ВСЕСОЮЗНЫЙ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ВОДОСНАБЖЕНИЯ, КАНАЛИЗАЦИИ, ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ
И ИНЖЕНЕРНОЙ ГИДРОГЕОЛОГИИ
„ВОДГЕО"

Лаборатория водного хозяйства
НАУЧНЫЕ СООБЩЕНИЯ № 3

В. М. ШЕСТАКОВ

Основы гидрогеологических расчетов при фильтрации из хранилищ промышленных стоков

Москва—1961

АКАДЕМИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА И АРХИТЕКТУРЫ СССР

ВСЕСОЮЗНЫЙ
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ВОДОСНАБЖЕНИЯ, КАНАЛИЗАЦИИ, ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ
И ИНЖЕНЕРНОЙ ГИДРОГЕОЛОГИИ
„ВОДГЕО"

Лаборатория водного хозяйства
НАУЧНЫЕ СООБЩЕНИЯ — № 3

Канд. техн. наук В. М. ШЕСТАКОВ

Основы гидрогеологических расчетов при фильтрации из хранилищ промышленных стоков

Москва—1961

Редактор канд. техн. наук *Ф. М. БОЧЕВЕР.*

Условные обозначения

k — коэффициент фильтрации.

$\overline{k} = \frac{k\mu}{\gamma}$ — коэффициент проницаемости.

μ — вязкость фильтрующейся жидкости.

γ — объемный вес фильтрующейся жидкости.

n — пористость грунта.

n_0 — активная пористость грунта.

$n_н$ — коэффициент недостатка насыщения.

T — мощность водоносного пласта.

w — интенсивность инфильтрации.

$\beta = \frac{kh_{ср}}{n_н}$ — коэффициент уровнепроводности (параметр Буссинеска).

$\omega_{хр}$ — площадь хранилища.

ВВЕДЕНИЕ

Промышлеиные стоки, представляющие собой жидкие отходы промышленных предприятий, довольно часто складируются в открытых земляных хранилищах. Однако, при наличии фильтрации из хранилища, промстоки загрязняют естественный грунтовый поток, причем загрязнение, распространяясь вместе с грунтовым потоком, может со временем достигнуть водозаборов подземных вод или попасть в открытые водотоки, нарушая тем самым нормальные санитарные условия района.

Для оценки влияния фильтрации из хранилищ на грунтовый поток необходимо определить возникающий при этом подпор грунтовых вод и размеры зоны загрязнения (распространения промстоков) при заданном режиме работы хранилища. Эта задача может быть решена на основе совместного рассмотрения гидродинамических условий формирования фильтрационного потока и физико-химических процессов, происходящих в грунтах при протекании через них растворов (промстоков).

Проявление физико-химических процессов сказывается прежде всего в сорбции растворов на грунтах, существенно влияющей на скорость распространения загрязнения в грунтовом потоке. Кроме того, при протекании растворов через грунт, последний также в определенной степени изменяется, причем это изменение может коснуться также и фильтрационных свойств грунта. Следует иметь в виду, что воздействие раствора на грунт касается, в основном, мелкодисперсных (глинистых и пылеватых) его составляющих и при изучении фильтрации в песчаных пластах этим фактором можно пренебрегать.

При фильтрации из хранилищ промстоки прежде всего проходят зону под хранилищем, двигаясь, в основном, вертикально вниз, а затем, достигая бытового потока или водоупора, начинают распространяться в горизонтальном направлении.

Поэтому все расчеты подпора грунтовых вод надо вести, начиная с момента добегания фильтратом из хранилища поверхности грунтовых вод, а при расчетах распространения загрязнения надо, кроме того, учитывать, что за счет влияния сорбции загрязнение будет двигаться медленнее фильтрата и позднее достигнет поверхности грунтовых вод.

Расчеты подпора грунтовых вод производятся в тех случаях, когда возникает опасность подтопления территории в районе хранилища или когда необходимо оценить изменение режима работы ближайших водозаборных сооружений. При этом рекомендуется прежде всего определить подпор в условиях установившейся фильтрации, используя в сложных случаях для построения сетки движения, графический метод или метод ЭГДА, а затем уже по упрощенным расчетным схемам оценить изменение этого подпора во времени, имея в виду, что эта оценка носит обычно приближенный характер.

При расчетах фильтрации из хранилищ, основным вопросом обычно является оценка размеров зоны загрязнения промстоками грунтового потока, которые определяются положением границы раздела между соленым

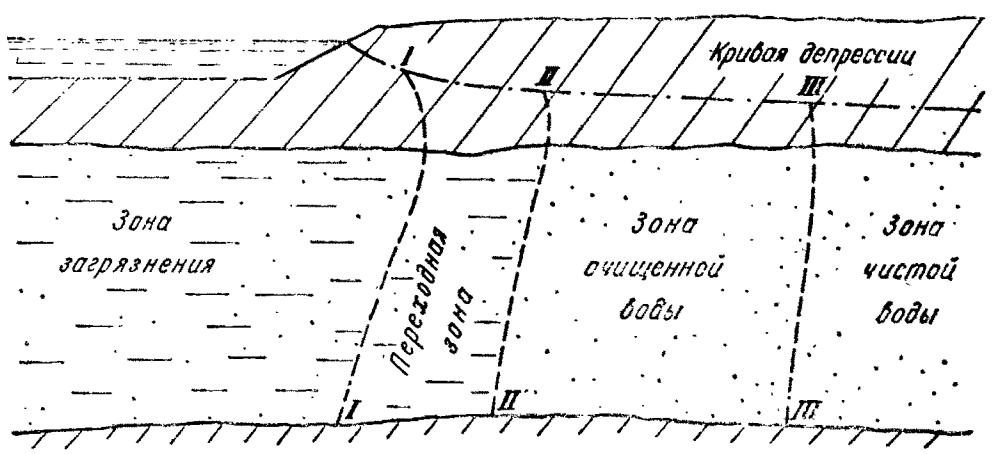


Рис. 1. Схема распространения промстоков от хранилища *I—I*—граница раздела зоны загрязненных вод и переходной зоны; *II—II*—граница раздела переходной зоны и зоны очищенных вод; *III—III*—граница раздела зоны очищенных вод и чистых грунтовых вод

(загрязненным) и чистым (естественным) грунтовым потоком. Эта граница раздела двигается по направлению фильтрационного потока, несколько деформируясь за счет

различия плотностей и вязкостей фильтрующихся жидкостей. Значительное влияние на движение фронта загрязнения может оказывать сорбция растворов на грунтах, которая приводит к образованию кроме зон чистой и соленой (загрязненной) воды еще и зоны воды, очищенной за счет сорбции растворов при их фильтрации через грунт (рис. 1).

Характер границ раздела между отдельными зонами усложняется, кроме того, фильтрационной неоднородностью пласта, диффузией растворов и процессами кинетики сорбции, в связи с чем граница раздела не имеет четкого выражения, а как бы размазывается, образуя переходные зоны между отдельными областями.

Детальное рассмотрение всех этих вопросов является предметом особого исследования; в настоящей же работе делается попытка рассмотреть гидрогеологические основы расчетов фильтрации из хранилищ промстоков, с которых следует начинать анализ условий воздействия хранилищ на прилегающие территории.

Вместе с тем, используемая методика фильтрационных расчетов и результаты решений некоторых конкретных задач, могут быть использованы при фильтрационных расчетах водохранилищ, каналов, дренажей, подземного водоснабжения и т. п.

Считаю своим долгом принести благодарность Ф. М. Бочеверу за внимательное редактирование работы и Г. М. Кузовлеву за полезное ее обсуждение.

ГЛАВА I. НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗ ХРАНИЛИЩ ПРОМСТОКОВ

§. 1. Схематизация условий фильтрации из хранилищ

По строению в вертикальном разрезе можно выделить три основные типа хранилищ: 1) хранилище на однородном основании, 2) хранилище с естественным или искусственным экраном и 3) хранилище на непроницаемом основании.

При фильтрации из хранилищ на однородном проницаемом основании соленая вода под хранилищем идет сплошным потоком и после достижения бытового уровня подземных вод образует единый поток, находящийся в гидравлической взаимосвязи с хранилищем.

При фильтрации из хранилища с экраном обязательно (по крайней мере в первый период) образование под экра-

ном зоны инфильтрации с неполным заполнением пор водой. Таким образом, в этом случае, соленая вода из хранилища, проходя сплошным потоком через экран, далее терпит разрыв сплошности течения. При достижении соленой водой грунтового потока или водоупора, уровень грунтовых вод начинает постепенно подниматься. Образующийся при этом купол грунтовых вод может постепенно подняться до дна хранилища и сомкнуться с водой заполняющей хранилище. В случае, если подъем уровня грунтовых вод не достигает дна хранилища, зона инфильтрации сохраняется и в условиях стабилизации течения.

Из хранилищ на непроницаемом основании имеет место фильтрация только через ограждающие дамбы.

При наличии гидравлической связи хранилища с грунтовым потоком, характерным является условие заданного уровня в хранилище. Если же при фильтрации из экранированного хранилища сплошность потока нарушается, характерным будет условие постоянного расхода, вытекающего из хранилища.

К условиям фильтрации из хранилищ примыкают условия фильтрации при утечках солевых растворов из промышленных зданий или из коммуникаций. В этих случаях обычно бывает только неопределенной величина инфильтрации, определяемая качеством строительных работ и условиями эксплуатации сооружений. Эту величину можно определять по данным наблюдений за фильтрационным потоком в период эксплуатации, а также пользуясь соответствующими аналогами [2].

Схематизацию гидрогеологической обстановки следует проводить таким образом, чтобы, с одной стороны, наиболее полно отразить природные условия, а, с другой стороны, получить наиболее удобные для расчета схемы. С этих точек зрения фильтрационный поток из хранилищ обычно можно рассматривать, как плоский в плане, когда в каждом сечении потока горизонтальные составляющие скорости фильтрации считаются постоянными, т. е. выполняется предпосылка Дюпюи.

При анализе условий фильтрации из хранилищ большое значение имеют условия формирования фильтрационного потока, которые могут быть разделены на типовые и сложные.

В типовые условия включаются однородные в фильтрационном отношении (или приводимые к однородным) водоносные пласты, которые по условиям питания могут

быть отнесены к одному из следующих типов: а) неограниченный поток; б) полуограниченный поток; в) полосовая область фильтрации.

а) Неограниченный поток можно принимать в тех случаях, когда область влияния хранилища не распространяется до ближайшей границы пласта.

б) Полуограниченным называется поток, ограниченный с одной стороны контуром питания (чаще всего рекой), который вблизи хранилища можно считать прямолинейным.

Усложненным вариантом полуограниченного потока является водоносный пласт в углу между двумя областями питания (в зоне слияния двух рек) или между областью питания (рекой) и непроницаемой границей (например сбросом).

в) Полосовая область фильтрации (пласт-полоса) рассматривается в двух основных вариантах:

1-й вариант — границы пласта являются контурами питания или стока—может встретиться при расположении хранилища в междуречьи или в пределах пойменной террасы, примыкающей к более проницаемому коренному берегу (в данном случае последний также считается областью питания).

2-й вариант—одна из границ непроницаема, а другая является областью питания—характерен для хранилищ, располагаемых в пойме примыкающей к слабопроницаемой надпойменной террасе.

Влияние границ потока проявляется лишь по истечении некоторого времени $t_{гр}$, приближенно определяемого по формуле

$$t_{гр} = \frac{n_н L^2}{2\kappa T}, \qquad (I.\ 1)$$

где L —расстояние от хранилища до границы.

Расчеты по типовым условиям возможны для хранилищ сравнительно небольших размеров, когда они могут быть заменены круглым в плане водоемом („большим колодцем"). Такая замена допустима, если ближайшее расстояние до границы пласта больше размеров хранилища.

При неоднородном сложении фильтрационного потока, особенно для крупных хранилищ, условия фильтрации относятся к сложным. В сложных условиях фильтрационные расчеты целесообразно проводить, основываясь на методе недеформируемых линий тока, как это для плановых задач предложено С. Н.Нумеровым [4] и А. В. Ро-

мановым [7]. Этот метод заключается в том, что прежде всего экспериментальным путем (методами графическим или ЭГДА) строится гидродинамическая сетка для установившегося движения. После этого выбираются характерные ленты тока, по которым ведется расчет в предположении, что линии тока со временем не изменяются. Далее для упрощения каждая расчетная лента тока, имеющая переменную по длине ширину, приводится к ленте постоянной ширины, что дает возможность рассматривать поток в пределах каждой ленты линейным в плане.

Определение приведенной длины L какой-либо ленты тока (рис. 2) может быть произведено по формуле

$$L = \delta \cdot \frac{b_{xp}}{b_i} l_i , \qquad \text{(I. 2)}$$

где δ — число отсеков в пределах расчетной ленты тока;
b_{xp} — ширина ленты тока вблизи хранилища;
b_i и l_i — ширина и длина выбранного расчетного отсека.

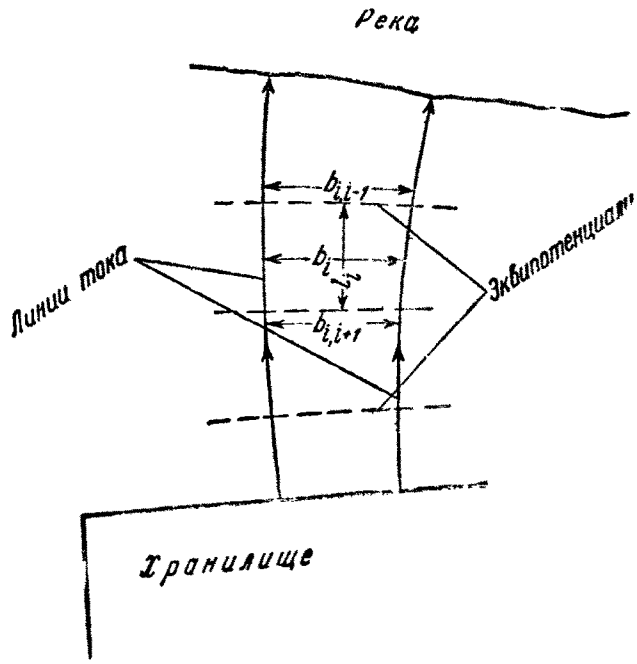


Рис. 2.

При этом в качестве расчетного значения проводимости (при ее изменении вдоль ленты тока) следует принимать величину $\kappa T = \kappa_i T_i$, которая имеет место в расчетном отсеке, а расчетная ширина ленты тока принимается равной b_{xp}.

Для того, чтобы определить положение любой точки на приведенной (спрямленной) ленте тока целесообразно построить график зависимости между действительным расстоянием до любой точки от хранилища и расстоянием до этой точки на приведенной ленте тока, пользуясь тем, что каждую спрямленную ленту тока эквипотенциали делят на равные части.

§ 2. Уравнения неустановившейся фильтрации

Фильтрация из хранилищ имеет неустановившийся характер. В условиях планово-плоской фильтрации неустановившееся движение описывается известным уравнением Буссинеска [1, 5, 8]:

$$n_н \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(kh \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(kh \frac{\partial h}{\partial y}\right), \qquad (I.\ 3)$$

которое весьма успешно применяется для решения широкого класса фильтрационных задач.

Однако, строгие решения этого уравнения вследствие того, что оно является нелинейным, связаны с большими математическими трудностями. Положение существенно улучшается, если линеаризировать уравнение Буссинеска, причем могут применяться два способа линеаризации.

Первый способ (по Буссинеску) [5, 8] заключается в том, что в уравнении (I. 3) величины kh, стоящие в скобках перед производными $\frac{\partial h}{\partial x}$ и $\frac{\partial h}{\partial y}$ — осредняются и выносятся за знак производной. Тогда уравнение (I. 3) принимает вид

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \beta\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right); \quad \beta = \frac{kT}{n_н}. \qquad (I.\ 4)$$

Величина T представляет собой некоторую среднюю мощность потока ($T = h_{ср}$). Таким образом в основе этого способа линеаризации лежит предпосылка о том, что изменением проводимости потока kh в процессе неустановившейся фильтрации можно пренебречь. Такого рода предпосылка оправдывается в большинстве случаев, так как изменения коэффициента фильтрации k устанавливаемые обычно весьма ориентировочно, как правило, значительно превосходят изменения мощности потока h при

изменения уровня в процессе неустановившейся фильтрации.

По второму способу линеаризации (по Н. А. Багрову, Н. Н. Веригину [3, 5]) левая часть в уравнении (I. 3) представляется сначала в виде

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{2h} \cdot \frac{\partial h^2}{\partial t}, \qquad \text{(I. 5)}$$

а затем величина h, не входящая под знак производной, осредняется. Тогда при постоянном k уравнение (I. 3) принимает вид:

$$\frac{\partial h^2}{\partial t} = \beta \left(\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} \right). \qquad \text{(I. 6)}$$

Уравнения (I. 4) и (I. 6) являются уже линейными соответственно относительно величин h и h^2.

Параметр β в этих уравнениях по аналогии с коэффициентом пьезопроводности в теории упругого режима может быть назван коэффициентом уровнепроводности или параметром Буссинеска.

Сравнивая изложенные способы линеаризации уравнения Буссинеска, можно заметить, что для однородных условий несколько более строгим является второй способ, так как уравнение (I. 6) позволяет в пределе, при установившемся режиме фильтрации получить строгие решения и, в частности, для линейной задачи—параболу Дюпюи в то время, как уравнение (I. 4) дает в данном случае прямую линию.

Вместе с тем уравнение (I .4) дает лучшие результаты в неоднородных условиях, когда нижние слои водоносного пласта заметно более проницаемы, чем верхние, так как в этих условиях изменение проводимости пласта при изменении уровня потока незначительны, а кривые депрессий в условиях установившегося режима при линейной в плане задаче близки к прямым линиям. Этот тип неоднородности потока весьма распространен в природе и имеет место в том случае, когда песчаный горизонт покрывается суглинистым или супесчаным покровом, либо в том случае, когда в основании песчаного горизонта располагается песчано-гравелистый плас.

Нередко приходится также встречаться с условиями неупорядоченной, а иногда и просто неизвестной неоднородности. В этих случаях, применение обоих способов линеаризации может быть одинаково оправданным, однако

первый способ является более предпочтительным, так как он позволяет получить более простые расчетные зависимости.

Таким образом, можно прийти к выводу, что при гидрогеологических расчетах в реальных условиях целесообразно пользоваться решениями уравнения (I. 4), линеаризованного по сбособу Буссинеска.

Зависимостями же, основанными на решениях уравнения (I. 6), для гидрогеологических расчетов следует пользоваться только в исключительных случаях для достаточно однородной среды (например, при фильтрации в грунтах одинакового литологического состава) или для условий, приводимых к однородным.

Аналогичный вывод сделан С. Ф. Аверьяновым [1], который для решения задач подпора пользуется только решениями, основанными на линеаризации уравнения (I. 4); в такой же постановке обычно рассматриваются задачи неустановившейся фильтрации и в зарубежной литературе [11].

§ 3. Активная пористость грунтов. Учет сорбции растворов на грунтах

Действительная скорость движения воды в порах V_0 связана со скоростью фильтрации V соотношением

$$V_0 = \frac{V}{n_0}, \qquad \text{(I. 7)}$$

где n_0 — активная пористость грунта.

При оценке величины n_0 следует иметь в виду, что, хотя в поровом пространстве имеются застойные зоны, раствор, двигаясь по активной части пор, за счет молекулярной и конвективной диффузии вступает во взаимодействие с водой в застойных зонах и постепенно насыщает их. Несмотря на медленное протекание диффузионных процессов, они все же, благодаря весьма малым размерам пор по сравнению с длиной пути фильтрации успевают, по-видимому, завершиться достаточно быстро. Это подтверждается опытными данными [9], согласно которым характер движения растворов практически не зависит от их диффузионных свойств.

Из этого следует, что активная пористость должна включать в себя полную пористость грунта n_0 за исклю-

чением нерастворяющего объема воды, состоящего из прочно связанной и частично рыхло связанной воды [6], т. е.

$$n_0 = n - n_{св}\ , \qquad \text{(I. 8)}$$

где $n_{св}$ — содержание связанной воды, которое можно принимать равным максимальной молекулярной влагоемкости.

Для песков $n_{св} \simeq 2-3\%$ и $n_0 \simeq n$, что подтверждается, например, результатами опытов Фон-Розенберга [10], по результатам которых величина активной пористости оказывается практически равной полной пористости (оказалось, что при $n = 0{,}35 - 0{,}40$, $n_0 = 0{,}34 - 0{,}35$).

При фильтрации растворов большое значение может иметь их сорбция на грунтах, влияние которой приводит к замедлению движения растворов. Рассмотрим условия продвижения фронта (границы раздела) раствор—вода с учетом сорбции, считая, что она протекает практически мгновенно[1].

Пусть за время dt граница раздела передвинулась на величину dl. Составим солевой баланс элемента длиной dl и единичного поперечного сечения.

При продвижении границы раздела в этом элементе остается некоторое количество соли из раствора dW_c, причем одна часть его, соответствующая концентрации c содержится в порах грунта, а другая—сорбируется на грунте.

Если обозначить через N количество сорбированной соли, отнесенное к единице активного порового объема грунта[2], то количество сорбированной соли в рассматриваемом элементе будет равной $n_0 N dl$. Тогда

$$dW_c = n_0 c\, dl + n_0 N\, dl = n_0 (c + N)\, dl\ . \qquad \text{(I. 9)}$$

Вместе с тем

$$dW_c = c\, V\, dt\ , \qquad \text{(I. 10)}$$

где V — скорость фильтрации на границе раздела.

Приравнивая (I. 9) и (I. 10), находим

---

[1] Предварительные исследования показывают, что процессы кинетики сорбции имеют второстепенное значение при изучении вопросов фильтрации из хранилищ.

[2] В физико-химической литературе чаще всего сорбционную емкость относят к единице веса грунта. Если обозначить эту величину через $N_д$, то $N = \frac{\gamma_{гр} \cdot N_д}{n_0}$, где $\gamma_{гр}$ — объемный вес грунта.

$$V_0^c = \frac{dl}{dt} = \frac{V}{n_0\left(1+\frac{N}{c}\right)}, \qquad \text{(I. 11)}$$

где V^c_0 — скорость движения границы раздела с учетом сорбции раствора на грунтах.

При неизменной во времени скорости фильтрации уравнение (I. 11) соответствует известной формуле Шилова-Вознесенского для скорости движения сорбционного фронта.

Сопоставляя (I. 11) и (I. 7), можно видеть, что связь между скоростью движения раствора с учетом и без учета сорбции оказывается совершенно идентичной; только при наличии сорбции вводится как бы „эффективная" пористость $n_э$, определяемая по формуле

$$n_э = n_0\,(1+\bar{N}), \qquad \text{(I. 12)}$$

где $\bar{N} = \frac{N}{c}$ — приведенная сорбционная емкость[1].

Следовательно, при расчетах движения растворов в грунтах учет сорбции достигается введением вместо активной пористости n_0, эффективной пористости $n_э$, определяемой по формуле (I. 12).

Следует иметь в виду, что при экспериментальных исследованиях всегда определяется только эффективная пористость, так как любые растворы в той или иной степени сорбируются на грунтах. Поэтому лучше всего эффективную пористость определять непосредственно для изучаемого раствора и для данных грунтовых условий.

ГЛАВА II. ФОРМИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА ПОД ХРАНИЛИЩЕМ

Процессы формирования фильтрационного потока и его солевого состава под хранилищем оказываются довольно сложными, так как именно под хранилищем происходит наиболее резкое взаимодействие фильтрующихся растворов с грунтами, сопровождающееся сорбцией растворов и определенным перерождением грунта под влиянием физико-химических факторов. Немалое влияние в данном случае оказывает также неоднородность грунтов.

[1] Величину обратную $\bar{N}$ В. В. Рачинский и О. М. Тодес называют ионным отношением.

Подробное освещение этих процессов, является предметом специальных исследований. В дальнейшем мы ограничимся лишь общей оценкой процессов формирования потока под хранилищем, необходимой для решения задачи распространения загрязнения на значительные расстояния от хранилищ.

Будем рассматривать два основных случая фильтрации из хранилищ: а) фильтрация без подпора, когда грунтовый поток находится ниже дна (или экрана) хранилища и не имеет прямой гидравлической связи с хранилищем и б) фильтрация с подпором, когда грунтовый поток имеет непосредственную гидравлическую связь с хранилищем.

§ 1. Фильтрация из хранилища без подпора

При фильтрации с полным заполнением пор водой, время t, необходимое для просачивания потока из бассейна на глубину l, может быть определено по простейшей зависимости Цункера [8]

$$t = \frac{n_0 - n^0}{k}\left[l - (H_0 + h_к)\ln\left(1 + \frac{l}{H_0 + h_к}\right)\right], \qquad \text{(II. 1)}$$

где n^0 — начальная влажность грунта,

H_0 — толщина слоя воды на поверхности (глубина воды в водоеме),

$h_к$ — эффективная капиллярная высота на фронте смачивания.

Величину $h_к$ по С. Ф. Аверьянову следует принимать равной $\frac{2}{3} h_к^0$ ($h_к^0$ — полная высота капиллярного поднятия). Для оценки величины $h_к^0$ можно пользоваться следующим неравенством [9]

$$\frac{0{,}2}{\sqrt{k}} < h_к^0 < \frac{0{,}7}{\sqrt{k}}, \qquad \text{(II. 2)}$$

где k в *м/сут*, а $h_к^0$ в *м*.

Из неэкранированного хранилища фильтрация без подпора происходит до момента смыкания потока из хранилища с естественным грунтовым потоком, который обычно наступает довольно быстро. Так что в данном случае изучение фазы просачивания редко представляет практический интерес.

При фильтрации из экранированного хранилища сплошная фильтрация (с полным заполнением пор) имеет место только в экране, в то время как под экраном образуется зона инфильтрации, т. е. свободного просачивания с неполным заполнением пор.

Время $t_{эк}$ просачивания через экран толщиной $l_{эк}$ определяется по формуле (II. 1) с заменой l на $l_{эк}$*.

При $\frac{l_{эк}}{H_0 + h_к} < 0{,}3$ формулу (II. 1) можно преобразовать к более удобному для расчетов виду

$$t_{эк} = \frac{(n_0 - n^0)_{эк}}{k_{эк}} \cdot \frac{l_{эк}^2}{H_0 + h_к}, \qquad \text{(II. 3)}$$

где $k_{эк}$ и $(n_0 - n^0)_{эк}$ — коэффициент фильтрации и недостаток насыщения (дефицит влажности) грунта экрана.

В зоне инфильтрации просачивание идет с постоянной скоростью и время $t_{инф}$ инфильтрации на глубину $l_{инф}$ может быть определено по формуле Н. Н. Биндемана [4]

$$t_{инф} = \frac{l_{инф}}{w}\left[(n_0 - n^0)\sqrt[3]{\frac{w}{k}} - n^0 + n_{св}\right], \qquad \text{(II. 4)}$$

где $n_{св}$ — содержание связанной воды;
w — интенсивность инфильтрации.

Если начальная влажность соответствует количеству связанной воды ($n^0 = n_{св}$), то формула (II. 4) принимает вид

$$t_{инф} = \frac{n_0 l_{инф}}{\sqrt[3]{kw^2}}. \qquad \text{(II. 4}a\text{)}$$

Величина интенсивности инфильтрации w определяется из следующего соотношения:

$$w = k_{эк}\frac{H_0 + l_{эк} + h_к}{l_{эк}}, \qquad \text{(II. 5)}$$

где $h_к$ определяется для грунтов слоя, в котором происходит инфильтрация.

---

* Качественную сторону фильтрации через экран рассматривал М. Киш [11], который, в частности, установил, что в нижней зоне экрана образуется зона неполного насыщения. Однако, количественное уточнение получается при этом незначительным.

Пример расчета. Требуется определить время просачивания воды на глубину 20 *м* из хранилища с экраном толщиной 1 *м* и коэффициентом фильтрации $k_{эк}$ = =0,005 *м/сут* при H_0=1,5 *м*; $(n_0-n^0)_{эк}$=0,20; k=1,5 *м/сут*; $n_0 = 0{,}35$; $n^0 = n_{св} = 0{,}05$.

Оценим капиллярную высоту для грунта экрана согласно (II. 2) по формуле:

$$h_к^0 = \frac{0{,}4}{\sqrt{0{,}005}} = 5{,}6 \text{ м}; \quad h_к = \frac{2}{3} \cdot 5{,}6 = 3{,}7 \text{ м}.$$

Так как

$$\frac{l_{эк}}{H_0 + h_к} = \frac{1}{1{,}5 + 3{,}7} = 0{,}19 < 0{,}3,$$

то ведем расчет времени просачивания через экран по формуле (II. 3):

$$t_{эк} = \frac{0{,}20}{0{,}005} \cdot \frac{1}{1{,}5 + 3{,}7} = 8 \text{ сут}.$$

Определяя предварительно для грунтов зоны инфильтрации $h_к^0 = 0{,}4$ *м* и $h_к = 0{,}3$ *м*, находим интенсивность инфильтрации по формуле (II. 5)

$$w = 0{,}005 \cdot \frac{1{,}5 + 1{,}0 + 0{,}3}{1{,}0} = 0{,}014 \text{ м/сут}.$$

Так как $n^0 = n_{св}$, то находим время инфильтрации по формуле (II. 4):

$$t_{инф} = \frac{0{,}3 \cdot 20}{\sqrt[3]{1{,}5 \cdot 0{,}014}} = 22 \text{ сут}.$$

Таким образом, общее время просачивания воды из хранилища до грунтового потока составляет по расчету 30 *сут*.

Определим теперь время просачивания из хранилища раствора, имеющего следующие сорбционные характеристики: для грунта экрана $\overline{N}_{эк} = \left(\frac{N}{c}\right)_{эк} = 15$, а для грунта зоны инфильтрации $\overline{N} = \frac{N}{c} = 4$.

Находим эффективную пористость грунта экрана по формуле (I. 8):

$$\text{для экрана } n_э = 0{,}2(1 + 15) = 3{,}2;$$

$$\text{для зоны инфильтрации } n_э = 0{,}3(1 + 4) = 1{,}5.$$

Заменяя в формуле (II. 3) $n_0 = 0{,}20$ на $n_э = 3{,}2$, получим

$$t_{эк} = \frac{3{,}2 \cdot 1}{0{,}005 \cdot (1{,}5 + 3{,}7)} = 123 \text{ сут}$$

$$t_{инф} = \frac{1{,}5 \cdot 20}{\sqrt[3]{1{,}5 \cdot 0{,}014}} = 109 \text{ сут}$$

и общее время просачивания составит 232 *сут*, т. е. почти в 8 раз больше, чем для воды.

Более подробно вопросы инфильтрации рассмотрены Н. Н. Биндеманом [4]; библиография по методам расчета инфильтрации приведена, например, Ю. Б. Виноградовым [6].

§ 2. Фильтрация из хранилища с подпором. Учет сопротивления грунтов под дном хранилища

Если грунтовой поток смыкается с потоком, фильтрующимся из хранилища (условия такого смыкания рассмотрены в § 2 гл. III), то последний при выходе из хранилища должен преодолеть сопротивление грунта под его дном. Величина этого сопротивления зависит от характера и степени неоднородности грунтов в основании хранилища.

Рассмотрим методику определения дополнительного сопротивления для трех основных типов основания хранилища: однородного (рис. 3, *а*) горизонтально-слоистого (рис. 3, *б*) и двухслойного (рис. 3, *в*) в условиях линейного в плане потока (заметим, что к этой схеме поток приводится при расчетах по методу недеформируемых линий тока).

В этом случае влияние сопротивления потока под дном водоема удобно учитывать путем увеличения общей длины потока на величину ΔL, эквивалентную в фильтрационном отношении величине сопротивления грунтов

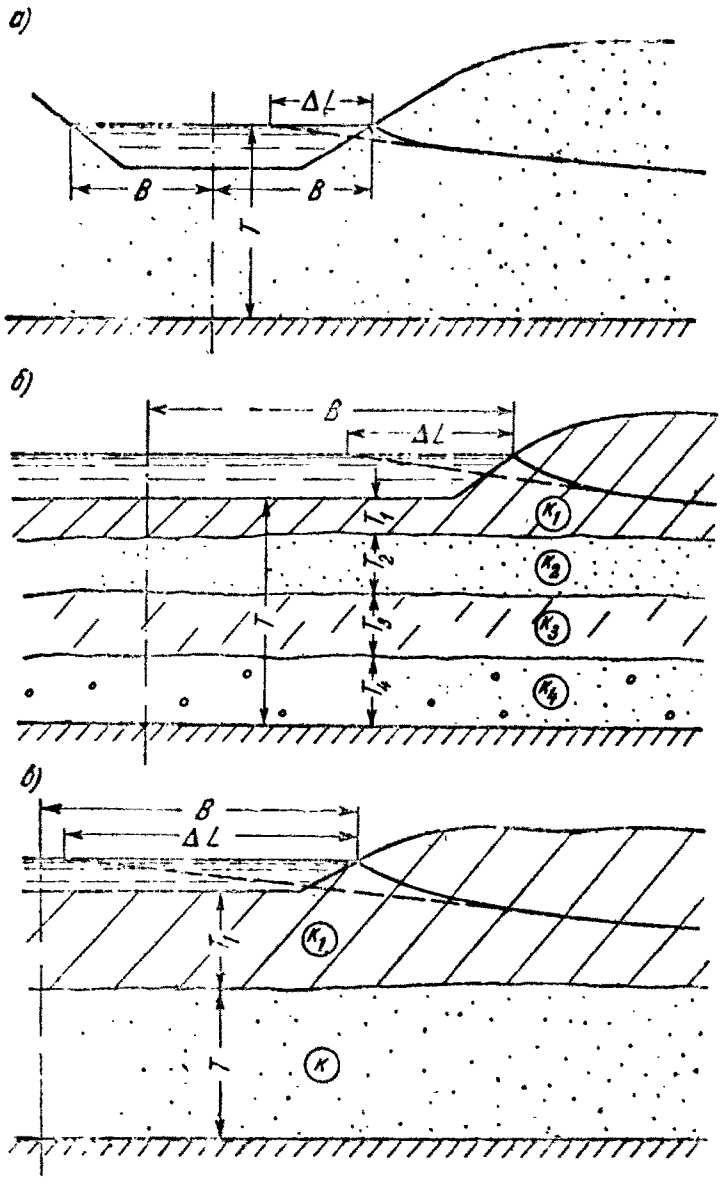


Рис. 3. Типы основания хранилища (к расчету их фильтрационного сопротивления):
а) однородное; *б*) анизотропное; *в*) двухсло йное

под дном хранилища, которую находят из следующих соображений. Погонный расход из хранилища

$$q = \frac{kT\Delta h}{\Phi_д}, \qquad \text{(II. 6)}$$

где $\Phi_д$—фильтрационное сопротивление дна хранилища, зависящее от его геометрических размеров и от неоднородности сложения.

С другой стороны для расхода можно записать формулу

$$q = \frac{kT\Delta h}{\Delta L}, \qquad \text{(II. 7)}$$

где ΔL — длина эквивалентного потока.

Из сопоставления (II. 6) и (II. 7) следует, что

$$\Delta L = \Phi_д. \qquad \text{(II. 8)}$$

Для однородного сложения основания (рис. 3, *а*), используя решение для горизонтального дренажа в напорном потоке [3, 12], найдем:

$$\Delta L = B - \frac{2T}{\pi} \operatorname{lnsh} \frac{\pi B}{2T}, \qquad \text{(II. 9)}$$

где B—полуширина хранилища.

Для практических расчетов можно пользоваться вместо (II. 9) апроксимационной формулой:

$$\Delta L = 0{,}44T + 0{,}08\frac{T^2}{B}. \qquad \text{(II. 10)}$$

Обычно $T < B$ и поэтому можно, в соответствии с предложениями С. Ф. Аверьянова [1] и Н. К. Гиринского [7], считать

$$\Delta L = 0{,}44\,T. \qquad \text{(II. 10}a\text{)}$$

Из приведенных зависимостей следует, что при однородном сложении основания, его сопротивление имеет небольшое значение, увеличивая длину потока на величину порядка половины мощности пласта.

Характерным примером горизонтально-слоистого сложения основания является переслаивание песчаных пла-

стов суглинистыми прослоями (рис. 3, *б*). В этом случае сложение основания можно рассматривать, как анизотропное с горизонтальным коэффициентом фильтрации $k_г$

$$k_г = \frac{k_1 T_1 + k_2 T_2 + \ldots + k_n T_n}{T} \qquad \text{(II. 11}a\text{)}$$

и вертикальным $k_в$

$$k_в = \frac{T}{\frac{T_1}{k_1} + \frac{T_2}{k_2} + \ldots + \frac{T_n}{k_n}} . \qquad \text{(II. 11}б\text{)}$$

В этом случае вместо формулы (II. 10) следует пользоваться формулой:

$$\Delta L = 0{,}44\, T \cdot \sqrt{\frac{k_г}{k_в}} + 0{,}08 \frac{T^2}{B} \cdot \frac{k_г}{k_в} . \qquad \text{(II. 12)}$$

Весьма распространенным является двухслойное сложение основания, которое может иметь место при естественном или искусственном экранировании хранилища (рис. 3, *в*). Для этого случая, используя решения по фильтрации через земляные плотины с экраном и понуром [10], найдем

$$\Delta L = \sqrt{\frac{k}{k_1} T \cdot T_1} \operatorname{cth}\left(B \sqrt{\frac{k_1}{\kappa T T_1}}\right). \qquad \text{(II. 13)}$$

Для крупных хранилищ $\left(\text{при } \frac{B}{T} > 20 - 30\right)$ можно считать

$$\Delta L = \sqrt{\frac{k}{k_1} \cdot T T_1} . \qquad \text{(II. 14)}$$

Численный анализ, приведенных выше зависимостей, показывает, что при неоднородном сложении основания, ΔL может достигать нескольких сотен метров.

Для хранилищ, приводимых при расчетах к большому колодцу радиуса $R_к$, потери напора Δh в основании хранилища при двухслойном его сложении будут определяться по формуле:

$$\Delta h = \frac{Q_{xp}}{2\pi k\bar{T}}\,\theta(\lambda), \qquad \text{(II. 15)}$$

где

$$\theta(\lambda) = \frac{I_0(\lambda)}{\lambda \cdot I_1(\lambda)}; \qquad \lambda = r_к \sqrt{\frac{k_1}{kTT_1}}, \qquad \text{(II. 15}a\text{)}$$

(I_0 и I_1—функции Бесселя от линейного аргумента), а Q_{xp} — общие потери из хранилища*.

Для учета сопротивления основания хранилища в данном случае можно ввести вместо действительного — эффективный радиус большого колодца $r_к'$, определяемый по формуле

$$r_к' = r_к \cdot \theta_1(\lambda); \quad \theta_1 = e^{-\theta}. \qquad \text{(II. 16)}$$

При больших размерах хранилища $\left(\text{при } r_к > 5\sqrt{\frac{kTT_1}{k_1}}\right)$ можно считать $I_0(\lambda) = I_1(\lambda)$ и

$$\Delta h = \frac{Q_{xp}}{2\pi kT \cdot r_к \sqrt{\frac{k_1}{kTT_1}}} = \frac{q}{kT\sqrt{\frac{k_1}{kTT_1}}},$$

что соответствует выражению (II. 14) для ΔL.

В условиях неустановившейся фильтрации дополнительная длина потока ΔL_t несколько меняется во времени.

Анализ условий неустановившейся фильтрации [5] позволил установить расчетную зависимость величины ΔL_t, которая представлена на рис. 4. Как видно, $\Delta L_t < \Delta L$; однако величина ΔL_t обычно очень быстро стремится к своему пределу и при $\frac{\sqrt{\beta t}}{\Delta L} > 3$ вполне можно считать $\Delta L_t = \Delta L$.

§ 3. Определение солевой концентрации потока под хранилищем

Солевой раствор, поступающий из хранилища, в определенной степени перемешивается с естественным грунтовым потоком, так что под хранилищем образуется со-

* Аналогичное решение для нескольких иных условий получено С. Ф. Аверьяновым [2].

левой раствор несколько меньшей концентрации. Картина перемешивания раствора под хранилищем является весьма сложной; в ее формировании участвуют и гидравлические, и физико-химические факторы.

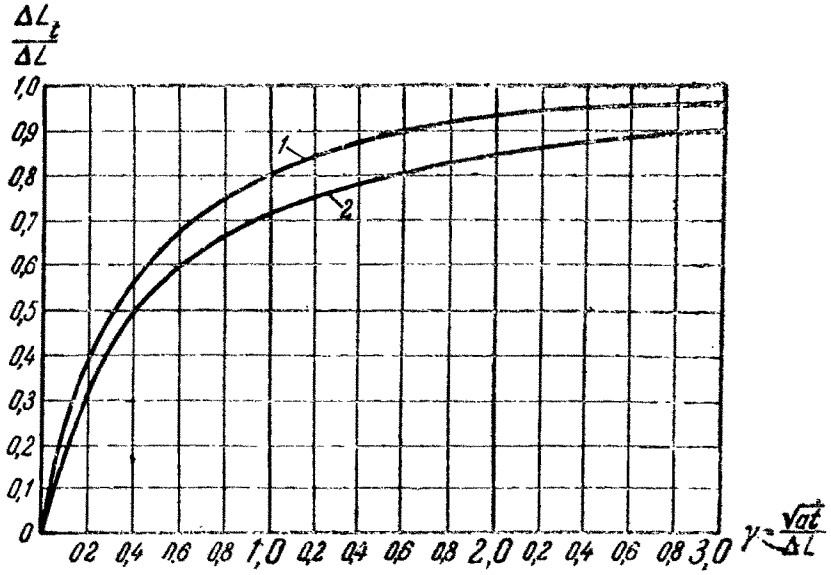


Рис. 4. График зависимости $\frac{\Delta L_t}{\Delta L}$ от γ

1—при мгновенном изменении уровня хранилища; *2*—при постепенном (линейном) изменении уровня хранилища

С гидравлической точки зрения, прежде всего следует иметь в виду, что в любых условиях раствор, в связи с большей его плотностью по отношению к воде, постепенно как бы тонет в грунтовом потоке, стремясь распределиться относительно равномерно по его высоте. Это обстоятельство дает основание для общей оценки загрязнения потока осреднить его концентрации по глубине потока. Кроме того, при изучении потока под хранилищем, имея в виду его обычно малые размеры по сравнению с размерами грунтового потока, можно осреднить значения концентрации по площади хранилища и считать, что фильтрационный поток под хранилищем имеет везде одинаковую концентрацию c_0.

При изучении процессов перемешивания наибольший интерес представляет случай фильтрации без подпора, когда из хранилища поступает постоянный расход $Q_{хр}$ с концентрацией $c_{хр}$ ($Q_{хр} = w\omega_{хр}$, где w — интенсивность инфильтрации из хранилища, а $\omega_{хр}$ — площадь его зеркала).

Попадая в грунтовой поток, общий расход $Q_{хр}$ разделяется на расходы $Q_{хр}'$ и $Q_{хр}''$, расходящиеся вниз и вверх по потоку (рис. 5). Величины $Q_{хр}'$ и $Q_{хр}''$ различны в связи с неодинаковыми условиями оттока в разных направлениях и только в начальный период времени, когда влияние границ потока и его неоднородности сказывается незначительно, можно считать $Q_{хр}' = Q_{хр}'' = 0{,}5\, Q_{р}$.

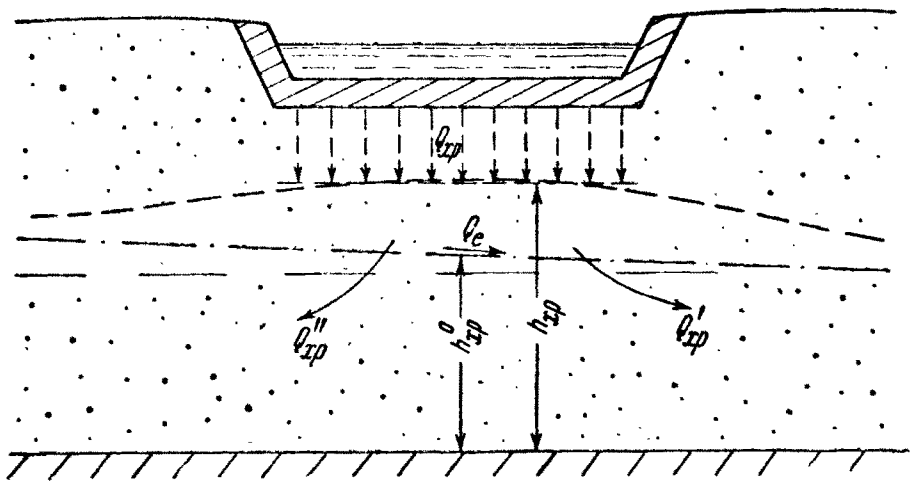


Рис. 5.

После смещения с естественным грунтовым потоком, имеющим расход Q_e, под хранилищем образуется раствор концентрацией c_o, который частично идет по течению потока (расход $Q_{хр}' + Q_e$), а частично — против течения потока (расход $Q_{хр}'' - Q_e$). Составим балансовое уравнение расхода

$$Q_{хр} = Q_{хр}' + Q_{хр}'' + n_н \cdot \omega_{хр} \frac{dh_{хр}}{dt} \qquad \text{(II. 17)}$$

($h_{хр}$ — средний уровень потока под хранилищем).

Составим теперь уравнение солевого баланса, считая, что $Q_{хр}'' > Q_e$ (в этом случае поток из хранилища распространяется в обе стороны)

$$c_{хр} Q_{хр} = c_o (Q_{хр}' + Q_{хр}'') + c_o n_н \omega_{хр} \frac{dh_{хр}}{dt} + n_o \omega_{хр} h_{хр} \frac{dc_o}{dt} \cdot$$

(II. 18)

Или, учитывая (II. 17), имеем

$$c_{xp}Q_{xp} = c_0 Q_{xp} + n_0 \omega_{xp} \cdot h_{xp} \cdot \frac{dc_0}{dt} \cdot \qquad \text{(II. 18}a\text{)}$$

Обозначая $\frac{c_0}{c_{xp}} = \bar{c}$ и $\frac{Q_{xp}}{n_0 \omega_{xp} h_{xp}} = \alpha$, запишем

$$\frac{d\bar{c}}{dt} = \alpha(1 - \bar{c}) \; . \qquad \text{(II. 19)}$$

Осредняя величину α в пределах расчетного отрезка времени, нетрудно проинтегрировать уравнение (II. 19).

$$-\ln(1 - \bar{c}) = \alpha t + A. \qquad \text{(II. 19}a\text{)}$$

Имея в виду, что $\bar{c} = 0$, при $t = 0$ получим произвольную постоянную $A = 0$ и окончательно

$$\bar{c} = \frac{c_0}{c_{xp}} = 1 - e^{-\alpha t} \; . \qquad \text{(II. 20)}$$

Рассмотрим теперь вариант, когда $Q_{xp}'' < Q_e$ (в этом случае поток из хранилища распространяется только вниз по течению естественного потока).

Тогда уравнение баланса вещества будет:

$$c_{xp}Q_{xp} = c_0 (Q_{xp}' + Q_e) + c_0 \cdot n_н \cdot \omega_{xp} \cdot \frac{dh_{xp}}{dt} + n_0 \cdot \omega_{xp} \cdot h_{xp} \frac{dc_0}{dt} \, , \qquad \text{(II. 21)}$$

а учитывая (II. 17), получим

$$\frac{d\bar{c}}{dt} = \alpha - \alpha_1 \bar{c}; \quad \alpha_1 = \frac{Q_{xp} + Q_e - Q_{xp}''}{n_0 \omega_{xp} h_{xp}} \cdot \qquad \text{(II. 22)}$$

Уравнение (II. 22) также позволяет разделить переменные. Его решение имеет вид:

$$\ln(\alpha - \alpha_1 \bar{c}) = \alpha_1 t + A \; . \qquad \text{(II. 23)}$$

Из условия, что $\bar{c} = 0$ при $t = 0$, находим $A = \ln \alpha$ и после небольших преобразований приводим уравнение (II. 13) к виду

$$\overline{c} = \frac{Q_{xp}}{Q_{xp} + Q_e - Q_{xp}''}(1 - e^{-\alpha_1 t}) \; . \qquad \text{(II. 24)}$$

При $t \to \infty$ $\qquad \overline{c} = \dfrac{Q_{xp}}{Q_{xp} + Q_e - Q_{xp}''} \; . \qquad \text{(II. 24}a\text{)}$

При $Q_{xp}' = Q_{xp}'' = 0{,}5 \; Q_{xp}$

$$\overline{c} = \frac{Q_{xp}}{Q_e + 0{,}5\, Q_{xp}}(1 - e^{-\alpha_1 t}). \qquad \text{(II. 24}б\text{)}$$

Пример расчета: Интенсивность инфильтрации $w = 0{,}01$ *м/сут*; $Q_e = 0$; $h_{xp} = 10$ *м*; $n_0 = 0{,}3$. Воспользуемся для расчетов уравнениями (II. 20), имея в виду, что $\dfrac{Q_{xp}}{\omega_{xp}} = w$ и

$$\alpha = \frac{w}{n_0 h_{xp}} = \frac{0{,}01}{0{,}3 \cdot 10} = 3{,}3 \cdot 10^{-3} \; (сут)^{-1} \; .$$

Дальнейший расчет приведем в табличной форме

$t_{сут}$	10	40	100	200	400
αt	0,033	0,133	0,333	0,667	1,33
$e^{-\alpha t}$	0,967	0,875	0,717	0,513	0,265
$\overline{c}$	0,033	0,125	0,283	0,487	0,735

Как видно, при небольшой величине инфильтрации стабилизация концентраций раствора под хранилищем может идти довольно длительное время.

ГЛАВА III. РАСЧЕТ ПОДПОРА ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗ ХРАНИЛИЩ ПРОМСТОКОВ

§ 1. Общие вопросы методики расчета

Как уже указывалось (§ 2 гл. I), расчет подпора, как правило, следует проводить при постоянной проводимости потока. Однако эти же решения применимы для однородного безнапорного потока, когда изменения глубины потока могут существенно сказываться на его проводимости. Этот фактор учитывается введением расчетного подпора

уровня грунтовых вод Δh, связанного с действительным подпором Δh_0 соотношением

$$\Delta h = \frac{2h_0 - \Delta h_0}{2T} \Delta h_0, \qquad \text{(III. 1)}$$

где h_0—начальная глубина потока в точке, где определяется подпор (выбор расчетной мощности T в данном случае не имеет значения, так как эта величина во всех зависимостях сокращается).

Таким образом, в однородном безнапорном потоке для определения расхода вместо действительного подпора Δh_0 следует вводить расчетный подпор Δh, определяемый по формуле (III. 1).

При определении же уровней потока следует определить по приводимым ниже зависимостям расчетную величину Δh и далее найти действительную величину подпора Δh_0 по формуле

$$\Delta h_0 = h_0 - \sqrt{h_0^2 - 2\Delta h T}, \qquad \text{(III. 2)}$$

которая прямо следует из уравнения (III.1).

Такого рода методику пересчета можно распространить и на случай горизонтально-слоистого потока (рис. 6), кото-

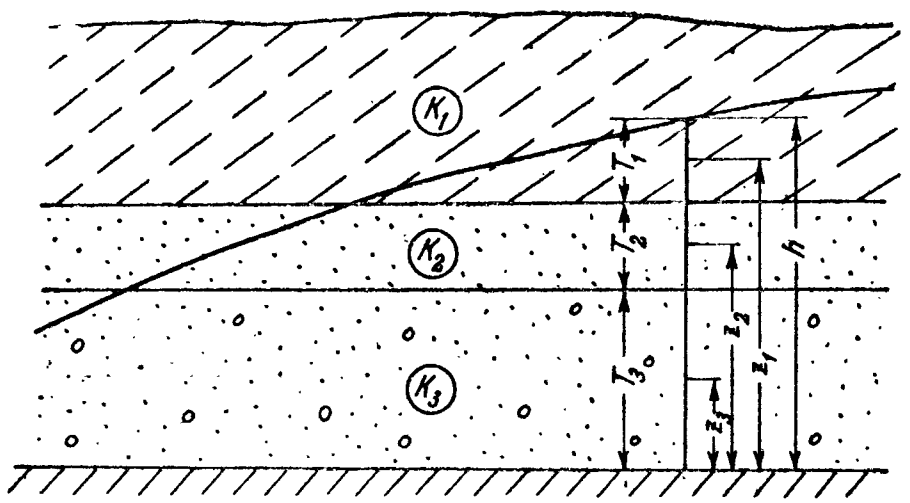


Рис. 6. Схема слоистого сложения потока

рый, пользуясь предложениями Н. К. Гиринского [8], можно привести к однородному, вводя расчетную глубину слоистого потока $h_{сл}$ по формуле

$$h_{сл}^2 = 2\left[\frac{k_1}{k} T_1(h - z_1) + \frac{k_2}{k} T_2(h - z_2) + \ldots + \right.$$

$$\left. + \frac{k_n}{k} T_n(h - z_n)\right], \qquad \text{(III.3)}$$

где $k_1, k_2, \cdots, k_n$—коэффициенты фильтрации отдельных слоев,

k—выбранный расчетный коэффициент фильтрации,

$z_1, z_2, \cdots, z_n$—расстояния от водоупора до середины соответствующего слоя.

Для проведения расчетов изменения уровня грунтовых вод для горизонтально-слоистого потока целесообразно, прежде всего, в расчетных сечениях построить зависимость расчетной глубины потока $h_{сл}$ (или расчетного подпора $\Delta h_{сл}$) от действительной глубины потока h (или действительного подпора Δh_0). Далее все расчеты следует проводить, оперируя только с расчетными значениями уровней или повышений уровня, а действительные их значения находить по построенной кривой связи действительного и расчетного уровней. Аналогичным путем выпол-

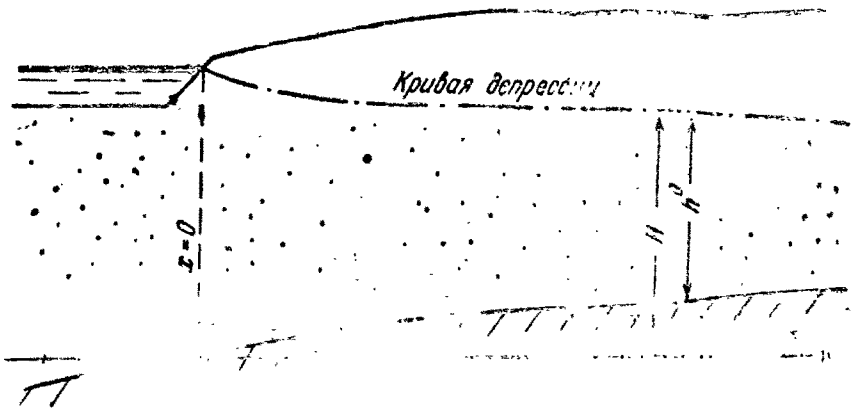


Рис. 7. Схема потока на наклонном водоупоре

няется фильтрационный расчет и при наличии наклонного водоупора (рис. 7). В этом случае расчетная глубина потока h [17] определяется по формуле

$$h = \frac{h^\circ + H}{2}, \qquad \text{(III. 4)}$$

где h^0—действительная глубина потока,

H—уровень потока относительно плоскости сравнения, проходящей через водоупор на границе потока (при $x = 0$).

На характер протекания подпора во времени заметное влияние оказывает коэффициент недостатка насыщения $n_н$, представляющий собой количество воды, насыщающей единицу объема грунта при его подтоплении. Таким образом

$$n_н = n^0{}_н - n^0, \qquad \text{(III. 5)}$$

где $n^0{}_н$—влажность грунтов после насыщения,

n^0—исходная влажность грунта.

Наилучшим способом определения величины $n_н$ является проведение опытных наливов в скважины (в условиях неустановившегося движения). Для ориентировочных расчетов можно принимать, судя по опытам Н. Н. Биндемана [3], для мелко- и среднезернистых песков $n_н = \sim 0{,}2$*, а для глинистых грунтов можно, по-видимому, считать

$$n_н = n - n_{св}, \qquad \text{(III. 5}a\text{)}$$

где $n_{св}$—влажность, соответствующая содержанию связанной воды (максимальная молекулярная влагоемкость).

При расчетах подпора в слоистой среде следует величину $n_н$ принимать для слоя, в котором располагается кривая депрессии.

§ 2. Расчетные зависимости для определения подпора грунтовых вод

Для типовых гидрогеологических условий основой методики расчета подпора грунтовых вод является приведение хранилища к большому колодцу. Этот прием допустим потому, что уже на небольшом отдалении от хранилища форма его слабо сказывается на характере фильтрационного потока.

При действии большого колодца, величина подпора Δh, отсчитываемая от уровней естественного (бытового) потока,

---

* Следует иметь в виду, что Н. Н. Биндеман проводил определение недостатка насыщения при инфильтрации сверху, когда повышается роль защемленного воздуха. Так что эти значения $n_н$, могут быть заметно занижены.

определяется для условий установившейся фильтрации по формуле:

$$\Delta h = 0{,}366 \frac{Q_{xp}}{kT} \lg \frac{R}{r}, \qquad \text{(III. 6)}$$

где Q_{xp}—расход фильтрационного потока фильтрующегося из хранилища;

r—расстояние от середины хранилища до расчетной точки (в которой определяется Δh);

R—расчетное расстояние до областей питания стока, определяемое для типовых условий по выражениям, приведенным в табл. 1. (Для сложных условий величину R можно определять с помощью метода ЭГДА [15, 18].

Для условий неустановившейся фильтрации величина подпора Δh_t определяется по формуле

$$\Delta h_t = 0{,}183 \frac{Q_{xp}}{kT}\left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\beta t}\right) + Ei\left(-\frac{R^2}{4\beta t}\right)\right], \qquad \text{(III. 7)}$$

причем значения функции Ei определяются по графику рис. 8.

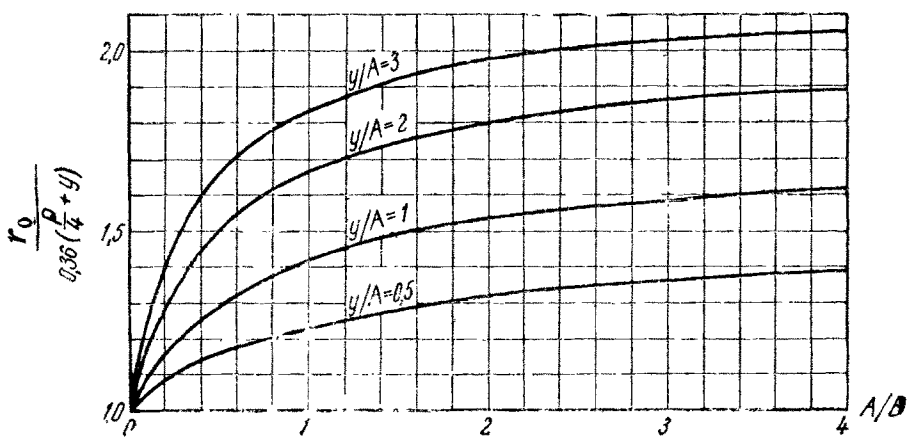


Рис. 9. График для определения расчетного расстояния r_0 при прямоугольной конфигурации хранилища

Если форма хранилища близка к прямоугольной размером $2A \times 2B$, то можно для определения величины R пользоваться формулами таблицы 1, вводя в них вместо действительного расстояния от центра хранилища r некоторое расчетное расстояние r_0, определяемое по графику (рис. 9), где $2A$—размер ближайшей к расчетной точке стороны. При $\frac{y}{A} > 3$ можно считать $r_0 = r$.

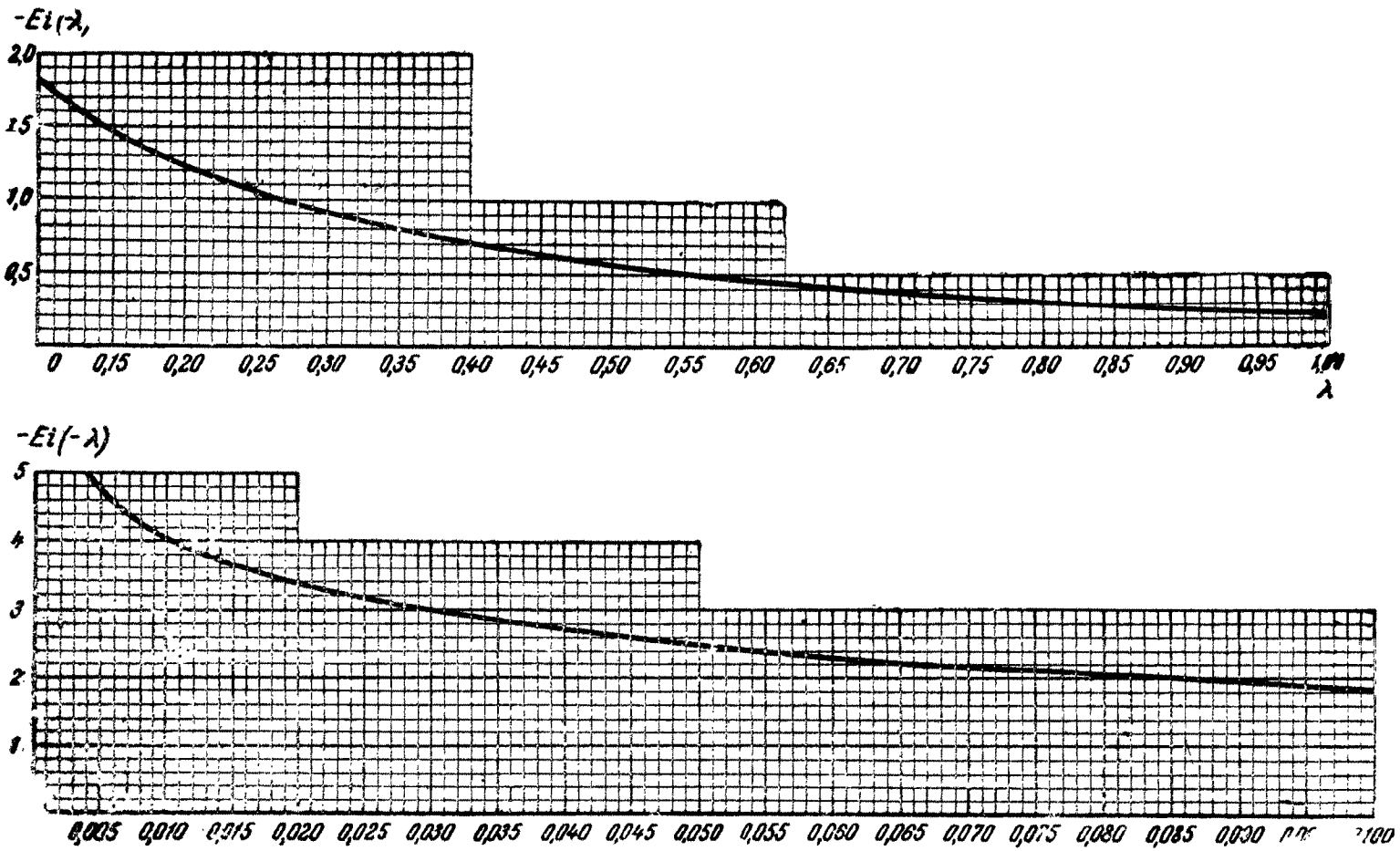
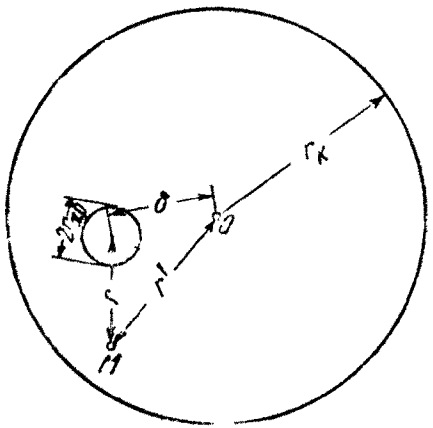
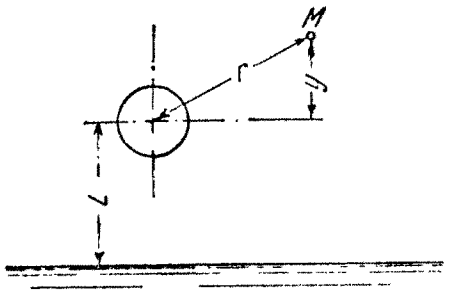
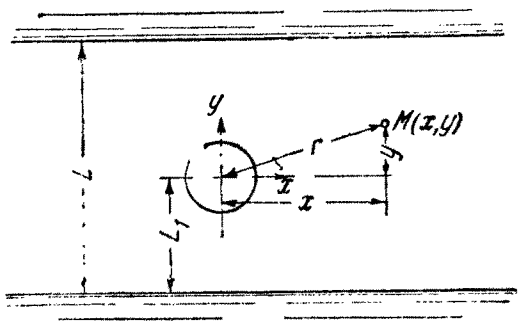


Рис. 8. График функции $-Ei(-\lambda)$.

Таблица 1

Наименование и изображение схемы	1. В круговом контуре питания	2. У линейного контура или стока (река, водоем)	3. Между двумя контурами питания или стока
			
Выражение для R	$R=\sqrt{r_к^2+\frac{(r^1)^2\delta^2}{r_к^2}-(r^1)^2-\delta^2+r^2}$ Для хранилища $R=\frac{r_к^2-\delta^2}{r_к}$ При $\delta<0{,}5r_к$ $R=r_к$	$R=\sqrt{4L^2\pm 4Ly+r^2}$ (Знак минус принимается в тех случаях, когда расчетная точка находится между скважиной и рекой в противном случае принимается знак плюс). Для хранилища $R=2L$	$R=r\cdot\frac{\operatorname{ch}\pi\bar{x}-\cos\pi(2\bar{L}_1+\bar{y})}{\operatorname{ch}\pi\bar{x}-\cos\pi\bar{y}}$ $x=\frac{x}{L}\ ;\ \bar{y}=\frac{y}{L}\ ;\ \bar{L}_1=\frac{L_1}{L}$ Для хранилища $R=\frac{2L}{\pi}\sin\pi\bar{L}_1$

Расчет величины подпора под хранилищем $\Delta h_{хр}$ также проводится по формулам (III. 6 и III. 7), но только вместо r подставляется приведенный радиус хранилища $r_{хр}$, определяемый по формуле

$$r_{хр} = 0{,}18\, P_{хр}, \qquad \text{(III. 8)}$$

где $P_{хр}$—периметр хранилища.

При фильтрации из экранированных хранилищ перед расчетами подпора необходимо установить: имеет ли место разрыв сплошности течения под экраном в течение расчетного периода времени или купол под хранилищем смыкается с его дном, образуя единый фильтрационный поток. Для этого определяется величина $\Delta h_{хр}$ при условии разрыва сплошности потока.

Если величина $\Delta h_{хр}$ ($\Delta h_{хр} = h_{хр} - h^{\circ}_{хр}$ см. рис. 5), определенная по формуле (III. 7), оказывается меньше глубины залегания естественного грунтового потока относительно дна хранилища, то разрыв сплошности потока сохраняется в течение всего периода фильтрации и при этом сохраняется постоянство расхода из хранилища. В противном же случае в какой-то момент времени происходит смыкание фильтрационного потока с дном хранилища и в нем устанавливается (под дном хранилища) условие постоянного напора (уровня потока). При этом изложенная выше методика расчета подпора при неустановившейся фильтрации, строго говоря, годится только для периода до смыкания потока с дном хранилища. Расчет же для установившейся фильтрации можно вести по формуле (III. 6), определяя только предварительно расход потока, фильтрующегося из хранилища, по формуле

$$Q_{хр} = \frac{kT\Delta h_{хр}}{f_{хр}}, \qquad \text{(III.9)}$$

где $\Delta h_{хр}$—превышение горизонта воды в хранилище над горизонтом грунтовых вод под хранилищем, которое в данном случае будет определять условия фильтрации;

$f_{хр}$—определяется по формуле

$$f_{хр} = 0{,}366 \lg \frac{R}{r_{к}}. \qquad \text{(III. 9}a\text{)}$$

Для сложных гидрогеологических условий построить общие зависимости для определения подпора чрезвычайно трудно. В таких случаях для установившейся фильтрации целесообразно использовать метод ЭГДА или графический метод, а для неустановившейся фильтрации применить метод недеформируемых линий тока.

Приведем основы методики расчета подпора с помощью метода недеформируемых линий тока. При наличии единого с хранилищем фильтрационного потока (зона инфильтрации отсутствует) применение этого метода наиболее ясно. В этом случае после построения сетки движения (на модели ЭГДА или графическим путем) каждая лента тока после ее приведения к линейной представляется в виде схемы ограниченного потока с заданными уровнями на границах.

Несколько сложнее обстоит дело при разрыве сплошности течения под хранилищем. В этом случае, во-первых, усложняется методика построения сетки движения, и во-вторых, требуется заранее определить ту часть общего фильтрационного расхода, которая пройдет по каждой расчетной ленте тока.

Анализ условий фильтрации вблизи прямоугольного хранилища показывает, что в период неустановившейся фильтрации, поток, фильтрующийся из хранилища, распространяется примерно равномерно во все стороны. Поэтому, при расчетах подпора при неустановившейся фильтрации расход потока, приходящийся на любую ленту тока, можно принимать

$$Q_л = \frac{b_л w \cdot \omega_{хр}}{P_{хр}}, \qquad \text{(III. 10)}$$

где w—инфильтрация с единицы площади хранилища;
$\omega_{хр}$—площадь хранилища;
$P_{хр}$—его периметр;
$b_л$—ширина расчетной ленты тока из хранилища.

После приведения ленты тока к ленте постоянной ширины проводится по схеме полосовой инфильтрации расчетной интенсивностью $w = \frac{Q_л}{2b_л \cdot B}$ (ширина полосы инфильтрации $2B$ принимается равной минимальной ширине хранилища), расчет относительного подпора $\bar{s}$, представляющего собой отношение подпора при неустановившейся фильтрации к подпору при стабилизации течения.

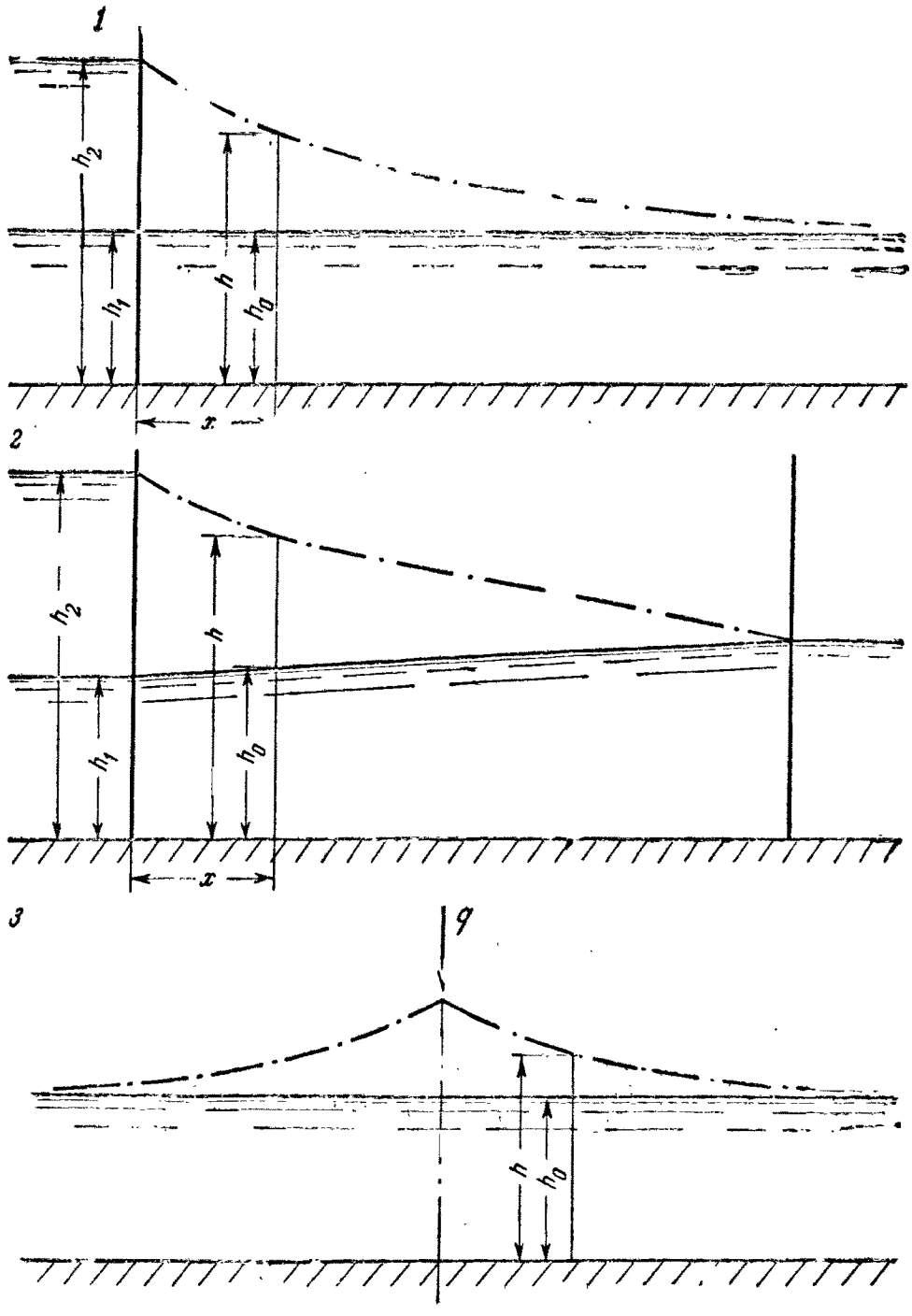
Таблица 2

Выражения для определения относительного подпора $\bar{s}$ в типовых условиях (рис. 10)

№ схемы	Формула для определения относительного повышения уровня	Обозначения
1	$\bar{s} = \operatorname{erfc}\lambda$ [7, 13, 16]	$\lambda = \dfrac{x}{2\sqrt{\beta t}}$
2	$\bar{s} = \dfrac{L}{L-x} F_0\left(\tau; \dfrac{x}{L}\right)$ [6,7] L—общая длина потока	$\tau = \dfrac{\beta t}{L^2}$
3	$s = \dfrac{q}{kTs_0}\sqrt{\beta t}\,P(\lambda)$ [13]	$\lambda' = \dfrac{-x+2L}{2\sqrt{\beta t}}$
4	Между рекой и участком инфильтрации $\bar{s} = \dfrac{\sqrt{\beta t}}{L-x}\,[P(\lambda) - P(\lambda')]$ За участком инфильтрации $\bar{s} = \dfrac{\sqrt{\beta t}}{L}\,[P(\lambda) - P(\lambda_1')]$ L—расстояние от реки до участка инфильтрации	$\lambda_1' = \dfrac{x+2L}{2\sqrt{\beta t}}$ $\lambda_2' = \dfrac{r_1^2}{4\beta t}$
5	Вне зоны инфильтрации $\bar{s} = \dfrac{-Ei(-\lambda_r) + Ei(-\lambda_2')}{2\ln\dfrac{r_1}{r}}$ В середине зоны инфильтрации $\bar{s} = \dfrac{N_0(\lambda_r^0) + Ei(-\lambda_L)}{2\ln\dfrac{2L}{r_0}}$	$\lambda_L = \dfrac{L^2}{\beta t}$ $\lambda_r = \dfrac{r^2}{4\beta t}$ $\lambda_r^0 = \dfrac{r_0^2}{\beta t}$

Примечание. Функции $\operatorname{erfc}\lambda$, $P(\lambda)$ определяются по таблицам 1, 2, приведенным в приложении; функции $-Ei(-\lambda)$, F_0 и $N_0(\lambda)$ определяются по графикам (соответственно рис. 8, 11 и 12*).

* График функции $N_0(\lambda)$ построен по данным работы [5]


1
h_2
h_1
h
h_0
x
2
h_2
h
h_1
h_0
x
3
q
h
h_0

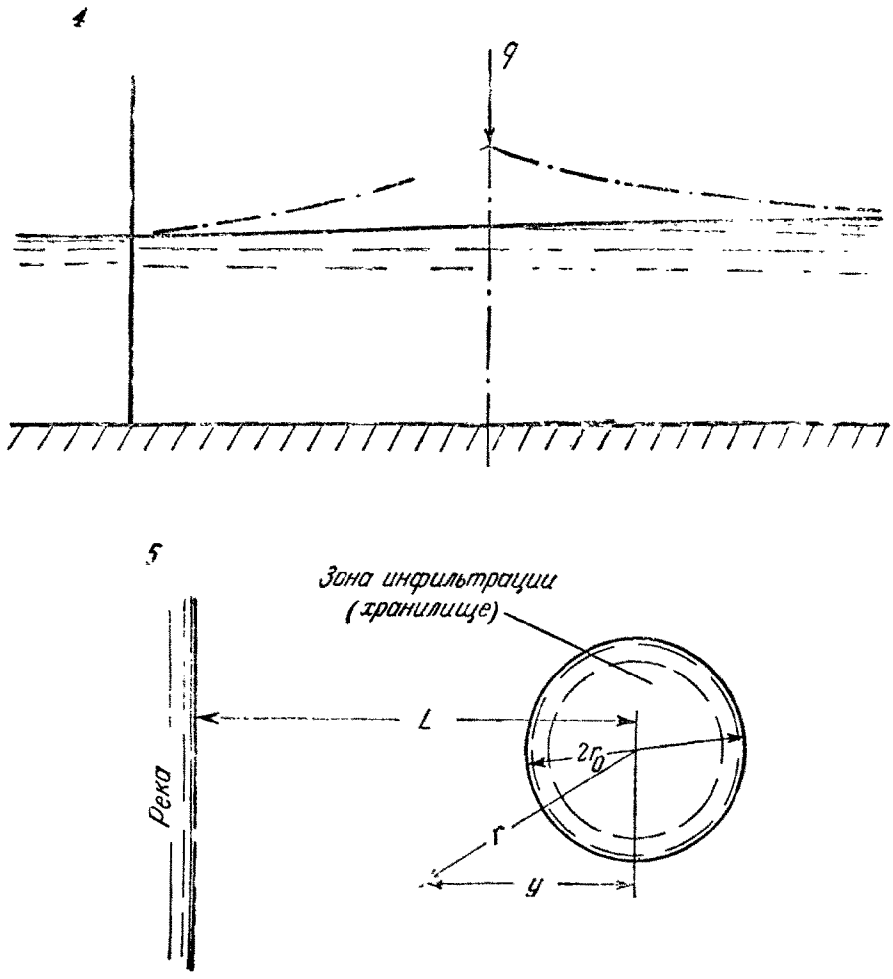


Рис. 10. Типовые условия питания фильтрационного потока
1—полуограниченный поток при мгновенном изменении уровня на границе; *2*—ограниченный поток при мгновенно меняющемся уровне на одной границе и постоянной на другой; *3*—постоянная сосредоточенная инфильтрация в неограниченном потоке; *4*—постоянная сосредоточенная инфильтрация в полуограниченном потоке; *5*—круговая зона инфильтрации в полуограниченном потоке

Далее величина подпора при неустановившейся фильтрации определяется, как произведение величины s и величины подпора Δh в условиях стабилизации течения.

Основной расчетной схемой в данном случае является полосовая инфильтрация вблизи области стока (овраг, река, водоем), однако, в начальный период времени $\left(\text{при } t < \frac{n_н L^2}{2kT}\right)$ влиянием области стока можно пренебречь и вести расчет, как для полосовой инфильтрации в неограниченной области фильтрации.

Выражения для определения относительного подпора в типовых условиях приведены в табл. 2.

Для расчетов подпора при полосовой инфильтрации в расчетные зависимости для сосредоточенной инфильтрации вводится поправка так, что подпор вне зоны полосовой инфильтрации $\Delta h_{инф}$ определяется по формуле

$$\Delta h_{инф} = \Delta h_{соср}(1 + \delta), \qquad \text{(III. 11)}$$

где $\Delta h_{соср}$—подпор при расчете на сосредоточенную инфильтрацию интенсивностью $q = 2Bw$ в центре полосы;

δ—поправочный коэффициент, определяемый по графику рис. 13. (Значения этого коэффициента получены на основании сопоставления решений для сосредоточенной и полосовой инфильтрации в неограниченном потоке).

При расчетах фильтрационных потерь из хранилищ необходимо знать зависимости для определения погонного расхода фильтрационного потока вблизи хранилища, работающего с постоянным напором (схемы 1 и 2 рис. 10).

Для полуограниченного потока при „мгновенном" подъеме уровня воды в хранилище от h_1 до h_2 (схема 1) погонный расход, т. е. расход на единицу длины водохранилища определяется по следующей формуле

$$q = \frac{kT(h_2 - h_1)}{\Delta L_t + \sqrt{\pi \beta t}} - q_0 . \qquad \text{(III. 12)}$$

где q_0—расход потока в сторону хранилища в естественных усовиях.

Для ограниченного потока (схема 2) в первые моменты времени $\left(\frac{\sqrt{\beta t}}{L} \leqslant 0{,}5\right)$ величину q можно определять по формуле (III. 11), а в дальнейшем по формуле

$$q = \frac{kT(h_2 - h_1)}{L}\left[1 + 2\exp\left(-\frac{\pi^2 \beta t}{L^2}\right)\right] - q_0. \qquad \text{(III. 12}a\text{)}$$

(Расчетная длина потока L берется уже с учетом сопротивления под дном водоемов).

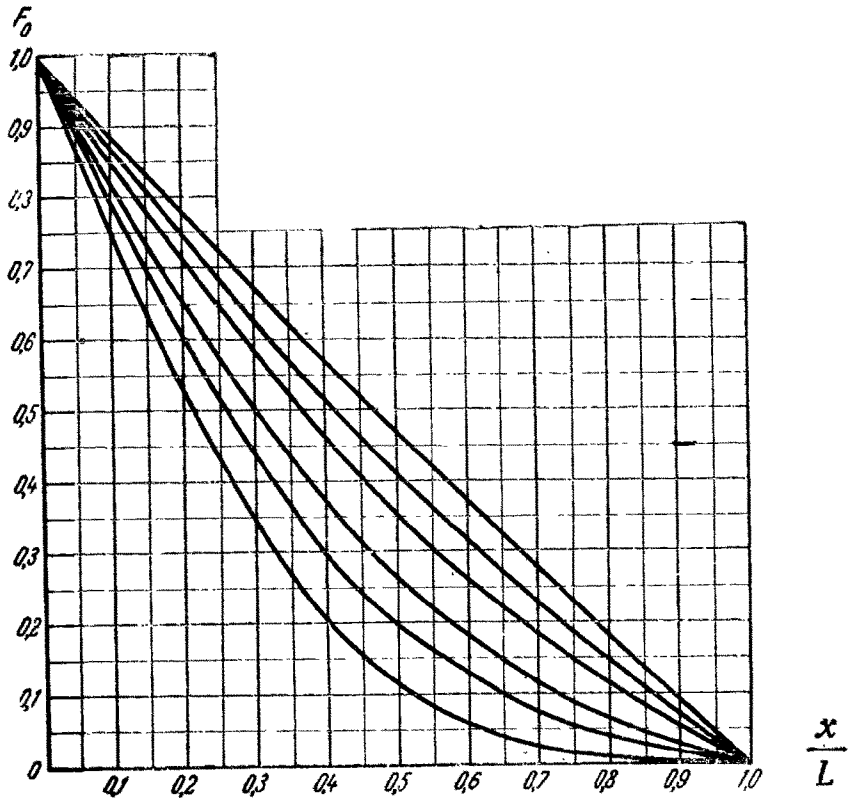


Рис. 11. График функции F_0; кривые построены для значений τ (сверху вниз): $\tau = 0{,}3$; 0,2; 0,15; 0,10; 0,075; 0,05.

В реальных условиях приходится встречаться с неравномерным режимом работы бассейнов. Рассмотрим два случая такого рода неравномерности: а) когда расход потока изменяется со временем и б) когда при заданном уровне в бассейне его наполнение производится постепенно.

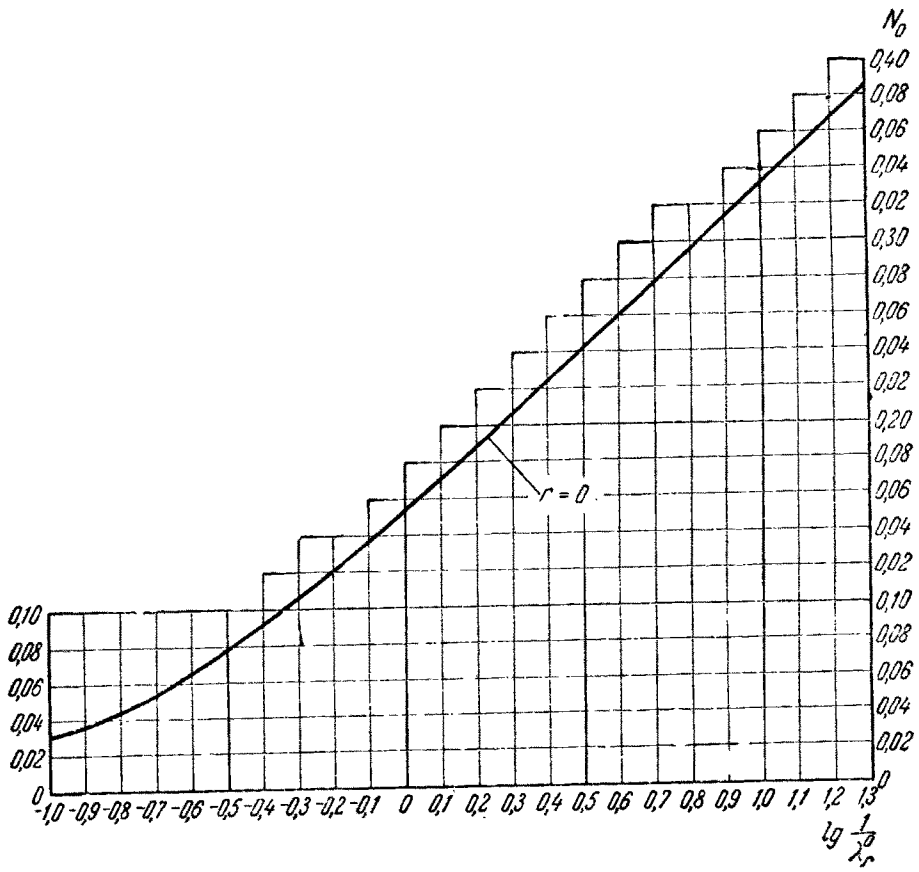


Рис. 12. График функции N_0

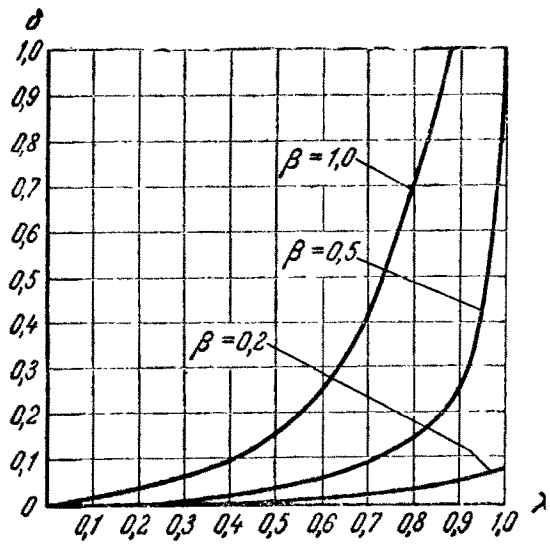


Рис. 13. График зависимости δ от λ при различных значениях $\beta = \frac{B}{x}$ (к расчету полосовой инфильтрации)

При инфильтрации из хранилища расход фильтрующегося потока меняется при изменении уровня в хранилище Это изменение проявляется особенно резко при периодической работе хранилища.

Любой заданный график изменения расхода может быть достаточно точно заменен ступенчатым графиком (рис. 14, *а*). В этом случае изменение уровня потока следует определять для каждой ступени в отдельности и далее суммировать величины, полученные для всех предшествующих ступеней, причем для начальной ступени

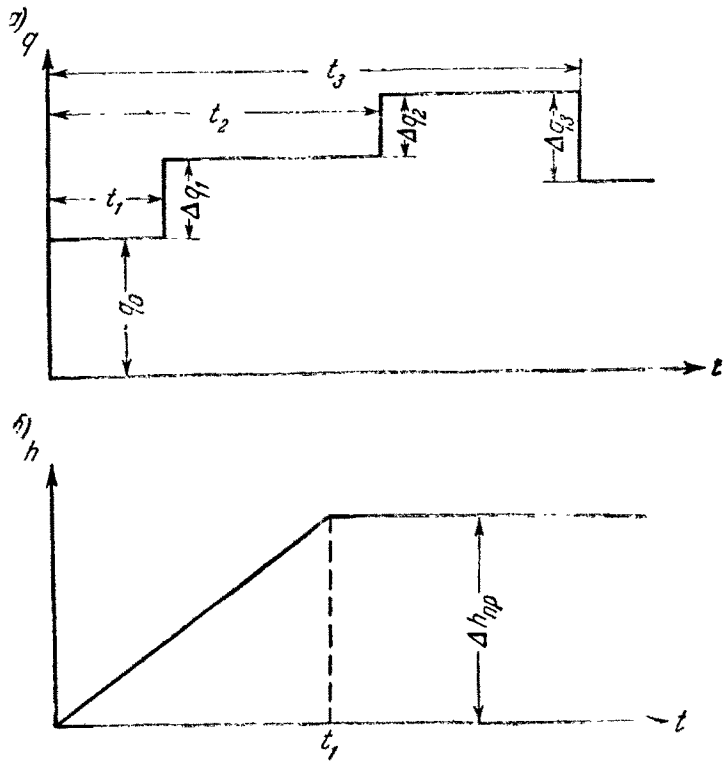


Рис. 14.

расчет изменения уровня $\Delta h = \Delta h_1$ ведется непосредственно по приведенным зависимостям при $q = q_0$, для первой ступени величины Δh_0 считается, при расходе $q = \Delta q_1$ и времени $t - t_1$, для второй ступени Δh_2 определяется при расходе потока Δq_2 и времени $t - t_2$ и т. д. При периодической работе хранилища периоды его отключения следует считать при расходе $q = -q_0$ с соответственной сдвижкой во времени.

При постепенном наполнении хранилища можно считать, что в период наполнения происходит линейный подъем уровня до предельного, а в дальнейшем — поддерживается постоянный уровень (рис. 14, *б*). Для этого случая в период наполнения можно вести расчет по зависимостям для мгновенного наполнения, принимая в качестве расчетного времени $t_p = 0{,}55\,t$, а для периода постоянного уровня принимать расчетное время $t_p = t - 0{,}45\,t_1$.

§ 3. Управление грунтовым потоком

Для защиты территории от подтопления и распространения загрязнения из хранилищ можно применять различные способы управления грунтовым потоком. Для управления грунтовым потоком может быть использован дренаж, выполняемый с помощью либо системы скважин, либо траншеи (обычно, несовершенной).

При расчетах дренажная система приводится к совершенной траншее, имеющей тот же приток, но иное понижение уровня, соответствующее среднему понижению напора в створе дренажа. Понижение в дренаже $s_{др}$ (скважинах или траншее) связывается со средним понижением на линии дренажа $s^{\circ}_{др}$ следующим общим соотношением:

$$s_{др} = s^{\circ}_{др} + \frac{q_{др}}{kT} \Phi_{др}, \qquad \text{(III. 13)}$$

причем $q_{др}$ — погонный расход потока, притекающего к дренажу;

$\Phi_{др}$ — внутреннее сопротивление контура дренажа.

Для системы совершенных дренажных скважин диаметром d, располагаемых на расстоянии σ друг от друга

$$\Phi_{др} = \frac{\sigma}{2\pi} \ln \frac{\sigma}{\pi d} = \sigma \rho_c \qquad \text{(III. 14)}$$

(величину ρ_c можно определить по номограмме — рис. 15,*а*).

Для системы несовершенных скважин величина $\Phi_{др}$ определяется также по формуле (III. 14), в которой, однако, вместо действительного диаметра скважины d вводится расчетный (эффективный) диаметр d_p, определяемый в зависимости от степени несовершенства $\bar{b} = \frac{b}{T}$ и величины $\bar{d} = \frac{d}{b}$ по графику рис. 15,*б*.

Для несовершенных траншей величина $\Phi_{др}$ может быть определена, исходя из решения С. Ф. Аверьянова [1], по формуле

$$\Phi_{др} = T \cdot \rho_m, \qquad \text{(III. 15)}$$

причем

$$\rho_m = -0{,}73 \lg \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{l_m + b_m}{T}\right), \qquad \text{(III. 15}a\text{)}$$

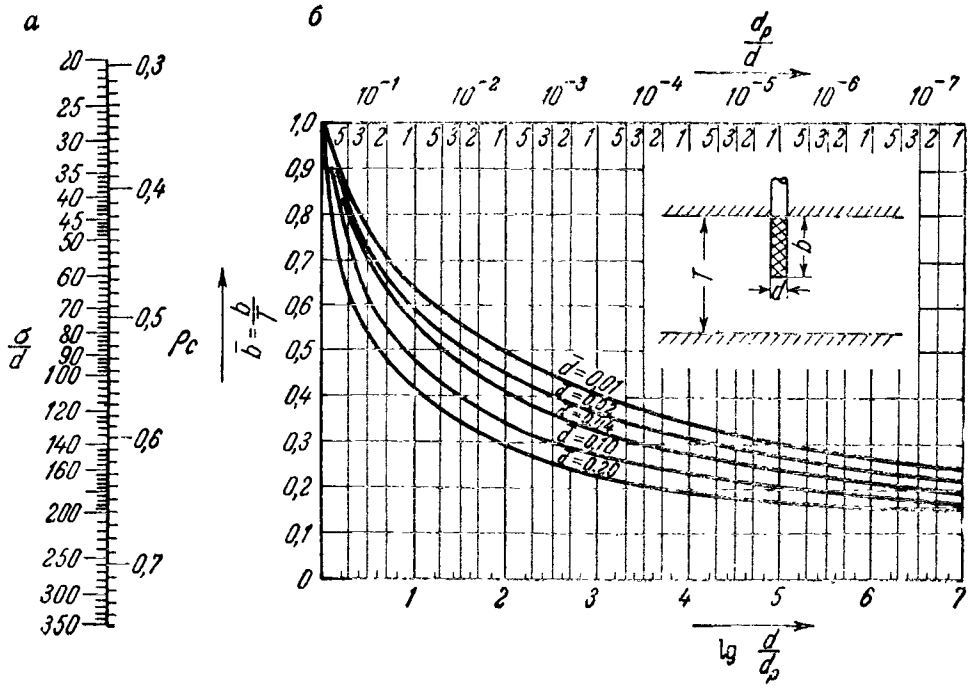


Рис. 15.

а) Номограмма для расчета внутреннего сопротивления контура ρ_c; *б*) график для определения расчетного диаметра d_p несовершенной скважины

Для определения величины ρ_m можно воспользоваться данными табл. 3.

При $\frac{l_m}{T} > 0{,}5$ траншею практически можно считать совершенной.

При расположении дренажной системы вблизи хранилища (рис. 16) среднее понижение $s^0_{др}$ в дренажной системе определится по формуле

$$s^{0}_{др} = \frac{q_{др}}{kT} L\left(1 - \frac{L}{L_0}\right), \qquad \text{(III. 16)}$$

где L_0 — расстояние от хранилища до ближайшего (для данной ленты тока) контура стока (озера, реки, постоянного дренажа промышленной площадки и т. п.).

Таблица 3

$\frac{l_m + b_m}{T}$	ρ_m	$\frac{l_m + b_m}{T}$	ρ_m
0,01	1,32	0,12	0,53
0,02	1,10	0,14	0,48
0,03	0,97	0,16	0,44
0,04	0,88	0,18	0,41
0,05	0,81	0,20	0,37
0,05	0,75	0,25	0,31
0,07	0,70	0,30	0,25
0,08	0,66	0,40	0,17
0,09	0,62	0,50	0,11
0,10	0,59	—	—

Предельное понижение s_x уровня грунтовых вод в любой точке, находящейся в области между дренажом и

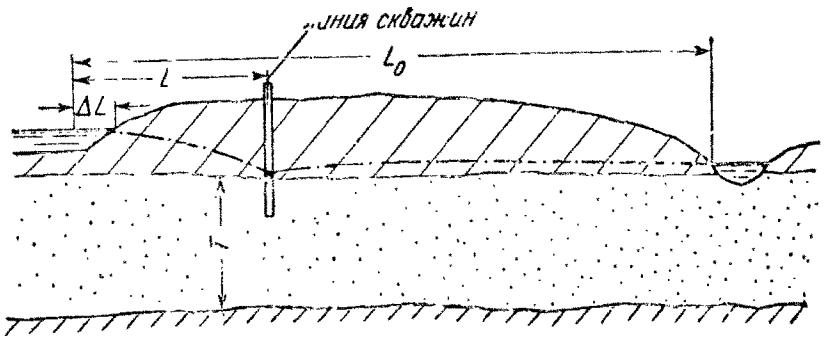


Рис. 16. К расчету дренажа вблизи хранилища

контуром стока на расстоянии x от хранилища, можно считать по формуле

$$s_x = s^{0}_{др} \cdot \frac{L_0 - x}{L_0 - L}. \qquad \text{(III. 17)}$$

Требуемое понижение в дренаже $s_{др}$, отвечающее расходу $q_{др}$, определится при этом по формуле (III. 13), а погонный расход потока из хранилища $q_{хр}$ будет

$$q_{хр} = kT \cdot \frac{h_{хр} - h^0_{др}}{L}\ ;\ h^0_{др} = h_0 - s^0_{др}\ , \qquad \text{(III. 17)}$$

где h_0 — начальный уровень воды на линии дренажа.

Для полного перехвата дренажом потока из хранилища, необходимо, чтобы уровень на линии дренажа $h^0_{др}$ был бы меньше уровня $h_{ст}$ на контуре стока.

В неоднородных условиях внутреннее сопротивление контура дренажа можно определить, пользуясь методом ЭГДА.

Для предотвращения фильтрации из хранилища эффективным средством может оказаться создание водяной (гидравлической) завесы с помощью налива воды в систему скважин или в траншеи, оконтуривающие хранилище. В этом случае требуемый уровень в скважинах или траншеях должен несколько превышать уровень в хранилище. Минимальная величина этого превышения Δh_0 может быть определена по формуле

$$\Delta h_0 = \frac{q}{kT} \Phi_{др}\ , \qquad \text{(III. 18)}$$

где q — погонный расход на фильтрацию из системы скважин (водяной завесы) в сторону противоположную от хранилища (к ближайшей области стока).

Если разница уровней $\Delta h_{зав}$ в системе завесы и хранилища превышает величину Δh_0, определяемую по формуле (III. 18), то будет иметь место некоторая фильтрация от гидравлической завесы к хранилищу, причем величину ее погонного расхода $q_{хр}$ можно определить по формуле

$$q_{хр} = \frac{kT(\Delta h_{зав} - \Delta h_0)}{L}\ . \qquad \text{(III. 19)}$$

Можно рекомендовать следующий порядок расчета гидравлической завесы: а) определяется по отдельным лентам тока (или, приводя систему к большому колодцу) погонный расход q от завесы при отсутствии потока к хранилищу; б) по формуле (III. 18) находится минимальное превышение уровня в системе завесы над уровнем хра-

нилища Δh_0, причем предварительно по приведенным выше формулам или с помощью метода ЭГДА рассчитывается величина $\Phi_{др}$; в) задается уровень воды в завесе так, чтобы для обеспечения инженерного запаса величина $\Delta h_{зав}$ была бы несколько большей Δh_0 и согласно (III. 19) определяется расход фильтрационного потока в сторону хранилища.

§ 4. Расчет подпора грунтовых вод методом конечных разностей

В сложных условиях, когда не представляется возможным воспользоваться аналитическими решениями, можно обращаться к расчетам по методу конечных разностей. Основы этого метода применительно к решению задач неустановившейся фильтрации рассматриваются в работах Г. Н. Каменского [11, 12], Н. К. Гиринского [9] и Н. Н. Биндемана [4, 10].

Основные положения методики и техники расчетов методом конечных разностей подробно изложены в работе [10]; ниже рассмотрены некоторые особенности расчета этим методом, связанные с постановкой задач по фильтрации из хранилищ.

При расчетах методом конечных разностей обычно на границах водоемов задаются определенные уровни грунтовых вод, соответствующие уровням в хранилище. Однако для экранированных хранилищ характерным является условие постоянного расхода, фильтрующегося из хранилища. В связи с этим возникает необходимость составления конечно-разностного уравнения для случая, когда в середине расчетного блока поступает инфильтрационный поток с погонным расходом q (рис. 17). Составим балансовое уравнение для этого блока, обозначая его номером i.

$$n_н \Delta h_i \Delta x = kT \frac{H_{i-1} - H_i}{\Delta x} \Delta t - kT \frac{H_i - H_{i+1}}{\Delta x} \Delta t + q \Delta t, \tag{III. 20}$$

где Δh_i — изменение уровня в расчетном блоке (на рис. 17 — Δs).

Из (III. 20) следует, что

$$\Delta h_i = (H_{i-1} + H_{i+1} - 2H_i) \frac{kT \Delta t}{n_н (\Delta x)^2} + \frac{q \Delta t}{n_н \Delta x}. \tag{III. 21}$$

Если принять, как это обычно рекомендуется [10],

$$\frac{kT\Delta t}{n_н(\Delta x)^2}=0{,}5, \qquad \text{(III. 22)}$$

то

$$\Delta h_i=\frac{H_{i-1}+H_{i+1}}{2}-H_i+\frac{q\Delta x}{2kT} \qquad \text{(III. 23)}$$

Это уравнение отличается от обычного конечно-разностного уравнения наличием члена $\frac{q\Delta x}{2kT}$, учитывающего работу траншеи. Для проверки точности уравнения (III. 23) были проведены сопоставительные расчеты с аналитическим решением для случая $q=\text{Const}$.

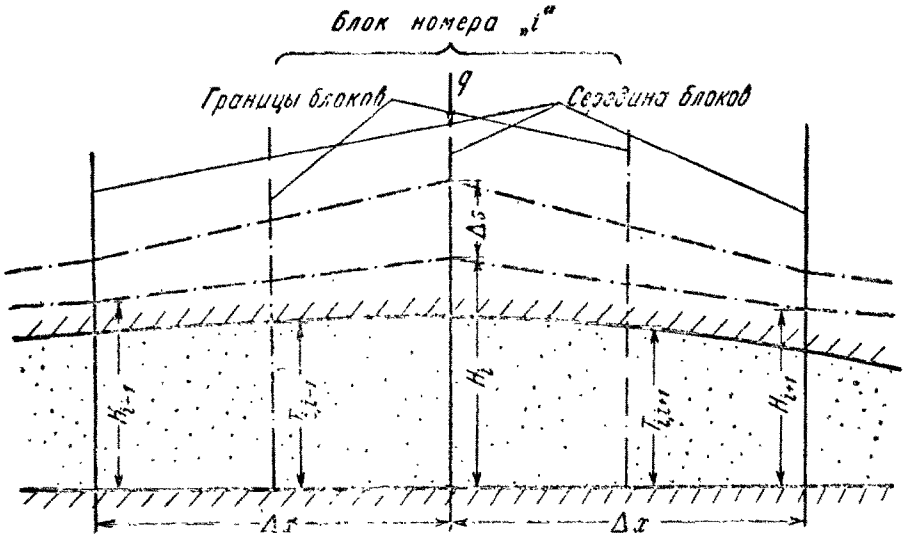


Рис. 17.

Результаты сопоставительных расчетов показали, что при $t>5\Delta t$ обеспечивается точность определения подпора порядка 5%. Вместе с тем оказалось, что точность расчетов существенно повышается, если определять подпор, производя выравнивание расчетных значений по средним значениям. В этом случае уже при $t>2\Delta t$ погрешность расчетов оказывается не более 1—2%.

Таким образом, оказывается возможным смело пользоваться для расчетов подпора при наличии инфильтрации

с задаваемой интенсивностью методом конечных разностей. При этом целесообразно определять уровень в расчетный момент времени, как средний между соседними расчетными значениями.

Точно такой же расчет производится для случая, когда в центре расчетного блока располагается совершенная траншея, из которой отбирается вода с погонным расходом q, а также и в том случае, когда в расчетном блоке помещаются линейные системы скважин или несовершенные траншеи, частично перехватывающие поток из хранилища. В этом случае следует только в соответствующем конечно-разностном уравнении изменить знак расхода.

Приведем теперь общие выражения конечно-разностных уравнений в условиях одномерной задачи. Для любого блока, не включающего в себя скважины или траншеи, изменение уровня потока Δh определяется уравнением

$$\Delta h = \alpha N; \tag{III. 24}$$

$$\alpha = \frac{k_i \Delta t}{n_н \Delta x} \tag{III. 25}$$

Величина N при изменяющемся водоупоре и различных фильтрационных характеристиках на отдельных участках определяется уравнением

$$N = \frac{H_{i+1} - H_i}{R_{i+1}} T_{i,\,i+1} + \frac{H_{i-1} - H_i}{R_{i-1}} T_{i,\,i-1}. \tag{III. 26}$$

$$R_{i+1} = \Delta x_i + \frac{k_i}{k_{i+1}} \Delta x_{i+1}; \quad R_{i-1} = \Delta x_i + \frac{k_i}{k_{i-1}} \Delta x_{i-1}, \tag{III. 26а}$$

где k_{i-1}, k_i, k_{i+1} — коэффициенты фильтрации соответственно на участках $i-1$, i, $i+1$.

При однородном грунте и $\Delta x = \text{Const}$

$$N = \frac{1}{2\Delta x} [T_{i,\,i+1}(H_{i+1} - H_i) + T_{i,\,i-1}(H_{i-1} - H_i)]. \tag{III. 27}$$

Для сечения, в котором расположен участок инфильтрации (или траншея), в общем виде

$$\Delta h = \alpha\left(N + \frac{q}{k_i}\right), \qquad \text{(III. 28)}$$

где q—погонный приток к участку $\left(\text{для скважин } q = \frac{Q_c}{\sigma}\right)$.

Если водоносный горизонт достаточно однороден по вертикали, то при больших понижениях в блоке с участком инфильтрации (или линией скважин) величину N следует определять по формуле

$$N = \frac{1}{2\Delta x}(h^2_{i+1} + h^2_{i-1} - 2h_i^2), \qquad \text{(III. 29)}$$

а уровень в скважине h_c как

$$h_c = \sqrt{(h_i + \Delta h)^2 - \frac{q\sigma}{2\pi k} \ln \frac{\sigma}{\pi d}}, \qquad \text{(III. 30)}$$

где σ — расстояние между скважинами;
d — их диаметр.

При расчетах по отдельным лентам тока (на основании метода недеформируемых линий тока) уравнения в конечных разностях несколько изменяются.

В этом случае можно пользоваться теми же зависимостями, что и для одномерной фильтрации (формулы III. 24 и III. 28), однако величину N определять из следующего общего выражения

$$N = \frac{H_{i+1} - H_i}{R_{i+1}} \cdot \frac{b_{i+1,\,i}}{b_{cp}} T_{i,\,i+1} + \frac{H_{i-1} - H_i}{R_{i-1}} \cdot \frac{b_{i,\,i-1}}{b_{cp}} T_{i,\,i-1} \qquad \text{(III. 31)}$$

$$b_{cp} = \frac{b_{i+1,\,i} + b_{i-1,\,i}}{2},$$

где $b_{i+1,\,i}$ и $b_{i,\,i-1}$ — ширина ленты тока на границе соответствующих блоков (рис. 2).

Для однородного радиального потока [9] в (III. 24) следует принимать

$$N = \frac{1}{r_i}\left[\frac{H_{i+1} - H_i}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} T_{i,\,i+1} + \frac{H_{i-1} - H_i}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} T_{i-1,\,i}\right], \qquad \text{(III. 32)}$$

где r_{i-1}, r_i и r_{i+1} — расстояния от центра потока до центра соответствующего блока.

ГЛАВА IV. ДВИЖЕНИЕ ФРОНТА ЗАГРЯЗНЕНИЯ (ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЕЙ) В ОДНОРОДНОМ ПОТОКЕ

§. 1. Постановка вопроса и вводные замечания

В настоящей главе рассматривается движение границы раздела при условиях „поршневого" вытеснения жидкости из пор грунта (дисперсия отсутствует), причем основное внимание уделяется условиям фильтрации жидкостей одинаковых плотностей и вязкостей, а затем показывается, как при построении границы раздела учитывать различие плотностей и вязкостей.

Во введении к работе уже указывалось, что при сорбции растворов на грунтах в фильтрационном потоке образуются три основные зоны (рис. 1): зона чистой воды (естественного грунтового потока), зона загрязненной воды (из хранилища) и зона, в которой вода, профильтровавшаяся из хранилища, в какой-то степени опреснена за счет сорбции растворов.

Положение границы раздела чистой воды характеризуется ее расстоянием l от хранилища. Для определения величины l используется следующее кинематическое условие на границе раздела:

$$\frac{\partial l}{\partial t} = \frac{k}{n_0} \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{ср}, \qquad \text{(IV. 1)}$$

где $\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{ср}$ — средний градиент потока на границе раздела в горизонтальном направлении. Поскольку, как это показано в [12], величину $\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{ср}$ можно принимать равной уклону I кривой депрессии, то условие (IV. 1) приобретает вид:

$$\frac{\partial l}{\partial t} = \frac{k}{n_0} I \qquad \text{(IV. 2)}$$

или

$$\frac{\partial l}{\partial \bar{t}} = I; \qquad \bar{t} = \frac{k}{n_0} \cdot t. \qquad \text{(IV. 3)}$$

Величина уклона I на границе раздела определяется, как функция от l и t. Благодаря этому, уравнение (IV. 2) принципиально позволяет найти зависимость l от t.

Такая постановка задачи о движении границы раздела использовалась П. Я. Полубариновой-Кочиной [9], Н. Н. Веригиным [3,5], С. Ф. Аверьяновым [1], Н. С. Пискуновым [8] и др.

Аналогичным путем может быть определено и положение границы загрязненных вод с учетом сорбции растворов. Расстояние от хранилища до середины переходной зоны (рис. 1) определяется тем же условием (IV. 2), но только вместо активной пористости n_0 в него следует подставить эффективную пористость $n_э$, определяемую по формуле (I. 12).

§ 2. Основы методики расчета движения границы раздела

Расчет движения границы раздела сводится к интегрированию условия (IV. 2) при заданной зависимости $I(x, t)$.

Для однородных (или приводимых к однородным) условий обычно можно по аналитическим зависимостям получить выражения для градиента I на границе раздела.

Однако, уравнение (IV. 2) при этом за редкими исключениями представляется довольно сложным и для его решения, как правило, приходится прибегать к способам численного интегрирования.

Из существующих способов численного интегрирования нами здесь рассматриваются способы Эйлера-Коши, Рунге-Кутта и „кусочных апроксимаций".

В сложных условиях, когда не представляется возможным получить аналитические выражения для градиента I, для расчетов используется метод конечных разностей.

Видоизмененный способ Эйлера-Коши

Согласно способу Эйлера-Коши [6, 10] в пределах некоторого отрезка времени Δt градиент I можно осреднить и считать постоянным (равным $I_{ср}$). Тогда уравнение (IV. 3) примет вид

$$\frac{\partial l}{\partial t} = I_{ср} \qquad \text{(IV. 4)}$$

или после интегрирования

$$\Delta l = l_i - l_{i-1} = I_{cp}(\bar{t}_i - \bar{t}_{i-1}), \qquad \text{(IV. 5)}$$

где индексом i обозначены величины на расчетный момент времени, а индексом $i-1$ на момент, предшествующий расчетному (для которого l_{i-1} известно).

Величина I_{cp} принимается, как

$$I_{cp} = \frac{I_i + I_{i-1}}{2}. \qquad \text{(IV. 6)}$$

Уравнение (IV. 5) обычно решается подбором.

Для потоков большой длины (неограниченных) градиент I есть функция от $\lambda = \frac{l}{2\sqrt{\beta t}}$. В этом случае решение получается без подбора следующим образом. Зная значение λ_{i-1} на момент времени t_{i-1} (предыдущий расчетному), задаемся значением λ_i на расчетный момент, по которому находим I_i, а затем и I_{cp}. Имея в виду, что

$$\lambda_i = \frac{l}{2\sqrt{\beta t}} = \frac{l}{2\sqrt{T \cdot \bar{t} \cdot \frac{n_0}{n_н}}}; \quad \bar{t}_i = \frac{l_i^2}{4T\lambda_i^2} \cdot \frac{n_н}{n_0}, \qquad \text{(IV. 7)}$$

преобразуем (IV. 5) к виду

$$l_i - l_{i-1} = I_{cp}\left(\frac{l_i^2}{4T\lambda_i^2} \cdot \frac{n_н}{n_0}\right) - I_{cp}\bar{t}_{i-1}. \qquad \text{(IV. 8)}$$

Уравнение (IV. 8) является квадратным относительно l_i. Решая его, находим

$$l_i = 2\lambda_i\left(\frac{\lambda_i T}{I_{cp}} \cdot \frac{n_0}{n_н} + \sqrt{\left(\frac{\lambda_i T}{I_{cp}} \cdot \frac{n_0}{n_н}\right)^2 - \frac{l_{i-1}}{I_{cp}} T \cdot \frac{n_0}{n_н} + T \cdot \bar{t}_{i-1} \cdot \frac{n_0}{n_н}}\right). \qquad \text{(IV. 9)}$$

Способ Рунге-Кутта

Несколько более сложным, но значительно более точным является способ численного решения дифференциальных уравнений, предложенный Рунге и развитый Куттом [5, 6, 10]. В этом способе экстраполирование правой части дифференциального уравнения (в данном случае — это величина I) производится по правилу Симпсона с применением ее разложения в ряд Тейлора. Согласно способу Рунге-Кутта для численного решения уравнения (IV. 2) также используется формула (IV. 3), однако величина $I_{ср}$ определяется уже несколько более сложным путем.

Прежде всего определяется значение I_1 градиента I при $t = t_{i-1}$ и $l = l_{i-1}$; далее определяется значение I_2 градиента I при $t = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}$ и $l = l_{i-1} + \frac{I_1 \Delta t}{2}$; следом за этим находится значение I_3 величины I при $t = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}$ и $l = l_{i-1} + \frac{I_2 \Delta t}{2}$ и, наконец, определяется значение I_4 величины I при $t = t_i$ и $l = l_{i-1} + I_3 \Delta t$. Значение же $I_{ср}$ определяется по формуле

$$I_{ср} = \frac{1}{3}\left(\frac{I_1 + I_4}{2} + I_2 + I_3\right). \qquad \text{(IV. 10)}$$

Таким образом способ Рунге-Кутта требует несколько более сложного хода расчета, но позволяет обойтись без подбора.

Способ кусочных апроксимаций

Существо способа кусочных апроксимаций заключается в том, что реальная зависимость изменения величины $I = I(l, t)$ заменяется более простой, хорошо апроксимирующей в пределах определенного отрезка времени, реальную зависимость $I(l, t)$, и вместе с тем позволяющую при подстановке в уравнение (VI. 2) получить достаточно простое его решение.

Можно представить множество вариантов этого способа, различающихся между собой видом апроксимирующей функции. В курсах приближенных вычислений [5, 6]

подробно рассматривается способ, основанный на апроксимации правой части уравнения (величины I) многочленом по степеням t. Вместе с тем для рассматриваемой задачи могут быть полезны и некоторые другие виды апроксимирующей функции.

Так, например, при движении границы раздела в потоке близком к радиальному хорошим видом апроксимирующей функции может быть выражение

$$I = \frac{a}{\sqrt{t}}, \qquad \text{(IV. 11)}$$

подставляя которое в (IV. 3), найдем

$$\Delta l = 2a\left(\sqrt{t_2} - \sqrt{t_1}\right) \qquad \text{(IV. 12)}$$

или, принимая величину a средней в интервале времени $\Delta t = t_2 - t_1$, получим

$$\Delta l = \left(I_1\sqrt{t_1} + I_2\sqrt{t_2}\right)\left(\sqrt{t_2} - \sqrt{t_1}\right), \qquad \text{(IV. 13)}$$

где I_1 и I_2 — значения I соответственно при $t = t_1$ и $t = t_2$.

Интересно отметить, что если принять линейную зависимость градиента I от времени t, то этот способ будет строго соответствовать рассмотренному выше видоизмененному способу Эйлера-Коши.

Оценка погрешности при численном интегрировании уравнения движения границы раздела

Оценка точности расчета при пользовании численных методов решения дифференциальных уравнений довольно сложна. Имеется ряд способов такой оценки (см. например [6, 7]), мало, однако, пригодных для практического использования.

Для способов Эйлера-Коши и Рунге-Кутта удобно воспользоваться с этой целью принципом Рунге [7], позволяющим оценить погрешность расчета, если известен порядок η погрешности решения, т. е. когда можно считать, что погрешность ε пропорциональна Δt в степени η. В этом случае согласно принципу Рунге можно считать

$$\varepsilon = \frac{I_{\Delta t} - I_{2\Delta t}}{2^{\eta} - 1}, \qquad \text{(IV. 14)}$$

где $I_{\Delta t}$ и $I_{2\Delta t}$ — величины I, полученные численным путем при шаге Δt и при шаге $2\Delta t$.

Для видоизмененного способа Эйлера-Коши $\eta = 3$ [7] и, следовательно,

$$\varepsilon = \frac{1}{7}(I_{\Delta t} - I_{2\Delta t}), \qquad \text{(IV. 15)}$$

а для способа Рунге-Кутта $\eta = 5$ [7] и, следовательно,

$$\varepsilon = \frac{1}{31}(I_{\Delta t} - I_{2\Delta t}). \qquad \text{(IV. 16)}$$

Таким образом, для определения погрешности расчета при использовании способов Эйлера-Коши и Рунге-Кутта достаточно провести дополнительный расчет при удвоенном шаге $2\Delta t$ и определить далее величину погрешности по формулам (IV. 15) — (IV. 16).

При расчетах с использованием метода кусочной апроксимации точность расчета можно оценить по величине максимального расхождения между действительными и приближенными величинами градиента I. В частности, пользуясь апроксимационным выражением (IV. 11), критерием точности можно считать постоянство произведения $I\sqrt{t}$ в процессе расчета, а для способа Эйлера-Коши критерием точности может служить разница между величинами, подсчитываемыми по действительной и по линейной зависимостям $I(t)$ в середине расчетного интервала времени Δt.

Для выбора расчетных величин Δt трудно предложить какие-либо определенные рецепты. Можно лишь указать, что поскольку при фильтрации из хранилищ наиболее резкие возмущения потока происходят в начальный период времени, то в этот период расчет следует вести более подробно, а с течением времени величины Δt могут увеличиваться. Ориентировочно можно считать, что каждый последующий отрезок времени Δt может быть вдвое больше предыдущего. Некоторые рекомендации по заданию расчетных промежутков времени будут приведены далее при рассмотрении конкретных задач.

Вопросы построения кривых депрессии методом конечных разностей рассмотрены в гл. III. Покажем теперь, как, пользуясь построенной конечно-разностным методом кривой депрессии, определить положение границы раздела жидкостей в фильтрационном потоке.

Согласно принципу конечных разностей кривая депрессии меняется скачкообразно и в пространстре и во времени. Поэтому в любом из отсеков номера i, на которые разбит поток, в течение элемента времени Δt сохраняется постоянный градиент I_i и, следовательно, за время Δt граница раздела в этом элементе продвинется на величину Δl_i, причем

$$\Delta l_i = \frac{k}{n_0} I_i \Delta t. \qquad \text{(IV. 17)}$$

Если же граница раздела пересечет границу между блоками номера i и $i+1$, в одном из которых градиент I_i, а в другом I_{i+1}, то расчет величины $\Delta l_{i,\,i+1}$ следует вести по формуле:

$$\Delta l_{i,\,i+1} = \Delta l_i + I_{i+1}\left(\Delta t - \frac{n_0}{k} \cdot \frac{\Delta l_i}{I_i}\right), \qquad \text{(IV. 18)}$$

где Δl_i — расстояние, которое проходит граница раздела в блоке номера i.

В первый промежуток времени Δt рекомендуется продвижение границы раздела определять по аналитическим зависимостям (см. ниже §§ 3 и 4), принимая в пределах этого промежутка на границе питания либо постоянный расход, либо постоянный (мгновенно изменяющийся) уровень. При такой методике обеспечивается точность расчетов порядка 5%.

§ 3. Расчет движения границы раздела в типовых условиях

В типовых условиях основной является схема большого колодца, применение которой, как будет показано ниже, позволяет достаточно точно оценить размеры зоны загрязнения при любых реальных формах хранилища.

В первую очередь рассмотрим схему сосредоточенной инфильтрации (источника) интенсивностью Q в радиаль-

ном потоке при малом радиусе колодца. Эта схема имеет также непосредственное применение при закачке растворов в одиночную скважину.

Сосредоточенная инфильтрация

Для условий неограниченного потока, определяя из решения для радиальной задачи градиент потока I, получим уравнение движения границы раздела в следующем виде:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{Q}{2\pi n_0 Tl} e^{-\frac{l^2}{4\beta t}}, \qquad \text{(IV. 19)}$$

Нетрудно доказать, что решение уравнения (IV. 19) имеет вид*

$$l = 2\sqrt{\alpha_0 \beta t}, \qquad \text{(IV. 20)}$$

где параметр α_0 определяется из трансцендентного уравнения

$$\alpha_0 e^{\alpha_0} = \frac{Q}{4\pi kT^2} \cdot \frac{n_н}{n_0}. \qquad \text{(IV. 21)}$$

Для определения величины α_0 можно пользоваться графиком рис. 18. При

$$\frac{Q}{4\pi kT^2} \cdot \frac{n_н}{n_0} \leqslant 1, \qquad \text{(IV. 22)}$$

можно считать $e^{\alpha_0} \approx 1$ и

$$l = \sqrt{\frac{Qt}{\pi n_0 T}}, \qquad \text{(IV. 23)}$$

что соответствует условиям установившейся фильтрации.

При наличии потока грунтовых вод с уклоном I_0 уравнение (IV. 19) примет вид

$$\frac{dl}{dt} = \frac{Q}{2\pi n_0 Tl} e^{-\frac{l^2}{4\beta t}} + \frac{k}{n_0} I_0, \qquad \text{(IV. 24)}$$

причем I_0 представляет собой бытовой градиент потока по пути движения границы раздела.

---

* Для напорного потока это решение получено Н. Н. Веригиным [5].

Решение уравнения (IV. 24) может быть получено методами численного интегрирования, причем в начальный период удобнее пользоваться формулой (IV. 13), а в в дальнейшем расчетами по способу Эйлера-Коши.

При малых расходах Q, когда выполняется условие (IV. 22), для продвижения границы раздела вниз по потоку (рис. 19) можно пользоваться формулой Тейса [11], с

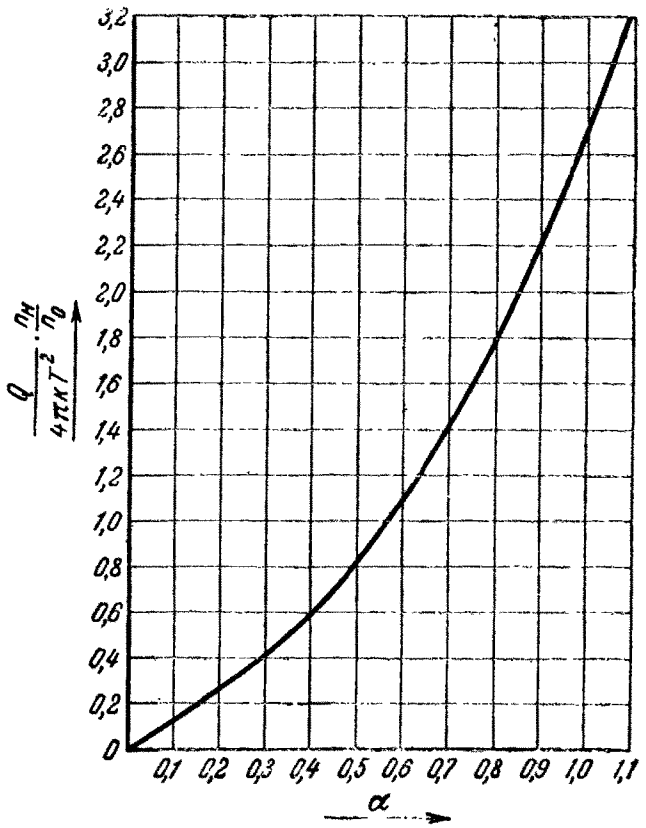


Рис. 18.

помощью которой определяется время продвижения загрязнения t на расстоянии $l_н$ от места инфильтрации[1].

$$t = \frac{n_0}{k I_0}\left[l_н - \frac{Q}{2\pi k T I_0}\ln\left(1 + \frac{2\pi k T l_н I_0}{Q}\right)\right]. \qquad \text{(IV. 25)}$$

[1] Тейс не приводит ни вывода формулы (IV. 25), ни формулировки условий, для которых она выведена. Поэтому нами был проведен вывод поставленной задачи, который показал, что Тейс рассматривал именно этот случай.

Формулой (IV. 25) можно пользоваться и для расчета расстояния $l_в$, на которое продвинется загрязнение вверх по потоку. Для этого следует только в (IV. 25) заменить I_0 на $-I_0$.

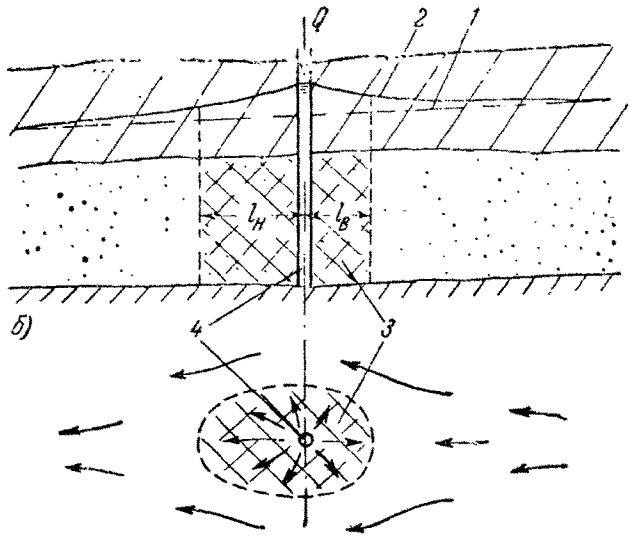


Рис. 19. Распространение загрязнения при точечной инфильтрации в грунтовом потоке: *а*) в разрезе; *б*) в плане; *1*—начальная кривая депрессии; *2*—кривая депрессии при инфильтрации; *3*—зона загрязнения; *4*—скважина

Для практических расчетов по формуле (IV. 25) можно пользоваться графиком, приведенным на рис. 20.

Если работа источника загрязнения имеет временный характер, причем сначала в грунтовый поток поступает расход Q, а по истечении времени t_0 поступление загрязнения из источника полностью прекращается, то при $t > t_0$ уравнение движения границы раздела принимает вид

$$\frac{dl}{dt} = \bar{I}_0$$

$$\bar{I} = \frac{Q}{2\pi n_0 T l}\left[\exp\left(-\frac{l^2}{4\beta t}\right) - \exp\left(-\frac{l^2}{4\beta (t-t_0)}\right)\right] + \frac{k}{n_0} I_0, \qquad \text{(IV. 26)}$$

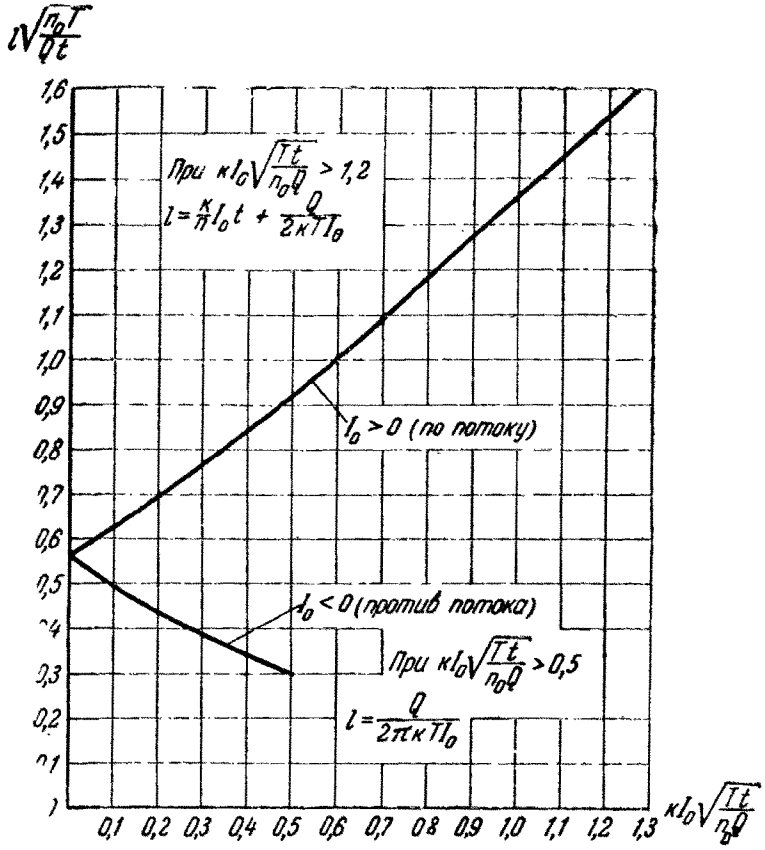
а при

$$\frac{Q}{kT^2} \cdot \frac{t_0}{t-t_0} < 3 \qquad \text{(IV. 27)}$$

можно считать

$$\frac{dl}{dt} = \frac{Qt_0}{8\pi k T^2} \cdot \frac{l}{t(t-t_0)} + \frac{k}{n_0} I_0. \qquad \text{(IV. 28)}$$

Рассмотрим теперь схему сосредоточенной (точечной) инфильтрации при наличии вблизи нее (на расстоянии L) области стока (реки, оврага, водоема). Очевидно, что



Рис, 20. График для определения размера зоны загрязнения по формуле (IV. 25)

особый интерес в данном случае представляет продвижение границы раздела по кратчайшему направлению к водоему. Градиент потока I_L в этом направлении будет

$$I_L = \frac{Q}{2\pi k T l} \exp\left(-\frac{l^2}{4\beta t}\right)\left[1 + \frac{l}{2L-l}\exp\left(-\frac{L^2+Ll}{\beta t}\right)\right] + \frac{k}{n_0} I_0. \qquad \text{(IV. 29)}$$

Рассмотрим предельный случай установившегося движения для этой схемы. Выражение для градиента I_L^0 в этом случае получается из (IV. 26) при $t \to \infty$

$$I_L^0 = \frac{Q}{2\pi k T} \cdot \frac{2L}{(2L - l)\, l}. \qquad \text{(IV. 30)}$$

Подставляя I_L^0 из (IV. 30) в (IV. 2), получим уравнение

$$\frac{dl}{dt} = \frac{Q}{\pi n_0 T} \cdot \frac{L}{l(2L - l)}, \qquad \text{(IV. 30}a\text{)}$$

которое позволяет провести разделение переменных и получить решение в виде

$$l^2\left(1 - \frac{l}{3L}\right) = \frac{Qt}{\pi n_0 T}. \qquad \text{(IV. 31)}$$

Из уравнения (IV. 31), которое в общем виде решается путем несложного подбора, нетрудно получить выражение для времени t_L, в течение которого граница раздела достигнет области стока

$$t_L = \frac{2\pi n_0 T L^2}{3Q}. \qquad \text{(IV. 32)}$$

Если же не считаться с наличием области стока, то согласно (IV. 23) найдем

$$t_L = \frac{\pi n_0 T L^2}{Q} \qquad \text{(IV. 33)}$$

Структура формул (IV. 32) и (IV. 33) совершенно идентична. Разница между ними заключается в том, что по формуле (IV. 32) величина t_L получается в 1,5 раза меньшей, чем по формуле (IV. 33). Поскольку в условиях установившегося движения влияние области стока сказывается наиболее резко, то можно сделать вывод, что в порядке первого приближения оценку скорости движения границы раздела можно считать без учета влияния областей питания и стока, увеличивая ее с некоторым запасом в 1,5 раза.

Схема большого колодца и ее применение к расчету движения границы раздела от площадки инфильтрации

Применение схемы большого колодца основывается на следующей предпосылке: для того, чтобы было достигнуто совпадение расчетов в начальный момент времени, считаем, что сосредоточенный источник инфильтрации начинает работать заблаговременно, так чтобы в момент $t=0$ граница раздела распространилась на область равную по площади площадке инфильтрации (хранилищу).

Таким образом при расчетах следует вводить расчетное время $t'=t+\Delta t$, причем величина Δt определяется таким образом, чтобы при $t=0$ величина l_0, определяемая по формуле (IV. 23), характеризовалась соотношением

$$\pi l_0^2=\omega_{xp} \quad \text{или} \quad l_0=\sqrt{\frac{\omega_{xp}}{\pi}}, \qquad \text{(IV. 34)}$$

где ω_{xp} — площадь хранилища.

Для прямоугольного в плане хранилища со сторонами $2A$ и $2B$

$$l_0=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{AB}\,. \qquad \text{(IV. 35)}$$

Вводя в (IV. 20) t' вместо t и имея в виду, что

$$l_0=2\sqrt{\alpha_0\beta\Delta t} \qquad \text{(IV. 36)}$$

после небольших преобразований получим

$$l=\sqrt{4\alpha_0\beta t+l_0^2}=\sqrt{4\alpha_0\beta t+\frac{\omega_{xp}}{\pi}}\,, \qquad \text{(IV. 37)}$$

причем величина l отсчитывается от центра площадки инфильтрации (хранилища).

Проверим теперь точность предлагаемого способа расчета сопоставлением с численными расчетами для двух предельных случаев: линии $\left(\frac{A}{B}=0\right)$ и квадратного в плане хранилища $\left(\frac{A}{B}=1\right)$ при характерных параметрах потока, определяемых соотношением

$$\frac{Q}{4kT^2} \cdot \frac{n_н}{n_0} = 0{,}005.$$

Сопоставление результатов расчетов численным методом* и по способу большого колодца для линии приведено в табл. 4.

Таблица 4

$\frac{Q}{4TB} \cdot \sqrt{\frac{t}{n_0 \kappa T}}$	$10^3 \frac{Q}{4\kappa T^2} \cdot \frac{l}{B}$ перпенд. линии	$10^3 \frac{Q}{4\kappa T^2} \cdot \left(\frac{l}{B}+1\right)$ вдоль линии	по большому колодцу	
			$10^3 \frac{Q}{4\kappa T^2} \cdot \frac{l}{B}$	$\frac{l}{B}$
0,01	0,10	5,154	0,8	0,16
0,02	0,381	5,483	1,6	0,32
0,05	2,16	7,08	4,0	0,8
0,10	6,21	10,2	0,8	1,6
0,15	10,5	13,7	12,0	2,4
0,2	14,6	17,4	16,0	3,2
0,3	23,0	25,0	24,0	4,8

Из рассмотрения табл. 4 видно, что при $\frac{l}{B} > 1{,}5$ расчет по большому колодцу дает примерно среднюю характеристику движения границы раздела, а при $\frac{l}{B} > 3$ значения l, определенные по способу большого колодца с точностью до 10%, соответствуют действительным значениям l.

Сопоставления результатов численных расчетов и расчетов по способу большого колодца для квадратной в плане площадки инфильтрации приведены в табл 5.

* Методика такого рода расчетов приведена в работе [15].

Из рассмотрения табл. 5 видно, что и в данном случае при $\frac{l}{B} > 1{,}5$ расчет по способу большого колодца дает хорошие результаты.

Таблица 5

$\bar{t} = \frac{2wt}{n_0 T}$	$\frac{l}{B}$	
	численный расчет	по способу большого колодца
0,5	1,12	1,27
1,0	1,25	1,39
2	1,49	1,60
3	1,71	1,79
5	2,10	2,12

Примечание. Значения l отсчитываются в данном случае от центра площадки инфильтрации.

Таким образом, результаты проведенных сопоставлений позволяют считать, что уже на значительном расстоянии от середины хранилища (большем его удвоенного наибольшего размера) в типовых условиях расчет можно вести по способу большого колодца, пользуясь упрощенной формулой (IV. 37).

§ 4. Расчет движения границы раздела в сложных условиях

В сложных условиях расчет производится по отдельным лентам тока с приведением потока к линейному. Поэтому в дальнейшем приведем методику расчетов для линейных в плане потоков при условии постоянного напора (уровня) на хранилище или постоянной инфильтрации из него.

Движение границы раздела при постоянных уровнях в хранилище

Рассмотрим прежде всего движение границы раздела при фильтрации из хранилища с уровнем воды h_2 в неограниченный бассейн грунтовых вод, имевший до начала

фильтрации уровень h_1, причем, будем считать, что при наполнении хранилища, практически мгновенно устанавливается гидравлическая связь между хранилищем и фильтрационным потоком, что дает определенный запас в определении скорости продвижения границы раздела пресных и соленых вод.

В этих условиях решение для определения расстояния от бассейна до границы раздела получено Н. Н. Веригиным[1] [3]. Согласно этому решению величина l определяется по уравнению:

$$l = 2\alpha\sqrt{\beta t}. \qquad \text{(IV. 38)}$$

Для определения параметра α подставим выражение l из (IV. 38) в (IV. 2), учитывая при этом [4], что в данном случае

$$I = \frac{\Delta h}{\sqrt{\pi\beta t}} e^{-\frac{l^2}{4\beta t}}, \quad \Delta h = h_2 - h_1. \qquad \text{(IV. 30)}$$

После небольших преобразований придем к уравнению

$$\alpha e^{\alpha^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{k}{n_0} \cdot \frac{\Delta h}{\beta}. \qquad \text{(IV. 40)}$$

Имея в виду, что

$$\beta = \frac{kT}{n_н},$$

(где T — осредненная глубина потока), получим

$$\alpha e^{\alpha^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\Delta h}{T} \cdot \frac{n_н}{n_0}. \qquad \text{(IV. 41)}$$

Для однородного по глубине потока, следуя Н. Н. Веригину, примем $T = h_2$. Тогда (IV. 41) принимает вид[2]

$$\alpha e^{\alpha^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\Delta h}{h_2} \cdot \frac{n_н}{n_0} \qquad \text{(IV. 41 } a\text{)}$$

---

[1] Независимо от Н. Н. Веригина такое же решение получено С. Ф. Аверьяновым [1].

[2] Н. Н. Веригин в своем решении принимал $n_0 = n_н$.

Для определения величины α по уравнению (IV. 41 *а*) можно пользоваться графиком (рис. 21).

При $\frac{\Delta h}{T} \leqslant 0{,}5$ можно считать

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\Delta h}{T} \cdot \frac{n_н}{n_0}. \qquad \text{(IV. 41}б\text{)}$$

Рассмотрим теперь условия ограниченного потока, когда вблизи хранилища располагается область стока, причем в начальный момент существует установившийся

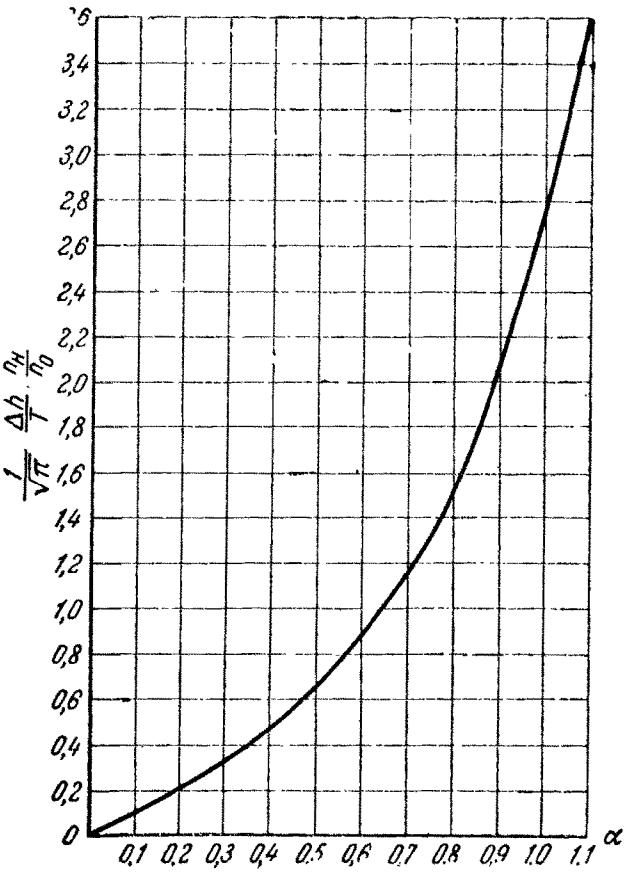


Рис. 21.

грунтовой поток с уклоном I_0. В начальный момент (при $t = 0$) хранилище наполняется и горизонт воды в нем мгновенно изменяется на величину Δh. Одновременно с этим начинается фильтрация воды из хранилища с образованием границы раздела.

Расстояние l от бассейна 1 до границы раздела определяется общим уравнением (IV. 2), где согласно решению Н. Н. Веригина [4]

$$I=\frac{\Delta h}{L}\left[1+S_x\left(\frac{l}{L};\ \tau\right)\right]+I_0. \qquad \text{(IV. 42)}$$

$$S_x=2\sum_{i=1}^{\infty} e^{-\pi^2 i^2 \tau}\cos\left(i\pi\frac{l}{L}\right);\quad \tau=\frac{\beta t}{L^2}. \qquad \text{(IV. 42}a\text{)}$$

В начальные моменты времени (при $\tau \leqslant \tau_0$) можно пренебрегать влиянием удаленной границы и при $I_0=0$ определять величину l по уравнению (IV. 38) Значения τ_0 при этом можно определять по табл. 6.

Таблица 6

$\frac{\Delta h}{h_1+h_2}$	τ_0
0,05	0,25
0,25	0,20
0,5	0,15
1,0	0,10

При $I_0 \neq 0$ или $\tau > \tau_0$ величина l может быть определена приближенным путем по способу кусочных апроксимаций, принимая апроксимирующее выражение типа (IV. 13) с интервалами $\Delta\tau = 0{,}05$.

При $\tau > 0{,}25$ можно во всех случаях вести расчет по способу Эйлера-Коши с интервалами $\Delta\tau = 0{,}05 \div 0{,}10$, а при $\tau > 0{,}5$ рассматривать движение как установившееся и считать

$$\Delta l=\frac{k}{n_0}\left(\frac{\Delta h}{L}+I_0\right)\Delta t. \qquad \text{(IV. 43)}$$

При $\tau_0 < \tau < 0{,}5$ можно пользоваться также расчетами по способу Рунге-Кутта с интервалами $\Delta\tau = 0{,}10 - 0{,}15$.

По изложенной методике построен расчетный график (рис. 22) зависимости $\bar{l} = \frac{l}{L}$ от $\frac{k}{n_0} \cdot \frac{\Delta h \cdot t}{L^2}$ при различных отношениях $\frac{\Delta h}{T}$ и $I_0 = 0$.

Интересно отметить, что, как показывают расчеты, величина l оказывается слабо зависящей от мощности потока T.

Эта же схема рассмотрена С. Ф. Аверьяновым [1] при изучении вопросов, связанных с рассоляющим действием фильтрации из каналов. С. Ф. Аверьянов ставит задачу

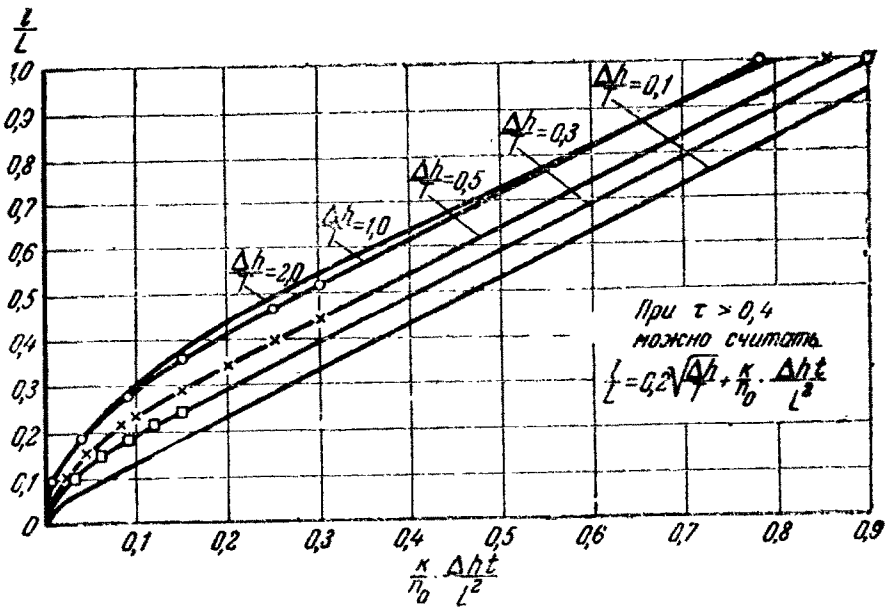


Рис. 22. График для расчета движения границы раздела в ограниченном потоке

в тех же предпосылках, принимая, однако, несколько иные приемы ее решения. Ограничиваясь условиями характерными для крупных каналов, С. Ф. Аверьянов принимает величину l настолько малой по сравнению с длиной потока L, что можно считать $\cos \frac{i\pi l}{L} \approx 1$. Этот прием также приводит к удовлетворительным результатам, однако он менее точен, чем приведенный выше.

Движение границы раздела при постоянной инфильтрации из хранилища

При наличии зоны инфильтрации возникает задача о границе раздела жидкостей при полосовой инфильтрации интенсивностью w на полосе шириной $2B$.

Для неограниченного потока градиент I на границе раздела определится в данном случае по формуле

$$I = \frac{w\sqrt{\beta t}}{kT}\,[P(\lambda) - P(\lambda')], \qquad \text{(IV. 44)}$$

где

$$\lambda = -\frac{l}{2\sqrt{\beta t}}\,; \quad \lambda' = \frac{l+2B}{2\sqrt{\beta t}}. \qquad \text{(IV. 44}a\text{)}$$

Рассмотрим сначала начальный период движения, когда значительно влияние полосового характера инфильтрации. В начальный период при $\frac{B}{\sqrt{\beta t}} > 1{,}2$ с небольшим запасом можно считать $P(\lambda') = 0$, а по малости величины λ принимать

$$P(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} - 0{,}9\lambda,$$

что при $\lambda < 0{,}25$ обеспечивает точность 2—3%.

Тогда для начального периода

$$I = \frac{w\sqrt{\beta t}}{kT}\left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} - 0{,}45\,\frac{l}{\sqrt{\beta t}}\right) \qquad \text{(IV. 45)}$$

и уравнение (IV. 2) для этой схемы принимает вид

$$\frac{dl}{dt} = \frac{w}{n_0 T}\sqrt{\frac{\beta t}{\pi}} - 0{,}45\,\frac{w}{n_0 T}\,l, \qquad \text{(IV. 46)}$$

т. е. приводится к линейному дифференциальному уравнению первого порядка, решение которого имеет вид [2]

$$l = 1{,}87\,T\sqrt{\frac{k}{w}\cdot\frac{n_0}{n_н}}\cdot M(\bar{t});\quad \bar{t} = \frac{wt}{n_0 T}. \qquad \text{(IV. 47)}$$

Расчетный график функции $M(\bar{t})$ приведен на рис. 23.

При наличии грунтового потока с уклоном I_0 к величине определенной в условиях бассейна грунтовых вод, следует добавить (со своим знаком) величину Δl_{i_0}, причем

$$\Delta l_{i_0} = \frac{k}{n_0} I_0 \left(1 - e^{-\bar{t}}\right). \qquad \text{(IV. 48)}$$

В более поздние моменты времени $\left(\text{при } \frac{B}{\sqrt{\beta t}} < 1{,}2\right)$ полосовой характер инфильтрации сказывается менее резко и градиенты потока практически совпадают с гра-

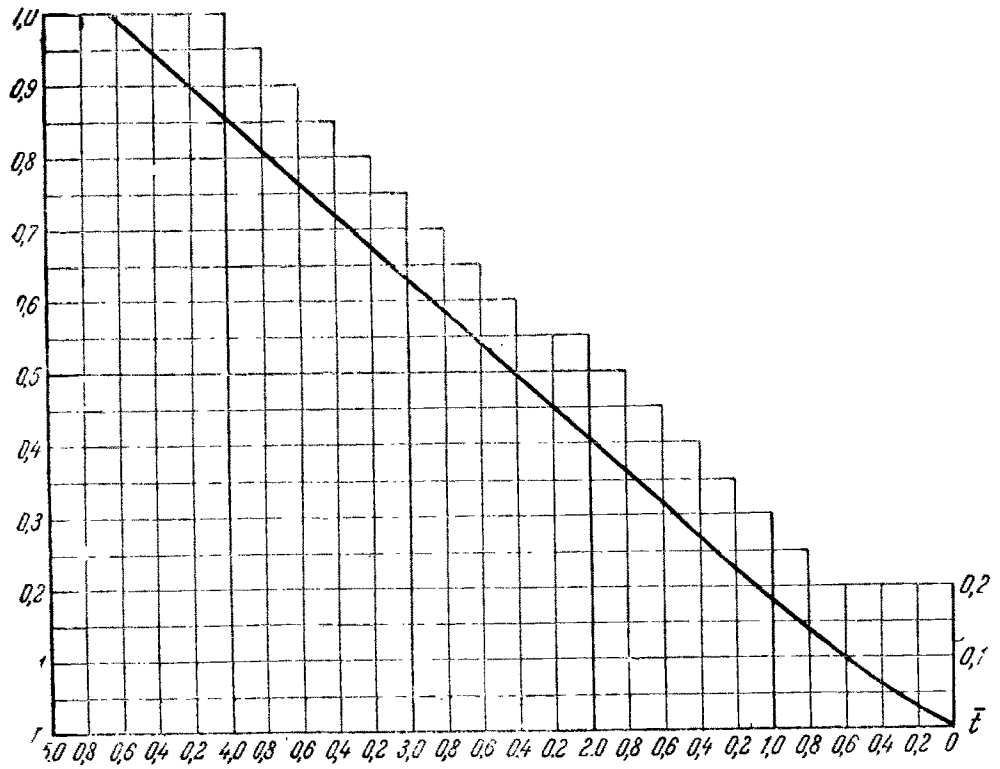


Рис. 23. График зависимости M от $\bar{t}$

диентами при сосредоточенной инфильтрации интенсивностью 2 wB, помещаемой в середине полосы инфильтрации. Таким образом, при $\frac{B}{\sqrt{\beta t}} < 1{,}2$ можно для опреде-

ления продвижения границы раздела пользоваться зависимостями, полученными для условий сосредоточенной инфильтрации, имея только в виду, что в момент времени t_0, соответствующий условию

$$t_0 = \frac{B^2}{1{,}44\beta} = 0{,}695\frac{B^2}{\beta} \qquad \text{(IV. 49)}$$

граница раздела продвинулась на величину $l_0 = B + l_{инф}$, где величина $l_{инф}$ определяется согласно (IV. 47) при $t = t_0$.

Обратимся теперь к рассмотрению условий движения границы раздела в линейном фильтрационном потоке при поступлении в него сосредоточенной инфильтрации интенсивностью q.

Рассмотрим прежде всего условия неограниченного по длине потока. В данном случае градиент потока I на границе раздела определится выражением

$$I = \frac{q}{2kT}\operatorname{erfc}\frac{l}{2\sqrt{\beta t}} + I_0. \qquad \text{(IV. 50)}$$

Подставляя выражение для I и из (IV. 50) в (IV. 2), найдем дифференциальное уравнение движения границы раздела для этого случая в следующем виде

$$\frac{dl}{dt} = \frac{q}{2n_0T}\operatorname{erfc}\frac{l}{2\sqrt{\beta t}} + \frac{k}{n_0}I_0. \qquad \text{(IV. 51)}$$

Введем новую переменную τ и параметр η так, что

$$\tau = \frac{qt}{2n_0T}; \quad \eta = \frac{2kT^2}{q}\cdot\frac{n_0}{n_н}. \qquad \text{(IV. 52)}$$

Подставляя выражения для τ и η в уравнение (IV. 51), получим

$$\frac{dl}{dt} = \operatorname{erfc}\frac{l}{2\sqrt{\eta\tau}} + \frac{2kTI_0}{q}. \qquad \text{(IV. 53)}$$

Строгое решение этого уравнения получить не представляется возможным. Наиболее же простое приближенное его решение может быть получено путем апроксимации

$$\operatorname{erfc}\lambda = 1 - 1{,}06\lambda,$$

которая при $\lambda \leqslant 0{,}5$ обеспечивает точность порядка 1—2%.

Таким путем приведем уравнение (IV. 53) к виду

$$\frac{dl}{d\tau} = 1 + \frac{2kTI_0}{q} - 0{,}53\frac{l}{\sqrt{\eta\tau}}. \qquad \text{(IV. 54)}$$

Это линейное дифференциальное уравнение первого порядка, общий интеграл которого хорошо известен [2]. Решение уравнения (IV. 54) имеет вид

$$l = (1+\chi)\eta N_1(\varepsilon), \qquad \text{(IV. 55)}$$

$$N_1(\varepsilon) = 1{,}78\,(1{,}06\,\varepsilon - 1 + e^{-1{,}06\,\varepsilon}), \qquad \text{(IV. 55}a\text{)}$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\tau}{\eta}}; \quad \chi = \frac{2kTI_0}{q}. \qquad \text{(IV. 55}б\text{)}$$

Обозначая

$$N(\varepsilon) = \frac{1{,}78}{\varepsilon^2}\,(1{,}06\,\varepsilon - 1 + e^{-1{,}06\,\varepsilon}), \qquad \text{(IV. 55}в\text{)}$$

приведем уравнение (IV. 55) к виду

$$l = (1+\chi)\tau N(\varepsilon). \qquad \text{(IV. 56)}$$

Для определения значений функции N и N_1 можно пользоваться графиком рис. 24 *.

Из уравнения (IV. 56) прямо следует, что

$$l = (1+\chi)\,l^{\circ}, \qquad \text{(IV. 57)}$$

где l°—величина l при отсутствии бытового потока (при $I_0 = 0$).

Формула (IV. 57) позволяет легко учитывать в расчетах влияние потока грунтовых вод на продвижение границы раздела.

Пределом применимости уравнения (IV.55) является значение $\lambda \leqslant 0{,}5$ или $l \leqslant \sqrt{\eta\tau}$. Из уравнения (IV. 55) следует, что при этом $\frac{\tau}{\eta} \leqslant 3$ или

$$t \leqslant \frac{12kn_0T^3}{q^2} \cdot \frac{n_0}{n_н}. \qquad \text{(IV. 58)}$$

---

* Этот график, построенный согласно (IV. 55), был также проверен численным интегрированием уравнения (IV. 53) по способу Эйлера-Коши.

Имея в виду, что максимальный подпор s_0 (при $x=0$) будет

$$s_0 = \frac{q}{kT}\sqrt{\frac{\beta t}{\pi}} \qquad \text{(IV. 59)}$$

найдем более простое выражение неравенства (IV. 58)

$$\frac{s_0}{T} \leqslant 2\left(\frac{n_0}{n_н}\right). \qquad \text{(IV. 60)}$$

В большинстве практических случаев условие (IV. 58) выполняется, что дает возможность считать полученные выше зависимости основными.

При невыполнении же условия (IV. 58) решение целесообразно искать методами численного интегрирования. Приведенный на рис. 24 график зависимости $N(\varepsilon)$, построен

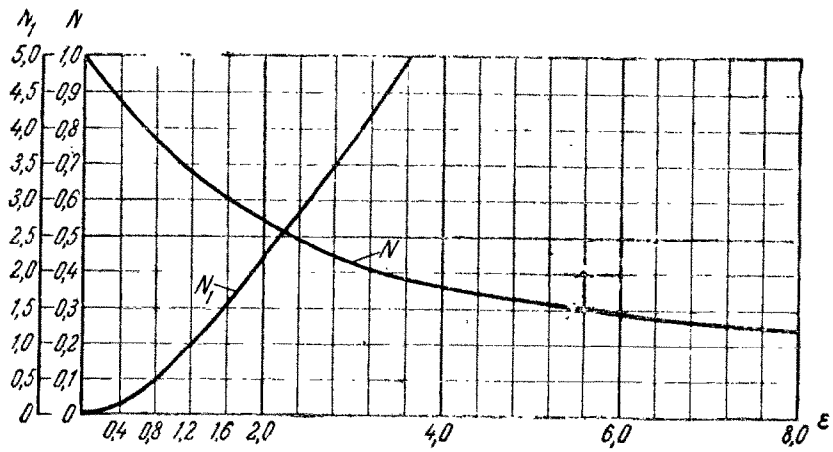


Рис. 24. График функций N и N_1

при $3 < \varepsilon \leqslant 8$ по способу Эйлера-Коши с точностью до 1%. Пользуясь значениями $N(\varepsilon)$, снимаемыми с расчетного графика, можно вести далее расчет величин l по формуле (IV. 56).

Рассмотрим теперь условия, когда на некотором расстоянии от хранилища L располагается область стока (овраг, река, водоем), на которой сохраняется постоянный уровень, причем перед заполнением хранилища в его районе имел место грунтовый поток с уклоном I_0.

Считая поток полуограниченным (ограниченным только областью стока), выражение для уклона потока I найдем

дифференцированием выражения для подпора в этих условиях (см. формулу 4 в табл. 2). После некоторых преобразований, полагая $x = l$, получим

$$I = \frac{q}{2kT}\left(\operatorname{erfc}\frac{l}{2\sqrt{\beta t}} + \operatorname{erfc}\frac{2L-l}{2\sqrt{\beta t}}\right) + I_0 . \qquad \text{(IV. 61)}$$

Вводя обозначения

$$\lambda = \frac{l}{2\sqrt{\beta t}}; \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{\tau}{\eta}}; \quad L^0 = \frac{L}{\eta} \qquad \text{(IV. 61}a\text{)}$$

и подставляя выражение для I из (IV. 61) в (IV. 2), придем к следующему уравнению движения границы раздела

$$\frac{dl}{d\tau} = \operatorname{erfc}\lambda + \operatorname{erfc}\left(\frac{L^0}{\varepsilon} - \lambda\right). \qquad \text{(IV. 62)}$$

Решение этого уравнения может быть получено способами численного интегрирования, причем при использовании способа Эйлера-Коши интервалы времени Δt можно принимать из соотношения $\Delta\tau = 0{,}3\,\eta$, а при использовании способа Рунге-Кутта обычно можно принимать величину $\Delta t = t$, т. е. без каких бы то ни было ограничений. По способу Эйлера-Коши была построена зависимость $\bar{l} = \frac{l}{\tau}$ от $\varepsilon = \sqrt{\frac{\tau}{\eta}}$ при различных $L^0 = \frac{L}{\eta}$ (рис. 25), для случая $I_0 = 0$, которой можно пользоваться для практических расчетов. Анализ этой зависимости показывает, что при $L^0 < 0{,}25$ с точностью до 5% можно считать $l = \tau$, а при $L^0 > 5$ расчеты величины l можно вести, пренебрегая влиянием реки, т. е. по приведенным выше зависимостям для неограниченного потока.

При наличии естественного грунтового потока ($I_0 \neq 0$) в данном случае можно сначала произвести расчет для бассейна (при $I_0 = 0$), получив при этом некоторую величину l^0, а затем произвести пересчет согласно зависимости (IV. 57).

Учет влияния полосового характера инфильтрации из хранилища можно произвести, введя вместо действительного времени t расчетное время $t' = t + \Delta t'$, причем величина $\Delta t'$ может быть определена таким образом, чтобы

при $t = t_0$ и, следовательно, при $t' = t_0 + \Delta t'$ расчет по зависимостям для сосредоточенной инфильтрации давал бы значение $l = B + l_{инф}$. Поскольку в начальный период

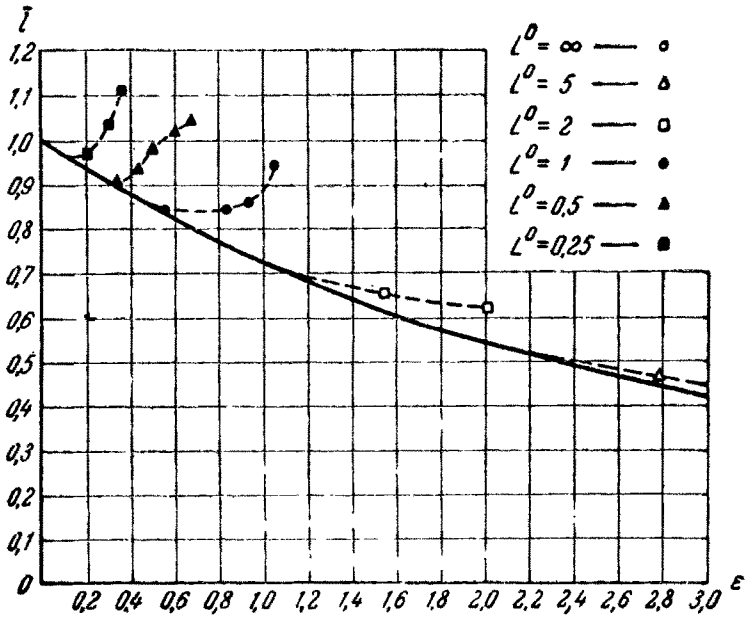


Рис. 25. График для расчета движения границы раздела в полуограниченном потоке при постоянной сосредоточенной инфильтрации

времени можно не считаться с влиянием границ потока, то для определения величины $\Delta t'$ можно воспользоваться уравнением (IV. 55), положив в нем $t = t_0 + \Delta t'$ и $l = B + l_{инф}$ При этом получится уравнение

$$N_1(\varepsilon_0) = \frac{B + l_{инф}}{(1 + \chi)\eta}, \qquad \text{(IV. 63)}$$

где

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\frac{\tau_0}{\eta}}; \qquad \text{(IV. 63}a\text{)}$$

(τ_0—значение τ при $t = t_0 + \Delta t'$).

Таким образом, представляется следующий ход определения величины $\Delta t'$: по формуле (IV.47) при $t = t_0$ (t_0 определяется по формуле IV. 49) подсчитывается величина $l_{инф}$; затем согласно (IV. 63) определяется функция $N_1(\varepsilon_0)$, а по графику рис. 24 находится величина ε_0. Далее величина $\Delta t'$ находится по формуле

$$\Delta t' = 2\varepsilon^2_0 \cdot \eta \cdot \frac{n_0 T}{q} - t_0 . \qquad \text{(IV. 64)}$$

Все дальнейшие расчеты движения границы раздела производятся, как для случая сосредоточенной инфильтрации интенсивностью $q = 2wB$, начинающейся на отрезок времени $\Delta t'$ раньше.

§ 5. Учет различия плотностей и вязкостей фильтрующихся жидкостей

Для расчетов положения границы раздела с учетом различия плотностей и вязкостей жидкостей целесообразно прежде всего рассмотреть эту задачу при установившейся фильтрации в горизонтальном напорном потоке.

Подробное решение этой задачи рассмотрено в работе [13]. Согласно этому решению граница раздела оказывается наклонной линией близкой по форме к прямой, причем длина зоны границы раздела l_p (рис. 26) можно определить по формуле

$$l_p = 1{,}65\,\delta \sqrt{\frac{\Delta\gamma}{\gamma} \cdot \frac{kT}{n_0}\, t} , \qquad \text{(IV. 65)}$$

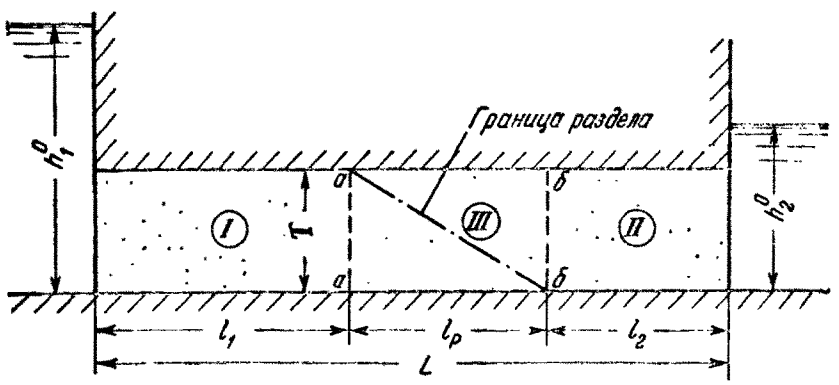


Рис. 26. Схема движения границы раздела в напорном потоке с учетом различия плотностей и вязкоктей жидкостей

причем значения δ определяются по графику рис. 27 в зависимости от величины ε

$$\varepsilon = \frac{\Delta\mu}{\mu} \cdot I \sqrt{\frac{\gamma}{\Delta\gamma} \cdot \frac{kt}{n_0 T}} , \qquad \text{(IV. 66)}$$

где $\frac{\Delta\gamma}{\gamma}$ и $\frac{\Delta\mu}{\mu}$ — относительные различия плотностей и вязкостей вытесняющей и вытесняемой жидкостей;

I — градиент фильтрационного потока, определяемый для каждого случая по приведенным выше зависимостям при уровне воды в хранилище, увеличенном на величину $\frac{\Delta\gamma}{\gamma}(h_{xp} - 0{,}5\,T)$ (h_{xp} — глубина воды в хранилище относительно водоупора, T — мощность водоносного горизонта; для однородного безнапорного потока; $h_{xp} = T$).

Для установившегося одномерного в плане потока (рис. 26) длиной L

$$I = \frac{h_1^0 - h_2^0 + \frac{\Delta\gamma}{\gamma}(h_1^0 - 0{,}5\,T)}{l}. \qquad \text{(IV. 67)}$$

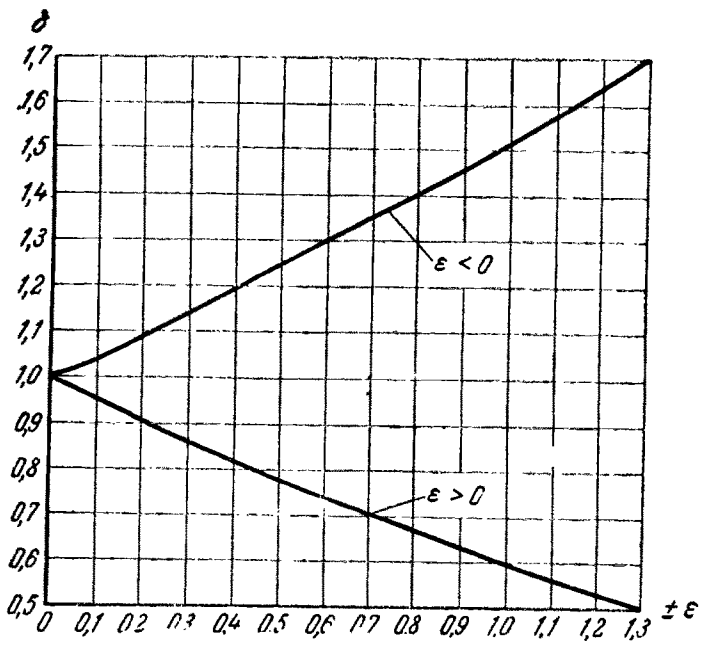


Рис. 27.

Аналогичным путем может быть определена величина l_p для слоисто-неоднородного пласта, в котором проницаемость постепенно меняется по глубине. В этом случае

решение имеет такую же форму; в расчетные зависимости следует только вместо действительной разницы вязкостей $\Delta\mu$ подставить фиктивную разницу $\Delta\mu'$, величина которой может быть определена по формуле

$$\Delta\mu' = \left[\mu_1\left(\frac{k}{n_o}\right)_n - \mu_2\left(\frac{k}{n_o}\right)_{кр}\right]\left(\frac{n_o}{k}\right)_{ср}, \qquad \text{(IV. 68)}$$

где $\left(\frac{k}{n_o}\right)_n$, $\left(\frac{k}{n_o}\right)_{кр}$ и $\left(\frac{k}{n_o}\right)_{ср}$ — значения величины $\frac{k}{n_o}$ соответственно у подошвы, кровли пласта и средне-взвешенное в пределах пласта.

Из (IV. 68) непосредственно следует, что различие вязкостей жидкостей следует учитывать лишь тогда, когда оно выходит за пределы точности определения коэффициента фильтрации и эффективной пористости.

Имея в виду, что предельная точность определения расчетных значений этих величин не превосходит 20—30%, приходим к выводу, что в реальных условиях различием вязкостей жидкостей при фильтрации растворов можно обычно пренебрегать.

Для проверки полученного решения были проведены опыты на щелевом лотке (ширина щели — 2 *мм*), снабженном шторным затвором.

В качестве рабочей жидкости использовался 85% глицерин, на основе которого с добавлением хлористого цинка создавались жидкости повышенной плотности. При этом вязкость жидкостей регулировалась добавлением воды.

Перед проведением опыта, в бачки и щель заливалась рабочая жидкость, а затем затвор быстро открывался и и начиналось перемещение границы раздела жидкостей, причем для лучшей фиксации опытов фотосъемки тяжелая жидкость подкрашивалась чернилами.

Характеристики проведенных опытов приведены в табл. 7[1]

В качестве примера на рис. 28, приведена фонограмма опыта № 1. Нетрудно видеть, что границы раздела во всех случаях оказались близкими к прямым линиям, что

[1] Опыты проводились мл. научн. сотр. Н. К. Голованової при участии инж. Ю. П. Зверева и Л. П. Мигалева под руководством автора.

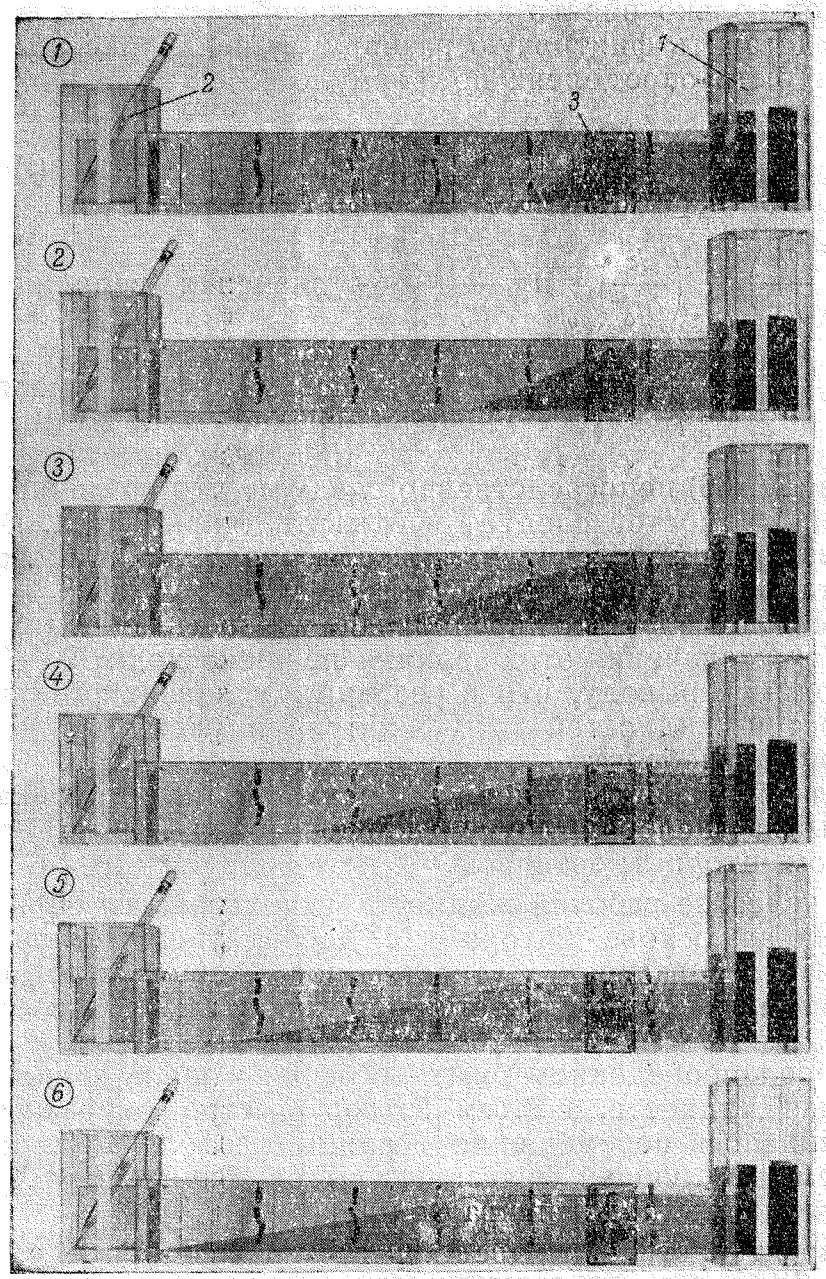


Рис. 28. Фонограмма опыта № 1 на напорном щелевом лотке:
1—верховой бачок; *2*—низовой бачок; *3*—шторный затвор

подтверждает принятые предпосылки с качественной стороны. Для количественного же анализа была приведена следующая обработка опытов.

Таблица 7

№ опыта	h_1^0, *см*	h_2^0, *см*	$\frac{\Delta\gamma}{\gamma_2}$	$\frac{\Delta\mu}{\mu_2}$
1	15,0	10,5	0,14	0
2	15,0	11,0	0,12	—0,3
3	15,8	10,5	0,063	—0,05
4	15,0	10,3	—0,063	0,05

По средней скорости движения границы раздела $V_{ср}$ для каждого опыта в отдельности определялась проницаемость щели k

$$k = \frac{l_{ср}}{I \cdot t}; \quad \left(\frac{l_{ср}}{t} = V_{ср}\right),$$

что позволяло автоматически учесть изменение вязкости жидкостей в связи с колебаниями температуры. Далее по известным значениям всех параметров опыта находилось опытное значение коэффициента χ:

$$\chi = \frac{l_p}{\delta \sqrt{\frac{\Delta\gamma}{\gamma_2} \cdot \frac{\kappa T}{n_0} t}},$$

причем значение δ находилось по графику рис. 27.

Результаты обработки опытов приведены в табл. 8.

Результаты опытов подтверждают хорошую точность предлагаемого решения: величина χ действительно оказывается лежащей в пределах, указанных теорией, отличаясь от рекомендуемого значения $\chi = 1{,}65$ во всех случаях менее, чем на 10%, что вполне укладывается в пределы точности и опыта, и расчета.

Эти же зависимости вполне могут быть применены для условий безнапорного потока, так как уклон грунтовых потоков обычно бывает небольшим. Кроме того следует иметь в виду, что в естественных условиях часто приходится встречаться со слоистым сложением грунтового потока, когда основной водоносный пласт покры-

Таблица 8

№ опыта	Время, мин.	$V_{ср}$, *см/мин*	k, *см/мин*	$l_р$, *см*	δ	χ
3	1	10,5	156	23,5	1,0	1,59
	2	9,4		33		1,58
	3	8,9		40		1,57
	4	9,2		47		1,59
	5	9,2		53		1,60
4	1	10,5	210	28	1,09	1,63
	2	10,3		43	1,14	1,68
	3,17	11,0		58	1,18	1,74
6	2,25	12,5	210	30	1,03	1,70
	3,0	12,7		36	1,04	1,76
	3,33	12,6		38	1,04	1,73
	4.00	12,7		44	1,05	1,81
7	2,17	9,9	220	27	0,97	1,60
	3,0	9,7		32	0,97	1,61
	4,17	9,4		38	0,96	1,65

вается малопроницаемыми грунтами, а эти условия в фильтрационном отношении непосредственно примыкают к схеме напорного потока.

Наиболее сложная картина фильтрации имеет место в непосредственной близости от хранилища, где происходит резкий поворот потока. На рис. 29 показаны положения границы раздела жидкостей при фильтрации из открытого хранилища в бассейн грунтовых вод, полученные по данным опытов на щелевом лотке. Результаты этих опытов показывают, что при непрерывной фильтрации из хранилища, граница раздела, имея вначале довольно сложную форму, в дальнейшем поворачивается и вблизи от хранилища (на расстоянии порядка двух мощностей пласта) приобретает примерно вертикальное положение. Дальнейший же характер движения границы раздела совершенно аналогичен тому, который наблюдается в напорном потоке.

Таким образом, при расчете положения границы раздела следует прежде всего определить ее положение без учета различия плотностей и вязкостей (принимая только расчетный уровень в хранилище выше действительного на величину $\frac{\Delta\gamma}{\gamma}(h_{хр} - 0{,}5\,T)$. Для определения действитель-

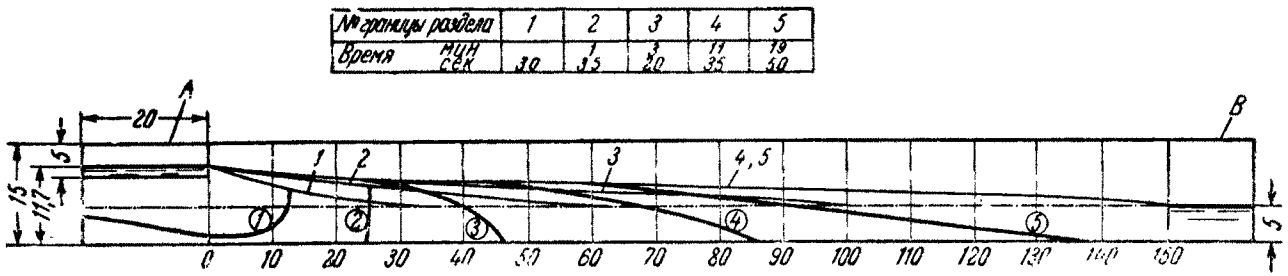


Рис. 29. Фонограмма опыта на безнапорном щелевом лотке по фильтрации из бассейна жидкостей разной плотности и вязкости ($\Delta\gamma = \Delta\mu = 0$)

ного положения границы раздела (с учетом различия плотностей и вязкостей) границу раздела следует повернуть вокруг ее середины так, чтобы ее длина по горизонтали равнялась величине l_p, определяемой по формуле (IV. 65).

ГЛАВА V. ФОРМИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ ЗОНЫ (РАЗМАЗЫВАНИЕ ФРОНТА ЗАГРЯЗНЕНИЯ)

В реальных условиях при фильтрации двух смешивающихся жидкостей между ними образуется переходная зона, в пределах которой концентрация загрязнения меняется от нулевой до предельного значения $c = c_0$ и граница раздела таким образом оказывается как бы размазанной.

Как уже отмечалось во введении, образование переходной зоны происходит за счет фильтрационной диффузии (дисперсии) сорбционных процессов, а так же в связи с перемешиванием потока под хранилищем.

Влияние кинетики сорбции в настоящей работе не рассматривается, так как вопрос о ее учете должен изучаться особо применительно к определенным типам растворов. Вместе с тем предварительные исследования показывают, что это влияние обычно оказывается несущественным.

§ 1. Фильтрационная диффузия (микродисперсия)

Процессы фильтрационной диффузии обуславливаются неравномерностью размеров пор и соответственно неравномерностью скоростей движения жидкостей в порах. В крупных порах частицы жидкости движутся с большей скоростью, чем в мелких, а в средней части каждой поры частицы жидкости двигаются быстрее, чем вблизи зерен грунта. На границе раздела раствора и воды отдельные частицы раствора, попадая в более благоприятные условия, двигаются быстрее, чем это определяется скоростью потока в то время, как другие частицы отстают от основной массы потока. Это явление и приводит к определенному размазыванию границы раздела между двумя фильтрующимися жидкостями.

Известную роль в этом процессе играет также и молекулярная диффузия.

Первые исследования по фильтрационной диффузии касались фильтрации газов в пористых средах. Так

Л. В. Радушкевичем [5] было впервые рассмотренно это явление при исследовании защитного действия сорбентов. С физической точки зрения, Л. В. Радушкевич считал основной причиной фильтрационной диффузии неизбежную неоднородность укладки зерен, ведущую к искривлению фронта жидкости (газа) в зернистом материале[1]. Это искривление и приводит по мнению автора к образованию переходной зоны.

Считая, что процесс фильтрации состоит из регулярного перемещения, обусловленного средним течением и „беспорядочными толчками" вследствие беспорядочной неравномерности укладки зерен, Л. В. Радушкевич применяет для описания этого процесса известное в статистической физике уравнение Эйнштейна-Фоккера [2] характеризующее беспорядочное движение (типа броуновского), которое в рассматриваемых условиях принимает вид

$$n_0 \frac{\partial c}{\partial t} + V \frac{\partial c}{\partial x} = D_\phi \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \qquad \text{(V. 1)}$$

где c —концентрация внедряющейся жидкости (газа),
V —средняя скорость фильтрации,
D_ϕ —коэфициент фильтрационной диффузии (по Л. В. Радушкевичу--коэффициент переноса).

Л. В. Радушкевич записывает общий интеграл уравнения (V. I) для случая, когда концентрация на входе— есть известная функция времени $c_0 = c_0(t)$, в виде

$$c = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp \frac{Vx}{2D_\phi} \int_\lambda^\infty c_0\left(t - \frac{x^2}{4Hz^2}\right) \exp\left(-z^2 - \frac{Vx}{4D_\phi z^2}\right) dz ; \qquad \lambda = \frac{x}{2\sqrt{D_\phi t}} . \qquad \text{(V. 2)}$$

В случае $c_0 = \text{Const}$ решение уравнения (V. 2) дается следующим выражением [6]

$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{2}\left[\operatorname{erfc} \frac{x - \frac{V}{n_0} t}{2\sqrt{\frac{D_\phi}{n_0} t}} + \exp\left(\frac{V}{D_\phi} x\right) \operatorname{erfc} \frac{x + \frac{V}{n_0} t}{2\sqrt{\frac{D_\phi}{n_0} t}} \right]. \qquad \text{(V. 3)}$$

[1] Л. В. Радушкевич называл этот процесс гранулированием фронта.

При больших x и t

$$\frac{c}{c_0} = 0{,}5 \operatorname{erfc} \frac{x - \frac{V}{n_0} t}{2\sqrt{\frac{D_\phi}{n_0} t}} . \qquad \text{(V. 5)}$$

В статистической физике указывается [2], что уравнение Эйнштейна-Фоккера допускает следующее наглядное истолкование. При беспорядочном движении поток частиц w складывается из „гидродинамического" потока $-cV$, где V — скорость их систематического продвижения и потока диффузии $-\frac{\partial D_\phi c}{\partial x}$

так, что

$$w = cV - \frac{\partial D_\phi c}{\partial x} . \qquad \text{(V. 5)}$$

Решая уравнение (V. 5) совместно с уравнением неразрывности

$$n_0 \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 , \qquad \text{(V. 6)}$$

получим уравнение

$$n_0 \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(cV) = \frac{\partial^2 D_\phi c}{\partial x^2} . \qquad \text{(V. 7)}$$

При $V = \text{Const}$ и $D_\phi = \text{Const}$ уравнение (V. 7) приводится к виду (V. 1).

Как видно, в такой постановке принимается, что процесс имеет диффузионный характер и описывается теми же уравнениями, что и процессы молекулярной диффузии. Различие здесь проявляется только в ином значении коэффициента диффузии. Это обстоятельство дает возможность рассматривать процессы молекулярной и фильтрационной диффузии совместно, вводя обобщенный коэффициент диффузии, учитывающий совместное протекание обоих процессов.

В. А. Баум [1] рассмотрел задачу о диффузионном перемешивании двух жидкостей, входящих параллельно друг другу в пористую трубу. Считая, что процессы фильтрационной диффузии, подчиняются тем же зависимостям, что и процессы турбулентной диффузии, В. А. Баум

получает уравнение для распределения концентрации в общем виде

$$n_0 \frac{\partial c}{\partial t} + (V, \operatorname{grad} c) = \operatorname{div} (D_\phi \operatorname{grad} c). \qquad (V.8)$$

Нетрудно видеть, что для линейной задачи уравнение (V. 8) совпадает с уравнением (V. 7)[1].

Из соображений размерности В. А. Баум получает следующее выражение для коэффициента D_ϕ

$$D_\phi = D_0 \cdot V d, \qquad (V.9)$$

где D_0 — безразмерный коэффициент, аналогичный по своей структуре обратному значению диффузионного критерия Пекле,

d — средний диаметр зерен.

Для рассматриваемого случая плоского (двумерного) потока В. А. Баум считает возможным принять величину D_ϕ независимой от направления потока и для стационарных условий приходит к уравнению

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{D_\phi}{V}\left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}\right). \qquad (V. 10)$$

Следует отметить, что это допущение строго говоря, неверно; оно противоречит более поздним теоретическим и экспериментальным исследованиям [12, 13].

Для проверки результатов В. А. Баум проводил опыты при стационарной фильтрации в засыпке из стеклянных зерен размером 2—8 *мм*, речного песка со средним диаметром зерен 1,5 *мм* и из стальных шариков диаметром 4,6 *мм* при числах Рейнольдса порядка Re 50—250.

Обработав эти опыты, а также опыты Р. Бернарда и Р. Вильхельма, В. А. Баум нашел, что величина D_0 остается довольно стабильной и изменяется от 0,08 до 0,16, причем в среднем можно считать $D_0 = 0{,}1$. Наиболее стабильны значения D_0 при больших Re.

Последнее время процессам фильтрационной диффузии большое внимание уделяется в зарубежных исследованиях, начало которым положили П. Денквертс [9], Г. Тей-

---

[1] При этом В. А. Баум не ссылается на работу Л. В. Радушкевича.

лор [19, 20], А. Шайдеггер [14]. В работах этих авторов также утверждается возможность применения статистической теории для изучения фильтрационной диффузии[1].

Справедливость этого положения была доказана далее в результате целого ряда экспериментальных работ [6, 8, 10, 11], заложивших прочную базу для развития исследований по фильтрационной диффузии.

При исследовании физической сущности фильтрационной диффузии наибольший интерес представляет анализ структуры коэффициента фильтрационной диффузии $D_ф$.

Применяя методы статистической теории, М. Рифаи и А. Шайдеггер [16] показали, что зависимость $D_ф$ от скорости V лежит в пределах между прямой и квадратичной, причем, чем большее влияние приобретает молекулярная диффузия, тем ближе эта зависимость к квадратичной. Кстати говоря, М. Рифаи придавал существенное значение влиянию молекулярной диффузии. Однако опыты Л. Ханди [11] с метанолом и сахарозой, имеющими коэффициенты диффузии соответственно $1{,}3 \cdot 10^{-5}$ *см*^{2}/*сек* и $0{,}3 \cdot 10^{-5}$ *см*^{2}/*сек*, не обнаружили сколь-нибудь заметного влияния этого фактора. По-видимому, преобладающими в фильтрационной диффузии являются конвективные процессы в поровом пространстве. В связи с этим можно в качестве основной рассматривать линейную зависимость $D_ф$ от скорости V, как это принимал впервые В. А. Баум. Такого рода взгляды содержатся и в последних работах А. Шайдеггера [16, 17.] Обработка экспериментальных материалов по фильтрации в колоннах, приведенная по результатам ряда исследований хорошо подтвердила это положение.

В дальнейшем А. Шайдеггер [17], показал что при введении принципа автокорреляции, задача сводится к решению телеграфного уравнения. В такой постановке более полно отражается существо процесса и, в частности, оказывается, что область распространения раствора имеет конечные размеры в то время, как в статистической теории эта область оказывается бесконечной. Недостатком этой постановки является ее громоздкость и необходимость вместо одного параметра молекулярной диффузии $D_ф$ оперировать двумя параметрами. Вместе с тем, как показывают расчеты, проведенные А. Шайдеггером [18], специфика процесса, вызываемая такой постановкой, проявляется только в начальные периоды времени и, по-видимому, представляет лишь теоретический интерес.

---

[1] В зарубежных работах процессы фильтрационной диффузии носят название дисперсии (иногда, микродисперсии).

Ряд экспериментальных данных дает возможность оценить количественное влияние фильтрационной диффузии на размазывание границы раздела. На основании данных опытов Дэя [10], Фон Розенберга, Коха и Слобода [6] для мелкозернистых песков можно считать

$$D_{ф} = D'_0 \cdot V , \qquad (V.11)$$

причем $D'_0 = 0{,}1$ *см*.

Согласно (V. 4) определяется, что зона размазывания границы раздела Δl_p может быть определена по формуле

$$\Delta l_p = 4 \sqrt{\frac{D_{ф}}{n_0} t} . \qquad (V.12)$$

Подставляя (V. 12) в выражение для $D_{ф}$ из (V. 11), получим

$$\Delta l_p = 5 \sqrt{D'_0 \cdot \frac{V}{n_0} t} . \qquad (V.13)$$

Имея в виду, что, если V=Const, то $\frac{V}{n_0} t = l$, (где l— длина пути движения границы раздела за время t), представим формулу (V. 13) в виде

$$\Delta l_p = 4 \sqrt{D'_0 l} . \qquad (V. 14)$$

При малых скоростях фильтрации заметное влияние на величину коэффициента фильтрационной диффузии оказывает молекулярная диффузия и зависимость (V. 11) теряет силу. В качестве же общей зависимости, пригодной и для малых скоростей фильтрации, предварительно можно принять

$$D_{ф} = D'_{м} + D'_0 V , \qquad (V. 15)$$

где $D'_{м}$ —коэффициент молекулярной диффузии в грунте, несколько меньший коэффициента свободной молекулярной диффузии.

Используя формулу (V. 15), получим следующее выражение для длины зоны размазывания

$$\Delta l_p = 4 \sqrt{\left(\frac{D'_{м}}{V} + D'_0\right) l} . \qquad (V. 16)$$

Оценим порядок величины зоны размазывания в реальных условиях, считая $D'_м = 2 \cdot 10^{-5}$ *см*^{2}/*сек* и $D_0' = 0{,}2$ *см*.

При лабораторных работах обычно $V \approx k = 0{,}005 - 0{,}05$ *см/сек*, $l = 0{,}1 - 1{,}5$ *м*.

Тогда, принимая $V = 0{,}01$ *см/сек* и $l = 100$ *см*, получим

$$\Delta l_p = 4 \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 10^{-5}}{0{,}01} + 0{,}2\right) 100} = 18 \text{ см}.$$

Как видно, в лабораторных условиях, величина зоны размазывания может иметь размеры вполне соизмеримые с длиной потока.

В натурных условиях величина l измеряется сотнями и тысячами метров, а скорость фильтрации V может быть порядка 10^{-4}—10^{-3} *см/сек*. Принимая $V = 10^{-4}$ *см/сек* и $l = 100$ *м* $= 10^4$ *см*, получим

$$l_p = 4 \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 10^{-5}}{10^{-4}} + 0{,}2\right) \cdot 10^4} = 150 \text{ см} = 1{,}5 \text{ м}.$$

Здесь уже относительная величина зоны размазывания оказывается сравнительно небольшой и в расчетах области продвижения растворов ею обычно можно пренебречь.

§ 2. Влияние фильтрационной однородности потока

Одним из основных факторов, определяющих степень размазывания фронта загрязнения и размеры переходной зоны, является, по-видимому, фильтрационная неоднородность пласта по пути движения фронта загрязнения[1].

Можно выделить два типовых случая неоднородности потока: а) беспорядочная неоднородность и б) горизонтальная слоистость пласта.

За счет беспорядочной неоднородности процессы размазывания будут происходить статистическим путем и могут подчиняться тем же зависимостям, что и описанные выше процессы фильтрационной диффузии. При этом только значительно (на несколько порядков) может измениться коэффициент дисперсии D, который в данном случае следует вводить вместо коэффициента фильтрационной диффузии.

Иначе будут протекать процессы размазывания фронта загрязнения за счет слоистой неоднородности потока.

[1] Размазывание границы раздела за счет фильтрационной неоднородности потока может быть названо макродисперсией [8].

Если водоносный пласт состоит из ряда слоев с различными коэффициентами фильтрации (от k_{min} до k_{max}), то скорость движения границы раздела в каждом слое будет примерно пропорциональна его проницаемости—в более проницаемом слое граница раздела уйдет вперед, а в малопроницаемом отстанет от среднего положения. Этот процесс, кроме того, будет осложняться диффузионным перемешиванием между отдельными слоями[1].

Рассмотрим для наглядности рассуждений поток с постоянным градиентом по его длине. Тогда зона размазывания l_p будет

$$l_p = \Delta\left(\frac{k}{n_э}\right)\cdot I\cdot t; \quad \Delta\left(\frac{k}{n_э}\right)=\left(\frac{k}{n_э}\right)_{max}-\left(\frac{k}{n_э}\right)_{min} \qquad (V.17)$$

и ее относительное значение будет

$$\frac{l_p}{l}=\frac{\Delta\left(\frac{k}{n_э}\right)}{\left(\frac{k}{n_э}\right)_{ср}}, \qquad (V.17а)$$

а, если пренебречь влиянием сорбции, то можно считать

$$\frac{l_p}{l}=\frac{k_{max}-k_{min}}{k_{ср}}. \qquad (V.17б)$$

Поскольку значения проницаемости отдельных слоев даже в одном водоносном горизонте в реальных условиях могут различаться в несколько раз, то, как видно, влияние слоистой неоднородности может оказаться весьма значительным.

В неоднородном фильтрационном потоке расчетом по средним значениям коэффициента фильтрации и параметра $\frac{k}{n_э}$ определяется продвижение середины переходной зоны, а положение границы распространения загрязнения с учетом фильтрационной неоднородности опреде-

[1] Судя по лабораторным данным [8], влияние перемешивания между отдельными слоями несущественно. Однако, категорический вывод в этом отношении был бы преждевременным, ибо влияние этого фактора существенно увеличивается с увеличением длины потока.

ляется так же при средних значениях k и $\frac{k}{n_э}$, но вместо действительного времени фильтрации t, в расчет вводится расчетное время $t_р$, определяемое по формуле

$$t_р = t\left(\frac{k}{n_э}\right)_{max} \cdot \left(\frac{n_э}{k}\right)_{ср} \qquad \text{(V. 18)}$$

Характер неоднородности фильтрационного потока должен оцениваться на основании специальных изысканий.

§ 3. Учет перемешивания под хранилищем

При фильтрации из хранилища без подпора на образование переходной зоны в некоторой степени влияет перемешивание потока под хранилищем (см. § 3, гл. II), в результате которого концентрация под хранилищем изменяется во времени по экспоненциальному закону. В соответствии с этим граница раздела, определенная при расчетном времени t, отсчитываемого от момента добегания загрязнения из хранилища до грунтового потока, по существу будет определять фронт возможного появления загрязнения с нулевой его концентрацией.

Стабилизация концентраций под хранилищем происходит в течение $t_{ст}$, которое (принимая точность определения концентрации порядка 10%), согласно (II. 20), можно определить по формуле

$$t_{ст} = 2{,}5\frac{n_0 \cdot \omega_{хр} \cdot h_{хр}}{Q_{хр}}, \qquad \text{(V. 19)}$$

где $\omega_{хр}$—площадь хранилища;

$h_{хр}$—средняя глубина воды под ним;

$Q_{хр}$—расход потока, фильтрующегося из хранилища.

Если же расход естественного потока $Q_е$ в пределах хранилища больше $0{,}5\ Q_{хр}$, то вместо формулы (V. 19) следует пользоваться формулой

$$t_{ст} = 2{,}5\frac{n_0 \cdot \omega_{хр} h_{хр}}{Q_е + 0{,}5\,Q_{хр}}. \qquad \text{(V. 19}a\text{)}$$

Для определения размеров переходной зоны, возникающей за счет перемешивания потоков под хранилищем, можно найти расстояние до задней границы переходной

зоны по тем же зависимостям, что и для расчетов границы раздела, однако вместо полного времени t, подставлять величину $t-t_{cm}$.

Профиль концентрации в пределах переходной зоны можно построить, задаваясь различными моментами времени t_1, t_2, t_3... меньшими t и определять для них расстояние от хранилища l_1, l_2, l_3... по зависимостям для движения границы раздела; соответствующие же этим точкам концентрации загрязнения определяются по формулам (II. 20) или (II. 24), в которых только вместо t следует подставлять соответственно $t-t_1$; $t-t_2$; $t-t_3$... . Этот способ построения профиля концентрации пригоден и в случае $t<t_{cm}$.

ТАБЛИЦЫ ФУНКЦИЙ

Таблица функции erfc λ

λ	erfc λ	λ	erfc λ	λ	erfc λ	λ	erfc λ	λ	erfc λ
0,00	1,000	0,25	0,724	0,50	0,480	0,75	0,289	1,00	0,157
0,01	0,989	0,26	0,713	0,51	0,471	0,76	0,282	1,05	0,138
0,02	0,977	0,27	0,703	0,52	0,462	0,77	0,276	1,10	0,120
0,03	0,966	0,28	0,692	0,53	0,453	0,78	0,270	1,15	0,104
0,04	0,955	0,29	0,682	0,54	0,445	0,79	0,264	1,20	0,090
0,05	0,944	0,30	0,671	0,55	0,437	0,80	0,258	1,25	0,077
0,06	0,933	0,31	0,661	0,56	0,428	0,81	0,252	1,30	0,066
0,07	0,921	0,32	0,651	0,57	0,420	0,82	0,246	1,35	0,056
0,08	0,910	0,33	0,641	0,58	0,412	0,83	0,240	1,40	0,048
0,09	0,899	0,34	0,631	0,59	0,404	0,84	0,235	1,45	0,040
0,10	0,887	0,35	0,621	0,60	0,396	0,85	0,229	1,50	0,036
0,11	0,876	0,36	0,611	0,61	0,388	0,86	0,224	1,60	0,024
0,12	0,865	0,37	0,601	0,62	0,381	0,87	0,219	1,70	0,016
0,13	0,854	0,38	0,591	0,63	0,373	0,88	0,213	1,80	0,011
0,14	0,843	0,39	0,581	0,64	0,365	0,89	0,208	1,90	0,007
0,15	0,832	0,40	0,572	0,65	0,358	0,90	0,203	2,00	0,005
0,16	0,829	0,41	0,562	0,66	0,351	0,91	0,198	2,10	0,003
0,17	0,810	0,42	0,552	0,67	0,343	0,92	0,193	2,20	0,002
0,18	0,799	0,43	0,543	0,68	0,336	0,93	0,188	2,30	0,001
0,19	0,789	0,44	0,534	0,69	0,329	0,94	0,184	2,40	0,001
0,20	0,777	0,45	0,524	0,70	0,322	0,95	0,179	∞	0,000
0,21	0,766	0,46	0,515	0,71	0,315	0,96	0,175	—	—
0,22	0,756	0,47	0,506	0,72	0,309	0,97	0,170	—	—
0,23	0,745	0,48	0,497	0,73	0,302	0,98	0,166	—	—
0,24	0,734	0,49	0,488	0,74	0,295	0,99	0,161	—	—

Таблица функции $P(\lambda)$

λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$
0,0	0,564	0,28	0,328	0,62	0,148
0,01	0,554	0,29	0,321	0,64	0,141
0,02	0,544	0,30	0,314	0,66	0,133
0,03	0,535	0,31	0,307	0,68	0,127
0,04	0,525	0,32	0,301	0,70	0,120
0,05	0,516	0,33	0,294	0,72	0,114
0,06	0,506	0,34	0,288	0,74	0,108
0,07	0,497	0,35	0,282	0,76	0,102
0,08	0,488	0,36	0,276	0,78	0,096
0,09	0,479	0,37	0,272	0,80	0,091
0,10	0,470	0,38	0,264	0,82	0,086
0,11	0,461	0,39	0,258	0,84	0,081
0,12	0,452	0,40	0,252	0,86	0,077
0,13	0,444	0,41	0,246	0,88	0,072
0,14	0,435	0,42	0,241	0,90	0,068
0,15	0,427	0,43	0,235	0,92	0,064
0,16	0,419	0,44	0,230	0,94	0,060
0,17	0,410	0,45	0,225	0,96	0,057
0,18	0,402	0,46	0,219	0,98	0,053
0,19	0,394	0,47	0,214	1,0	0,050
0,20	0,387	0,48	0,209	1,1	0,036
0,21	0,379	0,49	0,204	1,2	0,026
0,22	0,371	0,50	0,200	1,3	0,018
0,23	0,364	0,52	0,190	1,4	0,013
0,24	0,356	0,54	0,181	1,5	0,009
0,25	0,349	0,56	0,172	1,6	0,006
0,26	0,342	0,58	0,164	1,8	0,002
0,27	0,335	0,60	0,156	2,0	0,001

ЛИТЕРАТУРА

К главе I

1. Аверьянов С. Ф., Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод (в книге А. Н. Костяков, Н. Н. Фаворин, С. Ф. Аверьянов „Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод", Изд. АН СССР, 1956).

2. Биндеман Н. Н., Анохина К. Т., Прогноз повышения уровня грунтовых вод и образования верховодки на участках промышленных предприятий, Труды лаборатории инженерной гидрогеологии ВНИИ „ВОДГЕО", Госстройиздат, 1960.

3. Веригин Н. Н., Неустановившееся движение грунтовых вод вблизи водохранилищ, Доклады АН СССР, т. LXVI, № 4, 1949.

4. Павловская Л. Н., Шестаков В. М., Методические указания по фильтрационным расчетам водопонизительных установок, Машинопись, ВНИИГ и ВНИИ „ВОДГЕО", 1959.

5. Полубаринова-Кочина П. Я., Теория движения грунтовых вод, ГТТИ, 1952.

6. Роде А. А., Почвенная влага, Изд. АН СССР, 1952.

7. Романов А. В., Селюк Е. М., Экспериментально-графический метод расчета пространственной фильтрации к дренам, Сборник № 3 „Вопросы фильтрационных расчетов гидротехнических сооружений", Госстройиздат, 1959.

8. Boussinesq I., Essai sur la theorie des eaux courates., Paris, 1877.

9. Handy L., Влияние диффузионного эффекта на вытеснение растворов, Journal of Petroleum Technology, № 3, 1959.

10. Von Rosenberg D., Механизм установившейся фильтрации однофазной жидкости при ее вытесении, Journal Amer. Inst. Chemical Engineers, vol. 2, № 1, 1956.

11. Todd D. Ground water hydrology, New-York. 1959.

К главе II

1. Аверьянов С. Ф., Управление режимом грунтовых вод вблизи гидротехнических сооружений, „Гидротехническое строительство" № 7, 1949.

2. Аверьянов С. Ф., Горизонтальный дренаж при борьбе с засолением орошаемых земель, Изд. АН СССР, 1959.

3. Аравин В. И., Нумеров С. Н., Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде, Гостехиздат, 1953.

4. Биндеман Н. Н., Просачивание воды в зоне аэрации, Машинопись, ВНИИ „ВОДГЕО", 1958.

5. Веригин Н. Н., Шестаков В. М., Методы прогноза движения грунтовых вод вблизи каналов и подпертых бьефов, Машинопись, ВНИИ „ВОДГЕО", 1954.
6. Виноградов Ю. Б., Расчет инфильтрации, Известия АН УзССР, серия техн. наук, № 1, 1959.
7. Гиринский Н. К., Некоторые вопросы динамики подземных вод, Гидрогеология и инженерная геология, Сборник № 9, 1947.
8. Полубаринова-Кочина П. Я., Теория движения грунтовых вод, ГТТИ, 1952.
9. Тейлор Д., Основы механики грунтов, Госстройиздат, 1960,
10. Угинчус А. А., Расчет фильтрации через земляные плотины. Госстройиздат, 1940.
11. Kisch M., Теория фильтрации в резервуарах с глиняным экраном, Geotechnique, № 1, 1959.
12. Mandel J., Вопросы фильтрационных расчетов, Annales des Pont et Chausses, VII, 1939.

К главе III

1. Аверьянов С. Ф., Управление режимом грунтовых вод вблизи гидротехнических сооружений, Гидротехническое строительство, № 7, 1949.
2. Аравин В. И., Нумеров С. Н., Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде, Гостехиздат, 1953.
3. Биндеман Н. Н., Определение динамических запасов подземных вод по водоотдаче песков, Информационные материалы ВНИИ „ВОДГЕО", 1952.
4. Биндеман Н. Н., Анохина К. Т., Определение гидрогеологических параметров по данным наблюдений за режимом грунтовых вод при паводках, Информационные материалы ВНИИ „ВОДГЕО", 1957.
5. Бочевер Ф. М., Водопонижение при гидротехническом и шахтном строительстве, Раздел 2, Машинопись, ВНИИ „ВОДГЕО", 1958.
6. Веригин Н. Н., Движение грунтовых вод вблизи водохранилищ, каналов, подпертых бьефов, Труды института „ВОДГЕО", Госстройиздат, 1958.
7. Веригин Н. Н., Шестаков В. М.. Методы расчета движения грунтовых вод в двухслойной среде, Информационные материалы ВНИИ „ВОДГЕО", 1954.
8. Гиринский Н. К., Некоторые вопросы динамики подземных вод „Гидрогеология и инженерная геология", № 9, 1947.
9. Гиринский Н. К., Определение коэффициента фильтрации Госгеолиздат, 1950.
10. Инструкция по расчетам неустановившегося движения грунтовых вод по уравнениям, представленным в конечных разностях, Госэнергоиздат, 1957.
11. Каменский Г. Н., Уравнения неустановившегося движения грунтовых вод в конечных разностях и применение их к исследованию явлений подпора, Известия отд. техн. наук АН СССР, № 4, 1940.
12. Каменский Г. Н., К методике определения коэффициента μ в уравнениях неустановившегося движения грунтовых вод, Труды лаборатории гидрогеологических проблем АН СССР, т. XII, 1955.
13. Лыков А. В., Теория теплопроводности, ГТТИ, 1952.

14. Павловская Л. Н., Вопросы фильтрационного расчета водопонижения в строительных котлованах гидротехнических сооружений, „Труды совещания по вопросам водопонижения в гидротехническом строительстве", Госстройиздат, 1959.

15. Павловская Л. Н., Шестаков В. М., Методические указания по фильтрационным расчетам водопонизительных установок, Машинопись, ВНИИГ и ВНИИ „ВОДГЕО", 1959.

16. Полубаринова-Кочина П. Я., Теория движения грунтовых вод, ГТТИ, 1952.

17. Шестаков В. М., Неустановившаяся фильтрация при наклонном водоупоре, Доклады АН СССР, т. 108, № 5, 1956.

18. Шестаков В. М., Вопросы расчета водопонизительных установок сложных контуров в плане, Труды Института „ВОДГЕО", Госстройиздат, 1958.

19. Шестаков В. М., Вопросы расчета крупных водопонизительных установок, Труды совещания по вопросам водопонижения в гидротехническом строительстве, Госстройиздат, 1959.

К главе IV

1. Аверьянов С. Ф., Рассоляющее действие фильтрации из каналов, „Влияние орошения на режим грунтовых вод", Изд. АН СССР, 1959.

2. Бронштейн И. Н. Семендяев К. А., Справочник по математике, ГТТИ, 1953.

3. Веригин Н. Н., Некоторые вопросы химической гидродинамики, представляющие интерес для мелиорации и гидротехники, Известия отд. техн. наук АН СССР, № 10, 1953.

4. Веригин Н. Н., Движение грунтовых вод вблизи водохранилищ, каналов и подпертых бьефов, Труды института „ВОДГЕО", Госстройиздат, 1958.

5. Веригин Н. Н., Нагнетание вяжущих растворов в горные породы, Изв. АН СССР, ОТН, № 5, 1952.

6. Коллатц Л., Численные методы решения дифференциальных уравнений, И. Л., 1953.

7. Панов Д. Ю., Справочник по численному решению дифференциальных уравнений в частных производных, ГТТИ, 1950.

8. Пискунов Н. С., Определение продвижения контура нефтеносности и падения давления при эксплуатации крупных месторождений, „Вопросы гидродинамики нефтяного пласта", Труды ВНИИ, вып. VI, Гостоптехиздат, 1954.

9. Полубариновa-Кочина П. Я., Теория движения грунтовых вод, ГТТИ, 1952.

10. Сансоне Дж., Обыкновенные дифференциальные уравнения, т. II, И. Л., 1954.

11. Тейс, Проблемы захоронения в грунте радиоактивных сточных вод, Материалы международной конференции по мирному использованию атомной энергии, т. 9, 1955.

12. Шестаков В. М., Исследование внутренней кинематики неустановившегося фильтрационного потока, Доклады АН СССР, т. XCI, № 5, 1953.

13. Шестаков В. М., Расчет движения границы раздела двух несмешивающихся жидкостей при фильтрации в горизонтальном напорном потоке, Научные сообщения ВНИИ „ВОДГЕО", Водоснабжение, 1960.

14. Шестаков В. М., Расчеты фильтрации из экранизированных бассейнов, Труды лаборатории инж. гидрогеологии „ВОДГЕО", Госстройиздат (в печати).

К главе V

1. Баум В. А., Исследование процесса перемешивания в потоке жидкости, протекающей в трубах, заполненных кусковым материалом, Известия отд. техн. наук АН СССР, № 9, 1953.

2. Леонтович М. А., Статистическая физика, ГТИ, 1944.

3. Николаевский В. Н., Розенберг М. Д., Движение двух взаимнорастворимых жидкостей в пористой среде, Известия отд. техн. наук АН СССР, Механика и машиностроение, № 2, 1959.

4. Николаевский В. Н., Капиллярная модель диффузии в пористых средах, Известия отд. техн. наук АН СССР, Механика и машиностроение, № 4, 1959.

5. Радушкевич Л. В., Теория динамики адсорбции на реальном зернистом адсорбенте, Доклады АН СССР, том LVII, № 5, 1947.

6. Aranovsky J., Heller J., Диффузионная модель смешивания взаиморастворимых жидкостей при фильтрации в пористой среде, Journal of Petroleum Technology, № 12, 1957.

7. Berán F,. Течение в зернистой среде, Journal of Chemical Phisics, vol. 27, 1957.

8. Blackwell R., Rayne J., Ferry W., Факторы, влияющие на эффективность вытеснения растворов, Journal of Petroleum Technology № 1, 1959.

9. Dankwerts P., Системы взаимодействующих потоков распределения осаждения во времени, Chemical Eng. Sciences № 2, 1953.

10. Day P., Дисперсия границы раздела растворов при фильтрации в насыщенном песке, Transaction Amer. Geophisical Union, vol. 37, 1956.

11. Handy L., Влияние диффузионного эффекта на вытеснение растворов, Journal of Petroleum Technology, № 3, 1959.

12. Josselin de Jong G., Продольная и поперечная диффузия в зернистой среде, Transaction Amer. Geophisical Union, vol, 39, № 1, 1958.

13. Saffman P. G., Дисперсия при течении сквозь сетку капилляров, Journal of Fluid Mechanics, vol. 7, part 2, 1960.

14. Scheidegger A., Статистическая гидродинамика в пористой среде, Journal Applied Phisics, 25, 1954.

15. Scheidegger A., The Phisics of flow through porous media, Toronto, 1957.

16. Scheidegger A., О теории движения смешивающихся жидкостей в пористой среде, International Union of Geodesy and Geophisics, General Assambly of Toronto, vol. 11, 1957.

17. Scheidegger A., О модели беспорядочного движения с автокорреляцией при течении в пористой среде, Canadian Journal of Phisics, vol. 36, № 6, 1958.

18. Scheidegger A., Типовые решения дифференциальных уравнений статистической теории течения в пористых средах, Transaction Amer. Geophisical Union, № 5, 1958.

19. Taylor G., Дисперсия растворимого вещества в растворителе при медленном течении через трубку, Pros. Royal Soc, Ser. A. vol 219, N 1137, 1953.

20. Taylor G., Использование условий дисперсии растворов в потоке растворителя для измерения молекулярной диффузии, Pros. Royal Soc. Ser. A. vol. 225, № 1163, 1954.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 5

Глава I. Некоторые общие вопросы фильтрации из хранилищ промстоков 7

1. Схематизация условий фильтрации из хранилищ 7
2. Уравнения неустановившейся фильтрации 11
3. Активная пористость грунтов. Учет сорбции растворов на грунтах 13

Глава II. Формирование фильтрационного потока под хранилищем 15

1. Фильтрация из хранилища без подпора 16
2. Фильтрация из хранилища с подпором. Учет сопротивления грунтов под дном хранилища 19
3. Определение солевой концентрации потока под хранилищем 23

Глава III. Расчет подпора грунтовых вод при фильтрации из хранилищ промстоков 27

1. Общие вопросы методики расчета 27
2. Расчетные зависимости для определения подпора грунтовых вод 30
3. Управление грунтовым потоком 43
4. Расчет подпора грунтовых вод методом конечных разностей 47

Глава IV. Движение фронта загрязнения (границы раздела жидкостей) в однородном потоке 51

1. Постановка вопроса и вводные замечания 51
2. Основы методики расчета движения границы раздела . . 52
3. Расчет движения границы раздела в типовых условиях . 57
4. Расчет движения границы раздела в сложных условиях . 65
5. Учет различия плотностей и вязкостей фильтрующихся жидкостей 77

Глава V. Формирование переходной зоны (размазывание фронта загрязнения) 84

1. Фильтрационная диффузия (микродисперсия) 84
2. Влияние фильтрационной однородности потока 90
3. Учет перемешивания под хранилищем 92

Приложение 94

Литература 96

Л 88083 Подписано к печати 7 II-61. Объем 6¼ п. л. Тир. 500 Зак. 102

Типография ВНИИ „ВОДГЕО". Комсомольский проспект, дом 42.

Цена 60 к.