$=1,0 м/с; △ — $w_{см}$=2,0 м/с; ◑ — $w_{см}$=3,0 м/с, + — $w_{см}$=4,0 м/с.

На рис. 6-30 дано сопоставление опытов В. Е. Накорякова, Б. Г. Покусаева и В. А. Утовича с расчетами среднего трения по гомогенной модели $\tau_т$. Отчетливо наблюдаются режимы, в которых нет даже качественного согласия с расчетом. Такие же результаты дают и все другие, хотя и более сложные методы расчета.

Гомогенная модель, методы ЦКТИ, Арманда и Бэкера удовлетворительно описывают дисперсно-кольцевой режим. Пробковый и снарядный режимы по среднему трению удовлетворительно описываются как гомогенной моделью, так и методами Локкарта — Мартинелли и Ченовца — Мартина.

6-12. МЕСТНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Местные сопротивления, т. е. перепады давлений при истечении газожидкостной смеси через отверстия, при внезапных расширениях, поворотах и т. п. связаны с существенными перестройками структуры потока, последствия которых сказываются на большом числе калибров трубы за местом возмущения. Здесь мы не будем рассматривать истечения с фазовыми переходами и критические течения, приводящие к «запиранию» расхода

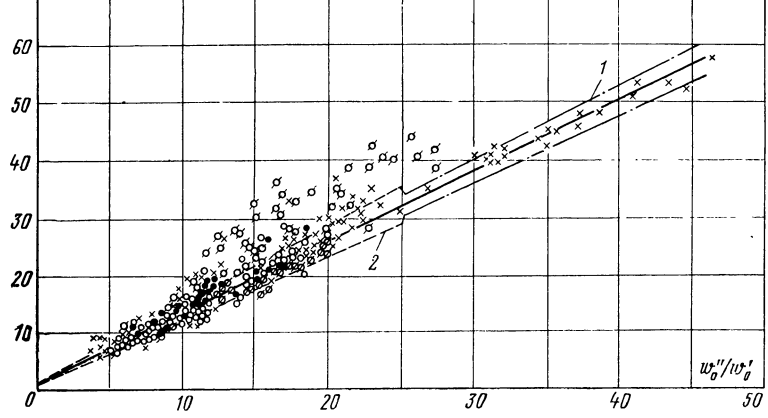


Рис. 6-31. Зависимость полного коэффициента сопротивления выхода от расходного воздухосодержания.

Прямая — расчет по (6-59). *1* — граница погрешности 5%; *2* — граница погрешности 10%.

смеси, т. е. аналоги звуковых критических течений в однофазных потоках.

Во многих случаях для расчетов местных сопротивлений удовлетворительно работает гомогенная модель. Так, опыты И. О. Замозия показали, что такая модель годится для истечения воздуховодяной смеси через острые шайбы.

На рисч 6-31 приведены данные С. И. Мочана о коэффициентах полного сопротивления выхода воздуховодяной смеси из трубы. Основная масса опытов описывается формулами

$$\zeta_{вых} = 1{,}2\left[1 + \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)\frac{w''_0}{w_0}\right]; \qquad (6\text{-}59)$$

$$\Delta p = \frac{\zeta_{вых}}{2}\rho' w^2_0, \qquad (6\text{-}60)$$

где w_0 — скорость циркуляции, т. е. удовлетворяет гомогенной модели.

Выпадающие точки относятся к малым скоростям течения, когда точность определения местного сопротивления обычно не существенна.

Значительно сложнее оказывается картина течения, связанная с сопротивлением входа смеси в трубу. В этом случае возмущающее действие входа распространяется на значительную длину трубы (до 60—100 диаметров), т. е. одновременно с потерей давления в самом местном сопротивлении сказывается усложнение гидродинамики двухфазного потока на длинном входном участке трубы.

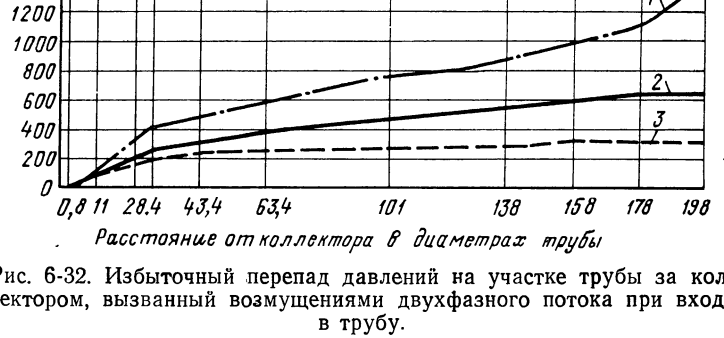


Рис. 6-32. Избыточный перепад давлений на участке трубы за коллектором, вызванный возмущениями двухфазного потока при входе в трубу.

Воздуховодяная смесь: $p \approx 0{,}098$ МПа; $w''_0/w_0 = 10$; *1* — $w^2_0/D = 16{,}2$ м/с²; *2* — $w^2_0/D = 7{,}6$ м/с²; *3* — $w^2_0/D = 4{,}3$ м/с².

Описанная картина отчетливо выявляется опытными данными, приведенными на рис. 6-32. В настоящее время этот вопрос еще весьма мало изучен. Для ориентировочных расчетов пока можно рекомендовать приведенные на рис. 6-33 расчетные графики С. И. Мочана. При этом отложенная по оси абсцисс величина условного

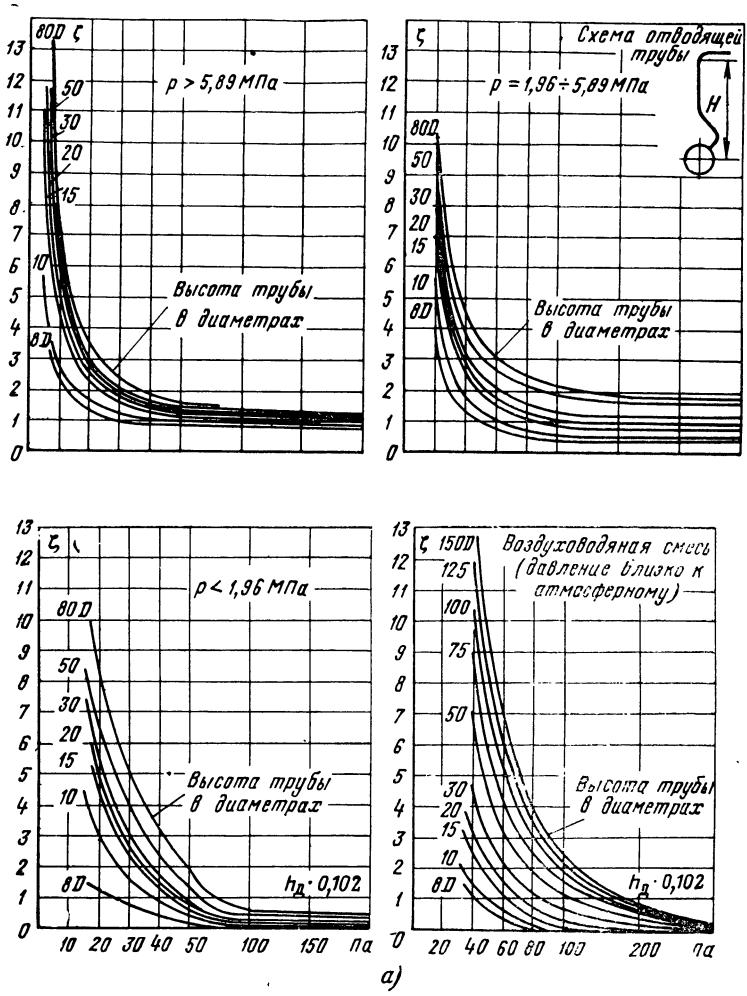
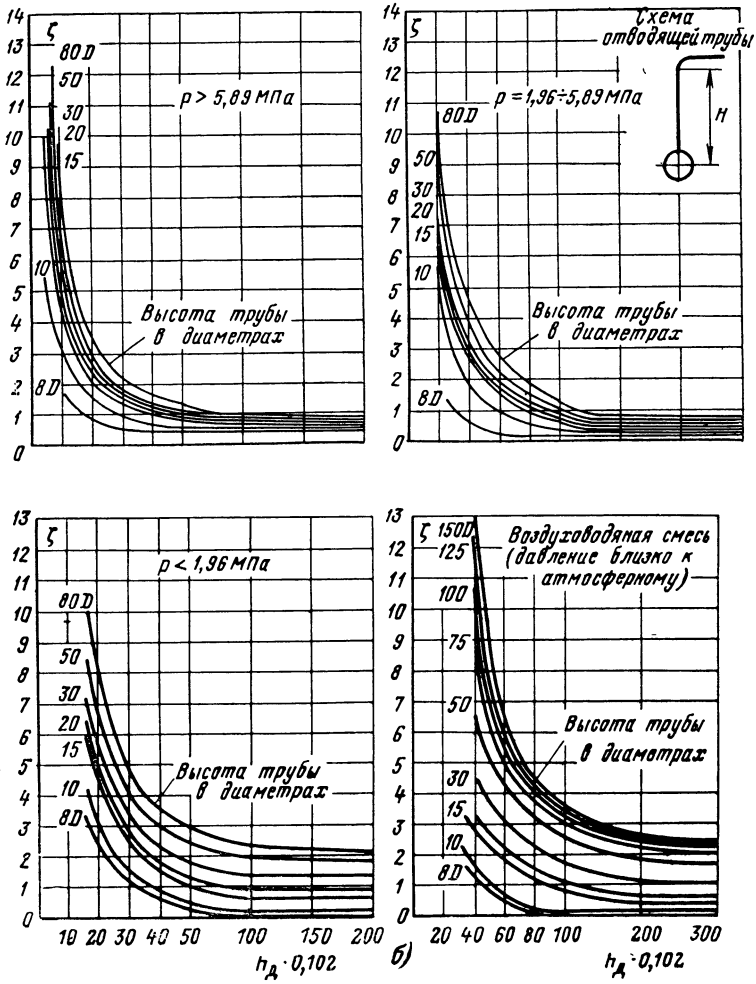


Рис. 6-33. Расчетные графики для определения коэффициента
а — при отводящих трубах с изгибом;

скоростного напора определяется по формуле

$$h_д = \frac{w^2_0}{2}\rho'\left[1+\frac{w''_0}{w'_0}\left(1-\frac{\rho''}{\rho'}\right)\right]. \qquad (6\text{-}61)$$

На рис. 6-34 приведены графики для определения отношения $h_д/h_{д.от}$, где $h_{д.от}$ — скоростной напор с учетом



сопротивления входа в трубу из коллектора.

б — при прямых отводящих трубах.

относительной скорости:

$$h_{д.от} = \left(\frac{w_0''^2 \rho}{2\varphi} + \frac{w_0'^2 \rho'}{2(1-\varphi)} \right). \qquad (6\text{-}62)$$

Опытные данные о коэффициенте сопротивления поворота на 75° при различных длинах включенного за

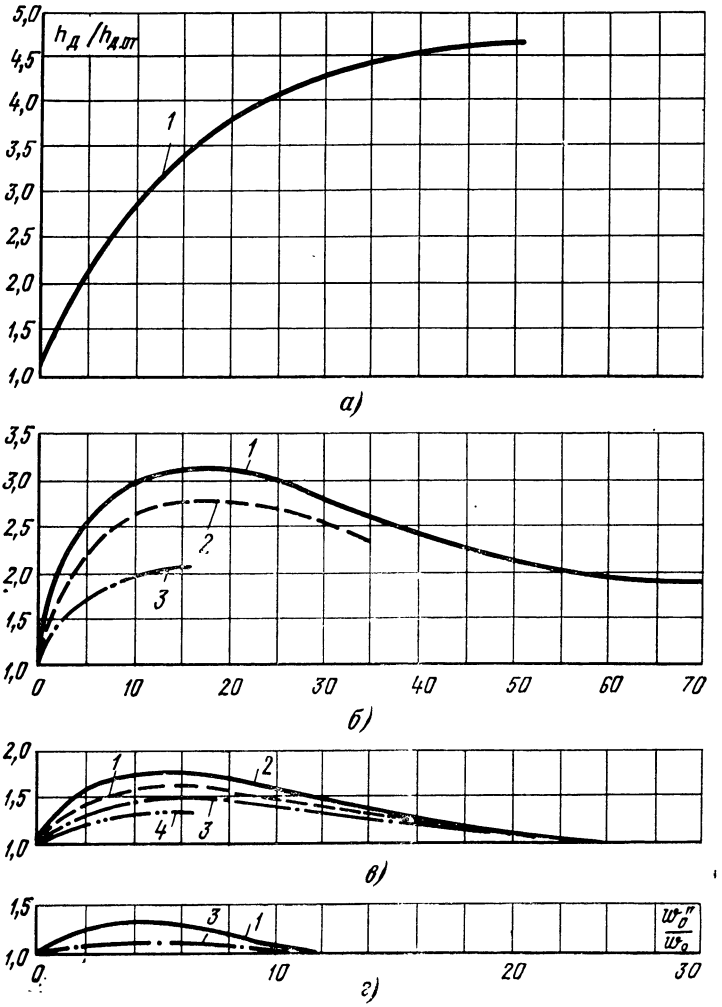


Рис. 6-34. Графики для определения отношения $h_д/h_{д.от}$.

а — p=0,098 МПа, при всех скоростях воды; *б* — p=0,981 МПа; *в* — p=5,88 МПа; *г* — p=10,8 МПа; *1* — w^2_0/D=1 м/с²; *2* — 5 м/с²; *3* — 20 м/с²; *4* — 50 м/с².

ним участка трубы даны на рис. 6-35. На основании анализа опытных данных по сопротивлению поворотов ориентировочно рекомендуется принимать значения коэффициентов сопротивления поворотов при последующем вертикальном или наклонном участке в 6—7 раз больше коэффициента сопротивления соответствующих поворотов при движении однофазного потока, а при последующем горизонтальном участке — равными коэффициенту сопротивления при движении однофазного потока.

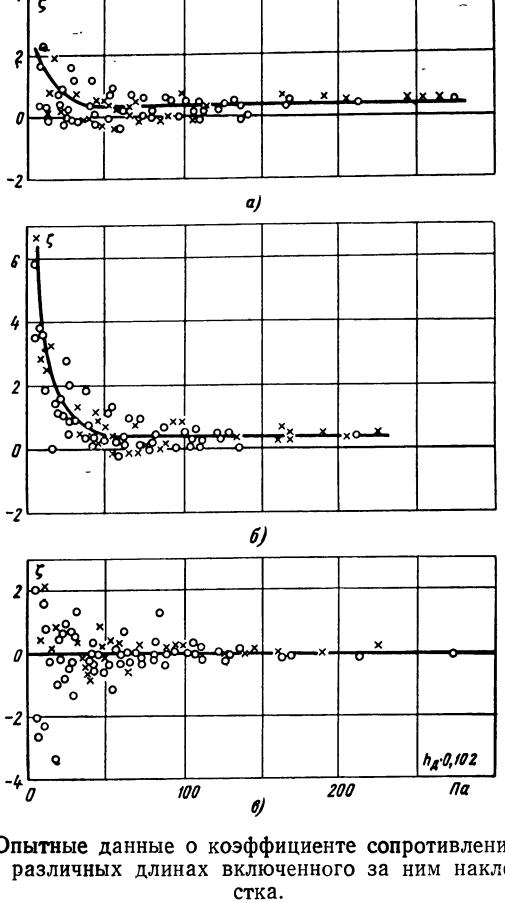


Рис. 6-35. Опытные данные о коэффициенте сопротивления поворота на 75° при различных длинах включенного за ним наклонного участка.

а — длина последующего участка 25 диаметров; *б* — то же 59 диаметров; *в* — дополнительный коэффициент сопротивления участка L=50 диаметров, удаленного на 109 диаметров от поворота на 75°; О — p=0,981 МПа и p>5,89 МПа; × — p=2,94 и 5,89 МПа.

Таким образом, опыты обнаруживают более значительное влияние местных сопротивлений при течении двухфазного потока по сравнению с течением однородной жидкости. Объясняется это обстоятельство существенным влиянием местного сопротивления на распределении фаз по сечению потока, а отсюда и на гидродинамический режим смеси на значительном протяжении трубопровода после местного сопротивления.

Распределение фаз по сечению оказывает сильное влияние на величину доли сечения φ, занимаемой газом. Поэтому в участках трубы, расположенных после местного сопротивления, наблюдается значительное изменение плотности смеси $\rho_{см}$ в сторону ее увеличения. Если эти участки вертикальны или наклонны под заметным углом к горизонту, то к изменению потери напора на трение добавляется изменение веса столба смеси, причем обычно это обстоятельство оказывается гораздо более значительным, чем изменение потери из-за трения.

6-13. ПАРОВОДЯНАЯ СМЕСЬ В ОБОГРЕВАЕМЫХ ТРУБАХ

В обогреваемых участках труб среднерасходная энтальпия потока $\bar{i}$ растет по течению и после прохождения точки насыщения соответственно возрастает паросодержание. При $T_{ст}>T''$ пристенный слой жидкости кипит и его паросодержание может быть значительным и при $\bar{i}<i'$. При этом в кипящем пристенном слое возникает интенсивный массообмен с ядром потока.

В достаточно длинной обогреваемой трубе обычно существует несколько режимов течения парожидкостной смеси, переходящих последовательно один в другой. Длины участков трубы, занимаемые различными режимами течения смеси, зависят от входных параметров потока, расхода и теплоподвода.

Все эти вопросы особенно важны для правильного понимания термогидродинамики мощных парогенераторов и изучены, главным образом, в экспериментах с пароводяными смесями.

Обобщение имеющихся данных до сих пор остается в значительной степени эмпирическим, основанным на анализе измерений осредненных параметров потока. Однако существуют неравновесные парожидкостные смеси, в которых осредненные параметры не характеризуют истинного распределения фаз. Так, на рис. 6-36 по-

казаны фотографии течения пароводяной смеси в канале при средней температуре потока $\overline{T}<T''$. Отчетливо видны области, в которых паровая фаза занимает значительную часть поперечного сечения канала.

Поэтому следует различать энтальпию недогрева по среднерасходным параметрам потока и энтальпию недогрева по температуре внутренней поверхности канала:

$$\Delta\overline{i}=\overline{i}-i'_{\text{н}};\ \Delta i_{\text{ст}}=i_{\text{ст}}-i'_{\text{н}}. \qquad (6\text{-}63)$$

Здесь $\overline{i}=\int\limits_{\Omega}\frac{iw}{\Omega}\,d\Omega$ — среднерасходная энтальпия пото-



Рис. 6-36 Кипение воды в прямоугольном канале при вынужденной конвекции.

Вода: $q=0{,}9q_{\text{кр}}$, $p=0{,}19$ МПа, $\Delta\tau=1\cdot10^{-3}$ с; $\Delta T=10$°С. *а* — $w_0=1{,}3$ м/с, *б* — $w_0=0{,}3$ м/с.

ка; $i'_н$ — энтальпия жидкой фазы на линии насыщения; $i_{ст}$ — энтальпия, соответствующая температуре стенки и давлению в данном поперечном сечении потока.

При $\bar{i} \geqslant i'_н$

$$\bar{i} = \bar{x} i''_н + (1 - \bar{x}) i'_н, \qquad (6\text{-}64)$$

где $i'' = r + i'_н$ — энтальпия паровой фазы на линии насыщения; r — скрытая теплота парообразования; $\bar{x}$ — массовое паросодержание смеси.

Таким образом, величину, обратную тепловому критерию фазового превращения,

$$K = \frac{r}{\Delta \bar{i}}. \qquad (6\text{-}65)$$

можно трактовать как массовое паросодержание потока

$$\bar{x} = \frac{\Delta \bar{i}}{r} = K^{-1}, \qquad (6\text{-}66)$$

которое при $\bar{x} > 0$ представляет собой истинное паросодержание, а при $\bar{x} < 0$ — относительную энтальпию недогрева до насыщения или «отрицательное паросодержание потока».

Однако в интервале $i_{ст} > i'_н > \bar{i}$ ядро потока недогрето до кипения, но в пристенном слое жидкость кипит и паровые пузыри могут проникать даже в ядро течения, если скорость их конденсации в те или иные моменты времени меньше скорости парообразования. Именно эта область, переходная от зоны однофазного прогрева среды к зоне развитого кипения, является неустойчивой и может генерировать пульсации течения по всему тракту.

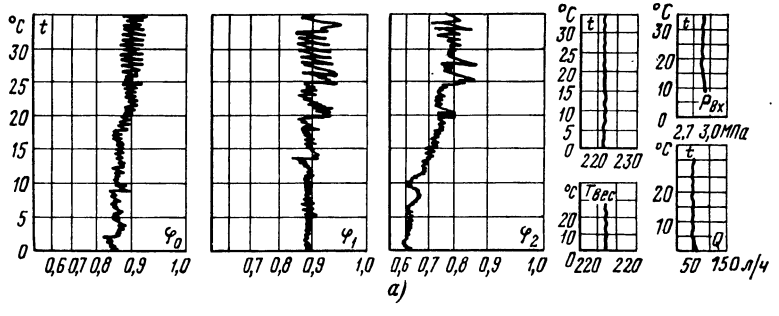
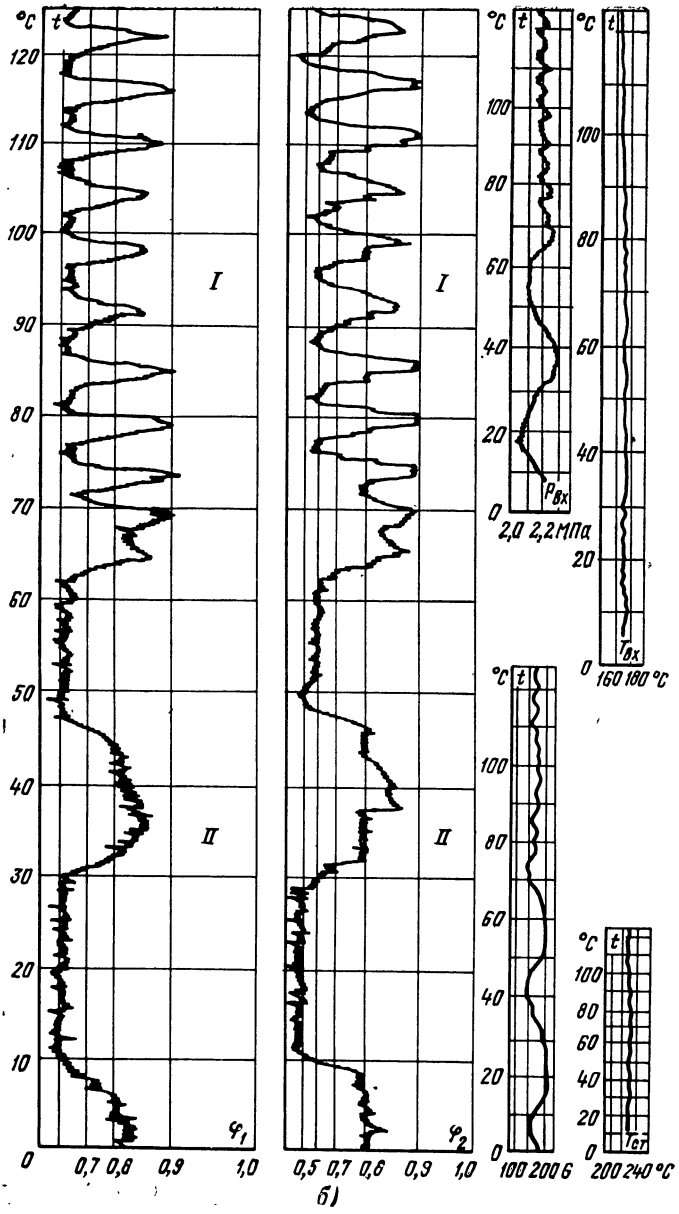


Рис. 6-37. Режимные характеристики двухфазных неравновесных
φ_0 и φ_1 — паросодержания в различных сечениях обогреваемого участка
го участка экспери



потоков при наличии различных типов автоколебаний.

экспериментальной трубки; φ_2 — паросодержания на выходе из необогреваемо-
ментальной трубки.

На рис. 6-37 приведены флуктуации паросодержания в трех поперечных сечениях трубы, первые две трети которой обогревались, а третий участок был адиабатическим. Эти опыты, проведенные под руководством М. А. Стыриковича, обнаружили существование различных частотных режимов, обозначенных Е. И. Невструевой и ее соавторами как неупорядоченные (рис. 6-37,*а*) упорядоченные *I* и низкочастотные *II* (рис. 6-37,*б*).

В неупорядоченном режиме имеют место сильные изменения амплитуд и частот колебаний истинного паросодержания потока φ. Эти режимы возникали при больших паросодержаниях и невысоких плотностях теплового потока. В упорядоченном режиме амплитуды и частоты устойчивы около некоторых средних значений, причем флуктуации φ и *p* близки по фазе, а флуктуации расхода (w_0) находятся в противофазе.

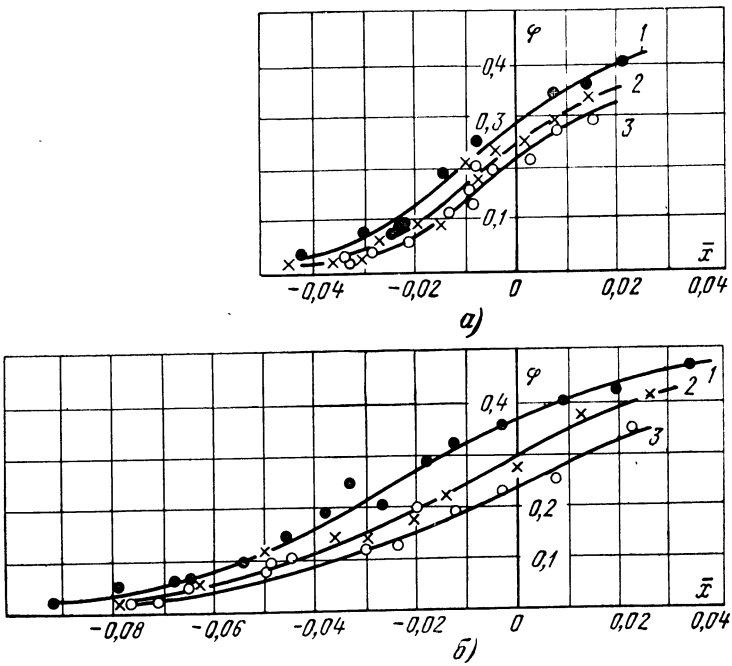


Рис. 6-38. Зависимость φ от $\bar{x}$ для трубки $D=24{,}0$ мм, $\rho w=900$ кг/(м²·с).

а — $q=0{,}38\cdot10^6$ Вт/м²; *б* — $q=0{,}78\cdot10^6$ Вт/м². ● — $p=1{,}5$ МПа; × — $p=3{,}0$ МПа. О — $p=4{,}5$ МПа.

На рис. 6-38 показаны некоторые результаты опытов Г. Г. Бартоломея и В. М. Чантурия в координатах φ, $\bar{x}$ для нескольких давлений и двух значений плотности теплового потока. Отчетливо видно существование неравновесной парожидкостной смеси в значительной области отрицательных паросодержаний.

Кратностью циркуляции жидкости в пристенном кипящем слое можно назвать отношение

$$K_{\text{ц}} = \frac{g'_{\downarrow}}{g''_{\uparrow}}, \qquad (6\text{-}67)$$

где $g'_{\downarrow}$ — массовая скорость притока жидкости к парогенерирующей поверхности; $g''_{\uparrow}$ — массовая скорость парообразования на этой поверхности.

Тепловой баланс можно записать в виде

$$q_{\text{ст}} \leqslant i''_{\text{н}} g''_{\uparrow} + (i'_{\text{н}} - \bar{i}')(g'_{\downarrow} - g''_{\uparrow}). \qquad (6\text{-}68)$$

Если левая и правая части этой формулы равны, то масса жидкости $g'_{\downarrow}$ полностью прогревается до температуры насыщения. С другой стороны,

$$\rho' w_0 d\bar{i} = d[\rho'' w''_0 \varphi i''_{\text{н}} + \rho' w'_0 (1 - \varphi)\bar{i}'] \qquad (6\text{-}69)$$

или после соответствующих подстановок

$$d\bar{i} = d\,\frac{C\beta\rho'' i''_{\text{н}} + (1 - C\beta)\rho'\bar{i}'}{\rho' + \beta\rho''}. \qquad (6\text{-}70)$$

Здесь $C = \varphi/\beta$ — множитель Арманда.

Определяя независимым методом кратность циркуляции в пристенном слое (например, по солевой индикации, как это сделано в ряде работ М. А. Стыриковича и его сотрудников), можно исследовать эти балансные соотношения и установить расходные параметры неравновесной парожидкостной смеси.

На рис. 6-39 по данным Е. И. Невструевой показано изменение кратности циркуляции в пристенном кипящем слое в зависимости от среднерасходного массового паросодержания потока. Как видно, в области отрицательных паросодержаний интенсивность массообмена в пристенном кипящем слое может быть на несколько порядков выше, чем в потоке, жидкая фаза которого почти полностью прогрета до температуры насыщения.

Сравнение по $K_ц$ для разных значений q, p, ρw в рассмотренных координатах производить трудно, так как при равных значениях паросодержаний условия массообмена неодинаковы. Это связано с тем, что для одинаковых, скажем, $\bar{x}$ степень удаления от критического паросодержания $\bar{x}_{кр}$ и от начала поверхностного кипения $\bar{x}_{н.п.к}$ при различных параметрах различна. На рис. 6-40 по данным М. А. Стыриковича, В. С. Полонского и Е. К. Безрукова в связи с этим приведена другая обработка, где в качестве аргумента используется комплекс $(\bar{x}-\bar{x}_{н.п.к})/(\bar{x}_{кр}-\bar{x}_{н.п.к})$.

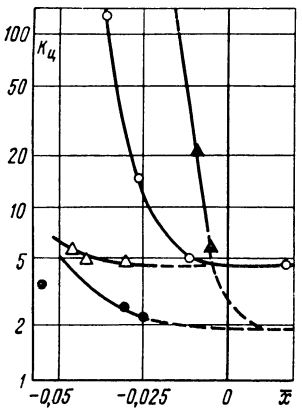


Рис. 6-39. Зависимость кратности циркуляции от относительной энтальпии потока для трубки диаметром 5,4 мм, длиной 300 мм при давлении 0,112 МПа.

△ — $q=0{,}5\cdot10^6$ Вт/м², $w_0=1{,}2$ м/с; ○ — $q=0{,}5\cdot10^6$ Вт/м², $w_0=1{,}5$ м/с; ● — $q=0{,}8\cdot10^6$ Вт/м², $w_0=1{,}5$ м/с; ▲ — $q=0{,}8\cdot10^6$ Вт/м², $w_0=3{,}4$ м/с.

Как видно, при $(\bar{x}-\bar{x}_{н.п.к})/(\bar{x}_{кр}-\bar{x}_{н.п.к})=0$, т. е. $(\bar{x}=\bar{x}_{н.п.к})$ кратность циркуляции достигает значительных величин, а при $(\bar{x}-\bar{x}_{н.п.к})/(\bar{x}_{кр}-\bar{x}_{н.п.к})=1$, т. е. $(\bar{x}=\bar{x}_{кр})K_ц$ стремится к единице. В области начала поверхностного кипения величина кратности циркуляции резко падает и затем плавно уменьшается с увеличением параметра $(\bar{x}-\bar{x}_{н.п.к})/(\bar{x}_{кр}-\bar{x}_{н.п.к})$. Следует отметить, что в зоне $\bar{x}_{н.п.к}$ значительная часть подводимого тепла расходуется на

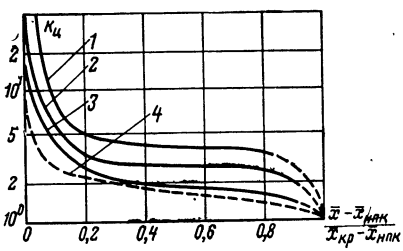


Рис. 6-40. Зависимость кратности циркуляции от параметра $(\bar{x}-\bar{x}_{н\ п.к})/(\bar{x}_{кр}-\bar{x}_{н.п.к})$.

1 — $p=9{,}82$ МПа; $q=580$ кВт/м²; $\rho w=1000$ кг/(м²·с); *2* — $p=13{,}7$ МПа; $q=580$ кВт/м²; $\rho w=1000$ кг/(м²·с); *3* — $p=13{,}7$ МПа; $q=580$ кВт/м²; $\rho w=2000$ кг/(м²·с); *4* — $p=13{,}7$ МПа; $q=872$ кВт/м²; $\rho w=1000$ кг/(м²·с).

подогрев больших количеств жидкости, циркулирующей через пристеночный слой, и лишь небольшая часть тепла идет на парообразование.

По мере прогрева ядра потока и уменьшения кратности циркуляции количество тепла, идущее на прогрев жидкости, снижается и количество генерируемого пара

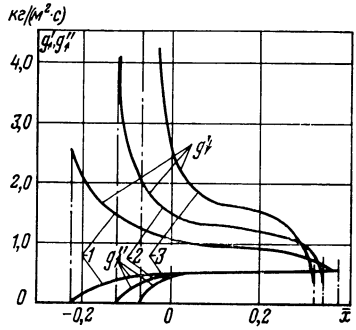


Рис. 6-41. Влияние паросодержания на величины $q'_{\downarrow}$ и $q''_{\uparrow}$ при кипении в трубе в зависимости от массовой скорости потока.

p=13,7 МПа; q=580 кВт/м². *1* — ρw=1000 кг/(м²·с); *2* — ρw=2000 кг/(м²·с); *3* — ρw=3500 кг/(м²·с).

соответственно возрастает. Поэтому абсолютная величина расхода жидкости, подтекающего из ядра потока в пристеночный слой, $g'_{\downarrow} = g''_{\uparrow} K_{ц}$ меняется значительно слабее, чем сама величина $K_{ц}$.

С учетом материального и теплового балансов для элементарного объема у стенки по данным $K_{ц}$ можно определить значения $g'_{\downarrow}$ и $g''_{\uparrow}$:

$$g'_{\downarrow} = \frac{q_{ст}}{r} \frac{K_{ц}}{1 + (K_{ц} - 1)(q_{ст}/\alpha - \Delta T_{нед}) c_p^{пе}/r + K_{ц} \bar{x}_{нед}}; \quad (6\text{-}71)$$

$$g''_{\uparrow} = \frac{q_{ст}}{r} \frac{1}{1 + (K_{ц} - 1)(q_{ст}/\alpha - \Delta T_{нед}) c_p^{пе}/r + K_{ц} \bar{x}_{нед}}, \quad (6\text{-}72)$$

где $\Delta T_{нед} = T' - \bar{T}$; $c_p^{пе}$ — теплоемкость перегретой жидкости; $\bar{x}_{нед} = (\bar{i} - i'_{н})/r$.

По данным М. А. Стыриковича, З. Л. Миропольского, В. С. Полонского и Е. К. Безрукова на рис. 6-41 показано изменение $g'_{\downarrow}$ и $g''_{\uparrow}$ по длине равномерно обогреваемой трубы при давлении 13,7 МПа для трех значений массовой скорости и постоянной величины теплового потока. Абсолютная величина количества жидкости, подтекающей из ядра потока в пристеночный слой, возрастает с увеличением аксиальной массовой скорости, но

даже при наибольшем ее значении $\rho w = 3500$ кг/(м^2·с) превышает расход пара в зоне развитого кипения не более чем в 10 раз. При этом надо отметить, что в точке $\bar{x}_{н.п.к}$ значения коэффициента циркуляции очень велики и их экспериментальное определение недостаточно надежно. Следует ожидать, что фактически «пик» $g'_{\downarrow}$ будет несколько сглажен, т. е. максимальная величина $g'_{\downarrow}$ будет немного ниже.

Из рисунка хорошо видно, что паропроизводительность поверхности нагрева быстро растет в начале парогенерирующего участка, однако значительная часть этого пара, попадая в недогретое до температуры насыщения ядро потока, конденсируется. Зная количество пара, находящегося в потоке, и паропроизводительность поверхности нагрева, можно определить количество конденсирующегося пара.

$$g_к = \frac{q_{ст}}{r} \times \left[\frac{1}{1 + (K_ц - 1)(q_{ст}/\alpha - \Delta T_{нед}) c_p^{пе}/r + K_ц \bar{x}_{нед}} - \frac{\Delta x_{ист}}{\Delta x_б} \right], \tag{6-73}$$

где $\Delta x_{ист}$, $\Delta x_б$ — приращения истинного и балансового значений паросодержания на расчетном участке.

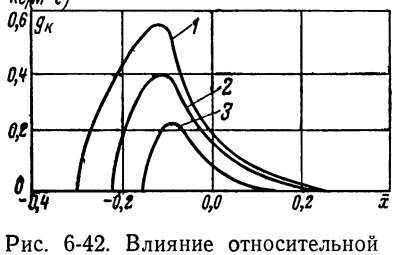


Рис. 6-42. Влияние относительной энтальпии на конденсацию пара при кипении в трубе.
q=580 кВт/м², ρw=1000 кг/(м²·с); *1* — p=16,7 МПа; *2* — p=13,7 МПа; *3* — p=9,82 МПа.

На рис. 6-42 по данным М. А. Стыриковича, З. Л. Миропольского, В. С. Полонского и Е. К. Безрукова приведены результаты расчетов $g_к$. Как видно, абсолютное количество конденсирующегося пара вначале быстро возрастает, «поглощая» значительную часть пара, поступающего в ядро из пристеночного слоя. В результате этого доля сечения φ, занимаемая паром, увеличивается в этой зоне весьма медленно. По мере прогрева ядра потока и образования вокруг отдельных пузырей оболочки из хорошо прогретой воды скорость конденсации уменьшается и абсолютное количество пара, конденсирующего в единице объема потока, начинает падать

несмотря на рост числа пузырей и их суммарной поверхности.

Важно отметить, что зона конденсации уходит далеко в область положительных энтальпий потока, в данном случае до $\bar{x}\approx 0{,}3$, причем скорость конденсации, естественно, в конце этой зоны меняется очень медленно. Соответственно и температура воды в ядре потока приближается к температуре насыщения ассимптотически и о сечении, в котором начинается развитое кипение, можно говорить только условно.

Если считать началом зоны развитого кипения сечение, в котором более, скажем, 90% всего тепла переносится из пристеночного слоя с пузырьками пара, то, как видно из рис. 6-41, эта зона может начинаться уже в области слабо отрицательных значений относительной энтальпии. Если же считать началом развитого кипения область, в которой количество конденсирующего пара составляет менее 10% от поступающего в ядро потока, то при параметрах процесса, соответствующих рис. 6-42, $\bar{x}\approx 0{,}10\div 0{,}15$.

Зная материальные потоки, участвующие в обменных процессах при кипении в трубе, можно определить количество тепла, отводимого от стенки конвекцией жидкости $q_{\text{конв}}$ и за счет фазового превращения $q_{\text{исп}}$:

$$q_{\text{конв}} = q_{\text{ст}} \frac{(K_{\text{ц}}-1)(q_{\text{ст}}/\alpha - \Delta T_{\text{нед}})c_{\text{р}}^{\text{пе}}/r + K_{\text{ц}}\bar{x}_{\text{нед}}}{1+(K_{\text{ц}}-1)(q_{\text{ст}}/\alpha - \Delta T_{\text{нед}})c_{\text{р}}^{\text{пе}}/r + K_{\text{ц}}\bar{x}_{\text{нед}}}; \tag{6-74}$$

$$q_{\text{исп}} = q_{\text{ст}} \frac{1}{1+(K_{\text{ц}}-1)(q_{\text{ст}}/\alpha - \Delta T_{\text{нед}})c_{\text{р}}^{\text{пе}}/r + K_{\text{ц}}\bar{x}_{\text{нед}}}. \tag{6-75}$$

Как видно из рис. 6-43 и 6-44, основное изменение тепловых потоков $q_{\text{конв}}$ и $q_{\text{исп}}$ происходит в области поверхностного кипения; в области развитого кипения величина этих параметров меняется незначительно. Следует отметить, что сечение начала поверхностного кипения сильно зависит от $q_{\text{ст}}$, но условное сечение конца этой зоны сдвигается сравнительно слабо. Очевидно, что при уменьшении $q_{\text{ст}}$ длина зоны поверхностного кипения будет сокращаться, главным образом, за счет приближения сечения начала парообразования к сечению $\bar{x}=0$. Аналогичное явление имеет место и в условиях снише-

ния давления (рис. 6-44). При $p=16{,}7$ МПа и постоянных значениях ρw и q парообразование начинается раньше, чем при $p=13{,}7$ МПа и тем более $p=9{,}82$ МПа.

В широкой зоне относительных энтальпий испарительная составляющая теплового потока $q_{исп}$ выше конвективной $q_{конв}$. С увеличением $\bar{x}$ испарительная составляющая резко возрастает, и еще в области поверхност-

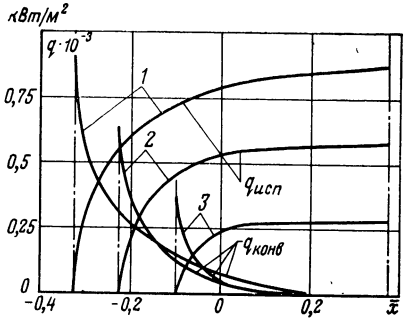


Рис. 6-43. Влияние относительной энтальпии на $q_{исп}$ и $q_{конв}$ в зависимости от тепловой нагрузки.

$p=13{,}7$ МПа, $\rho w=1000$ кг/(м² · с); *1* — $q=872$ кВт/м²; *2* — $q=580$ кВт/м²; *3* — $q=291$ кВт/м².

ного кипения становится основной, определяющей высокое значение коэффициента теплоотдачи. Конвективная составляющая теплового потока определяется величиной недогрева жидкости в ядре потока и ее пере-

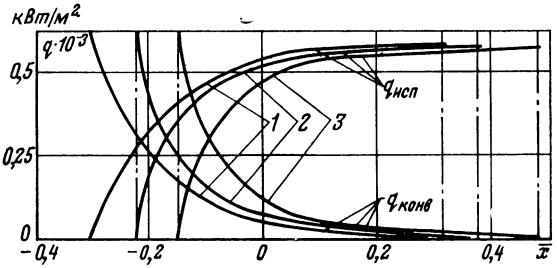


Рис. 6-44. Влияние относительной энтальпии на $q_{исп}$ и $q_{конв}$ в зависимости от давления.

$q=580$ кВт/м², $\rho w=1000$ кг/(м² · с); *1* — $p=16{,}7$ МПа, *2* — $p=13{,}7$ МПа, *3* — $p=9{,}82$ МПа.

гревом в пристеночном слое. В большей части области кипения она имеет невысокое значение и уменьшается с ростом паросодержания потока.

От стенки тепло $q_{исп}$ переносится конденсирующимся паром $q_{конд}$ и паровыми пузырями $q_{пар}$

$$q_{исп}=q_{конд}+q_{пар}. \qquad (6\text{-}76)$$

Используя полученные выше результаты, можно записать:

$$q_{\text{конд}} = q_{\text{ст}}\left[\frac{1}{1+(K_{\text{ц}}-1)(q_{\text{ст}}/\alpha-\Delta T_{\text{нед}})c_{\text{p}}^{\text{пе}}/r+K_{\text{ц}}\bar{x}_{\text{нед}}}-\right.$$

$$\left.-\frac{\Delta x_{\text{ист}}}{\Delta\bar{x}}\right]; \qquad (6\text{-}77)$$

$$q_{\text{пар}} = q_{\text{ст}}\frac{\Delta x_{\text{ист}}}{\Delta\bar{x}}. \qquad (6\text{-}78)$$

Анализ этих составляющих (рис. 6-45) показал, что в большом интервале относительных энтальпий при поверхностном кипении основной теплоперенос осуществляется конденсирующимся паром. С паровыми пузырями в этой области переносится небольшая доля тепла, и только в зоне развитого кипения основной теплоперенос осуществляется паровыми пузырями.

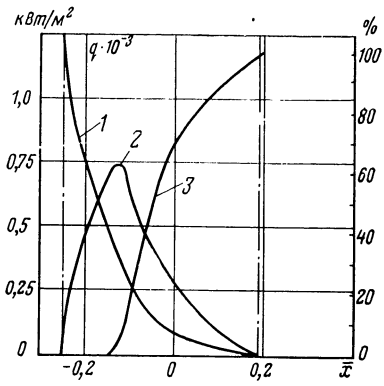


Рис. 6-45. Влияние относительной энтальпии потока на величину составляющих $q_{\text{конв}}$, $q_{\text{конд}}$, $q_{\text{пар}}$. p=13,7 МПа, ρw=2000 кг/(м²·с), q=1160 кВт/м²; 1 — $q_{\text{конв}}$; 2 — $q_{\text{конд}}$; 3 — $q_{\text{пар}}$.

Во всей области генерации пара его количество и приведенная скорость возрастают сначала незначительно, затем темп изменения этих величин увеличивается. В области развитого кипения значения $g''_{\uparrow}$ и w''_0 растут почти с постоянной скоростью. Если длина парогенерирующего канала не ограничена, то где-то пузырьки в ядре потока начинают сливаться в сплошную струю пара, несущую жидкость в виде отдельных капель. Таким образом, начиная с некоторого сечения, в ядре потока роль непрерывной среды переходит от жидкости к пару. На поверхности трубы медленно движется жидкая пленка, в которой образуются пузырьки пара, уходящие в паровой поток.

Вместе с паром в поток увлекаются капли жидкости, но одновременно большое количество капель выпадает из потока на стенку. По мере утонения пленки

воды и уменьшения количества капель в потоке массообмен между пограничным слоем и ядром потока постепенно падает и на стенке начинают появляться неустойчивые паровые пятна (пленки). Далее возникает устойчивая паровая пленка, полностью покрывающая поверхность нагрева тонким (обычно десятки микрон) слоем. Этот слой, не возмущаемый парообразованием, может передавать тепло в основном только кондукцией, и температура его быстро возрастает. Капли, выпадающие на слой высокоперегретого пара, не достигают стенки и, лишь частично погружаясь в паровой слой, выбрасываются из него в ядро потока. С сечения образования сплошной паровой пленки начинается зона пленочного кипения. Гидродинамические характеристики этой зоны слабо изучены и даже основной вопрос — о механизме передачи тепла, недостаточно ясен. Во всяком случае интенсивность теплообмена в этой зоне очень низка, особенно при больших разностях температур, и может быть даже ниже, чем при протекании по трубе того же массового количества сухого насыщенного пара (рис. 6-46). Это может быть объяснено как уменьшением скорости пара в связи с меньшим удельным объемом смеси, так и снижением действующей разности температур $T_{ст}—T_{пе}<T_{ст}—T_{н}$.

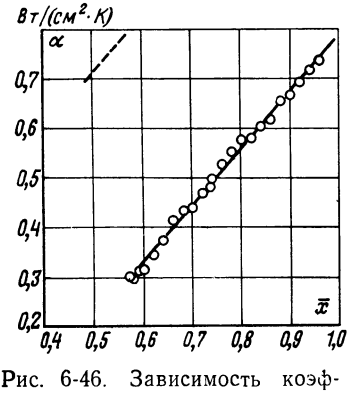


Рис. 6-46. Зависимость коэффициента теплоотдачи от паросодержания при одно- и двухфазном течении потока.
p=6,87 МПа; ρw=2200 кг/(м²·с), D=6 мм. — — — — однофазный поток; ○ — двухфазный поток.

Разделить влияние этих двух факторов затруднительно, так как до сих пор нет достаточно надежных методов расчетного или экспериментального определения суммарного расхода капельной влаги или средней температуры несущего эту влагу пара.

За последнее время установлено, что при пленочном кипении в трубах чрезвычайно велико влияние шероховатости стенки на теплообмен. Так, с увеличением шероховатости по мере кристаллизации солей на стенке коэффициент теплоотдачи может возрасти во много раз

(рис. 6-47). Если затем использовать в качестве теплоносителя чистую воду, кристаллы соли, отложившиеся на стенке, постепенно растворяются и коэффициент теплоотдачи снова падает. Аналогичное явление наблюдается и при сравнении опытов на гладких и сильно

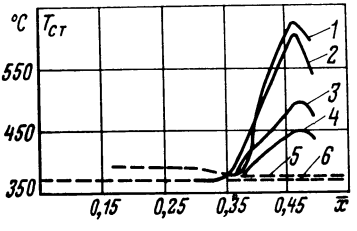


Рис. 6-47. Влияние отложений сульфата кальция на температурный режим парогенерирующего канала.

p=13,7 МПа, q=580 кВт/м², ρw=1000 кг/(м²·с), $x_{вх}$=0,08, $x_{кр}$=0,38, $(l/d)_{кр}$=140, $c_{пв}$=10÷13 мг/кг. *1* — температурный режим в начале опыта I; *2* — температурный режим в конце опыта I; *3* — температурный режим в начале опыта II; *4* — температурный режим в конце опыта II. Тарировка в условиях развитого кипения: *5* — в конце эксперимента; *6* — в начале эксперимента.

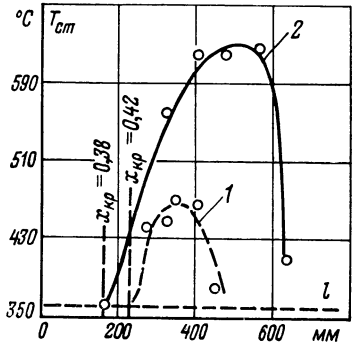


Рис. 6-48. Влияние шероховатости на температурный режим парогенерирующего канала в закризисной области.

p=13,7 МПа. *1* — искусственно-шероховатая труба: ρw=935 кг/(м²·с), q=681 кВт/м²; *2* — технически-шероховатая труба: ρw=950 кг/(м²·с), q=665 кВт/м².

шероховатых трубах. По данным М. А. Стыриковича и В. С. Полонского можно отметить, что нанесение на поверхность регулярной шероховатости определенного типа может увеличить коэффициент теплоотдачи при пленочном кипении в несколько раз (рис. 6-48), хотя в условиях однофазного потока (при том же массовом расходе или той же средней скорости) интенсивность теплообмена возрастает незначительно.

Полная схема зон парогенерирующего канала дана на рис. 6-49. Вышеуказанная последовательность зон характерна для умеренных тепловых нагрузок и высоких давлений. Высокие тепловые нагрузки вызывают переход к пленочному режиму кипения при малых паросодержаниях, тем меньших, чем больше $q_{ст}$ и относительное давление $p/p_{кр}$. Такой переход может возникать задолго до выхода на кольцевой режим течения в зоне не только развитого, но и поверхностного кипения. В этом случае наблюдается сильное возрастание темпе-

ратуры стенки, обычно приводящее к ее разрушению. Механизм такого кризиса кипения и гидродинамическая обстановка его рассматриваются в следующей главе.

В докризисной области высокие тепловые нагрузки ведут к началу парообразования при больших недогревах (рис. 6-49) и к увеличению степени неравновесности во всех зонах.

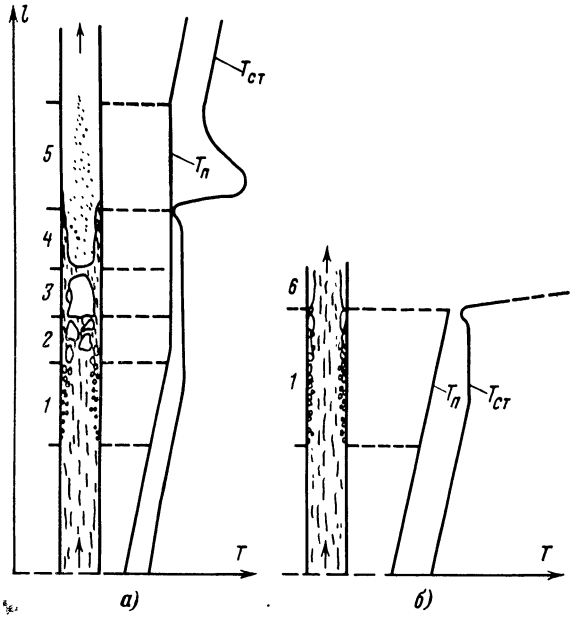


Рис. 6-49. Принципиальная схема зон парогенерирующего канала. *а* — умеренные тепловые нагрузки: *1* — пузырьковый режим, *2* — эмульсионный режим, *3* — снарядный режим, *4* — дисперсно-кольцевой режим, *5* — дисперсный режим; *б* — большие тепловые нагрузки: *1* — пузырьковый режим, *6* — обращенный стержневой режим.

В закризисной области пленочного кипения также появляется неравновесность, так как при высоких плотностях теплового потока пар в ядре течения перегревается, особенно при малых скоростях, раньше, чем успевают испариться капли, переносимые паром (рис. 6-50). В этом случае имеет место второй вид неравновесности — существование потока перегретого пара, несущего капли жидкости. В некоторых условиях (в опытах с фреоном-12, азотом и др.) обнаруживались капли жидкой фазы при относительной энтальпии до 200% и выше.

Для еще бо́льших тепловых потоков, ко́гда кризис наступает в зоне сильно недогретой воды, закризисная область может характеризоваться даже двойной неравновесностью: поток перегретого пара несет капли воды,



Рис. 6-50. Структура потока в закризисной области.
а — $x=1{,}56$; $p/p_{кр}=0{,}3$; $T=51{,}5°C$; $\rho w=560$ кг/(м² · с); *б* — $x=2{,}17$; $p/p_{кр}=0{,}3$; $T=56{,}5°C$; $\rho w=560$ кг/(м² · с).

не догретой до температуры насыщения. Однако такая зона невелика, так как капли быстро прогреваются до насыщения конденсирующимся на них паром.

Глава седьмая

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ КРИЗИС КИПЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТЯХ НАГРЕВА

7-1. СФЕРОИДАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ЖИДКОСТИ И ДВА ОСНОВНЫХ РЕЖИМА КИПЕНИЯ

Если опустить небольшую порцию (каплю) жидкости на поверхность, нагретую выше температуры кипения, то можно наблюдать ряд интересных явлений. На не очень горячей поверхности капля растекается, и внутри ее начинается процесс кипения, т. е. образование отдельных пузырьков пара. Эти пузырьки возникают на микровпадинах твердой стенки, растут и затем, отрываясь, уходят через свободную поверхность капли. Однако на сильно нагретой поверхности опущенная на нее навеска жидкости не растекается, а собирается в более или менее сферическую каплю, явно отделенную от стенки и совершающую непрерывные, нерегулярные скачкообразные движения. Это явление, называемое сфероидальным состоянием жидкости, было описано Леденфростом еще в 1749 г. Тем не менее, физический

механизм такого поведения малых порций жидкости на нагретых поверхностях был выяснен только в середине XX в.

На рис. 7-1 показана зависимость времени испарения капли, свободно помещенной на горячей поверхности, от температуры последней (по опытам В. М. Боришанского и С. С. Кутателадзе). Отчетливо наблюдаются три различных закономерности. При сравнительно малом перегреве стенки относительно температуры ки-

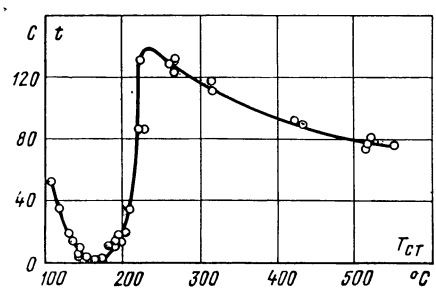


Рис. 7-1. Зависимость времени испарения капли $V=0{,}0465$ см^3 от температуры стенки.

пения время полного испарения капли интенсивно уменьшается с повышением температуры поверхности нагрева; затем обнаруживается узкий интервал температур, в котором время испарения резко возрастает, и, наконец, при высоких температурах время испарения капли вновь начинает уменьшаться, но существенно медленнее, чем в начале процесса.

Первая, нисходящая ветвь зависимости $t(T_{ст})$ соответствует пузырьковому режиму выкипания свободно растекающейся навески жидкости. Вторая, восходящая ветвь соответствует переходу к сфероидальному состоянию. И третья, вновь нисходящая ветвь соответствует развитому сфероидальному состоянию.

В сфероидальном состоянии могут находиться и весьма крупные порции жидкости, как это видно на фотографиях рис. 7-2.

Плотность теплового потока, обусловленного испарением со сферической поверхности, равна:

$$q = r\rho' \frac{dR}{dt}, \qquad (7\text{-}1)$$

где r — скрытая теплота испарения; R — радиус капли.

Таким образом, зеркальное отражение функции $t(T_{ст})$ представляет с некоторым искажением зависимость

между плотностью теплового потока и разностью температуры стенки и температуры кипения $q(\Delta T)$. Последняя зависимость, полученная впервые Е. Никойамой для кипения в большом объеме жидкости, показана на рис. 7-3.

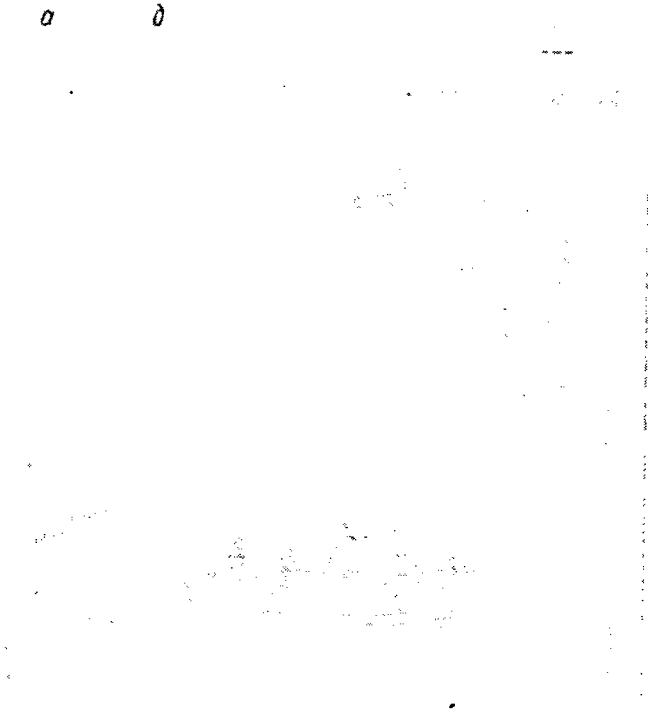


Рис. 7-2. Различные стадии сфероидального состояния.

а — растекание жидкости по поверхности; пузырьковое кипение; *б* — прекращение пузырькового кипения; собирание жидкости в сферу, периодически контактирующую с поверхностью нагрева; *в* — установление чистого сфероидального состояния; жидкость отделена от поверхности нагрева непрерывным слоем пара; *г* — плоский сфероид; *д* — пузырчатый сфероид, на поверхности которого отчетливо видны два больших паровых пузыря; *е* — большой многопузырчатый сфероид диаметром 100 мм.

Никойама выяснил, что область интенсивного возрастания теплового потока с увеличением температурного напора связана с пузырьковым режимом кипения, а область относительно медленного роста функции $q(\Delta T)$ связана с пленочным режимом кипения. Между

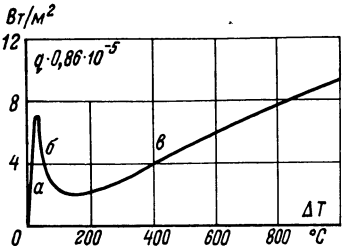


Рис. 7-3. Характер зависимости $q=f(\Delta T)$ при кипении в большом объеме (вода, $p=98{,}1$ кПа).

а — область пузырькового кипения; *б* — переходная область; *в* — область пленочного кипения.

максимумом и минимумом этой функции лежит область перехода от одного режима кипения к другому. Очевидна аналогия режимов кипения в большом объеме жидкости с процессом возникновения и развития сфероидального состояния ограниченных порций той же жидкости.

С. С. Кутателадзе первым объяснил эти эффекты как следствие гидродинамической неустойчивости двухфазного пограничного слоя.

7-2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ КРИЗИС КИПЕНИЯ ПРИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ В БОЛЬШОМ ОБЪЕМЕ НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТИ

При пузырьковом кипении паровая фаза возникает на отдельных микровпадинах поверхности нагрева (центрах парообразования). Возникающий зародыш парового пузырька растет вследствие тепломассообмена с окружающей жидкостью, достигает некоторого отрывного размера и всплывает. При этом над центрами парообразования возникают цепочки паровых пузырей и циркуляционные токи жидкой фазы (рис. 7-4). Основная часть поверхности нагрева омывается при этом жидкостью, пограничный слой которой интенсивно перемешивается движущимися паровыми пузырями. Вследствие этого интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении весьма велика и растет с увеличением скорости парообразования, пропорциональной плотности теплового потока.

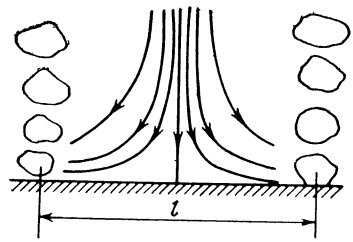
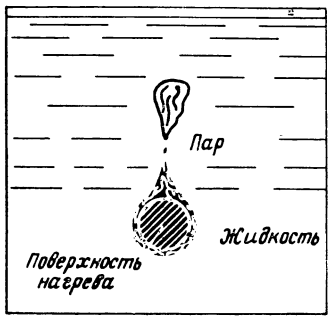


Рис. 7-4. Схема процесса теплообмена при пузырьковом кипении.

При пленочном кипении пар образует сплошной слой, отделяющий поверхность нагрева от массы жидкости.

С поверхности этого слоя отделяются большие пузыри, уходящие в толщу жидкости (рис. 7-5). Из-за малой теплопроводности парового слоя интенсивность теплоотдачи при пленочном кипении во много раз меньше, чем при пузырьковом.





а) *б)*

Рис. 7-5. Схема пленочного кипения жидкости (*а*) и его фотография (*б*).

Характер перехода от одного режима (вида) кипения к другому и области их существования отчетливо выявляются при построении зависимости коэффициента теплоотдачи

$$\alpha = \frac{q}{T_{ст} - T''} \qquad (7\text{-}2)$$

от плотности теплового потока q или температурного напора $\Delta T = T_{ст} - T''$, где T'' — температура насыщения (кипения).

На рис. 7-6 показана типичная зависимость $\alpha(q)$ на поверхности нагрева, погруженной в большой непроточный объем насыщенной жидкости. Левая, круто возрастающая, ветвь кривой выражает закон теплоотдачи при пузырьковом кипении

$$\alpha \sim q^n, \qquad 0{,}6 < n < 0{,}8. \qquad (7\text{-}3)$$

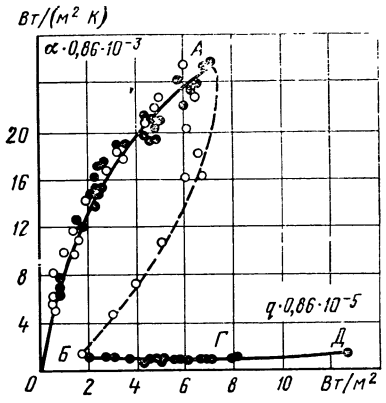


Рис. 7-6. Зависимость коэффициента теплоотдачи от плотности теплового потока при кипении воды в большом объеме (p= =98,1 кПа).

Нижняя кривая выражает закон теплоотдачи для пленочного кипения. Линия $АБ$ отвечает переходному режиму.

При постепенном наращивании теплового потока, задаваемого независимо от процесса теплообмена в кипящей жидкости (электрический обогрев, мощное тепловое излучение, ядерная реакция), по достижении области $А$ пузырьковое кипение скачкообразно сменяется пленочным (линия $АГ$). При этом в области низких давлений теплоотдача ухудшается в несколько десятков раз и соответственно резко возрастает температура поверхности нагрева.

При дальнейшем увеличении теплового потока существует устойчивое пленочное кипение.

На рис. 7-7 показаны фотографии металлических труб, разрушившихся вследствие резкого ухудшения теплообмена в местах возникновения парового слоя,

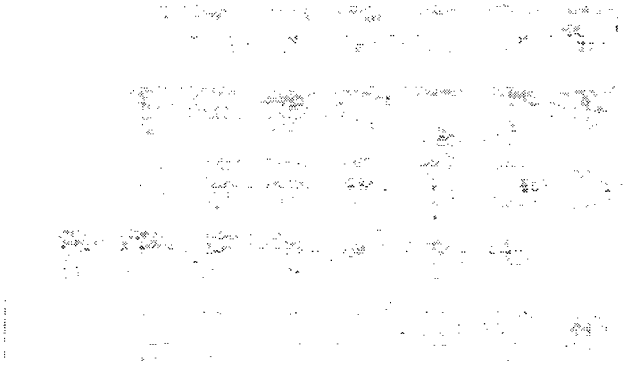


Рис. 7-7. Разрушение металлических труб в местах возникновения пленочного кипения.



Рис. 7-8. Фотография раскаленной поверхности нагрева при установившемся пленочном кипении воды.

а на рис. 7-8 — фотография раскаленной поверхности нагрева, окруженной сплошным паровым слоем при пленочном кипении воды. Пленочное кипение имеет место (и оказывается полезным) в начальной стадии закалки металлических изделий в жидких средах; близок к нему процесс возникновения газового пузыря при подводной сварке. Зато оно опасно в парогенераторах, системах охлаждения высокофорсированных двигателей, электронных системах и т. п.

На некоторых поверхностях, относительно обедненных центрами парообразования, удалось обнаружить явление затягивания перехода от пузырькового режима кипения к пленочному. Результаты одного из таких опытов показаны на рис. 7-9. Зона нормальных критических тепловых потоков для данных условий совпадает с выходом на плато функции $\alpha(q)$. Как видно, по сравнению с обычными условиями удалось затянуть переход к развитому пленочному кипению почти в 2 раза по плотности теплового потока. Поверхность нагрева в режиме затянутого пузырькового кипения была окутана сплошной пеленой пара. Тем не менее, высокий уровень интенсивности теплоотдачи свидетельствует о достаточно хорошем орошении поверхности нагрева,

хотя доступ жидкости и явно заторможен по сравнению с нормальным пузырьковым кипением (это выражается практически постоянным значением α в довольно широкой области значений q).

Таким образом, переход от пузырькового кипения к пленочному обладает, аналогично многим гидродина-

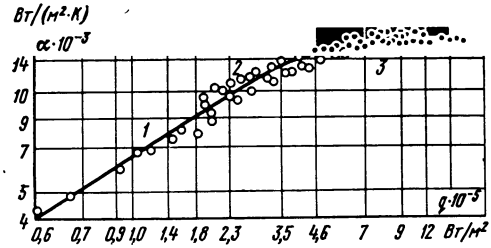


Рис. 7-9. Характер зависимости α от q для кипящей воды при растянутом околокритическом режиме для разных серий опытов.
1, 2 — область развитого пузырькового кипения; *3* — область растянутого предкритического режима.

мическим кризисам, свойством затягивания переходного режима при наличии некоторых благоприятных условий.

В большинстве случаев точка кризиса выражается достаточно отчетливо. Возврат к пузырьковому кипению происходит при тепловом потоке, значительно меньшем,

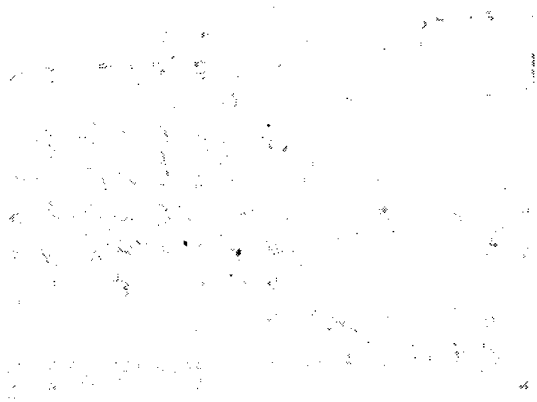


Рис. 7-10. Фотография сосуществования пузырькового и пленочного режимов кипения.

чем тот, при котором этот режим сменяется пленочным кипением. На рис. 7-6 этому обратному переходу соответствует точка *Б*. Таким образом, имеет место гистерезис в тепловых и гидродинамических явлениях, связанных с переходом от одного режима кипения к другому.

Приходится говорить, по крайней мере, о двух критических плотностях теплового потока: первой, при которой начинается переход от пузырькового режима к пленочному, и второй, при которой происходит разрушение парового слоя.

В области значений плотностей теплового потока, лежащей между точками *А* и *Б*, возможно существование обоих режимов кипения или даже их совместное длительное сосуществование на соседних частях поверхности нагрева (рис. 7-10).

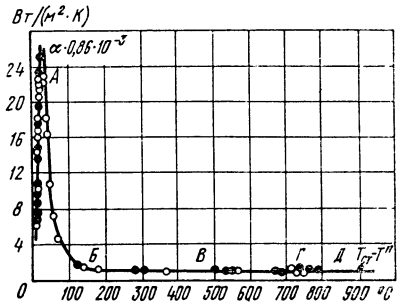


Рис. 7-11. Зависимость α от ΔT для кипящей воды при $p=98{,}1$ кПа.
● — электрический обогрев; О — паровой обогрев.

При независимом задании температуры поверхности (например, обогрев конденсирующимся паром) переход от пузырькового кипения к пленочному протекает несколько иначе. По достижении максимума теплоотдачи (точка *А* на рис. 7-6 и рис. 7-11, где те же данные перестроены в виде зависимости α от ΔT) дальнейшее увеличение температурного напора приводит к постепенному снижению коэффициента теплоотдачи (и соответственно плотности теплового потока). Установлению пленочного кипения соответствует точка *Г*. При дальнейшем увеличении температуры стенки интенсивность теплоотдачи начинает возрастать.

Как видно, в окрестности первой критической плотности теплового потока коэффициент теплоотдачи остается почти постоянным. Это можно объяснить тем, что при околокритическом режиме насыщенность паром двухфазного граничного слоя у поверхности нагрева так велика, что дальнейшее увеличение паропроизводительности, с одной стороны, вызывает повышение турбу-

лентности в жидкой фазе, а с другой стороны, способствует вытеснению жидкости из пристенного слоя. Так, при $q \approx q_{кр1}$ происходит некоторая взаимная компенсация обоих процессов. В такой схеме можно принять, что переход к развитому пленочному кипению происходит вследствие нарушения устойчивости (разрыва, распада) жидких пленок и струек, проникающих из основной массы жидкости к стенке через насыщенный паром граничный слой.

Точно так же двухфазный граничный слой, представляющий собой пристенную паровую пленку и обтекающую ее парожидкостную смесь, может существовать только до тех пор, пока кинетическая энергия генерируемого пара и энергия свободной границы пленки достаточны для поддержания во взвешенном состоянии прилегающих масс жидкой фазы.

Такая модель вполне аналогична отрыву жидкости от стенки при барботаже через микропористую поверхность, т. е. в наиболее простой ситуации (неограниченная поверхность, исчезающая вязкость, естественная конвекция в большом объеме жидкости) определяется некоторым значением критерия гидродинамической устойчивости газожидкостной смеси (1-59).

7-3. КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ РЕЖИМА КИПЕНИЯ ПРИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ

При свободной конвекции, обусловленной процессом кипения, поле скоростей движения жидкости является функцией интенсивности парообразования.

Скорость движения пара связана с плотностью теплового потока на поверхности нагрева уравнением

$$\bar{q}\Delta t = r\rho'' \int_{\Delta t}\int_{F} w''_n dF dt + \int_{\Delta t}\int_{F} q_{2,n}\, dF\, dt. \qquad (7\text{-}4)$$

Здесь F — контрольная поверхность, проведенная на некотором расстоянии от поверхности нагрева и эквивалентная последней; w''_n — нормальная к поверхности F составляющая вектора скорости движения пара; $q_{2,n}$ — плотность теплового потока на поверхности F, переносимого теплопроводностью и конвекцией жидкой фазы; Δt — временной интервал.

Средняя скорость движения пара в данном сечении равна:

$$\bar{w}''_n = \frac{\bar{q}}{r\rho''}\left(1 - \frac{q_{2,\,n}}{\bar{q}}\right), \tag{7-5}$$

т. е. в подобных системах ($q_{2,\,n}/\bar{q} = \text{idem}$)

$$\bar{w}'' \sim \frac{\bar{q}}{r\rho''}. \tag{7-6}$$

Эта величина называется скоростью парообразования и представляет собой объемный расход пара через единицу поверхности.

При замене в критериях подобия актуальной скорости пара ее осредненным значением, пропорциональным скорости парообразования, следует иметь в виду равенство всех существенных для данного процесса критериев подобия и подобие гидродинамической обстановки в непосредственной окрестности поверхности нагрева (простейшее условие — равновероятность распределения центров парообразования).

Подставляя в (1-59) значение скорости из (7-6), получаем критерий устойчивости кипящего пограничного слоя в условиях свободной конвекции

$$k = \frac{q_{\text{кр}}}{r\sqrt{\rho''}\sqrt[4]{g\sigma(\rho' - \rho'')}}. \tag{7-7}$$

Знак осреднения над q здесь опущен.

В общем случае этот критерий зависит от относительного размера паровых пузырей, вязкости жидкости и сжимаемости пара, мерой которых являются уже рассматривавшиеся ранее критерии:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')\delta};\ \frac{\nu'^2}{g}\left[\frac{g(\rho' - \rho'')}{\sigma}\right]^{3/2};\\ &M = \frac{1}{a''}\left(\frac{g\sigma}{\rho' - \rho''}\right)^{1/2}. \end{aligned}\right\} \tag{7-8}$$

При равновероятном распределении центров парообразования и малости критериев (7-8)

$$k \longrightarrow \text{const}. \tag{7-9}$$

Простейшей моделью, удовлетворяющей этому условию, является неограниченная горизонтальная, обращенная вверх поверхность нагрева, погруженная в боль-

Таблица 7-1

Значения комплекса $k_1 = \dfrac{q_{кр1}}{r\sqrt{\rho''}\sqrt[4]{g\sigma(\rho' - \rho'')}}$, *рассчитанные по опытам различных авторов*

Кипящая жидкость	Поверхность нагрева	Способ нагрева	Предел изменения давления насыщения, МПа	k_1	Автор
Вода	Нихром, проволока	Электричеством	0,098—11,3	0,17	Казакова
„	Графит, гладкие пластинки	То же	0,098—2,94	0,15	Кутателадзе
„	Графит, шероховатые пластинки	„ „	0,098—2,35	0,19	Кутателадзе
„	Хромель, проволока	„ „	0,098—0,785	0,17	Фарбер и Скорах
„	Никель, проволока	„ „	0,098—0,785	0,15	То же
„	Хромированная медная труба	Конденсирующийся пар	0,0098—0,098	0,14	Браунлич
„	Никелированная труба	То же	0,0147—0,098	0,13	Эйкин и Мак-Адамс
Бензол	Хромированная медь, пластина	Внешний электрический ток	0,098—4,02	0,16	Чикелли и Бонилла
Спирт	То же	То же	0,098—5,0	0,16	То же
Пропан	„ „	„ „	1,86—3,24	0,17	„ „
Пентан	„ „	„ „	0,196—2,84	0,19	„ „
Гептан	„ „	„ „	0,098—1,47	0,18	„ „

шой объем насыщенной жидкости с исчезающей вязкостью.

В табл. 7-1 приведены значения комплекса k, подсчитанного по первой критической плотности теплового потока для нескольких групп экспериментальных данных. На рис. 7-12 приведена зависимость $q_{кр1}$ от давления для кипящей воды, рассчитанная по формуле (7-7) при $k_1=0{,}14$. На этом же графике нанесены экспериментальные данные Е. Л. Казаковой. Отчетливо вырисовывается максимум значений критической плотности теплового потока в области давлений 6,87—9,81 МПа, что соответствует приблизительно трети критического давления, равного для воды 22,07 МПа.

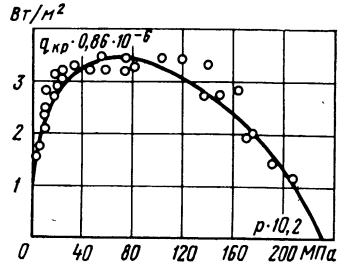


Рис. 7-12. Зависимость первой критической плотности теплового потока от давления для кипящей воды.

Кривая — по формуле (7-7) при $k_1=0{,}14$; точки — опыты Е. Л. Казаковой с пластинками.

Наличие этого максимума отчетливо следует из (7-7), поскольку при $p\longrightarrow 0$ $\rho''\longrightarrow 0$, а при $p\longrightarrow p_{кр}$ $\rho''\longrightarrow\rho'$, $\sigma\longrightarrow 0$, $r\longrightarrow 0$.

Таким образом, отчетливо видна основная аналогия гидродинамической теории кризисов кипения — аналогия с барботажем через микропористые поверхности. Количественным подтверждением этой аналогии является рис. 3-18, на котором обобщены данные по первому кризису кипения в большом объеме насыщенной жидкости и оттеснению барботируемого слоя жидкости от проницаемой для газа поверхности.

Если в формулу (7-7) ввести коэффициент перегрузки n, т. е. отношение истинного ускорения системы к ускорению, создаваемому силой тяжести на поверхности Земли, то

$$q_{кр}\sim n^{1/4}. \qquad (7\text{-}10)$$

На рис. 7-13 приведен ряд экспериментальных данных при коэффициентах перегрузки от 1 до 2500. Как эти данные, так и ряд опытов, проведенных при $n\ll 1$, в общем согласуются с (7-10).

Н. Зубер первым вычислил значение множителя пропорциональности в формуле Кутателадзе (7-7). Этот вывод будет рассмотрен в главе, посвященной волновым

эффектам в газожидкостных смесях. Здесь только укажем, что по Зуберу

$$\frac{1}{\sqrt{3}} < \frac{128k^2}{\pi\left(1+\frac{\rho''}{\rho'}\right)} < 1;\ \bar{k} \approx \frac{\pi}{24}. \qquad (7\text{-}11)$$

Ряд интересных уточнений в теорию внесен Ю. А. Кириченко.

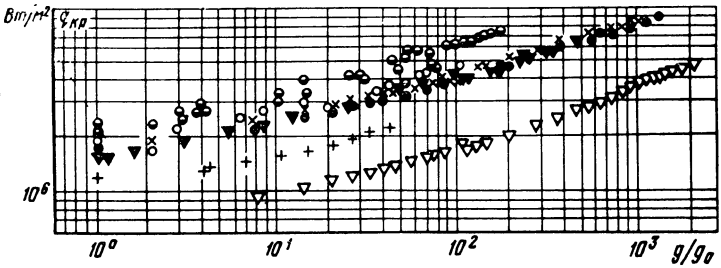


Рис. 7-13. Зависимость критического теплового потока от величины перегрузки.

▽ — данные авторов, спирт этиловый на железной пластине высотой 1,9 и 2,4 мм; ●, ×, ▼ — данные авторов, вода на железной пластине высотой 1,4; 1,9; 2,4 мм; О — данные Д. А. Лабунцова и З. С. Абдусатторова, вода на стальной пластине высотой 3,0 мм; ◓ — данные Д. А. Лабунцова и З. С. Абдусатторова, вода на нихромовой трубке диаметром 0,5/1,0 мм; + — данные Ц. П. Костелло, Дж. М. Адамса, вода на графитовой трубке диаметром 3,4 мм.

На величину критического теплового потока влияет также ряд свойств поверхности нагрева и ее предварительное состояние. Так, на свежих поверхностях величина $q_{кр1}$ меньше, чем на проработавшей в течение примерно 30 мин. Шероховатость поверхности нагрева может приводить к некоторому увеличению критического теплового потока.

В ряде экспериментов было обнаружено влияние смачиваемости поверхности нагрева кипящей жидкостью. Последнее влияние очевидно, поскольку отрывные диаметры пузырей зависят не только от постоянной Лапласа, но и от краевого угла смачивания θ.

Так, по данным И. Т. Аладьева и В. И. Яшнова при кипении в большом объеме жидкости

$$\frac{\partial q_{кр1}}{\partial \theta} < 0. \qquad (7\text{-}12)$$

7-4. ВЛИЯНИЕ НЕДОГРЕВА ЖИДКОСТИ ДО ТЕМПЕРАТУРЫ НАСЫЩЕНИЯ НА КРИТИЧЕСКУЮ ПЛОТНОСТЬ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА ПРИ КИПЕНИИ В УСЛОВИЯХ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ

Пусть основная масса жидкости имеет температуру $T<T''$, в то время как $T_{ст}>T''$. На некотором расстоянии δ_* от поверхности нагрева возникает изотермическая поверхность с $T=T''$. В области $0<y<\delta_*$ жидкость перегрета выше температуры насыщения, и в этом слое идет процесс парообразования. В области $y>\delta_*$ $T'<T''$ и идет процесс конденсации пара, образовавшегося в кипящем граничном слое. При больших недогревах зона конденсации может быть сосредоточена в очень узкой полосе так, что возникающие на поверхности нагрева паровые пузыри не достигают отрывного диаметра и «дышат», все время находясь на стенке. В этой ситуации возникшая паровая пленка не генерирует на своей поверхности паровые пузыри. Очевидно, что для возникновения паровой пленки в жидкости, ядро которой недогрето до температуры насыщения, необходим тепловой поток, больший, чем для возникновения кризиса кипения в жидкости насыщенной.

Порядок этой величины может быть оценен суммой

$$q_{кр} \approx q_{кр0} + \alpha \Delta i', \tag{7-13}$$

где $q_{кр\,0}$ — критический тепловой поток в насыщенной жидкости; $\Delta i'$ — разность энтальпий жидкости при температурах насыщения и на большом удалении от кипящего граничного слоя; α — коэффициент теплоотдачи от поверхности паровой пленки. При $c_p=\text{const}$

$$\Delta i' = c'_p (T'' - T'_\infty). \tag{7-14}$$

Отсюда

$$\tilde{q}_{кр} = \frac{q_{кр}}{q_{кр0}} \approx 1 + \frac{\alpha \Delta i'}{q_{кр0}}. \tag{7-15}$$

Допустим, что на границе раздела фаз возникает квазиламинарный пограничный слой жидкости, продольным линейным масштабом которого является длина капиллярных волн, бегущих по поверхности паровой пленки.

Тогда

$$\mathrm{St} \sim \mathrm{Pr}'^{2/3}\mathrm{Re}^{1/2}, \tag{7-16}$$

где

$$\mathrm{St} = \frac{\alpha}{\rho' w}; \quad \mathrm{Pr}' = \frac{\nu'}{a'}; \quad \mathrm{Re} = \frac{wl}{\nu'};$$

$$w \sim \frac{q_{\text{кр}}}{r\rho''}; \quad l \sim \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}.$$

Вводя значение α из (7-16) в (7-15), имеем:

$$\tilde{q}_{\text{кр}} \approx 1 + \zeta \left(\frac{\rho'}{\rho''}\right)^{3/4} \frac{\Delta i'}{r}, \tag{7-17}$$

где

$$\zeta = \text{const}\ \mathrm{Pr}^{-2/3}\mathrm{Ar}^{-1/4}.$$

Н. Тройбус и Н. Зубер предложили схему «теплового удара», согласно которой при отрыве от поверхности паровой пленки очередного пузыря его место мгновенно замещается жидкостью при температуре ядра потока, которая нагревается в результате процесса нестационарной теплопроводности. При этом

$$q = 2(T'' - T'_{\infty})\sqrt{\lambda' c' \rho' t}. \tag{7-18}$$

Полученный ими результат отличается от (7-17) множителем при ζ порядка $\mathrm{Pr}'^{1/6}$, т. е. для большинства жидкостей мало отличным от единицы.

Если полагать, что на границе раздела фаз имеет место весьма сильная турбулентность и молекулярными переносами можно пренебречь, то количество рециркулирующей жидкости в окрестности паровой пленки не зависит от вязкости и может быть функцией только относительной плотности фаз

$$\frac{G'}{\rho' w} = (1 - n), \tag{7-19}$$

где n — коэффициент рециркуляции жидкости в окрестности границы раздела фаз, причем $1 - n = f\left(\frac{\rho''}{\rho'}\right)$.

Тогда

$$\tilde{q}_{кр} \approx 1 + f\left(\frac{\rho''}{\rho'}\right)\frac{\Delta i' \rho'}{r\rho''}. \qquad (7\text{-}20)$$

Все эти модели качественно дают один и тот же результат, а именно — критический тепловой поток линейно растет с ростом критерия $\Delta i'/r$, но тем меньше, чем больше относительная плотность пара.

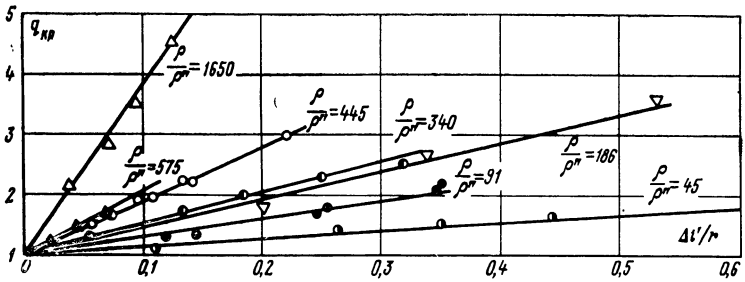


Рис. 7-14. Изменение величины $q_{кр}$ при кипении в недогретой жидкости при свободной конвекции.
Спирт: О — p=0,098 МПа, ◐ — p=0,196 МПа, ● — p=0,49 МПа, ◑ — p=0,981 МПа; вода: △ — p=0,098 МПа, ▲ — p=0,294 МПа; изооктан: ▽ — p=0,098 МПа.

На рис. 7-14 приведены экспериментальные данные, хорошо описываемые формулой

$$\tilde{q}_{кр} = 1 + 0{,}065\left(\frac{\rho'}{\rho''}\right)^{0,8}\frac{\Delta i'}{r}. \qquad (7\text{-}21)$$

7-5. ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА ПЕРВУЮ КРИТИЧЕСКУЮ ПЛОТНОСТЬ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА

На рис. 7-15 показана зависимость $q_{кр1}$ от диаметра цилиндрической поверхности нагрева. Отчетливо обнаруживается область влияния характерного размера нагревателя и ориентации относительно вектора ускорения (в данном случае, создаваемого притяжением Земли).

Для вертикальных цилиндров после области автомодельности (k=const) наблюдается снижение плотности теплового потока с уменьшением диаметра нагревателя. Для горизонтальных цилиндров наблюдается отчетливо

выраженный максимум критического теплового потока при диаметрах порядка лапласовской постоянной. На очень тонких проволоках при кипении в жидкости с холодным ядром наблюдается возрастание критического теплового потока с уменьшением диаметра нагревателя. Этот эффект связан с ростом коэффициента теплоотдачи в формуле (7-13), поскольку

$$\alpha \xrightarrow[D\to 0]{} \frac{2\lambda'}{D}.$$

Зависимость

$$\frac{k}{k_\infty} = f\left(\frac{\Delta i'}{r}; \frac{\rho''}{\rho'}; D\sqrt{\frac{g(\rho'-\rho'')}{\sigma}}\right) \qquad (7\text{-}22)$$

приведена на рис. 7-16.

Влияние неравномерности подвода тепла по окружности цилиндра также влияет на критическую плотность теплового потока. Так, при минимуме теплоотдачи на нижней образующей цилиндра и максимуме на верхней образующей критический тепловой поток меньше, чем при равномерном обогреве. Это обстоятельство было изучено М. А. Стыриковичем и Г. М. Поляковым.

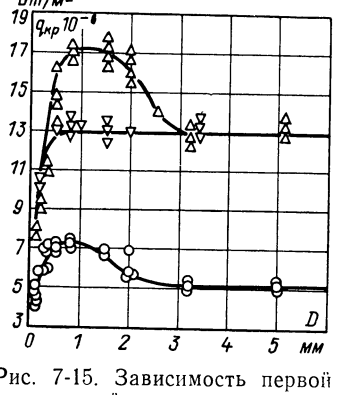


Рис. 7-15. Зависимость первой критической плотности теплового потока от поперечного размера поверхности нагрева при температуре насыщения (p=98 кПа).

△ — вода, горизонтальные участки;
▽ — вода, вертикальные участки;
Θ — этиловый спирт, горизонтальные участки.

На очень тонких проволоках, когда $\sigma/g(\rho'-\rho'') \gg D^2$, разрушение нагревателя происходит из-за локальной термоизоляции при возникновении парового пузыря, сразу обволакивающего нагреватель по всей окружности. Фотография на рис. 7-17 показывает это явление, которое можно отождествить с формой гидродинамического кризиса теплоотдачи при кипении.

При малых плотностях пара ($\rho''/\rho' < 10^{-3}$) наблюдается вырождение режима пузырькового кипения. Это вырождение выражается в непосредственном переходе от режима однофазной свободной конвекции к неустойчи-

вому или устойчивому пленочному кипению. Оно особенно важно в жидких металлах, которые обычно кипят при весьма низких давлениях.

Критический тепловой поток при таком вырожденном переходе к пленочному кипению мало зависит от давления. Это явление изучалось Ван-Страленом, Линхордом, В. И. Субботиным, Н. Н. Мамонтовой и другими исследователями.

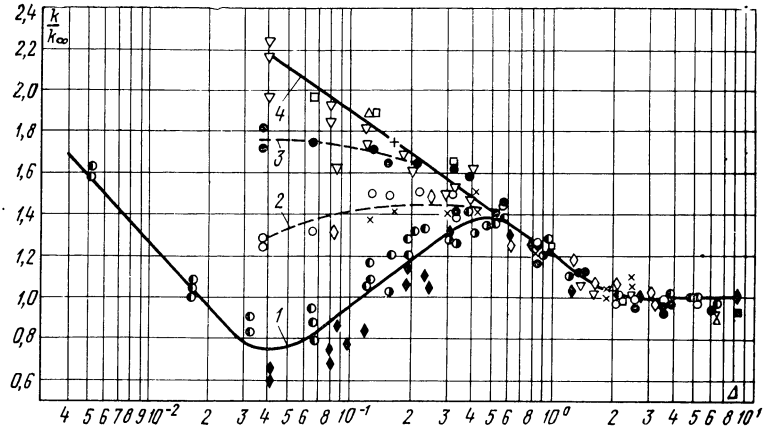


Рис. 7-16. Отношение $\frac{k}{k_\infty}$ ($q_{кр}$ участка произвольного размера к критическому тепловому потоку на плоской пластине) в зависимости от критерия Вебера $\Delta = \frac{\sigma}{g\,(\rho' - \rho'')\,D^2}$ и $z = \frac{\Delta i'}{r}\left(\frac{\rho'}{\rho''}\right)^{1/2}$.

1 — z=0: ◆ — вода, ◑ — этанол, ◐ — бензол; *2* — z=3,7: ◇ — вода, ○ — этанол, × — бензол; *3* — z=12: ▼ — вода, ● — этанол, + — бензол; *4* — z=18 ▽ — вода, □ — этанол, △ — бензол.

Образование паровой пленки после режима однофазной конвекции происходит взрывообразно, с характерным звуком. При этом имеет место значительный перегрев жидкой фазы в режиме однофазной конвекции. Так, на трубке диаметром 4 мм наблюдался перегрев этанола на 160°С, что соответствовало давлению в равновесном зародыше около 100 кПа при давлении в сосуде, значительно меньшем атмосферного.



Рис. 7-17. Фотография паровых пузырей на тонкой проволоке.

7-6. ПЕРЕХОД ОТ ПЛЕНОЧНОГО РЕЖИМА КИПЕНИЯ К ПУЗЫРЬКОВОМУ РЕЖИМУ (ВТОРОЙ КРИЗИС РЕЖИМА КИПЕНИЯ)

При плотностях теплового потока, существенно больших второго критического значения $q_{кр2}$, течение паровой пленки устойчиво и граница раздела фаз обычно наблюдается достаточно отчетливо. По мере приближения к $q_{кр2}$ граница раздела начинает все более интенсивно пульсировать, и при $q \approx q_{кр2}$ паровой слой принимает сильно колеблющиеся неправильные формы. Второй кризис (прекращение пленочного кипения) выражается

в полном распаде паровой пленки и установлении нормального пузырькового кипения на отдельных центрах парообразования.

Анализ такой неустойчивости в принципе не отличается от анализа неустойчивости жидких пленок при $q \longrightarrow q_{кр1}$ и поэтому в первом приближении

$$\left(D \gg \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}} \wedge \begin{matrix} \mu' \to 0 \\ \mu'' \to 0 \end{matrix} \right) \to \left(\frac{q_{кр2}}{q_{кр1}} = \text{const} < 1 \right). \tag{7-23}$$

При пленочном кипении поверхность раздела фаз, а следовательно, свободная энергия меньше, чем при пузырьковом кипении. Поэтому, если скорость парообразования достаточна для равномерного питания существующего парового слоя и преодоления напора порядка $g\delta''(\rho' - \rho'')$, где δ'' — толщина паровой пленки, то пленочное кипение устойчиво и константа в (7-23) меньше единицы.

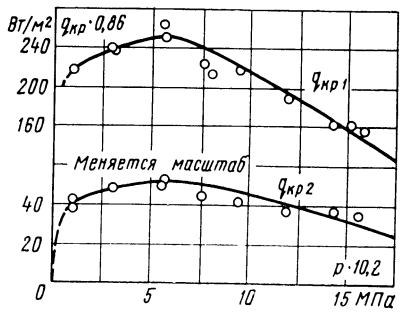


Рис. 7-18. Влияние давления на величину $q_{кр1}$ и $q_{кр2}$ при свободной конвекции по опытам с изооктаном.

На рис. 7-18 приведены опытные данные, отчетливо подтверждающие эти соображения. По этим и некоторым другим данным отношение (7-23) равно 0,17—0,22 для условий кипения при свободной циркуляции насыщенной жидкости.

7-7. КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ РЕЖИМА КИПЕНИЯ ПРИ БОЛЬШИХ СКОРОСТЯХ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Формулу (7-7) можно рассматривать как определяющую одно из предельных значений критического теплового потока. Вторым предельным случаем можно считать возникновение пленочного кипения в неограниченном объеме жидкости с исчезающей вязкостью, обтекающей поверхность нагрева с весьма большими скоростями.

Идеализированная модель такого процесса показана на рис. 7-19. Поток достигает параметров насыщения

в окрестности выходной кромки поверхности нагрева. Плотность теплового потока при этом выбрана так, что она соответствует условию $\Delta i' = 0$, во всей левой части пространства жидкость имеет $\Delta i' > 0$, т. е. недогрета до температуры насыщения. При этих условиях устойчивый паровой слой может возникнуть только около выходной кромки, а основная часть течения не загромождена паровыми пузырями. На поверхности нагрева (для определенности будем рассматривать достаточно протяженную пластину) развивается турбулентный пограничный слой и, поскольку в данной модели $v' \to 0$, $Re' \to \infty$. В таком пограничном слое его расчетная толщина пропорциональна скорости течения в степени, близкой к единице. Отрывной диаметр паровых пузырей при больших скоростях обтекания обратно пропорционален динамическому напору, т. е.

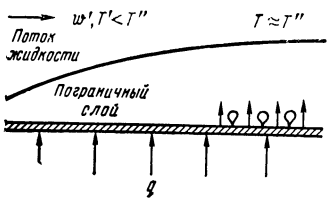


Рис. 7-19. Схема возникновения паровых пятен на сходе потока с пластины. Стрелка между паровыми пузырями (пятнами) показывает выброс пристенных слоев жидкости.

$$\frac{\delta}{D_0} \xrightarrow[w'' \gg \sqrt[4]{\frac{g\sigma}{\rho' - \rho''}}]{} w'. \qquad (7\text{-}24)$$

Здесь величина $\sqrt[4]{\frac{g\sigma}{\rho' - \rho''}}$ рассматривается как мера скорости перемещения жидкости в условиях свободной конвекции на высотах порядка лапласовской постоянной. Таким образом, теоретически можно представить течение, в котором размеры паровых пузырей существенно меньше толщины гидродинамического пограничного слоя, обусловленного осредненным течением массы жидкости. Кризис теплообмена в этой модели отождествим с вытеснением жидкости, находящейся между возникающими на стенке паровыми пятнами, и появлением вследствие этого сплошного слоя пара.

Указанный слой будет наиболее устойчив при нулевой скорости течения жидкости в непосредственной окрестности поверхности нагрева. Это условие соответствует эффекту оттеснения турбулентного пограничного слоя от проницаемой поверхности. Полагая, что такое оттесне-

ние вызывается выбросом пристенного слоя жидкости под динамическим воздействием генерируемого пара, можем определить массовую скорость этого выброса по формуле Кутателадзе — Леонтьева

$$j'_{\text{кр}} = 2c_{f0}\rho' w'_0. \tag{7-25}$$

Здесь $j'_{\text{кр}}$ — критический вдув жидкости в жидкость через равнопроницаемую поверхность; c_{f0} — коэффициент трения на непроницаемой пластине ($j'=0$).

Действительный поток жидкости, выбрасываемой из пристенного слоя, равен:

$$j'_{\text{ст}} = j'_{\text{кр}}(1-\varphi_*), \tag{7-26}$$

где φ_* — объемное паросодержание этого слоя.

Приравнивая кинетические энергии потоков пара и жидкости по нормали к поверхности нагрева, получаем следующую оценку:

$$\frac{j'^2_{\text{ст}}}{\rho'} \approx \left(\frac{q_{\text{кр1}}}{\varphi_* r\rho''}\right)^2 \rho''. \tag{7-27}$$

Из (7-26) и (7-27) получим формулу Кутателадзе — Леонтьева для критического теплового потока в быстротекущей насыщенной жидкости

$$q_{\text{кр1}} \approx 2c_{f0}\,\varphi_*(1-\varphi_*)\,r\sqrt{\rho'\rho''}\,w'_0. \tag{7-28}$$

При очень больших скоростях течения, когда $D_0 \ll \delta$, $\varphi_* \to \varphi_{\text{ст}}$, где $\varphi_{\text{ст}}$ — объемное паросодержание в непосредственной окрестности поверхности нагрева.

Из формулы (7-28) можно получить критерий устойчивости

$$\frac{w''_{\text{кр}}}{w'_0}\sqrt{\frac{\rho''}{\rho'}}, \tag{7-29}$$

физический смысл которого совершенно отчетлив: это соотношение динамических напоров генерируемого пара и основного потока жидкости. Касательные напряжения на границе раздела фаз близки к касательным напряжениям на стенке. Поэтому, пользуясь известной аналогией Рейнольдса, можно предположить, что в данном случае

$$\text{St} \approx \frac{c_{f0}}{2} f(\text{Pr}') \tag{7-30}$$

и

$$\tilde{q}_{кр} \approx 1 + \zeta \left(\frac{\rho'}{\rho''}\right)^{1/2} \frac{\Delta i'}{r}, \qquad (7\text{-}31)$$

где $\zeta = f(Pr')/4\varphi_{ст}(1-\varphi_{ст})$.

При $f(Pr') \approx 1$ для паровой сферы, вписанной в жидкий куб, $\varphi_{ст} = \pi/6$ и $\zeta \approx 1$, а для парового цилиндра, вписанного в жидкий параллелепипед с основанием $4R^2$, $\varphi_{ст} = \pi/4$ и $\zeta \approx 3/2$. Влияние относительной плотности фаз здесь меньше, чем для условий свободной конвекции.

Из формулы (7-31) следует, что при больших недогревах, когда имеет место особый тип вырождения кризиса кипения при больших скоростях течения:

$$\frac{\Delta i'}{r}\left(\frac{\rho'}{\rho''}\right)^{1/2} \gg 1; \quad q_{кр} \to \frac{c_{f0}}{2}\rho' w'_0 \Delta i'. \qquad (7\text{-}32)$$

7-8. КРИТИЧЕСКИЙ ТЕПЛОВОЙ ПОТОК ПРИ ПРОДОЛЬНОМ ОБТЕКАНИИ ПОВЕРХНОСТИ НАГРЕВА В БОЛЬШОМ ОБЪЕМЕ ЖИДКОСТИ

При продольном обтекании пластины неограниченным потоком жидкости величина критического потока при $w'_0 \to 0$ определяется формулой (7-7), а при $w'_0 \gg \sqrt[4]{\frac{g\sigma}{\rho' - \rho''}}$ — формулой (7-28) с соответствующими поправками на недогрев ядра потока до температуры насыщения.

Простейшая интерполяция может быть записана в виде суммы этих величин, поскольку критическая плотность теплового потока при больших скоростях течения существенно выше, чем при свободной конвекции. Тогда

$$q_{кр0} \approx k_{00} r \sqrt{\rho''} \sqrt[4]{g\sigma(\rho' - \rho'')} + k_0 r \sqrt{\rho'\rho''} w'_0, \qquad (7\text{-}33)$$

где k_{00} — множитель пропорциональности в формуле (7-7) и k_0 — множитель пропорциональности в формуле (7-28).

Учитывая влияние недогрева при достаточно существенных скоростях жидкости по формуле (7-31), имеем:

$$q_{кр} \approx r w'_0 \sqrt{\rho'\rho''} \left(1 + \zeta \frac{\Delta i'}{r} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho''}}\right) \times \left(k_0 + k_{00} \frac{\sqrt[4]{g\sigma(\rho' - \rho'')}}{w'_0 \sqrt{\rho'}}\right). \qquad (7\text{-}34)$$

На рис. (7-20) формула (7-34) (при $\zeta = 1{,}6$) сопоставлена с рядом опытных данных $\mathrm{Fr}_* = w'_0 \sqrt[4]{\frac{\rho'^2}{g\sigma(\rho' - \rho'')}}$, полученных при больших скоростях течения в тонких трубках (так, Л. С. Штоколов провел измерения до скоростей течения более 200 м/с). При $\frac{\Delta i'}{r}\left(\frac{\rho'}{\rho''}\right)^{1/2} < 3$ наблюдается удовлетворительное согласование для $\zeta = 1{,}6$.

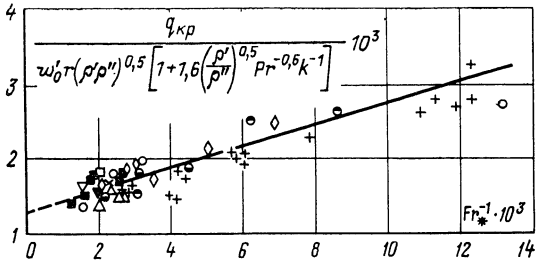


Рис. 7-20. Сопоставление экспериментальных данных с формулой (7-33).

Спирт: ○ — p=0,5 МПа, ◒ — p=1,0 МПа, ◓ — p=1,5 МПа, △ — p=2,0 МПа, ▲ — p=2,5 МПа, ◇ — p=3,0 МПа, □ — p=3,5 МПа, ● — p=4,0 МПа, ▽ — p=4,5 МПа, × — p=5,1 МПа, ■ — p=5,5 МПа; аммиак: + — p=3,5 МПа.

При больших значениях этого параметра наблюдалось более медленное изменение величины $q_{кр}$ с ростом энтальпии недогрева $\Delta i'$ и кризис возникал не на выходной кромке, а сразу по всему экспериментальному участку. Это явление было названо распространенным кризисом кипения.

Границей между этими двумя типами кризисов служит значение

$$\frac{\Delta i'}{r}\left(\frac{\rho'}{\rho''}\right)^{1/2} \approx 2.$$

Для области значений этого критерия, больших двух, Л. С. Штоколов предложил формулу, аналогичную (7-33).

7-9. КРИТИЧЕСКИЕ ТЕПЛОВЫЕ ПОТОКИ ПРИ УМЕРЕННЫХ СКОРОСТЯХ ТЕЧЕНИЯ В ТРУБАХ И КАНАЛАХ

При течении в трубах и каналах существенное влияние на критические тепловые потоки оказывает паросодержание смеси. При очень больших паросодержаниях

в обычной трубе может произойти высыхание пристенной пленки жидкости и повышение температуры поверхности нагрева из-за ухудшения теплоотдачи (переход от смачивания жидкостью к обтеканию паром, несущим диспергированную жидкость), не связанного с гидродинамической устойчивостью двухфазного граничного слоя. Это явление можно назвать термокинетическим кризисом теплообмена в парожидкостном потоке.

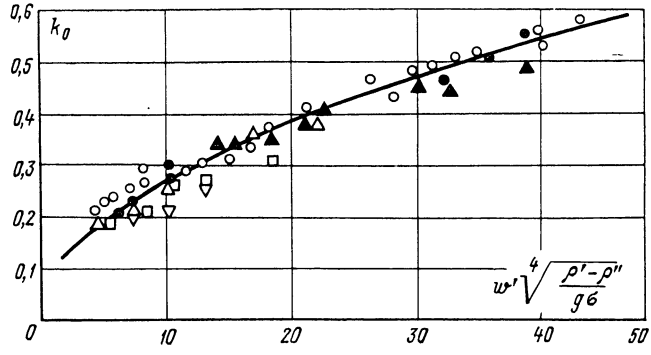


Рис. 7-21. Зависимость $k_0 = \frac{q_{кр1,0}}{r\sqrt{\rho''}\sqrt[4]{g\sigma(\rho'-\rho'')}}$ от $w'_0\sqrt[4]{\frac{\rho'-\rho''}{g\sigma}}$ для течения в щелевом канале. Нагревается внутренний стержень.

О — опыты Кутателадзе, недогрев $\vartheta=0$, $p=0{,}098$ МПа; опыты Аверина и Кружилина, $\vartheta=0$: ● — $p=0{,}098$ МПа, △ — $p=0{,}294$ МПа, □ — $p=0{,}49$ МПа, ▽ — $p=0{,}883$ МПа; опыты Чиркина и Юкина, $\vartheta>0$: ▲ — $p>2{,}16$ МПа.

Обычно гидродинамический кризис кипения называют кризисом первого рода, а термокинетический — кризисом второго рода.

При $\overset{*}{x}\to 0$, где $\overset{*}{x}$ — массовое расходное паросодержание потока, величина $q_{кр}$ определяется теми же параметрами, что и при кипении в неограниченном объеме жидкости. Однако при этом следует иметь в виду, что при $w'_0\to 0$ стационарное кипение внутри трубы невозможно из-за ограниченного количества жидкости.

Пусть, как то следует из (7-34):

$$k \xrightarrow[\overset{*}{x}\to 0,\ \mu\to 0]{} \mathrm{Fr}^n_*, \qquad (7\text{-}35)$$

где

$$\mathrm{Fr}_* = \frac{w'_0\sqrt{\rho'}}{\sqrt[4]{g\sigma(\rho'-\rho'')}}.$$

При $Fr_* \to \infty$ процесс автомоделен относительно силы тяжести и поверхностного натяжения. Этому соответствует значение $n = -1$, как в формуле (7-34). При умеренных значениях критерия Fr_* показатель степени в (7-35) $n < 1$.

На рис. 7-21 приведен ряд данных по критическим тепловым потокам при течении насыщенной жидкости в широких щелевых цилиндрических каналах. Эти опыты велись при значениях $x < 0$ (как известно, $-x = \Delta i'/r$), и данные для $x \to 0$ получены соответствующей экстраполяцией графиков $q_{кр}(\Delta i')$. Кривая, проведенная по точкам, описывается формулой

$$k = 0{,}085\sqrt{Fr^*}. \qquad (7\text{-}36)$$

По этим же экспериментальным данным

$$\tilde{q}_{кр} = 1 + 0{,}057\left(\frac{\rho'}{\rho''}\right)^{0{,}8}\frac{\Delta i'}{r}, \qquad (7\text{-}37)$$

что близко к формуле (7-21), полученной для условий свободной конвекции в большом объеме жидкости. В этих опытах нагревателем являлся внутренний стержень канала.

На рис. 7-22 приведены экспериментальные данные, показывающие, что с увеличением недогрева ϑ степень его влияния на величину $q_{кр}$ несколько увеличивается.

На рис. 7-23 приведена зависимость (7-35) по опытам с кризисом кипения и оттеснением при барботаже через микропористую стенку для течений в круглых трубах. Эти данные описываются зависимостью

$$k \underset{x \to 0}{\longrightarrow} 0{,}028\sqrt{Fr_*}, \qquad (7\text{-}38)$$

отличающейся от (7-36) только меньшим значением множителя пропорциональности.

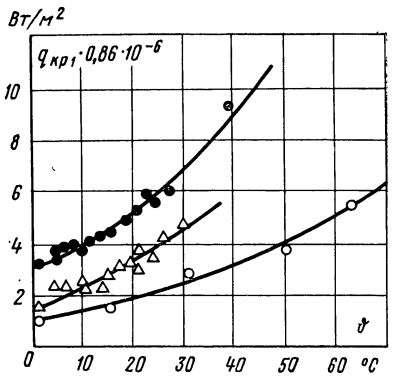


Рис. 7-22. Зависимость $q_{кр1}$ от недогрева ϑ при течении воды в широком щелевом канале ($p \approx \approx 0{,}098$ МПа).

● — $w'_0 \approx 4$ м/с; △ — $w'_0 \approx 1$ м/с; ○ — свободная конвекция в большом объеме.

Совпадение данных по кипению и барботажу подтверждает гидродинамическую природу рассматриваемо-

го явления в том смысле, который был принят в начале этой главы.

При $\overset{*}{x}>0$, т. е. в равновесной (или квазиравновесной) парожидкостной смеси закономерности, определяющие наступление кризиса первого рода, существенно усложняются.

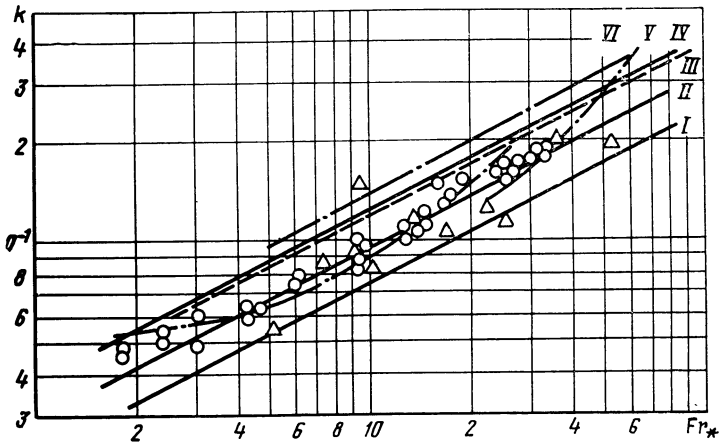


Рис. 7-23. Сопоставление данных по гидродинамическому кризису при барботаже и кипении.

Эксперименты: О — барботаж, △ — кипение; расчет: *I*, *II* — С. С. Кутателадзе, *III* — З. Л. Миропольский и др., *IV* — Л. Е. Стерман, Н. Г. Стюшин, *V* — Чанг Ян-по, *VI* — А. А. Ивашкевич.

Пусть имеется равномерно обогреваемая труба, причем плотность теплового потока равна критическому значению для параметров на выходной кромке ($q=q_{кр,\,x=L}$). Для любого участка длиной $\Delta x \ll L$ имеют место два предельных режима обтекания.

Первый режим — прохождение паровой или эмульсионной пробки, когда средняя расходная скорость жидкой фазы близка к скорости течения пристеночного слоя жидкости и равна:

$$\overline{w'} = w_0 \frac{1-\overset{*}{x}}{1-\varphi}, \qquad (7\text{-}39)$$

где w_0 — скорость циркуляции.

Второй режим — прохождение жидкой пробки, когда

$$\overline{w'} = w_0 (1-\overset{*}{x}). \qquad (7\text{-}40)$$

Параметры $\overset{*}{x}$ и φ в этих формулах отнесены к данному сечению в данный момент времени.

Так как скорость течения жидкой пробки меньше, чем скорость течения пристенного жидкого слоя при прохождении парового или парожидкостного снаряда, то наиболее опасным является условие (7-40). Следовательно, при $\overset{*}{x}>0$ $\partial q_{кр}/\partial \overset{*}{x}<0$.

Исследования коллективов, руководимых М. А. Стыриковичем, В. И. Субботиным, В. Е. Дорощуком, Хьютоном, Семериа, показали большую сложность закономерностей, определяющих величину критического теплового потока в парогенерирующих трубах и сложных каналах.

На рис. 7-24 показаны результаты двух серий опытов, проведенных при одинаковых давлениях и расходах. Однако в одной серии было обеспечено беспульсационное течение, а во второй возникали пульсации расхода. Как видно, в беспульсационном режиме в соответствии с изложенными выше теоретическими соображениями функция $q_{кр}(\overset{*}{x})$ монотонна как в области отрицательных, так и в области положительных паросодержаний. В пульсационном режиме, могущем спонтанно возникать при $\overset{*}{x}>0$, в области положительных паросодержаний возникает экстремальное значение $q_{кр}$.

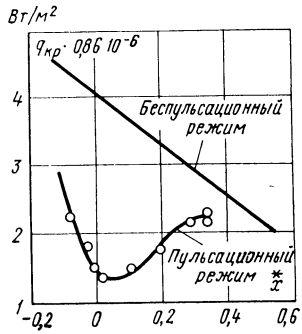


Рис. 7-24. Критические тепловые потоки в пульсационном режиме для трубы $D=8$ мм при $p=9{,}81$ МПа и $\rho w=750$ кг/(м²·с).

На рис. 7-25 и 7-26 приведены некоторые экспериментальные данные В. И. Субботина по критическим тепловым потокам при кипении воды в трубах под высоким давлением (x_2 — массовое паросодержание на выходе из трубы). Как видно, при некоторых режимах имеет место минимум функции $q_{кр}(\rho w_0)$.

Более подробные сведения содержатся в специальных публикациях.

В качестве примера одной из эмпирических зависимостей приведем формулу Н. С. Алферова и Р. А. Рыбина для критических тепловых потоков при вынужденном

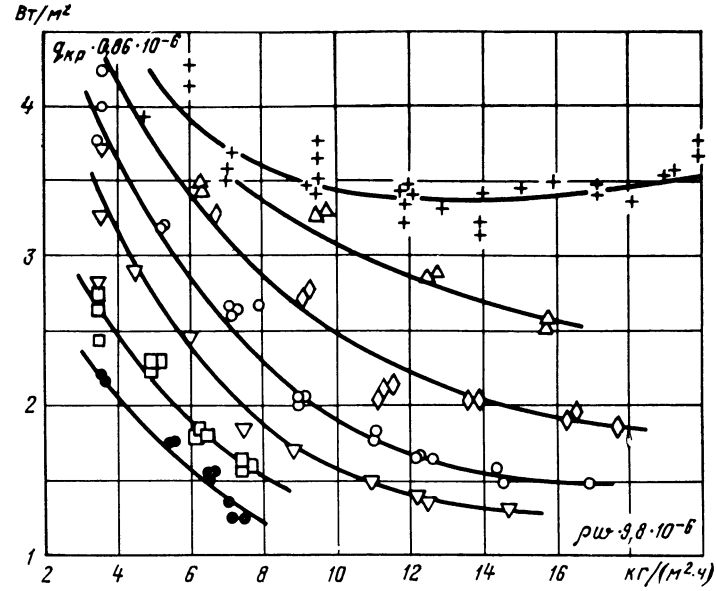


Рис. 7-25. Зависимость $q_{кр}$ от ρw при различных x_2 для $p=9{,}8$ МПа.
+ — $x_2=0\pm2\%$; △ — $x_2=5\pm1\%$; ○ — $x_2=15\pm2\%$; ▽ — $x_2=20\pm2\%$;
● — $x_2=30\pm3\%$; □ — $x_2=10\pm2\%$; ◇ — $x_2=25\pm3\%$.

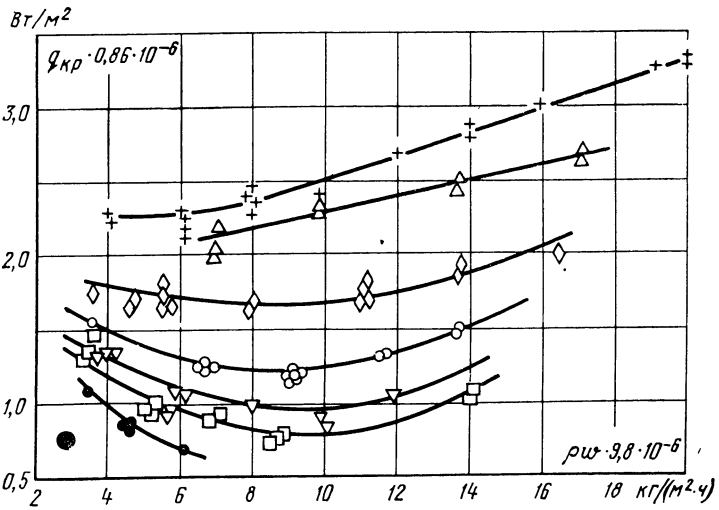


Рис. 7-26. Зависимость $q_{кр}$ от ρw при различных x_2 для $p=13{,}7$ МПа.
+ — $x_2=0\pm2\%$; △ — $x_2=5\pm1\%$; ○ — $x_2=15\pm2\%$; ▽ — $x_2=20\pm2\%$;
● — $x_2=30\pm3\%$; □ — $x_2=10\pm2\%$; ◇ — $x_2=25\pm3\%$.

течении в круглых трубах с положительными массовыми паросодержаниями $0<\overset{*}{x}<0{,}3$. Эта формула имеет вид:

$$\lg k_* + 1 = \sqrt{[6{,}07\overset{*}{x}(0{,}38-\overset{*}{x})-0{,}19]\left(\lg^2\frac{w_0\mu'}{\sigma}+\right.}\rightarrow$$

$$\rightarrow\left.\sqrt{+2{,}75\lg\frac{w_0\mu'}{\sigma}}\right)+7{,}8\overset{*}{x}(0{,}32-\overset{*}{x})+0{,}61. \quad (7\text{-}41)$$

Здесь $k_* = \frac{q_{кр}}{r}\sqrt{\frac{D}{\rho''\sigma}}$, где D — внутренний диаметр трубы.

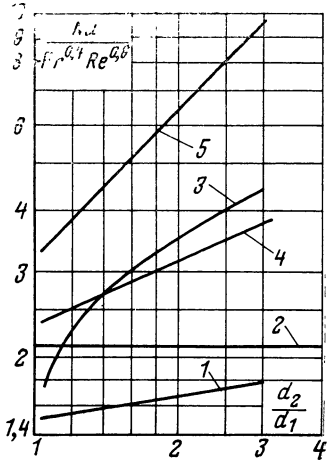


Рис. 7-27. Зависимость теплоотдачи в кольцевой щели от ее ширины по формулам:
1 — W. McMillen, R. E. Larson; *2* — М. А. Михеев и др., *3* — E. S. Davis; *4* — I. H. Wiegand; *5* — A. S. Faust, G. A. Cristian.

На рис. 7-27 приведены опытные данные в этой обработке. Ясно, почему в настоящее время для ответственного проектирования необходим непосредственный экспериментальный материал.

7-10. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ КРИЗИС КИПЕНИЯ

На рис. 7-28 показаны зависимости химического потенциала газовой и жидкой фаз данного вещества от давления и температуры. Точка S является следом бинодали (линии насыщения в устойчивом состоянии паро-жидкостной системы). Параметры на участке aS характеризуют стабильное, а на участке Sa' — метастабильное состояние жидкости. Граница устойчивых и неустойчивых состояний однородной массы называется спинодалью. Эта граница определяет максимальные перегревы

жидкости, которые осуществимы при данных параметрах состояния.

Потерю устойчивости пристенного перегретого слоя жидкости, связанную с этим явлением, можно назвать термодинамическим кризисом кипения. Систематическое изложение проблем метастабильного состояния жидкости дано в монографии В. П. Скрипова.

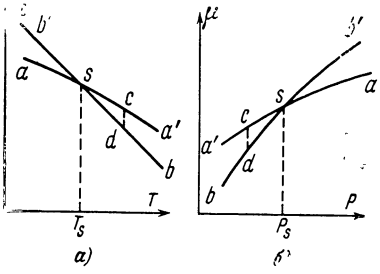


Рис. 7-28. След поверхности химического потенциала жидкости (aa') и пара (bb').
а — на плоскости p=const; *б* — T=const.

Д. А. Лабунцов обратил внимание на то, что может существовать предельное (максимальное) критическое значение плотности теплового потока, обусловленное не гидродинамическим, а термодинамическим механизмом.

При больших скоростях течения и значительных паросодержаниях потока пристенный жидкий слой может быть весьма тонким. Однако его толщина не может уменьшаться неограниченно без потери устойчивости, не связанной с механизмом кипения. При значениях толщины пленки δ' порядка долей микрона она соизмерима с микрошероховатостями и локальными физическими неоднородностями любой реальной поверхности нагрева. Поэтому максимальный тепловой поток, обусловленный термодинамической неустойчивостью, можно оценить по формуле

$$q_{\text{кр. макс}} \approx \frac{\lambda'(T_c - T'')}{\delta'_{\text{мин}}}, \qquad (7\text{-}42)$$

где T_c — температура спинодали и T'' — температура насыщения (табл. 7-2).

Таблица 7-2

Предельный перегрев воды

p, МПа	7	10	14	19
$T_c - T''$, К	50,0	32,5	14,0	4,5

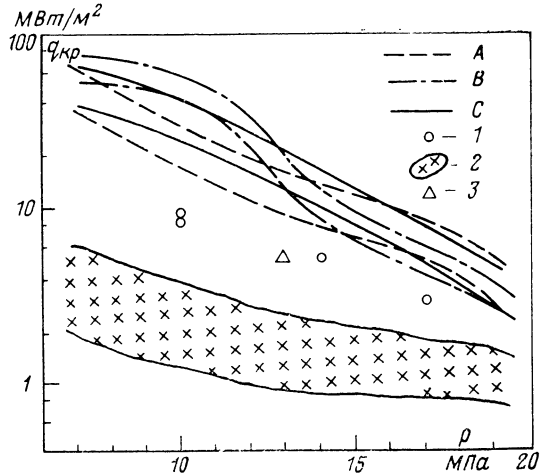


Рис. 7-29. Сопоставление значений критических тепловых потоков. *1* — данные Б. А. Зенкевича; *2* — диапазон изменения величин $q_{кр}$ при кипении воды в трубах (данные **В.** Е. Дорощука); *3* — данные Л. Р. Хасанова—Агаева, оценки граничных значений $q_{кр}$: *A* — оценка, основанная на ограничении на величину уменьшения толщины жидкой пленки, *B* — оценка, основанная на понятии предельного перегрева, *C* — оценка, основанная на понятиях минимальной толщины жидкой пленки и предельного перегрева.

На рис. 7-29 показан график, построенный Д. А. Лабунцовым и характеризующий области значений критических тепловых потоков при кипении в трубах. Максимальные экспериментальные значения приведены по опытам Л. Р. Хасанова-Агаева с закрученными потоками и Б. А. Зенкевича с большими локальными максимумами в распределении плотности теплового потока по длине трубы.

Глава восьмая

РАСПЫЛИВАНИЕ ЖИДКОСТИ

8-1. СПОСОБЫ РАСПЫЛИВАНИЯ ЖИДКОСТИ

Распыливание жидкости широко применяется в самых различных отраслях современной техники: в распыленном виде сжигается жидкое топливо в различного рода топочных устройствах, распыленной жидкостью охлаждаются горячие газы в ряде аппаратов химической, топливной и других отраслей промышленности, с по-

мощью распыливания получают парогазовые смеси и т. п.

В большинстве случаев скорость протекания соответствующих процессов определяется интенсивностью испарения жидкости и диффузионным обменом между средой и поверхностью капель. В связи с этим умение получить распыливание должной тонины, знание фракционного состава спектра капель и распределения плотности орошения по поперечному сечению струи имеют первостепенное практическое значение.

В настоящее время применяются распылители (форсунки) двух типов — механические и пневматические. В механических форсунках жидкость подается под высоким давлением (до нескольких МПа) и вытекает в газовую среду, имеющую обычно небольшую скорость течения. В пневматических форсунках начальная скорость жидкости невелика и распыливание происходит в потоке газа, захватывающем струю.

Принято разделять пневматические форсунки на две группы: высокого напора (до 0,3—0,4 МПа)с относительно малым удельным расходом газа (0,3—1,0 кг газа/кг жидкости) и низкого напора менее 0,01 МПа) с относительно большим удельным расходом газа (4—10 кг газа/кг жидкости).

Процесс распыливания (дробления) жидкости определяется ее взаимодействием с окружающим газом. При этом самую существенную роль играют форма и степень закручивания жидкой струи, зависящие от организации потока перед и за прожимным отверстием форсунки.

8-2. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕСС РАСПЫЛИВАНИЯ

Распыливание жидкой струи, вытекающей из некоторого отверстия в пространство, заполненное газом, является результатом взаимодействия потока жидкости и окружающей газовой среды. Это взаимодействие весьма сложно, так как распадается не только собственно струя, но и отдельные первичные капли.

Начальными условиями для рассматриваемого потока являются условия организации его выхода из форсунки. Эти условия определяются геометрической конфигурацией камеры и отверстия форсунки и скоростью истечения струи.

В самом общем случае, как и любое течение в газожидкостной системе, данный процесс описывается уравнениями движения фаз и условиями их взаимодействия на границах раздела. При этом в силу значительных скоростей жидкой струи в уравнениях движения можно пренебречь гравитационными силами по сравнению с силой инерции.

Кроме того, в области, охваченной процессом дробления, поток жидкой фазы создает в окружающем газе весьма интенсивные турбулентные возмущения. В связи с этим можно пренебречь также силами молекулярного трения в газовой фазе.

Принимая во внимание сказанное, можем написать основную систему уравнений в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}
&-\operatorname{grad} p' + \mu' \nabla^2 \vec{w}' = \rho' \frac{D\vec{w}'}{dt};\ \operatorname{div} \vec{w}' = 0;\\
&-\operatorname{grad} p'' = \rho'' \frac{D\vec{w}''}{dt};\ \operatorname{div} \vec{w}'' = 0;\\
&\mu' \left(\frac{\partial w'_i}{\partial x_k} + \frac{\partial w'_k}{\partial x_i} \right)_{\text{гр}} = -\rho'' (\overline{v''_i v''_k})_{\text{гр}};\\
&p' - 2\mu' \left(\frac{\partial w'_k}{\partial x_k} \right)_{\text{гр}} = p'' - \rho'' (\overline{v''^2_k})_{\text{гр}} + \sigma \times\\
&\qquad \times \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right);\\
&\vec{w}'_{\text{гр}} = \vec{w}''_{\text{гр}},
\end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}1)$$

здесь v''_i и v''_k—пульсационные составляющие скорости.

Эти уравнения дают следующие первичные критерии подобия:

$$\frac{\Delta p}{\rho' w'^2};\ \frac{w' l}{\nu'};\ \frac{\Delta p}{\rho'' w''^2};\ \frac{\rho'' w''^2 l}{\mu' w'};\ \frac{\Delta p l}{\sigma};\ \frac{w'}{w''}. \qquad (8\text{-}2)$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{\Delta p}{\rho' w'^2} \frac{\rho'' w''^2}{\Delta p} = \frac{\rho'' w''^2}{\rho' w'^2}$$

и

$$\frac{\rho'' w''^2 l}{\mu' w'} = \frac{\rho' w''^2}{\rho' w'^2} \frac{w' l}{\nu'},$$

можем написать систему критериев, строго эквивалентную (8-2), но содержащую на один критерий меньше:

$$\frac{\Delta p}{\rho' w'^2};\ \frac{w' l}{\nu'};\ \frac{\rho'' w''^2}{\rho' w'^2};\ \frac{\Delta p l}{\sigma};\ \frac{w'}{w''}. \qquad (8\text{-}3)$$

В условия однозначности рассматриваемого процесса входят геометрические размеры форсунки, скорости течения фаз и физические константы, содержащиеся в уравнениях (8-1). Составим обычным способом комбинации из критериев (8-3) так, чтобы выделить наибольшее число комплексов, составленных только из величин, входящих в условия однозначности. Имеем:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\Delta p l}{\sigma}\,\frac{\rho'' w''^2}{\rho' w'^2}\,\frac{\rho' w'^2}{\Delta p} = \frac{\rho'' w''^2 l}{\sigma};\\ &\frac{\Delta p l}{\sigma}\,\frac{\rho' w'^2}{\Delta p}\left(\frac{\nu'}{w' l}\right)^2 = \frac{\mu'^2}{\sigma \rho' l}. \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}4)$$

Следовательно, системе (8-3) эквивалентна система

$$\frac{\Delta p}{\rho' w'^2};\ \frac{\mu'^2}{\sigma \rho' l};\ \frac{\rho'' w''^2 l}{\sigma};\ \frac{\rho'' w''^2}{\rho' w'^2};\ \frac{w'}{w''}; \qquad (8\text{-}5)$$

четыре из этих критериев являются определяющими.

Очевидно, что процесс дробления происходит тем интенсивнее, чем значительнее динамическое взаимодействие струи и газа. Последнее зависит от их относительной скорости. Поэтому целесообразно в критерии (8-5) ввести вместо абсолютной скорости газа его относительную скорость

$$w = w'' - w'.$$

С учетом этого обстоятельства можем написать, что любой определяемый критерий процесса распыливания для геометрически подобных форсунок является некоторой функцией следующих определяющих безразмерных параметров:

$$\frac{\rho'' w^2 l}{\sigma};\ \frac{\mu'^2}{\sigma \rho' l};\ \frac{w}{w'}\left(\frac{\rho''}{\rho'}\right)^2;\ \frac{w'}{w}. \qquad (8\text{-}6)$$

8-3. РАСПАД ПРОСТОЙ СТРУИ

Струя жидкости, вытекающая в пространство, начинает пульсировать, взаимодействует с окружающим газом и распадается на капли.

На рис. 8-1 приведены фотографии истечения струи жидкости в газ различной плотности. Как видно, чем

больше плотность газа, тем интенсивнее разрушение струи.

На рис. 8-2 приведены результаты одного из опытов В. И. Блинова и Е. Л. Фейнберга по определению фор-

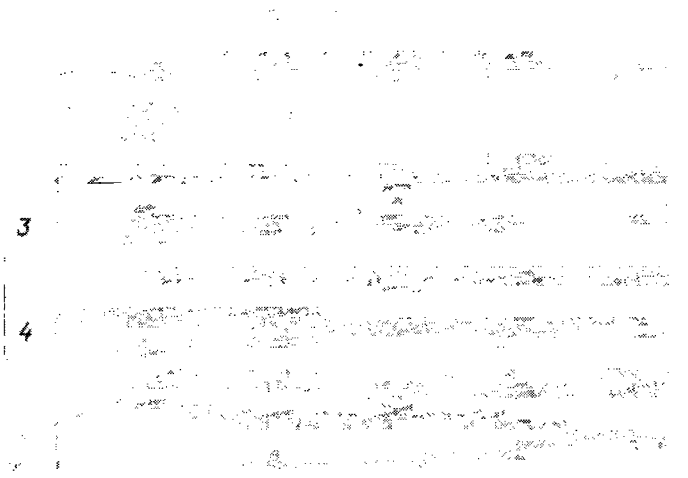


Рис. 8-1. Фотография струи жидкого топлива, вытекающего в воздушную среду разного давления.

$D_{\text{сопла}}$ — 0,5 мм; давление перед соплом 1,82 МПа; вязкость жидкости 0,013 Н · с/м²; противодавление: *1* — 2,06 кПа; *2* — 0,098 МПа; *3* — 0,137 МПа; *4* — 0,765 МПа; *5* — 1,42 МПа.

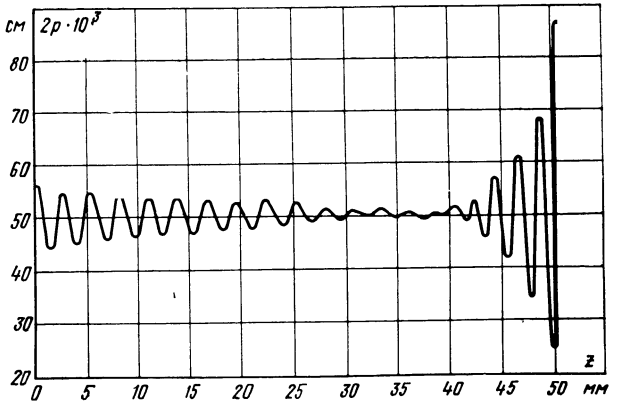


Рис. 8-2. Форма струи, вытекающей из эллиптического отверстия.

мы струи, вытекающей из эллиптического отверстия. На графике по оси абсцисс отложены расстояния от среза отверстия, из которого происходило истечение, а по оси ординат — толщина струи. Как видно, струя имеет резко выраженный волновой характер: волны, возникающие у устья сопла, постепенно затухают по мере удаления от отверстия; после затухания этих волн начинают развиваться волны неустойчивые, амплитуда которых непрерывно возрастает по ходу струи и в конце концов вызывает разрыв на капли. Характер пульсации струи существенно зависит от скорости ее истечения (при прочих равных условиях). При этом существует скорость, при которой устойчивость струи в отношении протяженности ее сплошной части является наибольшей.

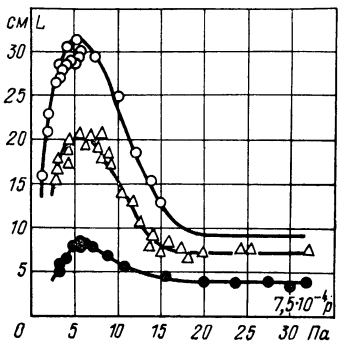


Рис. 8-3. Зависимость длины сплошной части L водяной струи, вытекающей в атмосферу, от величины напора перед соплом.

Отверстие: ● — D=0,68 мм; △ — D=1,08 мм; ○ — D=1,28 мм.

На рис. 8-3 приведены результаты некоторых опытов, показывающих, как меняется длина сплошной части водяной струи, вытекающей в атмосферу, от величины напора перед соплом.

Доведенных до конца решений задачи о распаде струи пока не имеется. Однако довольно далеко идущая ее разработка сделана в работах Релея, Вебера, Петрова, Калининой и других исследователей. В основу этой теории положено представление о распаде струи как следствии нарушения равновесия свободной поверхности жидкости под действием сил поверхностного натяжения. Незначительные начальные возмущения приводят к образованию волн с самопроизвольно увеличивающейся амплитудой, причем процесс ускоряется вследствие дополнительных возмущений, создаваемых относительным движением жидкости и газа.

Уравнения движения и сплошности струи могут быть написаны через соответствующие пульсационные составляющие скорости и давления в цилиндрической системе координат

$$\left.\begin{aligned}
\rho' \frac{Du}{dt} &= -\frac{\partial \pi'}{\partial z} + \mu' \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial R} \right); \\
\rho' \frac{Dv}{dt} &= -\frac{\partial \pi'}{\partial R} + \mu' \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial R^2} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial R} - \frac{v}{R^2} \right); \\
\frac{\partial u}{\partial z} &+ \frac{\partial v}{\partial R} + \frac{v}{R} = 0.
\end{aligned}\right\} \quad (8\text{-}7)$$

Здесь v, u — пульсации скорости в радиальном и осевом направлениях; π' — пульсации давления в струе.

Граничные условия записываются в соответствии с (8-1), но более упрощенно. В частности, касательные напряжения на поверхности струи полагаются равными нулю. Имеем:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dR}{dt} &= v_{\text{гр}}; \ \mu' \left(\frac{\partial u}{\partial R} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)_{\text{гр}} = 0; \\
\pi' &+ 2\mu' \left(\frac{\partial v}{\partial R} \right)_{\text{гр}} = \pi'' + \pi_\sigma,
\end{aligned}\right\} \quad (8\text{-}8)$$

где π'' — пульсация давления в газе; π_σ — пульсация давления, вызванная силами поверхностного натяжения.

Частное решение этой системы уравнений относительно изменений амплитуды колебаний во времени имеет вид:

$$\delta = F\left(\frac{R}{R_0}; \xi \frac{z}{R_0} \right) e^{qt},$$

где q — инкремент колебаний в струе, приближенно определяемый уравнением

$$q^2 + q \frac{3\mu' \xi^2}{\rho' R^2_0} = \frac{\sigma}{2\rho' R^3_0} (1 - \xi^2) \xi^2 + \frac{\rho'' w^2 \xi^3}{3\rho' R^2_0} f_0(\xi); \quad (8\text{-}9)$$

здесь R_0 — средний радиус струи; $\xi = 2\pi R_0/\lambda$, — волновое число (λ — длина волны колебаний).

Для колебаний, приводящих к распаду струи, $q > 0$. При этом решающее значение имеет наиболее быстро растущее колебание.

Рассматривая уравнение (8-9), написанное для этого колебания, можно убедиться, что оно дает два определяющих критерия, соответствующих двум первым крите-

риям системы (8-6). Кроме того, уравнение (8-9) дает неопределяющие критерии, содержащие инкремент и волновое число колебания, приводящего к распаду струи.

8-4. ДРОБЛЕНИЕ ОДИНОЧНОЙ КАПЛИ

Поведение одиночной капли, увлекаемой потоком газа, зависит от соотношения динамического воздействия потока на каплю и ее «прочности», зависящей от поверхностного натяжения и вязкости жидкости. В общем случае взаимодействие жидкости и газа описывается системой уравнений (8-1). Эта система приводит к четырем определяющим критериям (8-6). Для одиночной капли, увлекаемой потоком, скорость w' выпадает из условий однозначности и соответственно два последних критерия системы (8-6) перестают быть определяющими.

Дробление капли данного диаметра начинается при определенной скорости несущего потока. Эта скорость, которую можно обозначить $w''_{кр}$, определяется условиями однозначности процесса дробления капли. В последние входят только диаметр капли и физические константы, содержащиеся в первых двух критериях системы (8-6). Следовательно, можно положить:

$$\frac{\rho'' w''^{2}_{кр} D_0}{\sigma} = f\left(\frac{\mu'^{2}}{\rho' \sigma D_0}\right), \qquad (8\text{-}10)$$

где D_0 — начальный диаметр капли.

Для маловязких жидкостей, когда процесс дробления практически не зависит от μ', из (8-10) следует:

$$\frac{\rho'' w''^{2}_{кр} D_0}{\sigma} = k^2 = \text{const}; \qquad (8\text{-}11)$$

$$w''_{кр} = k\left(\frac{\sigma}{\rho'' D_0}\right)^{1/2}. \qquad (8\text{-}12)$$

Как показали опыты М. С. Волынского, следует различать две критические скорости несущего потока: $w''_{кр1}$, при которой начинают дробиться только отдельные капли диаметра D_0 и $w''_{кр2}$, при которой дробятся все капли данного диаметра.

По этим опытам интервал развития неустойчивости капель определяется неравенством

$$14 > \frac{\rho'' w''^{2} D_0}{\sigma} > 10{,}7. \qquad (8\text{-}13)$$

На рис. 8-4 приведены кривые неустойчивости капель воды и бензина в потоке воздуха атмосферного давления.

При скоростях, близких к $w''_{кр1}$, капля дробится на две почти равные части, причем возникает также ряд мельчайших капелек. При скоростях порядка $w''_{кр2}$ и более капля распадается (распыливается) на большее число капелек, диаметры которых не одинаковы и значительно меньше D_0.

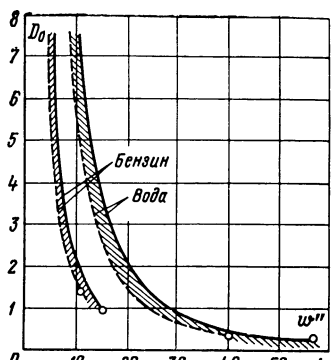


Рис. 8-4. Кривые устойчивости капель воды и бензина в потоке воздуха атмосферного давления.

——— — верхний предел устойчивости; — — — — нижний предел устойчивости.

На рис. 8-5 и 8-6 приведены фотографии процесса раздвоения капли, полученные М. С. Волынским. На рис. 8-7 приведены фотографии процесса распыливания капли, полученные Лейни. Как видно, при скоростях

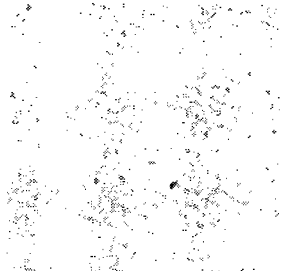


Рис. 8-5. Капля в фазе раздвоения. Касторовое масло. D_0=3,8 мм; w''=28 м/с.

Рис. 8-6. Капля в фазе раздвоения. Касторовое масло. D_0=3,8 мм; w''=35 м/с; рядом капля в фазе, соответствующей режиму, когда раздвоение отсутствует.

$w'' > w''_{кр}$ летящая капля резко деформируется в тело с тонкой оболочкой, разрыв которой и приводит к образованию спектра мелких и мельчайших капелек. При-



Рис. 8-7. Фотографии процесса распыливания капли

чиной такой деформации капли является характер ее обтекания потоком.

При обтекании сферической капли первоначально изменение скоростей течения по пограничному слою и в области отрывов (рис. 8-8) вызывает ее деформацию и дальнейшее развитие розетки давлений. На первой стадии этого процесса капли сплющиваются по направлению течения, т. е. приобретают форму круглой лепешки, плоскость которой перпендикулярна направлению вектора скорости. Далее, наступает более глубокое развитие деформации, имеющее характер взрыва и приводящее к распыливанию первоначальной капли.

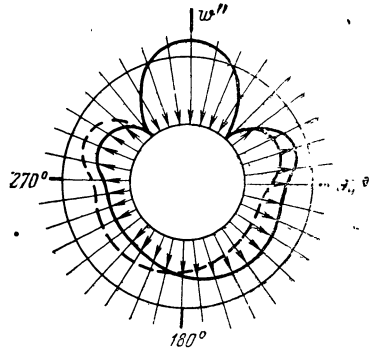


Рис. 8-8. Розетка давлений при обтекании шара.

8-5. СРЕДНИЙ ДИАМЕТР КАПЕЛЬ ПРИ РАСПЫЛИВАНИИ ПНЕВМАТИЧЕСКИМИ ФОРСУНКАМИ

Как указывалось выше, основными характеристиками качества распыливания являются фракционный состав капель и распределение плотности орошения по поперечному сечению распыленной струи. Некоторой суммарной характеристикой, в известной мере отражающей качество распыливания жидкости данной форсункой, является средний диаметр капли.

Существует несколько способов определения этой величины. Средний диаметр, определенный по массовому показателю, равен:

$$\overline{D} = \frac{\sum\limits_{i} G_i D_i}{\sum\limits_{n} G_i}, \qquad (8\text{-}14)$$

где G_i — общая масса капель диаметром D_i.

В настоящее время имеется значительное количество экспериментальных исследований различных форсунок.

Для того чтобы выяснить основные закономерности распыливания жидкости пневматическими форсунками, рассмотрим результаты весьма тщательного и система-

тического исследования, проведенного Л. А. Витман, Б. Д. Кацнельсоном и М. М. Эфросом под руководством И. И. Палеева.

На рис. 8-9 приведена зависимость относительного среднего диаметра капель $\bar{D}/D_0$ (где D_0 — диаметр отверстия форсунки) от первого комплекса (8-6) по данным для одной из форсунок. В этих опытах скорость воздуха

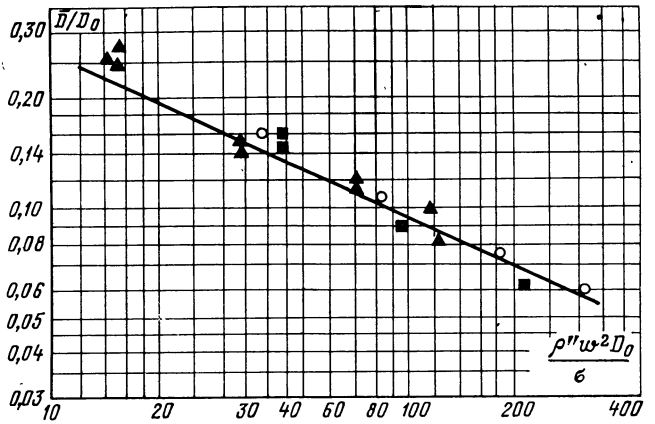


Рис. 8-9. Зависимость $\bar{D}/D_0$ от $\rho'' w^2 D_0/\sigma$ по опытам с пневматическими форсунками.

▲ — $n_1 \approx 6 \cdot 10^{-4}$; ○ — $n_1 \approx 8 \cdot 10^{-4}$; ■ — $n_1 \approx 5 \cdot 10^{-5}$, где $n_1 = \frac{\mu^{12}}{\rho' \sigma D_0}$.

оказался неодинаковым для разных жидкостей. Из (8-6) сти от 0,55 до 2,3 м/с. Влияния относительного расхода фаз w'/w'' в этих опытах не обнаружено. Как видно из приведенного графика, точки хорошо укладываются на логарифмическую прямую с наклоном $n = -0{,}45$. При этом не заметно существенного влияния на средний диаметр капель расстояния от устья форсунки.

Множитель пропорциональности в зависимости

$$\frac{\bar{D}}{D_0} = A\left(\frac{\sigma}{\rho'' w^2 D_0}\right)^{0{,}45} \qquad (8\text{-}15)$$

оказался неодинаковым для разных жидкостей. Из (8-6) следует, что, поскольку опыты не обнаруживают влияния параметра w'/w'', а следовательно, и параметра $\rho'' w''^2/\rho' w'^2$, то это различие обусловлено только проявлением действия вязкости жидкости и характеризуется вторым критерием (8-6).

На рис. 8-10 приведена зависимость

$$\frac{\overline{D}}{D_0}\left(\frac{\rho'' w^2 D_0}{\sigma}\right)^{0,45} = f\left(\frac{\mu'^2}{\rho'\sigma D_0}\right), \qquad (8\text{-}16)$$

построенная по опытам с той же форсункой. Вязкость распыливаемых жидкостей менялась в этих опытах от $0{,}66 \cdot 10^{-3}$ до $535 \cdot 10^{-3}$ Н·с/м².

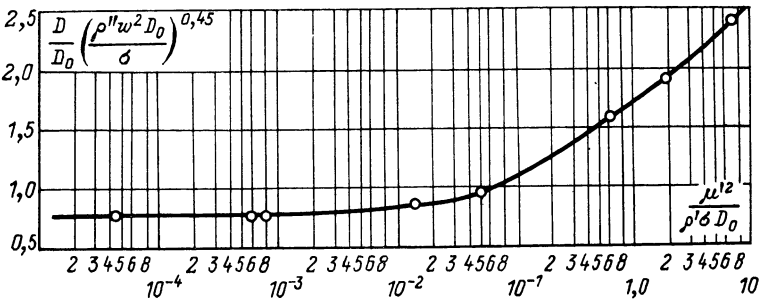


Рис. 8-10. Обобщенная зависимость $\frac{\overline{D}}{D_0}\left(\frac{\rho'' w^2 D_0}{\sigma}\right)^{0,45}$ от $\frac{\mu'^2}{\rho'\sigma D_0}$.

Из приведенных данных видно, что влияние вязкости на тонину распыливания существенно сказывается лишь при

$$\frac{\mu'^2}{\rho'\sigma D_0} > 0{,}1. \qquad (8\text{-}17)$$

Опыты с рядом других форсунок (три из них изображены на рис. 8-11) подтвердили указанные закономерности. Расчетные формулы, предложенные Л. А. Витман, Б. Д. Кацнельсоном и М. М. Эфросом, имеют вид:

при $\mu'^2 > 0{,}5\rho'\sigma D_0$

$$\frac{\overline{D}}{D_0}\left(\frac{\rho'' w^2 D_0}{\sigma}\right)^{0,45} = A_0 + 0{,}94\left(\frac{\mu'^2}{\rho'\sigma D_0}\right)^{0,28}; \qquad (8\text{-}18)$$

при $\mu'^2 < 0{,}5\rho'\sigma D_0$

$$\frac{\overline{D}}{D_0}\left(\frac{\rho'' w^2 D_0}{\sigma}\right)^{0,45} = A_0 + 1{,}24\left(\frac{\mu'^2}{\rho'\sigma D_0}\right)^{0,62}. \qquad (8\text{-}19)$$

Величина A_0 зависит от конструкции форсунки (табл. 8-1)

Таким образом, тонина распыливания жидкости пневматическими форсунками приближенно обратно пропор-

Таблица 8-1

Значения A_0 и m для различных типов форсунок

Тип форсунки	A_0	m	Угол конусности
СТС-ФДБ-1	1,20	2,3	28°
СТС-ФОБ-2	0,90	2,8	30—47°*
СТС-ФДМ-1 (Кельмана) . .	0,78	2,6÷3,0	22°
Глушакова	0,75	2,3	25°
Двухступенчатая	0,61	2,8	29°

* В зависимости от номера насадки и вставки.

циональна корню квадратному из кинетической энергии газа.

Относительная скорость: газожидкостного потока для случая подачи в форсунку первичного и вторичного воздуха подсчитывается по формуле

$$w = \left(\frac{w^2_{10}G''_1 + w^2_{20}G''_2}{G''_1 + G''_2}\right)^{1/2}, \qquad (8\text{-}20)$$

где w_{10} — начальная относительная скорость между первичным воздухом и струей жидкости; w_{20} — относительная скорость газожидкостного потока при встрече с вторичным воздухом; G'_1 — массовый расход первичного воздуха; G''_2—массовый расход вторичного воздуха.

8-6. ФРАКЦИОННЫЙ СОСТАВ СТРУИ, РАСПЫЛЕННОЙ ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ФОРСУНКОЙ. ПЛОТНОСТЬ ОРОШЕНИЯ

Процесс дробления жидкости продолжается и после распада непрерывной струи на отдельные капли в соответствии с механизмом, описанным в § 8-4. Результативное проявление сложного механизма дробления в струе, распадающейся на множество капель, должно иметь вероятностный характер. Действительно, опытные кривые распределения капель по фракциям всегда имеют именно такой вид (рис. 8-12). В связи с этим для распределения распыленной жидкости по фракциям (размерам капель) можно принять формулу

$$v = \exp\left\{-\left[\Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right)\frac{D_i}{\bar{D}}\right]^m\right\}, \qquad (8\text{-}21)$$

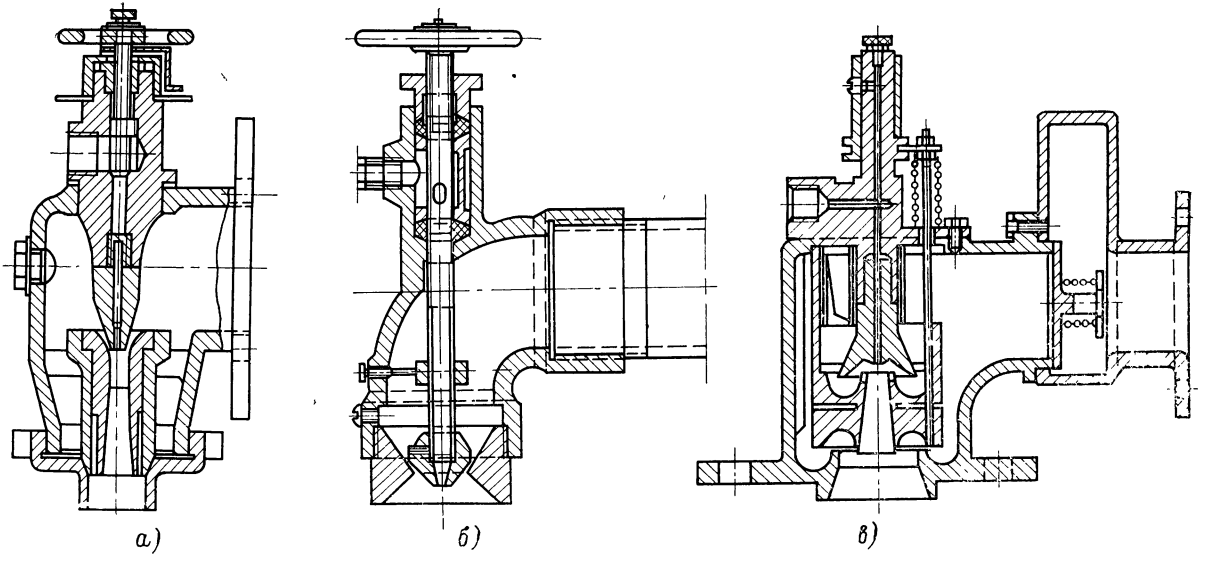


Рис. 8-11. Разрез форсунок.
а — СТС-ФДМ-1; *б* — СТС-ФОБ-2; *в* — СТС-ФДБ-1.

где v — доля жидкости, состоящей из капель диаметром больше D_i; m — параметр, характеризующий распределение капель; Г — гамма-функция.

Результаты опытов Л. А. Витман, Б. Д. Кацнельсона и М. М. Эфроса, приведенные на рис. 8-13, показывают,

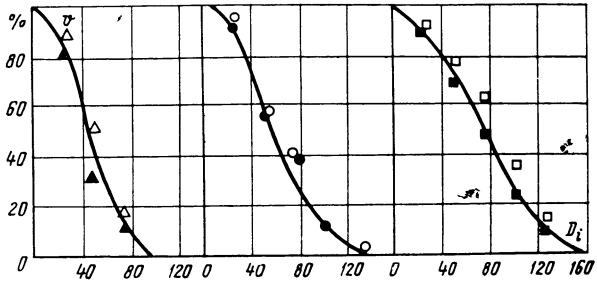


Рис. 8-12. Распределение капель по размерам при разных режимах.
△ ▲ — w=120 м/с; ○ ● — w=94 м/с; □ ■ — w=60 м/с.

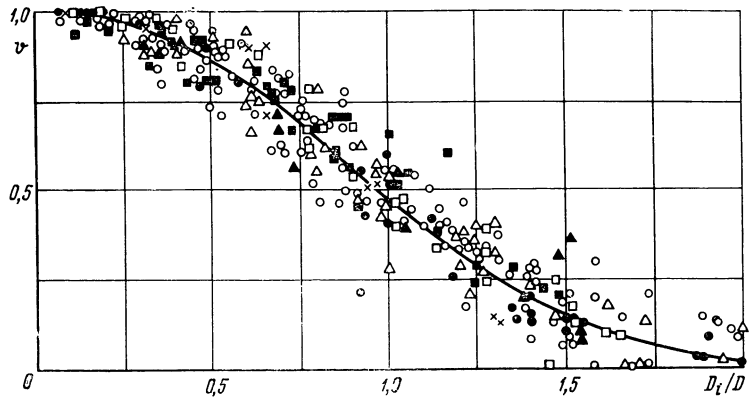


Рис. 8-13. Характер распределения капель по фракции при распыливании пневматическими форсунками.
× — μ′=1,15°E; △ — μ′=1,3°E; ▲ — μ′=3°E; ● — μ′=7°E; □ — μ′=18°E; ■ — μ′=31,5°E; ○ — μ′=59°E.

что экспериментальные точки для данного типа форсунки удовлетворительно объединяются зависимостью

$$v = v\left(\frac{D_i}{\overline{D}}\right) \qquad (8\text{-}22)$$

Значения параметра m для рассматривавшихся выше форсунок приведены в табл. 8-1.

Типичное для пневматических форсунок распределение плотности орошения показано на рис. 8-14. Под плотностью орошения здесь понимается расход жидкости через единицу поперечного сечения струи.

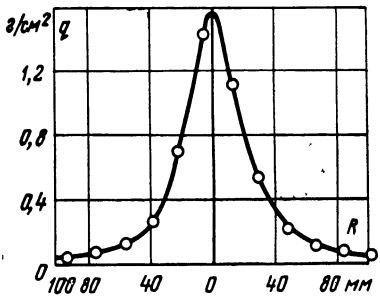


Рис. 8-14. Плотность орошения по сечению факела одной из пневматических форсунок.
q — плотность орошения; *R* — расстояние до оси факела.

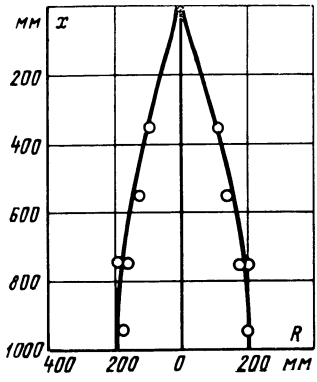


Рис. 8-15. Форма факела для форсунки СТС-ФОБ-2.
x — расстояние от устья; *R* — расстояние от оси.

Характерная для нецентробежных форсунок форма распыленной струи показана на рис. 8-15.

8-7. ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В КАМЕРЕ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ФОРСУНКИ

В механических форсунках условия, необходимые для распыливания струи, создаются соответствующей организацией потока жидкости в камере перед прожимным отверстием форсунки.

Схематическое изображение центробежной форсунки дано на рис. 8-16. Жидкость вводится в камеру форсунки тангенциально, вследствие чего поток закручивается. Прожимное отверстие находится в торцевой стенке форсунки. При выходе закрученной струи из форсунки действие центростремительных сил от твердых стенок прекращается и струя в результате нестационарных колебаний распадается. При этом капли разлетаются по прямолинейным лучам, касательным к цилиндрическим поверхностям, соосным с выходным соплом форсунки (рис. 8-17).

Угол α, образуемый линиями распыливания с осью форсунки, определяется отношением тангенциальной скорости $w'_т$ и поступательной скорости $w'_н$ в выходном сечении прожимного отверстия

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{w'_т}{w'_н}. \qquad (8\text{-}23)$$

Если пренебречь действием трения, количество движения жидкой частицы относительно оси форсунки будет иметь постоянное значение. Отсюда

$$w'_{вх} R' = w'_т R, \qquad (8\text{-}24)$$

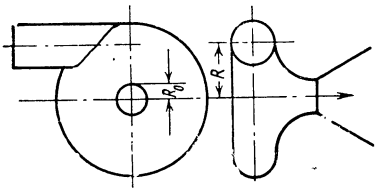


Рис. 8-16. Схема центробежной форсунки.

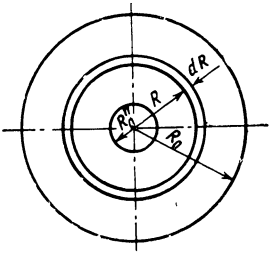


Рис. 8-17. Выходное поперечное сечение форсунки.

где $w'_{вх}$ — скорость входа жидкости в форсунку; R'—радиальное расстояние от оси форсунки до частицы жидкости во входном отверстии форсунки; R—радиальное расстояние от оси форсунки до частицы жидкости в выходном отверстии.

Пренебрегая разностью уровней входного и выходного отверстий по сравнению с величиной напора, на основании уравнения Бернулли можем написать:

$$\frac{p_{вх}}{\rho'} + \frac{w'^2_{вх}}{2} = \frac{p}{\rho'} + \frac{w'^2_т}{2} + \frac{w'^2_н}{2} = \text{const}; \qquad (8\text{-}25)$$

отсюда, принимая во внимание (8-24), имеем:

$$\frac{p}{\rho'} = H - \frac{w'^2_н}{2} - \frac{w'^2_{вх}}{2}\left(\frac{R'}{R}\right)^2, \qquad (8\text{-}26)$$

где H—полный напор:

$$H = \frac{p_{вх}}{\rho'} + \frac{w'^2_{вх}}{2}.$$

Из (8-26) видно, что на оси форсунки ($R=0$) скорость потока должна иметь бесконечно большое значение, а давление — отрицательное бесконечно большое значение. Такое положение физически невозможно, и, следовательно, должен существовать механизм, поддерживающий некоторое давление на оси форсунки. Это давление не может быть заметно меньше давления в газе, так как осевая область потока сообщается с газовой средой вне форсунки.

Отсюда следует, что центральная часть форсунки не может быть заполнена жидкостью и в ней развивается газовый вихрь с давлением, равным давлению газа вне форсунки. Истечение жидкости из форсунки происходит через кольцевое сечение площадью

$$\Omega=\pi(R^2_0-R''^2_0), \tag{8-27}$$

где R_0—радиус прожимного отверстия (сопла) форсунки; R''_0—радиус газового вихря.

Степень заполнения сопла (коэффициент живого сечения сопла) равен:

$$\varphi=1-\left(\frac{R''_0}{R_0}\right)^2. \tag{8-28}$$

Рассмотрим элементарную кольцевую площадку в выходном сечении сопла $2\pi R dR$ (рис. 8-17). Изменение давления по радиусу сопла пропорционально центробежной силе, т. е.

$$\frac{dp}{dR}=\frac{\rho' w'^2_т}{R}. \tag{8-29}$$

Из (8-24) следует:

$$R=\frac{w'_{т0}R''_0}{w'_т}, \tag{8-30}$$

где $w'_{т0}$ — тангенциальная скорость на поверхности газового вихря.

Дифференцируя (8-30), подставляя полученное значение dR в (8-29) и интегрируя, получаем:

$$\frac{p}{\rho'}=-\frac{w'^2_т}{2}+C. \tag{8-31}$$

В газовом вихре избыточное давление равно нулю, т. е.

$$-\frac{w'^2_{т0}}{2}+C=0;$$

отсюда

$$\frac{p}{\rho'}=\frac{w'^{2}_{т0}}{2}-\frac{w'^{2}_{т}}{2}, \tag{8-32}$$

Совмещая (8-32) и (8-26), находим, что

$$\frac{w'^{2}_{н}}{2}=H-\frac{w'^{2}_{т0}}{2}, \tag{8-33}$$

т. е. поступательная скорость на выходе из форсунки является постоянной величиной.

Объемный расход жидкости через форсунку равен:

$$V=\pi R^{2}_{0}w'_{0}, \tag{8-34}$$

где $w'_0=\varphi w'_н$ — приведенная скорость истечения жидкости из отверстия сопла.

С другой стороны,

$$V'=\pi R^{2}_{вх}w'_{вх}n, \tag{8-35}$$

где $R_{вх}$—радиус отверстий, через которые жидкость поступает в форсунку; n—число этих отверстий.

Из (8-34) и (8-35), принимая во внимание (8-24), получаем, что

$$nw'_{вх}=w'_{0}\left(\frac{R_0}{R_{вх}}\right)^{2};\quad nw'_{т}=w'_{0}\frac{R'}{R}\left(\frac{R_0}{R_{вх}}\right)^{2}. \tag{8-36}$$

Г. Н. Абрамович приближенно полагает, что $R'=R_к-R_{вх}$, где $R_к$—радиус камеры завихрения.

Тангенциальная скорость около стенки камеры равна:

$$w'_{т.к}=w'_{0}\frac{(R_к-R_{вх})R_0}{nR^{2}_{вх}}. \tag{8-37}$$

На границе воздушного вихря

$$w'_{т0}=w'_{0}\frac{(R_к-R_{вх})R^{2}_{0}}{R^{2}_{вх}R'_{0}}, \tag{8-38}$$

отсюда, принимая во внимание (8-28), получаем:

$$w'_{т0}=w'_{0}\frac{(R_к-R_{вх})R_0}{nR^{2}_{вх}\sqrt{1-\varphi}}. \tag{8-39}$$

Подставляя значение $w'_{т0}$ из (8-39) в (8-33) и решая полученное уравнение относительно полного напора H, находим:

$$H=\frac{w'^{2}_{0}}{2}\left(\frac{1}{\varphi^{2}}+\frac{A^{2}}{1-\varphi}\right), \tag{8-40}$$

где A—геометрическая характеристика форсунки,

$$A = \frac{(R_к - R_{вх})\, R_0}{nR^2_{вх}}.$$

Отсюда

$$w'_0 = \xi\sqrt{2gH}, \qquad (8\text{-}41)$$

где

$$\xi = \left(\frac{1}{\varphi^2} + \frac{A^2}{1-\varphi}\right)^{-1/2} \qquad (8\text{-}42)$$

—коэффициент расхода форсунки.

Для установления связи между величинами φ и A, являющимися основными геометрическими характеристиками механической центробежной форсунки, Г. Н. Абрамович вводит условие максимального расхода жидкости через форсунку

$$\frac{d\xi}{d\varphi} = 0; \qquad (8\text{-}43)$$

при этом условии

$$A = (1-\varphi)\left(\frac{2}{\varphi^3}\right)^{1/2}; \quad \xi = \varphi\left(\frac{\varphi}{2-\varphi}\right)^{1/2}. \qquad (8\text{-}44)$$

Объемный расход жидкости через форсунку, согласно (8-34) и (8-41), равен:

$$V' = \xi\pi R^2_0\sqrt{2gH}. \qquad (8\text{-}45)$$

На рис. 8-18 дана зависимость коэффициента живого сечения сопла форсунки φ от геометрической характеристики A, рассчитанная по первой формуле (8-44).

Введя в (8-23) значение $w'_т$, отнесенное к среднему радиусу:

$$R_{ср} = \frac{R_0 + R''_0}{2}, \qquad (8\text{-}46)$$

т. е. величину

$$w'_{т.ср} = \frac{w'_{т0}R_0}{R_{ср}}, \qquad (8\text{-}47)$$

получаем:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{(1-\varphi)\sqrt{8}}{(1+\sqrt{1-\varphi})\sqrt{\varphi^3}}. \qquad (8\text{-}48)$$

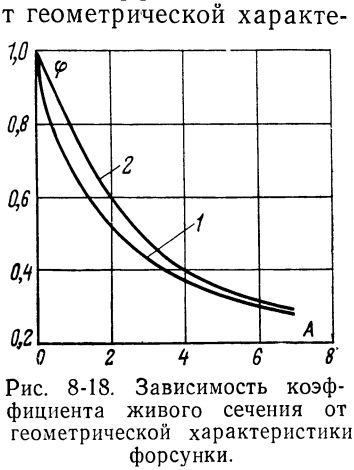


Рис. 8-18. Зависимость коэффициента живого сечения от геометрической характеристики форсунки.

1 — расчет по схеме Г. Н. Абрамовича; *2* — расчет по схеме М. А. Гольдштика.

На рис. 8-19 приведены зависимости $\mathrm{tg}\alpha$ и α от A, рассчитанные по формуле (8-48).

Экспериментальная проверка показала, что теория Г. Н. Абрамовича качественно правильно описывает основные особенности течения жидкости в центробежной механической форсунке. Однако в количественном отношении имеется заметное расхождение с экспериментом, особенно при малых значениях параметра A. Точная теория форсунки требует решения весьма сложной гидродинамической задачи, которое может быть получено только численными методами. Приближенное аналитическое решение было получено М. А. Гольдштиком на основе теории узких полос Лаврентьева — Моисеева. Полагая, что жидкость из форсунки истекает не в атмосферу, а в полубесконечную трубу, отнесем область течения к цилиндрическим координатам (r, z) и введем функцию тока меридионального течения ψ, связанную с компонентами вектора скорости соотношениями:

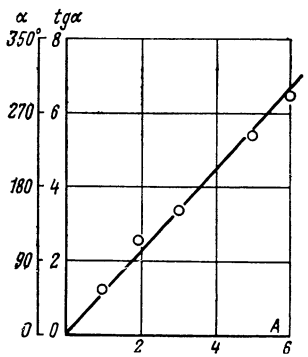


Рис. 8-19. Зависимость $\mathrm{tg}\,\alpha$ и α от A.

$$v_z = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}; \quad v_r = -\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}. \tag{8-49}$$

Тогда уравнение неразрывности удовлетворится автоматически, а условие потенциальности течения приводит к уравнению

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0. \tag{8-50}$$

Если положить $x = \varepsilon z$ и искать решение в виде ряда $\psi = \psi_0 + \varepsilon^2\psi_1 + \varepsilon^4\psi_2 + \ldots$, то для функций ψ_0, ψ_1 и т. д. получится рекуррентная система

$$\frac{\partial^2\psi_0}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial\psi_0}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial^2\psi_1}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial\psi_1}{\partial r} = \frac{\partial^2\psi_0}{\partial r^2} \ldots \tag{8-51}$$

Приняв за масштаб длины радиус выходного сопла и обозначив радиус воздушного вихря через y, гранич-

ные условия можно записать в виде

$$\psi_0 = 0 \text{ при } r = 1;\ \psi_0 = \frac{V}{2\pi} \text{ при } r = y;$$

$$\psi_i = 0 \text{ при } r = 1 \text{ и } r = y.$$

Задача состоит в определении неизвестной границы воздушного вихря $y(z)$.

Решение рекуррентной системы уравнений имеет вид:

$$\psi_0 = B(x)(r^2 - 1);\ \psi_1 = \frac{\ddot{B}}{4}\frac{r^2-1}{y^2-1}\left[\frac{(y^2-1)^2}{2} - \right.$$
$$\left. - y^2 \ln y^2 - \frac{\ddot{B}}{4}\left[\frac{(r^2-1)^2}{2} - r^2 \ln r^2\right]\right., \qquad (8\text{-}52)$$

где $B(x) = V/2\pi(y^2-1)$; точки означают дифференцирование по x.

Если ограничиться двумя членами разложения и положить $\varepsilon = 1$, то получится приближенное решение $\psi = \psi_0 + \psi_1$. Считая производные $\dot{y}$ и $\ddot{y}$ малыми и пренебрегая их квадратами, можно вычислить значение квадрата осевой скорости на свободной границе $r = y$

$$v^2_z = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)^2 = \frac{V^2}{\pi^2(1-y)^2}\left[1 + \frac{y\ddot{y}}{1-y^2}\left(\frac{1-y^2}{2} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + 1 + \frac{\ln y^2}{1-y^2}\right)\right]. \qquad (8\text{-}53)$$

С другой стороны, величина v^2_z может быть найдена из (8-33). Приравнивая эти выражения, получим уравнение вида

$$\left(\frac{1-y^2}{2} + 1 + \frac{\ln y^2}{1-y^2}\right)y\ddot{y} = (1-y^2)\left[A^2(1-y^2)^2 \times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{1}{y^2_0} - \frac{1}{y^2}\right) - 1\right];\ y_0 = y(0). \qquad (8\text{-}54)$$

Анализ показывает, что для существования определенного предела $x = \lim\limits_{z\to 0} y$ необходимо выполнение некоторого соотношения, которое приближенно может быть представлено в форме

$$A^2(1-y^2_0)^3 = y^2_0\left[y^2_0 + \frac{8}{3} + 4\sqrt{\frac{1}{3}(y^4_0 + y^2_0) + \frac{4}{3}}\right]. \qquad (8\text{-}55)$$

Величина y_0 связана с параметром φ соотношением

$$y^2_0 = \frac{(\varphi A)^2 (1-\varphi)}{(\varphi A)^2 + \varphi - 1}. \qquad (8\text{-}56)$$

Используя полученные результаты, можно вычислить зависимость $\varphi(A)$, которая на рис. 8-18 представлена кривой *2*.

Рассмотренная теория не учитывает влияния вязкости на течение жидкости в форсунке и ничего не говорит о процессе распыливания. Эти вопросы могут быть выяснены на основе опытов, обобщенных согласно общим теоретическим положениям, развитым в начале этой главы.

8-8. КОЭФФИЦИЕНТ РАСХОДА ЦЕНТРОБЕЖНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ФОРСУНКИ

В общем случае величина ξ, входящая в формулу (8-45), является функцией геометрических параметров форсунки и критерия гидродинамического подобия

$$\mathrm{Re}' = \frac{w'_0 D_0}{\nu'}, \qquad (8\text{-}57)$$

где $D_0 = 2R_0$ — диаметр отверстия сопла форсунки.

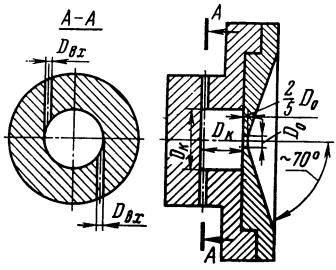


Рис. 8-20. Схема экспериментальной центробежной форсунки.

Ниже мы изложим основные результаты, полученные в экспериментальной работе А. Г. Блоха и Е. С. Кичкиной. Опыты были проведены с девятью форсунками, выполненными по схеме рис. 8-20. Диаметр камеры завихрения $D_к = 2R_к$ менялся от 3 до 9 мм, высота камеры завихрения h — от 2 до 6 мм, диаметр тангенциальных каналов $D_{вх} = 2R_{вх}$ — от 0,36 до 1,58 мм а их число от 1 до 2; диаметр выходного отверстия сопла D_0 изменялся от 0,36 до 1,58 мм, а геометрическая характеристика $A = (D_к - D_{вх}) D_0 / n D^2_{вх}$ менялась от 1,72 до 9,51. Опыты проводились с водой, растворами глицерина и глицеринового мыла, газойлем и керосином.

На рис. 8-21 показан коэффициент расхода форсунки по результатам этих опытов. Оказывается, что с достаточной точностью можно считать

$$\xi = \xi\left(A;\ \frac{D_к}{D_0};\ \mathrm{Re}'\right). \qquad (8\text{-}58)$$

В области $Re' < 1{,}6 \cdot 10^4$

$$\xi = 13\varphi \sqrt{\frac{\varphi}{2-\varphi}} \frac{\sqrt{\frac{D_к}{D_0}}}{\sqrt[3]{Re'}}, \qquad (8\text{-}59)$$

где φ берется как функция A по графику рис. 8-18.

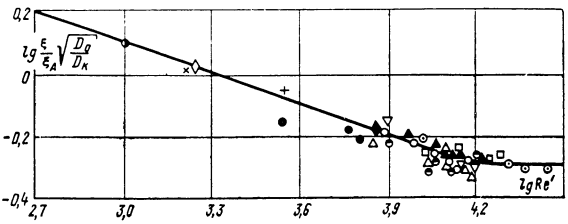


Рис. 8-21. Зависимость (8-58) по опытам с механическими форсунками. ξ_A определено по формуле (8-42).

Вода: □ — A=2,62, ▲ — 3,74, ▽ — 4,4, △ — 1,72, ○ — 2,12, ⊙ — 2,35, ◆ — 2,9, ● — 3,87, ■ — 9,51; ◑ — глицерин, $\mu = 2{,}06 \cdot 10^{-3}$ Н · с/м²; × — глицерин, $\mu = 29{,}1 \cdot 10^{-3}$ Н · с/м²; ◇ — газойль, $\mu = 7{,}7 \cdot 10^{-3}$ Н · с/м²; + — керосин — $\mu = 3{,}02 \cdot 10^{-3}$ Н · с/м²; ◓ — вода, $\mu = 0{,}98 \cdot 10^{-3}$ Н · с/м².

При $Re' > 1{,}6 \cdot 10^4$ коэффициент расхода практически не зависит от вязкости, а также, по-видимому, и от $D_к/D_0$.

8-9. РАСПЫЛИВАНИЕ ЖИДКОСТИ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ФОРСУНКОЙ

Наличие газового вихря в центробежной форсунке и вращательное движение вытекающей струи приводят к тому, что струя приобретает форму полого тела вращения. В связи с этим для центробеж-



Рис. 8-22. Распределение относительной плотности орошения при распыле маловязкой жидкости (вода) механической форсункой (A=5,38).

▲ — p=1,96 МПа; ○ — p=2,84 МПа; ● — p=0,49 МПа.

Номера кольцевой зоны	*I*	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*	*VII*	*VIII*	*IX*	*X*	*XI*	*XII*
Граничные диаметры зон, мм	16	48	80	112	144	176	208	240	272	304	336	368

ных форсунок типично такое распределение плотности орошения, при котором центральная часть факела (распыленной струи) заполнена небольшим количеством жидкости, а на некотором расстоянии от оси плотность орошения достигает максимума. Присутствие некоторого количества жидкости в центральной зоне объясняется выносом отдельных капель из основной струи за счет турбулентных пульсаций.

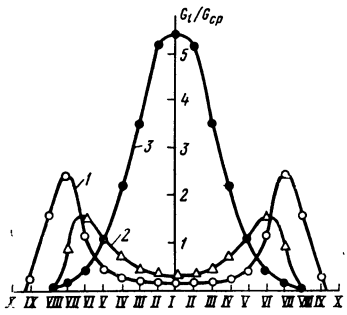


Рис. 8-23. Влияние вязкости на относительную плотность орошения при распыле механическими форсунками ($A=4{,}4$).

О — вода (p=0,834 МПа; μ'=0,98×$\times10^{-3}$ Н·с/м²; σ=7,16·10^{-2} Н/м); △ — керосин (p=0,93 МПа; μ'=3,02×$\times10^{-3}$ Н·с/м²; σ=2,7·10^{-2} Н/м); ● — газойль (p=0,59 МПа; μ'=7,7·10^{-3} Н·с/м²; σ=3,53·10^{-2} Н/м).

На рис. 8-22 и 8-23 показаны кривые распределения относительной плотности орошения $G_i/G_{ср}$ по опытам А. Г. Блоха и Е. С. Кичкиной. Здесь G_i — местная плотность орошения; $G_{ср}$ — средняя плотность орошения.

Эти графики показывают, что структура факела меняется в зависимости от вязкости, расхода жидкости и диаметра отверстия сопла. Для не очень вязких жидкостей при изменении расхода жидкости угол распыливания остается практически постоянным и меняется лишь характер кривой распределения плотности орошения. У вязких жидкостей расход влияет на угол распыливания. Кроме того, в этом случае возрастает влияние сил трения и в центре факела возникает максимум плотности орошения.

А. Г. Блох и Е. С. Кичкина дают следующую эмпирическую формулу для определения среднего диаметра капель в факеле, выдаваемом центробежной форсункой:

$$\frac{\overline{D}}{D_0}=48A^{-0,6}\left(\frac{\rho'\sigma D_0}{\mu'^2}\right)^{0,1}\left(\frac{\nu'}{w'_0D_0}\right)^{0,7}. \qquad (8\text{-}60)$$

Фракционный состав факела может быть определен по формуле (8-21), причем для указанных выше форсунок $m=2\div2{,}5$.

Формула (8-60) пригодна практически для всех маловязких жидкостей.

По этим же данным угол распыливания при $\mathrm{Re}'>3{,}5\cdot10^3$ и $\mu'^2/\sigma\rho'D_0>3\cdot10^4$ определяется формулой

$$\mathrm{tg}\,\alpha=3{,}0\cdot10^{-2}\left(\frac{D_0}{D_к}\right)^{0,4}\left(\frac{\sigma\rho'D_0}{\mu'^2}\right)^{0,33}(\mathrm{tg}\,\alpha_A), \qquad (8\text{-}61)$$

где $\mathrm{tg}\,\alpha_A$ берется по формуле (8-48) или по рис. 8-19.

При $\mathrm{Re}'<3{,}5\cdot10^3$ и $\dfrac{\mu'^2}{\sigma\rho'D_0}>3\cdot10^4$ $\mathrm{tg}\,\alpha$ оказывается зависящим и от числа Re'. Для этой области, по опытам с форсункой, имевшей $A=4{,}4$, получена зависимость

$$\mathrm{tg}\,\alpha=1{,}9\cdot10^{-3}\left(\frac{\mu'^2}{\rho'\sigma D_0}\right)^{0,25}\left(\frac{w'_0D_0}{\nu'}\right)^{0,9}(\mathrm{tg}\,\alpha_A). \qquad (8\text{-}62)$$

Глава девятая

АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

9-1. КВАЗИГОМОГЕННАЯ МОДЕЛЬ С ДИСПЕРГИРОВАННОЙ ЖИДКОЙ ФАЗОЙ

Рассмотрим элементарную квазигомогенную модель, в которой неоднородность системы учитывается только через плотность смеси. Скорость распространения звука в этом случае описывается тем же соотношением, что и в однородной среде:

$$a = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)^{1/2}, \tag{9-1}$$

где в данном случае $\rho = \rho_{см}$.

При этом можно выделить четыре предельные ситуации, определяемые условиями скольжения и теплообмена между фазами.

Примером одной из этих ситуаций является газ, в котором равномерно распределены весьма мелкие капли жидкости. В этом случае жидкая фаза следует за колебаниями в газовой фазе практически без скольжения и, следовательно, во всех точках системы сохраняется массовая концентрация фаз

$$w_{от} = 0,\ \varphi = \beta = \text{var},\ x = \text{const}. \tag{9-2}$$

При этом расходное газосодержание β и расходная массовая концентрация газа (в парожидкостной смеси — степень сухости пара) x связаны известным соотношением

$$x = \frac{\tilde{\rho}''\beta}{1 - (1 - \tilde{\rho}'')\beta}, \tag{9-3}$$

где $\tilde{\rho}'' = \rho''/\rho'$ — относительная плотность газа.

Для условий (9-2) плотность смеси равна:

$$\rho_{см} = \rho''\beta + \rho'(1 - \beta) = \rho''[x + \tilde{\rho}''(1 - x)]^{-1} \tag{9-4}$$

и соответственно

$$a = \frac{x + (1 - x)\tilde{\rho}''}{\sqrt{x\dfrac{\partial \rho''}{\partial p} + (1 - x)\tilde{\rho}''^{\,2}\dfrac{\partial \rho'}{\partial p}}}. \tag{9-5}$$

Здесь $\partial\rho''/\partial p = (a'')^{-2}$ — величина, обратная квадрату скорости распространения звука в газовой фазе; $\partial\rho'/\partial p = (a')^{-2}$ — величина, обратная квадрату скорости распространения звука в жидкой фазе.

При переходе к объемным концентрациям имеем:

$$a^2 = \tilde{\rho}''\left\{[1 - \beta(1 - \tilde{\rho}'')]\left[\beta\frac{\partial \rho''}{\partial p} + (1 - \beta)\tilde{\rho}''\frac{\partial \rho'}{\partial p}\right]\right\}^{-1}. \tag{9-6}$$

Минимальная скорость звука имеет место при объемной концентрации

$$\beta_m = \frac{1 - 2\tilde{\rho}'' \left(\frac{a''}{a'}\right)^2}{2(1-\tilde{\rho}'') - (2\tilde{\rho}'' - \tilde{\rho}'')\left(\frac{a''}{a'}\right)^2}. \tag{9-7}$$

При $\tilde{\rho}'' \left(\frac{a''}{a'}\right)^2 \ll 1$

$$2\beta_m = (1-\tilde{\rho}'')^{-1}, \tag{9-8}$$

т. е. при $\tilde{\rho}'' \geqslant \frac{1}{2}$ $\beta_m = 1$ и скорость звука в газожидкостной смеси всегда больше скорости звука в газе.

При $\tilde{\rho}'' \ll 1$

$$\beta_m = \frac{1}{2}; \quad a_m = 2a'' \sqrt{\tilde{\rho}''}. \tag{9-9}$$

При $a' \to \infty$

$$a \to a'' \sqrt{\frac{\rho''}{\beta - (1-\tilde{\rho}'')\beta^2}}. \tag{9-10}$$

Таким образом, в смесях с малой относительной плотностью газа скорость распространения звука может быть на два и более порядков меньше, чем в газовой фазе.

Примером второй крайней ситуации является распределение столь крупных капель, что они вследствие своей инерционности практически не следуют за акустическими волнами в газовой фазе.

Имеем:

$$\varphi = \text{const}; \quad \rho_{см} = \rho''\varphi + \rho'(1-\varphi). \tag{9-11}$$

Соответственно

$$a = \left[\varphi \frac{\partial \rho''}{\partial p} + (1-\varphi)\frac{\partial \rho'}{\partial p}\right]^{-1/2} \tag{9-12}$$

и при $a' \longrightarrow \infty$

$$a \to \frac{a''}{\sqrt{\varphi}}. \tag{9-13}$$

Таким образом, в элементарной модели с закрепленной жидкой фазой скорость звука всегда больше скорости звука в газовой фазе. При отсутствии теплообмена между фазами величины a' и a'' определяются по адиабатической сжимаемости среды. При бесконечно интенсивном теплообмене и $c'\rho' \gg c''\rho''$ величины a' и a'' определяются по изотермической сжимаемости среды.

9-2. КВАЗИГОМОГЕННАЯ МОДЕЛЬ С ДИСПЕРГИРОВАННОЙ ГАЗОВОЙ ФАЗОЙ

Одним из важных условий квазигомогенности в данном случае является требование малости расстояний между отдельными пузырьками по сравнению с характерным линейным масштабом движения смеси в целом. В отличие от системы, рассмотренной в предыдущем параграфе, в данном случае несущей средой является жидкость, а общая сжимаемость смеси решающим образом определяется диспергированной газовой фазой. При этом вследствие существенной сжимаемости газовые пузырьки могут находиться в колебательном режиме. Схема этой задачи дана на рис. 9-1. Газ в пузырьках будем считать идеальным, а процесс, вследствие большой теплоемкости и высокой теплопроводности несущей среды, — изотермическим. Эксперименты, проведенные Сю и Плессетом, подтверждают удовлетворительность такой схемы. Тогда плотность газа в пузырьке и давление в жидкости связаны соотношением

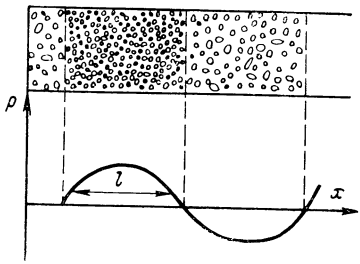


Рис. 9-1. Возмущение в газожидкостной среде.

$$p' + \frac{2\sigma}{R} = BT\rho'', \tag{9-14}$$

где R — радиус пузырька и B — газовая постоянная.

В силу условия изотермичности $BT = \text{const}$.

В монодисперсной системе

$$x = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho'' N, \tag{9-15}$$

где N — число пузырьков в единице массы смеси. Тогда уравнение состояния (9-14) можно записать в виде

$$\frac{p'}{\rho''} + 2\sigma\left(\frac{4\pi N}{3x\rho''^2}\right)^{1/3} = \text{const}. \tag{9-16}$$

Формулу (9-5) можно представить в виде

$$a^{-2} = (1-x)\left(\frac{\rho_{см}}{\rho'}\right)^2 \frac{\partial\rho''}{\partial p'} + x\left(\frac{\rho_{см}}{\rho''}\right)^2 \frac{\partial\rho''}{\partial p'}, \tag{9-17}$$

где $\partial\rho'/\partial p' = (a')^{-2}$ — как и ранее, величина, обратная квадрату скорости звука в жидкой фазе.

Если в (9-16) отбросить член, учитывающий сжимаемость газа под влиянием изменения радиуса кривизны границы раздела фаз (радиуса газовых пузырьков), то получим решение для изотермической сжимаемости, проанализированное в предыдущем параграфе.

С учетом поверхностного натяжения имеем при отсутствии скольжения ($x=\text{const}$, $N=\text{const}$)

$$a^{-2}=(1-x)\left(\frac{\rho_{см}}{\rho'}\right)^2(a')^{-2}+x\left(\frac{\rho_{см}}{\rho''}\right)^2\left(\frac{p'}{\rho''}+\frac{4\sigma}{3\rho''R}\right)^{-1}. \quad (9\text{-}18)$$

Здесь p'/ρ'' — квадрат изотермической скорости звука в газе при давлении, имеющем место в жидкой фазе. Член, учитывающий действие поверхностного натяжения, существен лишь при высокой степени диспергирования газовых пузырьков или при глубоком вакууме в системе.

Рассмотренные соотношения справедливы только для звуковых волн малой частоты, когда период волны существенно больше собственных колебаний пузырька.

При $\varphi>0{,}001$ и $\rho''\ll 1$ практически можно считать, что

$$a^2=\frac{p'+\frac{4\sigma}{3R}}{(1-\varphi)\varphi\rho'}. \quad (9\text{-}19)$$

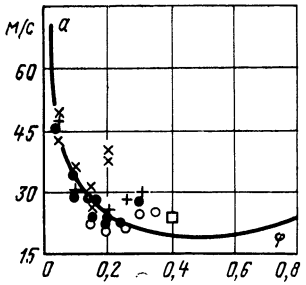


Рис. 9-2. Зависимость скорости звука a в газожидкостной среде от газосодержания φ.

Эту формулу часто называют низкочастотной аппроксимацией скорости звука в газожидкостной среде.

На рис. 9-2 представлена зависимость скорости звука a от газосодержания φ.

9-3. ДИСПЕРСИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

В более общем, т. е. не низкочастотном случае, следует учитывать пульсацию пузырьков и соответствующее радиальное движение жидкости в их окрестности. Инерция жидкости приводит к зависимости скорости звука от частоты колебаний, т. е. к дисперсии акустических волн. В этом параграфе мы рассмотрим такую дисперсию в смеси идеальных жидкостей без учета действия вязкости.

Уравнения движения и сплошности одномерного потока жидкости с мелкодиспергированным в ней газом имеют форму

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial w_{см}}{\partial t}+w_{см}\frac{\partial w_{см}}{\partial x}+\frac{1}{\rho_{см}}\frac{\partial p'}{\partial x}=0;\\&\frac{\partial\rho_{см}}{\partial t}+\frac{\partial\rho_{см}w_{см}}{\partial x}=0;\ w_{см}=\overline{w}'=\overline{w}'';\ \varphi=\beta.\end{aligned}\right\} \quad (9\text{-}20)$$

Пренебрегая изменением скорости течения по координате x, т. е. линеаризуя (9-20), имеем:

$$\frac{\partial^2\rho_{см}}{\partial t^2}\approx\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2}. \quad (9\text{-}21)$$

Возмущение плотности смеси в акустической волне можно записать в виде

$$\delta\rho_{см} = (1-x)\left(\frac{\rho_{см}}{\rho'}\right)^2 \delta p' + x\left(\frac{\rho_{см}}{\rho''}\right)\delta\rho'', \qquad (9\text{-}22)$$

или, при $\rho'' \ll \rho'$,

$$\delta\rho_{см} \approx -\beta(1-\beta)\rho'\frac{d\vartheta}{\vartheta}, \qquad (9\text{-}23)$$

где δ — знак возмущения и $\vartheta = x/\rho'' = \varphi/\rho_{см}$ — объем газа в единице массы смеси.

Для замыкания этих уравнений надо установить связь между параметрами газа в пузырьках и давлением в жидкости. Рассмотрим задачу о пульсации одиночного пузырька

Уравнение движения и сплошности для невязкой жидкости в сферических координатах имеет вид:

$$-\frac{1}{\rho'}\frac{\partial p'}{\partial r} = \frac{\partial \overline{w}'}{\partial t} + w'\frac{\partial \overline{w}'}{\partial r}; \quad \frac{\partial \overline{w}' r^2}{\partial r} = 0. \qquad (9\text{-}24)$$

Проинтегрировав уравнение неразрывности по радиусу, получим $r^2\overline{w}' = R^2 w_R$, где R — радиус сферы, $w_R = dR/dt$ — скорость движения поверхности пузыря.

Таким образом, имеем:

$$\overline{w}' = \frac{R^2}{r^2}\frac{dR}{dt}. \qquad (9\text{-}25)$$

Введя (9-25) в уравнение движения системы (9-24) и проинтегрировав это уравнение от R до ∞, получим:

$$\rho'\left[R\frac{\partial^2 R}{\partial t^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)^2\right] = (p_2 - p_\infty) = \Delta p + \frac{2\sigma}{R}. \qquad (9\text{-}26)$$

Здесь $\Delta p(t)$ — разность давлений в жидкости и газе.

Для акустических колебаний, вызывающих малые изменения давления, можно линеаризовать уравнение (9-26), отбросив квадрат скорости перемещения границы раздела фаз и введен приращения давления, т. е. положить:

$$\rho' R_0 \frac{d^2 R}{dt^2} = \delta p'' - \delta p' + (R - R_0)\frac{2\sigma}{R_0^2}, \qquad (9\text{-}27)$$

где R_0 — равновесный радиус газового пузырька и $|R - R_0| \ll R_0$.

Колебания давления газа связаны с колебаниями размеров пузырька условием изотермического расширения в массе жидкости т. е.

$$p''R^3 = \text{const}, \quad \delta p'' \approx -\frac{3p''}{R_0}(R - R_0) =$$

$$= (R_0 - R)\left(\frac{3p'}{R_0} + \frac{6\sigma}{R_0^2}\right). \qquad (9\text{-}28)$$

С учетом этих выражений уравнение (9-27) можно записать в следующем виде:

$$\frac{d^2R}{dt^2}+\omega^2(R-R_0)+\frac{\delta p'}{\rho' R_0}=0, \tag{9-29}$$

где величина

$$\omega=R_0^{-1}\left(\frac{3p'}{\rho'}+\frac{4\sigma}{\rho' R_0}\right)^{1/2} \tag{9-30}$$

является собственной частотой колебания пузырька.

Подставляя эти выражения в (9-27), находим, что

$$\left.\begin{aligned}\delta p' &= \rho' A\sin(kx-nt);\\ \delta\vartheta &= \vartheta B\sin(kx-nt);\end{aligned}\right\} \tag{9-31}$$

$$A=\frac{1}{3}R^2_0(n^2-\omega^2)B. \tag{9-32}$$

Квадрат фазовой скорости возмущений в рассматриваемом случае равен:

$$a^2=\left(\frac{n}{k}\right)^2=\frac{R^2_0(\omega^2-n^2)}{3\varphi(1-\varphi)}. \tag{9-33}$$

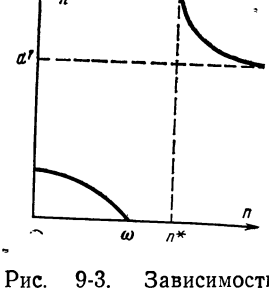


Рис. 9-3. Зависимость фазовой скорости звука a_n от частоты n.
n^* — резонансная частота пузырька.

Полученное дисперсионное соотношение показывает, что фазовая и групповая скорости обладают максимумом в предельном случае длинных волн $k\longrightarrow 0$ так же, как и в случае поверхностных гравитационных волн при конечной постоянной глубине бассейна.

На рис. 9-3 показана зависимость фазовой скорости звука a_n от частоты n. При $n\longrightarrow\omega$ в рассматриваемой системе нельзя возбудить прогрессивной волны: каждый пузырек осциллирует со своей собственной частотой, и попытка возбудить бегущую волну приводит только к резонансным колебаниям пузырьков.

9-4. ЭВОЛЮЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

Рассмотрим ту же монодиспергированную систему при условии, что расстояние между пузырьками газа много больше их радиуса и существенно меньше длины волны или ширины возмущения.

Процесс распространения волны изотермический, скольжение отсутствует и $\varphi=\beta$.

Уравнение движения и сплошности запишем в форме (9-20). Для установления связи между δp и $\delta\rho_{\text{см}}$ используем уравнение Рэлея для пульсаций одиночного пузырька с учетом влияния вязкости жидкой среды. Имеем:

$$R\frac{d^2R}{dt^2}+\frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2=-\frac{1}{\rho'}[p_\infty-p(R)]-\frac{4\mu'}{R}\frac{dR}{dt}. \tag{9-34}$$

Здесь предполагается, что основные диссипативные потери, возникающие при пульсациях пузырьков, имеют место на границе раздела фаз.

Уравнение (9-34) может быть приближенно переписано для приращения объема газа в единице массы смеси ϑ:

$$\frac{\rho'}{4\pi RN}\frac{d^2\delta\vartheta}{dt^2}+\frac{4}{3}\mu'\frac{d}{dt}\left(\frac{\delta\vartheta}{\vartheta}\right)=-\frac{1}{\rho'}[p_\infty-p(R)]. \qquad (9\text{-}35)$$

Величина $\rho'/4\pi RN$ называется присоединенной массой газовых включений.

Используя соотношение (9-22), уравнение (9-35) можно переписать в виде

$$\delta p=\frac{\left(p_0+\frac{4}{3}\frac{\sigma}{R_0}\right)}{\rho_{см}\varphi_0}\delta\rho_{см}+\frac{4}{3}\frac{\nu'}{(1-\varphi_0)\varphi_0}\frac{d\delta\rho_{см}}{dt}+$$
$$+\frac{R^2_0}{3(1-\varphi_0)\varphi_0}\frac{d^2\delta\rho_{см}}{dt^2} \qquad (9\text{-}36)$$

Коэффициент при приращении плотности смеси $\delta\rho_{см}$ совпадает с выражением для низкочастотной аппроксимации скорости звука (9-19). Уравнение (9-36) может быть использовано в качестве уравнения состояния. Присутствие производных по времени от изменений плотности указывает на наличие нелокальной по времени связи между δp и $\delta\rho_{см}$, что является следствием инерции присоединенной массы газовых включений. В конечном итоге это приводит к появлению дисперсии и достаточно высокой диссипации акустических волн в газожидкостной смеси.

Уравнения (9-20) с учетом (9-36) в одномерном случае принимают вид системы уравнений Навье—Стокса—Буссинеска. Полагая коэффициенты при $\frac{d\delta\rho_{см}}{dt}$ и $\frac{d^2\delta\rho_{см}}{dt^2}$ малыми, производные по времени приближенно можно заменить $\frac{d\delta\rho_{см}}{dt}=-\rho_{см}\frac{\partial w_{см}}{\partial x}$ из уравнения неразрывности и $\frac{\partial^2\delta\rho_{см}}{\partial t^2}=a^2_0\frac{\partial^2\rho_{см}}{\partial x^2}$ из волнового уравнения, после чего, подставляя (9-36) в (9-20), имеем:

$$\frac{\partial w_{см}}{\partial t}+w_{см}\frac{\partial w_{см}}{\partial x}+\frac{a^2_0}{\rho_{см}}\frac{\partial\rho_{см}}{\partial x}=2\eta\frac{\partial^2 w_{см}}{\partial x^2}-2\frac{\chi a_0}{\rho_{см}}\frac{\partial^3\rho_{см}}{\partial x^3}; \qquad (9\text{-}37)$$

$$\frac{\partial\rho_{см}}{\partial t}+\rho_{см}\frac{\partial w_{см}}{\partial x}+w_{см}\frac{\partial\rho_{см}}{\partial x}=0, \qquad (9\text{-}38)$$

где $2\eta=\frac{4}{3}\frac{\nu}{\varphi_0(1-\varphi_0)}$ и $2\chi=\frac{1}{3}\frac{R^2_0 a_0}{\varphi_0(1-\varphi_0)}$.

Система Навье — Стокса — Буссинеска описывает распространение волн конечной амплитуды в газожидкостной среде. Член со второй производной в уравнении (9-37) ответствен, как обычно, за диссипативные процессы в газожидкостной смеси.

Коэффициент η имеет в данном случае смысл объемной вязкости, возникающей за счет диссипативных потерь на границе раздела фаз.

Член с третьей производной описывает влияние дисперсионных эффектов, рассмотренных в первом приближении в § 9-3, на движение двухфазной смеси в целом.

В случае, когда $\eta=\chi=0$, система (9-37), (9-38) допускает решения в виде «простых волн» или волн Римана.

Запишем для случая $\eta=\chi=0$ систему (9-37), (9-38)

$$\frac{\partial w_{см}}{\partial t}+w_{см}\frac{\partial w_{см}}{\partial x}+\frac{a^2}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x}=0;$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\rho\frac{\partial w_{см}}{\partial x}+w_{см}\frac{\partial \rho}{\partial x}=0.$$

Решение такой системы ищем в виде простой волны $\rho=f(w_{см})$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial w_{см}}{\partial t}+w_{см}\frac{\partial w_{см}}{\partial x}+\frac{a^2}{\rho}\left(\frac{\partial f}{\partial w_{см}}\right)\frac{\partial w_{см}}{\partial x}=0;\\&\left(\frac{\partial f}{\partial w_{см}}\right)\frac{\partial w_{см}}{\partial t}+w_{см}\left(\frac{\partial f}{\partial w_{см}}\right)\frac{\partial w_{см}}{\partial x}+\rho\frac{\partial w_{см}}{\partial x}=0.\end{aligned}\right\}\quad(9\text{-}39)$$

Систему (9-39) можно рассматривать как алгебраическую относительно $\partial w_{см}/\partial x$ и $\partial w_{см}/\partial t$. Тогда для того, чтобы система имела нетривиальные решения, детерминат системы должен равняться нулю. Из условия равенства нулю определителя системы вытекает равенство

$$\left(\frac{\partial f}{\partial w_{см}}\right)=\pm\frac{\rho}{a}.\qquad(9\text{-}40)$$

Знак «плюс» соответствует волне, бегущей вправо:

$$\rho=\int\frac{\rho}{a}\,dw_{см}.\qquad(9\text{-}41)$$

Подставляя (9-40) в одно из уравнений (9-39), получим уравнение для простой волны Римана

$$\frac{\partial w_{см}}{\partial t}+(w_{см}+a)\frac{\partial w_{см}}{\partial x}=0.\qquad(9\text{-}42)$$



Рис. 9-4. Эволюция возмущения в недиссипативной бездисперсионной среде.

Уравнение (9-42) играет фундаментальную роль в газодинамике, так как допускает аналитические решения, позволяющие установить основные закономерности эволюции возмущения конечной амплитуды до образования скачков уплотнения или ударных волн. Анализ эволюции на основе уравнения (9-42) является широко известным и содержится в любом учебнике по газовой динамике.

При перемещении возмущения профиль становится более крутым, так как разные точки профиля движутся со скоростями, пропорциональными возмуще-

нию скорости среды в этой точке. Начальное возмущение скорости, имеющее профиль, показанный на рис. 9-4,*а*, распространяется вправо.

Рассмотрение эволюции волны на основе (9-42) справедливо до так называемого «перехлеста» волны (рис. 9-4,*в*). Начало перехлеста волны соответствует моменту образования разрывов, скачков уплотнения или ударных волн.

В общем случае система (9-37), (9-38) не содержит решений типа волн Римана и ее невозможно привести к одному уравнению, как это сделано для системы (9-37). Однако в случае слабой дисперсии и диссипации можно искать решение системы в виде квазипростой волны

$$\rho = \int \frac{\rho}{a}\, dw_{\text{см}} + \Psi(x, t), \tag{9-43}$$

где $\Psi(x, t)$ — малая добавка. Подставляя (9-42) в (9-37), (9-38), имеем:

$$\frac{\partial w_{\text{см}}}{\partial t} + w_{\text{см}} \frac{\partial w_{\text{см}}}{\partial x} + a_0 \frac{\partial w_{\text{см}}}{\partial x} = -\frac{a_0^2}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + 2\eta \frac{\partial^2 w_{\text{см}}}{\partial x^2} - 2\chi a_0 \frac{\partial^3 w_{\text{см}}}{\partial x^3};$$

$$\frac{\partial w_{\text{см}}}{\partial t} + w_{\text{см}} \frac{\partial w_{\text{см}}}{\partial x} + a_0 \frac{\partial w_{\text{см}}}{\partial x} = -\frac{\partial \Psi}{\partial t}.$$

Условие тождественности этих двух уравнений дает одно уравнение для Ψ

$$-\frac{a_0^2}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{a_0}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial t} + 2\eta \frac{\partial^2 w_{\text{см}}}{\partial x^2} - 2\chi a_0 \frac{\partial^3 w_{\text{см}}}{\partial x^3} = 0. \tag{9-44}$$

Учитывая, что $\Psi(x, t)$ — величина малая, уравнение (9-44) можно проинтегрировать вдоль характеристики $x - a_0 t = \text{const}$, введя переменную $\xi = x - a_0 t$:

$$\Psi = \frac{\rho}{a_0^2} \left(\eta \frac{\partial w_{\text{см}}}{\partial \xi} - \chi \frac{\partial^2 w_{\text{см}}}{\partial \xi^2} \right). \tag{9-45}$$

Подставляя (9-43) с учетом (9-45) в любое из уравнений (9-37), (9-38), получаем одно уравнение

$$\frac{\partial w_{\text{см}}}{\partial t} + (w_{\text{см}} + a_0) \frac{\partial w_{\text{см}}}{\partial x} - \eta \frac{\partial^2 w_{\text{см}}}{\partial x^2} + \chi \frac{\partial^3 w_{\text{см}}}{\partial x^3} = 0, \tag{9-46}$$

или в системе отсчета, движущейся со скоростью звука a_0:

$$\frac{\partial w_{\text{см}}}{\partial \tau} + w_{\text{см}} \frac{\partial w_{\text{см}}}{\partial \xi} - \eta \frac{\partial^2 w_{\text{см}}}{\partial \xi^2} + \chi \frac{\partial^3 w_{\text{см}}}{\partial \xi^3} = 0. \tag{9-47}$$

Здесь $\xi = (x - a_0 t)$, $\tau = t$.

Введя безразмерные переменные

$$\tilde{\tau} = \frac{\tau w_0}{\xi_1}; \quad \xi_1 = \frac{\xi}{l}; \quad \tilde{w} = \frac{w_{\text{см}}}{w_0},$$

где l — ширина начального возмущения или длина волны, w_0 — амплитуда начального возмущения, в уравнение (9-47), получим:

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{\tau}} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \xi_1} - \frac{\eta}{w_0 l} \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \xi_1^2} + \frac{\chi}{w_0 l^2} \frac{\partial^3 \tilde{w}}{\partial \xi_1^3} = 0. \tag{9-48}$$

Уравнение (9-48) называется уравнением Бюргерса — Кортевега де Фриза.

В случае $\chi=0$ уравнение (9-48) переходит в уравнение Бюргерса

$$\frac{\partial \widetilde{w}}{\partial \widetilde{\tau}}+\widetilde{w}\frac{\partial \widetilde{w}}{\partial \xi_1}=\frac{\eta}{w_0 l}\frac{\partial^2 \widetilde{w}}{\partial \xi_1^2}. \tag{9-49}$$

Уравнение (9-49) описывает эволюцию нелинейных волн в диссипативной среде и, в отличие от уравнения (9-42), содержит в качестве решения ударные волны.

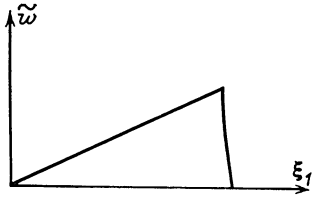


Рис. 9-5. Асимптотическое решение уравнения Бюргерса при $\widetilde{\tau}\longrightarrow\infty$ — ударная волна.

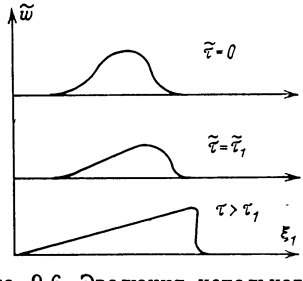


Рис. 9-6. Эволюция начального возмущения в диссипативной бездисперсионной нелинейной среде.

Уравнение (9-49), так же как и (9-42), допускает решения в аналитическом виде благодаря подстановке Хопфа.

Полагая, что

$$\widetilde{w}=-\frac{2\eta}{w_0 l}\frac{\varphi_{\xi_1}}{\varphi}=-\frac{2\eta}{w_0 l}\frac{\partial}{\partial \xi_1}\ln\varphi\,(\xi_1\widetilde{\tau}), \tag{9-50}$$

для некоторой функции $\varphi(\xi_1, \widetilde{\tau})$ получаем уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \widetilde{\tau}}=\frac{\eta}{w_0 l}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi_1^2}. \tag{9-51}$$

Решение уравнения (9-51) имеет вид:

$$\varphi\,(\xi_1\widetilde{\tau})=\frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi\eta\widetilde{\tau}}{w_0 l}}}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{(\xi_1-z)^2}{\frac{4\eta\widetilde{\tau}}{w_0 l}}-\frac{1}{\frac{2\eta}{w_0 l}}\int_0^z w_0\,(z')\,dz'\right]dz, \tag{9-52}$$

где $w_0(z')\approx w_0(\xi_1, 0)$ начальное возмущение.

При $\tau\longrightarrow\infty$ решение уравнения Бюргерса описывает профиль ударной волны, показанный на рис. 9-5.

На рис. 9-6 представлено характерное решение нестационарного уравнения Бюргерса.

В случае, когда $\eta=0$, а $\chi\neq 0$, уравнение (9-47) принимает вид уравнения Кортвега де Фриза

$$\frac{\partial\tilde{w}}{\partial\tilde{\tau}}+\tilde{w}\frac{\partial\tilde{w}}{\partial\tilde{\xi}_1}+\frac{\chi}{w_0 l^2}\frac{\partial^3\tilde{w}}{\partial\tilde{\xi}^3_1}=0. \tag{9-53}$$

Уравнение (9-53) допускает два типа решений в зависимости от величины параметра $\chi/w_0 l^2$ и вида начального возмущения $\tilde{w}_0(\tilde{\xi}_1, 0)$ — это так называемые уединенные волны, или солитоны, и волновые пакеты — кноидальные волны (рис. 9-7 и 9-8).

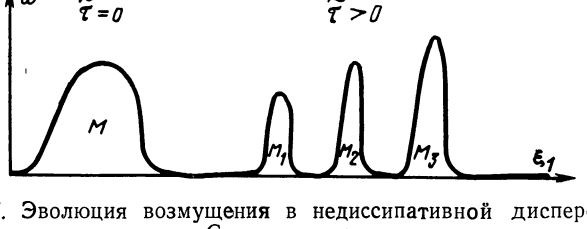


Рис. 9-7. Эволюция возмущения в недиссипативной дисперсионной среде. Солитонные решения.
$M=M_1+M_2+M_3$.

Легко видеть, что уравнение (9-53) допускает бесконечное число так называемых законов сохранения вида $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde{w}^n d\tilde{\xi}_1=\text{const}$, в то время как уравнение Бюргерса и уравнение (9-48) допускают лишь один закон сохранения импульса $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde{w}\,d\tilde{\xi}_1=\text{const}$.

На рис. 9-9 показаны результаты численного интегрирования уравнения (9-53).

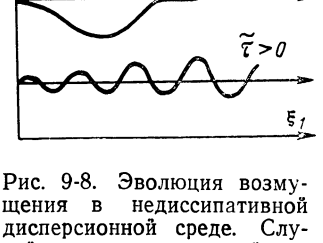


Рис. 9-8. Эволюция возмущения в недиссипативной дисперсионной среде. Случай решения «волновой пакет».

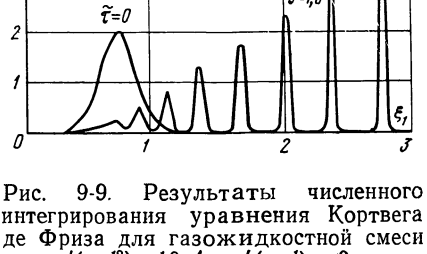


Рис. 9-9. Результаты численного интегрирования уравнения Кортвега де Фриза для газожидкостной смеси $\chi/(w_0 l^2)=10^{-4}$; $\eta/(w_0 l)=0$.

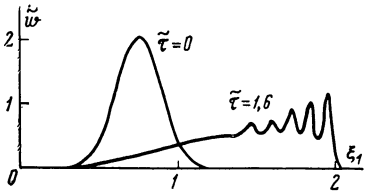


Рис. 9-10. Результаты численного интегрирования уравнения Бюргерса—Кортвега де Фриза $\chi/(w_0 l^2)=10^{-4}$; $\eta/(w_0 l)=10^{-2}$.

В газожидкостной среде одинаково существенны как дисперсионные, так и диссипативные эффекты. При анализе распространения акустических волн это может иметь важное значение, поэтому эволюцию возмущений в газожидкостной смеси необходимо рассматривать на основе уравнения (9-47).

На рис. 9-10 показана эволюция акустических волн, полученная в результате численного интегрирования уравнения (9-48).

9-5. УДАРНЫЕ ВОЛНЫ

В процессе распространения возмущения нелинейные эффекты приводят к увеличению крутизны профиля волны, а различные диссипативные и диффузионные процессы уравновешивают нелинейные эффекты и способствуют установлению стационарной формы ударной волны. В газожидкостной среде возможна диссипация, возникающая при радиальных пульсациях одиночного пузырька и его скольжении относительно жидкости.

Вингарден показал, что для достаточно широких ударных волн диссипативные эффекты радиальных пульсаций преобладают над диссипацией «проскальзывания» и, следовательно, для таких волн применимо приближение односкоростной гомогенной модели. При определенных значениях параметров смеси и ударной волны следует ожидать существенного влияния дисперсионных эффектов на структуру ударной волны в двухфазной среде.

Структуру установившейся слабой ударной волны можно изучить на основе стационарных решений уравнения Бюргерса — Кортвега де Фриза (9-47), (9-48).

Подставив в (9-47)

$$w_{\text{см}}=w_{\text{см}}(\xi-v\tau), \tag{9-54}$$

для функции $w_{\text{см}}=w_{\text{см}}(z)$ получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\chi\frac{d^3w_{\text{см}}}{dz^3}-\eta\frac{d^2w_{\text{см}}}{dz^2}+\frac{dw_{\text{см}}}{dz}(w_{\text{см}}-v)=0. \tag{9-55}$$

Здесь $z=\xi-v\tau$; v — скорость распространения ударной волны в системе отсчета, движущейся со скоростью a_0.

Проинтегрируем уравнение (9-55) один раз при условиях

$$w_{\text{см}}=\frac{\partial w_{\text{см}}}{\partial z}=\frac{\partial^2 w_{\text{см}}}{\partial z^2}=0 \text{ при } z\to\infty. \tag{9-56}$$

Условие $w_{\text{см}}(\infty)=0$ не нарушает общности, а лишь фиксирует систему отсчета. Имеем:

$$\chi\frac{d^2w_{\text{см}}}{dz^2}-\eta\frac{dw_{\text{см}}}{dz}+\frac{w^2_{\text{см}}}{2}-vw_{\text{см}}=0. \tag{9-57}$$

Интегрируя (9-58) по z от $-\infty$ до ∞, получаем, что в данном случае

$$v = \frac{\Delta w_{\text{см}}}{2}, \tag{9-58}$$

где

$$\Delta w_{\text{см}} = w_{\text{см}}(-\infty) - w_{\text{см}}(\infty) = w_{\text{см}}(-\infty). \tag{9-59}$$

На рис. 9-11 показаны результаты численного интегрирования уравнения (9-57), обезразмеренного по ширине фронта ударной волны

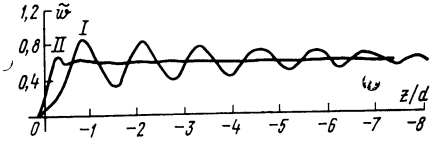


Рис. 9-11. Результаты численного интегрирования стационарного уравнения Бюргерса—Кортвега де Фриза (расчет структуры фронта ударной волны) $\chi/(a_0 d^2) = 10^{-4}$.
$I - \eta/(a_0 d) = 10^{-4}$; $II - \eta/(a_0 d) = 10^{-3}$.

ны d и скорости звука a_0 для различных χ и η. Структура ударной волны может иметь осциллирующий характер, и с увеличением вязкости в смеси профиль скачка стремится к монотонному.

По-видимому, впервые такой подход к изучению структуры ударной волны в диспергирующей среде был развит Р. З. Сагдеевым при изучении бесстолкновительных ударных волн в плазме и в дальнейшем систематически изложен в работе В. И. Карпмана и Б. Б. Кадомцева.

Необходимо подчеркнуть, что учет вязкости смеси является принципиальным, так как только в этом случае стационарные решения уравнения (9-47) содержат в качестве решений ударные волны.

Оценить условия, при которых существуют ударные волны с осциллирующей структурой, можно исходя из рассмотрения асимптотического поведения решения уравнения (9-57) при $z \longrightarrow -\infty$.

Считаем, что

$$w_{\text{см}} = \Delta w_{\text{см}} + f, \tag{9-60}$$

где f — малая добавка к скачку скорости.

Подставляя (9-60) в (9-57) и линеаризуя полученное уравнение относительно f, получим:

$$\chi \frac{d^2 f}{dz^2} - \eta \frac{df}{dz} + vf = 0. \tag{9-61}$$

Решение уравнения (9-61)

$$f \sim \exp\left(\frac{\eta}{2\chi} \pm \sqrt{\frac{\eta^2}{4\chi^2} - \frac{v}{\chi}}\right). \tag{9-62}$$

Нетрудно видеть, что в случае, когда

$$v > \frac{\eta^2}{4\chi}, \tag{9-63}$$

профиль ударной волны имеет осциллирующий характер.

В безразмерной форме условие (9-63) имеет вид:

$$\frac{\nu}{R_0 a_0} < \left[\frac{3}{2}\varphi_0(1-\varphi_0)(M-1)\right]^{1/2}, \tag{9-64}$$

где $M = 1 + \frac{\Delta w}{2a_0}$ — число Маха ударной волны.

Схема экспериментальной установки, на которой проводились исследования неустановившихся ударных волн, представлена на рис. 9-12. Ударная труба представляла собой прозрачный стакан из органического стекла с внутренним диаметром 60 мм и длиной 1000 мм. Объемное газосодержание смеси изменялось в пределах от 0,005 до 0,15.

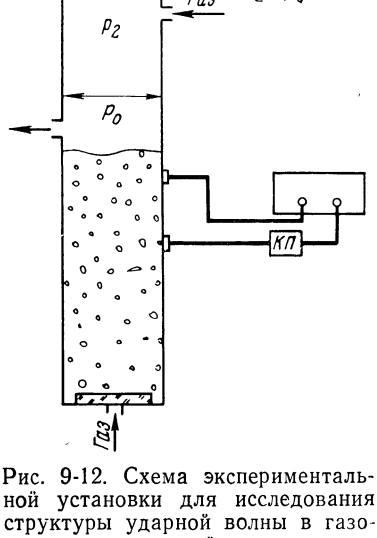


Рис. 9-12. Схема экспериментальной установки для исследования структуры ударной волны в газожидкостной смеси.

Возмущающий импульс создавался разрывом диафрагмы, расположенной в верхней части трубы. При достижении перепада давления, необходимого для разрыва диафрагмы, по трубе распространялась ударная волна. Время разрушения диафрагмы $t = 10^{-5}$ с. Оно оценивалось по времени нарастания давления во фронте волны, распространяющейся в воздухе.

По длине трубы располагались два пьезометрических датчика, заделанных заподлицо со стенкой ударной трубы. Сигнал с датчиков подавался на катодный повторитель *КП* и затем на электронно-лучевой осциллограф, с экрана которого производилось фотографирование.

Используемый датчик обладал частотно независимой характеристикой в диапазоне 0,2—25 кГц. Влияние отраженных волн на процесс, регистрируемый датчиком, исключалось выбором соответствующего времени развертки.

На рис. 9-13 приведена типичная осциллограмма профиля давления во фронте ударной волны.



Рис. 9-13. Характерная осциллограмма профиля давления во фронте ударной волны.

Расстояние от уровня жидкости до датчика 0,8 м; $M_{ад} = 1{,}17$; $R_0 = 0{,}075$ см; $\varphi_0 = 0{,}99 \cdot 10^{-2}$.

На рис. 9-14 показаны осциллограммы давления во фронте ударной волны в водо-азотной смеси для различных диаметров пузырей и одного числа Маха волны. Нетрудно видеть, что увеличение диаметра пузырей приводит к уменьшению частоты характерных осцилляций.

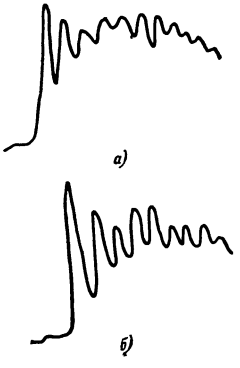


Рис. 9-14. Осциллограмма профиля давления во фронте ударной волны в зависимости от радиуса пузырьков. $M_{ад}=1{,}28$; $\varphi_0=0{,}78\cdot10^{-2}$.
а — $R_0=0{,}048$ см; *б* — $R_0=0{,}069$ см.

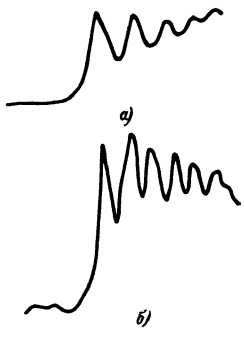


Рис. 9-15. Осциллограмма профиля давления во фронте ударной волны в зависимости от интенсивности волны. $R_0=0{,}075$ см; $\varphi_0=0{,}99\cdot10^{-2}$.
а — $M_{ад}=1{,}17$; *б* — $M_{ад}=1{,}33$.



Рис. 9-16. Осциллограмма профиля давления во фронте ударной волны в среде с мелкими пузырями.
Расстояние от датчика до уровня жидкости 0,8 м; $M_{из}=1{,}28$; $R_0=0{,}01$ см; $\varphi_0=4{,}7\cdot10^{-2}$.

На рис. 9-15 показаны профили давлений во фронте ударной волны для различных интенсивностей волны. Рисунок 9-16 демонстрирует влияние искусственно увеличенной вязкости смеси на структуру ударной волны. Профиль давления имеет монотонный характер.

Глава десятая

ТЕЧЕНИЯ С БОЛЬШИМИ СКОРОСТЯМИ

10-1. КРИТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ В СОПЛАХ

При больших скоростях газожидкостных смесей отчетливо проявляются релаксационные свойства двухфазных систем. В механическом смысле это выражается через неравномерность течения вследствие различия в локальных плотностях и структуре компонент сме-

си. Так, в конфузорном течении жидкость, диспергированная в потоке газа, отстает от него, а в диффузорном течении обгоняет.

В термодинамическом смысле быстротекущий поток парожидкостной смеси может быть также существенно неравновесным. Например, водяной пар в сверхзвуковом метастабильном потоке может быть переохлажден более чем на десять градусов, а перегрев жидкой фазы при адиабатном расширении воды может достигать нескольких десятков градусов. Далее, при больших скоростях течения нельзя пренебрегать эффектами сжимаемости как газовой фазы, так и всей смеси в целом. При пузырьковой и пенной структурах смеси, когда величина скорости звука мала, в газожидкостном потоке могут возникать характерные скачки уплотнения и волны разрежения даже при весьма умеренных скоростях течения.

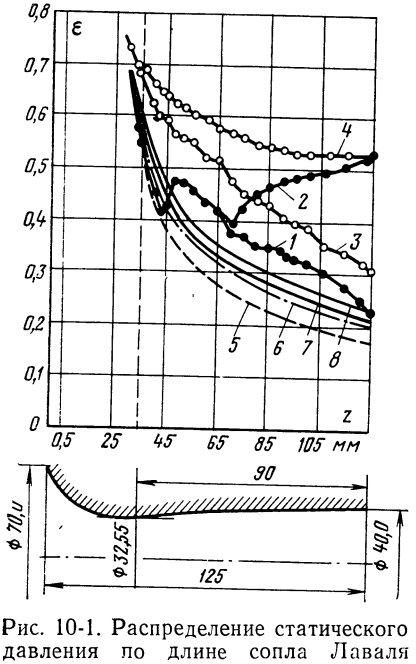


Рис. 10-1. Распределение статического давления по длине сопла Лаваля (p_0=0,118 МПа).

Рассмотрим некоторые экспериментальные данные о течение пароводяной смеси в сопле Лаваля. На рис. 10-1 показано распределение статического давления вдоль осесимметричного сопла при давлении торможения p_0= =0,118 МПа и начальной степени сухости водяного пара (массовое содержание газовой фазы) x_0=0,78 или $y_0=1-x_0=0{,}22$ (кривые *1*, *2*) и $x_0=0{,}30$ (кривые *3*, *4*, $y_0=0{,}70$). Там же нанесены расчетные кривые расширения с показателями изоэнтропы перегретого водяного пара ($\gamma=1{,}30$, кривая *5*) и сухого насыщенного водяного пара ($\gamma=1{,}135$, кривая *6*). Кроме того, представлены кривые, характеризующие процесс равновесного расширения двухфазной смеси при $y_0=0{,}22$ (кривая *7*) и $y_0=0{,}7$ (кривая *8*). Экспериментальные данные *1* и *3* получены при относительных давлениях ε_a равных 0,15 и 0,30, а данные *2* и *4* — при $\varepsilon_a=0{,}53$. Здесь

$$\varepsilon_a=\frac{p_a}{p^*_0}, \qquad (10\text{-}1)$$

где p_a — давление за соплом и p^*_0 — давление торможения.

Средний диаметр капель воды при входе смеси в сопло равнялся 0,1 мм. Отчетливо видно, что при небольших начальных влагосодержаниях смеси наблюдается скачок конденсации, переводящий поток из переохлажденного состояния в равновесное. До скачка конденсации экспериментальная линия $\varepsilon(z)$, где z — продольная координата сопла, располагается между расчетом для перегретого и сухого на-

сыщенного пара, а после скачка — существенно выше. Сопло в этом случае работает в режиме недорасширения. Далее, в случае небольшого относительного давления ($\varepsilon_a=0{,}15$) идет монотонное снижение давления, несколько ускоряющееся вблизи выходной кромки сопла ($z=L$). На последней локальное относительное давление $\varepsilon_L>\varepsilon_a$.

Экспериментальная кривая *2* для того же значения x_0 и $\varepsilon_a=0{,}53$ показывает возникновение на некотором расстоянии за скачком конденсации скачка уплотнения так, что $\varepsilon_L=\varepsilon_a$. Таким образом, наблюдаются явления, характерные для сверхзвукового течения.

Распределение давления в потоке с большой начальной влажностью ($y_0=0{,}70$) имеет существенно другой характер. При малом противодавлении ($\varepsilon_a=0{,}15$, кривая *3*) давление вдоль сопла снижается монотонно и всюду больше, чем при расширении более сухой смеси. Поток дозвуковой и скачка конденсации и уплотнения не наблюдается. При значительном противодавлении ($\varepsilon_a=0{,}53$, кривая *4*), возмущение из выхлопного бака распространяется вверх по соплу и давление всюду возрастает еще больше по сравнению с течением пара, а расход падает.

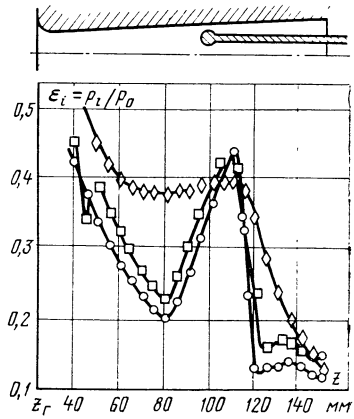


Рис. 10-2. Распределение статического давления в расширяющейся части сопла Лаваля при введении в поток источника возмущений.
О — перегретый пар ($\Delta T_{\text{пер}}\approx 0{,}5°C$); □ — $y_0=0{,}30$; ◇ — $y_0=0{,}7$.

На рис. 10-2 показано распределение статического давления в расширяющейся части плоского сопла Лаваля, измеренное при введении в поток источника возмущения. Как в потоке слабо перегретого пара, так и в потоке со степенью сухости $x_0=0{,}7$ перед возмущающим телом, практически в одном и том же сечении, наблюдается криволинейный скачок уплотнения. При большой влажности ($x_0=0{,}3$) скачок уплотнения отсутствует, т. е. имеет место дозвуковое течение. В данных опытах переход к дозвуковому течению по всему соплу наступил при $x_{\text{кр}}\approx 0{,}5$. Следует отметить, что в нерасчетных режимах скачки уплотнения по мере увеличения влажности ($x_0<x_{\text{кр}}$) становились все более «размытыми».

Приведенные примеры показывают, что от исходных параметров смеси и условий расширения зависят не только количественная сторона процесса, но и его качественные характеристики, включая возникновение или отсутствие критических эффектов.

Очевидно, что такие сложные течения в теоретическом плане могут анализироваться только путем рассмотрения некоторых условных моделей так, как это, например, было сделано в гл. 6 на примере кольцевого течения жидкой фазы в трубе. Однако в данном случае основными должны являться модели с диспергированной компонентой: при больших газосодержаниях — жидкой и при малых — газовой (паровой).

При этом проблема трения на границе с твердой стенкой, фундаментальная в задачах гл. 6, в данном случае не имеет существенного значения, поскольку важным является изучение изменения параметров ядра потока.

10-2. УРАВНЕНИЯ ОДНОМЕРНОГО СТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ В ПРЯМОЛИНЕЙНОМ КАНАЛЕ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

Рассмотренные в гл. 1 одномерные уравнения движения, сплошности и энергии двухфазного потока не замкнуты вследствие отсутствия уравнений межфазного взаимодействия, определяющих функцию распределения фаз φ. Как уже было показано в предыдущих главах при рассмотрении достаточно медленных течений, для замыкания необходимо иметь или некоторые эмпирические связи или математические схемы-модели, позволяющие производить соответствующие расчеты и затем сопоставлять их с экспериментом.

Для задач, связанных с рассмотрением быстротекущих смесей, роль таких моделей существенно увеличивается вследствие многообразия взаимодействующих факторов. Достаточно общей можно считать трехслойную модель, в которой одна фаза заполняет ядро течения и несет в себе диспергированную часть другой фазы. Остальная часть последней образует непрерывное течение вдоль стенок канала. Простейший вариант такой модели был уже рассмотрен в гл. 6.

В двухслойной модели различаются только несущая, сплошная и несомая, диспергированная, фазы или два слоя непрерывных потоков фаз.

Для проблемы течения в соплах характерна сплошно-дисперсная модель.

Уравнения сплошности примут вид:

$$A\frac{\partial}{\partial t}\rho'(1-\varphi)+\frac{\partial}{\partial z}[\rho'(1-\varphi)w'A]=\dot{m}A; \tag{10-2}$$

$$A\frac{\partial}{\partial t}\rho''\varphi+\frac{\partial}{\partial z}(\rho''\varphi w''A)=-\dot{m}A, \tag{10-3}$$

где A — площадь поперечного сечения канала и $\dot{m}=\frac{1}{V}\frac{dm}{dt}$ — скорость фазовых переходов на единицу объема.

При несжимаемой первой фазе ($\rho'=\text{const}$), непроницаемости стенок канала и стационарности суммарного расхода ($G_0=\text{const}$) имеем:

$$\rho'(1-\varphi)w'_0+\rho''\varphi w''_0=\frac{G_0}{A}. \tag{10-4}$$

Диспергированная фаза может быть фракционирована по размерам, скоростям и т. п. Тогда должны быть введены суммы типа

$$\varphi=\sum_n \varphi_i. \tag{10-5}$$

При наличии фазового перехода (испарение, конденсация) должна быть задана массовая скорость превращения на границах раздела фаз $\dot{m}$.

Уравнение движения несущей, например газовой, фазы запишется в виде

$$-A\frac{dp}{dz}+F+p\tau=\rho''w''\frac{dw''}{dz}, \tag{10-6}$$

где F — равнодействующая сила взаимодействия с дискретной фазой; τ—касательные напряжение на периметре p жидкой пленки или стенок канала. В уравнениях энергии появятся члены, учитывающие теплоотдачу и массообмен между фазами, а также мощность работы силы трения F_1. Для полной энтальпии паровой фазы $i''_0=\left(i''+\underline{\frac{w''^2}{2}}\right)$ можно записать:

$$\rho''\varphi w''\frac{di''_0}{dz}=\dot{m}\,(i''_0-i'_0)-Fw'+q, \tag{10-7}$$

где q — конвективный тепловой поток между фазами, равный для сферической частицы радиуса r:

$$q=3\frac{1-\varphi}{r}\alpha\,(T''-T'). \tag{10-8}$$

Аналогично записывается уравнение для жидкой фазы.

10-3. ПОЛИТРОПНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

В качестве простейшего примера рассмотрим двухслойную модель при отсутствии фазовых превращений и скольжения ($w''_{от}=0$, $\varphi=\beta$).

Для конкретности будем предполагать, что несущей средой является газ с параметрами, обозначенными верхним индексом $''$, а диспергированной средой — жидкость с параметрами, имеющими верхний индекс $'$. Далее допустим, что в рассматриваемом интервале давлений существует политропический процесс

$$\frac{p}{p_0}=\left(\frac{\rho''}{\rho''_0}\right)^n, \tag{10-9}$$

где $n=\text{const}$.

Для жидкой фазы $\rho'=\text{const}$. При отсутствии массообмена (фазовых превращений) и скольжения

$$\rho''=\frac{\rho' x}{1-x}\frac{1-\beta}{\beta}, \tag{10-10}$$

где в силу принятых условий $\rho' x/(1-x)=\text{const}$.

Соответственно связь между давлением и расходным газосодержанием потока β имеет вид:

$$p=B\left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)^n, \tag{10-11}$$

где постоянная

$$B=p_0\left(\frac{\rho'}{\rho'_0}\frac{1-x}{x}\right)^n.$$

Плотность смеси равна

$$\rho = C(1-\beta), \tag{10-12}$$

где $C = \rho'/(1-x) = \text{const}$ и

$$p = E\left(\frac{\rho}{C-\rho}\right), \tag{10-13}$$

здесь

$$E = p_0\left(\frac{A_0}{\rho''_0}\right)^n.$$

Уравнение движения при этих условиях, если пренебречь трением, приобретает элементарную форму

$$\rho w dw + dp = 0, \tag{10-14}$$

где $w = w' = w''$ — скорость течения смеси без скольжения фаз. Подставляя сюда значение ρ из (10-12) и p из (10-13) и выполнив интегрирование, после простых преобразований получаем:

$$\frac{w^2}{2} + \frac{p}{C} + \frac{n}{n-1}\frac{p}{\rho}\varphi = \text{const}, \tag{10-15}$$

или

$$\frac{w^2}{2} + \frac{np(nC-\rho)}{\rho Cn(n-1)} = \text{const}. \tag{10-16}$$

Из уравнения (10-15) при $n \neq 1$ после подстановки соответствующего выражения для плотности смеси ρ имеем:

$$\frac{w^2}{2} + \frac{1}{C}\left[p + \frac{n}{n-1}p^{\frac{n-1}{n}}E^{\frac{1}{n}}\right] = \text{const}. \tag{10-17}$$

Предельные значения постоянных в уравнении (10-17) находятся из условий

$$\left.\begin{aligned} &p = 0,\ w = w_{\text{макс}}: \text{const} = \frac{w^2_{\text{макс}}}{2}; \\ &p = p_0,\ w = 0: \text{const} = \frac{1}{C}\left(p_0 + \frac{n}{n-1}p^{\frac{n-1}{n}}E^{\frac{1}{n}}\right). \end{aligned}\right\} \tag{10-18}$$

Отсюда следует связь между максимальной скоростью истечения и давлением торможения

$$w_{\text{макс}} = \sqrt{\frac{2}{C}\left(p_0 + \frac{n}{n-1}p_0^{\frac{n-1}{n}}E^{\frac{1}{n}}\right)}. \tag{10-19}$$

Из уравнения сплошности для канала переменного сечения имеем:

$$d\beta = (1-\beta)\left(\frac{dw}{w} + \frac{dA}{A}\right), \tag{10-20}$$

или, после соответствующей замены φ,

$$\left(\frac{w^2}{w^2_*} - 1\right)\frac{dw}{w} = \frac{dA}{A}, \tag{10-21}$$

где

$$w^2_* = \frac{np}{\rho\beta} = \frac{np}{\rho''\beta\,(1-\beta)}. \qquad (10\text{-}22)$$

Уравнение (10-21) по структуре аналогично уравнению обращения воздействия газодинамики однофазных сред.

В сечении с $dA/dz=0$ условие $dw/dz\neq 0$ выполняется при $w=w_*$, т. е. при достижении скоростью течения некоторого критического значения.

При $n=1$

$$w_* = \frac{p_0 x}{\rho''_0\beta^2}. \qquad (10\text{-}23)$$

Если пренебречь дисперсией скорости звука в двухфазной среде, то величина w_* [см. (10-22)] равна скорости звука

$$a^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}.$$

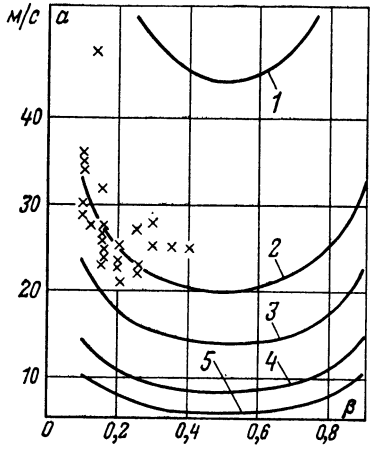


Рис. 10-3. Зависимость скорости звука от давления и объемной концентрации газа для $n=1$.
1 — p=0,49 МПа; *2* — 0,098 МПа; *3* — 0,049 МПа; *4* — 0,020 МПа; *5* — 0,01 МПа; × — экспериментальные данные Кэмпбелла.

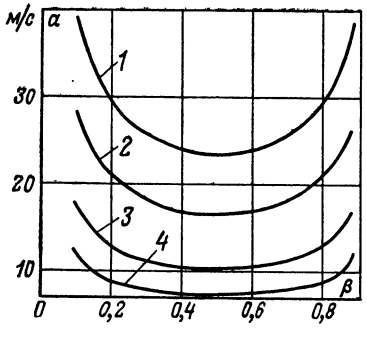


Рис. 10-4. Зависимость скорости звука от давления и объемной концентрации для $n=\gamma=1{,}4$.
1 — p=0,098 МПа; *2* — 0,049 МПа; *3* — 0,02 МПа; *4* — 0,01 МПа.

На рис. 10-3 и 10-4 показаны зависимости величины a от β для пароводяной смеси при $n=1$ и $n=c''_p/c''_v$, т. е. для изотермического и адиабатического случаев при отсутствии скольжения. Для весьма малых пузырей в формулу (10-22) необходимо ввести поправку на влияние поверхностного натяжения

$$w^2_* = \frac{n\,(p+4\sigma/3R)}{\rho''\beta\,(1-\beta)}, \qquad (10\text{-}24)$$

где R — радиус пузырька.

Введя в уравнение (10-17) значение a из (10-12), после преобразований получим:

$$\frac{w^2}{2}+\frac{a^2\varphi}{n-1}\,\frac{nC-\rho}{nC}=\text{const}. \tag{10-25}$$

При определенных условиях в узком сечении сопла скорость течения может достигнуть величины скорости звука в рассмотренном выше смысле. Обозначив параметры потока при этих условиях индексом * и называя их критическими, можно определить постоянную в формуле (10-25). Далее, введя аналоги известных газодинамических функций

$$M=\frac{w}{a};\quad \lambda=\frac{w}{a_*}, \tag{10-26}$$

получим из (10-25) уравнение ($n\neq 1$)

$$1+\frac{2\beta\,(nC-\rho)}{M^2Cn\,(n-1)}=\lambda^{-2}\left[1+\frac{2\beta_*\,(nC-\rho_*)}{nC\,(n-1)}\right]. \tag{10-27}$$

Отсюда

$$M^2=\frac{2\beta\,(nC-\rho)}{\lambda^{-2}\,[nC\,(n-1)+\beta_*\,(nC-\rho_*)]-1}. \tag{10-28}$$

Из уравнений (10-16) следует связь между параметрами торможения и параметрами в критическом сечении сопла ($n\neq 1$)

$$\left(\frac{1+\beta_0}{\beta_0}\right)^n+\frac{n}{n-1}\left(\frac{1-\beta_0}{\beta_0}\right)^{n-1}=\frac{n\,(1-\beta_*)^{n-1}}{2\beta^{n+1}}+$$
$$+\left[\left(\frac{1-\beta_*}{\beta_*}\right)^n+\frac{n}{n-1}\left(\frac{1-\beta_*}{\beta_*}\right)^{n-1}\right]. \tag{10-29}$$

Из рассмотрения зависимостей для плотности потока, давления и скорости видно, что указанные параметры зависят от объемной концентрации газа φ_1.

Приведем их к безразмерному виду, разделив текущие значения параметров на соответствующие значения в критическом сечении. Относительная плотность

$$\varepsilon_\rho=\frac{\rho}{\rho_*}=\frac{1-\beta}{1-\beta_*}. \tag{10-30}$$

Относительное давление

$$\pi=\frac{p}{p_*}=\left[\frac{(1-\beta)\,\beta_*}{(1-\beta_*)\,\beta}\right]^n. \tag{10-31}$$

Относительная скорость

$$\lambda=\frac{w}{a_*}=\sqrt{1+\frac{2}{n}\,\beta_*\,(1-\beta_*)\,(1-\pi)+}$$
$$\sqrt{+\frac{2}{n-1}\,\beta_*^2\left\{1-\left[\frac{(1-\beta)\,\beta_*}{(1-\beta_*)\,\beta}\right]^{n-1}\right\}},\quad n\neq 1. \tag{10-32}$$

Кроме полученных зависимостей, удобно построить зависимость приведенного расхода от β

$$q = \frac{\rho w}{\rho_* w_*} = \frac{A_*}{A} = \frac{\lambda (1 - \beta)}{(1 - \beta_*)}. \qquad (10\text{-}33)$$

Как видно из уравнений, искомые зависимости легко рассчитываются, если известна величина β_*, которая просто определяется из решения уравнения (10-29).

Теперь, задавая различные β, строят кривые изменения безразмерных параметров пенного потока при течении в канале произвольной конфигурации. В качестве примера на рис. 10-5 приведены такие зависимости, построенные для начальной объемной концентрации β_0, равной 0,2. Аналогичным образом, построив подобные кривые для заданных β_0, можно легко определить параметры потока в любом произвольном сечении.

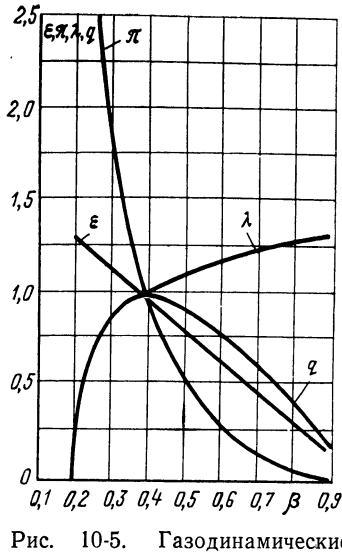


Рис. 10-5. Газодинамические функции для двухфазного двухкомпонентного потока ($n = \gamma = 1{,}4$; $\beta_0 = 0{,}2$).

Таким образом, приведенные функции аналогичны известным газодинамическим функциям и позволяют рассчитывать течения в каналах любой конфигурации.

10-4. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ИСТЕЧЕНИЯ САМОИСПАРЯЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ В СОПЛАХ

Реальный процесс истечения горячей жидкости из канала заданной геометрии может в различной степени отклоняться от равновесного процесса расширения. Известно, например, что при истечении насыщенной жидкости из очень коротких каналов и диафрагм расход ее равен расходу некипящей жидкости, т. е. практически реализуется полностью метастабильное течение однофазной жидкой среды. В каналах большой протяженности расход самоиспаряющейся жидкости оказывается близким к соответствующим расходам для равновесного процесса истечения.

Рассмотрим вопрос о начале парообразования в потоке самоиспаряющейся жидкости. Парообразование может начинаться с сечения, где местное давление в потоке достигает давления насыщения при начальной температуре жидкости T_0. Это зависит от первоначального недогрева жидкости до состояния насыщения, скорости жидкости, геометрии рассматриваемого канала и рода жидкости. Очевидно, что сечение закипания не может располагаться в расширяющейся части сопла Лаваля, поскольку для безотрывного течения несжимаемой жидкости минимальное давление устанавливается в горле сопла, за которым должно происходить повышение давления. При наличии больших градиентов скорости и давления возможно запаздывание процесса вскипания жидкости, т. е. жидкость

может находиться некоторое время в метастабильном состоянии.

Визуальные наблюдения и фотографирование позволили установить, что парообразование начинается на стенке канала. Исходя из анализа физической картины процесса течения несжимаемой жидкости, можно предположить, что в силу малых скоростей у стенки и ее шероховатости именно в этой области потока наиболее вероятно выделение паровой фазы.

Рассмотрим некоторые экспериментальные результаты В. С. Данилина, Ю. Ф. Калинина, Г. В. Циклаури по изменению расхода и распределения давления по длине суживающихся сопл для разных противодавлений ε_a и разных значений начального недогрева до линии насыщения $\Delta T = T_S - T_0$. Типичные данные, полученные на сопле с плавным входом при длине 4 калибра, показаны на рис. 10-6.

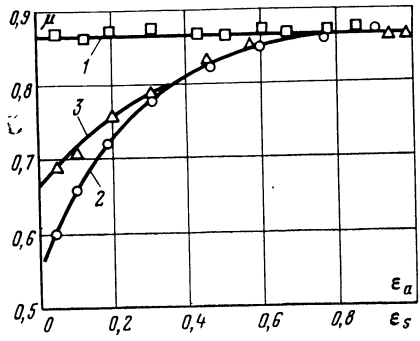


Рис. 10-6. Зависимость коэффициента расхода μ от противодавления ε_a. p_0=0,118 МПа; ΔT=3°C.

Зависимость *1* представляет собой гидравлический коэффициент расхода жидкости $\mu_{х.в} = G_{х.в}/G_{ид.ж}$ (где $G_{х.в}$ — экспериментальный расход холодной воды, $G_{ид.ж}$ — расход идеальной жидкости) и характеризует совершенство исследуемого канала. При изменении противодавления гидравлический коэффициент расхода практически не меняется ($\mu_{х.в} \approx 0{,}87$). Изменение коэффициента расхода горячей жидкости $\mu' = G'/G_{ид.ж}$ (где G' — экспериментальный расход горячей жидкости, $G_{ид.ж}$ — расход идеальной жидкости, подсчитанный по давлению в окружающей среде в переменном режиме, кривая *2*) показывает, что при $\varepsilon_a > 0{,}9$, т. е. пока противодавление не достигает давления насыщения жидкости при T_0, гидравлический коэффициент расхода $\mu_{х.в}$ и коэффициент расхода горячей жидкости μ' имеют одни и те же значения.

Это говорит о том, что данная область режимов характеризуется гидравлическим режимом течения. При дальнейшем понижении противодавления, начиная с точки $\varepsilon_a \approx \varepsilon_S$, происходит расслоение кривых *1* и *2*, что указывает на наличие парообразования в потоке, интенсивность которого возрастает с уменьшением ε_a. Кривая *3* также характеризует коэффициент расхода горячей жидкости, но $G_{ид.ж}$ рассчитывается по давлению на срезе сопла $p_{ср}$. Она также указывает на наличие парообразования в потоке, но располагается (в зоне небольших ε_a), естественно, выше кривой *2*, поскольку перепад, срабатываемый в сопле по давлению на срезе, меньше перепада по давлению в окружающей среде. Точка расслоения кривых *2* и *3* характеризует начало режимов, для которых характерно условие $\varepsilon_{ср} > \varepsilon_a$, что свидетельствует о наличии кризисных явлений в потоке. Если сравнить реальный расход горячей жидкости с равновесным (диаграммный процесс парообразования), то получим, что равновес-

ный расход горячей жидкости в несколько раз меньше реального, т. е.

$$\mu_{\text{равн}} = \frac{G}{G_{\text{равн}}} \approx 2 \div 4,$$

где $G_{\text{равн}}$ — расход жидкости, соответствующий равновесному процессу течения. Таким образом, кривые коэффициентов расхода (рис. 10-6) характеризуют отличие реального процесса течения самоиспаряющейся жидкости в суживающемся сопле от гидравлического. Необходимо отметить, что парообразование в таком сопле имеет место, но оно мало, т. е. процесс отличается большой метастабильностью.

На рис. 10-7 приведен график изменения относительного давления на срезе сопла $\varepsilon_{\text{ср}}$ в зависимости от относительного противодавления ε_a. Из графика следует (кривая *1*), что в области больших ε_a давление в выходном сечении сопла практически совпадает с противодавлением. Последующее понижение противодавления ($\varepsilon_a < 0{,}45$) характеризуется наличием запирания, т. е. кризисных явлений в потоке. В этом диапазоне давление на срезе сопла становится больше давления окружающей среды, однако в области $0{,}2 < \varepsilon_a < 0{,}45$ давление на срезе $\varepsilon_{\text{ср}}$ продолжает оставаться функцией противодавления. На режимах $\varepsilon_a \leqslant 0{,}2$ в выходном сечении устанавливается приблизительно стабильное давление, что свидетельствует о качественной аналогии между течением испаряющейся жидкости и течением однородных газовых потоков. Наличие кризисных явлений — запирание по расходу в области $\varepsilon_{\text{ср}} > \varepsilon_a$ наглядно иллюстрирует зависимость приведенного расхода (кривая 2) $\mu = G/G_{\text{макс}}$ (где G — текущее значение расхода, $G_{\text{макс}}$ — максимальный расход, соответствующий заданным начальным параметрам) от противодавления. Работа на режимах с большими противодавлениями сопровождается изменением расхода, причем с увеличением ε_a расход уменьшается. Изменение давления на срезе в зависимости от противодавления на режимах, когда $\varepsilon_{\text{ср}} > \varepsilon_a$, при постоянстве приведенного расхода μ, вероятно, можно объяснить неодномерностью поля концентраций и скоростей фаз в зоне выходного сечения канала. Таким образом, аналогично газовым потокам в связи с наличием кризисных условий, в суживающемся сопле самоиспаряющейся жидкости может сработать ограниченный перепад давлений. Для дальнейшего расширения потока необходима диффузорная часть, т. е. использование сопла Лаваля. Запирание сопла при недогреве как по расходу, так и по срабатываемому перепаду давлений наступает при более низкой величине давления в соответствующих сечениях сопла, чем это следует из адиабатно-гомогенного расширения.

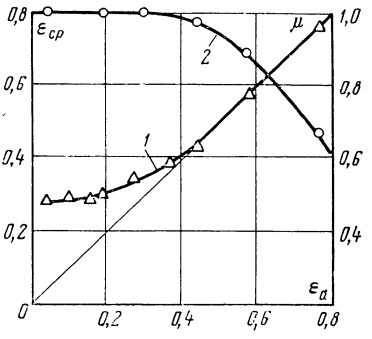


Рис. 10-7. Изменение относительного давления $\varepsilon_{\text{ср}}$ на срезе суживающегося сопла и коэффициента расхода μ от ε_a.
$p_0 = 0{,}118$ МПа; $\Delta T = 3°C$.

10-5. КРИЗИСЫ ТЕЧЕНИЯ САМОИСПАРЯЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

Рассмотренные в предыдущих параграфах экспериментальные данные свидетельствуют о специфических особенностях возникновения кризисных условий при течении самоиспаряющейся жидкости в соплах. Ранее были высказаны некоторые общие соображения о причинах указанных явлений. Рассмотрим эти вопросы более детально. Возможность возникновения критических условий при образовании в потоке газовой составляющей вполне очевидна. В данном случае наиболее важным представляется объяснение наличия в соплах Лаваля двух указанных выше характерных сечений.

Рассмотрим условия наступления критического режима запирания по расходу вблизи минимального сечения сопла в одномерном приближении (предполагая наличие пузырьковой структуры потока). Используем для этого экспериментальные значения статического давления p и расхода G. Геометрия сопла задана. Допустим, что образующийся пар имеет параметры насыщения, соответствующие местному статическому давлению p, а также будем считать, что скольжение между фазами пренебрежимо мало $w''=w'$ и $\varphi=\beta$. Тогда по известному расходу и давлению можно определить изменение неравновесных параметров в пузырьковом потоке.

Результаты расчетов показывают, что в рассматриваемой области процесс развивается с большим отклонением от равновесия, так что жидкость перегрета ($T_2>T_S$), а степень сухости x приблизительно на порядок меньше равновесного значения x_S.

Сопоставление величины скорости потока w с местной скоростью звука a, рассчитываемой с использованием неравновесного значения объемного паросодержания, показывает, что при $z=22$ мм $w=a$ и в дальнейшем $w>a$. Однако это неравенство будет справедливо только для определенных значений $\beta=\beta_{\text{пред}}$, где происходит переход от пузырьковой к парокапельной структуре, после чего в области непрерывной паровой фазы, несущей капли, скорость звука превысит величину w. Это обстоятельство связано с тем, что при достаточно крупных каплях процессы обмена между фазами происходят неравновесно, так что скорость распределения малых возмущений близка в такой среде к скорости в чисто паровой фазе (верхняя граница дисперсии скорости звука).

Сравнения местных значений коэффициентов скорости сопла и температуры жидкости с измеренными значениями позволяют сделать вывод о достаточно хорошем согласовании предложенного описания процесса с его реальным развитием.

Таким образом, рассмотренная физическая модель позволяет дать качественное объяснение своеобразного проявления кризисных условий в потоках самоиспаряющейся жидкости в соплах.

10-6. СКАЧКИ УПЛОТНЕНИЯ И НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ВОЛНЫ В ДВУХФАЗНОМ ОДНОКОМПОНЕНТНОМ ПОТОКЕ С НИЗКОЙ СТЕПЕНЬЮ СУХОСТИ

В литературе большое внимание уделяется исследованию скачков уплотнения в сверхзвуковых капельных потоках. Здесь следует упомянуть монографии Д. Гермати, М. Е. Дейча и Г. А. Филиппова. В целом можно констатировать, что скачки уплотнения в таких двух-

фазных потоках происходят так же, как и в однофазных течениях.

Особым случаем являются скачки и волны в пузырьковых и пенных потоках, где величина скорости звука резко падает, достигая, в зависимости от структуры потока и его частотных характеристик, нескольких метров в секунду. Экспериментально такие явления обнаружены в камере смешения инжектора, а также при нестационарном истечении насыщенной (перегретой) жидкости из труб парогенератора. Ниже рассматриваются скачки уплотнения и волны разрежения в двухфазном потоке с высокой концентрацией жидкой фазы.

Рассмотрим скачки уплотнения в однокомпонентном равновесном потоке, где термодинамические параметры связаны уравнением кривой насыщения и на фронте скачка реализуются фазовые переходы. Эти допущения справедливы, когда зона релаксации невелика и на ее протяжении не происходит заметного изменения площади канала. В пузырьковых потоках зона релаксации имеет длину около 1 м.

Для указанных допущений основное уравнение скачка уплотнения, как показано в работах Г. А. Салтанова и Г. В. Циклаури, имеет следующий вид:

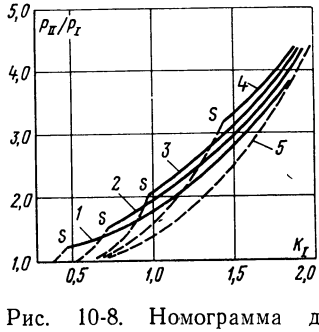


Рис. 10-8. Номограмма для расчета скачка уплотнения во влажном паре (p_I=0,49 МПа). *1* — x_I=0,01; *2* — 0,03; *3* — 0,05; *4* — 0,08; *5* — 0,16.

$$\frac{1}{2}p_I\left(\frac{p_{II}}{p_I}-1\right)\left(1-\frac{1-\beta_I}{\rho_{II}/\rho'_I}\right)=\rho'_I(1-\beta_I)i_{II}-$$

$$-[i''_I\rho''_I\beta_I+i'_I\rho'_I(1-\beta_I)], \qquad (10\text{-}34)$$

где индексы I и II относятся к состоянию до и после скачка.

Результаты расчета интенсивности скачка уплотнения p_{II}/p_I от приведенной скорости $K_I=w_I/\sqrt{p_I/\rho_I}$ для различных степеней сухости перед соплом x_I представлены на рис. 10-8 для влажного водяного пара, где p_I=0,49 МПа. Пунктирные кривые соответствуют случаю, когда перед скачком уплотнения и после него смесь двухфазная. Точка S соответствует состоянию насыщенной жидкости за скачком (x_{II}=0). Если в двухфазной области при $w_I/\sqrt{p_I/\rho_I}$= =const с уменьшением x_I интенсивность скачка растет, то в случае, когда за скачком жидкость, p_{II}/p_I падает с ростом x_I. По всей вероятности, это объясняется тем, что вблизи нижней пограничной кривой увеличение влажности приводит к тому, что среда все более приближается по своим свойствам к несжимаемой жидкости и для ударного сжатия такой среды необходима большая кинетическая энергия.

Качественный анализ упрощается, если использовать в расчетах вместо iS-диаграммы уравнение Клапейрона — Клаузиуса в виде

$$\frac{dT}{dp}=\frac{T}{i''-i'}\left(\frac{1}{\rho''}-\frac{1}{\rho'}\right); \qquad (10\text{-}35)$$

а для паровой фазы — уравнение состояния

$$\frac{p_{\text{I}}}{\rho''_{\text{I}}}=ZRT, \qquad (10\text{-}36)$$

где z — коэффициент сжимаемости.

После простых преобразований имеем:

$$\frac{1}{2}\frac{p_{\text{I}}}{\rho^2_{\text{I}}w^2_{\text{I}}}\left(\frac{p_{\text{II}}}{p_{\text{I}}}-1\right)^2-\frac{p_{\text{I}}}{\rho_{\text{I}}}\left(\frac{p_{\text{II}}}{p_{\text{I}}}-1\right)+$$

$$+\left[\frac{x_{\text{I}}}{\rho''_{\text{I}}}-\frac{p_{\text{I}}}{\rho^2_{\text{I}}w^2_{\text{I}}}\left(\frac{p_{\text{II}}}{p_{\text{I}}}-1\right)\right]\frac{r}{ZR}\frac{p_{\text{II}}}{T_{\text{II}}}+(i'_{\text{II}}-i'_{\text{I}})+x_{\text{I}}r=0. \qquad (10\text{-}37)$$

Это трансцендентное уравнение второго порядка относительно величины p_{II} как функции от w_{I}, p_{I} и x_{I}. Первым корнем уравнения (10-37) является тривиальное решение $p_{\text{I}}=p_{\text{II}}$.

Кроме этого, имеется второй корень $p_{\text{I}}\neq p_{\text{II}}$. В случае, если скачок бесконечно слабый, $p_{\text{I}}\longrightarrow p_{\text{II}}$ и решение представляет собой, как известно, волну сжатия. Условия превращения скачка уплотнения в волну сжатия возникают при достижении потоком скорости, равной локальной скорости звука.

Воспользуемся (10-37) для нахождения соотношений для скорости звука. При $p_{\text{II}}\longrightarrow p_{\text{I}}$ из уравнения (10-37) следует:

$$w^2_{\text{I}}=a^2_{\text{I}}=\frac{\dfrac{\rho''_{\text{I}}}{\rho^2_{\text{I}}}r_{\text{I}}\left(\dfrac{dp}{dT}\right)_{\text{I}}}{p+x_{\text{I}}\left[\dfrac{r_{\text{I}}}{p_{\text{I}}}\left(\dfrac{dp}{dT}\right)_{\text{I}}-\dfrac{r_{\text{I}}}{T_{\text{I}}}-\dfrac{1}{x_{\text{I}}\rho_{\text{I}}}\left(\dfrac{dp}{dT}\right)_{\text{I}}\right]}. \qquad (10\text{-}38)$$

Уравнение (10-38) выражает локальную скорость звука в условиях сохранения термодинамического равновесия при прохождении звуковой волны, т. е. в идеальных условиях, когда в звуковой волне происходит бесконечно малая конденсация или испарение. Эти локальные малые процессы фазовых переходов, очевидно, требуют быстрого протекания теплообмена между фазами, что возможно только при высокой степени дисперсности и гомогенности потока.

Необходимо отметить, что в реальных условиях, когда разрывная фаза представлена в виде совокупности пузырей или капель конечного размера, следует считаться с дисперсией звука. В частности, причиной дисперсии звука в двухфазных средах является запаздывание процессов обмена массой, энергией, импульсом. С ростом размера частиц при неизменной степени влажности времена протекания процессов конденсации и испарения могут стать соизмеримыми с периодом волны. Наконец, при очень крупных размерах частиц или пузырей наступает замороженный режим, когда обменом массы между фазами можно пренебречь.

Скорость звука для замороженного потока может быть найдена, если приравнять степень сухости перед скачком x_{I} к степени сухости после скачка x_{II}, т. е. $x_{\text{I}}=x_{\text{II}}$. Уравнение (10-38) для скорости звука a в этом случае имеет вид:

$$a=\frac{1}{\frac{x_{\text{I}}\rho_{\text{I}}}{p_{\text{I}}}\left(\frac{\rho_{\text{I}}}{\rho''_{\text{I}}}-\frac{ZR}{c_{p2}}\right)}. \qquad (10\text{-}39)$$

На рис. 10-9 представлены в качестве иллюстраций кривые зависимости скорости звука для водяного пара при 100°С от степени сухости x для двух случаев, а именно: равновесного и замороженного потоков. Видно, что термодинамически равновесный поток дает нижнюю границу скорости звука. На рис. 10-9,*б* представлены кривые для равновесных и замороженных величин скорости звука в за-

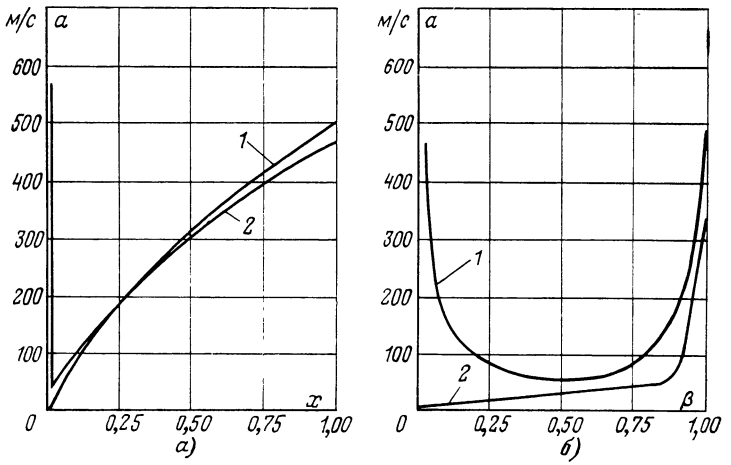


Рис. 10-9. Скорость звука во влажном водяном паре при условии термодинамического равновесия.

1 — замороженная скорость звука; *2* — равновесная скорость звука.

висимости от объемного газосодержания β для водяного пара при тех же условиях, что на рис. 10-9,*а*. Из графика следует, что минимальная величина скорости звука для замороженного потока реализуется при $\beta=0{,}5$, в то время как минимальное значение a в условиях термодинамического равновесия наблюдается при стремлении объемной концентрации β к нулю. Затем на левой пограничной кривой скорость звука достигает величины, равной скорости звука в чистой жидкости.

Глава одиннадцатая

УНОС КАПЕЛЬ ПОТОКОМ ГАЗА И ИХ СЕПАРАЦИЯ ИЗ ПОТОКА

11-1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОЦЕССА

При взаимодействии с жидкостью поток газа может частично увлекать эту жидкость в виде капель. Получающаяся двухфазная система является в большей или меньшей степени нестабильной. Так, при движении по каналу потока газа, содержащего капли, происходит сепарация капель из потока на стенки канала. Если не имеет места частичный срыв жидкости с образующейся на стенках канала пленки, сепарация капель при достаточно больших L/d будет практически полной.

Оба эти процесса (капельный унос и сепарация капельной влаги) имеют большое значение в ряде отраслей техники (паросиловые установки, химическая технология, пищевая промышленность и т. п.). В ряде практических приложений является необходимым распыливание жидкости на мелкие капли — такого рода процессы были рассмотрены в гл. 8.

При барботаже газа сквозь слой жидкости разрыв оболочек пузырей, выходящих на поверхность, и образование при этом мелких капель сопровождаются значительным уменьшением суммарной поверхности раздела фаз, так как общая поверхность разрушившихся пузырей обычно во много раз превышает поверхность вновь образовавшихся капель. Поэтому образование капель при барботаже может идти не только за счет кинетической энергии газа, но и за счет освобождения поверхностной энергии при разрыве пузырей.

При умеренной интенсивности барботажа (малые приведенные скорости газа) и значительной толщине слоя барботируемой жидкости, характерных для многих технических аппаратов, кинетическая энергия пара, подходящего к поверхности, относительно невелика и основную роль в общем балансе энергии играет поверхностная энергия оболочек пузырей. Действительно, средняя скорость газа, подымающегося в динамическом двухфазном слое, в обычных условиях паровых котлов высокого давления ($p \approx 10 \div 18$ МПа) не превышает 0,7 м/с. В испарителях низкого давления ($p \approx 0{,}1$ МПа) эта величина доходит до 2—3 м/с.

Кинетическая энергия пузыря равна:

$$E''_к = \frac{V''\rho''w''^2}{2}. \qquad (11\text{-}1)$$

Поверхностная энергия пузыря равна:

$$E''_\sigma = F''\sigma. \qquad (11\text{-}2)$$

Принимая для грубой оценки в первом случае средний диаметр пузыря $D=3$ мм, а во втором $D=5$ мм, получаем:
для котлов высокого давления ($\sigma \approx 1{,}18 \cdot 10^{-2}$ Н/м)

$$E''_к \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}, \quad E''_\sigma \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ Дж};$$

для испарителей ($\sigma \approx 6 \cdot 10^{-2}$ Н/м)

$$E''_к \approx 1{,}6 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}, \quad E''_\sigma \approx 70 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}.$$

Таким образом, в этих условиях общая величина кинетической энергии легкой фазы меньше, чем количество освобождающейся поверхностной энергии.

Капли после своего образования движутся с довольно значительной начальной скоростью, за счет которой они могут подняться в практически неподвижном газе на заметную высоту. Например, по наблюдениям К. А. Блинова капли подпрыгивали в атмосферном воздухе на высоту более 2 м над барботируемым слоем воды. Однако такой высоты достигают лишь отдельные капли, имеющие в момент отрыва наибольшую скорость и направление полета, близкое к вертикали; основная масса капель подпрыгивает на значительно меньшую высоту. При низких плотностях газа (например, воздух атмосферного давления) высота подъема («подпрыгивания») относительно крупных капель определяется практически только направлением вектора начальной скорости. При больших плотностях газа, или для очень мелких капель, заметную роль начинает играть сопротивление среды. Так, например, для капель диаметром 0,2 мм, взлетающих вертикально в неподвижном водяном паре с начальной скоростью 2 м/с, высота подъема уменьшается от 200 мм при $p=0{,}098$ ($\rho''=0{,}6$ кг/м^3) до 10 мм при $p=10{,}8$ МПа ($\rho''=60$ кг/м^3).

Практически газ можно рассматривать как неподвижный только при очень малых w''_0. При заметных скоростях газа необходимо учитывать влияние собственной скорости газа на высоту подъема капель.

Наличие определенной скорости газа увеличивает полную высоту подъема всех капель. Существенное значение это обстоятельство приобретает тогда, когда величина w''_0 становится соизмеримой со скоростью витания капли (см. гл. 2).

При $w''_0 \geqslant w_{вит}$, независимо от направления вектора начальной скорости, высота подъема становится неограниченной, т. е. капля уносится потоком газа. Капли, подымающиеся на ограниченную высоту, падают обратно, если эта высота меньше высоты барботажной колонки. При этом возможно возникновение новых капель. Однако, как правило, при этом образуются крупные капли, увлекаемые потоком газа только при больших w''_0. Капли, достигшие верха колонки, уносятся в газоотводящие трубы или в некоторых случаях частично сепарируются на поверхность потолка.

В тех случаях, когда капли, увлеченные до верха аппарата, частично сепарируются в газоотводящих устройствах, этот процесс следует рассматривать отдельно наряду с процессом выделения капель из потока в специальных сепараторах.

Последние обычно работают по принципу осаждения капель на смачиваемой поверхности с последующим стеканием образующейся жидкой пленки. Сепараторы влаги[1] весьма разнообразны как по конструктивным, так и по принципиальным схемам.

11-2. МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ КАПЕЛЬ НА ПОВЕРХНОСТИ ДИНАМИЧЕСКОГО ДВУХФАЗНОГО СЛОЯ

Как указывалось выше, при умеренных интенсивностях барботажа основную роль в образовании капель играет разрыв оболочек пузырей на поверхности динамического двухфазного слоя. Скоростная киносъемка показывает, что при выходе пузырька на поверхность поднятая им жидкость стекает с образовавшегося купола и жидкая пленка постепенно утоняется. Наконец, в верхней точке купола образуется отверстие — возникают неуравновешенные силы поверхностного натяжения и начинается ускоренное расширение отверстия (рис. 11-1).

[1] Под термином «влага» здесь и в дальнейшем понимается капельный унос любой жидкости потоком газа. В качестве несущей среды может выступать не только газ или пар, но и другая, относительно более легкая, чем уносимая, жидкость.

При чистой поверхности раздела пленка может втягиваться в основную массу жидкости и углубление на поверхности заполняется жидкостью, устремляющейся к его центру. В результате образуется кольцевая волна, при смыкании которой жидкость выплескивается вверх в виде столбика, от которого вновь отделяется одна или несколько капель.

Разрушение оболочки может сопровождаться появлением на ее поверхности ряда разрывов с отделением от массы жидкости частей пленки, свертывающихся в от-

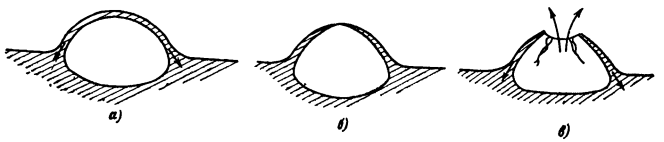


Рис. 11-1. Последовательные фазы разрыва пузыря на поверхности чистой жидкости.

дельные капли. В момент разрыва оболочки она имеет в верхней части купола очень малую толщину, однако последняя значительно увеличивается вблизи основания купола. Поэтому при разрыве оболочек могут образовываться капли различных размеров и количество «транспортируемой» влаги, состоящей из капель, скорости витания которых меньше скорости газа над барботируемым двухфазным слоем, быстро растет с увеличением скорости газа. Иная картина наблюдается при барботаже газа сквозь слой жидкости, если последняя содержит примеси, замедляющие сток жидкости с купола оболочки при достижении пленкой малой толщины.

Это может иметь место либо при наличии в жидкости поверхностно-активных веществ, концентрированные растворы которых обладают высокой вязкостью, либо при наличии в жидкости очень крупных молекул или коллоидных палочковых частиц (например, окислы железа), создающих в тонких слоях своеобразный каркас.

В этих случаях пленка, достигнув в вершине купола оболочки определенной толщины, практически перестает утоняться и стекание жидкости идет только из ее нижних более толстых слоев (рис. 11-2). В итоге практически весь купол достигает к моменту разрыва очень малой толщины и «осколки» оболочки образуют только очень мелкие капли.

Это хорошо видно на гистограмме (рис. 11-3), полученной А. М. Розеном и его сотрудниками при $w''_0 = 0{,}3$ м/с на системе водный раствор NaCl — воздух при комнатной температуре и атмосферном давлении. Концентрация раствора NaCl была выше «критической», и в растворе присутствовало небольшое количество гидроокислов железа, что приводило к значительному увеличению длительности существования оболочек пузырей и их разрыву только после значительного утонения всего купола. Как видно из гистограммы на рис. 11-3, среди капель, уносимых потоком воздуха, практически отсутствовали капли диаметром более 40 мкм, хотя при скорости воздуха $w''_0 = 0{,}3$ м/с могли бы уноситься потоком и капли в несколько раз большего диаметра.

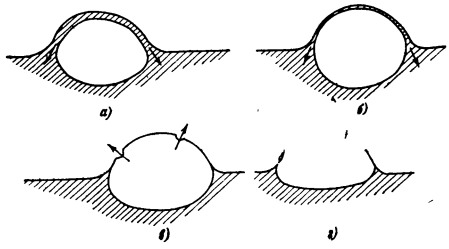


Рис. 11-2. Последовательные фазы разрыва пузыря на поверхности жидкости, имеющей в тонких пленках повышенную или структурную вязкость.

Следовательно, можно утверждать, что при разрыве «упрочненных» пузырей образуются только либо капли менее определенного размера (в данных условиях менее 40—50 мкм), либо капли существенно крупнее 300 мкм, которые, имея скорость витания больше подъемной скорости пара, падают обратно на поверхность воды. Эти последние капли при малых скоростях пара подпрыгивают невысоко и не достигают той зоны (около 1500 мм над уровнем), в которой проводился отбор капель.

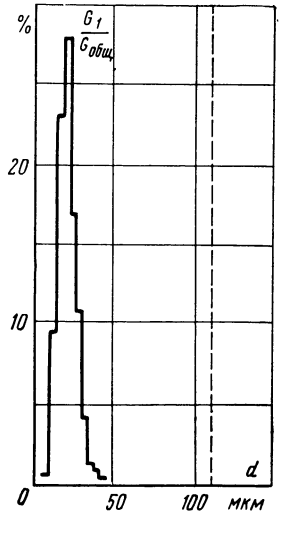


Рис. 11-3. Гистограмма распределения суммарного веса транспортируемых капель по фракциям (раствор NaCl закритического солесодержания).

— — — — диаметр, отвечающий расчетной скорости витания капель.

Описанная картина наблюдалась при разрушении единичных пузырей. В случае интенсивного барботажа возникает взаимодействие между соседними разрушающимися пузырями. Это взаимодействие может привести к значительному усилению процесса каплеобразования как за счет интерференции образующихся волн, так и за счет более легкого дробления одновременно рвущихся пленок соседних пузырей.

По мере роста интенсивности барботажа все большую роль начинает играть кинетическая энергия газа, и при очень больших w''_0 процесс каплеобразования начинает приближаться к процессу дробления жидкости в быстром потоке газа. При этом резко увеличивается образование крупных капель, выносимых потоком газа из двухфазного слоя. В конечном счете повышение скорости барботажа приводит к полному размыву двухфазного слоя и уносу всей массы тяжелой фазы.

11-3. ДВИЖЕНИЕ В ПОТОКЕ ГАЗА КАПЕЛЬ, ОТОРВАВШИХСЯ ОТ ПОВЕРХНОСТИ

Капли жидкости, отрывающиеся от поверхности барботируемого слоя, могут быть весьма различных размеров — от довольно крупных, диаметром 1—2 мм, до весьма мелких, порядка нескольких микрон. В значительных пределах меняется и начальная скорость капель, достигающих иногда величин, во много раз превышающих скорость их свободного падения — «витания», особенно для мелких капель.

На начальном участке своей траектории капли могут подниматься со скоростью, значительно превышающей подъемную скорость газа. В таком случае движение капли заметно тормозится сопротивлением среды. Это торможение особенно существенно для мелких капель и при высокой плотности газа.

По мере снижения скорости подъема сопротивление среды быстро падает и при $w''_{под} < w''_0$ становится отрицательным, т. е. поток газа начинает увлекать каплю вверх.

Если скорость газа w''_0 превышает скорость витания капли, последняя увлекается газом вверх на неограниченную высоту (полностью транспортируемые капли). Если $w''_{вит} > w''_0$, то капля, потеряв начальную энергию, начинает падать со скоростью, равной $w''_{вит} - w''_0$. Максимальная высота, на которую поднимаются такие кап-

ли, зависит от вертикальной составляющей начальной скорости капли $w''_{нач}$, скорости витания $w''_{вит}$ и подъемной скорости пара w''_0.

При $w''_{вит} \gg w''_0$ (крупные капли при малой подъемной скорости газа) высота подъема капель почти не зависит от w''_0 (область почти чистого подпрыгивания). Наоборот, при сближении величин $w''_{вит}$ и w''_0 высота подъема определяется почти целиком значением w''_0 (область транспортировки).

Вероятность столкновения и агломерации капель невелика из-за весьма малой их объемной концентрации в потоке газа. Точно так же невелика и вероятность дробления капель в потоке в связи с малыми размерами капель и небольшими скоростями потока газа. Следовательно, практически влиянием обоих этих факторов можно пренебречь (за исключением, может быть, редко встречающихся в технических аппаратах случаев очень высокого влагосодержания потока или работы таких аппаратов в околокритической области давлений).

В системе насыщенный пар — жидкость некоторую роль может играть испарение мелких капель в потоке пара в связи с повышенной кривизной их поверхности. Такое испарение приводит к переохлаждению пара, что в свою очередь тормозит процесс испарения. С другой стороны, переохлажденный пар начинает конденсироваться на наиболее крупных каплях в потоке газа или на пленках жидкости, покрывающих стенки аппарата. Таким образом, полидисперсная система капель в потоке пара термодинамически неустойчива и при достаточном времени пребывания капли должны полностью перейти на поверхность наименьшей кривизны — стенку барботера.

При больших размерах аппарата конденсация на стенках может быть существенной лишь для зоны, находящейся вблизи стенок. В остальной части потока будет идти процесс конденсации на крупных каплях и рост их до той величины, при которой ($w''_{вит} > w''_0$) начинается их падение. В связи с этим при достаточном времени пребывания должно иметь место, даже при неограниченном поперечном сечении аппарата, полное освобождение потока газа от капель. Практически этот процесс протекает медленно, и при обычных значениях времени пребывания газа в колонке (0,3—1 с, при 0,098 МПа и до 30 с при 17,7 МПа) роль его, по-видимо-

му, невелика. Это подтверждается опытами А. А. Андреевского и Я. Г. Винокура, которые доводили время пребывания до 25—30 с при 0,098 МПа (т. е. в 30—60 раз более обычных значений). При этом не только оказалось невозможным получить осаждение, близкое к полному, но и не изменился сколько-нибудь значительно обычный характер закономерностей процесса уноса капель.

11-4. НЕКОТОРЫЕ ОПЫТНЫЕ ДАННЫЕ ПО УНОСУ КАПЕЛЬ ПОТОКОМ ПАРА ИЗ БАРБОТАЖНОЙ КОЛОНКИ

Экспериментальные данные по уносу капель потоком газа из барботируемого последним слоя жидкости имеются в довольно большом количестве. Однако лишь немногие из них (как правило, для однокомпонентной системы пар — жидкость) имеют достаточную точность при очень малых коэффициентах уноса порядка 10^{-5}—10^{-7}. Под последним понимается отношение

$$\omega = \frac{\Sigma g_i}{g''},$$

где Σg_i — суммарная масса капель и g'' — масса газа. Для системы пар — жидкость $\omega = 1 - x$, где x — сухость пара.

Столь низкие значения коэффициентов выноса необходимы для получения пара высокой чистоты из жидкости, сильно загрязненной малолетучими в данных условиях примесями, что нередко требуется в процессах опреснения морской воды или в испарителях низкого давления, служащих для получения высокочистого дистиллята. В мощных котлоагрегатах высокого давления или кипящих реакторах атомных электростанций пар получают из воды высокой чистоты и можно допускать значения коэффициентов уноса порядка 10^{-3}—10^{-4}.

Особый интерес представляют данные по двухкомпонентным системам газ — жидкость, так как в этом случае можно независимо менять свойства газообразной и жидкой фазы за счет использования в экспериментах либо различных пар жидкость — газ, либо за счет независимого изменения температуры и давления. К сожалению, число таких исследований ограничено и их точность обычно достаточна только при относительно высоких коэффициентах уноса, равных 10^{-2}—10^{-3}.

В настоящее время наиболее подробно исследована одноразмерная схема процесса — вертикальная колонка постоянного сечения над барботируемым паром слоем жидкости. В этом случае процесс характеризуется как величинами, определяющими гидродинамику двухфазного слоя, так и величинами, определяющими работу парового объема колонки. Из последних не входят в число величин, характеризующих работу двухфазного слоя, только геометрические величины — высота парового пространства колонки $H_к$ и диаметр ее $D_к$. Кроме того, для процессов в паровом объеме существенна величины μ''.

При достаточно большой величине отношения диаметра колонки $D_к$ к ее высоте $H_к$ влиянием боковых стен можно пренебречь и соответственно отбросить из числа существенных величин $D_к$.

Высота парового пространства колонки может приниматься как конструктивная величина (например, от уровня дырчатого щита до потолка колонки). Все же более рационально отсчитывать высоту газового пространства от действительной поверхности динамического двухфазного слоя, т. е. учитывать уменьшение высоты парового пространства за счет набухания.

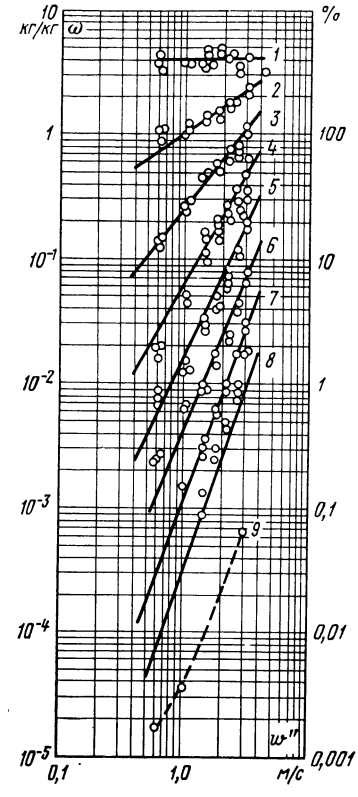


Рис. 11-4. Зависимость уноса от скорости пара и высоты парового пространства $H_к$.

1 — $H_к$=0; *2* — 50 мм; *3* — 100 мм; *4* — 150 мм; *5* — 200 мм; *6* — 250 мм. *7* — 300 мм; *8* — 350 мм; *9* — $H_к$>1000 мм.

Использование в качестве основной величины действительной высоты парового пространства $H_к$ позволяет легче выделять влияние изменения параметров барботируемого слоя как генератора капельной влаги и парового объема как сепаратора этой влаги.

Полное разделение работы этих двух частей барботера требовало бы измерения количества влаги, отрываемой от поверхности, что весьма трудно осуществить. Тем не менее, некоторое представление о роли сепарирующего объема можно получить по данным опытов, проведенных при разных высотах парового объема.

Наиболее полные данные имеются по системе воздух — вода при 0,098 МПа и 20°С или по системе водяной пар — вода при 100°С.

В обеих системах проводились замеры в широком диапазоне действительные высоте газового объема. Рассмотрим вначале процесс при повышенных скоростях газовой фазы, когда основную роль играет дробление воды за счет кинетической энергии пара.

В этих условиях образуется большое количество крупных капель, основная масса которых, взлетев на некоторую высоту, падает обратно на барботируемый слой.

В опытах Розена, Голуба и других исследователей измерялось как количество влаги, уносившейся воздухом из колонки, так и количество капель, падавших вниз в сборник, перемещавшийся по высоте, что позволяло определять количество уноса, достигавшего той или иной высоты. При положении сборника всего на 50 мм выше уровня барботируемого слоя и скорости воздуха 3 м/с количество влаги на этом уровне составляло как видно из рис 11-4, до 200% массового

расхода воздуха, барботирующего слой. Еще большие количества влаги фиксировались у самого уровня слоя, однако эти данные трудно считать надежными, так как в сборник могли попадать не только падающие капли, но и гребни волн, возникающих на поверхности жидкости при столь интенсивном барботаже. Все же и на уровень 50 мм подымалось, отрываясь от сплошного слоя, примерно в 2000 раз больше воды, чем ее уносилось из высокого (1200 мм) парового объема ($\omega = 0{,}1\%$). Еще большая часть жидкости падала обратно при меньших скоростях барботажа. Так, при $w''_0 = 1$ м/с влажность потока на уровне 50 мм составляла около 100%, а транспортируемый унос всего $4 \cdot 10^{-3}$, т. е. в 25 000 раз меньше (рис. III-4).

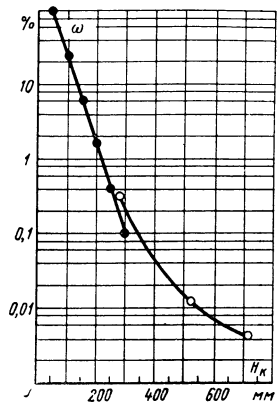


Рис. 11-5. Зависимость коэффициента уноса от высоты парового пространства при $w''_0 = 1$ м/с.

● — воздух—вода — 0,1 МПа, 16°С; О — пар—вода, 100°С.

В целом можно сказать, что режим интенсивного дробления жидкости струями пара характеризуется отрывом от зеркала громадного количества капель, суммарная масса которых в данных условиях превышает в несколько раз массовый расход газа. Однако подавляющая масса этих капель поднимается на небольшую высоту и падает обратно; доля капель, достигающих определенной высоты, с ростом последней стремительно падает. Так, например, при скорости пара $w''_0 = 1{,}0$ м/с, как видно из рис. 11-5, в интервале высот 50—300 мм на каждых следующих 50 мм выпадает обратно около 3/4 всей влаги, приходящей из предыдущей ступени. Лишь значительно выше, куда залетает примерно одна четырехтысячная часть влаги, оторвавшейся от поверхности барботируемого слоя, процесс замедляется и полностью уносится газом («транспортируется») около 4% всей влаги, достигшей высоты 300 мм.

При значительных скоростях газа в верхние зоны доходит и уносится с паром несколько большая часть влаги, оторвавшейся от барботируемого слоя, однако и при $w''_0 = 3$ м/с доля уносимых капель очень мала.

Весьма большое значение имеет зависимость величины уноса от скорости легкой фазы. При значительных высотах газового объема, когда паром уносятся практически только «транспортируемые» капли, скорость витания которых меньше скорости газовой фазы, величина относительного уноса ω, отвечающая при однокомпонентной системе пар — жидкость влажности пара, определяется закономерностями генерации капель и их транспортирования. В зоне повышенных скоростей, где основную роль играет дробление жидкости струями газа, как показали экспериментальные исследования спектра капель, поднимающихся на значительную высоту над барботируемым слоем (выше 200 мм), распределение капель по размерам может быть выражено экспериментальным законом с дисперсией, близкой к единице.

При малых скоростях легкой фазы, составляющих, например, для системы вода — воздух при комнатной температуре и атмосферном давлении менее 1 м/с, основная доля «транспортируемых» капель генерируется за счет разрыва оболочек. Относительно крупные капли, генерируемые за счет дробления жидкости струями пара, кольцевых волн и выбрасываемых ими столбиков жидкости и другими процессами того же типа, подскакивают относительно невысоко. Вместе с тем небольшая кинетическая энергия пара приводит к малой вероятности генерирования за ее счет мелких капель, скорость витания которых была бы близка к невысоким скоростям газового потока. Поэтому можно считать, что в этой зоне скоростей основное количество транспортируемых капель действительно генерируется за счет разрыва оболочек.

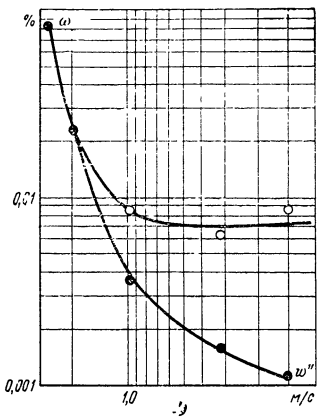


Рис. 11-6. Зависимость коэффициента транспортируемого уноса от скорости газа при 0,1 МПа и 16°С.

● — воздух—вода; О — воздух — раствор NaCl закритического солесодержания.

В этом случае можно было бы ожидать, что количество капель будет пропорционально числу разрывающихся пузырей и тогда коэффициент уноса не зависел бы от скорости газовой фазы. Однако это имеет место лишь при описанном выше механизме разрыва упрочненных оболочек (для воды — при так называемом закритическом солесодержании и в присутствии хотя бы очень малых количеств окислов железа). В этих условиях (рис. 11-2), как отмечалось выше, разрывающиеся оболочки генерируют только очень мелкие капли, полностью транспортируемые потоком, и коэффициент уноса при больших высотах, как видно на рис. 11-6, практически не зависит от скорости легкой фазы, составляя во всем диапазоне от 0,15—0,2 м/с и до 1 м/с величину около $(6 \div 9) \cdot 10^{-3}\%$.

При скоростях, меньших 0,15—0,2 м/с, скорости витания наиболее крупных капель, генерируемых тонкими оболочками пузырей, могут оказаться больше подъемной скорости потока и коэффициент уноса должен снижаться за счет выпадения части «осколочной» влаги обратно на барботируемый слой. Однако экспериментально это положение пока не проверено.

При увеличении скорости барботажа (для системы вода — воздух атмосферного давления) свыше 1 м/с растет количество преждевременно разорвавшихся оболочек и максимум гистограммы начинает сдвигаться в сторону более крупных частиц, хотя при $w''_0 = 1$ м/с еще отчетливо виден пик мелких частиц (рис. 11-7). Соответственно коэффициент транспортируемого уноса начинает быстро расти с увеличением подъемной скорости газа. При $w''_0 = 2$ м/с пузыри дробятся потоком пара, не успевая утониться, и в этой области, как видно из рис. 11-6, коэффициент уноса при закритическом солесодержании уже не отличается от такового для чистой воды.

Однако при меньших скоростях газа, когда оболочки упрочненных пузырей успевают утониться, а пузыри в чистой воде рвутся за счет прокола вершины купола, разница между коэффициентами транспортируемого уноса значительна и сильно возрастает по мере снижения скорости газа. При $w''_0=1$ м/с коэффициент транспортируемого уноса для чистой воды, как видно из рис. 11-6, в 2—3 раза ниже, чем при закритическом солесодержании, а при $w''_0=0{,}15$ м/с — уже в 9—10 раз.

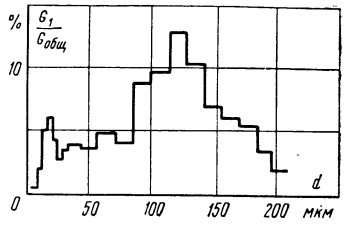


Рис. 11-7. Гистограмма распределения суммарного веса, транспортируемых капель по фракциям (раствор NaCl закритического солесодержания, $w''_0=1$ м/с).

Это свидетельствует о том, что в чистой воде пузыри, не успевая равномерно утониться, генерируют капли широкого спектра, и поэтому количество транспортируемых капель падает по мере снижения подъемной скорости газа, хотя, конечно, гораздо медленнее, чем в зоне больших скоростей, где капли генерируются в основном дроблением воды за счет кинетической энергии пара. Если в зоне повышенных скоростей имела место зависимость $\omega=C(w''_0)^{3\div4}$, то в зоне малых скоростей транспортируемый унос подчиняется зависимости $\omega=C(w''_0)^{0,5\div0,7}$.

При средних высотах газового объема $H_{действ}=400\div600$ мм показатель степени повышается до 1,0—1,2, что свидетельствует о подъеме на эту высоту небольшой части капель дробления.

Наконец, при малых высотах (менее 250 мм) капли дробления начинают уноситься уже при $w''_0=0{,}2\div0{,}3$ м/с. В целом можно сказать, что чем меньше скорости газа, тем слабее влияние высоты на коэффициент уноса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Глава первая

1. **Гухман А. А., Кирпичев М. В.** Теория моделей. Л., Изд. ЛПИ им. М. И. Калинина, 1927.
2. **Дейч М. Е., Филиппов Г. В.** Газодинамика двухфазных сред. М., «Энергия», 1968.
3. **Дюнин А. К., Борщевский Ю. Т., Яковлев Н. А.** Основы механики многокомпонентных потоков. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1965.
4. **Кутателадзе С. С.** Теплопередача при изменении агрегатного состояния. Л., Машгиз, 1939.
5. **Кутателадзе С. С.** Теплопередача при конденсации и кипении. М. — Л., Машгиз, 1952.
6. **Левич В. Г.** Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959.
7. **Осмачкин В. С.** Статистический анализ в теплогидравлике двухфазных смесей. Препринт ИАЭ—2152, М., 1971.
8. **Телетов С. Г.** Уравнение гидродинамики двухфазных жидкостей. — «ДАН СССР», т. 50, 1945, с. 99—102.
9. **Телетов С. Г.** Вопросы гидродинамики двухфазных смесей. — «Вестник МГУ. Серия математики», 1958, № 2.
10. **Файзулаев Д. Ф., Гурбанов Р. С., Раси-заде Я. М.** Элементы гидравлики смесей. Ташкент, «Фан», 1970.
11. **Delhae I. M.** Application de la thermodynamique des systems en non-equilibre aux écoulements diphasiques liquide — vapeur avec changement de phase. — «Rapport CEA-R-3903, C.E.N. Saclay», France, 1969.
12. **Соу С.** Гидродинамика многофазных систем. М., «Мир», 1971.
13. **Уоллис Г.** Одномерные двухфазные течения. М., «Мир», 1972.

Глава вторая

1. **Городецкая А. В.** Скорость поднятия пузырьков в воде и водных растворах при больших числах Re. — «ЖФХ», 1949, т. XXIII, вып. 1.
2. **Григорьев В. В., Крохин Ю. И.** О движении одиночных пузырей в щелевых каналах. — «ТВТ», 1971, т. 9, № 6.
3. **Кузнецов В. М., Луговцов Б. А., Шер Е. И.** О движении газовых пузырьков в жидкости под действием градиента температуры. — «ПМТФ», 1966, № 1.
4. **Ладыженский Р. М.** Исследование движения воздушного пузырька в воде при высоких значениях Re.—«ЖПХ», 1954, т. XXVII, вып. 1.

5. **Левич В. Г.** Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959.
6. **Маленков И. Г.** О движении больших пузырей газа, всплывающих в жидкости. — «ПМТФ», 1968, № 6.
7. **Померанцев В. В., Сыркин С. Н.** К вопросу о механизме естественной циркуляции в паровых котлах. — «Труды ВИТГЭО», 1934, вып. 8.
8. **Смирнов Н. И., Рубан В. Л.** Скорость движения капель в зависимости от скорости движения среды. — «ЖПХ», 1949, т. XXII, вып. 11.
9. **Смирнов Н. И., Рубан В. Л.** Относительная скорость движения капель в переходной области. — «ЖПХ», 1951, т. XXIV, вып. 1.
10. **Франк-Каменецкий Д. А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., Изд-во АН СССР, 1947.
11. **Hadamard J.** Mouvement permanent lent d'une spere liquide et visqueuse dans un liquide visqueux. — «Compt. Rend. Acad. Sci. Paris», 1911, vol. 152, p. 1735—1738.
12. **Miyagi O.** The motion of an air bubble resing in water. — «Phil. Mag.», 1925, vol. 50, № 295, p. 112—140.
13. **Peebls F., Garber H.** Studies on the motion of gas bubbles in liquids. — «Chem. Eng. Progr.», 1953, vol. 49, № 2.
14. **Rybczynski W.** — «Bull. Acad. Sci. Cracovie», S. A., 1911, p. 40—46.
15. **Уоллис Г.** Одномерные двухфазные течения. М., «Мир», 1972.
16. **Gilbert D., West B. S.** On the resistance to the motion of a thread of mercury in a glass tube. — «Proc. Royal. Soc.», 1911, vol. 86, № A583 p. 20.
17. **Young N. O., Goldstein L. S., Blok M. Y.** The motion of bubbles in a vertical temperature gradient. — «J. Fluid Mech.», 1959, v. 6, № 3, p. 350—356.

Глава третья

1. **Буевич Ю. А., Бутков В. В.** О механизме образования пузыря при истечении газа в жидкость из круглого отверстия. — «ТОХТ», 1971, т. V, № 1.
2. **Закономерности** истечения струи газа в жидкость. — «ТОХТ», 1970, т. IV, № 5.
3. **Вопросы** физики кипения. Сб. переводных статей под редакцией И. Т. Аладьева. М., «Мир», 1964.
4. **Кутателадзе С. С., Маленков И. Г.** Экспериментальное исследование аналогии процессов кипения и барботажа. — «ПМТФ», 1966, № 2.
5. **Кутателадзе С. С., Мамонтова Н. Н.** Течение жидкости в окрестности парового пузыря. — «ПМТФ», 1971, № 6.
6. **Лепперт Л., Питтс К.** Кипение. — В кн.: Проблемы теплообмена. М., Атомиздат, 1967.
7. **Маленков И. Г.** О роли газообразной фазы в механизме кризиса кипения при естественной конвекции. — «ТВТ», 1968, т. 6, № 2.
8. **Моисеев М. Г.** Об истечении газа в жидкость через сопло Лаваля. — «ИФЖ», 1962, № 9.
9. **Смирнов Н. Н., Полюта С. Е.** Истечение пузырьков воздуха в жидкую среду. — «ЖПХ», 1949, т. XXII, вып. 11.

10. **Смирнов Н. Н., Рубан В. Л.** Скорость движения капель в зависимости от скорости движения среды. — «ЖПХ», 1951, т. XXIV, вып. 1.

11. **Телетов С. Г.** О максимальном размере парового пузыря.— «Изв. ЭНИН им. Г. М. Кржижановского», 1940, т. XI.

12. **Como M.** Aspetti fondamentali dell'ebollizione. CNEN, RT/INJ (67) 15, Roma, 1967

Глава четвертая

1. **Азбель Д. С.** О критическом режиме при барботаже. — «ТОХТ», 1971, т. V, № 3.

2. **Азбель Д. С., Зельдин А. Н.** Исследование основных гидродинамических параметров барботажного слоя с учетом диссипативных сил. — «ТОХТ», 1971, т. V, № 6.

3. **Аксельрод Л. С., Дильман В. В.** Работа сетчатых барботеров при малых скоростях газа. — «Кислород», 1952, № 5.

4. **Аксельрод Л. С., Дильман В. В.** Удельный вес газожидкостной эмульсии при барботаже — «Химическая промышленность», 1954, № 1.

5. **Айзбунд М. В.** Вопросы гидравлики химических реакторов для систем газ — жидкость. — «Химическая промышленность», 1961, № 3.

6. **Бартоломей Г. Г., Алхуров М. С.** Определение истинного паросодержания при барботаже на участке стабилизации. — «Теплоэнергетика», 1967, № 12.

7. **Войчек В. П., Устименко В. П.** Исследование газожидкостной струи. — В кн.: Проблема теплоэнергетики и прикладной теплофизики». Алма-Ата, «Наука», 1972.

8. **Дементьев Б. Л.** О влиянии диаметра колонки и давления на паросодержание водяного объема устройств с барботажем пара через воду. — «Теплоэнергетика», 1957, № 4.

9. **Иванов М. Е., Быков В. П.** Исследование частоты прохождения пузырей и газосодержания в барботажном слое. — «ТОХТ», 1970, т. IV, № 1.

10. **Курбатов А. В.** Барботаж и проблема критических нагрузок в паросепарации. — «Труды МХТИ им. Д. И. Менделеева», 1954, вып. XVIII.

11. **Маргулова Т. Х.** Экспериментальное исследование относительной скорости пара при барботаже его через слой воды при сверхвысоких давлениях. — «Труды МЭИ», 1953, вып. XI.

12. **Меньшиков В. А., Аэров М. Э.** Профиль газосодержания и циркуляция в барботажном слое. — «ТОХТ», 1970, т. IV, № 6, с. 875—881.

13. **Позин М. Б., Тумаркина Б. С.** О влиянии физических свойств жидкости на образование подвижной пены. — «ЖПХ», 1946, т. XX, вып. 9.

14. **Стырикович М. А.** Внутрикотловые процессы. М. — Л., Госэнергоиздат, 1954.

15. **Стырикович М. А., Мартынова О. И., Миропольский З. Л.** Процессы генерации пара на электростанциях. М., «Энергия», 1969.

Глава пятая

1. **Быховский Э. Б.** Об автомодельных решениях типа распространяющейся волны одного квазилинейного уравнения и системы

уравнений, описывающей течение воды в наклонном канале. — «ПММ», 1966, т. 30, вып. 2.

2. **Воронцов Е. Г., Танайко Ю. М.** Теплообмен в жидкостных пленках. Киев, «Техника», 1972.

3. **Исследование** турбулентных течений двухфазных сред. Под ред. С. С. Кутателадзе. Новосибирск, Изд-во ИТФ СО АН СССР, 1973.

4. **Капица П. Л.** Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости. — «ЖЭТФ», 1948, т. 18, вып. 1.

5. **Кадомцев Б. Б., Петвиашвили В. И.** Об устойчивости уединенных волн в слабо диспергирующих средах. — «ДАН СССР», 1970, т. 192, № 4.

6. **Карпман В. И.** Нелинейные волны в диспергирующих средах. Новосибирск, Изд-во НГУ, 1968.

7. **Кутателадзе С. С.** Основы теории теплообмена. Новосибирск, «Наука», 1970.

8. **Кутателадзе С. С.** Опыт применения теории подобия к процессу теплопередачи от конденсирующегося насыщенного пара. — «ЖТФ», 1937, т. 7, вып. 3.

9. **Кутателадзе С. С.** Теплопередача при конденсации и кипении. М. — Л., Машгиз, 1952.

10. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.

11. **Левич В. Г.** Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959.

12. **Накоряков В. Е., Шрейбер И. Р.** Волны на поверхности тонкого слоя вязкой жидкости. — «ПМТФ», 1973, № 2.

13. **Нелинейное** распространение волн. Сб. статей, М., «Мир», 1970.

14. **Новик О. Б.** Модельное описание системы катящихся волн. — «ПММ», 1971, т. 35, № 6.

15. **Стоккер Дж. Дж.** Волны на воде. М., Изд-во иностр. лит., 1959.

16. **К теоретическому** исследованию гравитационного стекания тонких слоев жидкости при волнообразовании. — В кн.: Тепло- и массоперенос т. 3, ч. 1, Минск, 1972.

17. **Шкадов В. Я.** Волновые режимы течения тонкого слоя вязкой жидкости под действием силы тяжести. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1967, № 1.

18. **Benjamin T. B.** The development of three — dimensional disturbances in an unstable film of liquid flowing down an inclined plane. — «J. Fluid Mech.», 1961, vol. 10, № 3.

19. **Hydrodynamics** and heat transfer of vertical falling liquid films. — «Bull. of the JSME», 1972, vol. 15, № 83.

Глава шестая

1. **Гидравлика** и теплообмен в элементах энергетического оборудования. — «Труды ЦКТИ», 1970. Авт.: А. А. Андреевский, В. М. Боришанский, И. Б. Гаврилов. Вып. 101.

2. **Арманд А. А.** Сопротивление при движении двухфазной системы по горизонтальным трубам. — «Изв. ВТИ», 1946, № 1.

3. **Арманд А. А., Невструева Е. И.** Исследование механизма движения двухфазной смеси в вертикальной трубе. — «Изв. ВТИ», 1950, № 2.

4. **Арманд А. А., Трещев Г. Г.** Исследование сопротивления при движении паро-водяной смеси в обогреваемой котельной трубе при высоком давлении. — «Изв. ВТИ», 1949, № 4.

5. **Байтина Ц. М., Балдина О. М.** Условия образования вихревых воронок в барабанах паровых котлов. — «Теплоэнергетика», 1958, № 9.

6. Вопросы теплоотдачи и гидравлики двухфазных сред. М.—Л., Госэнергоиздат, 1961.

7. Нормативный метод гидравлического расчета паровых котлов. Л., ВТИ — ЦКТИ, 1968.

8. **Газян Г. С.** Характеристическая теория движения двухфазной смеси по вертикальным трубам. — «Нефтяное хозяйство», 1950, № 8—9.

9. **Гремилов Д. И.** Исследование движения паро-ртутной смеси в трубах. — «Труды ЦКТИ», 1952, кн. 23.

10. **Гурбанов Р. С., Расизаде Я. М., Файзуллаев Д. Ф.** Элементы гидравлики смесей. Ташкент, «Фан», 1970.

11. **Диденко А. Я.** и др. Исследование локальных характеристик изотермического двухфазного потока. — «Сб. МИФИ», 1969, № 2.

12. **Козлов Б. К.** Формы течения газожидкостной смеси и границы их устойчивости в вертикальных трубах. — «ЖТФ», 1954, т. 24, вып. 12.

13. **Константинов Н. Н.** Гидравлика двухфазного потока и ее применение к расчетам эрлифтов, гидравлических затворов и циркуляции в вертикально-водотрубных паровых котлах. — В кн.: Исследование и применение нефтепродуктов, вып. 2. М., Гостоптехиздат, 1950.

14. **Костерин С. И.** Исследование влияния диаметра и расположения трубы на гидравлическое сопротивление и структуру течения газожидкостных смесей. — «Изв. АН СССР. ОТН», 1949, № 12.

15. **Костерин С. И.** Исследование структуры потока двухфазной среды в горизонтальных трубах.—«Изв. АН СССР. ОТН», 1943, № 7.

16. **Красякова Л. Ю.** Исследование движения двухфазной смеси в горизонтальной трубе. — «ЖТФ», 1952, № 4.

17. **Кроль П. И., Ложкин А. Н.** О механизме кипения ртути в элементах ртутного парогенератора. — «ЖТФ», 1938, т. VIII, вып. 21.

18. **Кутателадзе С. С.** Движение двухфазного потока в трубах. — «Котлотурбостроение», 1947, № 16.

19. **Кутателадзе С. С.** Движение парожидкостной смеси в трубах и обобщенные координаты для его анализа. — «Котлотурбостроение», 1946, № 2.

20. **Кутателадзе С. С.** Новое направление в исследовании процессов теплопередачи при изменении агрегатного состояния вещества. — «Советское котлотурбостроение», 1938, № 3.

21. **Локшин В. А., Роддатис К. Ф.** Экспериментальные характеристики естественной циркуляции при высоком давлении. — «Изв. ВТИ», 1941, № 4.

22. Гидродинамика газожидкостных смесей в трубах. М., «Недра», 1969.

23. **Мартынова О. И., Миропольский З. Л., Стырикович М. А.** Процессы генерации пара на электростанциях. М., «Энергия», 1969.

24. **Мологин М. А.** Формы течения газожидкостных смесей в горизонтальных трубах. — «ДАН СССР», 1954, т. 94, № 5.

25. Исследование турбулентных течений двухфазных сред. Под ред. С. С. Кутателадзе. Новосибирск, Изд-во ИТФ СО АН СССР, 1973.

26. **Осмачкин В. С.** Статистический анализ в теплогидравлике двухфазных смесей. Препринт ИАЭ-2152. М., 1971.

27. **Петерсон Д. Э.** К вопросу об относительном движении пара и воды в трубах паровых котлов. — «Советское котлотурбостроение», 1936, № 4.

28. **Померанцев В. В., Сыркин С. Н.** К вопросу о механизме естественной циркуляции в паровых котлах. — «Труды ЦКТИ», 1936, вып. 8.

29. **Достижения** в области теплообмена. М., «Мир», 1970.

30. **Конвективная** теплопередача в двухфазном и однородном потоках. М. — Л., «Энергия», 1964.

31. **Проблемы** теплообмена. М., Атомиздат, 1967.

32. **Стырикович М. А.** и др. Генерация пара сверхвысоких параметров. МЭИ — ЭНИН, М., 1951.

33. **Стырикович М. А., Холодовский Г. Е.** Исследование циркуляции в парогенерирующих трубах при высоких давлениях водяного пара. — «Изв. АН СССР. ОТН», 1951, № 4.

34. **Стырикович М. А., Полонский В. С., Безруков Е. К.** Исследование массообмена в парогенерирующих каналах «солевым методом». — «ТВТ», 1971, т. IX, № 3.

35. Некоторые вопросы исследования массо- и теплообмена в парогенерирующих каналах. — «Труды МЭИ», Теплообмен и гидродинамика одно- и двухфазных теплоносителей, вып. 81. М., 1971. Авт.: М. А. Стырикович, З. Л. Миропольский, В. С. Полонский и др.

36. Исследование радиального переноса тепла и массы при кипении в трубе. — В кн.: Тепло- и массоперенос, т. II, ч. 1, Минск, «Наука и техника», 1972. Авт.: М. А. Стырикович, З. Л. Миропольский, В. С. Полонский и др.

37. Телетов С. Г. Уравнения гидродинамики двухфазных жидкостей. — «ДАН СССР», т. 50, 1945, с. 99—102.

38. **Тонг Л.** Теплоотдача при кипении и двухфазное течение. М., «Мир», 1969.

39. Труды ЦКТИ, 1964, вып. 47.

40. Труды ЦКТИ, 1965, вып. 59.

41. Трубы КЦТИ, 1970, вып. 101.

42. **Уоллис Г.** Одномерные двухфазные течения. М., «Мир», 1972.

43. **Холодовский Г. Е.** Новый метод обобщения опытных данных для измерения истинного газосодержания в двухфазном потоке. — «Теплоэнергетика», 1957, № 7.

44. **Cumo M.** Elementi di termotecnica del reactore, CNEN, Roma, 1971.

Глава седьмая

1. **Авксентюк Б. П., Бобрович Г. И., Кутателадзе С. С., Москвичева В. Н.** О вырождении режима пузырькового кипения в условиях свободной конвекции. — «ПМТФ», 1972, № 1.

2. **Адамовский В. И., Кутателадзе С. С., Штоколов Л. С.** Гидравлическое сопротивление при кипении этилового спирта, недо-

гретого до температуры насыщения, в области больших скоростей течения — «ПМТФ», 1967, № 3.

3. **Адамовский В. И., Своркова И. Н., Штоколов Л. С.** Критические тепловые потоки при кипении этилового спирта для скоростей течения от 50 до 11 м/сек. — «ПМТФ», 1967, № 2.

4. **Аладьев И. Т., Яшнов В. И.** Экспериментальное исследование влияния продолжительности кипения и солесодержания воды на кризис кипения. — В кн.: Теплопередача. М., Изд-во АН СССР, 1962.

5. **Валукина Н. В., Гогонин И. И., Кутателадзе С. С.** Влияние размера нагревателя на критические тепловые нагрузки при кипении недогретой жидкости в условиях свободной конвекции. — «ТВТ», 1967, т. 5, № 5.

6. Гидравлика и теплообмен в элементах энергетического оборудования. — «Труды ЦКТИ», 1970, вып. 101.

7. Кризис теплообмена на внутренней поверхности кольцевых щелей при двустороннем обогреве. — В кн.: Теплофизика и теплотехника, вып. 20, Киев, 1971. Авт.: Е. Д. Домышев, А. К. Литошенко, Г. Е. Струченко и др.

8. **Дорощук В. Е.** Кризисы теплообмена при кипении воды в трубах. М., «Энергия», 1970.

9. Конвективная теплопередача в двухфазном и однофазном потоках. М. — Л., «Энергия», 1964.

10. Теплообмен при кипении металлов в условиях свободной конвекции. М., «Наука», 1969.

11. **Лабунцов Д. А.** О верхней границе критических тепловых потоков. — «ТВТ», 1972, № 6.

12. **Литошенко А. К., Толубинский В. И., Шевцов В. Л.** Обобщение опытных данных по критическим тепловым нагрузкам в кольцевых каналах. — В кн.: Тепло- и массоперенос, т. 2. Минск, 1968.

13. **Мартынова О. И., Миропольский З. Л., Стырикович М. А.** Процессы генерации пара на электростанциях. М., «Энергия», 1969.

14. **Осмачкин В. С.** Кризис теплообмена при движении кипящей воды вдоль пучков тепловыделяющих стержней. Препринт ИАЭ-2014, М., 1971.

15. **Поляков Г. М., Стырикович М. А.** О критической тепловой нагрузке при кипении жидкости в большом объеме. — «Изв. АН СССР. ОТН», 1951, № 5.

16. Вопросы теплообмена при изменении агрегатного состояния вещества. М. — Л., Госэнергоиздат, 1953.

17. Вопросы теплоотдачи и гидравлики двухфазных сред. М. — Л., Госэнергоиздат, 1961.

18. **Скрипов В. П.** Метастабильная жидкость. М., «Наука», 1972.

19. **Тонг Л.** Теплоотдача при кипении и двухфазное течение. М., «Мир», 1969.

20. **Чиркин В. С., Юкин В. П.** Кризис теплосъема в потоке некипящей воды для кольцевого зазора. — «ЖТФ», 1956, вып. 7.

21. **Штоколов Л. С.** Обобщение экспериментальных данных о распространенном кризисе теплообмена при кипении жидкостей. — «ПМТФ», 1966, № 1.

22. **Яшнов В. И.** Влияние некоторых свойств поверхности на кризис кипения. — В. кн.: Теплопередача. М., Изд-во АН СССР, 1962.

23. **Bakhru N., Lienhard J. H.** Boilling from small cylinders. — «Int. J. Heat Mass Transf.», 1972, vol. 15, № 11, p. 2011—2025.
24. **Collier I. G., Hewitt G. F., Keargey H. A.** Correlation of critical heat flux for the vertical flow of water in uniformly heated channels. AERE—R5590, Harweel, 1970.
25. **Lienhard J. H., Kauo — Hwa — Sun.** Effects of gravity and size — upon film boiling from horisontal cylindres. — «Trans. ASME», ser. C, 1970, vol. 92, № 2, p. 292—298.
26. **Van — Strolen S. I. D.** Warmtoverdracht aan kokehde binare vloestofuengsels. H. Veenman en Zonen N. V., Wegeningen, 1959.
27. **Westwater J. W.** Development of textended surfaces for use in boiling liquids. — In: «13th National Heat Transfer Conference», Denker, Colorado, August 6—9, 1973.

Глава восьмая

1. **Абрамович Г. Н.** Прикладная газовая динамика. М., Гостехиздат, 1953.
2. **Блинов В. И., Фейнберг Е. Л.** О пульсации струи и разрыве ее на капли. — «ЖТФ», 1953, т. XXIII, вып. 5.
3. **Борщевский Ю. Т., Федоткин И. М., Колодин А. М.** Двухфазные турбулентные струйные течения. Киев, «Техника», 1972.
4. **Вебер К.** Распад струи жидкости. — В кн.: Двигатели внутреннего сгорания, т. 1. М., ОНТИ, 1936.
5. **Витман Л. А., Кацнельсон Б. Д., Палеев И. И.** Распыливание жидкости форсунками. М. — Л., Госэнергоиздат, 1962.
6. **Волынский М. С.** Изучение дробления капель в газовом потоке. — «ДАН СССР», 1949, т. 68, № 2.
7. **Волынский М. С., Липатов А. С.** Деформация и дробление капель в потоке газа. — «ИФЖ», 1970, т. XVIII, № 5.
8. **Гольдштик М. А., Зыкин Г. П., Петухов Ю. И., Сорокин В. Н.** Об определении радиуса воздушного вихря в центробежной форсуке. — «ПМТФ», 1969, № 4.
9. **Гордин К. А., Истратов А. Г., Либрович В. Б.** К кинетике деформации и дробления жидкой капли в газовом потоке. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1969, № 1.
10. **Колмогоров А. Н.** О дроблении капель в турбулентном потоке. — «ДАН СССР», 1949, т. 66, № 5.
11. **Салтанов Г. А.** Сверхзвуковые двухфазные течения. М., «Высшая школа», 1972.
12. **Уоллис Г.** Одномерные двухфазные течения. М., «Мир», 1972.
13. **Adelberg M.** Mean drop size resulting from the injection of a liquid jet into a high — speed gas stream. — «AIAA J.», 1968, vol. 6, № 6, p. 1143—1147.
14. **Adelberg M.** Breakup rate and penetration of a liquid jet in gas stream. — «AIAA J.», 1967, vol. 5, № 8, p. 408—415.

Глава девятая

1. **Бэтчелор Г. Г.** Волны сжатия суспензии газовых пузырьков в жидкости. — «Механика», 1968, № 3.
2. **Иорданский С. В.** Об уравнениях движения жидкости, содержащей пузырьки газа. — «ПМТФ», 1960, № 3.
3. **Кадомцев Б. Б., Карпман В. И.** Нелинейные волны.—«УФН». т. 103, вып. 2, 1971.

4. **Карпман В. И.** Нелинейные волны в диспергированных средах. Новосибирск, Изд-во НГУ, 1968.

5. **Когарко Б. С.** Об одной модели кавитирующей жидкости. — «ДАН СССР», 1961, т. 137, № 6.

6. Механика многофазных сред. — В кн.: Итоги науки и техники, серия гидромеханики, т. 6, М., «Наука», 1972.

7. **Кутателадзе С. С.** и др. О структуре слабой ударной волны в газожидкостной среде. — «ДАН СССР», 1972, т. 207, № 2.

8. **Накоряков В. Е., Соболев В. В., Шрейбер И. Р.** Длинноволновые возмущения в газожидкостной смеси. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1972, № 5.

9. **Сагдеев Р. З.** О тонкой структуре фронта ударной волны, распространяющейся поперек магнитного поля в разреженной плазме. — «ЖТФ», 1961, т. 31, вып. 10.

10. **Zwick S. A.** Behaviour of small permanent gas bubbless in a liquid. — «J. Mathem. and Phys.», 1957, vol. 37, № 3, 4.

11. **Van Wijngaarden L.** On the equations of motion for mixture of fluid and gas bubbless. — «J. Fluid Mech.», 1968, vol. 33, № 3.

12. **Van Wijngaarden L.** On the structure of shock waves in liquid — bubble mixtures. — «Appl. Sci. Res.», 1970, vol. 22, № 5 .

13. **Campbell L. J., Pitcher A. S.** Shock waves in a liquid containing gas bubbles. — «Proc. Roy. Soc.», Ser. A, 1958, vol. 243, № 1, p. 235.

Глава десятая

1. **Вайсман М. Д.** Термодинамика парожидкостных потоков. М., «Энергия», 1967.

2. **Дейч М. Е., Филиппов Г. А.** Газодинамика двухфазных сред. М., «Энергия», 1968.

3. **Салтанов Г. А.** Сверхзвуковые двухфазные течения. М., «Высшая школа», 1972.

4. **Циклаури Г. В., Селезнев Л. И., Данилин В. С.** Адиабатные двухфазные течения. М., Атомиздат, 1973.

5. **Gyarmthy G.** Grundlagen einer Theorie der Nassdampfturbine, Zürich, 1962.

Глава одиннадцатая

1. **Розен А. М., Голуб С. И., Давыдов И. Ф., Гостинин Г. И.** Некоторые закономерности капельного уноса. — ДАН СССР, 1969, т. 187, № 2.

2. **Розен А. М., Голуб С. И., Давыдов И. Ф.** Об уносе влаги на малых расстояниях от зеркала испарения. — «ТОТХ», 1972, т. 6, № 3.

3. **Стырикович М. А., Петухов В. И., Колокольцев В. А.** Влияние плотности газовой фазы на величину капельного уноса. — «Теплоэнергетика», 1964, № 11.

4. **Стырикович М. А., Бартоломей Г. Г., Винокур Я. Г., Колокольцев В. А.** Исследование капельного уноса двузамещенного фосфата натрия и сульфата натрия при атмосферном давлении.—«Теплоэнергетика», 1961, № 11.