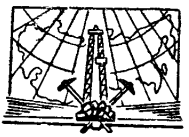
Ф. М. БОЧЕВЕР
И. В. ГАРМОНО
А. В. ЛЕБЕДЕВ
В. М. ШЕСТАКОВ

ОСНОВЫ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

Ф. М. БОЧЕВЕР, И. В. ГАРМОНОВ, А. В. ЛЕБЕДЕВ,
В. М. ШЕСТАКОВ

ОСНОВЫ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НЕДРА»
МОСКВА 1965

УДК 551.49:(543.7+627.12)

В книге освещены вопросы теории движения подземных вод и гидрогеологических расчетов, получившие значительное развитие в последние годы у нас в стране и за рубежом. В ней изложены теоретические основы и практические методы, которые могут быть использованы при гидрогеологических изысканиях и проектировании горнорудных предприятий, мелиорации, водоснабжении и других видах работ, связанных с подземными водами.

Книга может служить пособием для студентов гидрогеологической специальности горных институтов университетов и других вузов при прохождении курсов общей и специальной гидрогеологии и динамики подземных вод, она будет полезна также для специалистов-гидрогеологов и геологов-разведчиков.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Гидрогеологические расчеты — быстро развивающаяся отрасль знания. За самое последнее время у нас в Советском Союзе и за границей разработаны новые методы гидрогеологических расчетов, которые еще не стали достоянием широкого круга специалистов-гидрогеологов. Кроме того, в подавляющем большинстве существующих работ по гидрогеологическим расчетам недостаточно полно излагаются основы методов получения расчетных зависимостей. Последние обычно приводятся в окончательном виде, без выводов и пояснений, положенных в основу исходных предпосылок.

В связи с этим на практике в одних случаях производятся излишние расчеты, не отражающие естественную природную обстановку и не отвечающие поставленным инженерным задачам, а в других, напротив, необходимые расчеты, на основе которых только и могут быть сделаны соответствующие практические выводы, не выполняются, хотя и не представляют особых методических трудностей.

Предлагаемая книга «Основы гидрогеологических расчетов» является методическим пособием в какой-то мере восполняющим эти пробелы. В главе первой изложены принципы схематизации гидрогеологической обстановки для целей расчетов и охарактеризованы основные типы краевых условий, которыми в расчетах могут быть отражены главнейшие природные факторы, такие, например, как строение и условия залегания водоносных пластов, их взаимосвязь с поверхностными водными источниками и т. д.

Глава вторая содержит систематическое изложение выводов основных дифференциальных уравнений фильтрации, что позволяет сформулировать физические и математические предпосылки, лежащие в основе методики гидрогеологических расчетов. Это тем более важно, что современная динамика подземных вод уже довольно прочно базируется на математической физике.

В главе третьей разобраны основные современные методы аналитических решений задач плановой фильтрации, наиболее часто встречающихся в гидрогеологической практике. Особое внимание обращено на обоснование рекомендуемых методов, с тем чтобы способствовать их творческому применению гидрогеологами.

В главе четвертой освещаются методы аналитических расчетов одиночных и взаимодействующих скважин в различных типах водоносных пластов. При выводе бо́льшей части расчетных формул здесь использованы вполне доступные для широкого круга гидрогеологов приемы, основанные на теории источников и стоков и принципе сложения фильтрационных течений.

В главе пятой дается систематическое изложение основных методов моделирования процесса фильтрации. Необходимость их подробного описания определяется тем, что удельный вес моделирования в практике гидрогеологических расчетов непрерывно повышается, и можно ожидать, что в ближайшее время моделирование станет одним из основных инструментов при гидрогеологических расчетах.

В главе шестой освещены основные вопросы оценки и методов определения естественных ресурсов подземных вод. Все методы определения ресурсов подземных вод разделены на четыре основные группы: гидрогеологические, определения ресурсов по величине питания водоносных горизонтов атмосферными осадками, по расчленению гидрографа общего стока реки и по уравнению водного баланса для оценки питания артезианских бассейнов.

Глава седьмая содержит описание методов прогноза режима грунтовых вод на орошаемых территориях. Эти методы базируются на аналитических и конечно-разностных решениях дифференциальных уравнений неустановившегося движения.

Глава восьмая содержит сводку методов определения гидрогеологических параметров водопроницаемости и пьезопроводности по данным опытных откачек из скважин, а также опытных наливов в шахтные колодцы и скважины.

В книге рассмотрены далеко не все разделы гидрогеологических расчетов. В ней отсутствует, например, методика расчетов фильтрации для гидротехнических сооружений, водопонижения и дренажа подземных вод, для изучения миграции солей в подземных водах и т. п. Несмотря на это, авторы надеются, что предлагаемая книга явится полезным дополнением к уже изданным работам по гидрогеологическим расчетам. Она может быть практическим пособием для инженеров-гидрогеологов, и учебным — для студентов гидрогеологической специальности вузов.

Работа авторов при составлении книги распределялась следующим образом: глава первая, за исключением § 2, глава четвертая, а также §§ 1, 2 и 3 главы восьмой написаны Ф. М. Бочевером; § 1 главы второй, глава шестая и §§ 4 и 5 главы восьмой написаны И. В. Гармоновым; раздел первый § 2 главы первой написан совместно Ф. М. Бочевером и И. В. Гармоновым; глава седьмая написана А. В. Лебедевым; §§ 2, 3, 4, 5 и 6 главы второй, главы третья и пятая написаны В. М. Шестаковым.

Авторы будут весьма признательны за все критические замечания по работе, которые они просят направлять в Издательство «Недра» по адресу: Москва-Центр, ул. Кирова, 24.

Глава первая

СХЕМАТИЗАЦИЯ ПРИРОДНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ ЦЕЛЕЙ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

§ 1. Принципы схематизации природных условий

Надежность гидрогеологических расчетов зависит от того, насколько полно отражены в исходных данных, полученных при изысканиях, природные гидрогеологические условия. Но, кроме детальности освещения природных условий, последние должны быть соответствующим образом дифференцированы. Среди них следует выявить главные, определяющие факторы, причем представить их необходимо в таком виде, который обеспечивал бы возможность применения самих расчетных методов (аналитических, экспериментальных). Иными словами, для целей количественных прогнозов природная гидрогеологическая обстановка в каждом конкретном случае должна быть представлена в виде р а с ч е т н о й с х е м ы.

При построении расчетных схем необходимо исходить из того, что область движения подземных вод как в естественных условиях, так и в условиях, нарушенных вводом в действие тех или иных сооружений, представляет собой единую физическую область, внутри которой распределение напоров, скоростей и расходов подземных вод определяется так называемыми н а ч а л ь н ы м и и г р а н и ч н ы м и условиями или в совокупности — к р а е в ы м и условиями [45, 58].

Напомним, что в динамике подземных вод под напором понимается величина, определяемая следующей зависимостью:

$$H = \frac{p}{\gamma} + z. \qquad (\text{I}.1)$$

Здесь H — напор;

p — гидростатическое давление;

γ — объемный вес воды;

z — высота положения, или превышение точки, в которой измеряется напор, под плоскостью сравнения.

Величина $\frac{p}{\gamma}$ называется пьезометрической высотой; на эту высоту поднимается вода над данной точкой под влиянием гидростатического давления. При определении высоты положения z плоскость сравнения можно принимать на произвольном уровне. Обычно плоскость сравнения проводится в плоскости водоупорной кровли или подошвы водоносного горизонта. В соответствии с этим в подземных водах со свободной поверхностью, имеющих горизонтальную подошву, напор в каждой точке свободной поверхности, где давление $p = 0$, определяется как «глубина воды до водоупора», по своей абсолютной величине равная мощности водоносного горизонта.

Скоростью движения подземных вод или скоростью фильтрации ($V_Ф$) называется расход воды (т. е. объем воды, протекающий в единицу времени), отнесенный к единице площади поперечного сечения потока:

$$V_Ф = \frac{Q}{F}, \tag{I.2}$$

где Q — расход;

F — полная площадь поперечного сечения породы (включая и площадь, занятую скелетом), через которую движется подземный поток.

Скорость фильтрации, определяемая выражением (I.2), представляет собой некоторую фиктивную скорость движения воды, поскольку на самом деле продвижение воды происходит не через все сечение породы, а только через поры и трещины. Следует поэтому различать действительную или истинную скорость движения подземных вод $V_д$, которая определяется, как частное от деления расхода на площадь, занятую порами и трещинами в поперечном сечении потока:

$$V_д = \frac{Q}{F_{пор}}. \tag{I.3}$$

Отношение площади пор и трещин к общей площади поперечного сечения потока равно пористости породы n. Следовательно, скорость фильтрации и истинная скорость движения подземных вод связаны между собой следующим соотношением:

$$V_Ф = nV_д. \tag{I.4}$$

Гидравлическим уклоном или градиентом напора I называют производную от напора H по пути фильтрации S. Средний градиент напора $I_{ср}$ может быть определен как частное от деления перепада напора ΔH на отрезке пути ΔS:

$$I_{ср} = -\frac{\Delta H}{\Delta S}. \tag{I.5}$$

Знак минус здесь ставится потому, что в направлении фильтрации напор уменьшается.

Между скоростью фильтрации и градиентом напора (и наоборот) существует зависимость, характер которой устанавливается экспериментально и рассматривается в качестве закона фильтрации (см. далее главу вторую).

В случае установившегося движения должны быть известны граничные условия, выраженные значениями искомой напорной функции или ее производной, т. е. скорости и расхода, а иногда тем или иным соотношением самой напорной функции и ее производной на границах водоносного горизонта.

При неустановившемся движении, кроме условий на границах потока, необходимо располагать еще начальными условиями, которыми характеризуется гидродинамическое состояние области движения подземных вод до начала нарушения или возмущения этого исходного состояния. Краевыми условиями вполне определяются закономерности распределения напоров, скоростей и расходов подземных вод в рассматриваемой области фильтрации и условия ее взаимодействия с соседними областями.

Помимо природных факторов, краевые условия определяются также типом сооружений, действующих в потоке подземных вод, например скважин, шахтных колодцев, галерей и т. д., и режимом их эксплуатации. Сооружения следует рассматривать в качестве внутренних «контуров» области фильтрации, на которых, как и на естественных границах области, должны быть известны граничные условия.

Рассмотрим некоторые типовые схемы и общую характеристику краевых условий применительно к различным случаям.

Начальное условие, как уже отмечалось, характеризует распределение основных гидродинамических элементов в водоносном горизонте в начальный момент времени и обычно задается распределением напоров H_e в пределах водоносного горизонта. Это можно записать следующим образом:

$$H_e = f(x, y, z), \text{ или в частном случае } H_e = \text{const}. \qquad (\text{I}.6)$$

Граничные условия формулируются различным образом:

Граничное условие первого рода. В этом случае на границе области задается значение напора:

$$H_L = f(t) \text{ или } H_L = \text{const}, \qquad (\text{I}.7)$$

где L — обозначение границы области, в общем случае криволинейной;

t — время.

В скважинах указанное условие выдерживается в случаях самоизлива или при проведении откачки насосами, если при этом уровень воды в самой скважине практически можно считать постоянным, а вне пределов скважины уровень понижается (рис. I. 1, *а*).

На естественных границах области фильтрации, например в реках, с которыми связаны водоносные горизонты (рис. I, 1, *б*), напор во времени изменяется (в периоды паводков, при сработке водохранилищ и т. д.), причем график изменения напора может быть представлен прямой или параболой. Однако, например, для оценки подпора подземных вод, расчета водозаборов и решения некоторых других задач напор здесь можно принять равным некоторой средней постоянной величине.

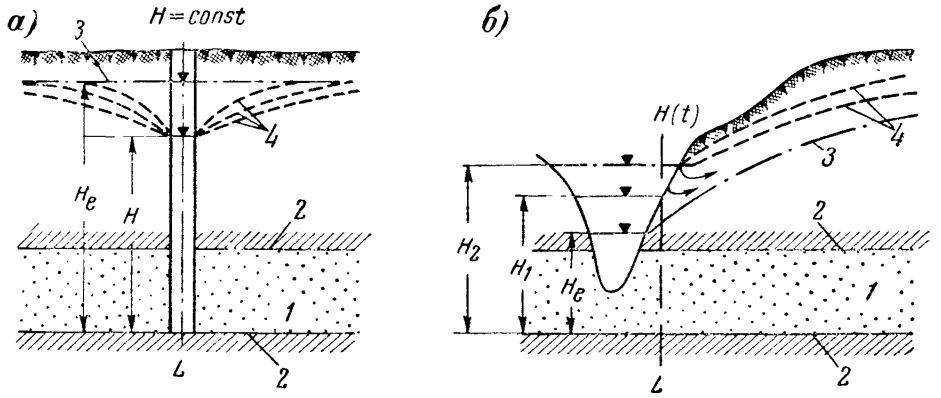


Рис. I. 1. Схемы граничного условия первого рода

а — в скважине; *б* — на границе берегового потока подземных вод[1]
1 — водоносный горизонт; *2* — кровля и подошва водоносного горизонта; *3* — первоначальный («статический») уровень подземных вод; *4* — уровень, изменившийся в процессе откачки из скважины или при подъеме горизонта воды в реке

Граничное условие второго рода. В этом случае условие характеризует расход подземных вод на границах области фильтрации:

$$q_L = f(t) \text{ или } q_L = \text{const}. \qquad (I.8)$$

Напор подземных вод как на самих границах, так и в удалении от них при этом может изменяться во времени.

На рис. I. 2 показаны схемы такого условия для скважины и потоков подземных вод, ограниченных слабопроницаемыми (практически водоупорными) породами. В скважине (рис. I. 2, *а*) условие постоянства расхода является обычным при откачках с помощью так называемых погружных насосов (т. е. насосов, опускаемых непосредственно в ствол скважины).

При периодическом отключении скважины или изменении производительности насоса динамика расхода может быть представлена в виде ступенчатого графика или линейной, параболической и другой зависимости. Соответственно этому принимается определенное условие $q_L = f(t)$.

В водоносных горизонтах ограниченных размеров расход на контуре сохраняется постоянным, например, в случае, показанном на рис. I. 2, *б*. Здесь происходит как бы перетекание воды из верх-

него горизонта песков, залегающих на непроницаемом цоколе террасы, в нижний. Понижение уровня в последнем не приводит к изменению количества воды, поступающей путем такого перетекания, поэтому здесь можно положить $q_L = \text{const}$.

При контакте водоносных пород с практически непроницаемыми породами (рис. I. 2, *в*), что наблюдается по плоскостям тектонических нарушений (сбросов, надвигов), в бортовых частях речных

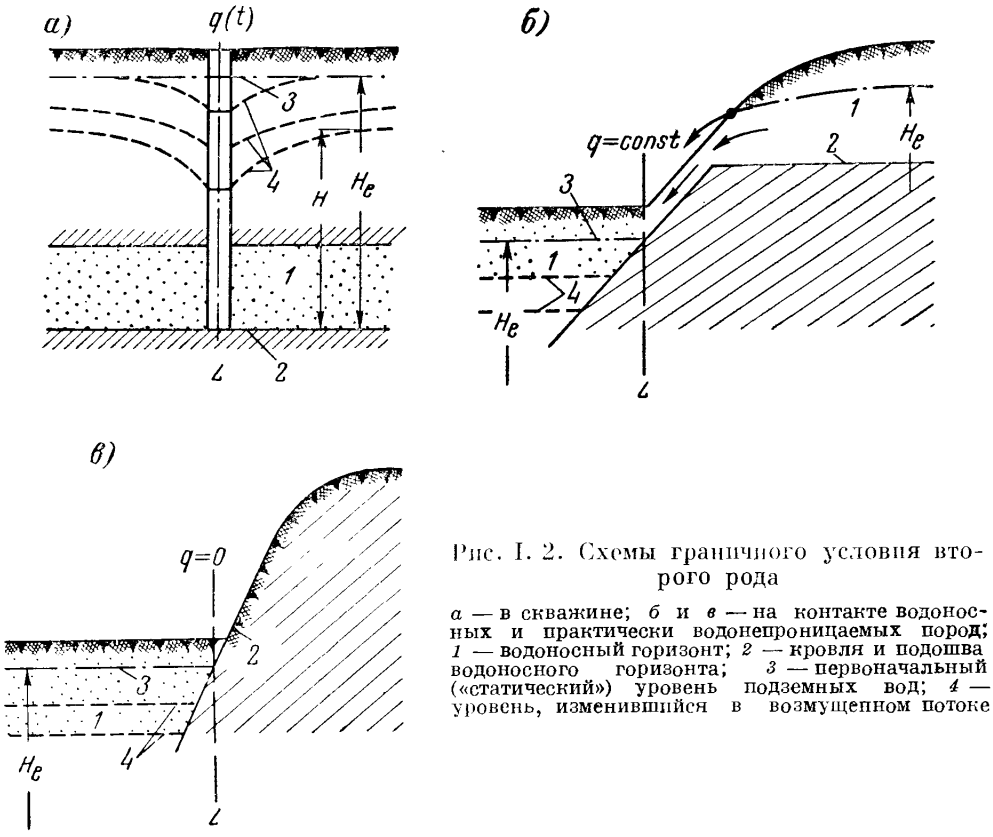


Рис. I. 2. Схемы граничного условия второго рода

а — в скважине; *б* и *в* — на контакте водоносных и практически водонепроницаемых пород; *1* — водоносный горизонт; *2* — кровля и подошва водоносного горизонта; *3* — первоначальный («статический») уровень подземных вод; *4* — уровень, изменившийся в возмущенном потоке

долин на причленении аллювиальных террас к коренным склонам, в также за пределами долин в случаях фациальных замещений одних пород другими, можно пренебречь поступлением воды в водоносный горизонт за малостью ее количества, т. е. здесь допустимо условие $q_L = 0$.

Изменение расхода на границах водоносного горизонта происходит, например, в случае его частичного осушения в области выхода горизонта на поверхность (рис. I. 3). Это может быть выражено следующим граничным условием:

$$q_L = -\mu \frac{\Delta V}{\Delta t}, \qquad (I.9)$$

где ΔV — объем части пласта, осушенной за время Δt;
μ — водоотдача пород в зоне осушения.

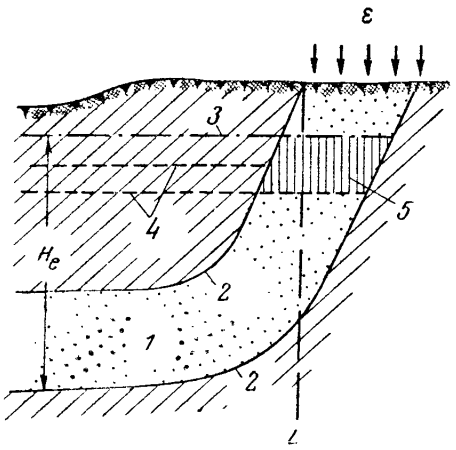


Рис. I. 3. Схема граничного условия при осушении водоносного горизонта в области выхода его на поверхность

1 — водоносный горизонт; *2* — кровля и подошва водоносного горизонта; *3* — первоначальный («статический») уровень подземных вод; *4* — уровень, изменившийся в возмущенном потоке; *5* — зона осушения пласта

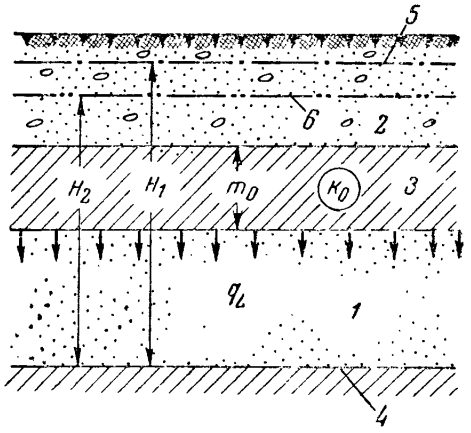


Рис. I. 4. Схема граничного условия третьего рода

1, *2*, *3* — водоносные горизонты; *4* — подошва основного (возмущаемого) водоносного горизонта; *5* и *6* — пьезометрические уровни подземных вод нижнего и верхнего горизонтов

В случае, когда одновременно с возмущением водоносного горизонта усиливается инфильтрация атмосферных осадков, к правой части условия (I. 9) следует добавить величину модуля питания, численно равного произведению величины дополнительной инфильтрации на площадь свободной поверхности пласта.

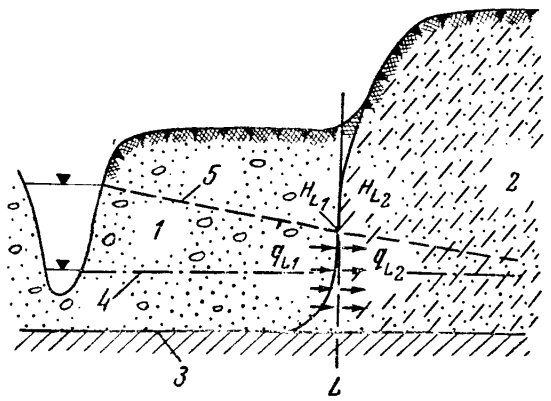


Рис. I. 5. Схема граничного условия четвертого рода

1 и *2* — контактирующие зоны с различными фильтрационными свойствами; *3* — подошва водоносного горизонта; *4* — первоначальный («статический») уровень водоносного горизонта; *5* — уровень, изменившийся под влиянием подъема горизонта воды в реке

Граничное условие третьего рода. Это условие выражает линейную зависимость расхода от разности напоров; оно может иметь место, например, в системе водоносных горизонтов, разделенных слабопроницаемым слоем в разрезе, в случаях, когда выдерживается следующее балансовое соотношение (рис. I,4):

$$q_L = \frac{k_0}{m_0}(H_1 - H_2); \quad \text{(I. 10)}$$

здесь q_L — расход на линии подошвы слабопроницаемого слоя (при вертикальной фильтрации);

H_1 и H_2 — напоры соответственно в верхнем и нижнем горизонтах;

k_0 — коэффициент фильтрации слабопроницаемого слоя;

m_0 — его мощность.

Граничное условие четвертого рода отвечает случаю взаимодействия двух разнородных горизонтов. На контакте этих горизонтов в силу неразрывности течения

$$H_{L_1} = H_{L_2};\ q_{L_1} = q_{L_2}, \tag{I.11}$$

т. е. здесь напоры и расходы через элементарное поперечное сечение любой полосы тока с обеих сторон этой границы равны между собой (рис. I. 5).

§ 2. Основные особенности водоносных горизонтов

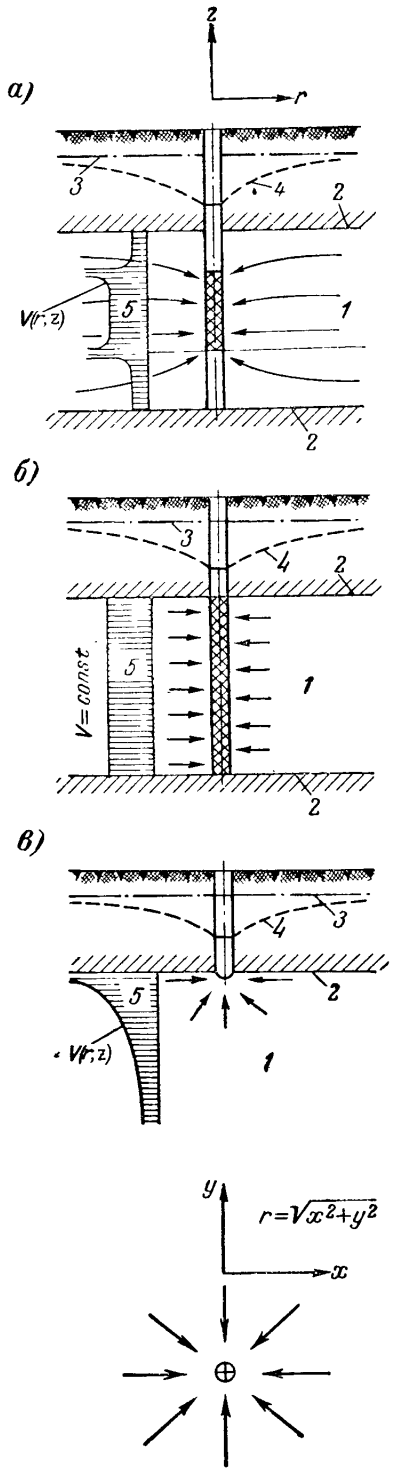
При построении расчетных схем и выборе метода гидрогеологического расчета необходимо учитывать основные особенности потоков подземных вод. К таким особенностям относятся [33, 45, 58]: 1) строение и структура потоков; 2) гидравлический характер водоносных горизонтов, их связь с атмосферой и условия питания в пределах площади распространения; 3) режим фильтрационных потоков; 4) фильтрационные свойства пород; 5) геометрические очертания водоносных горизонтов и условия их питания через боковые границы.

Строение и структура потоков подземных вод. В реальной природной обстановке потоки подземных вод, строго говоря, носят пространственный характер и напоры, скорости и расходы в каждый данный момент времени t должны определяться как функции трех координат x, y, z. Однако поскольку обычно размеры водоносных горизонтов в плане (по площади) значительно превосходят их вертикальные размеры (по мощности), то в большинстве случаев для целей гидрогеологических расчетов можно схематизировать реальные потоки путем сведения их к плоским в плане или в разрезе. При этом напоры, скорости и расходы определяются уже только в зависимости от двух координат: x, y (в плане) и x, z или y, z (в разрезе).

В плоских в плане течениях горизонтальные составляющие скорости фильтрации по вертикали осредняются и считаются одинаковыми[1]. Вертикальные же составляющие скорости фильтрации здесь, по сравнению с горизонтальными скоростями, малы и их практически в расчетах можно не учитывать. Это соответствует гидравлической схеме фильтрационного течения, описываемой формулами Дюпюи, почему и говорят, что такие схемы основаны на «предпосылке Дюпюи».

---

[1] В слоистых водоносных горизонтах правильнее говорить об осреднении не скоростей, а градиентов напора, поскольку водопроницаемость различных слоев и соответственно средняя горизонтальная скорость в них будут неодинаковы.



Плоские в разрезе течения характеризуются изменяющейся по вертикали скоростью фильтрации; последняя является здесь функцией обеих координат y и z.

Кроме таких плоских (двухмерных) потоков подземных вод, очень часто приходится иметь дело с более простыми линейными (одномерными) потоками, в которых напоры, скорости и расходы находятся в зависимости только от одной координаты x или y. К такому типу можно, например, отнести естественные потоки подземных вод в удалении от дренирующих русел.

Снижение размерности происходит также в потоках с осевой симметрией, к которым относятся весьма распространенные потоки, направленные к скважинам и колодцам в однородном пласте вдали от его границ. На рис. I. 6, *а* показана схема потока к несовершенной скважине, который, вообще говоря, является пространственным. Но в силу того, что в плоскости x, y течение симметрично относительно оси скважины, линии тока направлены здесь радиально к скважине, а скорости фильтрации одинаковы в любом вертикальном сечении, проходящем через ось скважины. Математически поток может быть охарактеризован как двухмерный в системе цилиндрических координат r, z. Эпюра скоростей по вертикали в данном случае имеет сложные очер-

Рис. I. 6. Схемы радиальных осесимметричных потоков

1 — водоносный горизонт; *2* — кровля и подошва водоносного горизонта; *3* — первоначальный («статический») уровень подземных вод; *4* — уровень подземных вод, изменившийся при откачке; *5* — эпюра скоростей фильтрации.

тания, поскольку скорости и напоры существенно изменяются в этом направлении.

Если скважина является совершенной (рис. I. 6, *б*), то поток, направленный к ней, сводится к одномерному, и напоры, скорости и расходы в любой точке находятся в зависимости только от радиуса-вектора r в системе полярных координат. Эпюра скоростей в вертикальном разрезе здесь, в отличие от предыдущей схемы, представляет собой прямоугольник.

Наконец, поток к шахтному колодцу или к скважине с донной водоприемной частью в водоносном горизонте весьма большой (теоретически бесконечной) мощности (рис. I.6,*в*), в принципе являющийся пространственным, сводится к одномерному; расчет напора, скорости и расхода может выполняться здесь в зависимости только от координаты r в системе сферических координат. В данном случае это достигается благодаря сферической симметрии течения (водоприемная часть скважины или колодца является полусферой). Эпюра скоростей в вертикальном разрезе здесь имеет вид гиперболы, скорости с удалением от колодца резко уменьшаются.

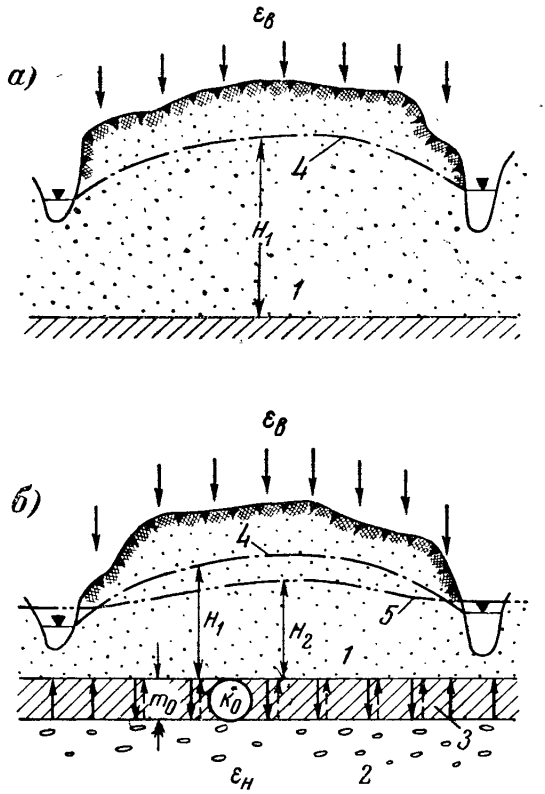


Рис. I. 7. Схемы безнапорных потоков: а — при отсутствии напорного питания; *б* — с напорным питанием

1 и *2* — основные водоносные горизонты; *3* — разделяющий слабопроницаемый слой; *4* — свободная поверхность горизонта *1*; *5* — пьезометрический уровень горизонта *2*

Гидравлический характер водоносных горизонтов и условия их питания в пределах площади распространения. При схематизации природных гидрогеологических условий для целей расчета, по признаку характера напора следует выделять: а) безнапорные подземные воды со свободной поверхностью, связанные с атмосферой; б) напорные подземные воды, изолированные от атмосферы водоупорными или слабопроницаемыми глинистыми породами; в) смешанные напорно-безнапорные воды, характеризующиеся различными режимами и разными условиями питания на разных участках водоносного горизонта.

Безнапорные подземные воды в пределах площади их распространения восполняются атмосферными осадками (рис. I. 7); вместе с тем с поверхности подземных вод непосредственно, а также путем транспирации влаги растениями происходит испарение. Таким образом, общую величину питания безнапорных подземных вод через свободную поверхность можно выразить так [4, 58]:

$$\varepsilon_в = \varepsilon_{инф} - \varepsilon_{исп}. \qquad (I. 12)$$

Здесь приняты следующие обозначения (в единицах скорости на единицу площади, например в *м/сутки* на 1 $м^2$):

$\varepsilon_в$ — модуль питания безнапорного водоносного горизонта;

$\varepsilon_{инф}$ — инфильтрация атмосферных осадков, поступающих на его свободную поверхность;

$\varepsilon_{исп}$ — испарение подземных вод.

Источниками пополнения запасов безнапорных подземных вод нередко являются подземные воды нижележащих напорных водоносных горизонтов, перетекающие через разделяющие их слабопроницаемые слои (рис. I. 7, *б*). Модуль питания в данном случае оценивается суммой:

$$\varepsilon = \varepsilon_в + \varepsilon_н. \qquad (I. 13)$$

Здесь $\varepsilon_в$ определяется по (I. 12), а $\varepsilon_н$ — модуль глубинного питания, равный

$$\varepsilon_н = \frac{k_0 (H_2 - H_1)}{m_0}, \qquad (I. 14)$$

где H_1 и H_2 — напоры соответственно в рассматриваемом безнапорном горизонте и нижележащем напорном горизонте;

k_0 — коэффициент фильтрации разделяющего слабопроницаемого слоя;

m_0 — его мощность.

Величина инфильтрации и испарения, существенно зависит от климатических факторов, рельефа, состава пород в зоне аэрации, характера растительности и т. д. Вообще говоря, в пространстве и во времени (по сезонам одного года и в многолетнем разрезе) эти величины не постоянны. В частности, испарение с поверхности подземных вод существенно зависит от глубины их залегания. Тем не менее во многих случаях для приближенных расчетов модуль питания через свободную поверхность принимается постоянным, причем его определяют суммарно, как долю от годовой суммы осадков.

Модуль глубинного питания $\varepsilon_н$, характеризующий интенсивность поступления воды из соседних напорных горизонтов, как следует из уравнения (I. 13), является функцией разности напоров обоих горизонтов, следовательно, в процессе откачки из безнапорного горизонта величина $\varepsilon_н$ изменяется как во времени, так и по площади. Лишь при значительной проницаемости разделяющего слоя можно приближенно принимать, что понижения уровня в обоих горизонтах

изменяются на одну и ту же величину, и модуль $\varepsilon_н$ является величиной постоянной. Такая расчетная схема глубиного питания была предложена Н. Н. Веригиным [4].

Безнапорные водоносные горизонты, как известно, весьма широко распространены. Они приурочены к аллювиальным отложениям речных долин, ледниково-флювиогляциальным накоплениям, массивам трещиноватых и закарствованных пород и т. д.

Напорные подземные воды в горизонтах, практически совершенно изолированных от атмосферы (рис. I. 8, *а*) и от соседних пластов, получают питание в основном за счет инфильтрации атмосферных осадков в удаленных областях выхода водоносных горизонтов на поверхность. В этом случае можно приближенно считать, что на большей части распространения пласта модуль питания

$$\varepsilon_в = 0. \qquad (I. 15)$$

При наличии системы напорных водоносных горизонтов, разделенных слабопроницаемыми слоями (рис. I. 8, *б*), следует учитывать возможность перетекания воды из одного горизонта в другой. Модуль питания, например для среднего слоя, в схеме, показанной на рис. I. 8, *б*, будет иметь следующий вид:

$$\varepsilon = \varepsilon_к + \varepsilon_п \qquad (I. 16)$$

где

$$\varepsilon_к = \frac{k_0 (H_2 - H_1)}{m_0} \text{ и } \varepsilon_н = \frac{k_{00} (H_3 - H_1)}{m_{00}}, \qquad (I. 17)$$

H_1, H_2, H_3 — напоры в рассматриваемом слое *1* и в связанных с ним соседних водоносных горизонтах *2* и *3*;

k_0, m_0 — коэффициент фильтрации и мощность слабопроницаемого слоя, залегающего в кровле рассматриваемого напорного горизонта, т. е. между слоями *1* и *2*;

k_{00}, m_{00} — то же, в подошве слоя *1*.

Здесь так же, как и в показанной выше схеме безнапорного горизонта, в естественных условиях перетекание происходит из горизонта *1* в горизонт *3* ($H_3 < H_1$), но при откачке соотношение напоров может измениться на обратное.

Во многих случаях напорные водоносные горизонты непосредственно перекрываются слабопроницаемыми породами, в которых содержатся подземные воды со свободной поверхностью, связанные с атмосферой и получающие питание путем инфильтрации атмосферных осадков (рис. I. 8, *в*). В таких случаях режим напорных водоносных горизонтов как в естественных условиях, так и особенно при откачках, в значительной мере определяется разностью напоров H_1 и H_2 и величиной модуля питания $\varepsilon_в$. Модулем питания в основном определяется напор подземных вод H_2 в верхнем слое.

Напорные водоносные горизонты распространены в различных геологических структурах. Наиболее полно они выражены в артезианских бассейнах, где образуются системы или комплексы

напорных водоносных горизонтов, разделенных слабопроницаемыми слоями. Через последние осуществляется гидравлическая связь напорных водоносных горизонтов, благодаря чему запасы воды в них — в зависимости от соотношения напоров соседних горизонтов на различных участках их распространения — могут восполняться или расходоваться.

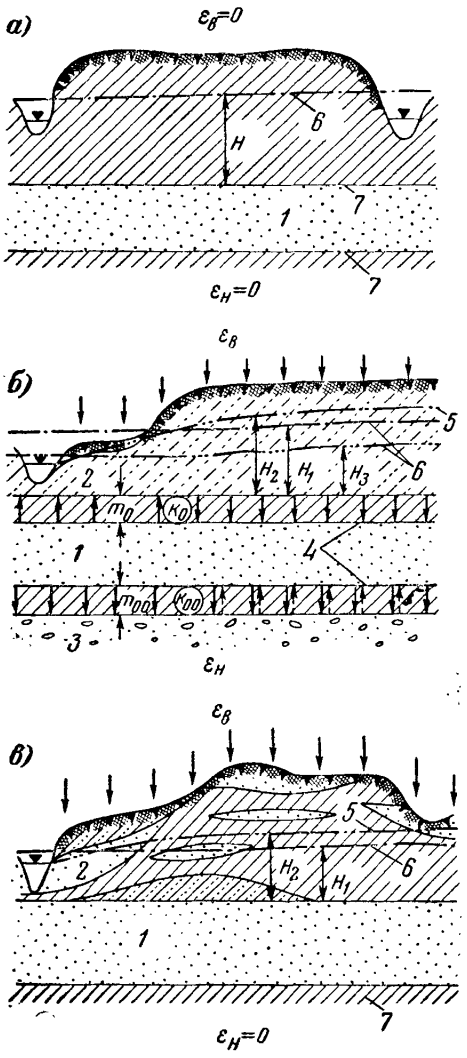


Рис. I. 8. Схемы напорных потоков

а — при отсутствии связи с атмосферой и перетекания воды из соседних слоев; *б* — при наличии перетекания из соседних горизонтов через слабопроницаемые перекрытия; *в* — при непосредственной гидравлической связи с безнапорным горизонтом в перекрывающих отложениях

1, 2, 3 — водоносные горизонты; *4* — разделяющие слабопроницаемые слои; *5* — свободная поверхность; *6* — пьезометрические уровни напорных горизонтов; *7* — кровля и подошва водоносных горизонтов

Схему такого гидравлического взаимодействия напорных водоносных горизонтов в масштабе крупных артезианских бассейнов впервые дал А. Н. Мятиев [147]. Он показал, в частности, что во многих случаях на водораздельных, повышенных частях рельефа отмечается нисходящее движение подземных вод (напоры с глубиной уменьшаются) и происходит питание нижележащих горизонтов, а в депрессиях преобладает восходящая фильтрация (напоры с глубиной возрастают). Благодаря этому обогащаются первые от поверхности водоносные горизонты и происходит их разгрузка в долины современных рек. При откачках тем более обеспечивается возможность постоянного и повсеместного водообмена между отдельными напорными водоносными горизонтами.

Напорно-безнапорный режим движения подземных вод наблюдается в области выходов напорного водоносного горизонта на поверхность или вблизи дренирующих элементов — рек и других водоемов, где пьезометрический уровень опускается ниже кровли горизонта. Нередко такие условия создаются при интенсивных откачках подземных вод вблизи скважин.

Режим фильтрационных потоков. Выяснение режима подземных вод в естественных условиях и оценка его возможных изменений при возмущении водоносных горизонтов весьма важны при анализе природной обстановки и разработке расчетных схем.

Подземные воды, заключенные в неглубоких горизонтах (а они, как известно, являются наиболее мощными и обильными коллекторами воды), находятся под активным воздействием поверхностных агентов, в частности метеорологических и гидрологических. Это касается не только безнапорных вод, непосредственно связанных с атмосферой, но и напорных, изолированных от атмосферы глинистыми слоями, поскольку эти последние нельзя считать во всех случаях абсолютными водоупорами.

Все водоносные горизонты как безнапорные, так и напорные, залегающие до глубины 300—400 *м* от поверхности земли и содержащие пресные и слабоминерализованные воды, составляют так называемую зону активного водообмена. Гидрогеологические исследования, выполненные по ряду крупных артезианских бассейнов (Днепровско-Донецкому, Московскому и некоторым другим), показали, что запасы воды в системе напорных водоносных горизонтов зоны активного водообмена замещаются «свежей» водой. Такая вода поступает из атмосферы и из поверхностных водных источников в течение коротких периодов, исчисляемых во многих случаях только первыми сотнями лет. В этом заключается одно из самых существенных отличий подземных вод указанной зоны от более глубоких горизонтов минерализованных вод, а также от нефте- и газосодержащих слоев, которые находятся в зоне застойного режима. Воды этой последней зоны действительно характеризуются почти полной изоляцией от атмосферы и от поверхностных водных источников.

Режим рассматриваемых нами подземных вод зоны активного водообмена, строго говоря, всегда является неустановившимся, поскольку постоянно происходят изменения интенсивности инфильтрации атмосферных осадков и испарения; колеблются отметки горизонтов и величины суммарного стока воды в реках и т. д. Но такие изменения носят периодический характер. Оценивая длительный многолетний период, мы часто принимаем средние величины напоров, скоростей и расходов подземных вод и ими характеризуем начальные условия, на которые и накладываются возмущения, вносимые проектируемыми сооружениями. Это оказывается возможным, поскольку проектируемые сооружения в большинстве случаев приводят к более резким изменениям указанных основных элементов фильтрационного потока, чем это имеет место в естественных условиях под влиянием климатических и гидрогеологических факторов. Исключением являются лишь прирусловые части крупных рек, где колебания горизонта воды и связанные с ними колебания уровня подземных вод в береговой полосе могут быть весьма значительными.

При нарушении естественного режима откачками из скважин и других сооружений в первый период откачек движение подземных

вод вблизи сооружений носит резко выраженный неустановившийся характер. Это наблюдается как в безнапорных, так и в напорных водоносных горизонтах. Причиной неустановившегося движения в безнапорных водоносных горизонтах является осушение части водоносного горизонта, происходящее при понижении уровня в процессе откачки. Этот процесс происходит не сразу, а постепенно, вследствие чего меняются уровни, скорости и расход (имеются в виду изменения в зоне откачки вне скважины; в последней, в зависимости от заданного режима, может поддерживаться постоянным уровень или расход).

Со временем депрессионная воронка достигает постоянного источника питания, например реки, озера и т. д., кроме того, во многих случаях наблюдается более интенсивное поступление воды в пределы воронки депрессии путем инфильтрации атмосферных осадков и перетекания из соседних водоносных горизонтов, поэтому снижение уровня с течением времени существенно замедляется, и в конце концов движение подземных вод в таких условиях становится практически установившимся. Лишь в случае отсутствия перечисленных выше источников питания, например в водоносных горизонтах, ограниченных непроницаемыми породами, а также при малой величине инфильтрации (не усиливающейся при откачке), неустановившееся движение может сохраняться в течение всего периода откачки. То же может иметь место и при изменении во времени условий на границах области фильтрации.

В напорных водоносных горизонтах неустановившееся движение объясняется другими причинами, поскольку в данном случае не происходит осушения самого горизонта. В соответствии с теорией упругого режима неустановившееся движение в напорных горизонтах обусловливается происходящим при снижении напоров расширением воды, а также сжатием самого пласта и уменьшением его пористости (вследствие упругости воды и фильтрующей породы).

Теория упругого режима получила широкое развитие в подземной нефтяной гидравлике, в частности в работах В. Н. Щелкачева [220], [221], а также М. Маскета [145] и др. Помимо упругости самого напорного горизонта, иногда учитывается также упругость контактирующих с ним слабопроницаемых пород в кровле и подошве водоносного пласта [215, 234].

Механизм упругой отдачи воды из напорных водоносных горизонтов довольно сложен и нуждается в дальнейших исследованиях. Рассматривая напорные водоносные горизонты зоны активного водообмена, следует, кроме упругости, учитывать и другие факторы, обусловливающие неустановившееся движение в них. К их числу относятся: а) осушение водоносного горизонта в области выхода его на поверхность, где подземные воды являются уже безнапорными (см. рис. I. 3) и б) осушение вышележащих слабопроницаемых водоносных пород, с которыми гидравлически связаны напорные горизонты (рис. I. 8, *в*). Эти факторы во многих случаях могут иметь решающее значение в формировании режима фильтрации напорных горизонтов.

При наличии постояннодействующих поверхностных источников питания, с которыми связаны напорные водоносные горизонты, и интенсивного поступления в них воды из соседних слоев, движение подземных вод, как и в безнапорных условиях, стабилизируется и со временем приобретает характер установившегося. Хотя теория упругого режима и не охватывает полностью процесса фильтрации напорных подземных вод зоны активного водообмена, тем не менее математический аппарат этой теории во многих случаях оказывается вполне применимым для гидрогеологических расчетов.

Скорость перераспределения напоров и динамика отдачи воды из водоносных горизонтов в условиях неустановившегося движения определяются *водопроводимостью* и *коэффициентом пьезопроводности*. Коэффициент пьезопроводности для безнапорных вод, называемый также *коэффициентом уровнепроводности*, находят как частное от деления величины водопроводимости на величину водоотдачи. В напорных водах коэффициент пьезопроводности обычно выражают в виде отношения водопроводимости к так называемой упругоемкости водоносного горизонта [220, 221].

Однако, учитывая сказанное выше, под коэффициентом пьезопроводности в напорных пластах можно понимать более общий показатель, отражающий не только упругие свойства воды и породы, но также и условия питания водоносного горизонта [54, 55]. Так же, как в безнапорных водоносных горизонтах, коэффициент пьезопроводности и здесь можно определить как отношение величины водопроводимости к величине «водоотдачи», однако последняя должна оцениваться не только упругоемкостью самого напорного пласта, но и водоотдачей пород в зонах, из которых и происходит пополнение ресурсов напорного пласта.

Заметим, что в отличие от упругого режима, режим фильтрации, при котором упругими силами можно пренебречь, иногда называется *жестким*.

Фильтрационные свойства пород в области движения подземных вод. Неоднородность водоносных горизонтов выражена в изменении основных фильтрационных параметров в плане (по площади) и в разрезе (по глубине). Эти изменения в некоторых случаях происходят без видимой закономерности, и между зонами с различной водопроводимостью, водоотдачей и другими свойствами практически нельзя провести четких границ. Более или менее однородные участки имеют самые различные и сложные геометрические очертания, причем переходы между ними бывает трудно выявить даже при детальных изысканиях. Такого типа неоднородность условно можно назвать *хаотической или неупорядоченной*.

Для оценки условий фильтрации в породах с хаотической неоднородностью очень часто приходится прибегать к осреднению фильтрационных характеристик и приведению всей области движения подземных вод к *условно однородной* области. Возможность осреднения и приемы, используемые для этих целей,

устанавливаются в зависимости от конкретных условий и всякий раз должны быть подтверждены опытными данными. Нередко удовлетворительные результаты дают, например, среднеарифметические значения или средневзвешенные (по площади или по мощности отдельных зон) значения фильтрационных характеристик.

Для оценки точности получаемых таким образом средних или приведенных параметров в последнее время используются методы математической статистики.

Во многих случаях, однако, фильтрационную неоднородность пород можно выявить и представить в расчетных схемах определенными четко выраженными формами. Такую неоднородность условно называют правильной, или упорядоченной.

Наиболее распространена так называемая слоистая неоднородность, характерная для артезианских бассейнов, где, как уже указывалось, водоносные горизонты перемежаются со слабопроницаемыми слоями. Каждый из водоносных горизонтов здесь является более или менее однородным или обладает хаотической неоднородностью, в связи с чем его приводят к однородному путем осреднения параметров.

При не слишком больших различиях в водопроницаемости основных горизонтов и разделяющих их слабопроницаемых слоев (когда отношение величин водопроводимости не превышает 5 ÷ 10) слоистые толщи, как и в случае хаотической неоднородности, часто осредняют. При этом учитывается главенствующее направление движения подземных вод при вводе в действие проектируемых возмущающих сооружений.

В случае вертикальной фильтрации средний коэффициент водопроницаемости, как это показал Г. Н. Каменский [105, 107], выражается следующим образом (рис. I. 9, *а*):

$$k_{\text{ср. в}} = \frac{m_{\text{сум}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{k_i}}, \qquad (1.18)$$

где m_i и k_i — мощность и коэффициент фильтрации i-ого слоя ($i = 1, 2, \ldots . n$; n — число слоев);

$m_{\text{сум}}$ — суммарная мощность всех слоев.

Если сделать виртуальное приведение мощности, т. е. ввести в рассмотрение некоторую условную мощность путем приведения всей толщи к коэффициенту фильтрации одного из слоев, то получим:

$$m_{\text{пр. в}} = k_{\text{а}} \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{k_i}. \qquad (I.19)$$

Например, принимая $k_{\text{а}} = k_1$, для показанной на рисунке трехслойной схемы получим:

$$m_{\text{пр. в}} = m_1 + \frac{k_1}{k_2} m_2 + \frac{k_1}{k_3} m_3.$$

В случае, когда слой, по отношению к которому «приводятся» мощности всех остальных слоев, обладает наибольшей проницаемостью k_α по сравнению с другими слоями, приведенная мощность $m_{\text{пр. в}}$ будет больше $m_{\text{сум}}$, и наоборот, когда k_α имеет наименьшее значение, то $m_{\text{пр. в}}$ будет меньше $m_{\text{сум}}$.

При преобладающем горизонтальном направлении течения подземных вод средний коэффициент фильтрации слоистой толщи может быть исчислен как средневзвешенный по мощностям (рис. I. 9, *б*):

$$k_{\text{ср. г}} = \frac{\sum_{j=1}^{n} k_i m_i}{m_{\text{сум}}}. \qquad \text{(I. 20)}$$

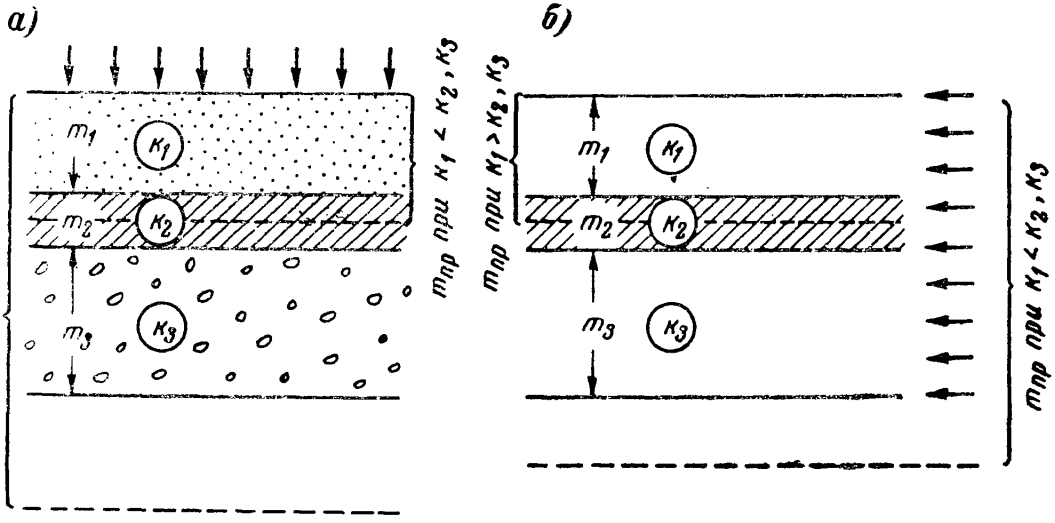


Рис. I. 9. Приведенная мощность в слоистых толщах
а — при вертикальной фильтрации; *б* — при горизонтальной фильтрации

В этом случае приведенная мощность выразится так:

$$m_{\text{пр. г}} = \frac{1}{k_\beta} \sum_{i=1}^{n} k_i m_i. \qquad \text{(1. 21)}$$

Для изображенной на рисунке I. 9, *б* схемы из трех слоев при $k_\beta = k_1$ можем записать:

$$m_{\text{пр. г}} = m_1 + \frac{k_2}{k_1} m_2 + \frac{k_3}{k_1} m_3. \qquad \text{(1. 22)}$$

Здесь результат получается противоположный по сравнению со схемой вертикальной фильтрации, т. е. при k_β наибольшем $m_{\text{пр. г}} < m_{\text{сум}}$ и при k_β наименьшем $m_{\text{пр. г}} > m_{\text{сум}}$.

В безнапорных потоках подобное осреднение проницаемости и «приведение» по мощности являются приближенными, поскольку при возмущении таких потоков изменяется мощность или глубина воды в одном или нескольких водоносных слоях. Более точно расчеты в таких условиях можно выполнить с применением потенциальной функции, введенной Н. К. Гиринским и носящей название «потенциала Гиринского» (см. в главе второй).

Возможность осреднения коэффициента пьезопроводности в слоистых толщах и формы выражения его осредненных значений не столь ясны. Некоторые предложения по этому поводу содержатся в работах В. А. Максимова [25]. В частности, для случая свободного перетока между горизонтами, т. е. при отсутствии разделяющих слабопроницаемых слоев, он получил следующую формулу среднего значения коэффициента пьезопроводности:

$$a_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (km)_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{(km)_i}{a_i}}, \qquad (1.23)$$

где a_i — коэффициент пьезопроводности i-ого слоя.

При наличии между водоносными горизонтами разделяющих слоев ограниченной проницаемости средний коэффициент пьезопроводности выражается более сложно. Вопрос этот нуждается в дальнейших исследованиях с учетом того, что в условиях неустановившегося движения пьезопроводность изменяется во времени.

В тех случаях, когда значения водопроводимости основных и разделяющих их слабопроницаемых горизонтов в слоистых толщах существенно различаются (при соотношении проводимостей более $5 \div 10$), осреднение параметров и «приведение» слоистых толщ к однородным уже нельзя считать обоснованным. В таких условиях при составлении расчетной схемы необходимо учитывать все горизонты и разделяющие их слои слабопроницаемых пород и производить оценку параметров каждого в отдельности.

Весьма распространенным частным случаем указанной неоднородности являются двухслойные толщи, в которых верхний слой слабопроницаемый, глинистый, а нижний — сильнопроницаемый, состоящий из песчано-гравелистых осадков или других пород, в том числе коренных, например трещиноватых известняков и песчаников. Такое строение часто наблюдается в террасах речных долин.

При схематизации неоднородных слоистых толщ с резкими различиями в водопроницаемости основных горизонтов и разделяющих их слабопроницаемых слоев обычно принимается упрощенная схема фильтрации. В такой схеме горизонтальные составляющие скорости фильтрации в слабопроницаемых слоях за малостью (по сравнению с теми же скоростями в сильнопроницаемых горизонтах)

не учитываются, что дает возможность оценивать фильтрацию в слоистых толщах по схеме плоской (двухмерной и одномерной) задачи.

Кроме слоистой неоднородности, весьма важное значение имеет правильная, или упорядоченная плановая неоднородность пород в области фильтрации. Распределение зон с различными фильтрационными свойствами и их геометрические очертания в плане (по площади распространения водоносного горизонта) могут быть самыми разнообразными. В некоторых случаях закономерность изменения фильтрационных характеристик по площади удается выразить математически в виде определенной функции от координат x, y. Однако, как правило, для практических целей можно схематизировать реальную область фильтрации, разграничивая ее на ряд условно однородных зон, в пределах которых параметры могут быть осреднены.

Таким образом, область фильтрации приводится к дискретно- или кусочнонеоднородной. При этом важнейшей задачей является установление геометрической формы границ раздела между зонами с различными фильтрационными свойствами. В общем случае эти границы криволинейны и имеют сложные, весьма прихотливые формы. Нередко все же в схеме области фильтрации с плановой неоднородностью можно представить более просто, ограничивая отдельные зоны правильными геометрическими контурами, например прямолинейными и круговыми.

При оценке взаимодействия различных зон в естественной обстановке и в возмущенном состоянии учитывается непрерывность напоров и расходов между ними. В случае значительной разницы в фильтрационных свойствах отдельных зон иногда бывает возможно принимать границы раздела между зонами совершенно непроницаемыми — водоупорными, или совершенно проницаемыми — т. е. считать, что соседние зоны обладают бесконечной водопроводимостью.

Геометрические очертания области фильтрации и условия ее питания через боковые границы. При схематизации природных условий для расчетных целей необходимо учитывать расположение проектируемых сооружений относительно границ области фильтрации или границ раздела между зонами с различными фильтрационными свойствами. С этой точки зрения можно представить себе такие случаи:

1. Область фильтрации имеет значительные размеры, причем сооружения настолько удалены от границ области, что влиянием этих границ можно вовсе пренебречь, т. е. считать область безграничной или бесконечной.

2. Область фильтрации имеет значительные размеры, но сооружения находятся вблизи одной какой-либо границы области, другие же границы удалены на значительное расстояние и могут не учитываться. В этом случае область можно назвать полуограниченной, или полубесконечной.

3. Область фильтрации имеет относительно небольшие размеры, в связи с чем проектируемые сооружения находятся в зоне влияния границ области с нескольких сторон. Такие области называются ограниченными.

Для суждения о возможности пренебрежения влиянием границ в однородных областях фильтрации можно использовать следующее соотношение:

$$R_g \geqslant \alpha \sqrt{a t_э}, \qquad (I.24)$$

где R_g — действительное расстояние до границы;

a — коэффициент пьезопроводности;

$t_э$ — намечаемый период эксплуатации проектируемого сооружения;

α — численный коэффициент, принимаемый равным $\sim 1{,}0 \div 1{,}5$.

В неоднородных областях, в частности в слоистых толщах водоносных пород, при возможности перетекания воды в данный водоносный горизонт из соседних горизонтов, а также при интенсивной инфильтрации атмосферных осадков (увеличивающейся в процессе эксплуатации сооружений) влияние границ мало сказывается даже при более близком их расположении, чем это определяется формулой (I. 24).

Границами области фильтрации, как уже выше указывалось, могут являться структурные геологические элементы — сбросы, надвиги и т. п., или породы, обладающие относительно весьма слабой водопроводимостью. Расход подземных вод со стороны этих границ практически равен нулю. Такие области можно назвать «закрытыми» и «полузакрытыми», в зависимости от того, какая часть их оконтуривается границами.

Если границами области являются поверхностные водные источники — реки, каналы, озера, водохранилища, из которых при определенных условиях вода может поступать в водоносные горизонты, то такие области можно назвать «открытыми» или «полуоткрытыми», соответственно при замкнутых и незамкнутых границах подобного типа.

В реальных условиях границы области фильтрации, как и границы раздела между зонами с различными фильтрационными свойствами, имеют неправильную геометрическую форму. Для целей расчета границы, однако, часто можно схематизировать, заменяя их прямолинейными или круговыми. В простейших случаях в результате такой схематизации водоносные пласты представляются в следующих формах (рис. I. 10): 1) безграничный; 2) полуограниченный — с одной прямолинейной границей; 3) полоса с двумя параллельными прямолинейными границами, уходящими в бесконечность; 4) прямоугольник; 5) круг.

Выявление всех особенностей природных гидрогеологических условий и их схематизация служат основой для выбора того или иного вида исходных дифференциальных уравнений и постановки (задания) начальных и граничных условий, по которым находятся

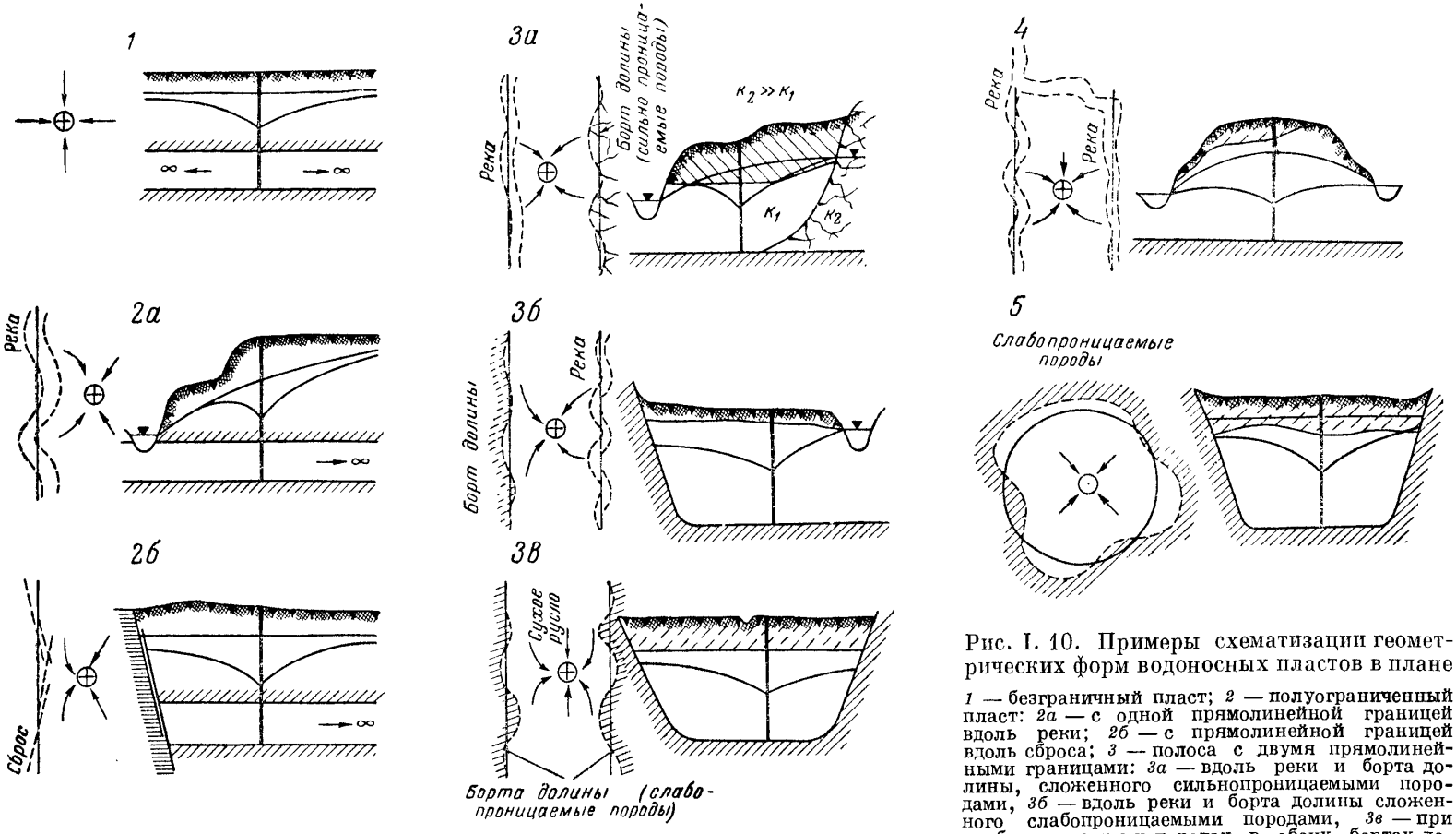


Рис. I. 10. Примеры схематизации геометрических форм водоносных пластов в плане

1 — безграничный пласт; *2* — полуограниченный пласт: *2а* — с одной прямолинейной границей вдоль реки; *2б* — с прямолинейной границей вдоль сброса; *3* — полоса с двумя прямолинейными границами: *3а* — вдоль реки и борта долины, сложенного сильнопроницаемыми породами, *3б* — вдоль реки и борта долины сложенного слабопроницаемыми породами, *3в* — при слабопроницаемых породах в обоих бортах долины; *4* — прямоугольник с прямолинейными границами вдоль рек; *5* — круг, ограниченный слабопроницаемыми породами

конкретные решения задач о движении подземных вод. Методы решения могут быть различными. Для этих целей используются строгие или приближенные аналитические методы, численные методы, основанные на замене дифференциальных уравнений конечно-разностными уравнениями, методы моделирования и приближенные методы экстраполяции опытных данных.

Заметим, что охарактеризованные выше граничные условия в одних случаях — поскольку задача о движении подземных вод, как правило, сводится к плановой задаче — уже учитываются в самих исходных уравнениях. К таким условиям относятся, например, граничные условия на контактах слоев в схемах со слоистой неоднородностью или условия питания водоносных горизонтов путем инфильтрации атмосферных осадков (инфильтрация также включается в исходное дифференциальное уравнение неразрывности). Граничные условия на боковых границах области фильтрации непосредственно в уравнениия не входят и задаются отдельно, они формулируются в соответствии с реальной природной обстановкой.

§ 3. Типовые расчетные схемы

Несмотря на всю сложность и разнообразие природных гидрогеологических условий, последние при целеустремленном анализе во многих случаях можно представить в виде типовых расчетных схем, которые обеспечивают возможность применения сравнительно простых методов гидрогеологических расчетов.

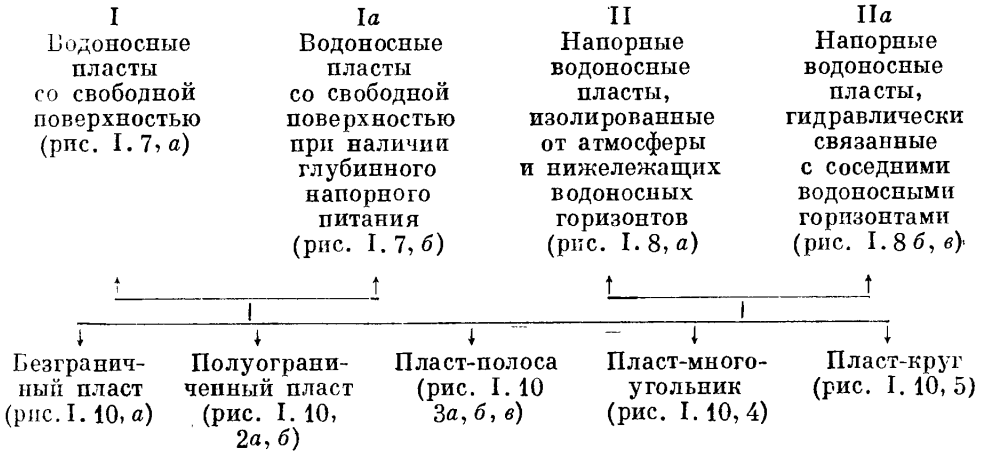
Типовые расчетные схемы подразделяются прежде всего по характеру взаимоотношений рассматриваемых водоносных горизонтов с атмосферой и соседними горизонтами в вертикальном разрезе и, следовательно, по условиям их питания в пределах площади распространения. В соответствии с этим признаком могут быть выделены водоносные горизонты со свободной поверхностью, питание которых осуществляется путем инфильтрации атмосферных осадков (тип I, см. таблицу) или, кроме того, путем перетекания воды из нижележащих горизонтов через разделяющие слабопроницаемые слои (тип I*а*). Выделяются также напорные водоносные горизонты, изолированные от атмосферы и соседних горизонтов (тип II) и связанные с соседними водоносными горизонтами и атмосферой (тип. II, *а*).

Указанные типы водоносных горизонтов, выделяемые по условиям, характеризующим их режим и источники питания, т. е. по граничным условиям на кровле и подошве слоев, можно рассматривать в качестве основных единиц при выборе расчетных схем.

Дальнейшее подразделение водоносных горизонтов в равной мере относится ко всем указанным типам и производится в зависимости от геометрической формы боковых границ и условий питания через них, т. е. в соответствии с граничными условиями в плане.

Принимая указанные выше простейшие формы контуров областей фильтрации, можно выделить пять типовых расчетных схем (см. таблицу и рис. I. 10). В пределах каждой из этих схем на границах

Типовые расчетные схемы водоносных пластов



может быть известен напор H или расход q, что соответствует указанным выше условиям первого и второго рода. На контакте между зонами с различными фильтрационными характеристиками задаются условия четвертого рода.

В качестве начального условия во всех приведенных схемах принимается первоначальное (до ввода в действие проектируемых сооружений) распределение напора подземных вод. В случае, когда природная обстановка не может быть представлена в виде одной из простейших схем, для гидрогеологических расчетов должны составляться индивидуальные схемы с учетом более сложного комплекса природных факторов. Гидрогеологические расчеты в таких условиях обычно производятся с помощью моделирования на приборах ЭГДА, гидравлическом интеграторе и др. (см. главу пятую).

Глава вторая

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

§ 1. Основной закон фильтрации

Режим движения подземных вод в горных породах зависит от характера и размера пор и пустот, которые меняются в широких пределах в зависимости от состава горных пород. В гидравлике различают два режима движения подземных вод в горных породах, возникающих под влиянием гравитационных сил, — ламинарный и турбулентный.

Движение подземных вод в пористых горных породах, как правило, протекает при ламинарном режиме, когда вода движется как бы в виде отдельных очень тонких слоев, не перемешивающихся друг с другом, а скорость движения оказывается пропорциональной градиенту напора. Французским гидравликом Дарси в 1856 г. на основании опытов по фильтрации в колонне, заполненной песком, был установлен закон фильтрации применительно к движению воды в пористой среде.

Закон Дарси связывает расход фильтрационного потока Q с площадью его поперечного сечения ω и градиентом напора i линейной зависимостью:

$$Q = k\omega i. \qquad (II.1)$$

Вводя понятие скорости фильтрации v, как расхода воды, протекающей через единицу площади поперечного сечения потока, найдем по закону Дарси:

$$v = \frac{Q}{\omega} ki. \qquad (II.1, a)$$

Отсюда можно определить коэффициент фильтрации как скорость фильтрации при градиенте напора $i = 1$.

При рассмотрении процесса фильтрации жидкостей с различными гидродинамическими свойствами целесообразно ввести понятие коэффициента проницаемости $k_{\text{п}}$, связанного с коэффициентом фильтрации соотношением:

$$k_{\text{п}} = k\frac{\eta}{\gamma} = k\frac{\nu}{g}; \quad \nu = \frac{\eta}{\varrho}, \qquad (II.2)$$

где η и ν — абсолютный и кинематический коэффициенты вязкости;
γ — объемный вес;
ϱ — плотность жидкости;
g — ускорение силы тяжести.

В физической системе единиц размерность $k_{\text{П}}$ выражается в квадратных сантиметрах. Более употребительной единицей проницаемости является дарси ($1\ д = 1{,}02 \cdot 10^{-8}\ см^2$). Для воды обычно можно приближенно считать проницаемость в 1 $д$, соответствующей коэффициенту фильтрации 1 *м/сутки*.

По данным Г. Н. Каменского и ряда других исследователей, линейный закон фильтрации применим с достаточной для практики точностью не только для мелкозернистых и крупных песков, но (в удалении от водозаборов) также для песчано-галечных образований и даже трещиноватых пород при действительных скоростях движения подземных вод до 1000 *м/сутки*. Следовательно, для решения гидрогеологических задач в большинстве случаев можно пользоваться линейным законом фильтрации.

В крупнообломочных и сильно трещиноватых породах сохраняется ламинарный режим движения воды, если она движется с малой скоростью, но при значительных скоростях этот режим нарушается и развивается турбулентное движение. В отличие от ламинарного, турбулентное движение характеризуется интенсивным перемешиванием частиц, последние движутся не в виде отдельных слоев, как при ламинарном движении, а по сложным и беспорядочным траекториям.

За пределами применимости закона Дарси наиболее удобна двучленная формула, в которой зависимость уклона от скорости фильтрации выражается в следующем виде [199, 203]:

$$i = Av + Bv^2. \qquad \text{(II. 3)}$$

Здесь A и B коэффициенты, определяемые экспериментально. При $B = 0$ формула (II. 3) преобразуется в формулу Дарси. При больших скоростях фильтрации можно пренебречь членом Av по сравнению с Bv^2; тогда формула (II. 3) получает вид, предложенный А. А. Краснопольским для турбулентного движения воды в проницаемых породах:

$$Q = k_k \omega \sqrt{i}\ , \qquad \text{(II. 4)}$$

где k_k — так называемый коэффициент турбулентной фильтрации, определяемый полевыми опытами.

По данным В. Н. Щелкачева [222], коэффициент $K_к$ определяется свойствами фильтрующей породы и не зависит от свойств фильтрующей жидкости. Разделив обе части уравнения на площадь поперечного сечения ω, получаем:

$$v = k_k \sqrt{i}. \qquad \text{(II. 4, } a\text{)}$$

Из уравнения (II. 4, a) видно, что при турбулентном движении скорость потока пропорциональна его уклону в степени 1/2. При

смешанном или переходном режиме от ламинарного к турбулентному иногда пользуются также формулой Смрекера:

$$v = k_C \sqrt[n]{i}, \qquad (II.5)$$

где k_C — коэффициент фильтрации, по Смрекеру;

n — величина, зависящая от характера потока и свойств грунта, изменяющаяся от 1 до 2.

Однако формула Смрекера не имеет теоретического обоснования и значительно менее универсальна, чем двучленная формула (II. 3).

Нарушение линейного закона фильтрации может происходить вблизи водозаборных сооружений, где при определенных условиях создаются большие уклоны и скорости фильтрации. Зона, где происходит отклонение от закона Дарси, обычно является и зоной нарушения естественного состояния грунта под влиянием его искусственного разрыхления и суффозионных процессов.

Критерием для установления верхней границы закона фильтрации Дарси служит значение безразмерного числа Рейнольдса (R_e). Выражение для числа Рейнольдса при фильтрации в пористых средах впервые предложил Н. Н. Павловский в следующем виде:

$$R_e = \frac{1}{0{,}75\,n + 0{,}23} \cdot \frac{v d_e}{\nu}, \qquad (II.6)$$

где n — пористость грунта;

d_e — действующий диаметр зерна;

v — средняя скорость фильтрации.

По экспериментальным данным Н. Н. Павловский установил, что верхнее критическое значение числа $R_{e_{кр}}$; при котором происходит нарушение линейного закона фильтрации, находится в пределах от 7,5 до 9.

Величину критической скорости фильтрации, соответствующей критическому числу Рейнольдса, можно определить из формулы:

$$v_{кр} = (0{,}75\,n + 0{,}23)\frac{\nu}{d_e} R_{e_{кр}}. \qquad (II.6, а)$$

В формуле Н. Н. Павловского за линейный параметр принят действующий диаметр частиц грунта, определение которого в неоднородных грунтах оказывается не вполне четким. В. Н. Щелкачев, учитывая это обстоятельство, заменил действующий диаметр через корень квадратный из коэффициента проницаемости и, произведя пересчеты данных Н. Н. Павловского, предложил определять число Рейнольдса по следующей формуле:

$$R_e = \frac{10}{n^{2,3}} \cdot \frac{v\sqrt{k_п}}{\nu}. \qquad (II.7)$$

Критические значения числа Рейнольдса, подсчитанные по формуле (II. 7), изменяются в пределах от 1 до 12. Преимущество фор-

мулы (II. 7) заключается в том, что число R_e можно определить не только для зернистых пород, но и для трещиноватых, пористость и проницаемость которых известны.

Кроме приведенных выше формул Павловского и Щелкачева, рядом авторов (Миллионщиков, Котяхов, Минский, Абдулвагабов и др.) были также предложены формулы, определяющие параметр Рейнольдса. Для каждой формулы давался довольно узкий диапазон изменений критического значения параметра Рейнольдса $R_{e_{кр}}$, определяющего верхнюю границу применимости закона фильтрации Дарси.

Подробный анализ всех исследований по определению верхней границы применимости закона фильтрации Дарси в пористой среде дан в работе В. Н. Щелкачева [222], в которой ряд выводов он основывал на опытах, выполненных А. И. Абдулвагабовым [1] для образцов пород с различными коэффициентами фильтрации — от 4 до 1700 *м/сутки*.

По результатам опытов А. И. Абдулвагабов обнаружил, что кратные значения величины $R_{e_{кр}}$ отличаются одни от других примерно в 400 раз. В. Н. Щелкачев делает из этого вывод; что во всех предложенных до сих пор формулах по определению числа Рейнольдса отсутствуют параметры, достаточно полно характеризующие структуру пористых сред. Он считает, что значений коэффициентов пористости и проницаемости для этой цели недостаточно.

Такой широкий диапазон изменения значений $R_{e_{кр}}$, соответствующих большому разнообразию свойств испытанных пород, можно разделить по интервалам, отвечающим однотипным пористым средам. Так, Абдулвагабов на основании проведенных им опытов подсчитал по формуле В. Н. Щелкачева интервалы критических значений параметра Рейнольдса для различных групп пористых сред: однородная дробь — 13—14; однородный крупнозернистый песок — 3—10; неоднородный мелкозернистый песок, преобладает фракция с диаметром зерен менее 0,1 *мм* — 0,034—0,24; сцементированный песчаник —0,05—1,4.

При неустановившемся режиме фильтрации к силам сопротивления принципиально должны также добавляться силы инерции, вследствие чего вместо закона Дарси (II. 1, *а*) можно пользоваться следующей зависимостью [17]:

$$\frac{v}{k} = i - \frac{1}{g} \cdot \frac{dv}{dt}. \qquad (II.8)$$

Однако обычно влиянием сил инерции можно пренебрегать [17, 168].

Существенный интерес для расчетов фильтрации через глинистые породы представляет собой так называемый начальный напорный градиент, под ним подразумевают значение такого градиента напора, начиная с которого происходит фильтрация через глинистые породы.

Существование начального градиента напора было подтверждено экспериментально работами С. А. Роза [171]. В его опытах наблюдалось увеличение коэффициента проницаемости породы при повышении напорного градиента выше начального. Это увеличение происходило до определенной для данной породы величины напорного градиента, выше которого коэффициент проницаемости оставался постоянным. Существование начального градиента напора в тонкозернистых породах Г. В. Дерягин [95, 96] и ряд других исследователей связывают с нахождением в тонкодисперсных породах диффузного и гидратного слоев воды, находящихся под влиянием твердых частиц породы.

Схема гравитационного движения воды в тонкодисперсных породах по М. А. Сунцову представляется в следующем виде. Гравитационное движение может начаться только при некоторой определенной величине напорного градиента (начального градиента), при котором действующая сила будет больше сопротивления диффузных перегородок, определяемого величиной их сдвиговой прочности. При дальнейшем увеличении градиента напора, когда сила движения воды будет превышать сопротивление сдвигу гидратного слоя, он также будет вовлечен в движение. В этом случае основной закон фильтрации рекомендуется принимать в следующем виде [168]:

$$v = k(i - i_{н}), \qquad (II.9)$$

где $i_{н}$ — начальный напорный градиент фильтрации, величина которого для плотных глин может достигать значений, измеряемых единицами и даже десятками.

§ 2. Общие уравнения фильтрационного потока при жестком режиме фильтрации

При жестком режиме фильтрации уравнение неразрывности для пространственного потока [17, 188] имеет следующий вид:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \qquad (II.10)$$

где v_x, v_y, v_z — компоненты скорости фильтрации.

Считая справедливым закон Дарси (II. 1, *а*), запишем выражения для компонентов скоростей:

$$v_x = -k_x \frac{\partial H}{\partial x};\ v_y = -k_y \frac{\partial H}{\partial y};\ v_z = -k_z \frac{\partial H}{\partial x}, \qquad (II.11)$$

где k_x, k_y, k_z — компоненты коэффициента фильтрации.

Подставляя выражения для компонентов скоростей в уравнение неразрывности, получим:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y \frac{\partial H}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k_z \frac{\partial H}{\partial z}\right) = 0. \qquad (II.12)$$

Для однородно-анизотропного грунта, когда величины k_x, k_y и k_z различны, но постоянны в данном направлении, уравнение (II. 12) принимает вид:

$$k_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0. \qquad \text{(II. 12, } a\text{)}$$

Для изотропного кусочнооднородного потока, когда $k_x = k_y = k_z = k$ (причем величина k меняется в пространстве скачкообразно), уравнение (II. 12) переходит в уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0. \qquad \text{(II. 13)}$$

В этом практически наиболее интересном случае напор H является гармонической функцией в области фильтрации. Уравнения неразрывности для жесткого режима фильтрации, впервые составленные Н. Е. Жуковским в 1889 г. [100], справедливы как для установившегося, так и для неустановившегося режима фильтрации.

Уравнение (II. 12, a) можно упростить [17], введя фиктивные ординаты y' и z':

$$y' = y\sqrt{\frac{k_x}{k_y}}\,; \quad z' = z\sqrt{\frac{k_x}{k_z}}\,. \qquad \text{(II. 14)}$$

Тогда

$$\frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial (y')^2} \cdot \frac{k_x}{k_y}\,; \quad \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial (z')^2} \cdot \frac{k_x}{k_z}\,; \qquad \text{(II. 14, } a\text{)}$$

при этом уравнение приходит к виду уравнения Лапласа:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial (y')^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial (z')^2} = 0. \qquad \text{(II. 14, } б\text{)}$$

Общие уравнения движения при нелинейном законе фильтрации рассмотрены С. А. Христиановичем [196].

Для плоского в вертикальном разрезе потока (в плоскости xz) $v_y = \text{const}$, так что уравнения неразрывности (II. 10) и Лапласа (II. 13) принимают вид:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \qquad \text{(II. 15)}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0. \qquad \text{(II. 16)}$$

Из уравнения (II. 15) следует, что существует приведенная функция тока $\bar{\psi} = \psi/k$:

$$v_x = -k\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z}\,; \quad v_z = -k\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x}\,. \qquad \text{(II. 17)}$$

Из сопоставления (II. 17) и (II. 11) получаем условия Даламбера, Эйлера (Коши — Римана):

$$\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} = \frac{\partial H}{\partial x}\,; \quad \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} = -\frac{\partial H}{\partial z}\,. \qquad \text{(II. 18)}$$

Эти уравнения свидетельствуют об ортогональности линий равного напора $H = \text{const}$ и линий тока, на которых $\bar{\psi} = \text{const}$. Найдя из (II. 18) вторые производные $\bar{\psi}$ по x и по z, видим, что функция $\bar{\psi}$ также удовлетворяет уравнению Лапласа.

Из теории функций комплексных переменных следует, что соблюдение условия Коши — Римана свидетельствует о связи комплексного потенциала $H + i\bar{\psi}$ с комплексной переменной $x + iz$. Эта связь лежит в основе широко применяемого метода конформных отображений [17, 159].

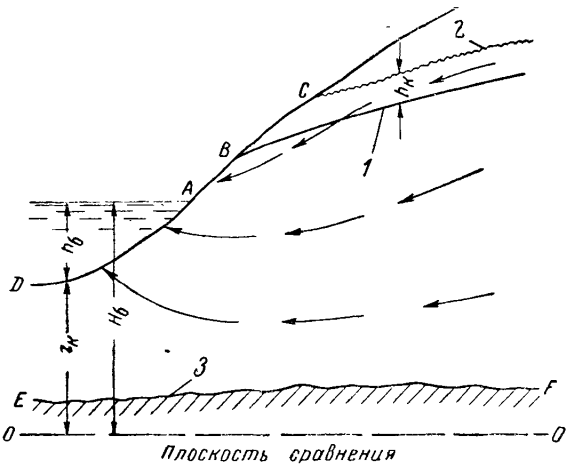


Рис. II. 1. Схема безнапорного потока

1 — кривая депрессии; *2* — поверхность капиллярной зоны; *3* — непроницаемая граница (водоупор)

Сформулируем теперь основные граничные условия, которым необходимо удовлетворить при решении дифференциальных уравнений фильтрационного потока.

Границы с водными бассейнами. При больших размерах водного бассейна (реки, водоема и т. п.) можно считать, что давление в нем распространяется по гидростатическому закону. Тогда в каждой точке какого-либо вертикального сечения контура бассейна AD напор будет иметь постоянную величину $H_б$, складывающуюся согласно (I. 1) из глубины бассейна $h_б$ и ординаты контура бассейна z_k (рис. II. 1), т. е.

$$H_б = h_б + z_k = \text{const}. \qquad \text{(II. 19)}$$

Следовательно, контур бассейна в вертикальном сечении является линией равного напора.

Непроницаемые границы EF являются линиями тока, поэтому вдоль них функция тока имеет постоянное значение, а градиент напора по нормали к этой границе равен нулю.

Свободная поверхность потока. Если пренебречь влиянием капиллярных сил, то свободная поверхность совпадет с кривой депрессии, на которой давление равно атмосферному p_a; обычно считается, что $p_a = 0$. Тогда из (I. 1) следует, что на свободной поверхности напор равен ее ординате относительно плоскости сравнения z, т. е.

$$H = z. \qquad \text{(II. 20)}$$

В условиях установившейся фильтрации и при отсутствии инфильтрации свободная поверхность также является линией тока.

Исследуя кинематику потока у свободной поверхности, П. Я. Полубаринова-Кочина [166, 167] показала, что кинематическое условие здесь имеет вид:

$$\frac{\mu}{k}\frac{\partial H}{\partial t}-\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{\partial H}{\partial z}\right)^2+\left(1+\frac{w}{k}\right)\frac{\partial H}{\partial z}-\frac{w}{k}=0. \qquad (II.21)$$

В частном случае установившейся фильтрации $\frac{\partial H}{\partial t}=0$.

Из (II. 21) получается условие Б. Б. Девисона [93]. Его можно записать также через компоненты скоростей фильтрации на свободной поверхности в следующем виде:

$$v_x^2+v_z^2+(k+w)\,v_z+kw=0. \qquad (II.22)$$

Величина w представляет собой интенсивность инфильтрации, т. е. расход воды, поступающей сверху через зону аэрации на единицу площади свободной поверхности потока. Заметим, что в случае испарения величину w в этих уравнениях следует принимать отрицательной.

Величина μ представляет собой изменение количества воды в порах при колебаниях свободной поверхности, отнесенное к объему грунта. При опускании свободной поверхности $\left(\frac{\partial H}{\partial t}<0\right)$ эта величина соответствует коэффициенту водоотдачи $\mu_в$, а при повышении свободной поверхности $\left(\frac{\partial H}{\partial t}>0\right)$ — коэффициенту недостатка насыщения $\mu_н$. Для величин $\mu_в$ и $\mu_н$ можно записать следующие формулы:

$$\mu_в = w_н - w_{ст} - w_в - w_{ммв}; \qquad (II.23)$$

$$\mu_н = w_н - w_е, \qquad (II.23,\,а)$$

где $w_н$ — влажность грунта в насыщенном водой состоянии (под свободной поверхностью);

$w_{ст}$ — влажность стыковой воды (в углах пор);

$w_{ммв}$ — максимальная молекулярная влагоемкость;

$w_е$ — влажность грунта в воздушно-сухом состоянии (над свободной поверхностью);

$w_в$ — относительное объемное содержание защемленного воздуха.

Для ориентировочной оценки величины $\mu_в$ в чистых однородных песчаных грунтах можно воспользоваться следующими данными:

d_{50}	0,1 *мм*	0,2 *мм*	0,5 *мм*
$\mu_в$	0,18	0,25	0,28

В супесчаных грунтах $\mu \cong 0{,}1-0{,}15$, а в суглинистых $\mu \cong$ $\sim 0{,}01-0{,}10$.

Сложнее обстоит дело, если учитывать наличие капиллярной зоны на свободной поверхности, поскольку в верхней части капиллярной зоны влажность изменяется по глубине [7, 168, 203]. В. В. Ведерников [63, 64] предложил учитывать это обстоятельство введением

активной высоты капиллярной зоны $h_к$, считая ее полностью водонасыщенной. В этом случае на свободной поверхности

$$\frac{p}{\gamma} = -h_k;\ H = z - h_k. \qquad (II.24)$$

Однако при неустановившейся фильтрации этот прием может оказаться слишком грубым и потребуется более подробный учет динамики капиллярной зоны [73, 203].

Участок высачивания. При подходе безнапорного потока к контуру стока (линии равного напора) свободная поверхность выходит на откос в точке B (в точке высачивания), расположенной несколько выше точки уреза воды A (см. рис. II. 1). Образуется участок высачивания, на котором в силу наличия нулевого (атмосферного) давления сохраняется условие (II. 20), причем величина z в данном случае представляет собой ординату поверхности откоса.

При учете капиллярных сил картина высачивания потока несколько осложняется. В этом случае в пределах капиллярной зоны поверхность откоса будет непроницаемой границей. Кроме того, как указывал Н. М. Герсеванов [82], за счет сил поверхностного натяжения может быть непроницаемой и зона участка высачивания в пределах высоты h_k. Однако эта зона будет, по-видимому, неустойчивой, поскольку при ее замачивании мениски будут порваны, и вода сможет просачиваться на откос.

В точке высачивания B кривая депрессии выходит по касательной к откосу, таким образом, здесь линия тока направлена вдоль откоса, а градиент напора равен синусу угла наклона откоса к горизонту. Более подробно картина потока вблизи откоса рассмотрена в работе [208].

§ 3. Уравнение планово-плоского безнапорного потока

Для вывода уравнения планово-плоского потока рассмотрим баланс бесконечно малого элемента потока с основанием $dx \cdot dy$ и высотой h на всю мощность пласта (рис. II. 2). В этот элемент за время dt попадают: расход $q_x dy$ — по оси x и расход $q_y dx$ — по оси y, которые, выходя из элемента, получают приращение соответственно $\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dy$ и $\frac{\partial q_y}{\partial y} dy dx$. Направление расходов принимаем положительным, если оно совпадает с направлением координатных осей. Кроме того, в элемент поступает инфильтрационный расход $w\, dx\, dy$. Разница поступающих и выходящих расходов определяет приращение объема воды в блоке, интенсивность которого определяется величиной $\mu \frac{\partial H}{\partial t} dx\, dy$. Следовательно, балансовое уравнение для рассматриваемого элемента имеет следующий вид:

$$q_x dy + q_y dx + w\, dx\, dy = q_x dy + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx\, dy + q_y dx + \\ + \frac{\partial q_y}{\partial y} dx\, dy + \mu \frac{\partial H}{\partial t} dx\, dy.$$

После сокращений получим уравнение неразрывности планового потока в форме:

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} + w. \qquad (II.25)$$

Для планово-плоского потока справедлива предпосылка Дюпюи о постоянстве в каждом вертикальном сечении горизонтальных градиентов напора, определяемых через уклоны свободной поверхности i_x и i_y, причем

$$i_x = -\frac{\partial H}{\partial x}; \quad i_y = -\frac{\partial H}{\partial y}, \qquad (II.26)$$

где H — напоры на свободной поверхности, равные, согласно (II.20), ее ординатам относительно плоскости сравнения напоров.

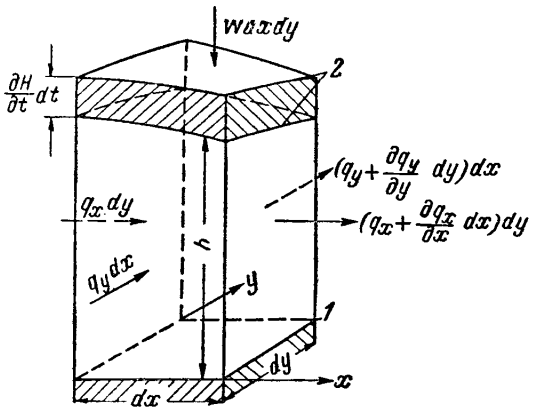


Рис. II. 2. Схема к выводу уравнения планового безнапорного потока

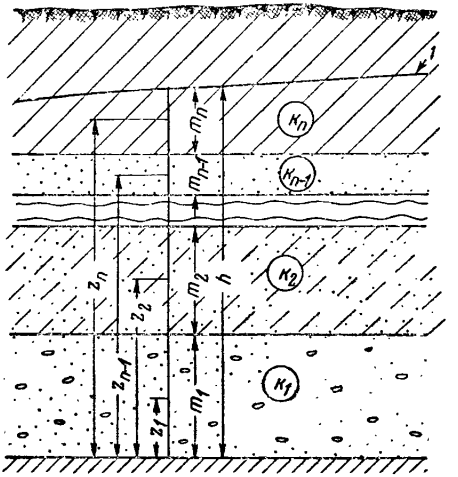


Рис. II. 3. Схема слоистого безнапорного потока

1 — кривая депрессии (свободная поверхность)

Следовательно, можно записать выражения для удельных расходов q_x и q_y:

$$q_x = Ti_x = -T\frac{\partial H}{\partial x}; \quad q_y = Ti_y = -T\frac{\partial H}{\partial y}, \qquad (II.26,a)$$

где T — проводимость потока в данном сечении; для неоднородного потока, состоящего в данном сечении из n слоев (рис. II.3) при мощности i-ого слоя, равной m_i, и при коэффициенте фильтрации k_i:

$$T = \sum_{i=1}^{n} k_i m_i = k_1 m_1 + \ldots + k_i m_i + \ldots + k_n m_n. \qquad (II.27)$$

Различие знаков у компонентов расходов и производных напора объясняется тем, что движение воды всегда происходит в сторону падения напоров.

Подставляя (II. 26, *а*) в (II. 25), получим общее уравнение планово-плоского потока [1]:

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(T \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T \frac{\partial H}{\partial y}\right) + w. \qquad \text{(II. 28)}$$

Уравнение (II. 28) является нелинейным, поскольку в общем случае проводимость T не только меняется в пространстве (в плоскости xy), но и находится в зависимости от изменений напора H (вернее, в связи с изменениями мощности потока). Для практического решения задач плановой неустановившейся фильтрации эффективной оказывается линеаризация уравнения (II. 28).

Наиболее простым приемом линеаризации уравнения (II. 28) является осреднение значений проводимости пласта T как в пространстве, так и во времени. Тогда уравнение (II. 28) может быть представлено в виде:

$$\frac{1}{a}\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{w}{T}; \; a = \frac{T}{\mu}. \qquad \text{(II. 29)}$$

Величину a, определяющую скорость изменения уровня потока во времени, можно называть коэффициентом уровнепроводности. Для однородного потока такой прием линеаризации был предложен Буссинеском [227].

Другой прием, предложенный Н. А. Багровым и Н. Н. Веригиным [66], представляет интерес для однородного по вертикали водоносного пласта на горизонтальном водоупоре в случае, когда $T = kh$ и можно принять, что $H = h$. Тогда уравнение (II. 28) принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(h \frac{\partial h}{\partial y}\right) + \frac{w}{k} = \frac{\mu}{k}\frac{\partial h}{\partial t}, \qquad \text{(II. 30)}$$

или

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2}\right) + \frac{w}{k} = \frac{\mu}{k}\frac{\partial h}{\partial t}. \qquad \text{(II. 30, } a\text{)}$$

Сделаем в уравнении (II. 30, *а*) преобразование:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{2h}\frac{\partial h^2}{\partial t} \qquad \text{(II. 30, } б\text{)}$$

и введем далее функцию $U = 0{,}5\, h^2$. Тогда уравнение (II, 30, *а*) примет вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{w}{k} = \frac{\mu}{kh} \cdot \frac{\partial U}{\partial t}. \qquad \text{(II. 30, } в\text{)}$$

---

[1] Для однородного потока такое уравнение впервые было получено Буссинеском [227].

Осредняя далее величину h в правой части уравнения (II. 30, *в*), получим линейное уравнение:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{w}{k} = \frac{1}{a}\frac{\partial U}{\partial t}, \qquad \text{(II. 31)}$$

где коэффициент уровнепроводности

$$a = \frac{k h_{ср}}{\mu}. \qquad \text{(II. 31, } a\text{)}$$

Величина $h_{ср}$ — это средняя глубина потока, которую следует выбирать в зависимости от условий формирования потока [4, 219]. При монотонном изменении уровней на границах хорошие результаты дает, например, определение величины $h_{ср}$ как среднего значения между глубинами потока в расчетном сечении на начальный и расчетный моменты времени.

Распространение такого приема на случай горизонтально-слоистого пласта, когда в уравнении (II. 28)

$$T\frac{\partial H}{\partial x} = \int_0^h k\frac{\partial H}{\partial x}dz; \quad T\frac{\partial H}{\partial y} = \int_0^h k\frac{\partial H}{\partial y}dz, \qquad \text{(II. 32)}$$

можно произвести, вводя функцию (потенциал) Гиринского G [17]:

$$G = \int_0^h k(z)(h - z)\,dz. \qquad \text{(II. 33)}$$

Практически определение функции Гиринского для пласта, состоящего из n слоев (см. рис. II. 3), производится по формуле:

$$G = \sum_{i=1}^{n} k_i m_i (h - z_i) = k_1 m_1 (h - z_1) + \ldots + k_i m_i (h - z_i) + \ldots + k_n m_n (h - z_n), \qquad \textbf{(II. 33, } a\textbf{)}$$

где z_i — расстояние от центра тяжести i-ого слоя до водоупора.

Поскольку

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \int_0^h k\frac{\partial H}{\partial z}dz; \quad \frac{\partial G}{\partial y} = \int_0^h k\frac{\partial H}{\partial y}dz; \quad \frac{\partial G}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t}\int_0^h k dz = k_{ср} h\frac{\partial h}{\partial t}, \qquad \text{(II. 33, } б\text{)}$$

где $k_{ср}$ — средневзвешенное значение коэффициента фильтрации, то, подставляя (II. 33, *б*) в (II. 28), с учетом (II. 32), и заменяя

$k_{ср}h$ осредненным значением проводимости T; при $w = 0$ получим уравнение:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial G}{\partial t}, \quad a = \frac{T}{\mu}, \tag{II. 34}$$

которое является линейным относительно функции Гиринского G.

Уравнение (II. 28) заметно осложняется в тех случаях, когда величина w существенно зависит от глубины уровня грунтовых вод. Особенно четко такая зависимость проявляется при отрицательном значении w, т. е. при наличии испарения. На рис. II. 4 приведены типовые графики зависимости относительной интенсивности испаре-

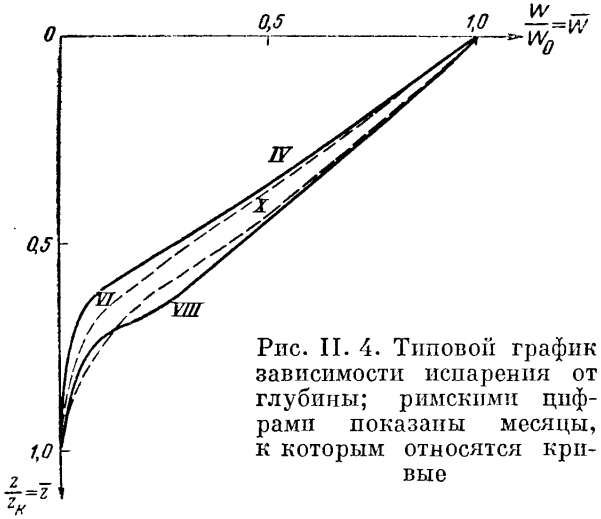


Рис. II. 4. Типовой график зависимости испарения от глубины; римскими цифрами показаны месяцы, к которым относятся кривые

ния $\bar{w} = \left|\frac{w}{w_0}\right|$ от относительной глубины уровня грунтовых вод $\bar{z} = z/z_k$ (здесь w_0 — интенсивность испарения на поверхности земли, а z_k — критическая глубина грунтовых вод, при которой $w = 0$). Следует иметь в виду, что

$$z = z_0 - H, \tag{II. 35}$$

где z_0 — ординаты поверхности земли относительно плоскости сравнения.

Зная зависимость $w\ (z)$, можно составить зависимость $w\ (H)$ и использовать ее в уравнении (II. 35). Для приближенных аналитических исследований С. Ф. Аверьянов [10] предложил параболическую зависимость следующего вида:

$$w = -w_0\left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^n, \tag{II. 36}$$

где n меняется от 1 до 3.

Принципиально довольно сложна также и природа водоотдачи или насыщения пород в зоне колебаний свободной поверхности грунтовых вод, что сказывается на расчетном значении μ. Существенную роль при этом играют закономерности фильтрации в капиллярной зоне, определяющие зависимость величины μ как от скорости, так и от ускорения колебаний свободной поверхности [73, 151, 243]. Кроме того, величина μ может меняться в зависимости от строения зоны аэрации, однако этот фактор обычно вообще не учитывается, поскольку остаются неясными и характер этой зависимости, и способы ее изучения в реальных условиях.

§ 4. Уравнение упругого режима фильтрации

Упругий режим фильтрации возникает при изменении нагрузки на водоносный пласт, происходящей, например, в результате изменения напора (уровня) воды или за счет изменения внешней нагрузки на пласт. Упругий режим фильтрации особенно резко проявляется в напорных горизонтах (хотя принципиально он имеет место и в безнапорных горизонтах). Основы теории упругого режима разобраны в трудах Джекоба [240] и В. Н. Щелкачева [220].

Рассмотрим вывод планового уравнения упругого режима фильтрации в напорном пласте с учетом изменения давлений (напряжений) p_k на кровле пласта.

Выделим бесконечно малый элемент потока с основанием $dx\,dy$ и высотой на всю мощность пласта m (рис. II. 5). Количество (весовое) воды в этом элементе dW определится выражением:

$$dW = W_0\,dx\,dy,\quad W_0 = \gamma nm, \qquad (II.37)$$

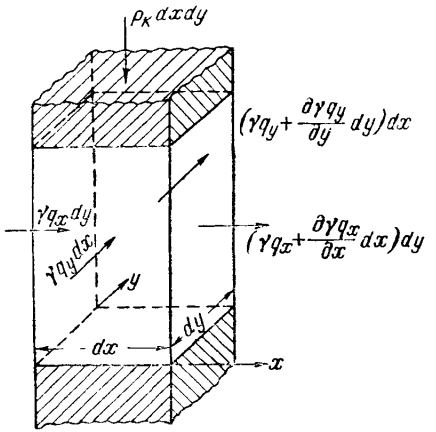


Рис. II. 5. Схема к выводу планового уравнения упругого режима фильтрации в напорном пласте

где W_0 — количество воды, содержащееся в элементе потока единичной площади в плане;

n — пористость грунта, связанная с коэффициентом пористости ε соотношением $n = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}$;

γ — объемный вес воды.

Очевидно, что изменение этого количества воды во времени

$$\frac{\partial W_0}{\partial t}\,dx\,dy = \frac{\partial}{\partial t}\left(\gamma\,\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\,m\right)dx\,dy. \qquad (II.38)$$

Поскольку в рассматриваемом элементе величина $\frac{m}{1+\varepsilon}$ представляет собой объем скелета грунта, который считается неизмен-

ным, то эту величину можно вынести за знак дифференцирования:

$$\frac{\partial W_0}{\partial t} = \frac{m}{1+\varepsilon} \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\gamma\varepsilon) = \frac{m}{1+\varepsilon}\left(\varepsilon \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right). \qquad (II.39)$$

Свяжем далее изменение объемного веса жидкости γ и коэффициента пористости ε с изменениями давления жидкости.

Согласно закону Гука, для воды:

$$E \frac{d\gamma}{\gamma} = dp, \qquad (II.40)$$

где p — давление в воде;

E — модуль упругости воды.

Закон компрессии грунта запишем в виде, принятом в механике грунтов:

$$d\varepsilon = -a_v dp_c, \qquad (II.41)$$

где p_c — давление, передаваемое на скелет грунта;

a_v — коэффициент сжимаемости (уплотнения) грунта.

Заметим теперь, что

$$dp = \gamma\, dH; \; dp_c = -\gamma\, dH + dp_h, \qquad (II.42)$$

где H — напор в рассматриваемом элементе.

Подставляя уравнения сжимаемости (II. 40) и (II. 41) в (II. 39), с учетом (II. 42), получим следующее выражение для $\frac{\partial W_0}{\partial t}$:

$$\frac{\partial W_0}{\partial t} = \frac{m}{1+\varepsilon}\left(\frac{\varepsilon\gamma^2}{E}\frac{\partial H}{\partial t} + \gamma^2 a_v \frac{dH}{dt} - \gamma a_v \frac{\partial p_h}{\partial t}\right) =$$

$$= \gamma\mu_{упр}\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\gamma m a_v}{1+\varepsilon}\cdot\frac{\partial p_h}{\partial t}. \qquad (II.43)$$

Здесь коэффициент упругой емкости (отдачи) пласта $\mu_{упр}$ определяет собой изменение объема воды в элементе пласта единичной площади в плане, отнесенное к изменению напора [60], и имеет выражение:

$$\mu_{упр} = \frac{\gamma m}{1+\varepsilon}\left(\frac{\varepsilon}{E} + a_v\right). \qquad (II.44)$$

Уравнение баланса воды в данном случае будет иметь следующий вид:

$$\gamma q_x dy + \gamma q_y dx = \left[\gamma q_x + \frac{\partial}{\partial x}(\gamma q_x)dx\right]dy +$$

$$+ \left[\gamma q_y + \frac{\partial}{\partial y}(\gamma q_y)dy\right]dx + \frac{\partial W_0}{\partial t}dx\,dy;$$

или после сокращений

$$\frac{\partial W_0}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\gamma q_x) - \frac{\partial}{\partial y}(\gamma q_y), \qquad (II.45)$$

где q_x и q_y — компоненты расхода фильтрационного потока, определяемые по формулам Дюпюи (II.26, *а*).

Величина коэффициента фильтрации k, а следовательно и проводимость пласта T, вообще говоря, является функцией ε, но для песчаных грунтов этой зависимостью обычно можно пренебречь и считать величину T постоянной [1].

Имея также в виду уравнение (II. 40), получим:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\gamma q_x) = -\gamma\frac{\partial q_x}{\partial x} - q_x\frac{\partial \gamma}{\partial x} = T\gamma\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + T\frac{\gamma^2}{E}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2. \quad \text{(II. 46)}$$

Пренебрегая последним членом выражения (II. 46) в силу его малости, запишем уравнение (II. 44) в виде:

$$\frac{\partial W_0}{\partial t} = \gamma T\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right). \quad \text{(II. 47)}$$

Приравнивая правые части уравнений (II. 43) и (II. 47), получим следующее уравнение упругого режима фильтрации:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right) + \frac{\alpha}{\gamma}\frac{\partial p_k}{\partial t}; \quad \text{(II. 48)}$$

где коэффициент пьезопроводности a и параметр передачи давления α определяются выражениями: [2]

$$a = \frac{T}{\mu_{\text{упр}}} = \frac{k(1+\varepsilon)}{\gamma\left(a_v + \frac{\varepsilon}{E}\right)}, \quad \alpha = \frac{a_v}{a_v + \frac{\varepsilon}{E}}. \quad \text{(II. 49)}$$

Величина коэффициента пьезопроводности принципиально зависит от знака изменения давления [27].

Уравнение упругого режима оказывается совпадающим с уравнением (II. 29) для безнапорного неустановившегося потока, если заменить $\mu_{\text{упр}}$ на μ и $\frac{\alpha}{\gamma a}\cdot\frac{\partial p_k}{\partial t}$ на $\frac{w}{T}$.

Аналогичное уравнение можно получить для случая, когда имеет место взаимодействие рассматриваемого водоносного пласта с соседними через слабопроницаемые раздельные слои (рис. II. 6):

$$\mu_{\text{упр}}\frac{\partial H}{\partial t} = T\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right) + \frac{m a_v}{1+\varepsilon}\frac{\partial p_k}{\partial t} + k' i_z' - k'' i_z'', \quad \text{(II. 50)}$$

где i_z' и i_z'' — градиенты напора в верхнем и нижнем раздельных слоях по оси z на контакте с рассматриваемым водоносным пластом.

В общем случае эти напоры определяются с учетом упругого режима фильтрации в раздельных слоях [215, 232]. Если же этим фак-

---

[1] Методика учета изменения T за счет изменения нагрузки на пласт рассматривается в работе [150].

[2] В. Н. Щелкачев [221] приводит несколько иное выражение для коэффициента пьезопроводности, в котором вместо коэффициента уплотнения α_v вводится коэффициент упругой сжимаемости.

тором пренебречь, то приходим к схеме Н. К. Гиринского — А. Н. Мятиева [17, 168], согласно которой можно считать:

$$i'_z = \frac{H_1 - H}{m'}; \quad i''_z = \frac{H - H_2}{m''}. \tag{II.51}$$

Тогда уравнение (II. 50) примет вид:

$$\frac{1}{a}\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} - \frac{\alpha}{a\gamma}\frac{\partial p_k}{\partial t} + b_1^2(H_1 - H) + b_2^2(H_2 - H), \tag{II.52}$$

где

$$b_1 = \sqrt{\frac{k'}{Tm'}}; \quad b_2 = \sqrt{\frac{k''}{Tm''}}. \tag{II.52, а}$$

Следует отметить, что до настоящего времени не существует четкого представления о характере процессов фильтрации в весьма слабопроницаемых раздельных слоях. Так, неясна справедливость закона Дарси, поскольку в слабопроницаемых грунтах закон фильтрации может иметь более сложный характер, причем наблюдается даже появление начального градиента фильтрации, необходимого для преодоления сил взаимодействия частиц воды и породы (см. § 1 главы второй). Вместе с тем нельзя утверждать, что эти наблюдения прямо приложимы к изучению процесса фильтрации в слабопроницаемых пластах естественного сложения, поскольку последние имеют значительную микро- и макронеоднородность. Существенную микронеоднородность слабопроницаемых слоев отмечал, например, Н. А. Огильви по данным массовых определений проницаемости [154]. Влияние макронеоднородности отчетливо проявляется, если сравнить проницаемость, определяемую по лабораторным опытам на образцах ненарушенной структуры и по данным полевых опытно-фильтрационных работ (последние обычно получаются значительно больше). Кроме того, при изучении региональной фильтрации зачастую решающее значение могут иметь так называемые «гидрогеологические окна».

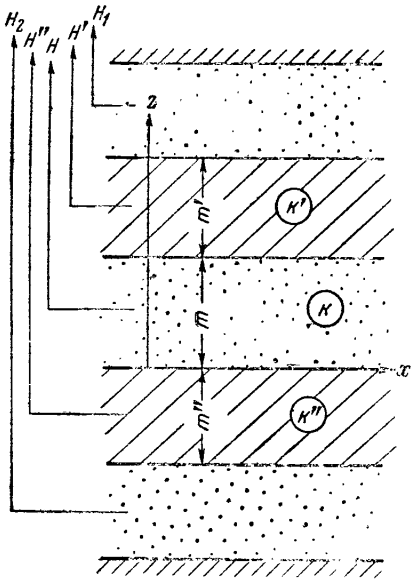


Рис. II. 6. Схема взаимодействующих водоносных пластов

Режим взаимодействующих горизонтов может также заметно осложняться за счет влияния изменения давления на кровлю пласта под воздействием внешних факторов [219]. Это обстоятельство может, в частности, привести к проявлению «псевдосвязи» напорных

горизонтов с поверхностными и грунтовыми водами, поскольку изменение уровней поверхностных и грунтовых вод вызывает соответствующие изменения давления на кровлю нижележащих напорных пластов, которые в свою очередь влекут за собой изменения напоров воды в напорных горизонтах. Отсюда следует, что изменения напоров в напорных горизонтах могут происходить при полном отсутствии гидравлической взаимосвязи напорных горизонтов с поверхностными и грунтовыми водами.

Некоторые конкретные проявления режима «псевдосвязи», возникающего при изменении внешнего давления на кровлю пласта, зафиксированы натурными наблюдениями. Так, например, наблюдаются понижения напоров в напорных горизонтах при разработке расположенных над ними котлованов, почти синхронные колебания уровней напорных подземных вод и атмосферного давления [225, 239], влияние приливов и отливов морей на изменения напоров в нижележащих горизонтах [221], связь между поливами и режимом напорных вод [183], зависимость колебаний уровней подземных вод от прохождения поездов [239] и т. п.

Вместе с тем оказывается, что глубокие водоносные горизонты не всегда реагируют на изменения уровней в реках; здесь, по-видимому, существенную роль может играть жесткость всех покровных слоев, которая приводит к существенному перераспределению давления. Поэтому при дальнейших исследованиях динамики подземных вод в напорных пластах в связи с изменением внешних нагрузок следует поставить вопрос о необходимости учета напряженного состояния всего комплекса водоносных горизонтов и раздельных слоев.

§ 5. Конечно-разностные уравнения плановой фильтрации

Конечно-разностные уравнения плановой фильтрации можно использовать при численных расчетах в сложных условиях; они являются основой и для построения теории сеточных интеграторов (см. главу пятую).

Для вывода конечно-разностного уравнения весь поток разбиваются на отдельные блоки [1] (как правило, эта разбивка производится системой ортогональных плоскостей), а весь объем воды, содержащейся в блоке, как бы сосредоточивается в его центре. Выделим один из таких блоков и рассмотрим баланс воды в его пределах. С каждой стороны в этот блок приходит фильтрационный расход Q_i, причем

$$Q_i = \frac{H_i^0 - H^0}{\Phi_i}, \qquad (II.53)$$

[1] Вывод конечно-разностного уравнения приведем в наиболее ясной физической форме, следуя Г. Н. Каменскому [104, 108], хотя эта форма критикуется в математической литературе [176], поскольку она осложняет анализ точности уравнения.

где H_i^0 — напор в соседнем блоке (очевидно, что для планового потока i принимает значения 1; 2; 3; 4);

H^0 — напор в расчетном блоке;

Φ_i — фильтрационное сопротивление между соседним i-ым и расчетным блоками.

При этом

$$\Phi_i = \frac{l_i}{T_i B_i}, \tag{II.54}$$

где l_i — расстояние между центрами i-ого и расчетного блоков;

B_i и T_i — средняя ширина блока (в плане) и средняя проводимость потока между центрами i-ого и расчетного блоков.

Кроме того, в блок поступает инфильтрационный поток Q_w:

$$Q_w = w_i F_i, \tag{II.55}$$

где F_i — площадь горизонтального сечения блока.

На баланс блока могут влиять внутренние источники питания стока (скважины, дрены, каналы и т. п.); забираемый ими расход обозначим через $Q_б$.

Балансовое уравнение составим исходя из того, что суммарное поступление воды в блок за время Δt с четырех сторон (т. е. при $i = 1; 2; 3$ и 4) компенсируется изменением его объема при повышении уровня в центре блока на величину ΔH:

$$\left(\sum_{i=1}^{4} Q_i + Q_w + Q_б\right)\Delta t = C_i \Delta H, \tag{II.56}$$

где C — так называемая емкость блока, которая представляет собой изменение объема воды в блоке при изменении уровня в нем на 1 *м*;

$$C_i = \mu F_i. \tag{II.57}$$

Подставляя в балансовое уравнение (II. 56) приведенные выше выражения для составляющих его членов, получим конечно-разностное уравнение в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{H_i^0 - H^0}{\Phi_i} + w_i F_i + Q_{вн} = C_i \frac{\Delta H}{\Delta t}, \tag{II.58}$$

где сопротивления Φ_i и емкость блока C_i выражаются согласно (II. 54) и (II. 57).

Для численных расчетов уравнение (II. 58) непосредственно применимо при постоянных (независящих от H) параметрах F_i, w_i, $Q_б$, C_i; в противном случае его целесообразно несколько модифицировать.

Так, для горизонтально-однородного безнапорного потока, когда $T = kh$, расходы Q_i вместо выражения (II. 53) целесообразно определять по формуле:

$$Q_i = \frac{(h_i^0)^2 - (h^0)^2}{2\Phi_{б\,i}}, \qquad (II.59)$$

где h_i^0 и h^0 — глубины потока в соседнем (i-ом) и расчетном блоках.

Сопротивление $\Phi_{б,\,i}$ такого потока вместо (II. 54) можно выразить посредством

$$\Phi_{б\,i} = \frac{l_i}{k_i b_i}, \qquad (II.59,\ a)$$

где k_i — средний коэффициент фильтрации между центрами соседнего и расчетного блоков.

Тогда уравнение (II. 58) примет вид:

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{(h_i^0)^2 - (h^0)^2}{2\Phi_{б\,i}} + w_i F_i + Q_б = C_i \frac{\Delta h}{\Delta t}. \qquad (II.60)$$

Для однородного потока при равномерной разбивке $l_i = B_i = \Delta x$; $F_i = (\Delta x)^2$, и уравнение (II. 58) принимает вид:

$$\sum_{i=1}^{4} H_i^0 - 4H^0 + \frac{w(\Delta x)^2 + Q_б}{T} = \frac{\mu(\Delta x)^2}{T\,\Delta t} \cdot \Delta H. \qquad (II.61)$$

Если положить, что

$$\frac{\mu(\Delta x)^2}{T\,\Delta t} = 4 \qquad (II.62)$$

и иметь в виду, что $\Delta H = H - H^0$, где H — уровень в расчетном блоке через момент Δt, то уравнение примет вид:

$$H = H_{i\,(ср)}^0 + \left(\frac{w}{\mu} + \frac{Q_б}{\mu(\Delta x)^2}\right) \Delta t, \qquad (II.63)$$

где $H_{i\,(ср)}^0$ — среднеарифметическое значение из уровней H_i^0 в соседних блоках.

Для одномерного в плане потока переменной ширины (рис. II. 7, *а*) уравнение (II. 58) принимает вид:

$$\frac{H_{i-1}^0 - H^0}{\Phi_{i-1}} + \frac{H_{i+1}^0 - H^0}{\Phi_{i+1}} + w_i B_i l_i + Q_б = \mu B_i l_i \frac{\Delta H}{\Delta t}, \qquad (II.64)$$

причем

$$\Phi_{i-1} = \frac{l_{i-1}}{T_{i-1} B_{i-1}}; \quad \Phi_{i+1} = \frac{l_{i+1}}{T_{i+1} B_{i+1}}, \qquad (II.64,\ a)$$

где l_{i-1}, l_{i+1} — расстояния до центра расчетного блока от центров блоков $i-1$ и $i+1$;

T_{i-1}, T_{i+1}; B_{i-1}, B_{i+1} — средние значения проводимости и ширины потока между расчетным и соответствующим соседним блоком.

Для линейного в плане однородного потока (рис. II. 7, *б*) $B_{i-1} = B_i = B_{i+1} = 1$ *м*; $T_{i+1} = T_{i-1} = T$ и при равномерной раз-

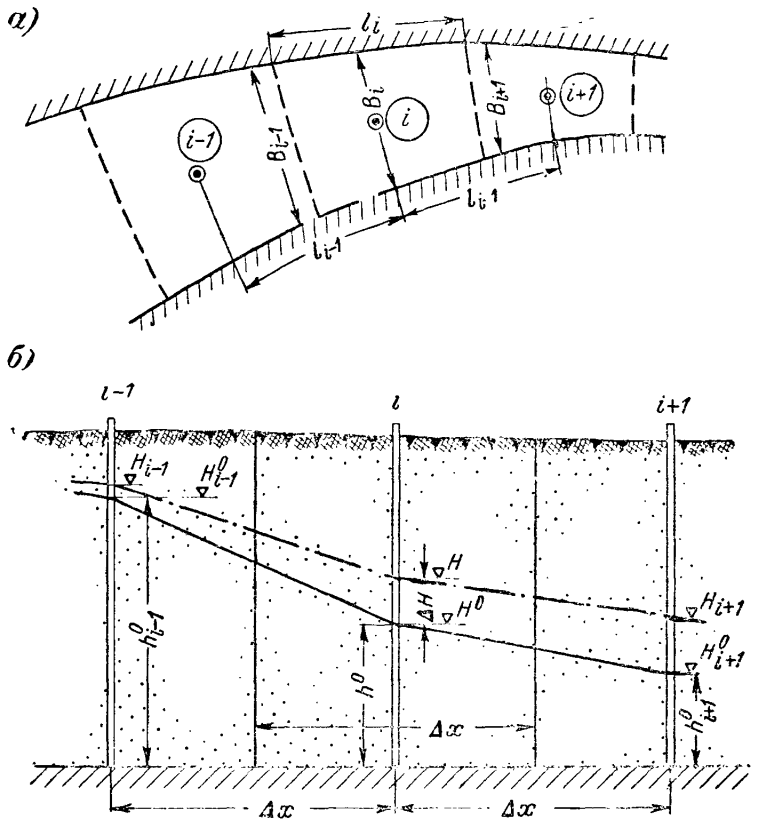


Рис. II. 7. Разбивка потока для вывода конечно-разностных уравнений

а — план потока переменной ширины; *б* — разрез по потоку при равномерной разбивке

бивке, когда $l_{i-1} = l_{i+1} = \Delta x$, уравнение (II. 64) принимает вид:

$$T\,\frac{H^0_{i-1}+H^0_{i+1}-2H^0}{\Delta x} + w\,\Delta x + Q_б = \mu\,\Delta x\,\frac{\Delta H}{\Delta t}, \qquad \text{(II. 65)}$$

или

$$\Delta H = \frac{T\,\Delta t}{\mu\,(\Delta x)^2}\left(H^0_{i+1}+H^0_{i-1}-2H^0\right) + \frac{w\,\Delta t}{\mu} + \frac{Q_б\,\Delta t}{\mu\,\Delta x}. \qquad \text{(II. 65, } a\text{)}$$

Если положить

$$\frac{\mu(\Delta x)^2}{T\,\Delta t} = \frac{(\Delta x)^2}{a\,\Delta t} = 0{,}5, \qquad \text{(II. 66)}$$

то уравнение (II. 65, *а*) примет вид:

$$H_i = \frac{H^0_{i-1} + H^0_{i+1}}{2} + \frac{w\,\Delta t}{\mu} + \frac{Q_б\,\Delta t}{\mu\,\Delta x}. \qquad \text{(II. 67)}$$

При отсутствии внутренних источников питания и стока напор в расчетном блоке определяется как среднеарифметическое из напоров в соседних блоках.

Соотношения (II. 62) и (II. 66) были рекомендованы Г. Н. Каменским [104, 108] как упрощающие расчет; Н. Н. Биндеман путем численного анализа показал [4], что эти соотношения дают устойчивые решения конечно-разностных уравнений. Строгое математическое доказательство этого положения дал И. Г. Петровский [160]. Численный анализ вопросов устойчивости нелинейного уравнения (II. 60) проведен Н. Н. Биндеманом [4].

В случаях, когда в пределах расчетного блока располагаются скважины, дрены и т. п., непосредственное применение конечно-разностных уравнений осложняется в связи с резкой деформацией потока вблизи этих сооружений. Постановку такой задачи можно существенно упростить, если использовать идеи метода фильтрационных сопротивлений [213], позволяющие связать средний (расчетный) уровень воды в блоке H с уровнем в скважинах или дренах $H_д$. В общем виде эта связь имеет вид:

$$H - H_д = Q_б \Phi^0, \qquad \text{(II. 68)}$$

где $Q_б$ — общий расход воды, забираемой скважинами или дренами в этом блоке;

Φ^0 — дополнительное сопротивление, определяемое характером и расположением дрен и скважин в блоке.

Так, например, при наличии в квадратном блоке размером Δx одной скважины радиуса $r_с$ величина Φ^0 определяется по формуле:

$$\Phi^0 = \frac{1}{2\pi T_б}\left(\ln\frac{\Delta x}{r_с} - 1{,}6\right). \qquad \text{(II. 69)}$$

где $T_б$ — расчетная проводимость потока в блоке.

Эта зависимость построена, исходя из предпосылки о радиальном характере потока в пределах блока со скважиной [189, 218, 219], в связи с чем эти блоки лучше делать квадратной формы, совмещая их центры с местом положения скважины.

Той же формулой можно пользоваться при наличии в блоке нескольких скважин, равномерно отстоящих друг от друга, с одинаковым понижением уровня воды. В этом случае надо только заменить радиус скважины $r_с$ радиусом эквивалентного колодца $r_к$, равным среднегеометрическому расстоянию от какой-либо одной скважины

до всех остальных. Более подробно применение метода сопротивлений для таких расчетов излагается в главе пятой применительно к построению сеточных моделей.

Полученная связь H и $H_д$ должна рассматриваться совместно с конечно-разностными уравнениями.

Порядок решения этих уравнений зависит от режима работы скважин и дрен. Если, например, заданным является дебит скважин, то расчет можно вести по приведенным выше конечно-разностным уравнениям при $Q_б$, равном суммарному дебиту скважин в пределах блока, а по уравнению (II. 68) при известных $\bar{H}_i$ и $Q_б$ может быть проверен уровень воды в скважинах $H_с = H_д$. Если же заданным является уровень воды в скважинах или дренах $H_д$, то расход блока $Q_б$ предварительно должен быть определен по формуле (II. 68) при $H = H^0$, определенном на начало расчетного интервала времени Δt. Однако в этом случае точнее зависимость (II. 68); использование при H заданном на конец интервала Δt приводит к более сложным зависимостям, поскольку из системы уравнений предварительно требуется исключить расход $Q_б$ [215, 219].

§ 6. Фильтрация вод, неоднородных по составу

Вопросы фильтрации вод, неоднородных по составу, возникают при изучении взаимодействия пресных подземных вод с солеными водами морей [168, 253], формирования линз пресных вод [137], фильтрации естественных растворов [178], загрязнения подземных вод [211] и т. п.

При решении этих вопросов прежде всего необходимо определить расчетный напор (потенциал) фильтрационного потока с учетом изменения плотности воды. Губберт [238] предложил пользоваться понятием силового потенциала φ, причем

$$\varphi = gz + \int_{p_0}^{p} \frac{dp}{\varrho}, \qquad \text{(II. 70)}$$

ϱ — плотность жидкости;
p — давление в расчетной точке;
p_0 — давление в выбранной точке сравнения давлений.

Согласно (II. 70), величину приведенного (расчетного) напора H можно определить по формуле:

$$H = \frac{\varphi}{g} = z + \int_{p_0}^{p} \frac{dp}{\gamma}. \qquad \text{(II. 71)}$$

где γ — объемный вес воды.

Другое предложение, сформулированное А. И. Силиным-Бекчуриным [178] и обоснованное П. Я. Полубариновой-Кочиной,

заключается в том, что приведенный напор определяется по формуле:

$$H = \frac{1}{\gamma_0}\left(p + \int_{z_0}^{z} \gamma\, dz\right), \qquad (II.72)$$

где z_0 — отметка плоскости сравнения;

γ_0 — расчетный объемный вес воды, применительно к которому определяется коэффициент фильтрации.

По мнению А. Шайдеггера [203] выражения (II. 71) и (II. 72) одинаково гипотетичны и каких-либо преимуществ друг перед другом не имеют, хотя Губберт пытается доказать правильность выражения (II. 71) исходя из принципов термодинамики.

В отечественной гидрогеологической практике применяется выражение (II. 72) для приведенного напора. Для вычисления интеграла сил гравитации А. И. Силин-Бекчурин [178, 179] рекомендует выражение:

$$\int_0^z \gamma\, dz = \frac{\gamma+\gamma_0}{2}\, z, \qquad (II.73)$$

где γ_0 — объемный вес воды на плоскости сравнения;

γ — объемный вес воды в данной точке с ординатой z относительно плоскости сравнения.

А. И. Силин-Бекчурин указывает, что для однозначности определения приведенного напора [1] плоскость сравнения надо проводить так, чтобы она всюду проходила через слои с водой одного и того же объемного веса.

В работах [40, 102] показано, что такое определение интеграла сил гравитации является слишком грубым, и предлагается его определять, разбивая интервал интегрирования z на ряд участков Δz_i, расположенных между отдельными наблюдательными скважинами:

$$\int_0^z \gamma\, dz = \frac{\gamma_0+\gamma_1}{2}\Delta z_1 + \frac{\gamma_1+\gamma_2}{2}\Delta z_2 + \ldots + \frac{\gamma_{n-1}+\gamma_n}{2}\Delta z_n. \qquad (II.74)$$

К этому следует добавить, что в данном случае отсчет напоров следует проводить не от плоскости, а от точки сравнения напоров (нулевой точки), начиная от которой ведется определение интеграла сил гравитации. При этом точку сравнения принципиально можно выбрать в любом месте пласта, не нарушая однозначности определения приведенного напора (если только эта однозначность вообще существует, что по мнению А. Шейдеггера пока еще строго не доказано [203]).

В ряде случаев (например, при анализе режима линз пресных вод) можно считать, что поток состоит из двух областей — соленых

[1] А. И. Силин-Бекчурин оперирует с понятием приведенного давления.

и пресных вод — с резкой границей между ними. В этом случае, проводя плоскость сравнения так, чтобы она рассекла границу раздела областей, в силу постоянства объемного веса в каждой из них ($\gamma_{пр}$ для пресных вод и $\gamma_{сол}$ — для соленых) и принимая, например, $\gamma_0 = \gamma_{пр}$, на основании (II. 72) запишем приведенные напоры $H_{пр}$ и $H_с$ в областях пресных и соленых вод в следующем виде [199, 200]:

$$H_{пр} = \frac{p}{\gamma_{пр}} + z; \quad H_с = \frac{1}{\gamma_{пр}}(p + \gamma_{сол} z). \qquad (II. 75)$$

Формирование неоднородного по составу фильтрационного потока осложняется миграцией растворов. Основными процессами, определяющими характер миграции растворов в горных породах, являются молекулярная и фильтрационная диффузии, сорбция растворов и изменение проницаемости пласта при взаимодействии раствора с породой.

Процессы молекулярной диффузии в песчаных грунтах рассматривал И. Клинкенберг [242], показавший, что в пористой среде диффузия развивается по тем же закономерностям, что и в свободной среде, но с иным коэффициентом диффузии $D_{мг}$, определяемым выражением:

$$D_{мг} = \chi n_0 D_м, \qquad (II. 76)$$

где $D_м$ — коэффициент молекулярной диффузии в свободной среде
n_0 — активная пористость грунта;
χ — параметр, характеризующий извилистость пути движения частицы в пористой среде; по результатам опытов Клинкенберга для несцементированных песков $\chi = 0{,}5—0{,}7$, а для сцементированрых $\chi = 0{,}25—0{,}5$.

Процессы фильтрационной диффузии обусловливаются наложением молекулярной диффузии на гидравлическое (конвективное) перемешивание раствора в порах грунта, вызываемое неравномерностью скоростей в порах грунта при фильтрации. Ряд исследований [251, 255] показывает, что процессы фильтрационной диффузии описываются теми же зависимостями, что и процессы молекулярной диффузии, однако коэффициент фильтрационной диффузии зависит от величины и направления скорости фильтрации.

Можно считать практически справедливым следующее выражение для коэффициента фильтрационной диффузии $D_ф$ [20, 25]:

$$D_ф = D_{мг} + \bar{D}v, \qquad (II. 77)$$

где v — скорость фильтрации:
$\bar{D}$ — коэффициент, зависящий от вида грунта и направления фильтрационного потока.

Величина $\bar{D}$ имеет размерность длины, что дает основание считать ее пропорциональной диаметру зерен грунта, причем коэффициент пропорциональности оказывается равным примерно 0,1. Однако остается неясным, какую величину расчетного диаметра зе-

рен следует принимать для грунтов, обычно обладающих неоднородностью. Более подробное изучение структуры коэффициентов продольной $D_{\text{ф}}^{l}$ и поперечной $D_{\text{ф}}^{t}$ фильтрационной диффузии проделал П. Саффман [255]. Решение некоторых конкретных задач фильтрационной диффузии приведено в работах [216] и [251].

Однако, как показывает численный анализ, процессы фильтрационной диффузии обычно существенно проявляются только в лабораторных условиях, в натурных же условиях значительно большую роль в характере миграции растворов играют процессы макродисперсии, определяемые фильтрационной неоднородностью водоносных пластов. Для анализа этого явления целесообразно выделить два основных вида неоднородности: неупорядоченный и слоистый (см. главу первую).

Для оценки влияния неупорядоченной неоднородности можно, по-видимому, применять общие закономерности фильтрационной диффузии, заменяя только коэффициент фильтрационной диффузии существенно большим коэффициентом макродисперсии, зависящим от характера неоднородного грунта (напомним, что коэффициент фильтрационной диффузии находится в линейной зависимости от размера зерен грунта). Это предположение было высказано В. М. Шестаковым [216], а теоретически обосновано В. П. Пилатовским [161].

Фильтрация растворов в слоистых пластах происходит прежде всего по наиболее проницаемым слоям, от которых раствор распространяется по пласту путем поперечной диффузии в малопроницаемые слои [216]. Для простейшей схемы фильтрации с поперечной диффузией в покровный слой, мощность которого принимается неограниченной, можно воспользоваться решением Лаверье для аналогичной тепловой задачи [244]. Для более сложных случаев решение такого рода задач можно получить на сеточных интеграторах, пользуясь, например, приемом, изложенным в работе [216].

В ряде случаев чрезвычайно важно учитывать влияние сорбции растворов на породах, которая может происходит в форме как физической сорбции, так и хемосорбции, или ионного обмена, причем наиболее распространенной является последняя форма [184]. Существующие данные о процессах сорбции растворов на грунтах и породах имеют пока ограниченный характер и дают возможность привести только предварительные соображения о методике их учета. При сравнительно небольшой концентрации растворов можно, по-видимому, считать справедливым закон действующих масс и в большинстве случаев пренебрегать влиянием кинетики сорбции, т. е. считать ее протекающей практически мгновенно. В этом случае для учета сорбции достаточно во все расчетные зависимости вместо величины активной пористости n_0 ввести величину эффективной пористости $n_э$, определяемую по формуле [211]:

$$n_э = n_0 + \overline{N}; \quad \overline{N} = \frac{N}{c}, \tag{II. 78}$$

где N — количество сорбируемого вещества при его объемной концентрации в растворе c, отнесенное к единице объема грунта [1].

Рядом исследований, начало которым положили работы Б. Р. Эршлера [123, 223], показано наличие в весьма слабопроницаемых грунтах так называемого фильтрационного эффекта, который проявляется в полупроводимости грунтов для растворов. При наличии фильтрационного эффекта грунты будут пропускать через себя не все молекулы раствора, а только некоторую их часть, уменьшая тем самым концентрацию фильтрующегося раствора. Пока еще нет достаточно полного экспериментального материала, который позволил бы судить о значимости этого интересного явления при фильтрации в различных грунтах, однако можно считать, по-видимому, что оно проявляется только в ультратонкодисперсных грунтах, поры которых соизмеримы с размером молекул раствора.

Исследования в области вопросов воздействия растворов на грунты и породы пока имеют весьма частный и, как правило, качественный характер и не дают воможности для теоретических обобщений. Заметим, что эти процессы обычно существенно сказываются только в глинистых грунтах.

---

[1] В физико-химической литературе обычно сорбционную емкость относят к единице веса грунта. Если обозначить через $N_в$ количество соли, сорбированное в элементе грунта единичного веса, то $N = \gamma_{гр} N_в$, где $\gamma_{гр}$ — объемный вес грунта.

Глава третья

ОСНОВЫ РАСЧЕТОВ ПЛАНОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

§ 1. Общие вопросы и постановка задач плановой фильтрации

Уравнение неустановившейся плановой фильтрации имеет общий вид (II. 28); к такому же виду можно привести и уравнение упругого режима фильтрации в напорном потоке, если положить:

$$\mu = \mu_{упр};\quad w = w_{упр} = \frac{ma_v}{1+\varepsilon}\cdot\frac{\partial p_k}{\partial t}, \qquad (III.1)$$

где $\mu_{упр}$ выражается согласно (II. 44).

Решение уравнения (II. 28) резко осложняется его нелинейностью (прежде всего зависимостью T от H). В настоящее время известны некоторые методы построения решений этого уравнения с учетом изменения проводимости — для однородного по вертикали потока на горизонтальном водоупоре при наиболее простых граничных условиях [26, 28, 99, 167, 228]. Практика убеждает, однако, в том, что при гидрогеологических расчетах влияние нелинейности исходного дифференциального уравнения (II. 28) не имеет того серьезного значения, которое ему иногда приписывают, поскольку влияние колебаний уровней потока на его проводимость оказывается значительно меньшим, чем влияние неоднородности пласта на его гидрогеологические параметры. Поэтому основным путем построения аналитических решений уравнения неустановившегося планового потока является его линеаризация, различные способы проведения которой приводят к уравнениям (II. 29), (II. 31) и (II. 34).

Важным методическим вопросом является установление применимости того или иного способа линеаризации в реальных гидрогеологических условиях.

Анализируя гидрогеологическую обстановку в различных районах, можно достаточно уверенно утверждать, что условия, когда водоносный пласт может считаться однородным по всей его высоте, встречаются очень редко, а при составлении методики расчетов они могут рассматриваться как исключительные. Вместе с тем гораздо более реальной следует считать предпосылку о постоянстве

проводимости водоносного пласта. Такая предпосылка почти безупречно выполняется при двухслойном строении пласта, когда любые колебания уровней грунтовых вод в пределах слабопроницаемого покровного слоя практически не влияют на величину проводимости пласта. Для аллювиальных отложений это положение усиливается еще и тем, что их проницаемость обычно увеличивается с глубиной, особенно если в основании водоносного пласта залегает песчано-гравелистый слой с заметно большей проницаемостью.

Нередко приходится также встречаться с пестрой и вместе с тем недостаточно подробно изученной неоднородностью водоносных пластов при существенных колебаниях отметок водоупора. В такого рода условиях, по-видимому, также более предпочтительно вводить предпосылку о постоянной проводимости пласта, поскольку это позволяет упростить технику расчетов и обычно обеспечивает некоторый запас при инженерно-гидрогеологических расчетах.

Следовательно, линеаризацию уравнения планово-плоского потока, как правило, целесообразно производить исходя из условия постоянства проводимости пласта, а основным исходным дифференциальным уравнением плановой фильтрации следует считать уравнение (II. 29), в котором величина a обозначает коэффициент уровнепроводности (II. 29, *а*) для безнапорного потока и коэффициент пьезопроводности (II. 49) для напорного потока. Для напорного потока при изменении внешнего давления на пласт следует, кроме того, вместо величины w задавать интенсивность упругого воздействия на пласт $w_{\text{упр}}$, определяемую согласно (III. 1).

Поскольку уравнение (II. 29) относится к классу хорошо изученных линейных уравнений параболического типа (теплопроводности), при его решении может быть широко использован богатый аппарат математической физики [127, 188]. Линейность дифференциального уравнения (III. 3) позволяет применять при составлении его решений весьма эффективный принцип сложения течений (принцип суперпозиций), позволяющий составлять требуемое решение как сумму отдельных частных решений этого уравнения, подбираемую таким образом, чтобы она удовлетворяла заданным граничным условиям.

Линейность уравнения (II. 29) и независимость его коэффициентов от времени позволяет утверждать, что если некоторая функция $F(x, y, t)$ является решением уравнения (II. 29), то функция $C_1F(x, y, t-t_0) + C_2$ (C_1, C_2, t_0 — постоянные величины) также является решением этого уравнения. В случае однородного пласта решением уравнения (II. 29) является также функция $C_1F(x-x_0, y-y_0, t-t_0) + C_2$ (x_0 и y_0 — постоянные).

В качестве примера покажем применение принципа сложения течений для учета установившегося естественного потока при наличии инфильтрации, считая величины w и T не зависящими от напора H. Поскольку естественный поток с напорами H_e тоже подчиняется уравнению (II. 29), то при установившемся режиме

$$\frac{\partial^2 H_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_e}{\partial y^2} + \frac{w}{T} = 0. \qquad \text{(III. 2)}$$

Вычитая из уравнения (II. 29), составленного для напоров H возмущенного потока, уравнение (III. 2), получим:

$$\frac{1}{a}\frac{\partial(\Delta H)}{\partial t}=\frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial y^2}. \qquad (III.3)$$

Таким образом оказывается, что уравнение для определения изменения напора ΔH относительно естественных уровней воды не зависит от величины инфильтрации w. Так, например, при изучении подпора грунтовых вод после создания водохранилищ, каналов и т. п., величину подпора грунтовых вод можно определять без учета инфильтрации, а результирующий поток с уровнем H определять сложением уровней естественного потока H_e и подпора ΔH:

$$H=H_e+\Delta H. \qquad (III.3,a)$$

Имея решения уравнения (II. 29) для случая потока с постоянной проводимостью, можно перейти к аналогичным решениям для однородного и горизонтально-слоистого безнапорных потоков. Приемы такого перехода можно обосновать, сопоставляя выражения для удельного расхода потоков при различных схемах их строения:

а) схема $T=\text{const}$ $q_x=-T\frac{dH}{dx}=-km\frac{dH}{dx}$;

б) схема $k=\text{const}$ $q_x=-kh\frac{dh}{dx}$;

в) схема слоистого пласта $q_x=-\frac{dG}{dx}$.

где G — определяется выражением (II. 33, *а*).

Представим эти выражения в следующем виде:

а) $q_x=-\frac{d(kmH)}{dx}$; *б*) $q_x=-\frac{d\left(k\frac{h^2}{2}\right)}{dx}$; *в*) $q_x=-\frac{dG}{dx}$.

Очевидно, что зависимости для q_x при различных схемах строения потока единообразны и могут быть переведены одна в другую, причем зависимости для схемы *б* (однородный безнапорный поток на горизонтальном водоупоре) получаются из зависимостей составленных для схемы *а* ($T=\text{const}$) путем преобразования:

$$mH\to\frac{h^2}{2}. \qquad (III.4)$$

Зависимости для схемы *в* (горизонтально-слоистый поток) также получаются из зависимостей, составленных для схемы *а*, путем преобразования:

$$TH\to G. \qquad (III.5)$$

Следовательно, имея зависимости для потока с постоянной проводимостью, можно получить аналогичные зависимости для однородного и горизонтально-слоистого безнапорного потоков на горизонтальном водоупоре, заменяя в исходных зависимостях напоры H

на соответствующие значения величин $\frac{h^2}{2m}$ — для схемы *б*, или $\frac{G}{T}$ — для схемы *в*. В тех случаях, когда в уравнения кривых депрессий не входят члены, содержащие расход потока, в том числе и интенсивность инфильтрации w, переход от зависимостей для схемы постоянной проводимости к другим схемам можно несколько упростить, заменяя величины напоров H соответствующими значениями величин h^2 — для схемы *б* или величин G — для схемы *в*.

Специфика формулировки граничных условий для уравнения плановой фильтрации (по сравнению с общей формулировкой граничных условий, изложенной в § 2 главы второй) возникает при на-

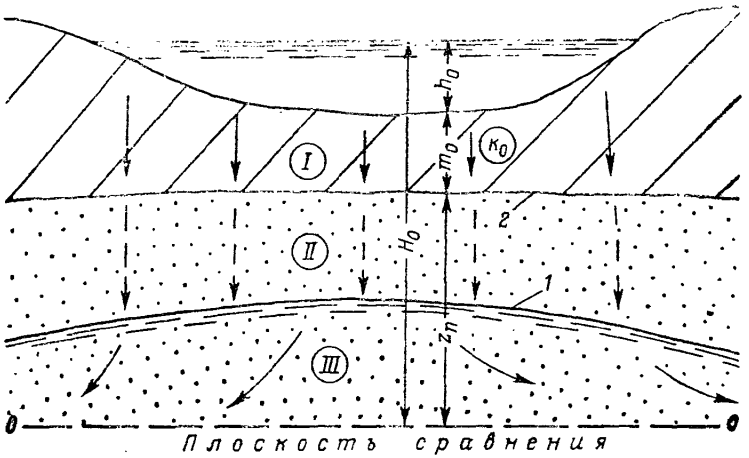


Рис. III. 1. Схема свободной фильтрации из водоема

I — экранирующий слой; *II* — зона разрыва сплошности потока; *III* — грунтовый поток.
1 — поверхность грунтовых вод; *2* — подошва экранирующего слоя

личии гидродинамически несовершенных (не полностью врезанных в водоносный пласт) водоемов — рек, водохранилищ, озер, каналов и т. п., поскольку вблизи таких водоемов возникает зона резкой деформации потока в вертикальной плоскости, где уже оказывается неприемлемой предпосылка Дюпюи.

При фильтрации из водоема могут возникнуть два режима фильтрации под водоемом: свободный и подпертый. Для свободного режима фильтрации характерно образование зоны свободной инфильтрации с разрывом сплошности потока, фильтрующегося из водоема. Свободный режим фильтрации образуется при начальной фазе насыщения грунтов под водоемом и в том случае, когда водоем подстилается слабопроницаемым экранирующим слоем (этот случай представляет, пожалуй, наибольший практический интерес), если уровень грунтовых вод оказывается ниже подошвы слабопроницаемого слоя (рис. III. 1).

При свободном режиме положение уровня грунтовых вод не влияет на фильтрацию из водоема.

Принимая во внимание, что на подошве слабопроницаемого слоя напор равен $z_п$ (поскольку при доступе воздуха к подошве давление здесь равно атмосферному), вертикальный градиент потока i_0 при напоре в водоеме равном H_0 будет

$$i_0 = \frac{H_0 - z_п}{m_0} = \frac{h_0 + m_0}{m_0} = 1 + \frac{h_0}{m_0},$$

а скорость вертикальной фильтрации v_0 определится как

$$v_0 = k_0 i_0 = k_0 \left(1 + \frac{h_0}{m_0}\right). \qquad \text{(III. 6)}$$

При постоянной глубине воды в водоеме h_0 расход $Q_в$, фильтрующийся с площади водоема $F_в$, будет равен:

$$Q_в = v_0 F_в = k_0 \left(1 + \frac{h_0}{m_0}\right) F_в. \qquad \text{(III. 6, а)}$$

При переменном значении h_0 водоем разбивают на участки с относительно постоянной глубиной, подсчитывают расходы для каждого участка и затем суммируют их.

Таким образом, при свободном режиме фильтрации под водоемом образуется зона инфильтрации с интенсивностью $w = v_0$, определяемой согласно (III. 6).

Если уровень грунтовых вод поднимается выше подошвы слабопроницаемого слоя, то возникает подпертый режим фильтрации, при котором устанавливается гидравлическая связь между грунтовым потоком и потоком из водоема. Очевидно, что подпертый режим фильтрации всегда имеет место при фильтрации, направленной в водоем. При подпертом режиме под водоемом образуется единый фильтрационный поток, напоры которого непосредственно влияют на фильтрационные расходы водоема.

Для некоторого упрощения рассуждений рассмотрим далее наиболее характерный случай водоема значительной длины, когда поток в плане направлен более или менее нормально к урезу водоема. Этот поток в самом общем случае можно замоделировать ортогональной сеткой фильтрационных сопротивлений. Используя известный в электротехнике метод трансфигурации [32, 192], можно заменить эту общую сетку системой сопротивлений, соединяемых по схеме «звезды» или «треугольника».

Если в зоне резкой деформации потока выделить сопротивления линейного потока Φ_i и сопротивления $\Phi_н$, $\Phi^0_н$, $\Phi'_н$, и $\Phi''_н$, определяемые только деформациями потока вблизи водоема, то системы сопротивлений, моделирующие поток вблизи водоема, будут иметь вид, приведенный на рис. III. 2. Используя правила сложения

сопротивлений, можно показать, что величины этих сопротивлений связываются между собой соотношениями:

$$\Phi_{\text{н}} = \Phi''_{\text{н}} + 2\Phi'_{\text{н}}; \qquad \Phi^0_{\text{н}} = \Phi''_{\text{н}}\left(2 + \frac{\Phi''_{\text{н}}}{\Phi'_{\text{н}}}\right) \tag{III. 7}$$

$$\Phi'_{\text{н}} = \frac{\Phi^2_{\text{н}}}{2\Phi_{\text{н}} + \Phi^0_{\text{н}}}; \qquad \Phi''_{\text{н}} = \frac{\Phi_{\text{н}}\Phi^0_{\text{н}}}{2\Phi_{\text{н}} + \Phi^0_{\text{н}}}. \tag{III. 7, а}$$

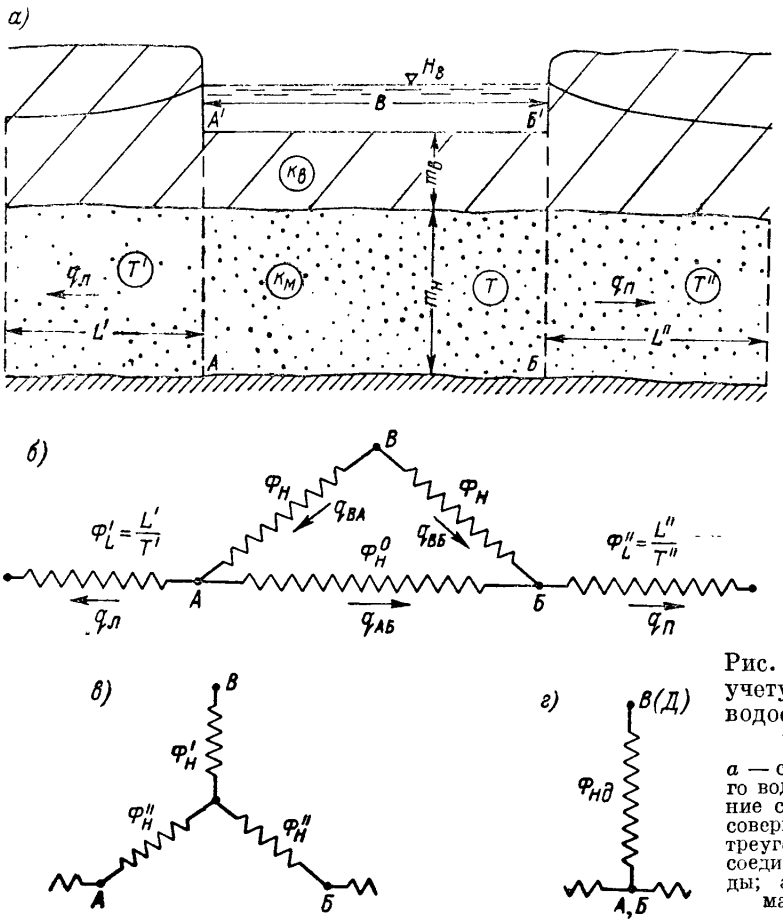


Рис. III. 2. Схема к учету несовершенства водоема по методу сопротивлений

а — схема несовершенного водоема; *б* — соединение сопротивлений на несовершенство по схеме треугольника; *в* — те же соединения по схеме звезды; *г*—упрощенная схема сопротивлений

В узлах $А$ и $Б$ этой системы при этом возникают напоры $H_л$ и $H_п$, равные среднему значению напоров соответственно в сечениях $АА'$ (на левом урезе водоема) и $ББ'$ (на правом урезе). Рассматривая баланс потока в точках $А$ и $Б$, получим:

$$q_л = q_{ВА} - q_{АБ}; \qquad q_п = q_{ВБ} + q_{АБ}, \tag{III. 8}$$

где $q_л$ и $q_п$ — погонные расходы слева и справа от водоема.

Поскольку

$$q_{BA}=\frac{H_B-H_л}{\Phi_H};\qquad q_{AБ}=\frac{H_л-H_п}{\Phi^0_H};\qquad q_{BБ}=\frac{H_B-H_п}{\Phi_H},\quad (III.9)$$

уравнения баланса принимают вид:

$$q_л=\frac{H_B}{\Phi_H}+\frac{H_п}{\Phi^0_H}-H_л\left(\frac{1}{\Phi_H}+\frac{1}{\Phi^0_H}\right);\qquad q_п=\frac{H_B}{\Phi_H}+\frac{H_л}{\Phi^0_H}-$$
$$-H_п\left(\frac{1}{\Phi_H}+\frac{1}{\Phi^0_H}\right)\qquad (III.10)$$

Таким образом, на правом и левом урезе водоема должны иметь место линейные соотношения (III. 10), связывающие расходы потока, уходящие налево ($q_л$) и направо ($q_п$) со средними (расчетными) напорами на левом $H_л$ и на правом $H_п$ урезах.

Для водоемов значительной ширины, например для крупных водохранилищ, сопротивление Φ^0_H оказывается очень большим, так что можно пренебрегать величиной $\frac{1}{\Phi^0_H}$ по сравнению с $\frac{1}{\Phi_H}$. Тогда потоки на различных берегах водоема практически не взаимодействуют друг с другом, а условия (III. 10) для каждого берега принимают вид:

$$q_{ур}=\frac{H_B-H_{ур}}{\Phi_H},\qquad (III.11)$$

где $q_{ур}$ и $H_{ур}$ — погонный расход и средний напор на урезе водоема.

Считая начало координат на урезе водоема, можно записать (III. 11) в виде условия третьего рода:

$$-T\frac{\partial H}{\partial x}\Big|_{x=0}=\frac{H_B-H_{x=0}}{\Phi_H}.\qquad (III.11,а)$$

Это условие эквивалентно перемещению уреза водоема на величину ΔL (рис. III. 3), и выражение для расхода $q_{ур}$ примет вид

$$q_{ур}=T\frac{H_B-H_{ур}}{\Delta L}.\qquad (III.11,б)$$

Сравнивая (III. 11, *б*) и (III. 11), найдем, что

$$\Delta L=T\Phi_H.\qquad (III.12)$$

Передвинув урез водоема на величину ΔL, можно далее считать водоем совершенным, т. е. полностью прорезающим водоносный пласт. Для небольших дрен и оросительных каналов можно, наоборот, считать, что $\Phi^0_H=0$. В этом случае гидродинамическое

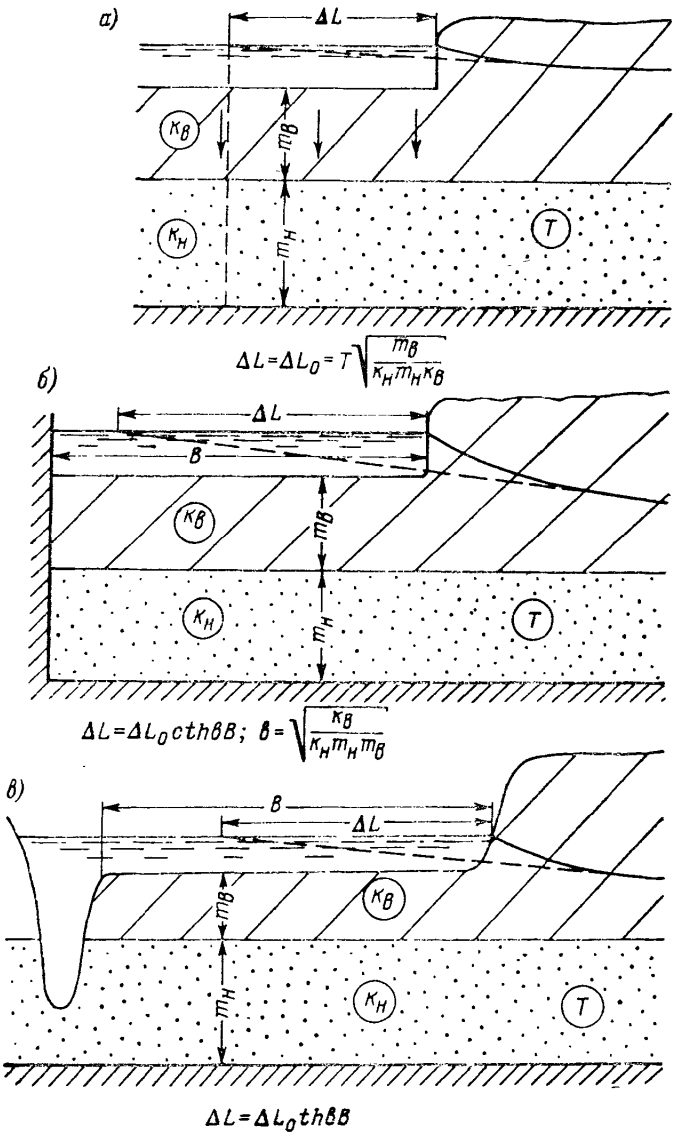


Рис. III. 3. Схемы двухслойного строения ложа водоема с зависимостями для определения величины ΔL

несовершенство учитывается по упрощенной системе (рис. III. 2, *г*), когда остается одно дополнительное сопротивление $\Phi_{нд}$,

$$\Phi_{нд} = 0{,}5\,\Phi_н, \qquad \text{(III. 13)}$$

а связь между двухсторонним погонным потоком к дроне $q_д$, напором в дрене $H_в = H_д$ и средним напором на линии дренажа $H_л$ будет иметь вид:

$$q_д = q_л + q_п = \frac{H_д - H_л}{\Phi_{нд}}\,. \qquad \text{(III. 14)}$$

Для определения величин сопротивлений, учитывающих гидродинамическое сопротивление водоема, при сравнительно простом строении ложа водоема можно воспользоваться имеющимися гидродинамическими решениями. Предварительно только следует заметить, что величины этих сопротивлений в безнапорном потоке, строго говоря, зависят от положения кривых депрессии, которые оконтуривают фильтрационный поток сверху.

Однако такая зависимость имеет больше теоретическое, чем практическое значение, поскольку величина сопротивлений на несовершенство водоемов и дрен определяется в основном фильтрационной неоднородностью пласта в зоне резкой деформации потока, на которую обычно слабо влияют изменения положения кривой депрессии [219]. Поэтому учет безнапорного характера потока можно производить достаточно приближенно, заменяя безнапорный поток напорным с фиктивной (расчетной) кровлей, осредняющей свободную поверхность потока вблизи водоема. Эту расчетную кровлю в первом приближении можно проводить на уровне воды в водоеме, а во втором приближении — на уровне, соответствующем среднему уровню вблизи водоема. Таким образом, расчетные зависимости можно в дальнейшем составлять только для напорных пластов с горизонтальной кровлей.

Запишем общее выражение для сопротивлений на несовершенство $\Phi_{нд}$, $\Phi_н$ и $\Phi^0_н$ в виде

$$\Phi_{нд} = \frac{L_{нд}}{TB_д}; \quad \Phi_н = \frac{L_н}{TB_д}; \quad \Phi^0_н = \frac{L^0_н}{TB_д}, \qquad (III.15)$$

где T — расчетная проводимость водоносного пласта;

$B_д$ — длина участка дрены (траншеи), для которого определяются сопротивления;

$L_{нд}$, $L_н$, $L^0_н$ — эквивалентные длины потока, определяющие величины соответствующих сопротивлений (заметим, что $L_н = \Delta L$ и $L_{нд} = 0{,}5\ L_н$).

Для водоема или дрены прямоугольного поперечного сечения при однородном строении водоносного пласта (рис. III. 4)

$$L_{нд} = mf_{нд};\ L_н = mf_н;\ L^0_н = mf^0_н. \qquad (III.16)$$

Величины $f_н$ и $f^0_н$ определяются по графику рис. III. 4, построенному на основании решения С. Н. Нумерова [17, 219].

При $b_1 = 0$ и $\bar{b}_2 = b_1/m \geqslant 0{,}25$ можно считать

$$f_{нд} = 0{,}22 + \frac{0{,}08}{\bar{b}}; \quad f^0_н = \frac{0.27\,\bar{b} - 0.022}{\bar{b}\,\lg \operatorname{ct}\,\mathrm{h}\left(\frac{\pi}{4}\,\bar{b}\right)}; \qquad (III.17)$$

при $b_1/m < 0{,}25$ сопротивлением $\Phi^0_н$ можно пренебречь, и сопротивления на несовершенство дрены соединять по упрощенной системе (см. рис. III. 2*г*), считая:

$$f_{нд} = \frac{1}{\pi} \ln \frac{2m}{\pi d_д} = 0{,}73 \lg \frac{2m}{\pi d_д}. \qquad (III.17, а)$$

Здесь $d_д$ — расчетный диаметр дренажа, определяемый для дрен прямоугольного сечения по формуле

$$d_д = \varepsilon (b_1 + 0{,}5\, b_2), \qquad \text{(III. 18)}$$

где b_1 и b_2 — глубина (под уровнем воды) и ширина дренажной траншеи;

ε — поправочный коэффициент, определяемый по данным, полученным из решения Н. К. Гиринского [87]:

$\frac{2b_1}{b_2}$ или $\frac{b_2}{2b_1}$	0	0,1	0,2	0,3	0,5	1,00
ε	1,0	1,08	1,12	1,15	1,17	1,18

Для весьма характерной и важной схемы двухслойного строения ложа водоема (рис. III. 2*а*) при значительной его ширине

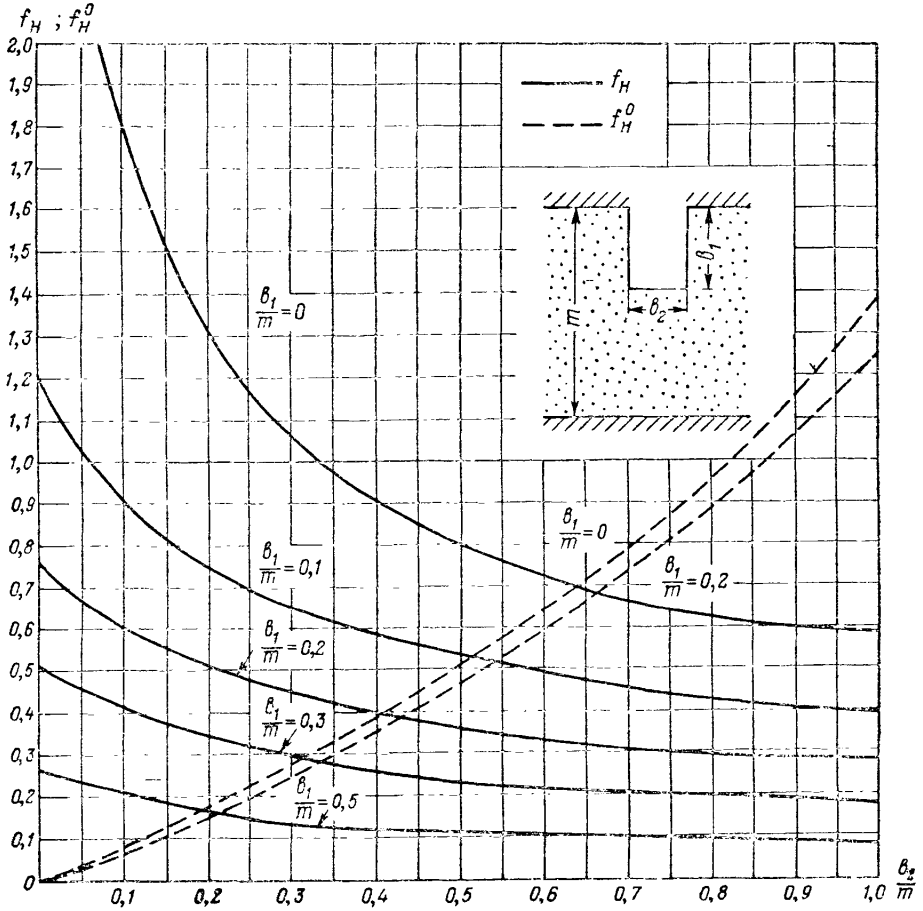


Рис. III. 4. Расчетный график для определения приведенных сопротивлений на несовершенство дрена в однородном пласте

(при $B > 2\,m_в$) величины сопротивлений $\Phi_н$ и $\Phi^0_н$ можно получить из решения задачи о фильтрации из экранированного канала, представленного А. А. Угинчусом [190] в следующем виде:

$$\Phi_н = \frac{1}{Tb}\operatorname{cth}\frac{bB}{2}; \quad \Phi^0_н = \frac{1}{Tb}\operatorname{sh} bB; \quad b = \sqrt{\frac{k_в}{k_н m_н m_в}}, \tag{III. 19}$$

где T — проводимость нижнего слоя вблизи водоема.

При $B > \frac{3}{b}$ можно пренебрегать взаимовлиянием потоков на противоположных берегах и учитывать сопротивление ложа водоема перемещением уреза на величину ΔL, которая определяется по зависимости, приведенной на рис. III. 3, *а* [219].

При симметричном притоке (оттоке) сопротивление $\Phi^0_н$ не участвует в работе, так что и в этом случае учет сопротивления ложа осуществляется удлинением потока на величину ΔL, определяемую по зависимости, приведенной на рис. III. 3, *б*, полученной из формулы (III. 19), в силу (III. 12).

Для дрен небольшого размера (при $B < 2m_в$) можно принимать упрощенную систему сопротивлений (рис. III. 2, *г*) и определять величину сопротивления $\Phi_{нд}$ по формуле:

$$\Phi_{нд} = \frac{1}{k_в}\left(f_{нд} + \Delta f_{нн}\right). \tag{III. 20}$$

Здесь величина $f_{нд}$ определяется, как для однородного пласта — по графику (рис. III. 4). Величина $\Delta f_{нн}$, учитывающая неоднородность водоносного пласта, определяется по графику рис. III. 5, построенному по данным моделирования на сеточном электроинтеграторе.

При $\frac{k_н}{k_в} > 10$ можно считать:

$$\Phi_{нд} = \frac{0{,}73}{k_в m_н}\lg\frac{8m_в}{\pi d_д}, \tag{III. 20, а}$$

где $d_д$ — приведенный диаметр дренажа, определяемый по формуле (III. 18).

Значение $m_в$ в первом приближении задается равным $m^0_в$, во втором приближении можно считать $m_в = m'_в$ (рис. III. 5, *а*), где $\Delta H_л = H_л - H_д$. При наличии значительной капиллярной зоны следует учитывать ее размеры [219].

При неустановившейся фильтрации в напорных пластах специфические граничные условия возникают также в краевых зонах пластов (рис. III. 6). Считая размер краевой зоны значительно меньшим размера потока в целом, запишем баланс воды в краевой

зоне за период времени dt при наличии инфильтрации интенсивностью w и при оттоке с удельным расходом q выразим уравнением [52, 60]:

$$(wm_k - q)\,dt = \mu\, m_к \frac{\partial H_L}{\partial t}\,dt \quad .$$

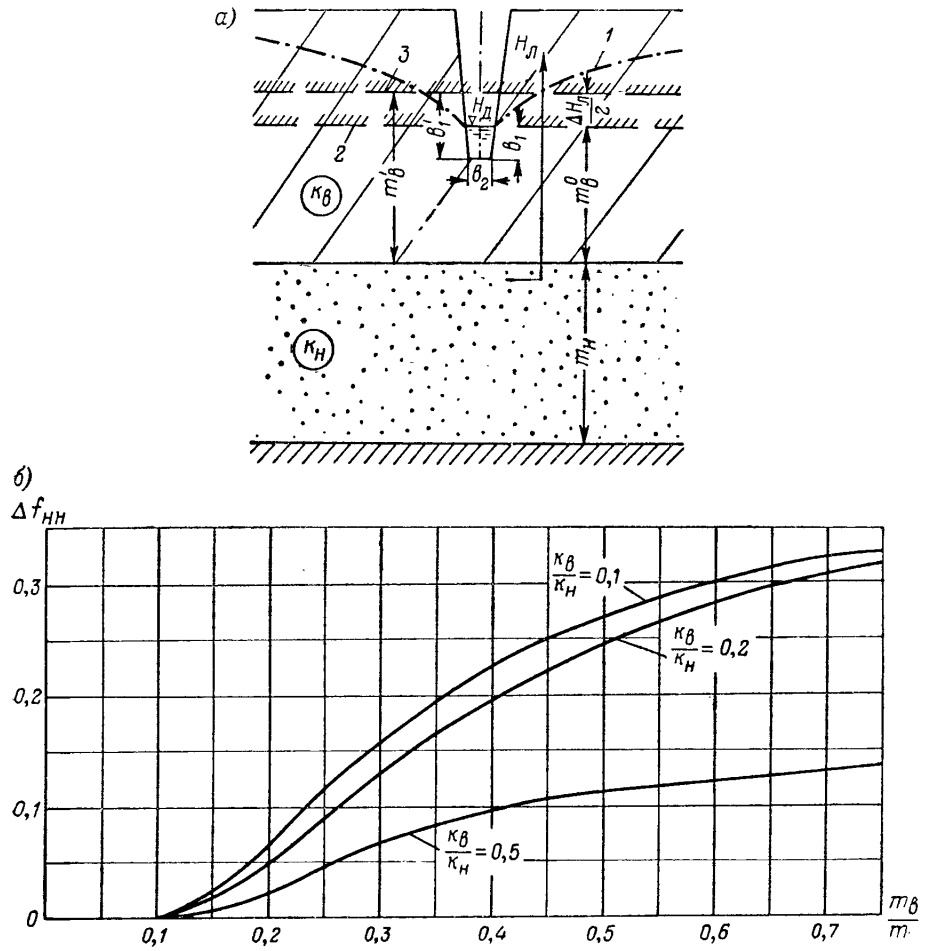


Рис. III. 5. К оценке несовершенства дрены в двухслойном пласте

а — схема дрены; *б* — график для определения величины $\Delta f_{нн}$ при $m = m_в + m_н$; *1* — кривая депрессии; *2—3* — положение условной кровли пласта вблизи дрены

Поскольку, кроме того,

$$q = -km \frac{\partial H}{\partial x}\Big|_{x=L},$$

балансовое уравнение можно записать в виде:

$$\frac{w}{\mu} + \frac{km}{\mu\, m_к} \cdot \frac{\partial H}{\partial x}\Big|_{x=L} = \frac{\partial H}{\partial t} \quad . \qquad \text{(III. 21)}$$

Скорость движения этой границы в горизонтальном направлении $v_L = \frac{dL}{dt}$ можно получить, имея в виду, что $dL = -\frac{m_к}{m} dH$. Тогда условие (III. 21) можно представить в виде:

$$v_L = -\frac{w}{\mu} \cdot \frac{m_к}{m} - \frac{k}{\mu} i_L; \qquad i_L = \frac{\partial H}{\partial x}\Big|_{x=L}. \qquad \text{(III. 22)}$$

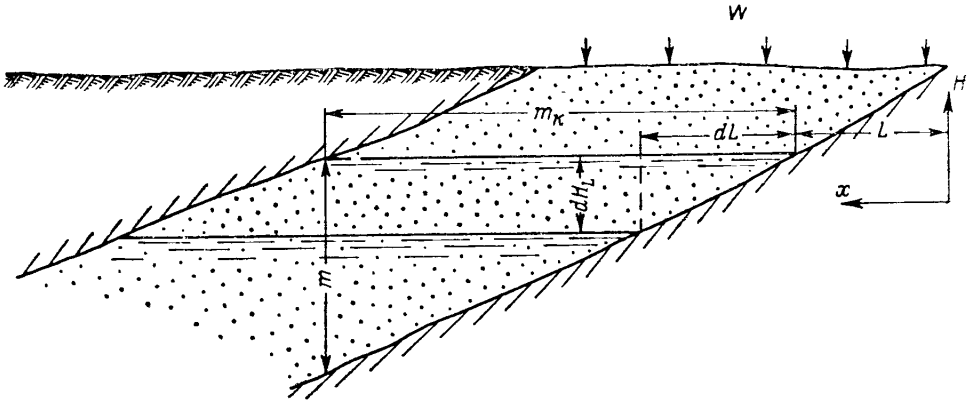


Рис. III. 6. Схема осушения краевой зоны

Если в естественных условиях отмечается установившийся режим, то имеет место соотношение:

$$\frac{w}{\mu} \cdot \frac{m_к}{m} = -\frac{k}{\mu} i_e, \qquad \text{(III. 22, а)}$$

где i_e — уклон потока в краевой зоне в естественных условиях.

При неизменном w уравнение (III. 22) можно также представить в виде:

$$v_L = -\frac{k}{\mu}(i_L - i_e). \qquad \text{(III. 22, б)}$$

§ 2. Одномерная установившаяся фильтрация

Простейшим случаем одномерного потока является поток с постоянной проводимостью (рис. III, 7, *а*), погонный расход которого q определяется по формуле:

$$q = T\frac{H_0 - H_L}{L}; \qquad T = km. \qquad \text{(III. 23)}$$

Уравнение для напора H в любом сечении x является уравнением прямой линии:

$$H = H_0 - \frac{H_0 - H_L}{L} x. \qquad \text{(III. 23, а)}$$

Для аналогичного горизонтально-однородного безнапорного потока (III. 7, *б*) решение можно получить из (III. 23) с помощью преобразования (III. 4), заменяя величины H_0, H_L и H соответственно

на $\frac{h_0^2}{2m}$, $\frac{h_L^2}{2m}$ и $\frac{h^2}{2m}$. Тогда после несложных алгебраических преобразований получим известные формулы и уравнения Дюпюи:

$$q = k\frac{h_0^2 - h_L^2}{2L} \qquad \text{(III. 24)}$$

$$h^2 = h_0^2 - \frac{h_0^2 - h_L^2}{L}x \text{ или } h = \sqrt{h_0^2 - \frac{h_0^2 - h_L^2}{L}x}. \qquad \text{(III. 24, а)}$$

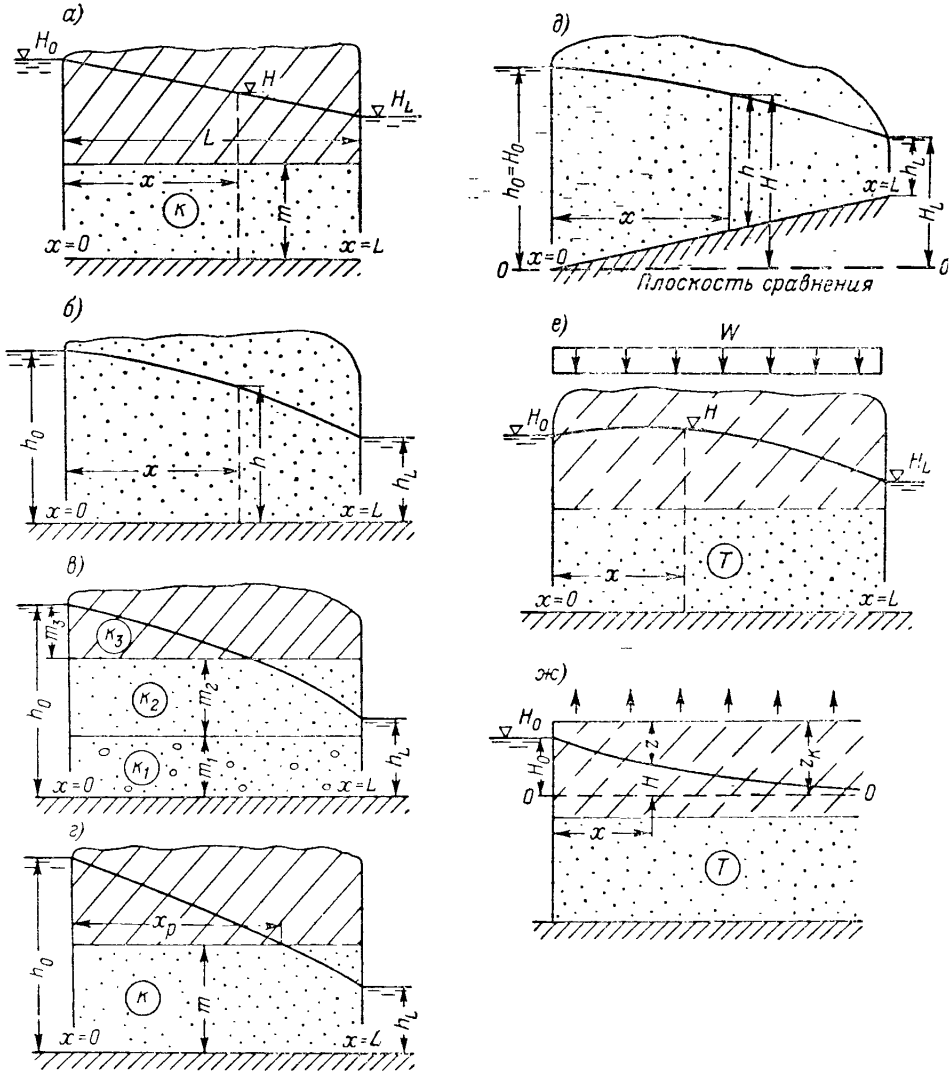


Рис. III. 7. Схемы одномерных установившихся потоков

Потоки: *а* — с постоянной проводимостью; *б* — горизонтально-однородный безнапорный; *в* — горизонтально-слоистый безнапорный; *г* — напорно-безнапорный; *д* — однородный безнапорный на наклонном водоупоре; *е* — инфильтрационный; *ж* — при испарении, зависящем от глубины залегания грунтовых вод

Для аналогичного горизонтально-слоистого потока такие же зависимости получаются с помощью преобразования (III. 5) в виде

$$q = \frac{G_0 - G_L}{L}, \qquad \text{(III. 25)}$$

$$G = G_0 - \frac{G_0 - G_L}{L} x. \qquad \text{(III. 25, } a\text{)}$$

Здесь G_0, G_L и G — значения функции Гиринского на границах $x = 0$, $x = L$ и в любом сечении x. Имея связь между G и h, можно по полученному значению G найти соответствующую ему глубину потока h и наоборот. Например, для случая трехслойного пласта, приведенного на рис. III. 7, *в*, получим:

$$G_0 = k_1 m_1 (h_0 - 0{,}5\, m_1) + k_2 m_2 (h_0 - m_1 - 0{,}5 m_2) + 0{,}5\, k_3 m_3^2;$$

$$G_L = k_1 m_1 (h_L - 0{,}5\, m_1) + k_2 m_2 \left(h_L - \frac{h_L + m_1}{2}\right) =$$

$$= k_1 m_1 (h_L - 0{,}5\, m_1) + k_2 m_2 \frac{h_L - m_1}{2}.$$

Частным случаем горизонтально-слоистого потока является напорно-безнапорный поток (рис. III. 7, *г*). В этом случае значение функции Гиринского при расположении уровней воды в верхнем непроницаемом слое определяется согласно (II. 33, *а*) как для двух слоев, при $k_1 = k$; $z_1 = 0{,}5\, m$; $k_2 = 0$. При расположении уровня воды в нижнем слое (область безнапорных вод) принимается: $k_1 = k$; $z_1 = 0{,}5\, h_L$.

Тогда

$$G_0 = km (h_0 - 0{,}5\, m); \quad G_L = k \frac{h_L^2}{2}, \qquad \text{(III. 26)}$$

а формула (III. 25) для расхода потока принимает вид

$$q = k \frac{2mh_0 - m^2 - h_L^2}{2L}. \qquad \text{(III. 26, } a\text{)}$$

Далее нетрудно найти, например, расстояние x_p от верховой границы ($x = 0$) до раздельного сечения между областями напорных и безнапорных вод, поскольку в нем $G_p = 0{,}5\, km^2$.

Согласно (III. 25, *а*), имеем:

$$x_p = \frac{m (h_0 - 0{,}5\, m) - 0{,}5\, m^2}{m (h_0 - 0{,}5\, m) - 0{,}5\, h_L^2} L = \frac{h_0 - m}{h_0 - 0{,}5\, m - \frac{h_L^2}{2m}} L. \qquad \text{(III. 26, } б\text{)}$$

Приведенные формулы расхода потока выведены в предположении справедливости предпосылки Дюпюи. Однако в случае одномерного в плане потока при отсутствии капиллярной зоны они

оказываются совершенно строгими, что для горизонтально-однородного потока показал И. А. Чарный [198].

Чтобы доказать это положение, запишем общее выражение для погонного расхода q_x по направлению x в виде

$$q_x = \int_0^h v_x(x, z)\, dz,$$

где v_x — горизонтальная скорость фильтрации в любой точке z рассматриваемого сечения.

Поскольку по закону Дарси

$$v_x = -k\frac{dH}{dx}, \text{ то } q_x = -k\int_0^{h(x)} \frac{dH(x, z)}{dx}\, dx. \qquad \text{(III. 27)}$$

Воспользуемся теперь формулой дифференцирования определенного интеграла по параметру [182]. Согласно этой формуле, для интеграла, в котором подинтегральная функция и предел зависят от какого-либо параметра, т. е.

$$I(\alpha) = \int_{\varphi_1(\alpha)}^{\varphi_2(\alpha)} f(\alpha, z)\, dz,$$

справедливо следующее соотношение:

$$\frac{dI(\alpha)}{d\alpha} = \int_{\varphi_1(\alpha)}^{\varphi_2(\alpha)} \frac{df(\alpha, z)}{d\alpha}\, dz + f(\alpha, \varphi_2)\frac{d\varphi_2}{d\alpha} - f(\alpha, \varphi_1)\frac{d\varphi_1}{d\alpha}.$$

Из него следует, что

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{df(\alpha, z)}{d\alpha}\, dz = \frac{d}{d\alpha}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} f(\alpha, z)\, dz + f(\varphi_1, \alpha)\frac{d\varphi_1}{d\alpha} - f(\varphi_2, \alpha)\frac{d\varphi_2}{d\alpha}.$$

В выражении (III. 27) для расхода в качестве параметра α можно рассматривать x. Тогда, положив, что $f = H$; $\varphi_2 = h$ и $\varphi_1 = 0$, получим:

$$q = -k\left[\frac{d}{dx}\int_0^h H(x, z)\, dz - H_{z=h}\frac{dh}{dx}\right].$$

Поскольку $H_{z=h} = h$ (в этом случае $p = 0$ и $z = h$), то

$$q = -k\left[\frac{d}{dx}\int_0^h H(x, z)\, dz - h\frac{dh}{dx}\right],$$

или, учитывая, что $h\frac{dh}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{h^2}{2}\right)$, получим:

$$q = -k\frac{dP}{dx}, \qquad \text{(III. 28)}$$

где

$$P = \int_0^h H dz - \frac{h^2}{2}. \qquad \text{(III. 28, } a\text{)}$$

Величину P можно назвать результирующей силой гидродинамического давления (точнее, по И. А. Чарному, результирующая сила равна γP).

Разделяя в (III. 28) переменные, получим:

$$qx = -kP + C,$$

где C — произвольная постоянная.

Если нам известны значения $P = P_0$ в сечении $x = 0$ и $P = P_L$ в сечении $x = L$, то найдем, что $C = -kP_0$ и

$$q = k\frac{P_0 - P_L}{L}. \qquad \text{(III. 29)}$$

Для случая одномерного потока, ограниченного вертикальными стенками, на которых заданы постоянные значения напоров $H_0 = h_0$ в сечении $x = 0$ и $H_L = h_L$ в сечении $x = L$, получим:

$$P_0 = \int_0^{h_0} h_0 dz - \frac{h_0^2}{2} = \frac{h_0^2}{2}; \quad P_L = \int_0^{h_L} h_L dz - \frac{h_L^2}{2} = \frac{h_L^2}{2} \qquad \text{(III. 29 } a\text{)}$$

Таким образом оказывается, что точное выражение (III. 29) для расхода совпадает с формулой Дюпюи (III. 24).

Формулу Дюпюи можно также записать в виде:

$$q = k\frac{h_0 + h_L}{2} \cdot \frac{h_0 - h_L}{L}.$$

Из нее следует, что расход горизонтально-однородного безнапорного потока определяется как произведение коэффициента фильтрации на среднюю мощность потока и на средний градиент напора. По этому же принципу В. С. Козловым [121] и Г. Н. Каменским [185] составлено выражение для расхода однородного безнапорного потока на наклонном водоупоре (рис. III. 7, *д*):

$$q = k\frac{h_0 + h_L}{2} \cdot \frac{H_0 - H_L}{L}. \qquad \text{(III. 30)}$$

Для построения кривой депрессии запишем аналогичное выражение для расхода потока между сечениями $x = 0$ и x.

$$q = k\frac{h_0 + h}{2} \cdot \frac{H_0 - H}{x}. \qquad \text{(III. 30, } a\text{)}$$

Поскольку $h = H - ix$ (здесь i — уклон водоупора), то проведя плоскость сравнения через водоупор в сечении $x = 0$, запишем:

$$q = k\frac{h_0+h}{2}\cdot\frac{h_0-h-ix}{x}, \qquad \text{(III. 30, б)}$$

откуда следует уравнение для построения кривой депрессии

$$h = \sqrt{h_0^2 - ix(h_0 - 0{,}25\,ix) + 2\frac{q}{k}x} - 0{,}5\,ix. \qquad \text{(III. 31)}$$

Сопоставление этого решения со строгим решением Н. Н. Павловского [79, 180] показывает его хорошую точность практически во всех реальных гидрогеологических условиях.

При наличии инфильтрации заданной интенсивности уравнение одномерного установившегося потока получается как частный случай уравнения (II. 28) при $\frac{dH}{dt} = 0$ и $\frac{dH}{dy} = 0$, т. е.

$$\frac{d}{dx}\left(T\frac{dH}{dx}\right) + w = 0. \qquad \text{(III. 32)}$$

Для потока с постоянной проводимостью T уравнение (III. 32) принимает вид:

$$\frac{d^2H}{dx^2} + \frac{w}{T} = 0. \qquad \text{(III. 32, а)}$$

При постоянной интенсивности инфильтрации уравнение (III. 32, а) допускает почленное интегрирование. После первого интегрирования получаем:

$$\frac{dH}{dx} = -\frac{w}{T}x + C_1.$$

После второго интегрирования получаем выражение для напора H:

$$H = -\frac{wx^2}{2T} + C_1x + C_2. \qquad \text{(III. 33)}$$

Здесь C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, определяемые граничными условиями задачи. Так, для задачи с заданными напорами $H = H_0$ при $x = 0$ и $H = H_L$ при $x = L$ (рис. III. 7, е) имеем

$$C_2 = H_0;\ C_1 = \frac{H_L - H_0}{L} + \frac{wL}{2T},$$

и уравнение (III. 33) принимает вид:

$$H = H_0 + \frac{H_L - H_0}{L}x + \frac{wx}{2T}(L - x). \qquad \text{(III. 34)}$$

Расход потока q_x в любом сечении x будет

$$q_x = -T\frac{qH}{dx} = wx + T\frac{H_0 - H_L}{L} - \frac{wL}{2}.$$

В частности, для расходов на границах q_0 при $x = 0$ и q_L при $x = L$ получим [1]:

$$q_0 = T\frac{H_0 - H_L}{L} - \frac{wL}{2}\ ;\ q_L = T\frac{H_0 - H_L}{L} + \frac{wL}{2}\ . \quad \text{(III. 35)}$$

При наличии испарения величина w обычно существенно зависит от глубины потока.

Простейшим вариантом такой зависимости, которая может быть принята в качестве первого приближения, является линейная. Рассмотрим в такой постановке решение задачи о фильтрации из совершенного канала с напором H_0 в пласт постоянной проводимости при постоянной отметке земли $z_0 = z_k$ (рис. III. 7, *ж*); плоскость сравнения примем на отметке критической глубины. Заменяя z через $z_k - H$ и принимая для w зависимость (II. 36) при $n = 1$

$$w = -w_0\left(1 - \frac{z}{z_k}\right)$$

(где w_0 — интенсивность испарения на поверхности земли), представим уравнение (III. 32, *а*) в виде

$$\frac{d^2H}{dx^2} - \frac{w_0 H}{T z_k} = 0. \quad \text{(III. 36)}$$

Решение этого уравнения при граничных условиях $H\ (0) = H_0$ и $H\ (\infty) = 0$ имеет следующий вид:

$$H = H_0 e^{-\bar{x}}\ ;\ \bar{x} = x\sqrt{\frac{w_0}{T z_k}}. \quad \text{(III. 37)}$$

Расход потока, фильтрующегося из канала:

$$q_0 = -T\left.\frac{dH}{dx}\right|_{x=0} = H_0\sqrt{\frac{w_0 T}{z_k}}\ . \quad \text{(III. 37, } a\text{)}$$

Решения этой и более сложных аналогичных задач при параболической зависимости для w вида (II. 36) при $n = 2$ и $n = 3$ получены С. Ф. Аверьяновым [126].

В тех случаях, когда параметры водоносных пластов меняются по длине потока, обычно эффективным оказывается применение метода фрагментов, при котором весь поток разделяется на ряд фрагментов, в пределах каждого из которых параметры пласта неизменны. Решения для каждого фрагмента затем «сшиваются» на их границах с соблюдением условий неразрывности напоров и расходов потока [2].

---

[1] Как показали С. Н. Нумеров и П. А. Киселев, эти формулы для расхода инфильтрационного потока являются строгими.

[2] Идея метода фрагментов применительно к фильтрации в гидротехнических сооружениях была сформулирована Н. Н. Павловским [158, 159].

Технику применения метода фрагментов покажем на примерах решения некоторых одномерных задач с переменными параметрами по длине.

1. Поток с кусочно-переменной проводимостью, состоящий из n участков различной проводимости (рис. III. 8, *а*). В пределах каждого участка могут быть составлены выражения для погонного расхода потока q:

$$q = T_1 \frac{\Delta H_1}{L_1}; \ldots$$

$$q = T_i \frac{\Delta H_i}{L_i}; \ldots$$

$$q = T \frac{\Delta H_n}{L_n}, \quad \text{(III. 38)}$$

где ΔH_1, ΔH_i, ΔH_n — потери напора в пределах соответствующих участков длиной L_1, L_i, L_n и проводимостью T_1, T_i, T_n; или

$$\Delta H_1 = \frac{qL_1}{T_1}, \ldots$$

$$\Delta H_i = \frac{qL_i}{T_i}, \ldots,$$

$$\Delta H_n = \frac{qL_n}{T_n}. \quad \text{(III. 38, } a\text{)}$$

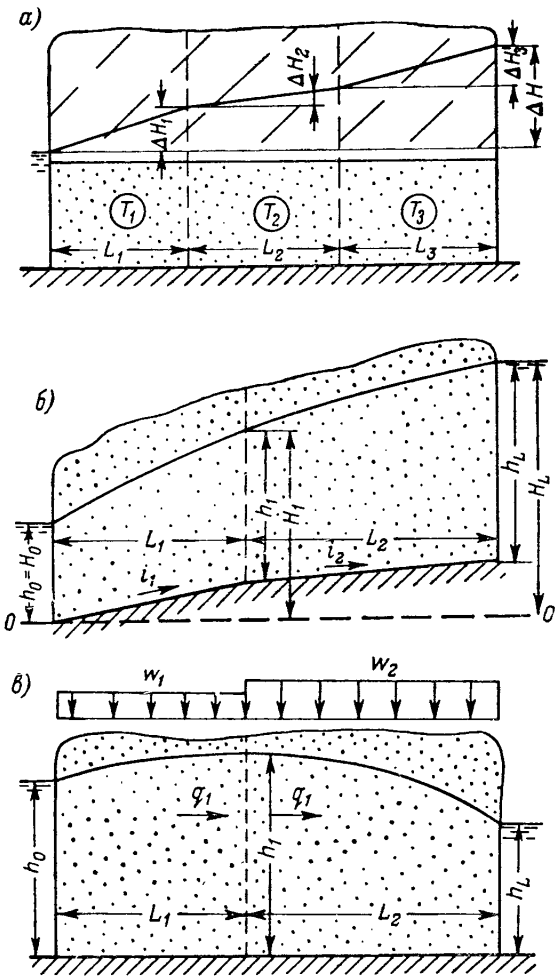


Рис. III. 8. Фрагментные потоки

а — с кусочно-переменной проводимостью; *б* — однородный безнапорный на ломаном водоупоре; *в* — горизонтально-однородный инфильтрационный с кусочно-переменной величиной w

Суммарная потеря напора ΔH сложится из потерь напора на отдельных участках, т. е.

$$\Delta H = q\left(\frac{L_1}{T_1} + \ldots + \frac{L_i}{T_i} + \ldots + \frac{L_n}{T_n}\right),$$

откуда расход потока с кусочно-переменной проводимостью

$$q = \frac{\Delta H}{\frac{L_1}{T_1} + \ldots + \frac{L_i}{T_i} + \ldots + \frac{L_n}{T_n}}. \quad \text{(III. 39)}$$

После определения расхода можно согласно (III. 38, *а*) определить потери напора на каждом участке и построить кривую депрессии, которая будет ломаной линией, состоящей из участков прямых.

2. Однородный безнапорный поток на ломаном водоупоре. Этот поток делится на фрагменты, в пределах каждого из которых водоупор имеет постоянный уклон. Для упрощения техники решения рассмотрим случай, когда водоупор состоит из двух прямолинейных участков (рис. III. 8, *б*). В каждом фрагменте расход определится по формуле (III. 30):

$$q = k\frac{h_0+h_1}{2}\cdot\frac{H_1-H_0}{L_1}; \quad q = k\frac{h_1+h_L}{2}\cdot\frac{H_L-H_1}{L_2}. \qquad \text{(III. 40)}$$

Приравнивая эти выражения для расходов и производя замены: $H = h_0$; $H_1 = h_1 + i_1L_1$; $H_L = h_L + i_1L_1 + i_2L_2$, получим квадратное уравнение, из решения которого следует формула для определения глубины потока в раздельном сечении:

$$h_1 = \left[\frac{h_1L_1(i_2-i_1)}{2} + \sqrt{\frac{h_1^2L_1^2(i_2-i_1)^2}{4} + h_0^2 + h_L^2\frac{L_1}{L_2} + (i_2h_L - i_1h_0)L_1}\right]\frac{L_2}{L}; \qquad \text{(III. 41)}$$

$$L = L_1 + L_2.$$

После определения величины h_1 можно найти расход q по одной из формул (III. 40), а затем построить кривые депрессии в каждом фрагменте согласно уравнению (III. 31).

3. Горизонтально-однородный поток с кусочно-переменной интенсивностью инфильтрации (рис. III. 8, *в*).

Прежде всего, используя (III. 4), преобразуем уравнение (III. 35) применительно к схеме безнапорного однородного потока на горизонтальном водоупоре:

$$q_0 = k\frac{h_0^2-h_L^2}{2L} - \frac{wL}{2}; \quad q_L = k\frac{h_0^2-h_L^2}{2L} + \frac{wL}{2}. \qquad \text{(III. 42)}$$

Запишем теперь выражения для расходов в раздельном сечении в каждом из фрагментов. Для левого фрагмента $q_1 = q_L$ при $h_L = h_1$, а для правого фрагмента $q_1 = q_0$ при $h_0 = h_1$:

$$q_1 = k\frac{h_0^2-h_1^2}{2L_1} + \frac{w_1L_1}{2}; \quad q_1 = k\frac{h_1^2-h_L^2}{2L_2} - \frac{w_2L_2}{2}. \qquad \text{(III. 42, } a\text{)}$$

Приравнивая выражения для расходов q_1 во фрагментах, получим формулу для определения глубины потока в раздельном сечении

$$h_1 = \sqrt{\frac{L_1L_2}{L}\left(\frac{h_0^2}{L_1} + \frac{h_L^2}{L_2} + \frac{w_1L_1+w_2L_2}{k}\right)}. \qquad \text{(III. 43)}$$

§ 3. Одномерная неустановившаяся фильтрация

Уравнение неустановившейся фильтрации линейного в плане потока получается как частный случай уравнения (II. 28) при $\frac{\partial H}{\partial y} = 0$:

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(T \frac{\partial H}{\partial x}\right) + w. \qquad \text{(III. 44)}$$

После линеаризации с осреднением проводимости потока уравнение (III. 44) принимает вид:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{w}{\mu}. \qquad \text{(III. 45)}$$

Если инфильтрация отсутствует или ее величина во времени не меняется, то пользуясь принципом сложения течений, общее решение этого уравнения можно представить, исходя из (III. 3, *б*), в следующем виде:

$$H(x, t) = H_e(x) + \Delta H(x, t), \qquad \text{(III. 46)}$$

где H_e — напоры исходного установившегося потока;

ΔH — изменения напора, которые оказываются независимыми от инфильтрации.

Фундаментальные решения этого уравнения получены для условий, когда на одной границе потока ($x = 0$) начиная со времени $t = 0$ напор меняется либо мгновенно — на величину ΔH^0, либо по линейному закону — с постоянной скоростью v.

При мгновенном изменении уровня на границе $x = 0$ краевые условия для $\Delta H(x, t)$ формулируются следующим образом:

$$\Delta H(x, 0) = 0; \quad \Delta H(0, t) = \Delta H^0.$$

Общий вид решения этой задачи будет:

$$\Delta H = \Delta H^0 \cdot F(x, t), \qquad \text{(III. 47)}$$

где функция $F(x, t)$ зависит от типа потока, от условий на другой границе и неоднородности потока по его длине.

Для однородного полуограниченного потока имеем:

$$F(x, t) = \operatorname{erfc} \lambda; \qquad \lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}. \qquad \text{(III. 47, } a\text{)}$$

Значения $\operatorname{erfc} \lambda$ определяются по таблице, приведенной в приложении 1.

Для ограниченного открытого потока (при неизменном уровне на границе $x = L$) получим:

$$F(x, t) = F_0(\bar{x}; \tau); \quad \bar{x} = \frac{x}{L}: \quad \tau = \frac{at}{L^2}. \qquad \text{(III. 47, } б\text{)}$$

Значения $F_0(\bar{x}; \tau)$ определяются по графику, изображенному на рис. III. 10 и по таблице, приведенной в приложении 2.

Для открытого ограниченного потока (рис. III. 9) при изменении уровня воды на обеих границах изменение уровня ΔH определится

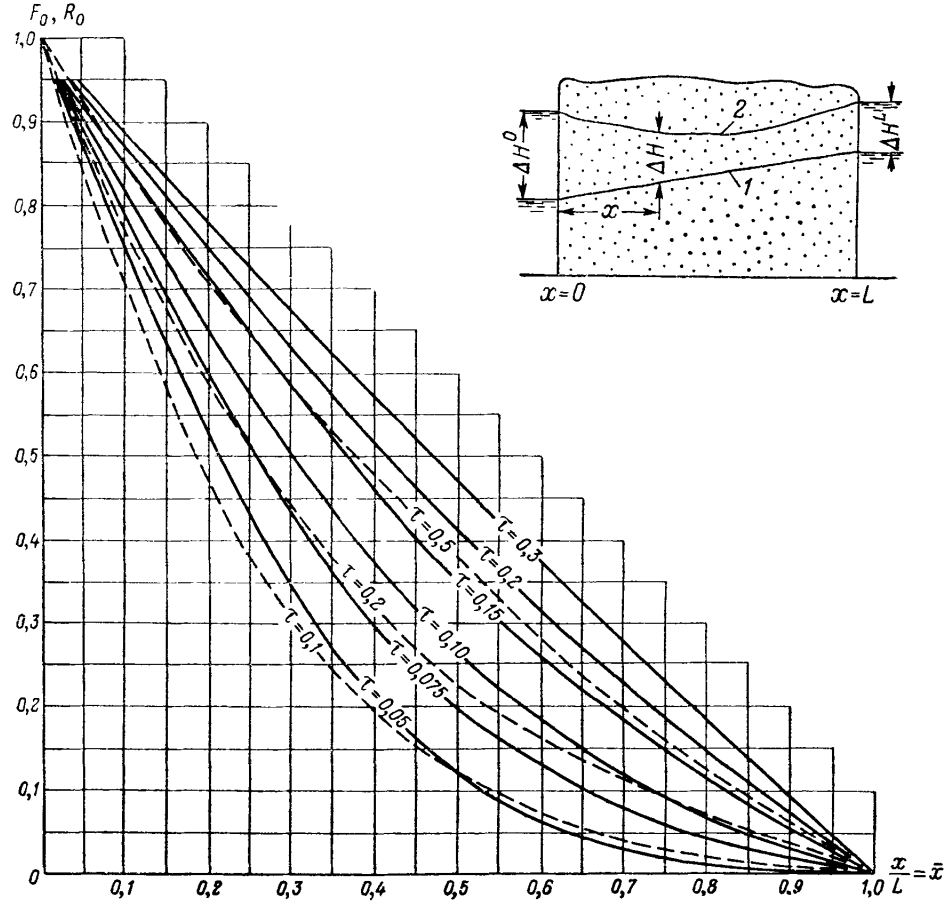


Рис. III. 9. График для определения функций F_0 и R_0 открытого потока: пунктир R_0, сплошные линии F_0

1 — начальная кривая депрессии; *2* — кривая депрессии в расчетный момент времени t

как сумма изменений уровня, подсчитанных от действия изменения уровней на каждой границе в отдельности. Например, если на границах $x = 0$ и $x = L$ происходят мгновенные изменения уровня на величину ΔH^0 и ΔH^L соответственно в моменты $t = 0$ и $t = t'$, то приняв за основу решение (III. 47), получим уравнение для определения суммарного изменения уровня ΔH:

$$\Delta H = \Delta H^0 F_0(\bar{x}, \tau) + \Delta H^L F_0(1 - \bar{x}; \tau');$$

$$\tau = \frac{at}{L^2}; \quad \tau' = \frac{a(t - t')}{L^2}. \qquad \text{(III. 48)}$$

Если положить $H_e = H_0 = \text{const}$ и $\Delta H^0 = \Delta H^L$, то в силу симметрии при $x = 0{,}5\,L$ имеем $\frac{\partial H}{\partial x} = 0$. Полученное таким образом решение соответствует схеме полуоткрытого потока длиной $0{,}5\,L$, так что при мгновенном изменении уровней на границе $x = 0$ решение для схемы полуоткрытого потока длиной L примет вид:

$$\Delta H = \Delta H^0 F_0'(\bar{x}; \tau); \quad \tau = \frac{at}{L^2}; \quad \bar{x} = \frac{x}{L}. \qquad \text{(III. 49)}$$

При этом

$$F_0'(\bar{x}, \tau) = F_0\left(\frac{\bar{x}}{2}; \frac{\tau}{4}\right) + F_0\left(1 - \frac{\bar{x}}{2}; \frac{\tau}{4}\right).$$

Значения $F_0'(\bar{x}, \tau)$ определяются по таблице, приведенной в приложении 3.

При линейном изменении уровня на границе $x = 0$ граничные условия для ΔH будут:

$$\Delta H(x, 0) = 0; \quad \Delta H(0, t) = vt.$$

Общий вид решения для этого случая:

$$\Delta H = vtF_v(x, t). \qquad \text{(III. 50)}$$

Здесь безразмерная функция $F_v(x, t)$ также определяется в зависимости от типа потока.

Для полуограниченного потока:

$$F_v(x, t) = R(\lambda); \quad \lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}; \qquad \text{(III. 50, } a\text{)}$$

Значения $R(\lambda)$ определяются по таблице, приведенной в приложении 4.

Для ограниченного открытого потока (при неизменном уровне на границе $x = L$):

$$F_v(x, t) = R_0(\bar{x}; \tau); \quad \bar{x} = \frac{x}{L}; \quad \tau = \frac{at}{L^2} \qquad \text{(III. 50, } б\text{)}$$

значения $R_0(\bar{x}, \tau)$ определяются по графику, изображенному на рис. III. 10.

Для ограниченного полуоткрытого потока, у которого граница $x = L$ непроницаема, решение при линейном изменении уровня на границе $x = 0$ можно получить тем же путем, что и для разобранного выше случая мгновенного изменения уровня на границе:

$$F_v(x, t) = R_0'(\bar{x}; \tau) = R_0\left(\frac{\bar{x}}{2}; \frac{\tau}{4}\right) + R_0\left(1 - \frac{\bar{x}}{2}; \frac{\tau}{4}\right); \qquad \text{(III. 50, } в\text{)}$$

$$\bar{x} = \frac{x}{L}; \; \tau = \frac{at}{L^2}.$$

Применение принципа сложения течений [1] позволяет распространить эти решения на более общие случаи ступенчатого или ломаного закона изменения уровня на границе $x = 0$.

При ступенчатом графике (рис. III. 10, *а*) решение для начальной ступени имеет вид (III. 47), Для первой дополнительной ступени — при $t_1 < t < t_2$ — решение получается сложением решений от двух ступеней — начальной с изменением уровня ΔH_0^0 на границе, действующей, начиная с момента времени $t = 0$, и дополнительной —

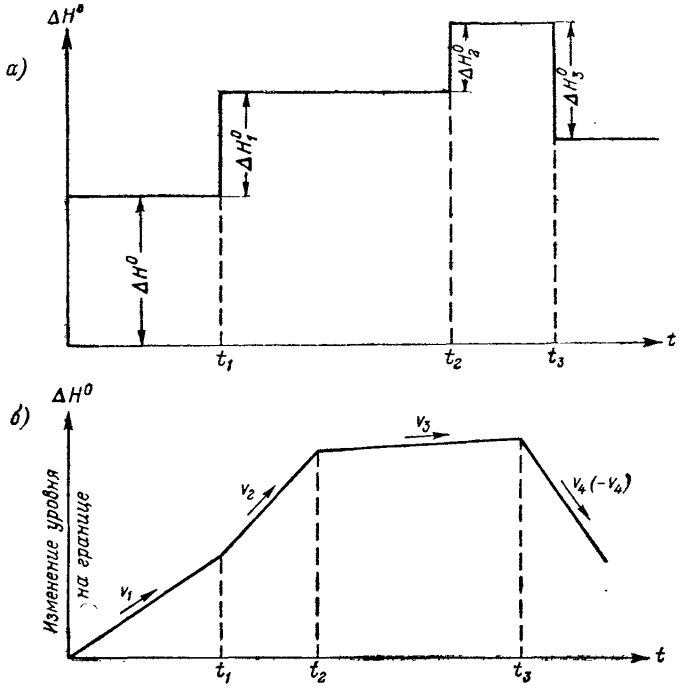


Рис. III. 10. Типовые графики изменения уровня на границах потока

а — ступенчатый; *б* — ломаный

с изменением уровня ΔH_1^0, действующим со сдвигом во времени на величину t_1. Согласно принципу суперпозиции (см. раздел первый этой главы) изменение напора ΔH от действия дополнительной ступени будет:

$$\Delta H_1 = \Delta H_1^0 F(x, t - t_1).$$

Суммарное изменение уровня ΔH определится сложением изменения уровня от первой ступени, определяемого по (III. 47), с величиной ΔH_1:

$$\Delta H = \Delta H_0^0 F(x, t) + \Delta H_1^0 F(x, t - t_1).$$

[1] Впервые аналогичная методика (при другой форме линеаризации уравнения (III. 44) была применена Н. Н. Веригиным [4, 68, 69].

По аналогии можно записать решение для n-ой ступени (при $t_n \leqslant t \leqslant t_{n-1}$):

$$\Delta H = \sum_{i=0}^{n} \Delta H_i^0 F(x, t - t_i). \qquad \text{(III. 51)}$$

При ломаном графике изменения уровня (рис. III. 10) решение для начальной ветви имеет вид (III. 50). Для ветви после первого излома (при $t_1 < t \leqslant t_2$) решение получается сложением решений от двух ветвей — начальной, характеризующейся скоростью v, и первой дополнительной, характеризующейся скоростью $v_1 - v$ с момента времени t_1. Суммарное изменение уровня для этой ветви будет равно:

$$\Delta H = vtF_v(x, t) + (v_1 - v)(t - t_1) F_v(x, t - t_1).$$

По аналогии для ветви после n-ого излома (при $t_n < t \leqslant t_{n+1}$) решение принимает вид:

$$\Delta H = \sum_{i=0}^{n} (v - v_i)(t - t_i) F_v(x, t - t_i). \qquad \text{(III. 52)}$$

При изучении режима грунтовых вод в естественных условиях и особенно при решении мелиоративных задач возникает необходимость оценки подпора грунтовых вод при возникновении или интенсификации площадного инфильтрационного питания.

Методика составления расчетных зависимостей для такого рода задач наиболее подробно разобрана П. Я. Полубариновой-Кочиной [167, 168] и С. Ф. Аверьяновым [126].

При постоянной величине интенсивности инфильтрации (w = = const), действующей с момента $t = 0$ в неограниченном однородном потоке, в уравнении (III. 45) $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = 0$ и, следовательно

$$\Delta H = \frac{w}{\mu} t. \qquad \text{(III. 53)}$$

Для случая w = const в полуограниченном однородном потоке (рис. III. 11, *а*), когда на границе потока $x = 0$ выполняется условие $H(0, t) = 0$ и начальное условие $H(x, 0) = 0$, решение уравнения (III. 45) можно получить, вводя, как это делал для таких задач С. Ф. Аверьянов [10], функцию U, связанную с напором H следующим соотношением:

$$U = H - \frac{w}{\mu} t. \qquad \text{(III. 54)}$$

Тогда уравнение (III. 45) примет вид

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \qquad \text{(III. 55)}$$

соответствующий случаю отсутствия инфильтрации. Таким образом, при наличии сплошной зоны постоянной инфильтрации, вводя функцию U, можно свести задачу к случаю отсутствия инфильтрации. В поставленной задаче граничные условия для функции U определятся согласно (III. 54)

$$U(x, 0) = 0; \quad U(0, t) = -\frac{w}{\mu} t. \qquad \text{(III. 55, } a\text{)}$$

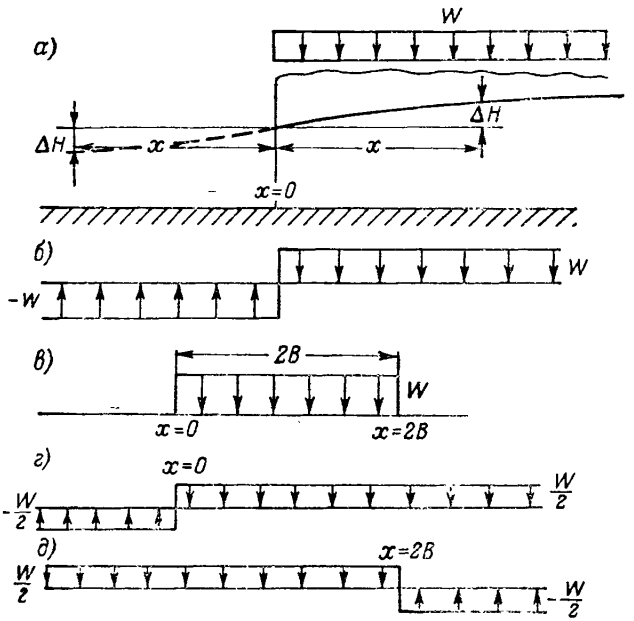


Рис. III. 11. Схема к выводу зависимостей для полуограниченного и полосового инфильтрационного потоков

Но эти граничные условия соответствуют решению (III. 50), в котором надо только заменить v на $-\frac{w}{\mu}$. Тогда решение для U примет вид:

$$U = -\frac{w}{\mu} tR(\lambda). \qquad \text{(III. 55, } б\text{)}$$

Подставляя (III. 55, *б*) в (III. 54), найдем решение задачи в виде:

$$\Delta H = \frac{w}{\mu} tR_w(\lambda); \quad R_w(\lambda) = 1 - R(\lambda). \qquad \text{(III. 56)}$$

Пользуясь этими решениями и применяя принцип суперпозиции, можно получить решение для случая полосовой инфильтрации на участке шириной $2B$ (рис. III. 11, *в*). Предварительно отметим, что разобранный случай инфильтрации в полуограниченном потоке тождествен случаю зеркально-симметричной инфильтрации

в неограниченном пласте (рис. III. 11, *б*), поскольку в этом случае также выполняется условие $H(0, t) = 0$. Далее легко проверить, что схема полосовой инфильтрации интенсивностью w получится, если сложить две схемы зеркально-симметричной инфильтрации, представленные на рис. III. 11, *г—д*. Для каждой из них можно использовать решение (III. 56). Так, для схемы (III. 11, *г*) при $x > 0$ подъем уровня ΔH_1 определится по формуле:

$$\Delta H_1 = \frac{w}{2\mu} tR_w(\lambda).$$

При $x < 0$ будет иметь место такой же спад уровня. Для схемы, представленной на рис. III. 11, *д*, подъем уровня ΔH_2 определится уравнением:

$$\Delta H_2 = \frac{w}{2\mu} tR_w(\lambda'); \quad \lambda' = \frac{2B - x}{2\sqrt{at}}.$$

Соответственно, суммарный подъем ΔH будет равен:

$$\Delta H = \frac{wt}{\mu} R_{\text{п}}(x, t), \qquad \text{(III. 57)}$$

где

$$R_{\text{п}}(x, t) = \frac{R_w(\lambda) + R_w(\lambda')}{2}; \quad \lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}}; \quad \lambda' = \frac{2B - x}{2\sqrt{at}}. \qquad \text{(III. 57, } a\text{)}$$

При вычислении значений $R_{\text{п}}(x, t)$ следует иметь в виду, что функция $R_w(\lambda)$ является нечетной, т. е.

$$R_w(-\lambda) = -R_w(\lambda). \qquad \text{(III. 57, } б\text{)}$$

Это решение другим путем впервые получил С. И. Амосов и подробно проанализировал С. Ф. Аверьянов [126].

Для равномерной инфильтрации в междуречном (междудренном) потоке (рис. III. 14), действующей с момента $t = 0$, по С. Ф. Аверьянову [126], можно определить величину подпора ΔH посередине потока.

$$\Delta H_0 = \frac{wL^2}{2T}[1 - \varphi_0(\tau)]; \quad \tau = \frac{at}{L^2}, \qquad \text{(III. 58)}$$

а в любой точке на расстоянии x от середины потока подпор ΔH_x приближенно можно считать равным:

$$\Delta H_x = \frac{wB^2}{2T}\left[1 - \bar{x}^2 - \varphi_0(\tau)\cos\frac{\pi\bar{x}}{2}\right]; \quad \bar{x} = \frac{x}{L}. \qquad \text{(III. 58, } a\text{)}$$

Функция $\varphi_0(\tau)$ имеет следующие значения [126]:

τ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0	1,2
φ_0	0,802	0,63	0,492	0,384	0,300	0,235	0,183	0,143	0,087	0,033

$\varphi_0 \cong 1 - 2\tau$ при $\tau < 0{,}1$; $\varphi_0 \cong 1{,}03\, e^{-\frac{\pi^2\tau}{4}}$ при $\tau > 0{,}3$.

При переменной во времени инфильтрации можно заменить действительный график инфильтрации ступенчатым и воспользоваться далее принципом сложения течений. Если, например, в течение времени t_1 интенсивность инфильтрации была равна w, а затем изменилась до величины w_1, то для схемы рис. III. 11, *в* при $t > t_1$ имеем:

$$\Delta H = \frac{wt}{\mu} R_{\text{п}}(x, t) + \frac{w_1 - w}{\mu}(t - t_1) R_{\text{п}}(x, t - t_1).$$

На значительном удалении от полосы инфильтрации можно пренебречь влиянием ее ширины и считать, что весь инфильтрационный расход сосредоточивается в ее середине.

Рассмотрим случай, когда сосредоточенная инфильтрация погонной интенсивностью $q = 2wB$ подается в неограниченный однородный бассейн в сечении $x = 0$. В силу симметрии можно рассматривать полуограниченный поток при граничных условиях:

$$H(x, 0) = 0; \quad -T\frac{dH}{dx}\Big|_{x=0} = 0{,}5\,q. \qquad \text{(III. 59)}$$

Решение этой задачи можно получить, если продифференцировать уравнение (III. 45) по x и ввести вместо H переменную $\frac{dH}{dx} = H'_x$. Тогда это уравнение снова примет вид уравнения теплопроводности:

$$\frac{dH'_x}{dt} = a\frac{d^2H'_x}{dx^2}, \qquad \text{(III. 59, } a\text{)}$$

которое должно решаться при условиях:

$$H'_x(x, 0) = 0; \quad H'_x(0, t) = -\frac{q}{2T}. \qquad \text{(III. 59, } б\text{)}$$

По аналогии с решением (III. 47, *а*) решение уравнения (III. 59, *а*) при условиях (III. 59, *б*) получается в следующем виде:

$$H'_x = -\frac{q}{2T}\operatorname{erfc}\lambda. \qquad \text{(III. 60)}$$

Откуда

$$H = -\frac{q}{2T}\int_{\infty}^{x}\operatorname{erfc}\lambda\, dx.$$

Меняя в этом интеграле x на λ, получим уравнение для напоров:

$$H = \frac{q}{T}\sqrt{at}\,P(\lambda), \qquad \text{(III. 61)}$$

где

$$P(\lambda) = \int_{\lambda}^{\infty}\operatorname{erfc}\lambda\, d\lambda = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-\lambda^2} - \lambda\operatorname{erfc}\lambda. \qquad \text{(III. 61, } a\text{)}$$

Иногда функцию $P(\lambda)$ обозначают через $\mathrm{i}\operatorname{erfc}\lambda$ (см. приложение 5).

Для случая расположения бесконечной линии равного притока вдоль границы с постоянным напором ($H = 0$) решение получается методом зеркальных отображений, поскольку влияние этой границы можно учитывать заданием симметричной линии равного оттока (рис. III. 12). В этом случае повышение уровня определится суммарным воздействием этих линий по формуле:

$$\Delta H = \frac{q}{T}\sqrt{at}\,[P(\lambda) - P(\lambda_L)];\quad \lambda_L = \frac{x+2L}{2\sqrt{at}}. \qquad \text{(III. 62)}$$

При расчетах в зоне между линией и границей, где $x < 0$, следует иметь в виду, что $P(-\lambda) = P(\lambda)$.

Переход от зависимостей для подпора $\Delta H_{\text{соср}}$ при сосредоточенной инфильтрации к подпору $\Delta H_{\text{пол}}$ при полосовой инфильтрации интенсивностью $w = \frac{q}{2B}$ можно осуществить по формуле:

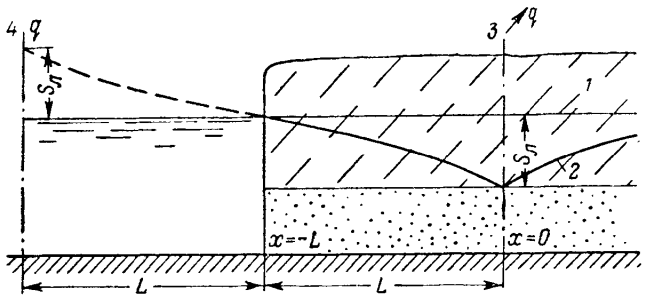


Рис. III. 12. Схема сосредоточенного отбора воды у реки

1 — начальная кривая депрессии; *2* — кривая депрессии при водоотборе; *3* — линия водоотбора (линия равного притока); *4* — зеркальное отображение линии водоотбора

$$\Delta H_{\text{пол}} = \Delta H_{\text{соср}}(1 + \delta). \qquad \text{(III. 63)}$$

Влияние границ потока для этих схем в большинстве случаев проявляется одинаково, поэтому величину δ можно найти, сравнивая решения для условий неограниченного пласта, причем поскольку в этом случае $\Delta H_{\text{соср}}$ определяется по уравнению (III. 61), а $\Delta H_{\text{пол}}$ по уравнению (III. 57) при $w = \frac{q}{2B}$, то поправочный коэффициент δ будет равен:

$$\delta = \frac{\Delta H_{\text{пол}} - \Delta H_{\text{соср}}}{\Delta H_{\text{соср}}} = \frac{1}{4\lambda_B}\cdot\frac{R_{\text{п}}(x,\,t)}{P(\lambda)};\quad \lambda_B = \frac{B}{2\sqrt{at}}. \qquad \text{(III. 63, } a\text{)}$$

График зависимости δ от λ при различных расстояниях x от края полосы приведен на рис. III. 13. Из этого графика, в частности, следует, что по крайней мере на расстоянии, большем удвоенной ширины зоны полосовой инфильтрации от края, ее практически можно заменять сосредоточенной с погонной интенсивностью $q = 2wB$.

Все приведенные выше решения можно применить и для схемы горизонтально-однородного безнапорного потока, используя общее переходное соотношение (III. 4). В этом случае величины $\Delta H = H_i - H_k$ следует заменить величиной $\frac{\Delta h^2}{2m}$, где $\Delta h^2 = h_i^2 - h_k^2$ — разность квадратов глубин потока, соответствующих напорам H_i и H_k.

Покажем технику такого перехода на примере задачи определения уровня в междудренном массиве при мгновенном снижении уровней на границе от H_0 до $H_д$ (рис. III. 14, *а*). Согласно (III. 49) можем записать:

$$\Delta H = \Delta H^0 F_0'(\bar{x}; \tau),$$

$$\Delta H = H_0 - H; \quad \Delta H^0 = H_0 - H_д.$$

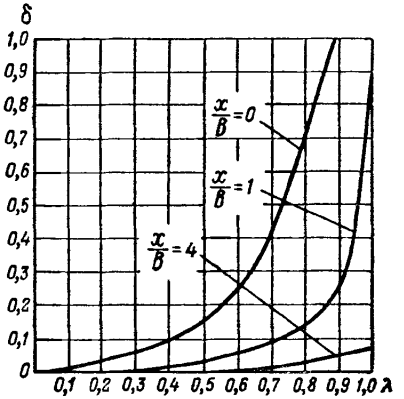


Рис. III. 13. График поправочного коэффициента для перехода от полосовой к сосредоточенной инфильтрации

Далее, заменив ΔH на $\frac{h_0^2 - h^2}{2m}$ и ΔH^0 на $\frac{h_0^2 - h_Д^2}{2m}$, представим (после сокращения на m) это уравнение в виде, соответствующем схеме горизонтально-однородного безнапорного потока (рис. III. 14,*б*):

$$h_0^2 - h^2 = (h_0^2 - h_Д^2) F_0'(\bar{x}, \tau). \qquad \text{(III. 64)}$$

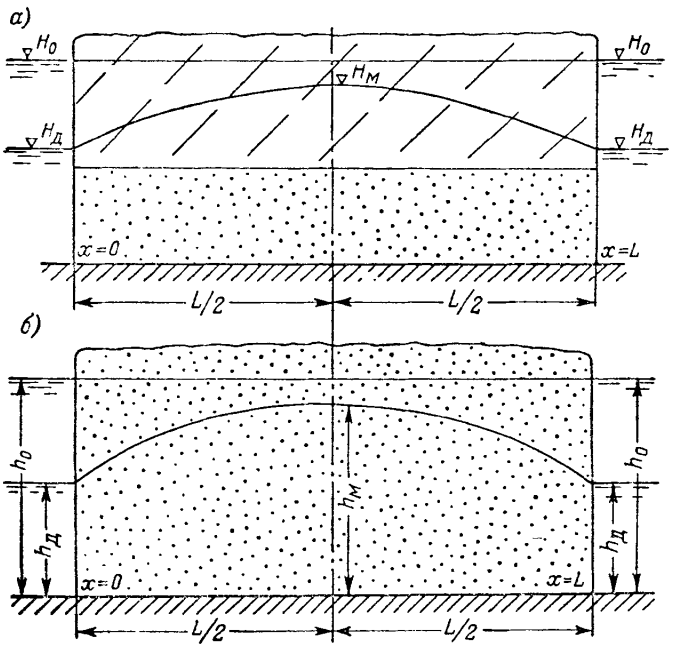


Рис. III. 14. Схема междуречного массива

а — поток с постоянной проводимостью; *б* — однородный по вертикали безнапорный поток

Если последнее уравнение используется для построения кривой депрессии, то его можно разрешить относительно h:

$$h = \sqrt{h_0^2 - (h_0^2 - h_д^2) F_0'(\bar{x}; \tau)}; \quad \tau = \frac{at}{B^2}. \qquad \text{(III.64, а)}$$

Если уравнение используется для определения расстояния между дренами или времени осушения по заданной глубине воды между дренами $h_м$, то его целесообразно представить в следующем виде:

$$F_0'(\tau) = F_0'(1; \tau) = \frac{h_м^2 - h_д^2}{h_0^2 - h_д^2}. \qquad \text{(III.64, б)}$$

Определив $F_0'(\tau)$, можно далее по приведенной ниже таблице [126] найти соответствующее значение $\tau = \frac{at}{L^2}$, а затем определить t или L.

τ	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	1,0	1,2
$F_0'(\tau)$	0,003	0,051	0,228	0,391	0,526	0,629	0,71	0,823	0,892	0,934

Здесь можно считать, что $F_0'(\tau) = 1 - 1{,}27\, e^{-\frac{\pi^2\tau}{4}}$ при $\tau > 0{,}4$.

Рассмотрим для этой схемы также случай, когда через период времени t_w после начала работы дренажа на междуречный массив начинает поступать инфильтрация постоянной интенсивностью w. В данном случае для схемы потока постоянной проводимости понижение уровня, определяемое уравнением (III. 49), уменьшится на величину подпора за счет инфильтрации, определяемую согласно (III. 58). Следовательно, понижение уровня в середине массива $\Delta H_м$ можно выразить уравнением:

$$\Delta H_м = H_0 - H_м = \Delta H^0 F_0'(\tau) - \frac{wL^2}{2T}[1 - \varphi_0(\tau - \tau_w)]; \; \tau_w = \frac{at_w}{L^2}. \qquad \text{(III.65)}$$

Соответственно для схемы *б* на рис. III. 14, после аналогичных замен, принимая во внимание также, что $T = km$, получим для глубины потока в середине массива $h_м$ уравнение:

$$h_0^2 - h_м^2 = (h_0^2 - h_0^2) F_0'(\tau) - \frac{wL^2}{k}[1 - \varphi_0(\tau - \tau_w)]. \qquad \text{(III.65, а)}$$

Решения, полученные для линейного потока, можно распространить и на более общие случаи планового потока, если использовать метод недеформируемых линий тока (н. л. т). Этот метод применял И. А. Чарный при изучении перемещения водо-нефтяного контакта [197]. Применительно к фильтрационным расчетам водопонижения и дренажа этот метод рассматривали С. Н. Нумеров, Л. Н. Павловская [156], А. В. Романов [1] [174] и В. М. Шестаков [75, 214].

Метод недеформируемых линий тока может применяться как для установившейся, так и для неустановившейся фильтрации. В усло-

[1] А. В. Романов называет этот метод «экспериментально-аналитическим».

виях установившейся фильтрации этот метод может оказаться целесообразным, например, в тех случаях, когда фильтрационный поток делится водопонизительными (или дренажными) линиями на зоны существенно различных размеров, например, при расположении линии скважин вблизи совершенного котлована [75].

В условиях неустановившейся фильтрации метод н. л. т. применим в тех случаях, когда характер линий тока во времени меняется сравнительно слабо. При этом можно построить линии тока (например, на модели ЭГДА) в условиях установившейся фильтрации, а затем произвести расчеты по отдельным характерным лентам тока в условиях неустановившейся фильтрации.

В такой постановке расчет по лентам тока сводится к решению одномерой задачи, но для потока переменной ширины. Учет переменности ширины и неоднородности потока можно осуществить расчетами в конечных разностях или используя методы моделирования. Приближенные аналитические расчеты неустановившейся фильтрации можно произвести, приводя ленту переменной ширины и проводимости к однородной ленте постоянной ширины b. Для этого лента тока разбивается на несколько отсеков (обычно 5—7), и каждый отсек, имеющий среднюю длину l_i, среднюю ширину b_i и проводимость T_i, заменяется эквивалентным отсеком расчетной шириной b и проводимостью T (величины b и T принципиально могут быть заданы любыми и выбираются из условий удобства расчетов). Используя условие неизменности расходов в этих отсеках, составим формулу для длины такого эквивалентного отсека l_i^0:

$$l_i^0 = \frac{bT}{b_i T_i} l_i \ . \qquad \text{(III.66)}$$

Расчетная длина ленты тока $L_{\text{лт}}$, приведенная к ширине b, определится как сумма длин эквивалентных отсеков.

Для горизонтально-однородных безнапорных потоков в (III. 66) следует заменить соотношение проводимостей $\frac{T}{T_i}$ соотношением соответствующих коэффициентов фильтрации $\frac{k}{k_i}$.

При наличии инфильтрации ее расчетная интенсивность w_i^0 в каждом отсеке определится из условия неизменности суммарного инфильтрационного расхода:

$$w_i^0 = \frac{b_i l_i}{b l_i^0} w_i, \qquad \text{(III.67)}$$

где w_i — действительная интенсивность инфильтрации в i-ом отсеке.

Вместо действительной величины водоотдачи μ вводится расчетное значение μ^0, которое определяется из условия одинакового баланса воды в действительной и расчетной ленте тока по формуле:

$$\mu^0 = \frac{F_{\text{лт}}}{b L_{\text{лт}}} \mu, \qquad \text{(III.68)}$$

где $F_{\text{лт}}$ — площадь действительной ленты тока.

Глава четвертая

ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ СКВАЖИН

§ 1. Некоторые общие вопросы гидрогеологических расчетов скважин

Задачей гидрогеологических расчетов скважин является определение основных элементов потока подземных вод — напоров, скоростей и расходов — в водоносных горизонтах при откачках воды из скважин (или при нагнетании воды в скважины). Гидрогеологические расчеты скважин являются основой для выбора наиболее рациональной их конструкции и схемы расположения при устройстве водозаборов, вертикальных дренажей и т. д.

Формулы для аналитических гидрогеологических расчетов скважин выводятся из решений основных дифференциальных уравнений, приведенных в главе второй.

Расчетная модель скважины. Стоки и источники

Обычно в скважинах принимается одно из двух условий:

а) $Q = f(t)$, в частном случае $Q = \text{const}$ (Q — дебит скважины);

б) $S = f(t)$, в частном случае $S = \text{const}$ (S — понижение уровня в скважине при откачке воды или повышение уровня при нагнетании).

На практике в последнее время, в связи с широким распространением погружных насосов, скважины чаще всего эксплуатируются при постоянных или известным образом изменяющихся дебитах. В этом случае искомой величиной является понижение уровня. В таких условиях для целей расчета скважин удобно ввести в рассмотрение с т о к и и и с т о ч н и к и определенной интенсивности или производительности.

Стоками и источниками в гидравлике называются точки («точечные источники») или линии («линейные источники»), которые поглощают или выделяют жидкость [1]. Учитывая это обстоятельство, стоки

[1] Понятие о стоках и источниках широко используется также в теории теплопроводности и теории электричества, где действие их соответственно связывается с выделением и поглощением тепла и электричества.

и источники можно принять в качестве моделей реальных скважин. Это равносильно тому, что реальные скважины, имеющие радиус $r_c > 0$, заменяются условными скважинами «исчезающе малого» радиуса $r_c \to 0$. Такого рода модели скважин в большинстве случаев оказываются вполне приемлемыми, ибо действительный радиус скважин весьма мал по сравнению с размерами всей области движения подземных вод.

Моделирование скважин стоками и источниками чрезвычайно упрощает задачу расчета и дает возможность использовать имеющиеся в гидродинамике (а также в теории теплопроводности и теории электричества) многочисленные решения, которыми описывается действие стоков и источников, и широко применять метод наложения течений, обусловленных их действием.

В табл. IV. 1 приведены выражения, которыми характеризуются линейный и точечный стоки (источники) [143]; они являются решениями исходных дифференциальных уравнений для безграничных потоков. В этих выражениях приняты следующие обозначения:

Q — расход (производительность) стока (источника); величина Q может изменяться по любому закону во времени и в частном случае может быть постоянной;

km — проводимость водоносного горизонта (k — коэффициент фильтрации, m — мощность);

t — время;

a — коэффициент пьезопроводности;

r и ϱ — радиусы-векторы точки, в которой определяются понижения уровня S.

Как следует из формул (IV. 1) и (IV. 2), понижение уровня S в самих стоках (в формулах принято, что стоки располагаются в начале координат, т. е. в точках $r = \varrho = 0$) равно бесконечности, т. е. сами стоки представляют собой некоторую абстракцию. Однако уже в небольшом удалении от них, например на расстоянии, равном радиусу скважины, понижение уровня выражается вполне определенной конечной величиной. То же относится и к скорости фильтрации. Расход же стока (источника) по условию является величиной конечной. Математически это выражается следующим образом. Поскольку в точке расположения стока $r = \varrho = 0$ скорость фильтрации равна бесконечности, а площадь стока равна нулю, расход, т. е. произведение скорости на площадь, дает неопределенность, раскрывая которую в пределе получаем:

$$\lim V_\Phi F = Q,$$

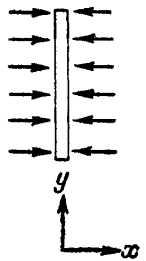
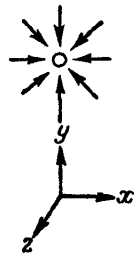
$$V_\Phi \to \infty$$

$$F \to 0$$

где V_Φ — скорость фильтрации; F — площадь поверхности стока (источника).

Таблица IV.1

Функции линейного и точечного стоков (источников)

Наименование стока (источника)	Схема	Расчетная зависимость для определения понижения напорного уровня			
		неустановившееся движение	номер ф-лы	установившееся движение	номер ф-лы
Линейный или точечный на плоскости — «плоский»		$S=\frac{1}{4\pi km}\int_0^t \frac{Q(t)\,e^{-\frac{r^2}{4a(t-\tau)}}}{t-\tau}\,d\tau$ $(r=\sqrt{x^2+y^2})$	IV.1	$S=\frac{Q}{2\pi km}\ln r+c$	IV.1′
Точечный — «пространственный»		$S=\frac{1}{8(\pi a)^{3/2}}\int_0^t \frac{Q(t)\,e^{-\frac{\varrho^2}{4a(t-\tau)}}}{(t-\tau)}\,d\tau$ $(\varrho=\sqrt{x^2+y^2+z^2})$	IV.2	$S=\frac{Q}{4\pi k\varrho}+c$	IV.2′

Фрагментирование потока подземных вод. Метод фильтрационных сопротивлений

При расчетах скважин возможно с вполне достаточной для практических целей точностью весь поток подземных вод как бы подразделить на фрагменты и каждый из них рассматривать отдельно, оценивая в нем локальные потери напора. Общее понижение напора определяется путем суммирования локальных потерь напора.

Вместо напоров можно рассматривать фильтрационные сопротивления, по величине прямо пропорциональные напорам, и путем их соответствующего суммирования вычислять общее фильтрационное сопротивление всего потока в целом [41, 53, 17, 157, 207, 199].

Фильтрационным сопротивлением, как известно, называется отношение перепада напоров S к расходу Q:

$$\Phi = \frac{S}{Q} \qquad \text{(IV. 3)}$$

Выражая S в метрах, а Q — в кубических метрах в сутки, получим, что сопротивление Φ имеет размерность *сутки/м*^{2}. Операции с величиной сопротивления, имеющей размерность, связаны с определенными неудобствами. Поэтому в дальнейшем изложении вместо собственно сопротивления, определяемого соотношением (IV. 3), мы будем рассматривать безразмерный параметр f, пропорциональный сопротивлению, который можно назвать показателем гидравлического сопротивления, или просто безразмерным сопротивлением:

$$f = \frac{\alpha\, kmS}{Q}, \qquad \text{(IV. 4)}$$

где km — проводимость водоносного горизонта;

α — некоторый численный коэффициент, зависящий от схемы фильтрационного течения.

Допустимость разделения на фрагменты всего фильтрационного потока, устремляющегося к скважинам, обусловливается тем, что возмущения, вызываемые откачкой из скважин и выражающиеся в искривлении линии тока и наиболее резком понижении уровня подземных вод, локализуются в зоне расположения самих скважин. За пределами этой зоны направление линий тока и понижения уровня носят более спокойный характер.

Едва ли не важнейшим следствием, вытекающим из этого положения, является то, что эффект самых разнообразных по своим геометрическим особенностям и распределению дебита групп и систем скважин уже в небольшом удалении от них можно отразить в расчетах практически эквивалентным эффектом простейших по форме, так сказать, типовых групп и систем скважин, если только при этом сохранить неизменным суммарный дебит скважин реальной системы. Например, линейный ряд скважин в небольшом удалении от него вызывает такие же понижения уровня и приводит к формированию

пьезометрической депрессии такого же типа, как если бы вместо ряда скважин мы рассматривали сплошную галлерею с расходом, равным суммарному расходу всех скважин. Аналогично ограниченные группы скважин на площади, даже при весьма хаотическом их расположении, уже на небольшом расстоянии оказывают практически такое же влияние, как единичная скважина укрупненных размеров («большой колодец»), расход которой равен суммарному расходу всех скважин реальной группы. Это обстоятельство весьма облегчает решение задачи расчета взаимодействующих групп или систем скважин в водоносных горизонтах различных типов.

Следует отметить, что изложенные особенности фильтрационных потоков принципиально совпадают с хорошо известными свойствами тепловых потоков. В теории теплопроводности (см., например, [143]) широко используется тот факт, что температурные поля на некотором удалении от нагреваемых (или охлаждаемых) тел произвольной конфигурации совпадают с полями так называемых «основных тел» правильной геометрической формы, например шара, цилиндра, пластины.

Для того чтобы температурные поля реального и «основного» тел совпадали, необходимо только, чтобы потоки тепла (в фильтрационном поле — дебиты, расходы), проходящие через них, были одинаковыми.

В динамике подземных вод метод фрагментирования потоков и выделения зон с различными сопротивлениями применительно к задачам фильтрации в районе гидротехнических сооружений был предложен С. Н. Нумеровым [17] и назван им способом «суммарного учета местных потерь напора», так как в основу его положена идея обобщенной оценки дополнительных потерь напора в так называемых «зонах резко изменяющейся фильтрации». Предполагается, что эти зоны не влияют на фильтрацию в других зонах при достаточном удалении их друг от друга.

С. Н. Нумеровым исследованы некоторые типовые формы в зонах напорной и напорно-безнапорной резко изменяющейся фильтрации. Полученные им решения позволяют определять сопротивления и напоры в этих зонах, которые предлагается использовать в качестве типовых при фильтрационных расчетах плотин со сложным подземным контуром, а также в случаях так называемой «плановой фильтрации».

Для скважин метод фрагментирования и разделения потоков на зоны с различными сопротивлениями был приблизительно в тот же период времени сформулирован и применен Ю. П. Борисовым в связи с решением задач разработки нефтяных месторождений [41] и назван им «методом фильтрационных сопротивлений», чем подчеркнута его аналогия с методами расчета электрических цепей. В соответствии с этой аналогией Ю. П. Борисовым введены термины «внутреннее сопротивление», которым характеризуется сопротивление в зонах наибольшей деформации потока вблизи скважин, и «внешнее сопротивление» — для зон, удаленных от скважин.

Суммарный эффект фильтрационных сопротивлений определяется, как и в теории электричества, по законам Ома и Кирхгофа. В общем виде, обозначая сопротивления, расход и понижение уровня соответственно через f_i, Q_i, S_i (они являются аналогами электрических величин — сопротивления R_i, силы тока I_i и разности электрических потенциалов ΔU_i), получим:

$$Q_i = \frac{S_i}{f_i} \text{ и } S = \sum_{i=1}^{n} S_i = \sum_{i=1}^{n} Q_i f_i. \qquad \text{(IV.5)}$$

Здесь $i = 1, 2, \ldots, n$; n — число скважин (стоков, источников) или групп (систем) скважин, одновременно действующих в водоносном горизонте.

В гидрогеологических задачах метод фрагментирования и разделения потоков на зоны по гидравлическим сопротивлениям или метод сопротивлений широко используется при проектировании дренажа, водопонижения и водозаборов из скважин, устраиваемых для целей водоснабжения [52, 53, 156, 157, 207, 219].

Стадии формирования потока

Движение подземных вод при действии скважин, строго говоря, всегда является неустановившимся, т. е. напор, скорость и расход потока в различных его сечениях изменяются во времени. Однако характер режима фильтрации на различных этапах неодинаков.

Наиболее резко выражено неустановившееся движение в первой стадии, когда на темп снижения уровня и характер новой депрессионной поверхности существенно влияет начальное («бытовое») распределение напоров. В этой стадии темп понижения уровня, скорость фильтрации и расход в каждом сечении потока резко различаются. Вместе с тем эффект откачки в этот период в удалении от скважины практически мало заметен; основное ее влияние сказывается в ограниченной зоне вблизи скважины.

По аналогии с теплопроводностью эту первую стадию можно назвать стадией неупорядоченного режима.

На следующем этапе движение подземных вод, хотя и является неустановившимся, тем не менее, в зоне наиболее активного влияния откачки (эта зона во времени увеличивается) на форме новой пьезометрической поверхности уже в малой степени отражаются первоначальные ее особенности. Темп понижения уровня, характер депрессии, скорость фильтрации и расход потока в данной стадии в каждый момент времени практически такие же, как в условиях установившегося движения, и следовательно, во втором периоде весь процесс фильтрации можно рассматривать как последовательность установившихся режимов.

В связи с этим В. Н. Щелкачев [221] назвал распределение напоров подземных вод в этой стадии квазиустановившимся, или квазистационарным.

В теории теплопроводности описываемая вторая стадия процесса распространения тепла носит название стадии регулярного теплового режима.

Общая величина понижения напорного уровня $S_{\text{сум}}$ на этом этапе откачки может быть выражена двумя слагаемыми:

$$S_{\text{сум}} = S(x, y, z, t_0) + \Delta S(t - t_0), \qquad \text{(IV. 6)}$$

где $S(x, y, z, t_0)$ — понижение уровня в точке с координатами x, y, z на момент времени t_0, когда движение подземных вод и распределение напоров приобретают квазиустановившийся характер;

$\Delta S(t - t_0)$ — дополнительное понижение уровня за отрезок времени $t - t_0$; для всех точек водоносного горизонта в области, характеризующейся квазиустановившимся движением, это дополнительное понижение уровня практически одинаково (оно не зависит от координат x, y, z).

Наконец, в третьей стадии, в определенных условиях, например при наличии постоянно действующих источников питания водоносного горизонта, движение подземных вод приближается к установившемуся, и дальнейшего понижения уровня уже практически не происходит. Согласно теории, такое положение может наступить только при бесконечно-большой длительности откачки, когда $t = \infty$, однако в реальных условиях во многих случаях оно фиксируется весьма быстро, иногда настолько быстро, что промежуточная стадия регулярного режима практически не наблюдается.

Изложенные закономерности режима фильтрации на различных стадиях откачки могут явиться основой для приближенных расчетов скважин в условиях неустановившегося движения. Весьма важно, что эти закономерности сохраняются не только для однородных, но и для неоднородных в фильтрационном отношении водоносных горизонтов.

§ 2. Одиночная совершенная скважина в безграничном однородном водоносном горизонте

Расчетную зависимость для совершенной скважины в водоносном горизонте весьма большой площади распространения (теоретически в данном случае принимается, что водоносный горизонт является безграничным) можно получить из приведенного выше выражения (IV. 1), характеризующего действие линейного источника (или точечного источника на плоскости). Схема одиночной скважины была показана на рис. I. 2*а*.

Постоянный расход скважины

Положим, что расход линейного источника, как и реальной скважины, моделью которой является источник, во времени не изменяется, т. е.

$$Q(t) = Q = \text{const}. \qquad \text{(IV. 7)}$$

Тогда, вводя подстановки $\frac{r^2}{4a(t-\tau)} = \alpha$; $d\tau = \frac{r^2}{4a\alpha^2} d\alpha$, вместо (IV. 1) получим [1]:

$$S = \frac{Q}{4\pi km} f_{c1}, \qquad \text{(IV. 8)}$$

где

$$f_{c1} = \int_{\alpha_0}^{\infty} \frac{e^{-\alpha}}{\alpha} d\alpha = -Ei(-\alpha_0); \quad \alpha_0 = \frac{r^2}{4at}. \qquad \text{(IV. 9)}$$

Интеграл (IV. 9) известен под названием «интегрального экспоненциала», или «интегральной показательной функции»; численные его значения приводятся в табл. IV. 2.

Зависимость (IV. 8) для расчета скважин в потоках грунтовых вод впервые предложил в США в 1935 г. Тейс [252], позднее, в 1937 г., ее применил к нефтяным задачам Маскет [145]; в отечественных работах она широко используется при решении задач нефтяной гидравлики в условиях упругого режима, а также при фильтрационных и гидрогеологических расчетах, связанных с дренажем и водоснабжением [42, 58, 72, 157, 199, 220, 221 и др.].

Функция $Ei(-\alpha_0)$ представляет собой показатель безразмерного гидравлического сопротивления потока подземных вод при откачке из совершенной скважины в водоносном горизонте весьма большой площади распространения с постоянным расходом Q[2]. При малых значениях аргумента, когда $\frac{r^2}{4at} < 0{,}05 \div 0{,}1$ или $t > (2{,}5 \div 5)\frac{r^2}{a}$, справедливо следующее приближенное выражение: [2]

$$Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right) \approx -\left(\ln\frac{r^2}{4at} + 0{,}577\right) = \ln\frac{2{,}25\,at}{r^2}. \qquad \text{(IV. 10)}$$

При этом формула (IV. 8) становится внешне аналогичной формуле Дюпюи, но только при «радиусе влияния» или так называемом «приведенном радиусе влияния» [221], зависящем от времени:

$$S = \frac{Q}{2\pi km} \ln\frac{R}{r}, \qquad \text{(IV. 11)}$$

где

$$R = 1{,}5\sqrt{at}. \qquad \text{(IV. 12)}$$

При постоянном дебите скважины понижение уровня в первые моменты происходит быстро (в самой скважине и в непосредственной близости от нее — практически мгновенно, скачкообразно),

[1] Здесь и далее все расчетные зависимости даются для напорного потока. Переход к формулам для безнапорного потока осуществляется по соотношению (III. 4), приведенному в главе третьей.

[2] Функция $Ei(-\alpha_0)$ имеет отрицательное значение, что следует учитывать при пользовании математическими справочниками.

а с течением времени темп снижения замедляется. В соответствии с выражением (IV. 11) при этом устанавливается логарифмическая зависимость между понижением уровня S и временем t, т. е. график в координатах $S - \ln \bar{t}$ (где $\bar{t} = \frac{1}{4\alpha_0}$) представляет собой прямую линию (рис. IV. 1).

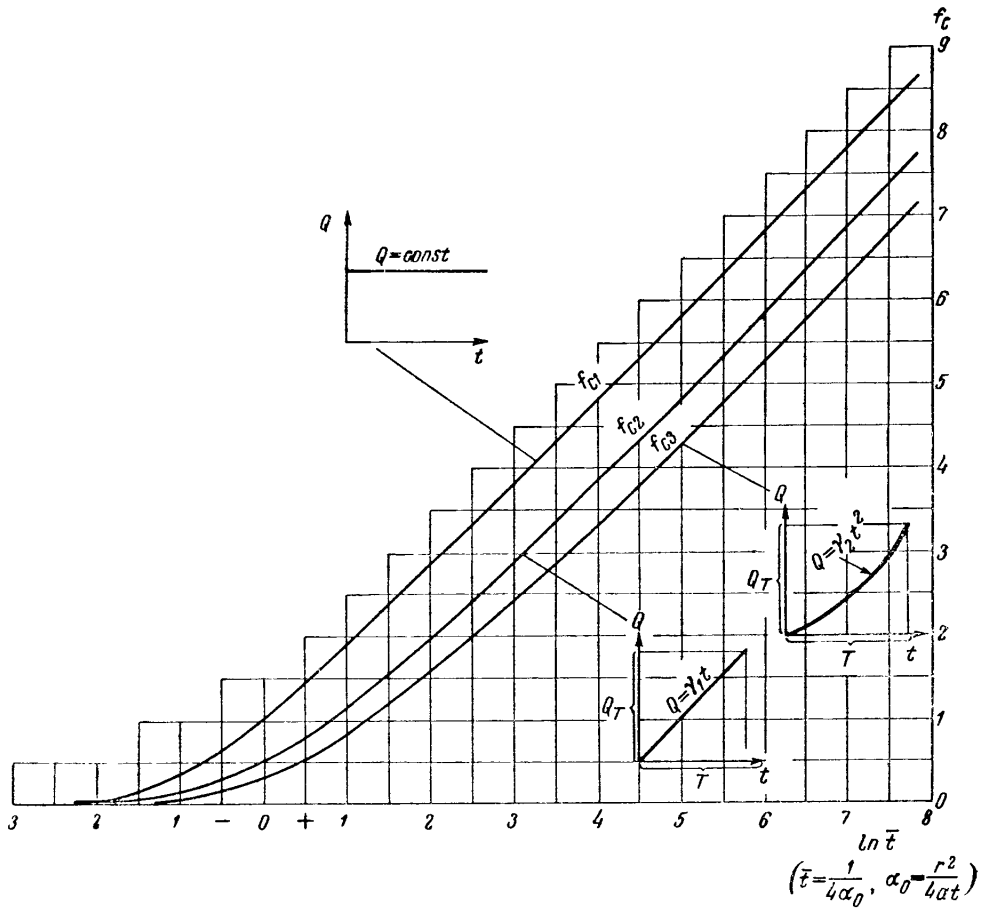


Рис. IV. 1. Графики зависимости безразмерных сопротивлений f_{c1}, f_{c2} и f_{c3} от безразмерного времени $\bar{t} = \frac{1}{4\alpha_0}$

Изменяющийся расход скважины

Теперь представим себе, что в основном выражении для линейного источника (IV. 1) дебит Q в процессе откачки изменяется по различным законам. Рассмотрим следующие случаи.

1. Скачкообразное изменение расхода (рис. IV. 2, *а*)

В этом случае имеем:

$$0 < t < t_1, \quad Q = Q_{\text{I}};$$
$$t_1 < t < t_2, \quad Q = Q_{\text{II}};$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$t_{n-1} < t < t_n, \quad Q = Q_n.$$

Пользуясь правилом наложения фильтрационных течений при таком графике изменения дебита, можно получить следующую расчетную зависимость для определения понижения уровня S:

$$S = \frac{Q_T}{4\pi km} f'_{c\,1}, \qquad \text{(IV. 13)}$$

где

$$f'_{c\,1} = -\sum_{i=1}^{n} \beta_i Ei\left(-\frac{r^2}{4a\,(t-t_{i-1})}\right); \qquad \text{(IV. 14)}$$

$$\beta_i = \frac{Q_i - Q_{i-1}}{Q_T}.$$

Здесь Q_T — максимальный расход скважины в течение всего периода откачки;

Q_i — расход в интервале времени i ($i = 1, 2, \ldots, n$, n — число интервалов изменения расхода).

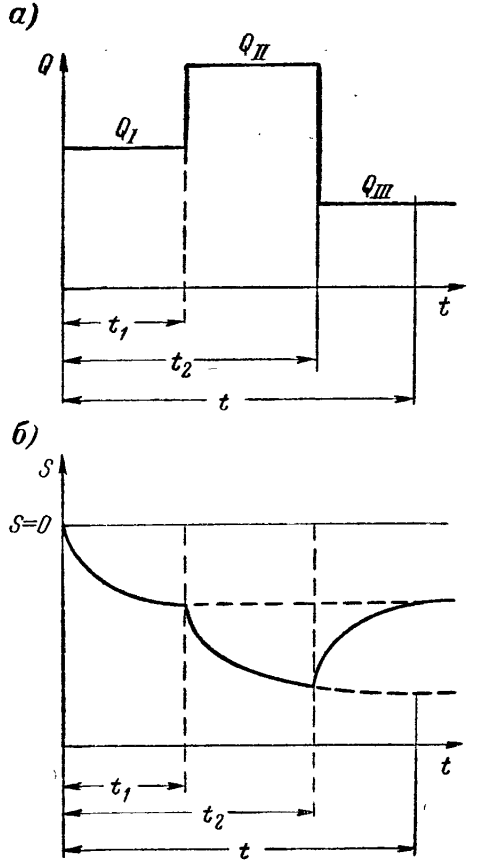


Рис. IV. 2. Схемы ступенчатого изменения расхода скважины

График $S - t$, соответствующий этой зависимости (см. рис. IV. 2, *б*), отражает все изменения дебита, причем на границах интервалов времени происходит скачок уровня, а затем постепенное его понижение (или повышение, в зависимости от знака изменения дебита). Важно заметить, что в формуле (IV. 14) при исчислении безразмерного гидравлического сопротивления для каждой ступени изменения дебита принимается полное время $\Delta t = t - t_{i-1}$, т. е. так, как если бы в дальнейшем от момента времени t_{i-1} до момента времени t прирост дебита $\Delta Q = Q_i - Q_{i-1}$ сохранялся постоянным и соответственно понижение уровня под влиянием этого дебита происходило в течение всего периода времени Δt (на графике $S - t$ это показано пунктирными линиями). Иначе говоря, влияние скачкообразных изменений дебита можно рассматривать изолиро-

ванно, как влияние, например, скважины с расходом $Q_i - Q_{i-1}$. Суммарный эффект выразится суммой понижений уровня, вызванных всеми скачками дебита.

2. Линейное изменение расхода

Допустим, что в самом начале откачки расход скважины постепенно увеличивается так, что график $Q-t$ можно представить в виде прямой:

$$Q(t) = \gamma_1 t,$$
$$\gamma_1 = \frac{Q_T}{T}, \qquad \text{(IV. 15)}$$

где Q_T — максимальная величина расхода по истечении периода времени T.

Подставляя зависимость (IV. 15) в основную формулу для скважины (IV. 1), получим

$$S = \frac{Q(t)}{4\pi km} f_{c\,2}, \qquad \text{(IV. 16)}$$

$$f_{c\,2} = \frac{1}{t}\int_{\alpha_0}^{\infty}\left(t - \frac{r^2}{4a\alpha}\right)\frac{e^{-\alpha}}{\alpha}\,d\alpha, \qquad \text{(IV. 17)}$$

где $Q(t)$ определяется по (IV. 15), а $\alpha_0 = \frac{r^2}{4at}$.

Интегрирование выражения (IV. 17) дает:

$$f_{c\,2} = -(1+\alpha_0)\,Ei(-\alpha_0) - e^{-\alpha_0}. \qquad \text{(IV. 18)}$$

Значения этой функции приведены в табл. IV. 2 и в виде графиков изображены на рис. IV. 1.

При более или менее значительной продолжительности откачки, когда $\alpha_0 \ll 1$, вместо (IV. 18) можно пользоваться более простой зависимостью:

$$S \approx \frac{Q(t)}{4\pi km}\left(\ln\frac{2{,}25\,at}{r^2} - 1\right) = \frac{Q(t)}{4\pi km}\ln\frac{0{,}83\,at}{r^2}. \qquad \text{(IV. 19)}$$

При определении уровня в самой скважине или в точках, отстоящих от нее на небольшом расстоянии, формула (IV. 19) применима практически во всем интервале времени откачки.

Задача с линейным законом изменения расхода рассматривалась в работах Ю. П. Борисова [42] и В. М. Шестакова [212].

3. Изменение расхода по параболическому закону

В данном случае действительный график изменения дебита скважины представляется в виде следующей зависимости:

$$Q(t) = \gamma_2 t^2, \qquad \text{(IV. 20)}$$

где

$$\gamma_2 = \frac{Q_T}{T^2}.$$

Поступая как в предыдущем случае, из формулы (IV. 1) получим:

$$S = \frac{Q(t)}{4\pi km} f_{c\,з}, \tag{IV. 21}$$

$$f_{c\,з} = \frac{1}{t^2} \int_{\alpha_0}^{\infty} \left(t - \frac{r^2}{4a\alpha}\right)^2 \frac{e^{-\alpha}}{\alpha} d\alpha. \tag{IV. 22}$$

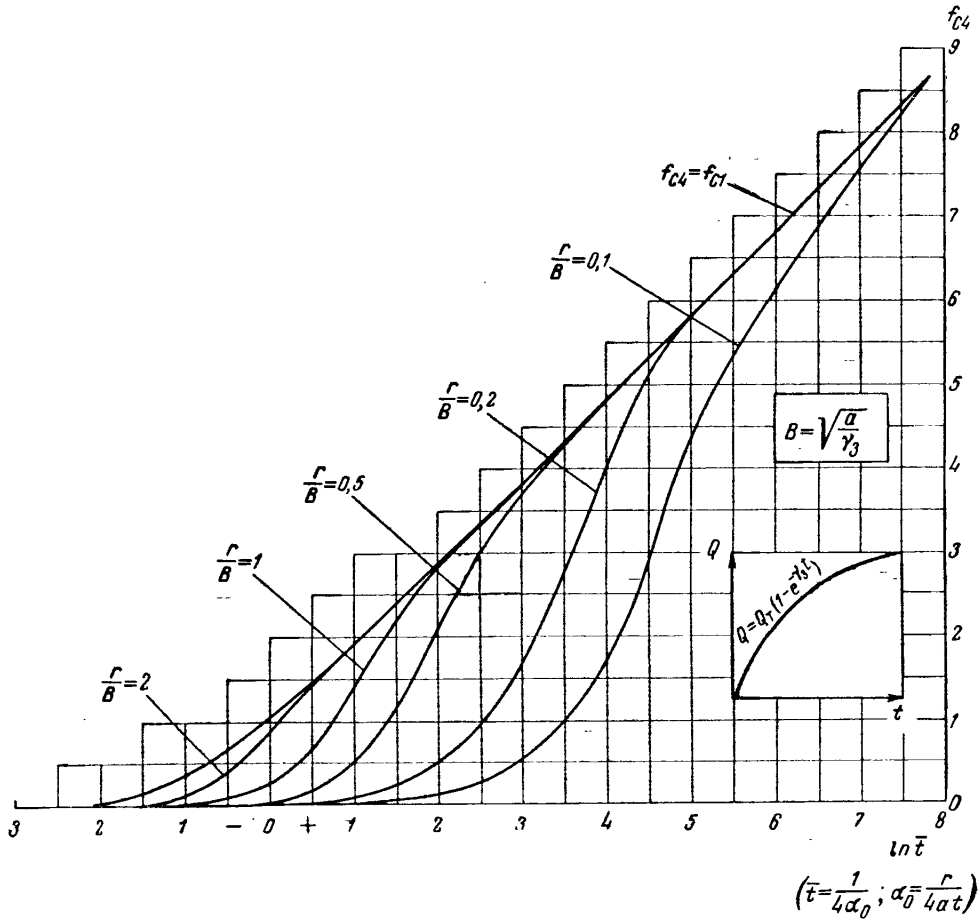


Рис. IV. 3. График зависимости безразмерного сопротивления $f_{c\,4}$ от безразмерного времени $\bar{t} = \frac{1}{4\alpha_0}$ для различных значений $\frac{r}{B}\left(B = \sqrt{\frac{a}{\gamma_3}}\right)$

После интегрирования (IV. 22) получим:

$$f_{c\,з} = -\left(1 + 2\alpha_0 + \frac{\alpha_0^2}{2}\right) Ei(-\alpha_0) - 2\left(1 + \frac{\alpha_0}{4} - \frac{1}{4}\right) e^{-\alpha_0}. \tag{IV. 23}$$

Здесь, как и прежде, $\alpha_0 = \frac{r^2}{4at}$. Значения функции $f_{c\,з}$ приведены в табл. IV. 2 и в виде графика на рис. IV. 1.

Таблица IV. 2

Безразмерные сопротивления $f_{c\,1}$, $f_{c\,2}$, $f_{c\,3}$

α_0	$f_{c\,1}$ по ф-ле (IV. 9)	$f_{c\,2}$ по ф-ле (IV. 18)	$f_{c\,3}$ по ф-ле (IV. 23)
0,0001	8,633	7,734	7,135
0,001	6,331	5,338	4,845
0,01	4,038	3,088	2,629
0,1	1,823	1,100	0,794
0,2	1,223	0,649	0,426
0,3	0,906	0,437	0,268
0,5	0,560	0,233	0,128
0,7	0,374	0,139	0,070
1	0,220	0,171	0,032
2	0,049	0,011	0,004
3	0,013	0,0024	0,0006
4	0,0038	0,0006	0,0001
5	0,0012	0,0002	0,0001

При $\alpha_0 \ll 1$,

$$S \approx \frac{Q(t)}{4\pi km}\left(\ln\frac{2{,}25\,at}{r^2} - 1{,}5\right) = \frac{Q(t)}{4\pi km}\ln\frac{0{,}51\,at}{r^2} \qquad \text{(IV. 24)}$$

Таким образом, по своей структуре это выражение идентично выражению (IV. 19) для линейного закона изменения дебита. Различие между ними только в значении числового коэффициента под знаком логарифма (в первом случае 0,83, во втором 0,51).

4. Изменение расхода по экспоненциальному закону

Допустим, что график изменения расхода может быть апроксимирован следующей зависимостью

$$Q(t) = Q_T\left(1 - e^{-\gamma_3 t}\right), \qquad \text{(IV. 25)}$$

где Q_T — некоторый предельный расход скважины.

Максимального своего значения теоретически он достигает только при $t = \infty$; в интервале времени $0 < t < T$ происходит постепенное возрастание расхода от 0 до Q_T (см. рис. IV. 3).

Подставляя выражение (IV. 25) в основную зависимость (IV. I), получим:

$$S = \frac{Q_T}{4\pi km} f_{c\,4}, \qquad \text{(IV. 26)}$$

$$f_{c\,4} = \int_{-\alpha_0}^{\infty} \frac{e^{-\alpha}}{\alpha}\,d\alpha - e^{-\gamma_3 t}\int_{\alpha_0}^{\infty} \frac{e^{-\left(\alpha - \frac{r^2}{4B^2\alpha}\right)}}{\alpha}\,d\alpha.$$

Здесь γ_3 — коэффициент, определяемый из опытных данных или принимаемый в соответствии с проектируемым режимом откачки (размерность его $1/сутки$); $B = \sqrt{\frac{a}{\gamma_3}}$;

$\alpha_0 = \frac{r}{4at}$;

В результате интегрирования выражения (IV. 26) найдем [55]:

$$f_{c\,4} = -\varphi_1 Ei(-\alpha_0) - \varphi_2, \qquad \text{(IV. 27)}$$

$$\varphi_1 = 1 - e^{-\frac{r^2}{4B^2\alpha_0}}(1 + \varphi_1^*), \qquad \text{(IV. 28)}$$

$$\varphi_1^* = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{[(n-1)!]^2}\left(\frac{r^2}{4B^2}\right)^{n-1}, \qquad \text{(IV. 29)}$$

$$\varphi_2 = e^{-\frac{r^2}{4B^2\alpha_0}} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\left(\frac{r^2}{4B^2}\right)^{n-1}}{(n-1)!} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(-1)^{n-k-1}(k-1)!}{(n-1)!\,\alpha_0^k}. \qquad \text{(IV. 30)}$$

При $\frac{r}{B} \leqslant 0{,}05$ и $\alpha_0 \leqslant 0{,}1$ функция φ_1^* становится пренебрежимо малой по сравнению с единицей, а функция φ_2 может быть выражена приближенно:

$$\varphi_2 \approx \frac{r^2}{4B^2\alpha_0} e^{-\alpha_0 - \frac{r^2}{4B^2\alpha_0}}. \qquad \text{(IV. 31)}$$

В этом случае

$$f_{c\,4} \approx -\left(1 - e^{-\frac{r^2}{4B^2\alpha_0}}\right) Ei(-\alpha_0) - \frac{r^2}{4B^2\alpha_0} e^{-\alpha_0 - \frac{r^2}{4B^2\alpha_0}}. \qquad \text{(IV. 32)}$$

Значения гидравлического сопротивления $f_{c\,4}$ в зависимости от $\frac{r}{B}$ и α_0 приведены в табл. IV. 3. На рис. IV. 3 показаны графики функции $f_{c\,4}$ в зависимости от безразмерного времени $\overline{t}$ для различных значений $\frac{r}{B}$. На графиках видно, что в случае экспоненциального закона изменения расхода по истечении более или менее длительного времени понижение уровня происходит с такой же закономерностью, что и при постоянном расходе, равном максимальному его значению Q_T.

Интерес представляет также случай, когда изменение расхода может быть представлено такой зависимостью:

$$Q = Q_0 e^{\gamma_4 t}, \qquad \text{(IV. 33)}$$

где Q_0 — некоторое значение расхода в момент времени $t = 0$.

Подставляя выражение (IV. 33) в уравнение (IV. 1), получим:

$$S = \frac{Q_0 e^{\gamma_4 t}}{4\pi km} f_{c\,5}, \qquad \text{(IV. 34)}$$

$$f_{c\,5} = \int_{\alpha_0}^{\infty} \frac{e}{\alpha}^{-\alpha - \frac{r^2}{4B^2\alpha}} d\alpha. \qquad \text{(IV. 35)}$$

В данном случае $B = \sqrt{\frac{\alpha}{\gamma_4}}$; γ_4 — коэффициент, принимаемый по опытным данным или в соответствии с проектируемым режимом откачки; размерность его, как и в формуле (IV. 26), *1/сутки*.

Интеграл (IV. 35) подробно табулирован в работе Хантуша [84]. Некоторые его значения приведены в табл. IV. 4 и в виде графиков на рис. IV. 4.

Таблица IV. 3

Безразмерное сопротивление $f_{c\,4}$
(по формуле IV. 27)

α_0	$\frac{r}{B}$						
	0,01	0,1	0,2	0,5	1	2	5
0,0001	1,702	8,633	8,633				
0,001	0,132	5,355	6,304	6,331			
0,002	0,058	3,661	5,566	5,638			
0,0025	0,044	3,050	5,241	5,414			
0,005	0,018	1,549	3,806	4,721			
0,01	0,009	0,720	2,058	4,018	5,038		
0,02	0,003	0,279	1,003	3,064	3,355		
0,03	0,002	0,155	0,579	2,316	2,956		
0,04	0,001	0,100	0,385	1,777	2,663		
0,1	0	0,017	0,073	0,435	1,241	1,813	
0,2		0,001	0,009	0,070	0,394	1,130	
05		0	0	0	0	0,272	0,556
1						0	0,193
2							0,016
5							0

Таблица IV. 4

Безразмерное сопротивление $f_{c\,5}$
(по формуле IV. 35)

α_0	$\frac{r}{B}$							
	0,001	0,01	0,1	02	05	1	2	5
0,0001	8,631	8,398						
0,001	6,331	7,307	5,829	3,505				
0,01	4,038	4,036	3,815	3,288	1,849			
0,1	1,823	1,823	1,805	1,753	1,442	0,819	0,228	
02	1,223	1,223	1,216	1,194	1,059	0,715	0,227	
05	0,560	0,560	0,558	0,553	0,521	0,421	0,194	
1	0,219	0,219	0,219	0,218	0,210	0,186	0,114	0,007
2	0,049	0,049	0,049	0,049	0,048	0,044	0,034	0,005
5	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0

В пределе при $t = \infty$ он приобретает постоянную величину:

$$f_{c\,5} = 2K_0\left(\frac{r}{B}\right), \qquad \text{(IV.36)}$$

где K_0 — обозначение функции Бесселя второго рода от мнимого аргумента нулевого порядка (таблицы этой функции приводятся в математических справочниках).

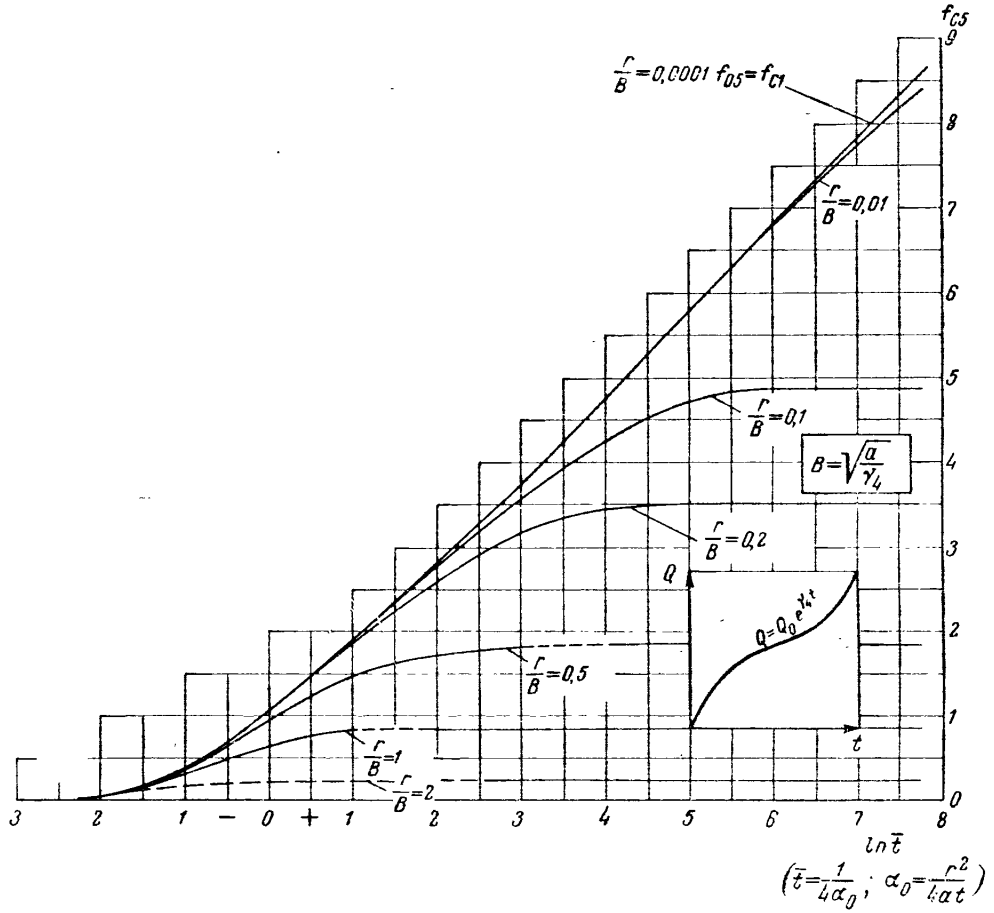


Рис. IV. 4. График зависимости безразмерного сопротивления $f_{c\,5}$ от безразмерного времени $\bar{t} = \frac{1}{4\alpha_0}$ для различных значений $\frac{r}{B}\left(B = \sqrt{\frac{a}{\gamma_4}}\right)$

§ 3. Одиночная совершенная скважина в водоносных горизонтах ограниченной площади распространения

Рассмотрим водоносный горизонт, ограниченный с одной стороны прямолинейным контуром, а с другой — простирающийся безгранично. В реальных условиях в качестве такого контура можно

представить себе, например, реку, с которой водоносный горизонт находится в гидравлической связи (рис. IV. 5, *а*), или линию контакта водоносного горизонта с водоупорными породами (рис. IV. 5, *б*).

Как мы указывали при рассмотрении расчетных схем (см. главу первую), в первом случае можно принять условие постоянства напора $H = \text{const}$ или равенства нулю понижения уровня $S = 0$; во втором случае — условие равенства нулю расхода $q_б = 0$.

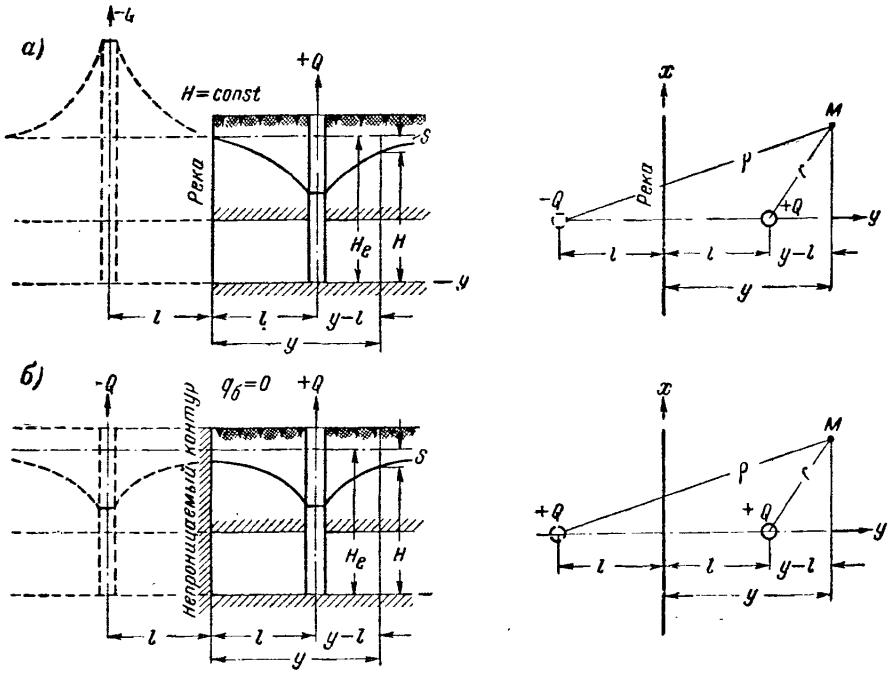


Рис. IV. 5. Схемы к расчету скважин в полуограниченных водоносных горизонтах

Расчетную зависимость для определения понижения уровня при действии скважины в таких условиях можно получить по методу зеркальных отображений. Этот метод заключается в том, что наряду с реальной скважиной в рассмотрение вводится некоторая фиктивная или воображаемая скважина, которая располагается за пределами водоносного горизонта на таком же расстоянии от его границы, что и реальная скважина, и имеет тот же дебит. Таким образом, фиктивная скважина является «зеркальным отображением» реальной.

В случае постоянного напора на контуре пласта дебит воображаемой скважины принимается отрицательным, т. е. в воображаемую скважину как бы производится нагнетание; таким путем усиливается фильтрация воды к реальной скважине со стороны контура и обеспечивается постоянство напора на нем. При наличии непроницаемого контура дебит воображаемой скважины должен быть положитель-

ным. Предполагается, что в этом случае из воображаемой скважины как бы производится откачка воды и тем самым погашается фильтрация воды к реальной скважине со стороны контура.

Далее учитывается влияние уже обеих скважин — реальной и воображаемой. Так, если моделью скважины является линейный источник, то понижение уровня в любой точке $M(x, y)$ водоносного горизонта определится из следующего выражения:

$$S = \frac{Q}{4\pi km}(f_c \mp f_{c\ \text{отобр}}), \qquad \text{(IV. 37)}$$

где f_c и $f_{c\ \text{отобр}}$ — безразмерные гидравлические сопротивления, обусловленные действием реальной и воображаемой скважины.

В случае постоянного расхода скважины, пользуясь выражением (IV. 9), получим:

$$f_c = -Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right). \qquad \text{(IV. 38)}$$

$$f_{c\ \text{отобр}} = -Ei\left(-\frac{\varrho^2}{4at}\right). \qquad \text{(IV. 39)}$$

Здесь r и ϱ — расстояния рассматриваемой точки M соответственно от реальной и от воображаемой скважин:

$$r = \sqrt{x^2 + (y - l)^2}, \quad \varrho = \sqrt{x^2 + (y + l)^2}. \qquad \text{(IV. 40)}$$

В формуле (IV. 37) знак « — » соответствует контуру с постоянным напором, а знак « + » — непроницаемому контуру.

При длительных откачках, когда аргументы функции Ei становятся малыми (менее 0,05 ÷ 0,1), сами эти функции могут быть выражены через логарифм по формуле (IV. 10). Тогда, если на контуре пласта напор постоянен,

$$S = \frac{Q}{2\pi km}\ln\frac{\varrho}{r}, \qquad \text{(IV. 41)}$$

а в случае непроницаемого контура

$$S = \frac{Q}{2\pi km}\ln\frac{2{,}25\,at}{r\,\varrho}. \qquad \text{(IV. 42)}$$

Формула (IV. 41) аналогична известной формуле Форхгеймера. Она показывает, что при наличии контура с постоянным напором, т. е. иначе говоря, когда водоносный горизонт связан с постоянно-действующим источником питания, понижение уровня по истечении некоторого времени (при котором действительно логарифмическое приближение функции Ei) практически прекращается, и движение подземных вод можно считать установившимся.

В водоносном горизонте, ограниченном непроницаемым контуром, мы теоретически не получаем перехода к установившемуся

состоянию. Здесь, как и в безграничном водоносном горизонте, со временем понижение уровня возрастает, в связи с чем приведенной формулой (IV. 42) можно пользоваться только в интервале времени, когда получаемая по расчету величина S не превышает некоторой максимально допустимой величины $S_{доп}$, которая определяется мощностью водоносного пласта, конструкцией скважины и типом насоса.

Используя метод зеркальных отображений с последующим сложением фильтрационных полей, обусловленных действием реальной скважины и ее отображений, можно получить расчетные зависимости для многих других случаев. В частности, большой практический интерес представляют водоносные горизонты, которые схематически для целей расчета могут быть представлены в виде полос, ограниченных в плане двумя прямолинейными контурами; к ним относятся водоносные горизонты многих междуречий и речных долин. В главе первой на рис. I. 10, 3 уже были показаны такие схемы для некоторых элементов рельефа: а) междуречья; б) части долины, ограниченной с одной стороны рекой, а с другой — непроницаемыми породами; в) долины, дно и борта которой сложены непроницаемыми породами.

В рассматриваемом здесь случае для вывода расчетных формул уже нельзя ограничиваться одним зеркальным отображением; наличие второго контура вызывает необходимость производить последовательные отображения не только реальной, но и всех воображаемых скважин относительно каждого контура, так что общее число отображений возрастает до бесконечности.

На рис. IV. 6 представлена схема, иллюстрирующая сказанное. Из нее видно, что реальная скважина (ее индекс 0) относительно верхнего контура, совпадающего с осью x, отображается в точке 0^*, а относительно нижнего контура, ордината которого y равна L, т. е. ширине пласта, она отображается в точке $+1^*$. Ординаты этих отображений, т. е. их расстояния от оси x, соответственно равны $-l$ и $2L - l$. Но как только мы вводим в рассмотрение эти воображаемые скважины, следует учитывать влияние, которое оказывают на них границы пласта. Для этого они также должны быть отображены: воображаемая скважина в точке 0^* — в точке $+1$ с ординатой $2L + l$, а воображаемая скважина в точке $+1^*$—в точке -1 с ординатой $-2L + l$. Эти новые воображаемые скважины в свою очередь оказываются под влиянием границ пласта, для погашения которого требуется их отображение соответственно в точке -1^* с ординатой $-2L - l$ и в точке $+2^*$, с ординатой $4L - l$ и т. д. до бесконечности.

В табл. IV. 5 приведены выражения для первых радиусов-векторов точки $M(x, y)$, т. е. расстояний этой точки от реальной скважины и ее отображений. Там же даны выражения для n-го и n^*-го отображений (n и n^* — порядковые номера отображений).

Используя, как и раньше, для характеристики поля, создаваемого реальной и воображаемыми скважинами, функцию линейного теплового источника (см. формулу IV. 1 в § 1 этой главы), можно представить расчетные зависимости для рассматриваемой схемы

в виде двух бесконечных сумм этой функции по n и n^*, принимающих все значения от $-\infty$ до $+\infty$. Знаки расхода воображаемых скважин зависят от условий на контурах водоносного горизонта:

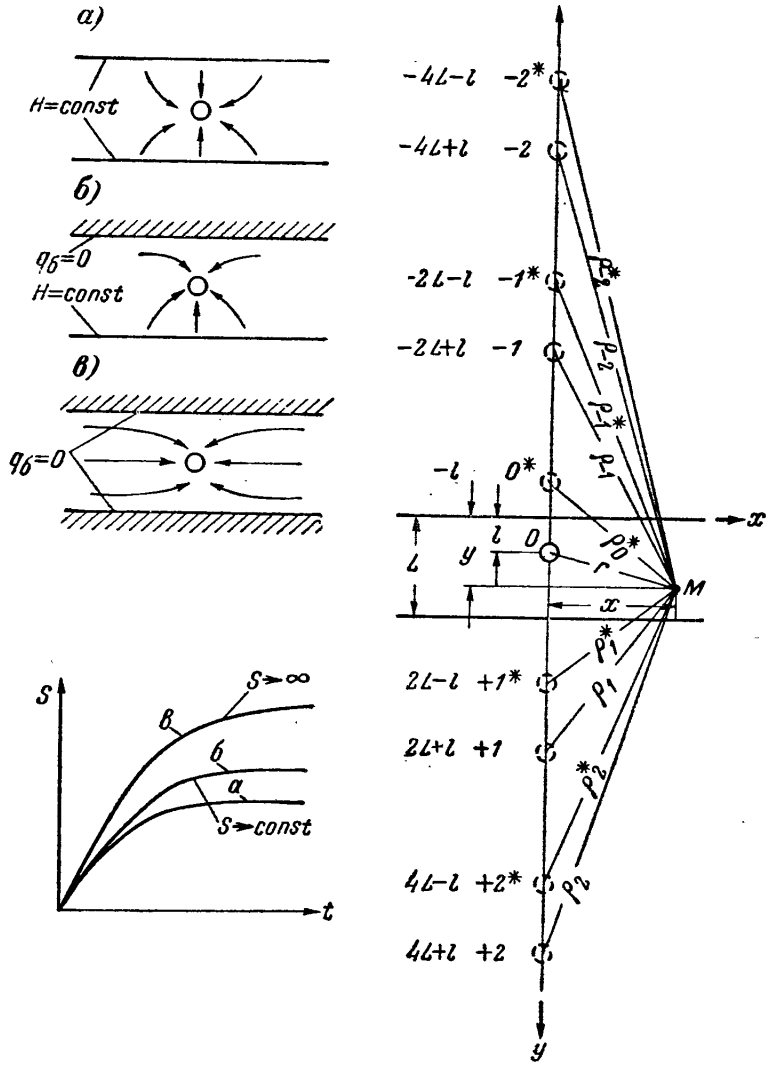


Рис. IV. 6. Схемы к расчету скважин в водоносных горизонтах, ограниченных параллельными прямолинейными контурами

а — междуречье, *б* — полоса, ограниченная с одной стороны рекой, а с другой — непроницаемыми породами, *в* — долина, дно и борта которой сложены непроницаемыми породами

в случае отображения относительно непроницаемого контура воображаемые скважины, как и реальные, представляют собой источники с положительным знаком, а при отображении относительно контура с постоянным напором воображаемые скважины

Таблица IV. 5

Схема отображений для «пласта — полосы»

Индексы скважины и ее отображений	Выражение для радиуса-вектора точки — расстояние этой точки до действительной скважины и ее отображений	Знак расхода Q для различных схем на рис. IV. 6		
		схема *а*	схема *б*	схема *в*
0	$\varrho_0^2 = r^2 = x^2 + (y-l)^2$	+	+	+
1	$\varrho_1^2 = x^2 + (y-2L-l)^2$	+	−	+
−1	$\varrho_{-1}^2 = x^2 + (y+2L-l)^2$	+	−	+
2	$\varrho_2^2 = x^2 + (y-4L-l)^2$	+	+	+
−2	$\varrho_{-2}^2 = x^2 + (y+4L-l)^2$	+	+	+
Общий член	$\varrho_n^2 = x^2 + (y-2nL-l)^2$	+	$(-1)^n$	+
0 *	$\varrho_{0*}^2 = x^2 + (y+l)^2$	−	+	+
1 *	$\varrho_{1*}^2 = x^2 + (y-2L+l)^2$	−	−	+
−1 *	$\varrho_{-1*}^2 = x^2 + (y+2L+l)^2$	−	−	+
2 *	$\varrho_{2*}^2 = x^2 + (y-4L+l)^2$	−	+	+
−2 *	$\varrho_{-2*}^2 = x^2 + (y+4L+l)^2$	−	+	+
Общий член	$\varrho_{n*}^2 = x^2 + (y-2n^*L+l)^2$	−	$(-1)^{n*}$	+

представляют собой стоки с отрицательным знаком. В табл. IV. 5 показаны знаки расхода первых отображений для трех типов водоносных горизонтов, схемы которых представлены на рис. IV. 6.

В соответствии со сказанным зависимости для расчета скважины применительно к этим схемам выразятся следующим образом:

$$S = \frac{Q}{4\pi km} f_{\text{сп}}. \qquad \text{(IV. 43)}$$

Здесь $f_{\text{сп}}$ — безразмерное гидравлическое сопротивление, определяемое следующим по формулам:

схема *а* — на обоих контурах горизонта $H_{01} = \text{const}$ и $H_{02} = \text{const}$:

$$f_{\text{сп}}^{(a)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^t \frac{e^{-\frac{\varrho_n^2}{4a(t-\tau)}}}{t-\tau} d\tau - \sum_{n^*=-\infty}^{\infty} \int_0^t \frac{e^{-\frac{\varrho_{n^*}^2}{4a(t-\tau)}}}{t-\tau} d\tau; \qquad \text{(IV. 44)}$$

схема *б* — на одном контуре $q_б = 0$, на другом $H_0 = \text{const}$:

$$f_{сп}^{(б)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \int_0^t \frac{e^{-\frac{\varrho_n^2}{4a(t-\tau)}}}{t-\tau} d\tau + \sum_{n^*=-\infty}^{\infty} (-1)^{n^*} \int_0^t \frac{e^{-\frac{\varrho_{n^*}^2}{4a(t-\tau)}}}{t-\tau} d\tau; \quad \text{(IV. 45)}$$

схема *в* — на обоих контурах $q_б = 0$:

$$f_{сп}^{(в)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^t \frac{e^{-\frac{\varrho_n^2}{4a(t-\tau)}}}{t-\tau} d\tau + \sum_{n^*=-\infty}^{\infty} \int_0^t \frac{e^{-\frac{\varrho_{n^*}^2}{4a(t-\tau)}}}{t-\tau} d\tau. \quad \text{(IV. 46)}$$

Ряды с функцией источника, представленные в виде (IV. 44) — (IV. 46), использованы при выводе расчетных формул для одиночных и взаимодействующих скважин в работах [50, 51]. Как показал Н. Н. Веригин, расчеты скважин для коротких периодов откачки целесообразно производить по формулам (IV. 44) — (IV. 46), используя вместо исходной функции (IV. 1) интегральный экспоненциал по формуле (IV. 9). Можно ограничиться таким числом членов ряда, чтобы абсолютным значением последнего члена можно было пренебречь [58, 72].

При длительных откачках можно пользоваться формулами, полученными из рядов (IV. 44)—(IV. 46) и представленными в табл. IV. 6.

Формулы (IV. 47) и (IV. 48), полученные из выражения (IV. 44) путем предельного перехода к установившемуся движению (при $t \to \infty$) аналогичны формулам, выведенным ранее другим путем при рассмотрении соответствующих задач для стационарных потоков в работах А. В. Романова [173] и С. Ф. Аверьянова [5]. Точно так же формула (IV. 49) совпадает с формулой, ранее полученной Н. А. Огильви [155] для стационарного потока.

Из изложенного видно, что при длительных откачках в водоносных горизонтах, связанных с постоянно действующим источником питания (двумя или одним — в схемах *а* и *б*) движение подземных вод стабилизируется и дальнейшего понижения уровня при неизменном дебите скважин не происходит. Иное положение создается в пласте с двумя непроницаемыми контурами, т. е. при условии, что вода не поступает со стороны боковых границ пласта. В этом случае, как и в рассмотренной ранее схеме с одной непроницаемой границей, $f_{сп}^{(в)} \to \infty$ при $t \to \infty$, в связи с чем формулами можно пользоваться только для момента времени, когда $S \leqslant S_{доп}$.

На рис. IV. 6 показаны графики изменения безразмерного понижения уровня в функции времени для трех рассмотренных типов водоносных горизонтов. Соответственно сказанному в схемах *а* и *б* графики $S - t$ со временем приобретают вид прямых, параллельных оси t, а в схеме *в*, согласно формулам (IV. 51) и (IV. 52), кривая $S - t$ пропорциональна корню квадратному из t.

Таблица IV. 6

Расчетные формулы для определения безразмерного сопротивления при длительных откачках из скважин в водоносных горизонтах, ограниченных двумя прямолинейными контурами

Схема	При определении понижения уровня в скважине (в точке O)	Номер ф-лы	При определении понижения в любой точке водоносного горизонта (в точке M)	Номер ф-лы
а На обоих контурах горизонта $H_{01}=\text{const}$, $H_{02}=\text{const}$	$f_{\text{сп}}^{(а)}=2\ln\dfrac{0{,}64\,L\sin\dfrac{\pi l}{L}}{r_c}$	IV. 47	$f_{\text{сп}}^{(а)}=\ln\dfrac{\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{L}-\cos\dfrac{\pi(y+l)}{L}}{\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{L}-\cos\dfrac{\pi(y-l)}{L}}$	IV. 48
б На одном контуре горизонта $q_б=0$ на другом $H_0=\text{const}$	$f_{\text{сп}}^{(б)}=2\ln\dfrac{1{,}27\,L\operatorname{ctg}\dfrac{\pi l}{L}}{r_c}$	IV. 49	$f_{\text{сп}}^{(б)}=\ln\dfrac{\left[\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{2L}+\cos\dfrac{\pi(y+l)}{2L}\right]\cdot\left[\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{2L}+\cos\dfrac{\pi(y-l)}{2L}\right]}{\left[\operatorname{Ch}\dfrac{\pi x}{2L}-\operatorname{Cos}\dfrac{\pi(y+l)}{2L}\right]\cdot\left[\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{2L}-\cos\dfrac{\pi(y-l)}{2L}\right]}$	IV.50
в На обоих контурах горизонта $q_б=0$	$f_{\text{сп}}^{(в)}=\dfrac{7{,}1\sqrt{at}}{L}+2\ln\dfrac{0{,}16\,L}{r_c\sin\dfrac{\pi l}{L}}$	IV. 51	$f_{\text{сп}}^{(в)}=\dfrac{12{,}56\sqrt{at}}{L}\,i\operatorname{erfc}(\lambda)+\ln\dfrac{e^{\frac{2\pi x}{L}}}{4\left[\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{L}-\cos\dfrac{\pi(y+l)}{L}\right]\cdot\left[\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{L}-\cos\dfrac{\pi(y-l)}{L}\right]}$	IV. 52

Здесь в формулах, кроме ранее указанных, приняты следующие обозначения:

$$i\operatorname{erfc}(\lambda)=\frac{e^{\lambda^2}}{\sqrt{\pi}}-\lambda\operatorname{erfc}(\lambda);\quad \operatorname{erfc}(\lambda)=1-\Phi(\lambda), \tag{IV. 53}$$

$\Phi(\lambda)$ интеграл вероятности: его значения в зависимости от аргумента $\lambda=\dfrac{x}{2\sqrt{at}}$ приведены в приложении 1; значения функции $i\operatorname{erfc}(\lambda)$ даны в приложении 5; r_c — радиус скважины.

§ 4. Одиночная совершенная скважина в безграничном слоистом водоносном горизонте

При рассмотрении задачи о движении подземных вод в слоистых водоносных горизонтах обычно принимается одна из двух предпосылок.

Согласно первой (предпосылке Дюпюи) в каждом слое горизонтальные составляющие скорости по глубине считаются постоянными. Теоретическое исследование фильтрации по этой схеме дано Н. К. Гиринским [86, 87]. Обобщение методики расчета, основанной на этой схеме, сделано П. Я. Полубариновой-Кочиной [168], а для условий неустановившегося движения — В. И. Аравиным и С. Н. Нумеровым [17].

Вторая предпосылка состоит в том, что в слабопроницаемых слоях, или так называемых «глинистых перемычках», «несовершенных водоупорах», горизонтальные составляющие скорости фильтрации принимаются настолько малыми, что ими можно пренебречь и считать, что фильтрация в них происходит по вертикали. Такая схема фильтрации широко используется для решения разнообразных задач. В частности, применительно к скважинам у нас в Советском Союзе она получила освещение в работах Н. К. Гиринского [87], А. Н. Мятиева [147], П. Я. Полубариновой-Кочиной [168], В. Н. Щелкачева и М. А. Гуссейн-Заде и многих других. Интересные исследования, базирующиеся на этой схеме, выполнены за рубежом, например Джекобом и Хантушем (ряд их статей опубликован в сборнике переводов [84]).

Строгих критериев в отношении возможности применения той или другой из указанных схем до сего времени еще нет. Однако на основании целого ряда теоретических и экспериментальных исследований принято считать, что расчеты по первой схеме можно производить при $\frac{k}{k_0} \geqslant 0{,}05 - 0{,}1$ (k_0 и k — коэффициенты фильтрации соответственно разделяющего глинистого слоя и основного горизонта). По всей вероятности, это соотношение может быть существенно уменьшено (т. е. различия в коэффициентах фильтрации могут быть более значительными) в фильтрационных потоках большого протяжения с мало изменяющейся депрессионной поверхностью. Тем не менее весьма обширный круг задач о притоке к скважинам может решаться на основе второй схемы, которой учитываются только вертикальные скорости фильтрации в слабопроницаемых слоях. Приведем некоторые из них.

1. Напорные горизонты, перекрывающиеся слабопроницаемой пачкой водоносных пород, связанных с атмосферой. Напорные водоносные горизонты, залегающие на небольшой глубине от поверхности, обычно перекрываются неоднородной по составу толщей пород, которая в целом характеризуется значительно более низкой водопроницаемостью. Однако при действии скважин в таких напорных

горизонтах следует учитывать возможность поступления воды из перекрывающей толщи; во многих случаях это может существенно отразиться на динамике уровня и расхода скважины.

Предположим, что перекрывающая толща может быть представлена в виде единого комплекса с усредненной водопроницаемостью, причем в этом комплексе содержится горизонт грунтовых вод со свободной поверхностью, пополняемый инфильтрацией атмосферных осадков. В естественных условиях оба горизонта — верхний, со свободной поверхностью, и нижний, напорный, гидравлически связаны между собой, но уровни их, вообще говоря, могут быть различными.

Исходя из предпосылки об относительно малой водопроницаемости перекрывающей пачки пород, можно задачу о притоке подземных вод к скважине, заложенной в напорном горизонте, в данном случае решать на основе следующей системы уравнений:

$$\varepsilon - \mu \frac{\partial h}{\partial t} = k_0 \left(\frac{h - H}{h} \right), \qquad \text{(IV. 54)}$$

$$a^* \left(\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} \right) + \frac{k_0}{\mu^*} \left(\frac{h - H}{h} \right) = \frac{\partial H}{\partial t}. \qquad \text{(IV. 55)}$$

Первое из этих уравнений характеризует движение в верхнем горизонте и представляет собой соотношение между скоростью фильтрации и действительной скоростью вертикального перемещения свободной поверхности. Второе уравнение описывает элементарный баланс воды в нижнем напорном горизонте.

Обозначения в них следующие:

h — глубина воды от свободной поверхности до кровли нижнего горизонта;

μ — коэффициент водоотдачи верхней пачки пород;

k_0 — ее средний коэффициент фильтрации;

ε — инфильтрация атмосферных осадков (за вычетом испарения, т. е. модуль питания водоносного горизонта);

H — напор нижнего горизонта;

a^* — коэффициент пьезопроводности этого горизонта

$$a^* = \frac{km}{\mu^*}, \qquad \text{(IV. 56)}$$

здесь km — водопроводимость;

μ^* — коэффициент упругой водоотдачи напорного пласта, определяемый в зависимости от упругих свойств воды и водоносной породы ($\mu^* = \mu_{упр}$; см. формулу (II. 44)):

$$\mu^* = \gamma m \beta^*, \qquad \text{(IV. 57)}$$

γ — удельный вес воды;

β^* — коэффициент упругоемкости [220, 221].

Будем считать, что до ввода в действие скважины, при $t = 0$, $H = H_e$ и $h = h_e$, где H_e и h_e — первоначальные («статические») уровни в напорном горизонте и перекрывающих его водоносных породах.

Положим далее, что расход скважины поддерживается постоянным:

$$t>0, r\to 0, \lim 2\pi\, kmr\,\frac{\partial H}{\partial r}=-Q_0, \qquad \text{(IV. 58)}$$

а вся толща в плане является безграничной.

Поступим так, как это было сделано в работе [73] для одномерной задачи о подпоре подземных вод в районе водохранилищ. Выразим H из уравнения (IV. 54);

$$H=h\left(1-\frac{\varepsilon}{k_0}\right)+\frac{\mu}{2k_0}\frac{\partial h^2}{\partial t}. \qquad \text{(IV. 59)}$$

Подставляя теперь H по (IV. 59) в (IV. 55) после ряда упрощающих преобразований можно получить следующие приближенные уравнения:

$$a^{**}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}\right)=\frac{\partial U}{\partial t}, \qquad \text{(IV. 60)}$$

$$U=h_e-h+\frac{\varepsilon t}{\mu^{**}}, \qquad \text{(IV. 61)}$$

$$a^{**}=\frac{km\left(1-\frac{\varepsilon}{k_0}+\varphi_{1\,cp}\right)}{\mu^{**}}, \qquad \text{(IV. 62)}$$

$$\mu^{**}=\left(1-\frac{\varepsilon}{k_0}\right)\mu^{*}+\mu. \qquad \text{(IV. 63)}$$

Подробный вывод уравнения (IV. 60) приведен в работе [55]. В формуле (IV. 62) $\varphi_{1\,cp}$ — некоторая функция, вообще говоря, зависящая от r и t, но с течением времени приобретающая малое значение по сравнению с единицей. При выводе уравнения (IV. 60) она осредняется и принимается постоянной: $\varphi_{1\,cp}\approx \text{const}$.

В соответствии с зависимостью (IV. 59) условие при $r\to 0$ может быть найдено из следующего обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\beta_1 Q+\beta_2 Q_0=0, \qquad \text{(IV. 64)}$$

$$\beta_1=\frac{k_0-\varepsilon}{\mu\, h_{cp}};\qquad \beta_2=\frac{k_0}{\mu\, h_{cp}}. \qquad \text{(IV. 65)}$$

Решение уравнения (IV. 64) дает:

$$Q=\frac{Q_0}{1-\frac{\varepsilon}{k_0}}\left(1-e^{-\beta_1 t}\right). \qquad \text{(IV. 66)}$$

Задача, таким образом, нами сведена к уже рассмотренному выше случаю, когда в процессе откачки происходит постепенное возрастание расхода по экспоненциальному закону (см. § 2 настоящей

главы). Решение уравнения (IV. 60) при этом условии будет иметь вид:

$$h = h_e - \frac{Q_0}{4\pi\left(1-\frac{\varepsilon}{k_0}\right)km} f_{c\,4} + \frac{\varepsilon t}{\mu^{**}}, \qquad \text{(IV. 67)}$$

где $f_{c\,4}$ — гидравлическое сопротивление, определяемое по выражениям (IV. 27) — (IV. 30) и табл. IV. 3.

В них применительно к рассматриваемой здесь задаче следует принимать: $B = \sqrt{\frac{a^{**}}{\beta_1}}$ и по-прежнему $\alpha = \frac{r^2}{4a^{**}t}$.

В формуле (IV. 67) принимается, что $\varepsilon < k_0$. При $\varepsilon = k_0$, после раскрытия неопределенности в выражении (IV. 66), получаем:

$$Q = -\beta_2 Q_0 t, \qquad \text{(IV. 68)}$$

т. е. в данном случае как бы происходит линейное изменение расхода во времени и вместо (IV. 67) будет:

$$h = h_e + \frac{Q_0 k_0 t}{4\pi\, km\, \mu\, h_{\text{ср}}} f_{c\,2} + \frac{\varepsilon t}{\mu^{**}}, \qquad \text{(IV. 69)}$$

где $f_{c\,2}$—гидравлическое сопротивление, определяемое по формуле (IV. 18) и табл. IV. 2.

Выражение для напора H по истечении времени

$$t \geqslant \frac{(3 \div 5)\mu\, h_{\text{ср}}}{k_0 - \varepsilon} \qquad \text{(IV. 70)}$$

определяется из (IV. 59):

$$H = h\left[1 - \frac{\varepsilon}{k_0}\left(1 - \frac{\mu}{\mu^{**}}\right) - \frac{Q_0\,\mu\, e^{-\frac{r^2}{4a^{**}t}}}{4\pi\, km\,(k_0 - \varepsilon)\, t}\right]. \qquad \text{(IV. 71)}$$

Приведенное решение соответствует предпосылке о том, что одновременно с вводом в действие скважины начинается инфильтрация атмосферных осадков интенсивностью ε. Такая предпосылка отвечает реальным условиям, например, для орошаемых территорий, когда эксплуатация скважины как дренажного сооружения начинается одновременно с поливом полей.

Если считать, что инфильтрация при действии скважины не изменяется, то влияние ее в результатах расчетов автоматически учитывается, поскольку она находит отражение в мощности верхнего горизонта со свободной поверхностью, т. е. в величине h_e. В соответствии с этим во всех приведенных формулах модуль питания ε можно положить равным нулю.

При длительных периодах откачки в этом случае формулы (IV. 67) и (IV. 69) по внешнему виду становятся аналогичными формулам для изолированного водоупорной кровлей и подошвой напорного горизонта. Однако по своему содержанию они существенно различаются. В рассматриваемой схеме двухслойного пласта коэффициент

пьезопроводности, как видно из выражений (IV. 62) и (IV. 63), зависит от водоотдачи обоих пластов. Поскольку во многих случаях водоотдача напорного пласта μ^* значительно меньше водоотдачи осушаемого верхнего горизонта μ, то и коэффициент пьезопроводности в таких условиях оказывается гораздо более низким, чем в совершенно изолированных пластах, т. е. $a^{**} < a^*$.

2. Напорные водоносные горизонты, разделенные слабопроницаемыми глинистыми слоями. Если имеется система из двух и более водоносных горизонтов, разделенных слабоводопроницаемыми глинистыми слоями, то для учета взаимодействия этих горизонтов необходимо также решать систему уравнений, которыми описывается баланс воды в каждом горизонте в отдельности. Рассмотрим схему, состоящую из двух основных горизонтов и одного разделяющего слоя.

Будем считать, что водопроницаемость разделяющего слоя значительно меньше водопроницаемости основных слоев. Тогда, исходя из второй схемы фильтрации, т. е. пренебрегая горизонтальными составляющими скорости фильтрации в разделяющем слое, можно в соответствии с уравнением (II. 52) указанную систему уравнений представить в таком виде:

$$a_1^*\left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial S_1}{\partial r}\right)-b_1(S_1-S_2)=\frac{\partial S_1}{\partial t}, \qquad \text{(IV. 72)}$$

$$a_2^*\left(\frac{\partial^2 S_2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial S_2}{\partial r}\right)-b_2(S_2-S_1)=\frac{\partial S_2}{\partial t}. \qquad \text{(IV. 73)}$$

В этих уравнениях S_1 и S_2 — понижения уровня соответственно в первом и втором основных горизонтах, a_1^* и a_2^* — коэффициенты пьезопроводности этих горизонтов:

$$a_1^*=\frac{(km)_2}{\mu_1^*}, \qquad a_2^*=\frac{(km)_2}{\mu_2^*}, \qquad \text{(IV. 74)}$$

где $(km)_1$, $(km)_2$, μ_1^*, μ_2^* — их проводимости и коэффициенты водоотдачи.

Множители b_1 и b_2 характеризуют интенсивность перетекания через разделяющий слой при фильтрации в вертикальном направлении:

$$b_1=\frac{k_0}{\mu_1^* m_0}; \qquad b_2=\frac{k_0}{\mu_2^* m_0}, \qquad \text{(IV. 75)}$$

где k_0 и m_0—коэффициент фильтрации и мощность разделяющего слоя.

Понижения уровня S_1 и S_2 отсчитываются от некоторых первоначальных («статических») уровней H_{e1} и H_{e2} каждого горизонта:

$$S_1=H_{e1}-H, \quad S_2=H_{e2}-H_2, \qquad \text{(IV. 76)}$$

где H_1 и H_2 — напорные уровни в каждом горизонте в процессе откачки из скважин (в любой точке с координатой r в любой момент времени t).

Положим, что откачка производится только из одного горизонта, например из нижнего горизонта 2, причем дебит скважины постоянный $Q_0 = Q_2 = \text{const}$ (математически это условие записывается по (IV. 58). Будем вместе с тем считать, что эта откачка не вызовет сколько-нибудь заметного понижения уровня в соседнем горизонте 1 (несмотря на то, что они гидравлически связаны и из горизонта *1* будет происходить перетекание воды в горизонт 2 через слабопроницаемый разделяющий слой), т. е. примем, что $S_1 = 0$.

Такое условие означает, что мы считаем запасы воды в горизонте 1 постоянно и теоретически мгновенно восполняющимися. В этом случае уравнение (IV. 72) из системы исключается и остается решить одно уравнение (IV. 73), в котором S_1 уже отсутствует. Теперь решение легко получить, например, следующим путем.

Введем в рассмотрение новую функцию:

$$S_2^* = S_2 e^{b_2 t}. \tag{IV. 77}$$

Тогда после дифференцирования выражения (IV. 77) по r и по t и подстановки результата в уравнение (IV. 73) получим вместо последнего обычное уравнение теплопроводности, но уже относительно функции S_2^*:

$$a_2^* \left(\frac{\partial^2 S_2^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S_2^*}{\partial r} \right) = \frac{\partial S_2^*}{\partial t}. \tag{IV. 78}$$

При этом дебит скважины выразится так:

$$r \to 0; \quad \lim 2\pi (km)_2 r \frac{\partial S_2^*}{\partial r} = -Q_2 e^{b_2 t}. \tag{IV. 79}$$

Таким образом, фильтрация из соседнего водоносного горизонта, в котором запасы воды неограниченно велики, равносильна тому, что откачка ведется из изолированного водоносного горизонта, но с дебитом, увеличивающимся по экспоненциальному закону.

Подставляя, как это мы делали в предыдущих задачах (см. § 2), выражение (IV. 79) в основное уравнение для источника (IV. 1) (см. § 1), получим следующую формулу для определения понижения уровня в рассматриваемой здесь схеме с перетеканием воды из соседнего горизонта:

$$S_2 = \frac{Q_2}{4\pi (km)_2} f_{c\,5}, \tag{IV. 80}$$

где $f_{c\,5}$ определяется по формуле (IV. 35) и по табл. IV. 4 в § 2 настоящей главы.

Параметры, входящие в формулу (IV. 35), применительно к рассматриваемой здесь задаче взаимодействия двух напорных горизонтов выражаются следующим образом:

$$B = \sqrt{\frac{(km)_2 m_0}{k_0}}, \qquad \alpha_0 = \frac{r^2}{4a_2^* t}. \tag{IV. 81}$$

В случае, когда кроме горизонта 1 имеется еще нижний питающий горизонт 3, из которого вода может поступать в горизонт 2 через слабопроницаемый слой с коэффициентом фильтрации k_{00} и мощностью m_{00} в уравнении (IV. 73):

$$b_2 = b_{2-3} = \frac{1}{\mu_2^*}\left(\frac{k_0}{m_0} + \frac{k_{00}}{m_{00}}\right). \qquad \text{(IV. 82)}$$

В соответствии с этим параметр B будет:

$$B = \sqrt{\frac{(km)_2 m_0}{k_0 + \frac{m_0}{m_{00}} k_{00}}}. \qquad \text{(IV. 83)}$$

В § 2 уже указывалось, что гидравлическое сопротивление, выражаемое функцией f_{c5} по истечении длительного времени после начала действия скважины становится практически постоянным (см. формулу IV. 36). Следовательно, в слоистых толщах, имеющих весьма большие размеры в плане, в случае, когда напоры в питающих слоях не понижаются, фильтрация приобретает установившийся характер.

Однако не всегда можно принимать предпосылку о постоянстве напоров в соседних горизонтах. Во многих случаях, особенно при длительных откачках из скважины, понижения напорного уровня будут происходить как в основном, эксплуатируемом, так и в соседних, питающих водоносных горизонтах. Для того чтобы отразить это обстоятельство, нужно решить систему уравнений (IV. 22)—(IV. 23) без ранее сделанных упрощений, которые сводят эту систему к одному уравнению.

Такое решение было получено И. А. Чарным. К сожалению, оно выражается в весьма сложном виде, неудобном для практического пользования. В связи с этим целесообразно получить приближенное решение той же задачи. В частности, представляется возможным, например, поступить следующим образом.

Так же, как это мы делали для двухслойной схемы, в которой напорный горизонт связан с безнапорным, выразим из уравнения (IV. 72) искомую переменную S_2:

$$S_2 = S_1 + \frac{1}{b_1}\frac{\partial S}{\partial t} - \frac{a_2}{b_2}\left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial S_1}{\partial r}\right). \qquad \text{(IV. 84)}$$

Произведя дифференцирование этого выражения по r и по t и подставляя полученный результат в уравнение (IV. 73), после отбрасывания производных порядка выше третьего, получим следующее приближенное уравнение уже относительно одной переменной S_1:

$$a^{**}\left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial S_1}{\partial r}\right) = \frac{\partial S_1}{\partial t}; \qquad \text{(IV. 85)}$$

$$a^{**} = \frac{(km)_1 + (km_2)}{\mu^{**}} + \varphi_{1\,\text{ср}}; \qquad \text{(IV. 86)}$$

$$\mu^{**} = \mu_1^* + \mu_2^*. \qquad \text{(IV. 87)}$$

В выражении (IV. 86) функция $\varphi_{1\,ср}$ осредняется и считается постоянной.

При откачке из горизонта 2 с постоянным дебитом Q_0, граничное условие на скважине для полученного уравнения (IV. 85) будет иметь следующий вид (см. уравнение (IV. 84)):

$$r \to 0;\ \lim 2\pi (km)_2 r\left[\frac{\partial S_1}{\partial r} + \frac{1}{b_1}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial S_1}{\partial r}\right)\right] = -Q_0 \tag{IV. 88}$$

или

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + b_1 Q + b_1 Q_0 = 0. \tag{IV. 89}$$

Решение этого уравнения выразится так:

$$Q = -Q_0\left(1 - e^{-b_1 t}\right). \tag{IV. 90}$$

Таким образом, в данном случае мы получили тот же закон изменения дебита, что и при рассмотрении скважины в двухслойной толще, решение для которого было приведено выше. Применительно к рассматриваемой здесь задаче можем записать:

$$S_1 = \frac{Q_0}{4\pi (km)_1} f_{c4}, \tag{IV. 91}$$

где значение $f_{c\,4}$ определяется по формулам (IV. 27)—(IV. 30) и табл. (IV. 3) при следующих выражениях параметров:

$$B = \sqrt{\frac{a^{**}}{b_1}};\quad \alpha_0 = \frac{r^2}{4a^{**}t}. \tag{IV. 92}$$

Здесь b_1 и a^{**} находятся соответственно по (IV. 75) и (IV. 86).

Для нахождения понижения уровня в горизонте 2 (из которого по заданному условию производится откачка) следует использовать связь (IV. 84). При времени

$$t \geqslant \frac{(3 \div 5)}{b_1} = \frac{(3 \div 5)\,\mu_1^* m_0}{k_0}, \tag{IV. 93}$$

когда гидравлическое сопротивление $f_{c\,4}$ приближенно может быть выражено интегральной показательной функцией, в соответствии с уравнением (IV. 84) имеем:

$$S_2 \approx \left[-E_i(-\alpha_0) + e^{-\alpha_0}\left(4\,\frac{a_2\alpha_0}{b_2 r^2} - \frac{1}{b_1 t}\right)\right]. \tag{IV. 94}$$

Из этого выражения следует, что понижение уровня S_2 в горизонте 2 в первые моменты времени (когда α_0 велико) значительно больше понижения уровня S_1 в верхнем горизонте 1 (особенно вблизи скважины, при малом r). Однако с течением времени это различие сглаживается, и величины понижения уровня в обоих горизонтах становятся близкими.

Из точного решения рассматриваемой задачи о фильтрации в двух изолированных напорных горизонтах, разделенных слабопроницаемой перемычкой, данного И. А. Чарным, так же, как из приведенного здесь приближенного решения, следует, что величины и скорости понижения уровня в обоих горизонтах при действии скважины в одном из них зависят от показателей водопроводимости (коэффициента фильтрации и мощности) основных горизонтов и разделяющего слоя и пьезопроводности обоих основных горизонтов.

Из полученных расчетных зависимостей, однако, видно, что различие в пьезопроводности основных горизонтов сказывается на результатах расчетов в значительно меньшей степени, чем различия в их водопроводимости.

§ 5. Учет несовершенства скважины

Различают два вида несовершенства скважин: а) по степени вскрытия и б) по характеру вскрытия водоносного горизонта.

Первый вид несовершенства, как следует из самого названия, определяется неполнотой вскрытия водоносного горизонта (водоприемная часть скважины охватывает только некоторую часть общей мощности горизонта). Второй вид несовершенства — по характеру вскрытия водоносного горизонта — определяется особенностями самой водоприемной части скважины.

Оба вида несовершенства вызывают дополнительное (по сравнению с совершенной скважиной) сопротивление и соответственно дополнительное понижение уровня в прискважинной зоне и в самой скважине.

Это можно выразить следующей зависимостью:

$$\Delta S_{\text{н. с}} = \frac{Q_{\text{с}}}{2\pi\, km}\,\zeta. \qquad \text{(IV. 95)}$$

Здесь $\Delta S_{\text{н. с}}$ — дополнительное понижение уровня, обусловленное несовершенством;

$Q_{\text{с}}$ — расход скважины;

ζ — общая величина дополнительного сопротивления вблизи скважины, возникающего в связи с ее несовершенством.

В соответствии со сказанным можно представить ζ в виде двух слагаемых:

$$\zeta = \zeta_1 + \zeta_2, \qquad \text{(IV. 96)}$$

где ζ_1 — часть сопротивления, определяемая неполнотой вскрытия;

ζ_2 — часть сопротивления, определяемая характером вскрытия водоносного горизонта.

Для определения величины ζ_1 обычно используются решения Маскета [145], Н. К. Гиринского [88], В. Д. Бабушкина [3], которыми исследована задача о влиянии неполноты вскрытия водонос-

ного горизонта в условиях установившегося движения. В последние годы интересные решения этой задачи для неустановившегося движения получены также А. Л. Хейном [194], Н. Н. Веригиным [70] и Хантушем [84]. Во всех этих работах рассматривается напорный поток, причем для получения расчетных зависимостей, с помощью которых могут быть вычислены значения ζ_1, несовершенные скважины моделируются точечными источниками, непрерывно и равномерно распределенными вдоль оси водоприемной части скважины. Функция точечного источника, действующего в течение времени t, выражается формулой (IV. 2), приведенной в табл. IV. 1. Приняв в этой формуле $Q = \text{const}$ и введя подстановку $\frac{\varrho^2}{4a\,(t-\tau)} = \alpha$, получим:

$$S = \frac{Q}{4\pi k \varrho} \int_{\alpha_0}^{\infty} \frac{e^{-\alpha}}{\sqrt{\alpha}} d\alpha; \quad \alpha_0 = \frac{\varrho^2}{4at} \tag{IV. 97}$$

Интегрирование этого выражения дает:

$$S = \frac{Q}{4\pi k \varrho} \operatorname{erfc} \frac{\varrho}{2\sqrt{at}}. \tag{IV. 98}$$

Здесь $\operatorname{erfc}(\lambda) = 1 - \Phi(\lambda)$; $\Phi(\lambda)$ — интеграл вероятности (см. формулу (IV. 53) в § 3 и приложение 1); в данном случае $\lambda = \frac{\varrho}{2\sqrt{at}}$, ϱ — расстояние от центра источника до точки, в которой определяется понижение уровня S.

В системе цилиндрических координат с началом в центре источника

$$\varrho = \sqrt{r^2 + z^2}. \tag{IV. 99}$$

При больших значениях времени t, $\operatorname{erfc} \frac{\varrho}{2\sqrt{at}} \to 1$ и формула (IV. 98) переходит в хорошо известную формулу для точечного источника в условиях установившегося движения:

$$S = \frac{Q}{4\pi k \varrho}. \tag{IV. 100}$$

Формула (IV. 99) при $z = 0$, $\varrho = r$ часто используется в гидрогеологической практике для расчета шахтных колодцев, вскрывающих напорный водоносный горизонт (без углубления в него). Для этих целей она рекомендована Форхгеймером.

Для того чтобы получить выражения, описывающие действие множества точечных источников на участке, соответствующем длине водоприемной части скважины, нужно функции вида (IV. 2) и (IV. 3) или (IV. 98) и (IV. 100) проинтегрировать от C до $C + l$ (рис. IV. 7). Вместе с тем, учитывая, что кровля и подошва водоносного горизонта непроницаемы, необходимо, как это делалось выше при рас-

смотрении водоносных горизонтов, ограниченных двумя прямолинейными контурами в горизонтальной плоскости, произвести зеркальное отображение указанного множества источников относительно кровли и подошвы в вертикальном разрезе. В результате получим:

а) при использовании в качестве исходной формулы (IV. 98):

$$S = \frac{q}{4\pi k}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{z=C}^{C+l}\frac{1}{\varrho_n}\operatorname{erfc}\frac{\varrho_n}{2\sqrt{at}}d\xi + \sum_{n^*=-\infty}^{\infty}\int_{z=C}^{C+l}\frac{1}{\varrho_{n^*}}\operatorname{erfc}\frac{\varrho_{n^*}}{2\sqrt{at}}d\xi\right]; \quad \text{(IV. 101)}$$

б) при использовании в качестве исходной формулы (IV. 100):

$$S = \frac{q}{4\pi k}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{z=C}^{C+l}\frac{d\xi}{\varrho_n} + \sum_{n^*=-\infty}^{\infty}\int_{z=C}^{C+l}\frac{d\xi}{\varrho_{n^*}}\right]. \quad \text{(IV. 102)}$$

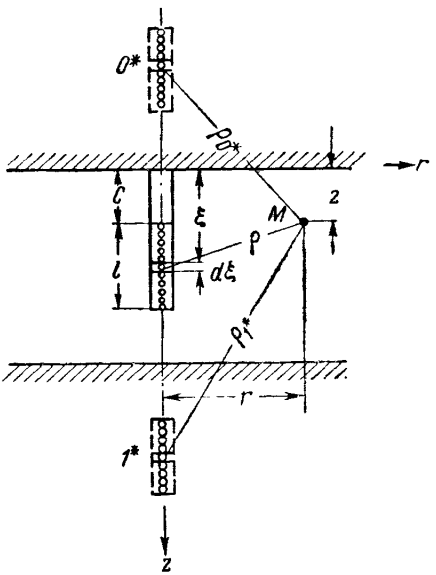


Рис. IV. 7. Схема к расчету несовершенной скважины по степени вскрытия водоносного горизонта

В этих выражениях ϱ_n и ϱ_{n^*} — расстояния от точки, в которой находится понижение уровня S, до реальной скважины и ее зеркальных отображений:

$$\varrho_n = \sqrt{r^2 + (z - 2nm - \xi)^2},$$

$$\varrho_{n^*} = \sqrt{r^2 + (z - 2n^*m - \xi)^2}.$$

Схема отображений в данном случае та же, что при выводе формулы для скважины в полосе, ограниченной двумя непроницаемыми контурами (см. формулу IV. 46 и рис. IV. 6 § 3 этой главы).

После интегрирования выражений (IV. 101) и (IV. 102) можно получить уравнения для определения понижения уровня S в любой точке с координатами r и z. При этом поверхности равных понижений геометрически близки к элипсоидам вращения, которые пересекают цилиндрическую боковую поверхность скважины, и следовательно, понижения в ней на разных глубинах оказываются различными. Это, естественно, не соответствует реальным условиям, поскольку во всем стволе скважины понижение уровня одинаковое, не меняющееся по вертикали.

Для учета этого обстоятельства получающееся указанным путем расчетное понижение уровня вдоль оси водоприемной части скважины

осредняется, т. е. принимается средневзвешенная по длине фильтра величина понижения:

$$S_{\text{ср}} = \frac{1}{l} \int_{z=C}^{C+l} S_{r_c} d\xi, \qquad \text{(IV. 103)}$$

здесь S_{r_c} — находят по (IV. 101) и (IV. 102) при $r = r_c$ (r_c — радиус скважины).

После выполнения всех указанных операций (ход их подробно освещается в работах [70, 84, 194]), находят следующую общую зависимость для определения понижения уровня при откачке из несовершенной скважины:

$$S = \frac{Q}{2\pi km} \left[f_c + \zeta_1 \left(\frac{l}{m}; \frac{m}{r}; \alpha_0 \right) \right]. \qquad \text{(IV. 104)}$$

Первый член в квадратных скобках представляет собой безразмерное сопротивление при действии совершенной скважины, а второй характеризует дополнительное сопротивление, обусловливаемое несовершенством скважины по степени вскрытия.

Величина f_c в случае неустановившегося движения выражается по формуле (IV. 9), т. е. интегральной показательной функцией с коэффициентом 0,5, поскольку перед скобкой в формуле (IV. 104) мы приняли в знаменателе 2, а не 4, как в формуле (IV. 8), а при установившемся движении — логарифмическим членом, входящим в формулу Дюпюи: $f_c = \ln \frac{R}{r_c}$. В круглых скобках при показателе ζ_1 указаны параметры, от которых он зависит.

А. Л. Хейн [194] представляет величину ζ_1 в виде разности:

$$\zeta_1 = \zeta_{10} - \zeta_{1t}, \qquad \text{(IV. 105)}$$

где ζ_{10} — сопротивление, связанное с несовершенством скважины при установившемся движении;

ζ_{1t} — часть этого сопротивления, проявляющаяся в условиях неустановившегося движения и зависящая от времени.

Величина ζ_{1t} со временем уменьшается и ею можно за малостью пренебрегать уже при $\alpha = \frac{r^2}{4at} < 5 \cdot 10^{-5}$, т. е. практически во всех случаях, когда определяется величина понижения уровня непосредственно в скважине или в небольшом удалении от нее.

При этом

$$\zeta_1 = \zeta_{10}, \qquad \text{(IV. 106)}$$

что соотвстствует значению этого показателя, полученному для установившегося движения при использовании в качестве исходной зависимости (IV. 100).

Графики для определения ζ_1, построенные по вычислениям, сделанным в работе [70], представлены на рис. IV. 8 и IV. 9. По ним

можно найти значения ζ_1 для широкого диапазона изменения параметров $\frac{l}{m}$ и $\frac{m}{r}$ (l — длина водоприемной части, m — полная мощность горизонта, r — радиус скважины или расстояние до скважины — пьезометра, отстоящей на расстоянии r от оси скважины, из которой производится откачка).

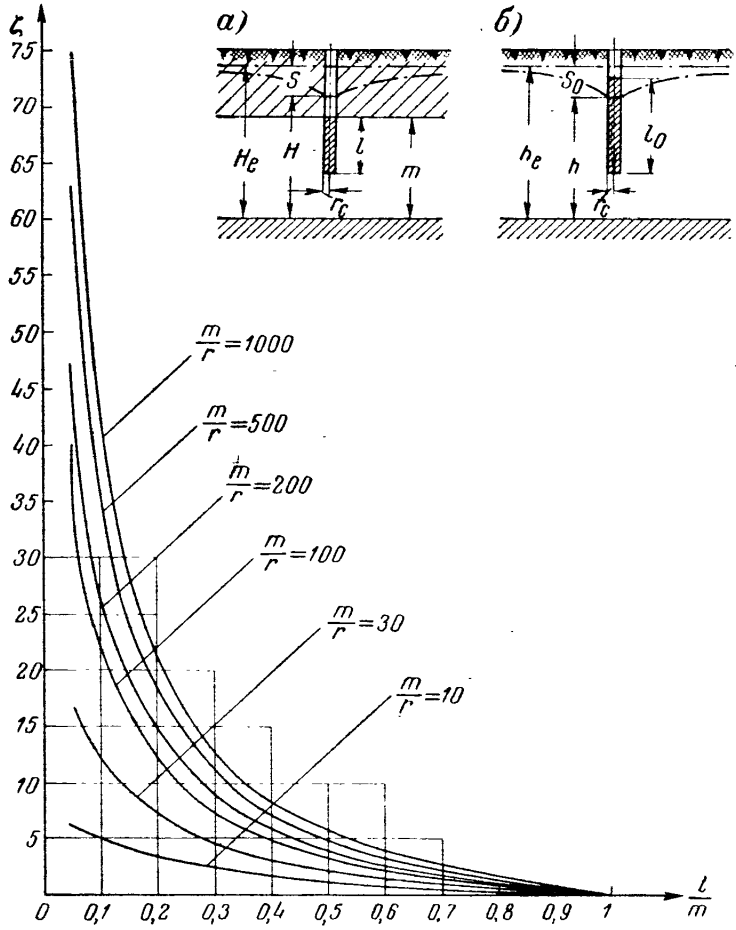


Рис. IV. 8. График функции ζ_1 для расчета несовершенных скважин при $C = 0$ (фильтр скважины примыкает к водоупору на кровле или подошве горизонта)

Графики, изображенные на рис. IV. 8, применимы для случаев, когда водоприемная часть скважины примыкает к кровле или подошве при $C = 0$, а на рис. IV. 9 — для случаев расположения водоприемной части приблизительно в средней трети водоносного горизонта при $C + \frac{l}{2} = (0{,}35 \div 0{,}65)\, m$.

Изложенные здесь результаты решения для несовершенной скважины, строго говоря, действительны только для напорных водонос-

ных горизонтов. Однако для приближенных расчетов они используются также при расчетах скважин в условиях безнапорного движения. В работах [157, 209] предлагается прием определения ве-

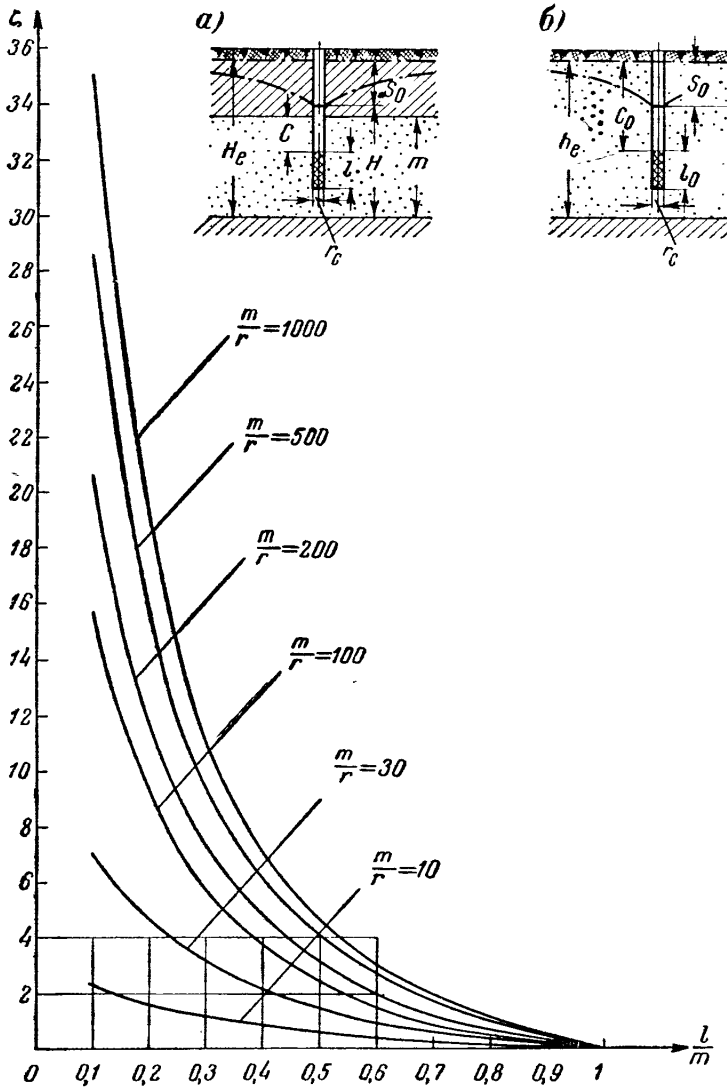


Рис. IV. 9. Графики функции ζ_1 для расчета несовершенных скважин при $C+\frac{l}{2}=(0{,}35 \div 0{,}65)\,m$; фильтр скважины находится в средней части горизонта

личин m и l для безнапорных потоков, основанный на предпосылке о локализации влияния несовершенства скважины в прискважинной области.

Во многих случаях для упрощения расчетов, как предложил Н. К. Гиринский [88], принимается средняя расчетная мощность m по следующему соотношению:

$$m = h_e - \frac{S_0}{2}. \qquad \text{(IV.107)}$$

Соответственно этому расчетная длина водоприемной части определяется следующим образом:

при незатопленном фильтре (рис. IV. 8):

$$l = l_0 - \frac{S_0}{2}; \qquad \text{(IV.108)}$$

при затопленном фильтре (рис. IV. 9):

$$l = l_0;\ C = C_0 - \frac{S_0}{2}. \qquad \text{(IV.109)}$$

В этих соотношениях h_e — первоначальная мощность безнапорного горизонта (глубина от «статического уровня» до подошвы); S_0 — понижение уровня в скважине за время t, l_0 — реальная длина водоприемной части; C_0 — глубина ее погружения от «статического уровня».

Обратимся теперь ко второму слагаемому формулы (IV. 96) ζ_2, характеризующему сопротивление по характеру вскрытия пласта. К сожалению, удовлетворительных решений для полной оценки этой части сопротивления пока нет. Затруднения в получении такого решения связаны с разнородностью и разнообразием факторов, определяющих сопротивление по характеру вскрытия пласта.

Это сопротивление обусловливается, во-первых, самим фильтром и его конструкцией. Во-вторых, существенное значение имеют изменения в фильтре, а также в структуре породы и, как следствие этого, в ее водопроницаемости в прискважинной области, происходящие при бурении скважины и в период ее эксплуатации в результате различного рода механических и физико-химических процессов (разрушение фильтра под влиянием коррозии или уменьшение его скважности в результате химического зарастания, суффозия, кольматаж, химическое зарастание породы). В-третьих, дополнительные сопротивления возникают в связи с нарушением линейного закона фильтрации вблизи скважины.

Таким образом, в общем виде величину ζ_2 можно представить суммой слагаемых:

$$\zeta_2 = \zeta_{2\,ф} + \zeta_{2\,п} + \zeta_{2\,нл}, \qquad \text{(IV.110)}$$

где индексами *ф*, *п*, *нл* обозначены сопротивления, вызванные соответственно самим фильтром, породой в прискважинной зоне и отклонениями от линейного закона фильтрации.

Общее сопротивление в связи с несовершенством скважины, особенно ту его часть, которая обусловливается характером вскрытия

пласта, можно оценить лишь приближенно, но в некоторых случаях произвести такую оценку вообще невозможно из-за отсутствия соответствующей методики. Особенно это относится к составляющей $\zeta_{2\,n}$, характеризующей сопротивление породы в прискважинной зоне.

Учитывая это обстоятельство, наиболее надежным в настоящее время следует считать метод комплексной оценки суммарного сопротивления скважины по данным опытных и эксплуатационных откачек. Во многих случаях при этом величина ζ вводится в основную формулу для совершенной скважины и рассматривается фиктивная совершенная скважина с приведенным диаметром d_c'. Например, в безграничном водоносном горизонте, как видно из формул (IV. 11) и (IV. 104), при этом получаем:

$$\frac{2\pi\, km S_c}{Q_c} = \ln\frac{3\sqrt{at}}{d_c'}, \qquad \text{(IV. 111)}$$

$$d_c' = d_c e^{-\zeta}, \qquad \text{(IV. 112)}$$

где $d_c = 2r_c$ (r_c — радиус реальной скважины).

Величина d_c' может быть больше и меньше d_c, в зависимости от характера деформаций в прискважинной зоне и знака у показателя ζ.

Указанный прием определения показателя суммарного сопротивления ζ по опытным данным освещен в работах [220, 221] и других, где влияние сопротивления в прискважинной зоне рассматривается как «скин-эффект», т. е. эффект «пленки» или «оболочки», которой как бы окружена скважина. Некоторые опытные данные с использованием этого приема изложены в работе [59].

§ 6. Взаимодействующие скважины

Основываясь на методе наложения течений, расчет группы взаимодействующих скважин (любым образом расположенных) легко выполнить по формулам, приведенным в предыдущих параграфах. Общий вид расчетных зависимостей для этих целей представляется следующим образом:

$$S_{вз,\,M} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{4\pi\, km} f_i, \qquad \text{(IV. 113)}$$

где $S_{вз,\,M}$ — суммарная величина понижения уровня в точке M под влиянием всех взаимодействующих скважин;

Q_i — расход i-ой скважины;

f_i — безразмерное сопротивление, обусловленное откачкой из i-ой скважины ($i = 1, 2, 3, \ldots, n$; n — общее число скважин).

Так например, для безграничного пласта применительно к схеме, показанной на рис. IV. 10, *а*, в соответствии с формулами (IV. 9) и (IV. 10) (см. § 2 этой главы) указанная зависимость (IV. 113) раскрывается следующим образом:

$$S_{вз;\,м} = -\frac{Q_1}{4\pi km} Ei\left(-\frac{r_1}{4at}\right) - \frac{Q_2}{4\pi km} Ei\left(-\frac{r_2^2}{4at}\right) - \\ - \frac{Q_3}{4\pi km} Ei\left(-\frac{r_3^2}{4at}\right) - \frac{Q_4}{4\pi km} Ei\left(-\frac{r_4^2}{4at}\right); \qquad \text{(IV. 114)}$$

$$S_{вз;\,м} = \frac{Q_1}{2\pi km} \ln\frac{R}{r_1} + \frac{Q_2}{2\pi km} \ln\frac{R}{r_2} + \frac{Q_3}{2\pi km} \ln\frac{R}{r_3} + \frac{Q_4}{2\pi km} \ln\frac{R}{r_4}, \qquad \text{(IV. 115)}$$

где $r_i = r_1, r_2, r_3, r_4$ — расстояния от точки M до каждой скважины;
$R = 1{,}5\sqrt{at}$ — условный радиус влияния всей группы взаимодействующих скважин.

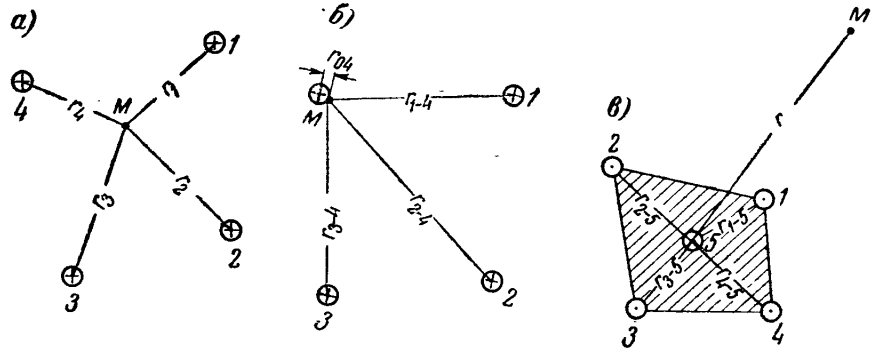


Рис. IV. 10. Схема к расчету взаимодействующих скважин в безграничном водоносном горизонте

В тех случаях, когда понижение уровня определяется непосредственно в одной из скважин, а не в удалении от нее, зависимость (IV. 113) удобнее записать так:

$$S_{вз;\,м} = \frac{Q_{oi}}{4\pi km}(f_{ci} + 2\zeta) + \sum_{i=1}^{n}{}' \frac{Q_i}{4\pi km} f_i. \qquad \text{(IV. 116)}$$

Здесь в правой части первым членом выделяется понижение уровня, обусловленное откачкой из той скважины, в которой определяется понижение уровня $S_{вз}$. Безразмерное сопротивление этой скважины состоит из двух слагаемых: f_{ci} — без учета несовершенства и 2ζ — дополнительное сопротивление, определяемое несовершенством скважины. Второй член в правой части уравнения (IV. 116) характеризует влияние всех остальных скважин, взаимодействующих с i-ой. Значок $\blacktriangledown$ показывает, что данная скважина исключается из суммы. На рис. IV. 10, *б* точка M_i находится на стенке

скважины, имеющей номер $i = 4$; раскрывая формулу (IV. 116) применительно к схеме, показанной на этом рисунке, получим:

$$S_{вз;\,M4} = -\frac{Q_4}{4\pi km}\left[Ei\left(-\frac{r_{04}^2}{4at}\right) - 2\zeta\right] - \frac{Q_2}{4\pi km}Ei\left(-\frac{r_{1-4}^2}{4at}\right) - \\ - \frac{Q_2}{4\pi km}Ei\left(-\frac{r_{2-4}^2}{4at}\right) - \frac{Q_3}{4\pi km}Ei\left(-\frac{r_{3-4}^2}{4at}\right); \quad \text{(IV. 117)}$$

или

$$S_{вз;\,M4} = \frac{Q_4}{2\pi km}\left(\ln\frac{R}{r_{04}} + \zeta\right) + \frac{Q_1}{2\pi km}\ln\frac{R}{r_{1-4}} + \frac{Q_2}{2\pi km}\ln\frac{R}{r_{2-4}} + \\ + \frac{Q_3}{2\pi km}\ln\frac{R}{r_{3-4}}. \quad \text{(IV. 118)}$$

Здесь $r_i = r_{0-4}$; r_{1-4}; r_{2-4} и r_{3-4} — радиус скв. 4 и расстояние от нее до всех остальных взаимодействующих с ней скважин.

В случае полуограниченного пласта структура приведенных формул остается той же, но в качестве f_i нужно принимать выражения (IV. 38) и (IV. 39), т. е. учитывать не только реальные скважины, но также их отображения. Также и для всех других схем.

Основной смысл изложенного метода заключается в том, что при расчетах взаимодействующих скважин учитывается влияние каждой скважины в отдельности как бы независимо от остальных скважин, причем для определения понижения уровня используются формулы, данные ранее для одиночных скважин в различных условиях откачки и в различных типах водоносных горизонтов. Суммарный эффект откачки из всех скважин выражается алгебраической суммой полученных таким путем понижений уровня, вызванных действием каждой скважины:

$$S_{вз;\,M} = S_1 + S_2 + \ldots + S_n, \quad \text{(IV. 119)}$$

где $S_1, S_2, \ldots, S_n$ — понижения уровня в точке M под влиянием откачек из скважин 1, 2, ..., n с расходами $Q_1, Q_2, \ldots Q_n$.

При наличии нескольких групп взаимодействующих скважин взаимное их влияние можно оценить приближенно, используя метод сопротивлений и разделения фильтрационного потока на фрагменты. Как было указано в § 1 настоящей главы, группы взаимодействующих скважин в точках, удаленных от них, оказывают такое же влияние, как единичная укрупненная скважина, расход которой равен суммарному расходу всех скважин.

Учитывая это обстоятельство, можно выразить понижение уровня, обусловленное откачкой из группы взаимодействующих скважин в удаленных точках (см. рис. IV. 10, *в*), следующей зависимостью:

$$S_{вз;\,M} = \frac{Q_{сум}}{4\pi km}Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right), \quad \text{(IV. 120)}$$

$$S_{вз;\,M} \approx \frac{Q_{сум}}{2\pi km}\ln\frac{R}{r}. \quad \text{(IV. 121)}$$

В этих формулах:

$Q_{сум}$ — суммарный расход действующей группы скважин;

r — расстояние от центра этой группы до точки M, в которой определяется понижение уровня.

Такой прием расчета оказывается практически достаточно точным в тех случаях, когда расстояние r равно максимальному расстоянию между крайними скважинами на участке их расположения или превышает это расстояние.

Возможность использования приближенных формул (IV. 120) и (IV. 121) весьма упрощает также задачу расчета взаимодействующих скважин в пластах, ограниченных контурами питания (или стока) и непроницаемыми контурами. Пользуясь методом зеркальных отображений, в этих случаях можно отображенные («воображаемые») группы заменять единичными укрупненными скважинами.

В последнее время для целей расчета взаимодействующих скважин при более или менее компактном и равномерном их размещении широко используется прием, основанный на приведении скважин к так называемым обобщенным системам.

Сущность метода расчета обобщенных систем состоит в том, что реальные группы скважин заменяются бесконечным множеством линейных источников с постоянным расходом, равномерно распределенных по линии или площади, приблизительно соответствующим действительному расположению скважин. Суммарный расход этих источников принимается равным суммарному расходу реальных скважин:

$$Q_{сум} = \sum_{i=1}^{n} Q_i = q\,\omega,$$

где Q_i — расход i-ой скважины (n — общее число скважин);

q — расход на единицу длины контура или площади ω, в пределах которых располагаются скважины.

Таким путем большое количество скважин, как и в предыдущем случае, заменяется одним укрупненным сооружением, например горизонтальной дреной, галереей, или представляется в виде «больших колодцев» и т. д. Однако в данном случае влияние взаимодействующих скважин оценивается суммарно не только в удаленных точках, но и на самих участках их расположения; здесь они тоже как бы обобщаются. Это дало основание называть их обобщенными системами.

Понижение уровня подземных вод, вызванное действием таких обобщенных систем, естественно меньше понижения уровня в самих скважинах, поскольку при этом из рассмотрения исключаются зоны наибольшей деформации депрессионной поверхности вблизи каждой скважины в отдельности. Однако пользуясь методом фильтрационных сопротивлений, величину понижения можно учесть в расчетах, дополнительно определяя локальные понижения уровня

в скважинах. Полное понижение в последних при этом выразится суммой:

$$S_n = S_\omega + \Delta S_{\text{скв}}, \qquad \text{(IV. 122)}$$

где S_ω — понижение уровня, обусловленное действием обобщенной системы;

$\Delta S_{\text{скв}}$ — дополнительное понижение уровня в самой скважине.

Соответственно полное безразмерное сопротивление выразится так:

$$f_n = f_\omega + \Delta f_{\text{скв}}. \qquad \text{(IV. 123)}$$

Здесь величина f_ω характеризует внешнее сопротивление, которое зависит от размеров системы взаимодействующих скважин, условий на границах водоносного пласта, коэффициента пьезопроводности и продолжительности откачки. Величина $\Delta f_{\text{скв}}$ — это сопротивление, которое находится в зависимости от расстановки скважин внутри системы; его можно назвать внутренним сопротивлением [42, 199, 207].

Решения для обобщенных систем взаимодействующих скважин в виде прямой линии (галереи) ограниченных размеров, кольцевой батареи и круговой площади рассмотрены в указанной выше работе [53], где дается подробная библиография по этому вопросу. Здесь мы приводим результаты решения аналогичных задач для случаев, когда скважины равномерно распределяются: 1) по площади в пласте, имеющем форму бесконечной полосы; 2) по линии весьма большой протяженности в полуограниченном пласте.

1. Система равномерно-распределенных скважин по площади в пласте-полосе. На рис. IV. 11 показаны три схемы граничных условий для рассматриваемой задачи: в схеме *а* водоносный горизонт с одной стороны ограничивается линией, на которой поддерживается постоянный напор (река, канал), с другой — линией, через которую протекает постоянный расход. В схемах *б* и *в* условия на границах однородные: в первой схеме заданы напоры, во второй — расходы.

Во всех этих схемах принято, что вся площадь водоносного горизонта разделяется на квадраты со стороной l и в центре каждого квадрата размещена скважина с расходом Q. Единичный расход (с единицы площади) при этом будет:

$$q = \frac{Q}{l^2} = \frac{Q}{\pi R_0^2}, \qquad \text{(IV. 123')}$$

где R_0 — приведенный радиус окружности, определяемый по приближенной формуле, вытекающей из равенства площадей этой окружности и квадрата:

$$R_0 \approx 0{,}564\, l. \qquad \text{(IV. 123'')}$$

Исходя из предпосылки о равномерном отборе воды на всей площади, задачу о расчете скважин решим на основе дифференциального уравнения:

$$a\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}+\frac{q}{\mu^*}=\frac{\partial S}{\partial t}. \quad \text{(IV. 124)}$$

Здесь q имеет размерность скорости (*м/сутки*). Примем, что до ввода в действие скважин, при $t = 0$, $S = 0$. Условия на границах запишутся так:

Для схемы *а* получаем:

$$x = 0;\ S = 0 \quad \text{(IV. 125)}$$

$$x = L;\ \frac{\partial S}{\partial x}=-\frac{q_б}{km}. \quad \text{(IV. 126)}$$

Здесь $q_б$ — расход воды, поступающей в водоносный горизонт из окружающих пород; условно принимается, что величина его в процессе откачки не изменяется. Размерность $q_б$ *м²/сутки*.

Для схемы *б* на обеих границах ($x = 0$, $x = L$) будем иметь условие (IV. 125), а для схемы *в* — частный случай условия (IV. 126) — $q_б = 0$.

Уравнение (IV. 124) путем подстановки $S^* = S - \frac{qt}{\mu^*}$ приводится к обычному уравнению теплопроводности. При этом условия типа (IV. 125) изменяются:

$$x = 0;\ x = L;\ S^* = -\frac{qt}{\mu^*}. \quad \text{(IV. 127)}$$

Условия же типа (IV. 126) остаются без изменений.

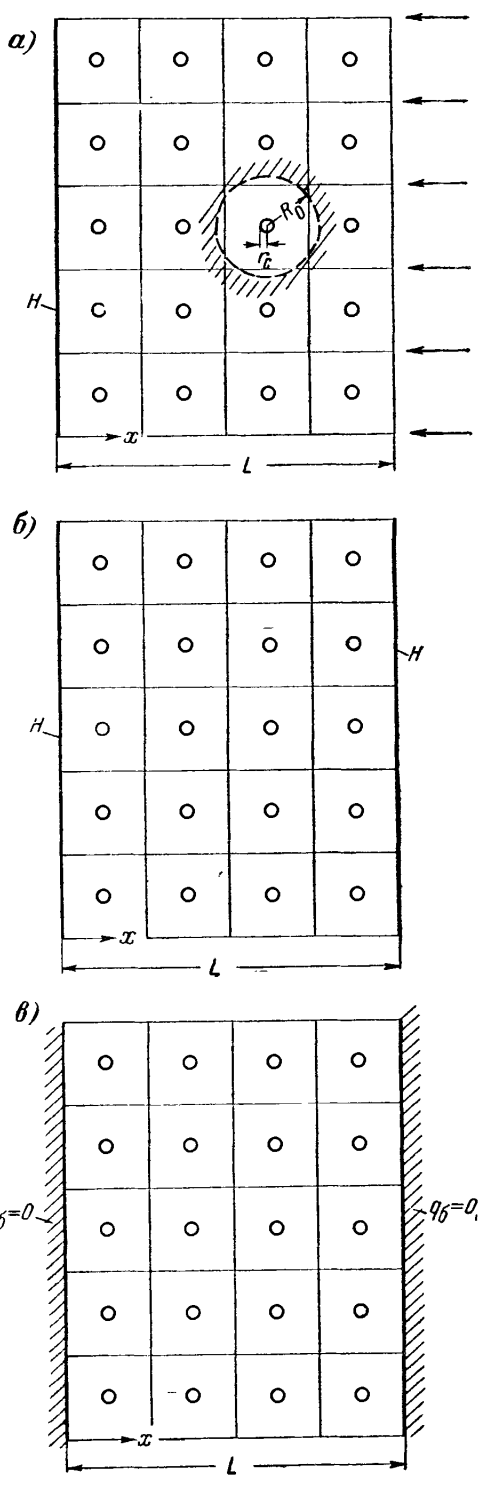


Рис. IV. 11. Схемы равномерного размещения скважин по площади в водоносных горизонтах с параллельными прямолинейными границами («пласты — полосы»)

Решения подобных задач известны в теории теплопроводности [143]. Применительно к расчету подпора подземных вод в районе водохранилищ и на орошаемых территориях они рассматривались в работах С. Ф. Аверьянова [10], Н. Н. Веригина [4] и др. В указанной здесь постановке эти решения могут быть представлены в следующем виде:[1]

$$S_{\text{пл}} = \frac{qL^2}{2km} f_{\text{пл}}, \qquad \text{(IV. 128)}$$

где $f_{\text{пл}}$ — безразмерное гидравлическое сопротивление.

Для рассмотренных схем *а*, *б* и *в* эта величина обозначается соответственно: $f_{\text{пл}}\ (а)$, $f_{\text{пл}}\ (б)$, $f_{\text{пл}}\ (в)$ и выражается так: [1]

$$f_{\text{пл}\ (а)} = \frac{x}{L}\left(2 - \frac{x}{L}\right) - 8\psi(\lambda, \gamma_0) - \frac{2q_б x}{qL^2}, \qquad \text{(IV. 129)}$$

$$f_{\text{пл}\ (б)} = \frac{x}{L}\left(1 - \frac{x}{L}\right) - 2\psi(\lambda, \gamma_0), \qquad \text{(IV. 130)}$$

$$f_{\text{пл}\ (в)} = \frac{2at}{L^2} \qquad \text{(IV. 131)}$$

Здесь L — ширина водоносного пласта; q определяется по (IV. 123′); a — коэффициент пьезопроводности, ψ — функция, зависящая от $\lambda = \frac{x}{2L}$ и $\lambda = \frac{x}{L}$; $\gamma_0 = \frac{at}{4L^2}$ и $\gamma_0 = \frac{at}{L^2}$ — соответственно для схем *а* и *б*, и имеющая вид:

$$\psi(\lambda, \gamma_0) = \frac{2}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin \pi n \lambda \, e^{-(n\pi)^2 \gamma_0} \qquad \text{(IV. 132)}$$

Численные значения этой функции для различных λ и γ_0 приведены в табл. IV. 7.

Таблица IV. 7

Значения $\psi(\lambda; \gamma_0)$ по формуле (IV. 132)

λ	γ_0									
	10^{-4}	$5\cdot10^{-4}$	10^{-3}	10^{-2}	$2\cdot10^{-2}$	$3\cdot10^{-2}$	$5\cdot10^{-2}$	0,1	0,3	0,5
0,1—0,9	0,045	0,045	0,044	0,038	0,033	0,03	0,025	0,015	0,002	0,0003
0,25—0,75	0,094	0,094	0,093	0,084	0,075	0,068	0,056	0,034	0,004	0,0007
0,5	0,126	0,125	0,125	0,115	0,105	0,096	0,079	0,048	0,007	0,0009

Из табл. IV. 7 видно, что при $\gamma_0 \geqslant 0{,}5$ функцией ψ в выражениях (IV. 129) и (IV. 130) можно за малостью пренебрегать. В этих

[1] Приближенное решение аналогичной задачи приведено в главе третьей (см. формулу III. 58, *а*).

случаях указанные выражения характеризуют установившееся распределение понижений $S_{пл}$ во всем водоносном горизонте.

В схеме *в*, как следует из формулы (IV. 131), вследствие отсутствия постоянного источника питания понижение уровня непрерывно увеличивается.

В удалении от границ водоносного горизонта при указанном выше равномерном размещении скважин на больших площадях (см. схемы, показанные на рис. IV. 12) расчет скважин можно производить, рассматривая только одну ячейку в пределах квадрата. Запасами, сосредоточенными в этой ячейке, будет обеспечиваться производительность каждого водозабора, и между ячейками образуются «водоразделы», на которых градиенты потока равны нулю. Иначе говоря, каждая ячейка как бы ограничивается непроницаемой плоскостью и представляет собой «закрытую структуру». Понижение уровня при откачке из скважины в таких условиях определяется по следующей приближенной зависимости, вытекающей из решения М. Маскета [54, 145]:

$$S \approx \frac{Q}{\pi km} \frac{at}{R_0^2} + \frac{Q}{2\pi km} \ln \frac{R_0}{r^*}, \qquad \text{(IV. 133)}$$

где $r^* = \gamma r$ — некоторое приведенное расстояние точки, в которой определяется понижение уровня S от центра кольцевой системы скважины.

В случае рассматриваемой нами схемы центрального расположения скважины:

$$\gamma = e^{\left[0{,}75 - 0{,}5\left(\frac{r}{R_0}\right)^2\right]} \qquad \text{(IV. 134)}$$

R_0 — находится по формуле (IV. 123″).

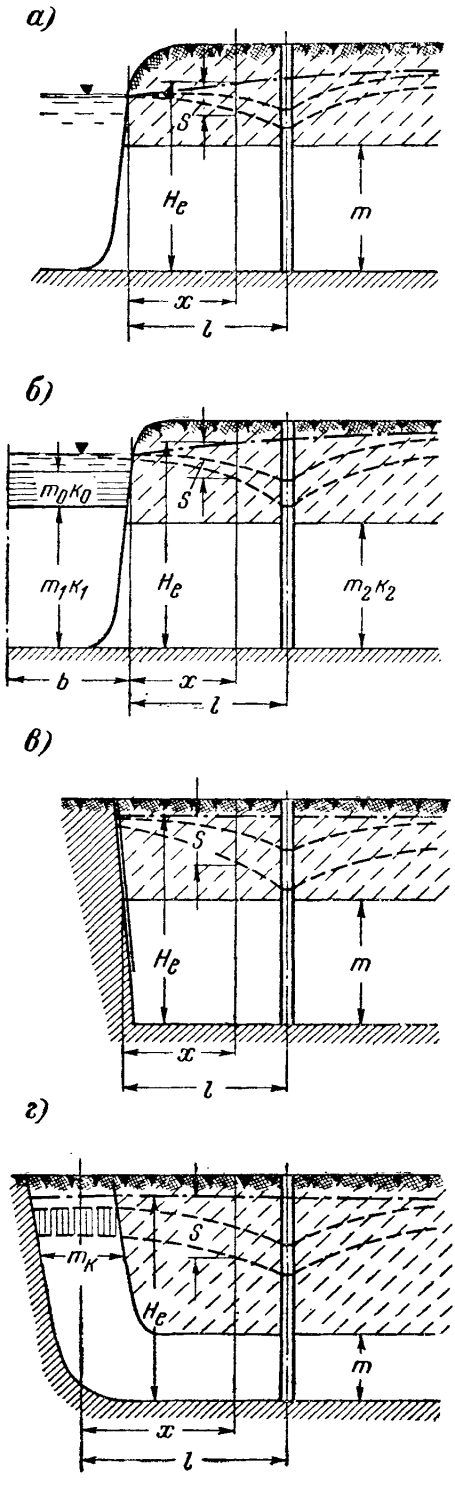
Приводим значения γ при различных r:

r	r_0	$0{,}25\,R_0$	$0{,}5\,R_0$	$0{,}75\,R_0$	R_0
γ	2,12	0.51	0,93	1,2	1,28

Методика расчета скважин в «закрытых структурах» с учетом инфильтрации атмосферных осадков и взаимодействия водоносных горизонтов в плане и в разрезе подробно освещена в работе [54]. Заметим, что изложенный здесь расчет для площадных систем скважин может быть также сделан с учетом происходящего питания водоносного горизонта в процессе откачки. Для этого в исходное уравнение (IV. 124) вместо q следует ввести модуль питания $\varepsilon_{сум}$, который выразится разностью:

$$\varepsilon_{сум} = q - \varepsilon_B, \qquad \text{(IV. 135)}$$

где ε_B определяется по формуле (1. 16) (см. главу первую).



2. Линейная система равномерно распределенных скважин в полуограниченном пласте. Положим теперь, что ряд скважин размещается вдоль линии, параллельной контуру водоносного пласта, на расстоянии l от последнего (рис. IV. 12). Расстояние между скважинами равно 2σ. Общая длина ряда равна L, причем предполагается, что длина ряда значительно больше расстояния от контура, т. е. $L \gg l$; это дает возможность считать его теоретически «бесконечным».

Заменим ряд скважин галереей с удельным (равномерно распределенным) расходом:

$$q = \frac{Q}{2\sigma}. \qquad \text{(IV. 136)}$$

В данном случае расход q имеет размерность $м^2/сутки$.

Задача о притоке подземных вод к такой системе скважин решается на основе того же исходного уравнения (IV. 124), но без члена $\frac{q}{\mu^*}$, поскольку расход скважин учитывается граничным условием вида:

$$x = l, \quad \left.\frac{\partial S}{\partial x}\right|_{l-0} - \left.\frac{\partial S}{\partial x}\right|_{l+0} = -\frac{q}{km}. \qquad \text{(IV. 137)}$$

Это условие выражает собой то обстоятельство, что общий

Рис. IV. 12. Схемы линейных систем скважин в полуограниченных пластах

а — пласт ограничивается рекой; *б* — то же при наличии слабопроницаемого экрана в русле; *в* — контур пласта является непроницаемым; *г* — выход напорного водоносного пласта на поверхность

расход линейного ряда скважин складывается из поступления воды со стороны контура, обозначенного индексом $l = 0$, и воды из береговой зоны, расположенной от ряда скважин в глубь берега; ей соответствует индекс $l + 0$.

Рассмотрим четыре схемы полуограниченного пласта при наличии такого линейного ряда скважин. Условия на контуре пласта (при $x = 0$) в этих схемах следующие:

$$\text{схема } a\text{: } S = 0, \tag{IV.138}$$

$$\text{схема } б\text{: } \frac{\partial S}{\partial x} = \lambda S, \tag{IV.139}$$

$$\text{схема } в\text{: } \frac{\partial S}{\partial x} = 0, \tag{IV.140}$$

$$\text{схема } г\text{: } \lambda_1 \frac{\partial S}{\partial x} = -\frac{\partial S}{\partial l}\ . \tag{IV.141}$$

В первой схеме принято, что водоносный пласт ограничивается рекой, причем не учитывается несовершенство (неполная врезка в пласт) русла реки, его заиленность и неоднородность (рис. 12, *а*).

Во второй схеме (рис. 12, *б*), задача решается с учетом этих факторов, что отражено в условии (IV. 139). Здесь

$$\lambda = \alpha \operatorname{th} \alpha b;\ \alpha = \frac{1}{k_2 m_2} \sqrt{\frac{k_1 m_1 k_0}{m_0}}\ , \tag{IV.142}$$

где k_0, m_0 — коэффициент фильтрации и мощность заиленного глинистого слоя в русле;

k_1, m_1 и k_2, m_2 — коэффициенты фильтрации и мощности соответственно подруслового и берегового водоносных слоев.

В схеме *в* пласт ограничен непроницаемым контуром; наконец, последняя схема *г* отвечает случаю, когда напорный водоносный пласт имеет на границе выход на поверхность, и в процессе откачки из скважин здесь происходит его частичное осушение. В условии (IV. 141), соответствующем этой последней схеме:

$$\lambda_1 = \frac{km}{\mu m_k}\ ; \tag{IV.143}$$

здесь m и m_k — мощность пласта в основной его части и в зоне выхода на поверхность;

μ — водоотдача пласта в этой зоне;

k — коэффициент фильтрации.

Во всех указанных схемах принимается, что в большом удалении от контура при $x \to \infty$ напор остается неизменным и, следовательно, $S \to 0$. Начальное условие, как и прежде, определяется тем, что до ввода в действие скважин при $t = 0$, $S = 0$. При указанных условиях из уравнения (IV. 124) выводится следующая общая расчетная зависимость для определения понижения уровня [52]:

$$S = \frac{ql}{km} f_л, \tag{IV.144}$$

где $f_л$ — безразмерное гидравлическое сопротивление. Для рассмотренных схем оно выражается таким образом (буквенные индексы при $f_л$ отвечают соответствующим схемам; см. рис. IV. 12):

$$f_л(а) = \frac{\sqrt{at}}{l}\left(\text{ierfc}\,\frac{|l-x|}{2\sqrt{at}} - \text{ierfc}\,\frac{l+x}{2\sqrt{at}}\right), \qquad \text{(IV. 145)}$$

$$f_л(б) = f_л(а) + \frac{1}{\lambda l}\left[\text{erfc}\,\frac{l+x}{2\sqrt{at}} - e^{\lambda(l+x)+\lambda^2 at}\,\text{erfc}\left(\frac{\lambda at}{l} + \frac{l+x}{2\sqrt{at}}\right)\right], \qquad \text{(IV. 146)}$$

$$f_л(в) = \frac{\sqrt{at}}{l}\left(\text{ierfc}\,\frac{|l-x|}{2\sqrt{at}} + \text{ierfc}\,\frac{l+x}{2\sqrt{at}}\right), \qquad \text{(IV. 147)}$$

$$f_л(г) = f_л(в) - \frac{1}{\beta l}\left[\text{erfc}\,\frac{l+x}{2\sqrt{at}} - e^{\beta(l+x)+\beta^2 at}\left(\frac{\beta at}{l} + \frac{l+x}{2\sqrt{at}}\right)\right]. \qquad \text{(IV. 148)}$$

Здесь функции ierfc (v) и erfc (v) (v — обозначение соответствующих аргументов в формулах) определяются по выражениям (IV. 53), приведенным в § 3 настоящей главы.

Значения λ находят по (IV. 142), величину β определяют по следующему соотношению:

$$\beta = \frac{k}{\mu a} = \frac{\mu^*}{\mu m}, \qquad \text{(IV. 149)}$$

где μ^* и μ — коэффициенты водоотдачи соответственно в напорной части пласта и в области выхода его на поверхность.

На рис. IV. 13 и IV. 14 приведены графики $f_л$ (*а*, *б*) и $f_л$ (*в*, *г*) для условия, когда $x = l$. Из них видно, что при действии ряда скважин вблизи реки величина $f_л$ (*а*) со временем стремится к постоянной величине. При $t \to \infty$ сопротивление $f_л$ (*а*) оказывается равным:

$$\text{при } x \text{ от } 0 \text{ до } l,\ f_л(а) = \frac{x}{l}, \qquad \text{(IV. 150)}$$

$$\text{при } x \text{ больше } l,\ f_л(а) = 1.$$

При наличии заиленного и глинистого экрана в русле сопротивление в пределе возрастет на величину $\frac{1}{l\lambda}$, которая также не зависит от времени. Полное сопротивление $f_л$ (*б*) при этом равно:

$$\text{при } x \text{ от } 0 \text{ до } l,\ f_л(б) = \frac{1}{l}\left(x + \frac{1}{\lambda}\right), - \qquad \text{(IV. 151)}$$

$$\text{при } x \text{ больше } l,\ f_л(б) = \left(1 + \frac{1}{l\lambda}\right).$$

В схеме *в*, когда контур пласта непроницаем, стабилизации потока со временем не происходит. При длительной откачке получим:

$$f_л(в) \approx 1{,}13\frac{\sqrt{at}}{l}. \qquad \text{(IV. 152)}$$

Но при частичном осушении пласта в области выхода его на поверхность (схема *г*) сопротивление уменьшается, поскольку в этом

случае происходит изъятие некоторой доли так называемых статических запасов, удельная величина которых (на единицу объема пласта), определяемая водоотдачей μ в зоне осушения, обычно превышает упругие запасы в напорной зоне, оцениваемые по коэффициенту μ *.

Сопротивление $f_л$ $(г)$ при длительных откачках приближенно выражается следующей зависимостью:

$$f_{л(г)} \approx \frac{1}{l}\left(1{,}13\sqrt{at} + \frac{1}{\beta}\right) \qquad \text{(IV. 153)}$$

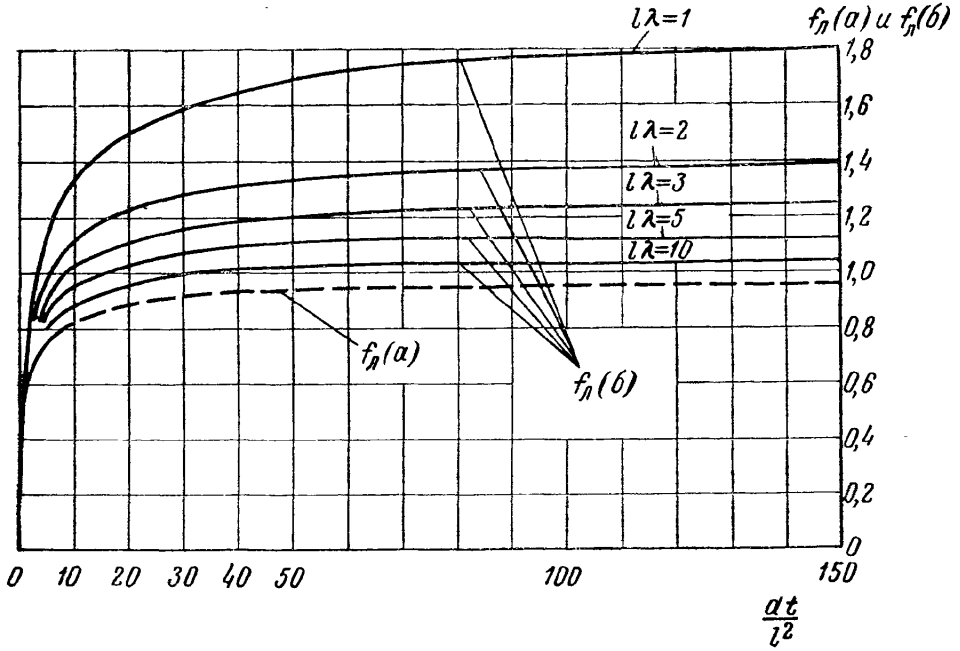


Рис. IV. 13. Графики безразмерного сопротивления $f_л$ $(а)$ и $f_л$ $(б)$ при $x = l$

Для определения понижения непосредственно в скважинах во всех рассмотренных случаях (при равномерном распределении скважин по площади и вдоль линии) необходимо определять величину $\Delta S_{скв}$ (см. формулу (IV. 122). Для этих целей можно использовать следующую зависимость:

$$\Delta S_{скв} = \frac{Q}{2\pi_{кт}}\left(\ln\frac{r_п}{r_с} + \zeta\right), \qquad \text{(IV. 154)}$$

где Q — расход скважины, в которой определяется понижение уровня $S_п$;

$r_п$ — приведенный радиус некоторой условной области влияния данной скважины внутри системы;

$r_с$ — радиус скважины.

Для контурных систем скважин — линейной и кольцевой — величина $r_п$ принимается в зависимости от среднего расстояния между соседними скважинами:

$$r_п \approx \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\pi}. \qquad \text{(IV. 155)}$$

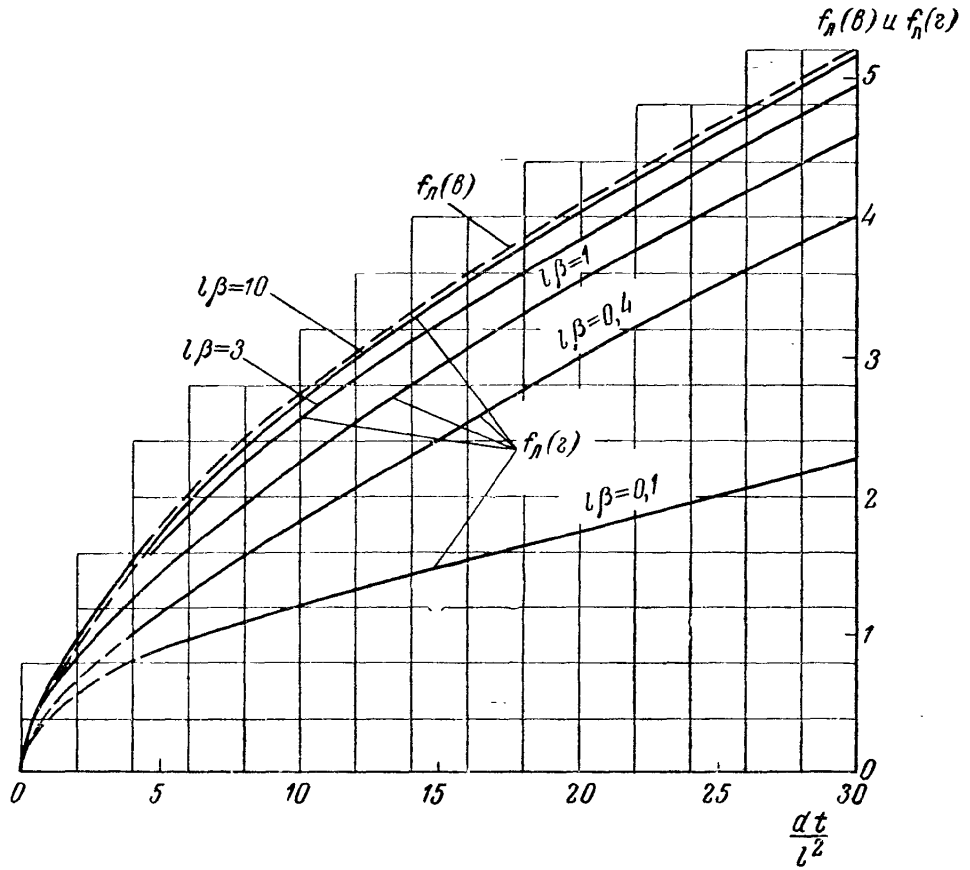


Рис. IV. 14. Графики безразмерного сопротивления $f_л$ (в) и $f_л$ (г) при $x = l$

В случае площадного расположения скважин $r_п$ определяется по зависимости

$$r_п \approx 0{,}47 \sqrt{\frac{F_o}{\pi}}, \qquad \text{(IV. 156)}$$

где F_o — площадь круга, равная площади некоторой условной области, ограниченной линиями, проходящими посредине между соседними скважинами.

Входящая в формулу величина ζ представляет собой безразмерное сопротивление, обусловленное несовершенством скважины, она определяется по формулам, приведенным в предыдущем параграфе.

Глава пятая

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ

При исследованиях фильтрации применяется физическое и математическое моделирование. Физическое моделирование осуществляется на фильтрационном (грунтовом) лотке, где создается фильтрационный поток подобный натурному, но в уменьшенном масштабе. Значительно большее практическое применение имеют методы математического моделирования, в которых используются различные физические аналогии, позволяющие вместо процесса фильтрации рассматривать какой-либо аналогичный физический процесс, описываемый теми же дифференциальными уравнениями, что и процесс фильтрации.

Основными аналогиями, используемыми для решения фильтрационных задач, являются гидравлическая и электрическая, а модели устраиваются либо сплошные, либо сеточные.

Сплошная гидравлическая модель основана на аналогии между плоским фильтрационным потоком и ламинарным потоком в щели между двумя стенками; в отечественной терминологии она носит название щелевого лотка.

Наиболее широкое практическое распространение имеют электрические модели, основанные на электрогидродинамической аналогии (ЭГДА), т. е. аналогии между фильтрационным потоком и потоком электричества. Приведем основные аналоги фильтрационного потока и электрического тока:

Фильтрационный поток	Электрический ток
пьезометрический напор H	электрический потенциал U
коэффициент фильтрации k	удельная проводимость $c = \frac{1}{\varrho}$ (ϱ — удельное сопротивление)
расход потока Q	сила тока I

Поскольку полное решение фильтрационных задач сводится к построению сетки движения, состоящей из линий равного напора и линий тока, то и общей задачей электрического моделирования является построение на модели линий равного потенциала U (эквипотенциалей) и линий электрического тока.

Для перехода от напоров фильтрационного потока H к соответствующим значениям потенциалов электрического поля U удобно пользоваться соотношением:

$$\frac{H-H_{\min}}{H_{\max}-H_{\min}} = \frac{U-U_{\min}}{U_{\max}-U_{\min}} = \overline{U}, \qquad \text{(V. 1)}$$

где $H_{\min}$, $H_{\max}$ и H — напоры минимальный, максимальный и в данной точке;

$U_{\min}$, $U_{\max}$ и U — соответствующие значения потенциалов;

$\overline{U}$ — приведенный потенциал в данной точке, который и определяется непосредственно на модели ЭГДА.

Соответственно при известных значениях приведенного потенциала напор H определяется по формуле:

$$H = H_{\min} + (H_{\max} - H_{\min})\,\overline{U}. \qquad \text{(V. 1, } a\text{)}$$

На сплошных моделях ЭГДА фильтрационный поток моделируется сплошным электрическим потоком, область которого задается геометрически подобной области рассматриваемого фильтрационного потока. На сеточных моделях сплошной фильтрационный поток моделируется ортогональной сеткой гидравлических или электрических сопротивлений. Теоретическую основу сеточных моделей составляет метод сеток (метод конечных разностей). Поскольку на сеточных моделях, по существу, производится уже не моделирование, а интегрирование дифференциальных уравнений методом конечных разностей, то сеточные модели носят название сеточных интеграторов (гидравлического или электрического)[1].

Известны случаи применения и иных аналогий для решения фильтрационных задач: мембранной [241, 251, 253] и магнитной [253] — для установившейся фильтрации; тепловой [117, 248] — для неустановившейся фильтрации. Однако эти аналогии не получили заметного практического применения и потому в дальнейшем рассматриваться не будут.

Моделирование является очень важным инструментом, роль которого в исследованиях и расчетах процессов непрерывно повышается. Если начало моделирования связано в основном с исследованиями природы фильтрационных процессов и разработкой методики фильтрационных расчетов, то за последнее время резко

[1] Сплошные модели также иногда называют интеграторами [193]. Однако вряд ли целесообразно употреблять это название, во избежание терминологической путаницы при разделении сплошных и сеточных моделей.

повысился удельный вес моделирования в гидрогеологических расчетах для реальных объектов. В первую очередь это относится к расчетам фильтрации при гидротехническом строительстве, где для подавляющего большинства крупных объектов проводятся фильтрационные расчеты на сплошных моделях ЭГДА.

За последние десять лет значительно возрос интерес к моделированию неустановившейся фильтрации на больших территориях регионального масштаба, возникающей при устройстве водохранилищ, каналов, орошении сельскохозяйственных земель и дренаже на месторождениях полезных ископаемых. Пока для этих целей чаще всего применяется гидроинтегратор; начато также использование электроинтеграторов, применение которых имеет, по-видимому, хорошие перспективы. Продолжающееся увеличение масштаба исследуемых объектов влечет за собой все большее осложнение природной обстановки, что несомненно потребует еще более широкого развития моделирования и повысит его удельный вес в гидрогеологических расчетах. Ниже будут рассмотрены основные вопросы методики моделирования применительно к моделям, имеющим наибольшее практическое значение.

В заключение вводной части главы приведем используемые в ней основные масштабные соотношения.

Линейный масштаб $\alpha_l = \frac{l}{l_м}$ — отношение размеров в натуре к размерам на модели.

Масштаб времени $\alpha_t = \frac{t}{t_м}$ — отношение времени процессов в натуре и на модели.

Масштаб коэффициентов фильтрации $\alpha_k = \frac{k}{k_м}$.

Масштаб коэффициентов водоотдачи $\alpha_\mu = \frac{\mu}{\mu_м}$.

Масштаб расходов $\alpha_q = \frac{q}{q_м}$ — отношение расходов потока в натуре и на модели.

Масштаб скорости фильтрации $\alpha_v = \frac{v}{v_м}$.

Масштаб гидравлических сопротивлений $\alpha_\Phi = \frac{\Phi}{R_г}$ — отношение фильтрационных сопротивлений к соответствующим гидравлическим сопротивлениям на гидроинтеграторе.

Масштаб гидравлических емкостей $\alpha_C = \frac{C}{\omega}$ — отношение приведенной емкости блока к площади сечения сосудов емкости на гидроинтеграторе.

При расчетах на электрических моделях ЭГДА удобнее принимать:

масштаб потенциалов $\alpha_U = \frac{\Delta U}{\Delta H}$ — отношение изменения потенциалов на моделях ЭГДА к соответствующему изменению напоров фильтрационного потока;

масштаб относительных потенциалов $\bar{\alpha}_U = \frac{\Delta \bar{U}}{\Delta \bar{H}} = \frac{1}{H_{\max} - H_{\min}}$ отношение изменений относительных потенциалов на электрических моделях

к соответствующему изменению напоров ($\overline{\alpha}_U \cdot \Delta U_м = \alpha_U$, где $\Delta U_м$ — полная разница потенциалов на модели).

Масштаб электрических сопротивлений $\alpha_R = \frac{R}{\Phi}$ — отношение электрических и фильтрационных сопротивлений при моделировании на электроинтеграторе.

Масштаб силы тока $\alpha_I = \frac{I}{Q}$ — отношение силы тока на модели к соответствующему расходу фильтрационного потока.

§ 1. Обзор методов и основы теории моделирования

Фильтрационный лоток

Фильтрационный лоток впервые был применен Ф. Форхгеймером в 1898 г. для изучения потока вблизи скважины [253], в дальнейшем он широко применялся для решения разнообразных задач — фильтрации из каналов [126], притока к скважинам [2, 13], взаимодействия различных жидкостей [25], фильтрации при вакуумировании [19] и т. п.

Основное достоинство фильтрационного лотка заключается в возможности физического моделирования процессов фильтрации, что позволяет использовать его когда неясна математическая теория процесса, как, например, при фильтрации с неполным насыщением пор (в зоне аэрации или в капиллярной зоне), при взаимодействии двух жидкостей (смешивающихся и несмешивающихся), при проявлениях суффозионных процессов, и т. п. Перспективно, по-видимому, также применение фильтрационных лотков для изучения пространственных безнапорных потоков.

К числу недостатков фильтрационных лотков относятся прежде всего: громоздкость, трудоемкость изготовления и неизбежная неоднородность моделей. Влияние неоднородности усиливается, кроме того, искажениями за счет защемленного воздуха.

Рассмотрим теперь основные вопросы теории моделирования в фильтрационных лотках.

Общие масштабные соотношения, определяющие подобие модельных и натурных процессов с учетом инерционных сил, связывают масштабы длины α_l, времени α_t, коэффициента фильтрации α_k и коэффициента водоотдачи α_μ следующим образом [206]:

$$\alpha_t = \sqrt{\alpha_l}; \quad \alpha_t = \frac{\alpha_k}{\alpha_\mu}. \tag{V.2}$$

Эти условия оказываются весьма тяжелыми для практического использования, поскольку они позволяют изучать только быстро протекающие процессы в очень хорошо проницаемых грунтах.

Масштабные соотношения существенно упрощаются, если пренебречь влиянием сил инерции, что обычно оказывается вполне

обоснованным. Тогда движение будет описываться уравнением Лапласа при условии (II. 21) на свободной поверхности. Поскольку уравнение Лапласа при условии неразрывности потока безусловно выполняется как в натуре, так и на модели, то критерии подобия могут быть получены из анализа условия (II. 21), которое для модели при $w = 0$ запишется в следующем виде:

$$\frac{\mu_{\text{м}}}{k_{\text{м}}} \cdot \frac{\partial H_{\text{м}}}{\partial t_{\text{м}}} - \left(\frac{\partial H_{\text{м}}}{\partial x_{\text{м}}}\right)^2 - \left(\frac{\partial H_{\text{м}}}{\partial y_{\text{м}}}\right)^2 + \frac{\partial H_{\text{м}}}{\partial y_{\text{м}}} = 0. \qquad \text{(V. 3)}$$

Индекс M показывает, что величина относится к модели.

Связывая натурные и модельные величины соответствующими масштабами:

$$H = \alpha_l H_{\text{м}}; \quad x = \alpha_l x_{\text{м}}; \quad y = \alpha_l y_{\text{м}}; \quad t = \alpha_t t_{\text{м}} \qquad \text{(V. 4)}$$

$$k = \alpha_k k_{\text{м}}; \quad \mu = \alpha_\mu \mu_{\text{м}};$$

и подставляя их в уравнение (II. 21), нетрудно установить, что для тождественности уравнений (II. 21) и (V. 3) должно выполняться единственное масштабное соотношение:

$$\frac{\alpha_l \alpha_\mu}{\alpha_t \alpha_k} = 1. \qquad \text{(V. 5)}$$

Вместе с тем, конечно, обязательным является выполнение линейного закона фильтрации во всей области движения на лотке. Для этого надо показать, что максимальное значение числа Рейнольдса на модели оказывается меньше критического, т. е. должно выполняться неравенство:

$$\frac{v_{\text{м}} d_{\text{м}}}{\nu} < 1 \div 10, \qquad \text{(V. 6)}$$

где $v_{\text{м}}$ — максимальная скорость фильтрации на модели;

$d_{\text{м}}$ — средний диаметр зерен материала модели.

При необходимости масштабного моделирования высоты капиллярной зоны можно исходить из того, что ее высота обратно пропорциональна диаметру зерен грунта. Соответственно масштаб зерен грунта $\frac{d}{d_{\text{м}}}$ должен быть обратно пропорционален линейному масштабу α_l.

Дальнейшего улучшения масштабных соотношений можно достигнуть, если применить жидкости со специально подобранными гидродинамическими свойствами. В том случае, когда натурная и модельная жидкости характеризуются плотностями ϱ и $\varrho_{\text{м}}$, динамическими вязкостями η и $\eta_{\text{м}}$, коэффициентами поверхностного натяжения σ и $\sigma_{\text{м}}$, как следует из результатов исследований Е. Миллера

и Д. Миллера [246, 247], масштабные соотношения принимают следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} &\alpha_\varrho = \frac{\alpha_\sigma}{\alpha_d}; \quad \alpha_\varrho = \frac{\varrho}{\varrho_M}; \quad \alpha_\sigma = \frac{\sigma}{\sigma_M} && (a)\\ &\alpha_d = \frac{d}{d_M}\\ &\alpha_k = \frac{\alpha_\sigma \alpha_d}{\alpha_l \alpha_\eta}; \quad \alpha_\eta = \frac{\eta}{\eta_M} && (б)\\ &\alpha_t = \frac{\alpha_l^2 \alpha_\eta}{\alpha_d \alpha_\sigma} = \frac{\alpha_l}{\alpha_k} && (в)\\ &\alpha_l = \frac{\alpha_\sigma}{\alpha_\varrho \alpha_d} && (г) \end{aligned}\right\} \qquad (V.7)$$

Сопоставление масштабных соотношений (V. 7, *б*), (V. 7, *в*) и (V. 7, *г*) позволяет получить другие выражения для α_t и α_k:

$$\left.\begin{aligned} &\alpha_t = \frac{\alpha_\sigma \alpha_\eta}{\alpha_\varrho^2 \alpha_d^3} && (a)\\ &\alpha_k = \frac{\alpha_\varrho \alpha_d^2}{\alpha_\eta}. && (б) \end{aligned}\right\} \qquad (V.8)$$

При этом масштаб скоростей фильтрации α_v и интенсивностей инфильтрации α_w будет соответствовать масштабу коэффициентов фильтрации α_k, а масштаб удельных расходов α_q будет равен:

$$\alpha_q = \alpha_v \alpha_l = \alpha_k \alpha_l = \frac{\alpha_\sigma \alpha_d}{\alpha_\eta}. \qquad (V.9)$$

Таким образом, требования моделирования можно соблюсти, если использовать искусственно подобранную пористую среду, подобную натурной [1], и жидкость с соответствующей плотностью, поверхностным натяжением, вязкостью и нулевым контактным углом.

Д. А. Крайенгофф ван де Лер показал [243], что удачное решение получается, если применять в качестве модельной жидкости пятидесятипроцентную смесь метилизированного спирта и воды. Такая смесь по сравнению с водой имеет меньшее поверхностное натяжение ($\alpha_\sigma \cong 2{,}5$) и большую вязкость ($\alpha_\eta \simeq 0{,}45$) при близкой плотности ($\alpha_\varrho \cong 1{,}07$).

Применение фильтрационного лотка может оказаться целесообразным при решении некоторых фильтрационных задач методиче-

[1] Вопросы подобия микроструктур пористых сред обстоятельно рассмотрены В. Н. Николаевским [25].

ского характера, особенно в тех случаях, когда размеры потока в различных направлениях соизмеримы с его мощностью. Применять фильтрационный лоток для моделирования реальных объектов, особенно при изучении фильтрации на больших территориях, явно нецелесообразно.

Щелевой лоток

Впервые щелевой лоток был предложен Г. Хеле-Шоу [236], в связи с чем в зарубежных работах он обычно носит название «вязкожидкостной модели Хеле-Шоу». Для решения фильтрационных задач щелевой лоток впервые применил Е. А. Замарин [101]. В дальнейшем щелевой лоток применялся для изучения неустановившихся фильтрационных потоков при колебаниях уровней на их границах [15, 17, 109, 235, 254], исследований кинематики неустановившегося потока [204], изучения движения границы раздела двух жидкостей [210, 226, 253] и т. п. Обзор зарубежных работ со щелевым лотком дали Бир и Д. Тодд [226, 253, 254].

Щелевой лоток простейшей конструкции состоит из двух плексигласовых стенок, щель между которыми регулируется специальными вкладышами, и питающих бачков [204, 210]. При сравнительно небольших размерах лотка такой конструкции (хотя бы в одном направлении, например, по высоте) и при использовании для стенок толстого плексигласа точность задания щели оказывается довольно высокой. Однако при сравнительно большой высоте лотка погрешность задания щели толщиной 1—2 *мм* может оказаться больше допустимой. Для более точного задания толщины щели конструкцию щелевого лотка усложняют, делая одну стенку из массивной литой металлической плиты, а вторую — из толстого плексигласа или полированного стекла [15, 110]. Но при этом лоток настолько утяжеляется, что его приходится монтировать с помощью специального крана.

В качестве рабочей жидкости в щелевом лотке чаще всего применяют глицерин, который имеет кинематическую вязкость порядка 5—10 *см*^{2}/*сек*. Существуют предложения по применению более вязких жидкостей, например винипола (винил-бутилового спирта) с $\nu \sim 100$ *см*^{2}/*сек* [110]. Такая жидкость позволяет перейти к щели большей толщины (порядка 1 *см*), обеспечивающей требуемую точность ее задания. Недостатком этого метода является заметное прилипание вязкой жидкости к стенкам и значительная зависимость ее вязкости от температуры.

Основы теории моделирования на щелевом лотке были разработаны В. И. Аравиным [15, 17]. Он ввел масштабные соотношения (V. 2) применительно к течению в щелевом лотке и показал, что проницаемость щели (аналог коэффициента фильтрации) $k_{щ}$ связан с ее толщиной δ формулой:

$$k_{щ} = \frac{\delta^2}{12} \cdot \frac{g}{\nu}. \qquad (V.10)$$

Таким образом, средняя скорость движения жидкости в щели $v_{щ}$ и расход потока $q_{щ}$ в сечении высотой $m_{щ}$ связаны с градиентом напора i соотношениями:

$$v_{щ} = k_{щ} i = \frac{\delta^2}{12} \cdot \frac{g}{\nu} \cdot i; \quad q_{щ} = v_{щ} \cdot \delta \cdot m_{щ} = \frac{\delta^3}{12} \cdot \frac{g}{\nu} m_{щ} \cdot i. \quad \text{(V. 11)}$$

При одинаковом градиенте напора расходы и скорости потока в натуре будут пропорциональны коэффициенту фильтрации и при моделировании неоднородного по проницаемости фильтрационного потока ширина щели в зонах различной проницаемости для сохранения одинакового масштаба расходов должна быть пропорциональна кубичному корню из коэффициента фильтрации соответствующих зон фильтрационного потока. При моделировании неустановившейся фильтрации, кроме того, должно быть удовлетворено масштабное соотношение (V. 5), в котором следует принять $\mu_м = 1$; $\alpha_\mu = \mu$ (если не учитывать прилипания жидкости к стенкам щели). В этом случае для неоднородного фильтрационного пласта в общем случае кинематическое соотношение (V. 5) оказывается несовместимым с соотношениями (V. 11), поскольку для выдерживания постоянства масштаба скоростей, согласно (V. 11), толщина щели должна быть пропорциональна корню квадратному из значений коэффициентов фильтрации. В неоднородных грунтах для выполнения соотношения (V. 5), кроме того, проницаемость щели должна быть пропорциональна толщине щели, так как в этом случае водоотдача щели оказывается пропорциональной ее толщине. Вследствие этого моделирование неустановившейся фильтрации в щелевых лотках возможно только для однородных водоносных пластов или в тех случаях, когда кривая депрессии в течение всего исследуемого периода фильтрации располагается в одном слое. В последнем случае достаточно, чтобы соотношение (V. 5) удовлетворялось только для верхнего слоя.

Сплошные модели ЭГДА

Моделирование фильтрационных задач на сплошных моделях ЭГДА впервые было предложено Н. Н. Павловским применительно к изучению фильтрации под гидротехническими сооружениями [158]. Простота изготовления моделей ЭГДА, доступность и достаточная точность расчетов на этих моделях обусловили широкое распространение этого метода моделирования для решения целого ряда фильтрационных задач. Это положение хорошо иллюстрируется, например, библиографическими сведениями по методу ЭГДА, приведенными Н. И. Дружининым [97].

Кратко остановимся на основных вопросах технологии изготовления моделей ЭГДА. При необходимости более детального ознакомления с ними рекомендуем обратиться к уже упоминавшейся работе Н. И. Дружинина.

Модель, изображающая область фильтрационного потока, может быть изготовлена из различных токопроводящих материалов, к которым предъявляются следующие основные требования: 1) однородность; 2) стабильность электрических свойств; 3) отсутствие побочных процессов, искажающих электрическое поле; 4) оптимальное удельное сопротивление — не слишком малое, чтобы можно было достаточно точно проводить измерение электрического поля, и не слишком большое, чтобы не создавать ощутимых потерь в подводящей сети. К сожалению, в настоящее время нет материалов, достаточно полно удовлетворяющих этим требованиям.

Электропроводная бумага получила значительное распространение за последнее время и сейчас является наиболее распространенным материалом для моделей. Она изготавливается наполнением обычной бумаги сажей и графитом [90, 193]; удельное сопротивление листа бумаги изменяется от 100 до 100 000 *ом/см* [1]. Такая электропроводная бумага вполне удовлетворяет требованию стабильности и отсутствия искажающих процессов, однако пока еще не удается достичь вполне удовлетворительной однородности модели. На рис. V. 1, *а* изображено типичное поле удельных сопротивлений отрезка бумаги, которое свидетельствует о том, что их величина на отдельных участках модели может различаться в два раза. Вместе с тем для сравнительно плавных в плане потоков ошибка за счет неоднородности модели обычно оказывается небольшой, для простых схем фильтрации под флютбетом и в обход сооружений, по данным П. Ф. Фильчакова [193], она не превышает 2% от общей разницы потенциалов на модели, однако при моделировании скважин и дрен небольшого размера ошибка может резко возрасти.

Неоднородность укладки частичек сажи создает также анизотропию бумаги, вследствие чего удельные сопротивления бумаги ϱ_x и ϱ_y, замеренные в двух направлениях, заметно различны. Коэффициент анизотропии $\varrho_{ан} = \frac{\varrho_x - \varrho_{ср}}{\varrho_{ср}}$ (где среднее сопротивление листа бумаги $\varrho_{ср} = \sqrt{\varrho_x \varrho_y}$) по данным, приведенным в работе [193], может достигать 5—10%. Для уменьшения влияния анизотропии предлагается [193] изготавливать модели из сдвоенных листов, которые соединяются так, чтобы направление минимального сопротивления одного листа совпадало с направлением максимального сопротивления другого. При этом погрешность моделирования уменьшается примерно в 1,5 раза.

На сопротивление бумаги существенно влияет ее влажность, так что хранить бумагу необходимо в сухом месте. Кроме того, сопротивление бумаги несколько меняется в зависимости от изменения

[1] Под удельным сопротивлением листа бумаги понимается сопротивление квадрата листа бумаги между шинами, приложенными к противоположным сторонам квадрата.

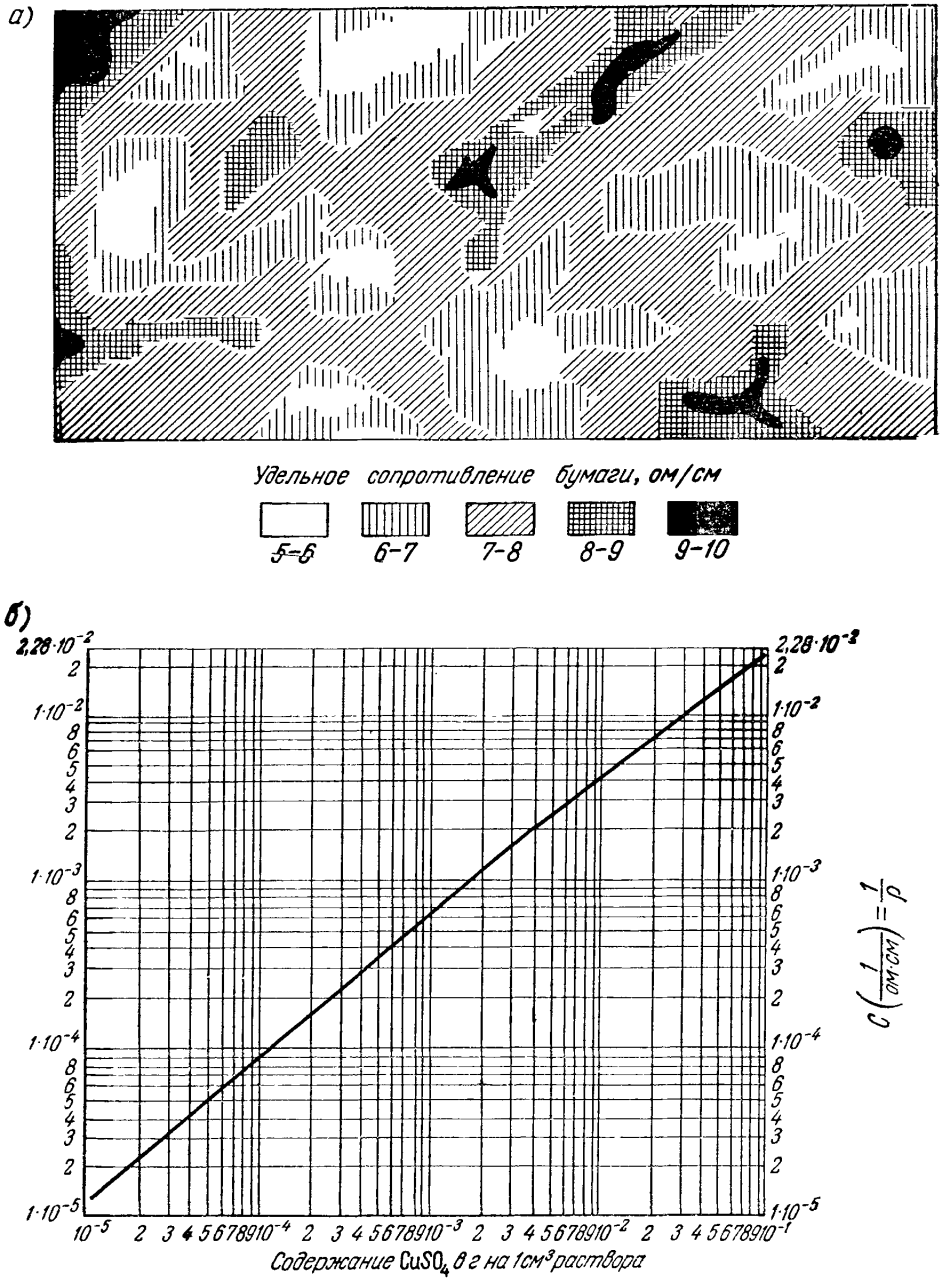


Рис. V. 1. Характеристики материалов сплошных моделей ЭГДА

а — типичное поле неоднородности электропроводной бумаги. По Б. Б. Гутману [37]; *б* — график зависимости удельной электропроводности от концентрации раствора $CuSO_4$ в дистиллированной воде

температуры и времени нагревания при прохождении тока, причем относительные изменения сопротивления достигают 5—10%. По окончании воздействия тока сопротивление не возвращается к своему исходному значению, т. е. наблюдается петля гистерезиса. Считают, что поскольку эти факторы влияют на всю площадь бумаги, их влияние будет несущественным [193], однако такое предположение требует более подробного обоснования.

Линии равного потенциала на бумажных моделях ЭГДА на внешних границах, как правило, задаются зажимными шинами, а на внутренних границах — приклеенными проволочными шинами. Иногда применяются также прижимные полосовые шины, однако они не всегда обеспечивают хороший контакт с бумагой.

При задании линий переменного потенциала рекомендуется применять прутковые линейные шины, способ изготовления которых подробно описан в работе [193], или наносить по этой линии слой электропроводного клея значительной проводимости, усиливая его приклеиванием полоски бумаги малого сопротивления; последний способ технически проще, но требует более частого задания потенциалов вдоль линии.

По непроницаемым границам на модели делают вырезы. Пласты с различной проницаемостью моделируют кусками бумаги различной удельной проводимости, склеенными между собой специальным электропроводным клеем, причем проводимость наносимого слоя клея должна быть в интервале проводимостей склеиваемых зон. Если же проводимость клея значительно выше, то следует сделать поперек шва надрезы, чтобы исключить возможность искажения линий тока вдоль шва.

В. И. Панчишин рекомендует следующую рецептуру электропроводного клея [193]: вода 65 *см*^{3}, желатин фотографический 10 *г* (или пищевой — 15 *г*), глицерин 2 *г*, спирт 90—96° 20 *см*^{3}, сажа газовая просеянная 5—10 *г* (в зависимости от требуемой электропроводности клея). В воду кладут желатин и выдерживают в течение 3—5 *час* до набухания. Набухший желатин подогревают до 40—50° на водяной бане. Одновременно приготавливают пасту из сажи, для чего в стакан всыпают сажу, вливают глицерин и часть спирта, растирают палочкой до полного смачивания сажи. Затем полученную пасту добавляют в раствор желатина и, энергично перемешивая, каплями вливают оставшийся спирт. Клей следует хранить в закрытом стеклянном сосуде; перед употреблением его на несколько минут опускают в горячую воду и перемешивают.

К числу недостатков электропроводной бумаги относится также ограниченная возможность ее использования для решения пространственных задач.

Электролиты, также довольно широко используемые в качестве материала для моделей, обычно представляют собой водные растворы солей. Наибольшее распространение на практике получили растворы поваренной соли, медного купороса, обычная водопроводная вода (предварительно обезвоздушенная кипячением или вакуумирова-

нием). В противоположность бумаге, электролиты хорошо удовлетворяют требованию однородности модели, но гораздо хуже отвечают требованию стабильности и отсутствия искажающих процессов, поскольку при наложении электрического поля вблизи шин возникают электрохимические процессы, вызывающие дополнительные контактные потери потенциала на шинах.

В электролитических моделях линии равного потенциала устраиваются обычно из медных или латунных шин. Поверхности шин должны быть гладкими (полированными), без царапин и выбоин. Хорошие результаты дает применение посеребренных шин. Непроницаемые границы устраиваются из изоляционных материалов: стекла, плексигласа, целлулоида, воска, парафина, пластилина и т. п. Различная проницаемость может быть обеспечена на модели путем изменения концентрации раствора в довольно широком диапазоне, как это показано, например, для раствора медного купороса на рис. V. 1, *б* [97]. По рекомендации Н. И. Дружинина электролиты целесообразно применять при соотношении проницаемостей на модели не более чем в 100 раз, причем наилучшими признаются растворы медного купороса малых концентраций (0,001—0,01%). Между слоями с различной проницаемостью устанавливаются перегородки, конструкция которых должна обеспечивать передачу электрического тока при полной гидроизоляции. Основой для разделительных перегородок обычно служат тонкие пластмассовые пластины, обернутые медными либо латунными хомутиками шириной 1—2 *мм*, или перфорированные кусочками медной проволоки. Наиболее тщательное соединение слоев можно осуществить, если на раздельную пластину, предварительно проклеенную клеем БФ-2, намотать тонкую изолированную проволоку, а затем для лучшего приклеивания прогладить горячим утюгом. Далее с наружной стороны изоляцию можно снять наждачной бумагой, а вдоль одного из ребер пластины проволоку полностью сточить. Раздельные пластины, как и все остальные контуры модели, обычно крепят на модели пластилином.

Кроме бумаги и электролитов, в качестве материала для модели используют самые разнообразные материалы: агар-агар, электропроводные краски, клей, смесь порошка графита с порошком мрамора или песком, электропроводный картон [97, 112], гипс [237] и т. п.

Определение потенциалов и построение линий тока на сплошных моделях ЭГДА

Определение приведенного потенциала на моделях ЭГДА, как правило, производится с помощью мостовой измерительной схемы, принцип построения которой показан на рис. V. 2, *а*. Для осуществления этой схемы параллельно с моделью подсоединяется образцовый делитель (агометр), состоящий из магазинов сопротивлений.

Н. И. Дружинин рекомендует применять в качестве магазина сопротивлений рычажный магазин типа КМС-4 или другой магазин,

имеющий не менее четырех декад. Последняя декада должна состоять из сопротивлений не ниже 0,1 *ом*. При этом сопротивление катушек первой декады будет по 100 *ом*, а минимальное сопротивление всего магазина будет равно 1000 *ом*.

Агометр имеет подвижной контакт, который через индикатор нуля и измерительную иглу подсоединяется к модели. Если игла устанавливается в такой точке модели, что индикатор показывает нулевое положение индикатора, то потенциалы — замеряемый на модели и устанавливающийся на подвижном контакте — будут равны между

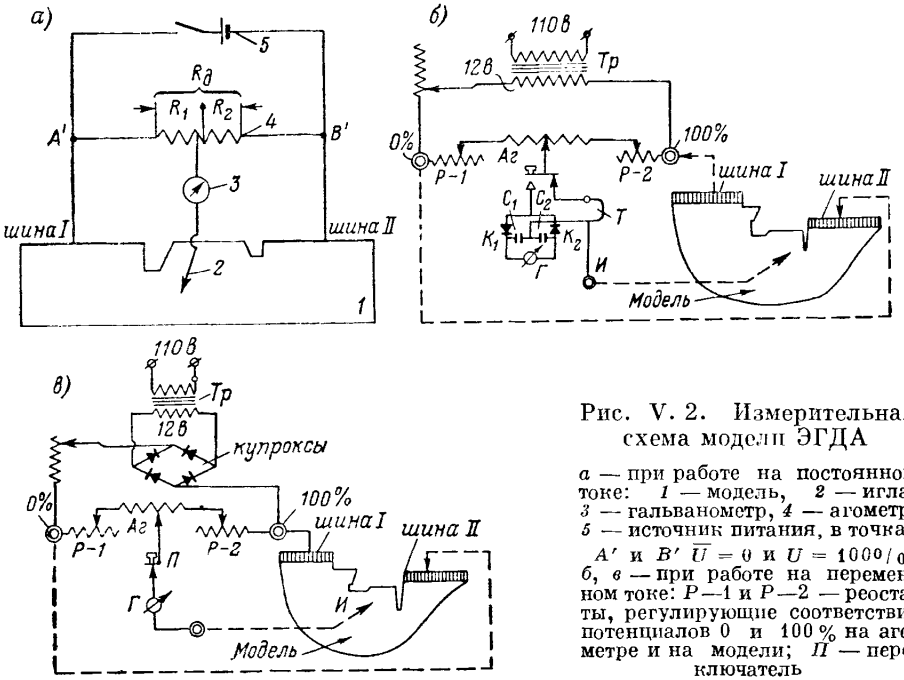


Рис. V. 2. Измерительная схема модели ЭГДА

а — при работе на постоянном токе: *1* — модель, *2* — игла, *3* — гальванометр, *4* — агометр, *5* — источник питания, в точках *A'* и *B'* $\overline{U} = 0$ и $U = 1000/0$ *б*, *в* — при работе на переменном токе: *Р*—1 и *Р*—2 — реостаты, регулирующие соответствие потенциалов 0 и 100 % на агометре и на модели; *П* — переключатель

собой. Зная сопротивления R_1 и R_2 на делителе, найдем значение приведенного потенциала $\overline{U}$ в этих точках по формуле

$$\overline{U} = \frac{R_1}{R_д},$$

где $R_д$ — полное сопротивление делителя ($R_д = R_1 + R_2$).

Простейшими индикаторами нуля в цепях постоянного тока являются различные системы гальванометров, а в цепях переменного тока добавляется выпрямительная система.

Схема установки ЭГДА для работы на переменном токе, смонтированная во ВНИИГ им. Веденеева [17], приведена на рис. V. 2, *б*, *в*. Здесь переменный ток при помощи трансформатора *Тр* понижается до 10—12 *в* и через регулировочный реостат *Р* подается на модель. Параллельно модели подключается агометр *Аг*, а в диагональ моста между агометром и иглой *И* — телефон *Т* и система выпрямления тока, состоящая из купроксных выпрямителей K_1

и K_2, стрелочного гальванометра магнитоэлектрической системы и конденсаторов C_1 и C_2. Указателями тока в диагонали моста служат: при грубой настройке на нуль — телефон, а при точной — гальванометр.

Удачное решение измерительной системы получается при использовании в качестве указателя тока осциллографа. В работах [17, 97] приведены описания более сложных электрических схем.

Линии тока чаще всего строят графическим путем после получения эквипотенциалей из условия ортогональности линий тока и эквипотенциалей. В первом приближении построение линий тока производится «на глаз», затем их положение уточняется проверкой конформности участков каждой ленты тока, которые заключаются между эквипотенциалями, проведенными с постоянным шагом.

Линии тока на модели ЭГДА могут быть построены и непосредственно путем решения так называемой обращенной задачи, когда в качестве потенциальной функции выбирается функция тока [62]. Однако практически этим приемом пользуются сравнительно редко, поскольку более простой графический способ обычно обеспечивает достаточную точность построения сетки движения.

Сеточные электроинтеграторы

Идея и обоснование сеточного электроинтегратора были сформулированы С. А. Гершгориным [83], а разработка конструкций и внедрение электроинтеграторов в СССР прежде всего связаны с трудами Л. И. Гутенмахера [91]. На сеточном электроинтеграторе сплошной фильтрационный поток моделируется ортогональной сеткой электрических сопротивлений. При таком моделировании используются принципы метода конечных разностей, когда весь фильтрационный поток разбивается на отдельные блоки, а вода, содержащаяся в каждом блоке, как бы сосредоточивается в центре этого блока. Таким образом фильтрационный поток сводится к системе фильтрационных сопротивлений Φ, определяемых по формуле

$$\Phi = \frac{l}{kF}, \qquad (V.12)$$

где l, F и k — расстояние, средняя площадь поперечного сечения и среднее значение коэффициента фильтрации между соседними блоками.

При этом в каждой узловой точке должно выполняться балансовое уравнение (II. 58), которое в условиях установившейся фильтрации имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{H_i - H}{\Phi} + Q_i = 0, \qquad (V.13)$$

где Q_i — расход внутренних источников питания ($Q_i = w_i F_i + Q_0$);
n — число соседних блоков с напорами H_i;
H — напор в расчетном блоке.

На интеграторе сетка фильтрационных сопротивлений заменяется аналогично построенной сеткой электрических сопротивлений, в узловую точку которой для моделирования внутренних источников питания подается ток силой I_i. Баланс тока в узловой точке определяется уравнением:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{U_i - U}{R} + I_i = 0 \qquad \text{(V. 14)}$$

Для тождественного перехода уравнения (V. 14) в уравнение (V. 13) необходимо, чтобы сохранялась аналогия между потенциалами и напорами, т. е. должно быть:

$$\Delta U_i = \alpha_U \Delta H_i;\ \Delta U_i = U_i - U;\quad \Delta H_i = H_i - H.$$

Величина сопротивлений R должна быть пропорциональна соответствующим фильтрационным сопротивлениям Φ, т. е.

$$R = \alpha_R \Phi.$$

Величина α_R выбирается из условия, чтобы сопротивления R наиболее удобно укладывались в номенклатуру сопротивлений на интеграторе. Тогда уравнение (V. 14) примет вид:

$$\frac{\alpha_U}{\alpha_R} \sum \frac{\Delta H_i}{\Phi} + I_i = 0. \qquad \text{(V. 14, } a\text{)}$$

Для тождественности уравнений (V. 13) и (V. 14, a) необходимо выполнение соотношения:

$$\frac{\alpha_R}{\alpha_U} I_i = Q_i.$$

Откуда масштаб силы тока $\alpha_I = \frac{I}{Q}$ определится масштабным соотношением:

$$\alpha_I = \frac{\alpha_U}{\alpha_R}. \qquad \text{(V. 15)}$$

Для решения фильтрационных задач целесообразно использовать электроинтегратор типа ЭИ-12, конструкция которого подробно описана в работе [92]. Принципиальная схема прибора показана на рис. V. 3. Основной его частью является ортогональная сетка сопротивлений, соединенных в узловых точках. Сетка узловых точек имеет 16 линий по вертикали и 28 по горизонтали — всего, таким образом, 448 точек. Каждое сопротивление представляет собой двухдекадный магазин сопротивлений, позволяющий установить сопротивления от 0 до 1000 *ом* через каждые 10 *ом*. Кроме того, на границах модели имеются граничные сопротивления,

которые меняются от 0 до 10 000 *ом* через каждые 100 *ом*. Все эти сопротивления размещены на вертикальной стенке интегратора. Измерение потенциалов на ЭИ-12 проводится так же, как и на сплошных моделях — по компенсационной схеме, а в качестве нуль-индикатора применяется усилитель переменного тока и оптический индикатор-лампа 6Е5. Точность определения потенциала 0,1—0,2%.

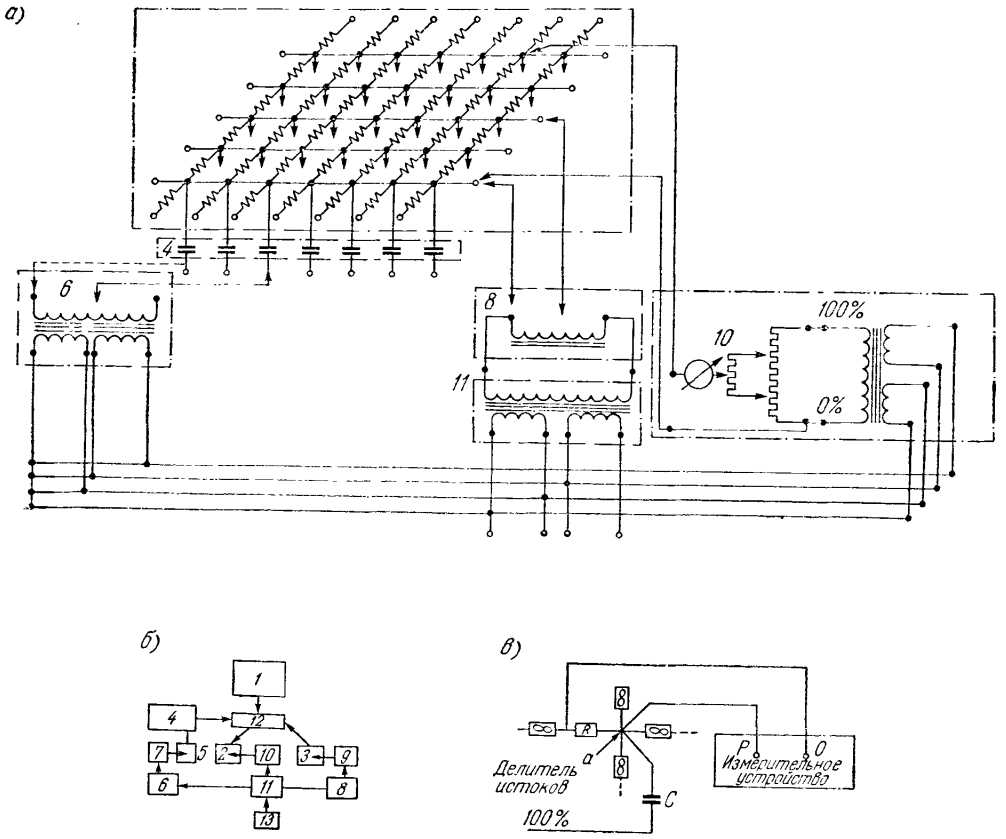


Рис. V. 3. Схема устройства электроинтегратора ЭИ-12

а — принципиальная схема соединения сопротивлений и емкостей; *б* — блок-схема; *1* — сетка сопротивлений; *2* — измерительная панель; *3* — панель граничных условий; *4* — магазин емкостей; *5* — панель истоков; *6* — трансформатор-делитель истоков; *7* — гнездное поле делителя истоков; *8* — автотрансформатор-делитель граничных условий; *9* — гнездное поле делителя граничных условий; *10* — измерительное устройство; *11* — трансформатор граничных условий; *12* — кабельная сборка; *13* — колодка питания; *в* — схема для определения параметра емкостей

Для задания внутренних источников питания в каждую узловую точку подключены магазины конденсаторов емкостью 20 000 *мкф*, размещенные в нижней части интегратора, где установлены также трансформатор с делителем напряжения граничных условий (от 0 до 100% через каждые 0,5%), измерительное устройство и делитель истоков, выводы от которых коммутированы на специальных панелях.

Сила тока I_i, подаваемая в узловую точку, пропорциональна потенциалу V_i, заданному на делителе источников, т. е.

$$I_i = \theta \cdot \Delta U_{\text{м}} \cdot \bar{V}_i; \quad \bar{V}_i = \frac{\bar{V}_i}{V_{\text{м}}}. \tag{V. 16}$$

Здесь коэффициент θ является параметром интегратора, он определяется размером емкостей и напряжением, подаваемым на делитель истоков; $U_{\text{м}}$ — полное напряжение на модели, $\bar{V}_i$ — относительный потенциал на делителе истоков (в долях единицы).

Используя соотношение (V. 15), найдем:

$$\bar{V}_i = \alpha_V Q_i, \tag{V. 17}$$

причем

$$\alpha_V = \frac{\alpha_U}{\alpha_R \theta \cdot \Delta U_{\text{м}}} = \frac{\bar{\alpha}_U}{\theta \alpha_R}, \tag{V. 17, a}$$

где $\bar{\alpha}_U$ — масштаб относительных потенциалов.

Для определения величины θ проводится опыт по схеме, изображенной на рис. V. 4. Определив относительный потенциал в точке a — $\bar{U}_a$, можем записать выражение для силы тока I, проходящей через сопротивление R:

$$I = \frac{U_a}{R} = \frac{\bar{U}_a}{R} \Delta U_{\text{м}}. \tag{V. 18}$$

Сопоставляя это выражение с выражением (V. 16), найдем:

$$\theta = \frac{\bar{U}_a}{R}. \tag{V. 19}$$

Опыт следует провести в различных точках с различными сопротивлениями R; значения θ при этом должны быть близкими. За расчетное значение θ берется среднее из многократных определений.

Пример расчета. При заданном $R = 1000$ *ом* определено $\bar{U}_a = 7{,}2\% = 0{,}072$. По формуле (V. 19) находим $\theta = \frac{0{,}072}{1000} = 7{,}2\ 10^{-5}$ 1 *ом*.

Для решения нестационарных задач в настоящее время выпускается сеточный электроинтегратор типа УСМ-1 [149], в котором существенно усилена емкостная часть и оборудованы устройства для задания нестационарных граничных условий и для измерения нестационарных процессов. Эта машина значительно сложнее, чем ЭИ-12, и может быть использована только в специальных вычислительных центрах. Однако один блок этой машины, выпускаемой под названием МСМ-1 (малая сеточная модель), вполне может быть использован вместо интегратора ЭИ-12; описание МСМ-1 можно найти в работе [149]. Имеются также некоторые специальные типы электроинтеграторов, описания которых приведены, например, в работе Б. И. Волынского и В. Е. Бухмана [74].

Гидравлический интегратор

Гидравлический интегратор впервые был создан В. С. Лукьяновым в 1934 г. [140]. Первоначально он применялся для решения тепловых задач, а в дальнейшем был использован для решения фильтрационных задач [141]. Позднее прибор был существенно усовершенствован и пущен в серийное производство, что обеспечило широкое распространение гидроинтеграторов для решения различных задач, в том числе гидрогеологических.

Подробное описание конструкции гидроинтегратора ИГЛ и технологии работы с ним применительно к решению гидрогеологических задач приведено в работе [62]. Поэтому мы остановимся только на основных положениях устройства гидроинтегратора и методики моделирования.

Гидроинтеграторы марки ИГЛ состоят из сетки гидравлических сопротивлений, к которым в узловых точках подсоединены гидравлические емкости (сосуды). Гидравлические сопротивления образуют так называемые трубки сопротивлений, устройство которых показано на рис. V. 4, *а*. Изменение сопротивлений достигается изменением длины кольцевого канала между корпусом и плунжером трубки (толщина этого канала 0,18 *мм*). Обычные трубки сопротивлений изготавливаются с номиналом сопротивления $R_г$ до 1 *мин/см*^{2}, у трубок повышенных сопротивлений $R_г$ возрастает до 10 *мин/см*^{2}, причем нижним пределом сопротивления можно считать величину порядка 5—10% от номинала.

В узловых точках сопротивлений помещены сосуды емкостей из нержавеющей стали с прямоугольным поперечным сечением площадью 5, 10 и 20 *см*^{2} (рис. V. 4, *б*). Для изменения площади поперечного сечения сосудов используются также металлические или плексигласовые вкладыши поперечным сечением 0,5 и 2 *см*^{2}. Кроме того, в состав емкостей входят стеклянные трубки сечением 0,5 *см*^{2} — пьезометры, расположенные на передней и задней стенках секции. Таким образом, наибольшая площадь сосудов может быть задана 36 *см*^{2}, а наименьшая — 0,5 *см*^{2} (при одном переднем пьезометре)[1].

Цепочки сопротивлений и емкостей объединяются в секции по 10 узловых точек в каждой. На задней секции размещаются трубки сопротивлений для задания внутреннего питания с расходом $q_w^{\text{м}}$. При заданной величине $q_w^{\text{м}}$ величина сопротивления $R_{г\,w}$ трубок внутреннего питания устанавливается при разности напоров $\Delta h_w^{\text{м}}$ по формуле:

$$R_{гw} = \frac{\Delta h_w^{\text{м}}}{q_w^{\text{м}}}. \qquad \text{(V. 20)}$$

[1] Границы емкостей несложно расширить. Снижение нижней границы достигается уменьшением поперечного сечения пьезометра, повышение верхней границы — подключением специальной приставки к секции интегратора с сосудами большего поперечного сечения.

Для вывода основных закономерностей моделирования на гидроинтеграторе рассмотрим уравнение баланса в узловой точке номера i (рис. V. 5). Для упрощения техники рассмотрим одномерную цепочку сопротивлений и емкостей. Если $q^{\text{м}}_{i-1,\,i}$, $q^{\text{м}}_{i,\,i+1}$ — расходы на гидроинтеграторе между соответствующими узловыми точ-

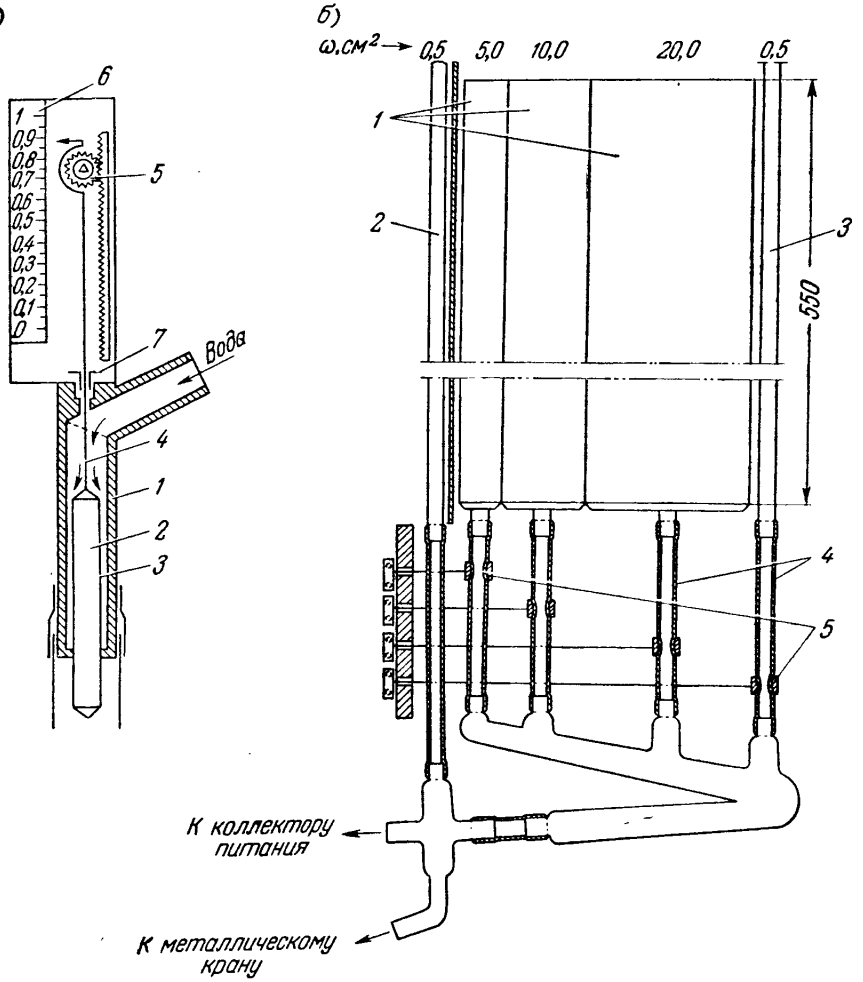


Рис. V. 4. Основные элементы гидроинтегратора

а — трубка сопротивлений: *1* — корпус, *2* — плунжер; *3* — кольцевой канал; *4* — шток; *5* — установочный механизм; *6* — шкала трубки; *7* — сальники
б — сосуды емкостей: *1* — металлические сосуды; *2* — передний пьезометр; *3* — задний пьезометр; *4* — резиновые трубки; *5* — зажимы

ками, а $\Delta h_i^{\text{м}}$ — подъем уровня в сосуде емкости площадью ω_i за время $\Delta t_{\text{м}}$, то

$$\left(q^{\text{м}}_{i-1,\,i} - q^{\text{м}}_{i,\,i+1} + q^{\text{м}}_{w}\right)\Delta t_{\text{м}} = \omega_i\,\Delta h_i^{\text{м}}; \qquad \text{(V. 21)}$$

$$q^{\text{м}}_{i-1,\,i} = \frac{h^{\text{м}}_{i-1} - h^{\text{м}}_{i}}{R_{e\,(i-1,\,i)}}; \quad q_{i,\,i+1} = \frac{h^{\text{м}}_{i} - h^{\text{м}}_{i+1}}{R_{e\,(i,\,i+1)}}, \qquad \text{(V. 21, } a\text{)}$$

где $R_{г\,(i-1,\,i)}$ и $R_{г\,(i,\,i+1)}$ — гидравлические сопротивления между соответствующими узлами.

Уравнение (V. 21) аналогично балансовому уравнению неустановившегося фильтрационного потока (II. 56) при отсутствии внутренних источников-стоков ($Q_б = 0$), а формулы (V. 21, *а*) соответствуют формулам (II. 53). Для их тождественности следует ввести масштабные соотношения:

$$\Delta H = \alpha_H \Delta h^{\text{м}}; \quad \Phi = \alpha_\Phi R_г; \quad C = \alpha_C \omega; \qquad \text{(V. 22)}$$

$$q = \alpha_q q^{\text{м}}; \quad t = \alpha_t t_{\text{м}}; \quad Q_w = \alpha_q q_w^{\text{м}}.$$

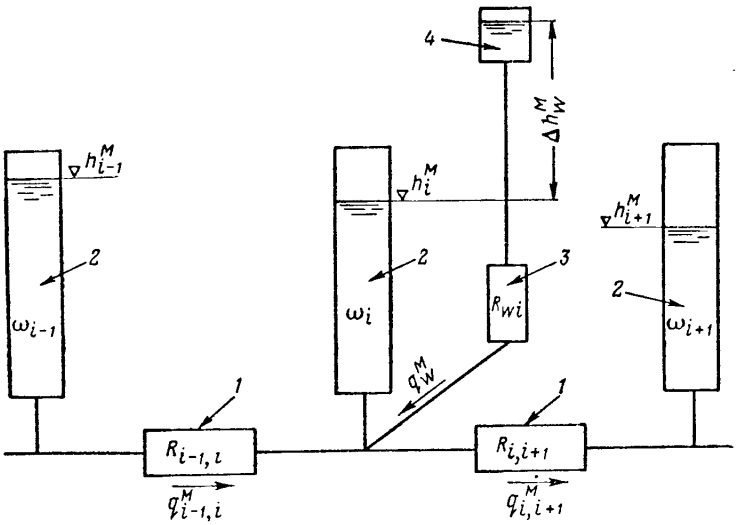


Рис. V. 5. Схема узла гидроинтегратора ИГЛ

1 — основные трубки сопротивлений; *2* — сосуды емкостей; *3* — трубки внутреннего питания (инфильтрационные); *4* — питающий водослив

Из сопоставления (II. 53) и (V. 21, *а*) следует, что

$$\alpha_q = \frac{\alpha_H}{\alpha_\Phi}, \qquad \text{(V. 23)}$$

следовательно, расход внутреннего питания $q_w^{\text{м}}$ должен быть равен:

$$q_w^{\text{м}} = \frac{w_i F_i}{\alpha_q}. \qquad \text{(V. 24)}$$

Из сопоставления (II. 53) и (II. 56) с (V. 21) получим формулу для определения масштаба времени:

$$\alpha_t = \alpha_\Phi \alpha_C. \qquad \text{(V. 25)}$$

Гидроинтеграторы изготавливаются при различных вариантах соединений сопротивлений и емкостей: по одномерной схеме (инте-

граторы 1ИГЛ-1-2-1 на 20 узловых точек и 1ИГЛ-1-3-1 — на 30 узловых точек), по двухмерной схеме (интеграторы 2ИГЛ-1-5-2 — на 50 узловых точек и 2ИГЛ-2-10-4 — на 100 узловых точек) и по трехмерной схеме (интеграторы 3ИГЛ-3-3-15-3 — на 150 узловых точек и 3ИГЛ-4-24-10 — на 240 узловых точек). Цепочки сопротивлений и емкостей объединяются в секции по 10 узловых точек в каждой.

Для задания граничных условий служит специальная установка с подвижными водосливами, которая дает возможность задавать любой закон изменения уровней в трех различных вариантах. Таким образом, в общем случае одна установка граничных условий позволяет задать граничные условия в трех точках. Кроме того, в комплект гидроинтеграторов ИГЛ входят установки с плавающими сосудами, которые служат для моделирования скрытой теплоты, обусловленной изменением агрегатного состояния среды. Для фильтрационных расчетов эти установки обычно не используются. Размеры гидроинтеграторов в плане (без учета установок с плавающими сосудами) приведены в таблице.

Размеры, м	1ИГЛ-1-2	1ИГЛ-1-5	2ИГЛ-1-5	2ИГЛ-2-10-4	3ИГЛ-3-5-5	3ИГЛ-4-24-10
Длина по фронту	2,3	2,8	3,3	1,5 или 3,8	3,8	4,3
Ширина	0,8	0,8	0,8	0,8 » 2,0	3,3	4,6

§ 2. Общие вопросы методики моделирования при решении гидрогеологических задач

Напорные фильтрационные потоки

Методические вопросы наиболее четко решаются применительно к моделированию напорных потоков при жестком режиме фильтрации. Такие условия чаще всего встречаются при изучении фильтрации под гидросооружениями. В этих случаях фильтрационный поток обычно имеет сравнительно небольшие размеры, а его длина оказывается соизмеримой с мощностью.

Моделирование такого рода потоков удачно осуществляется на сплошных моделях ЭГДА, причем плоские задачи целесообразно решать на бумажных моделях, а пространственные — на электролитических. Заметим, что моделирование пространственных потоков в общем их виде оказывается чрезвычайно трудоемкой задачей, решение которой носит характер научно-исследовательской работы. Однако некоторые частные случаи пространственных задач, когда поток имеет, так сказать, ограниченно-пространственный характер, моделируются сравнительно легко. Так, например, при наличии несовершенного вертикального дренажа под плотиной зачастую можно выделить в плане полосу потока, по ширине равную расстоянию

между скважинами, и считать, что выделенная полоса не взаимодействует с соседними. В этом случае глубина слоя электролита на модели должна соответствовать толщине моделируемой полосы потока, т. е. расстоянию между скважинами. При сравнительно небольших расстояниях между скважинами ряд скважин можно заменять траншеей, вводя дополнительное сопротивление, учитывающее деформацию потока между скважинами [1], что позволяет свести задачу к плоской в разрезе.

Учесть такое сопротивление можно путем подклеивания на модели вдоль линии рабочей части скважины дополнительного листа электропроводной бумаги, длина которого δ_c определяется по формуле:

$$\delta_c = \frac{\varrho}{\varrho_c a l}\,\sigma\, f_k; \quad f_k = \frac{1}{2\pi}\ln\frac{\sigma}{\pi d}, \tag{V.26}$$

где σ — расстояние между скважинами с диаметром d;
ϱ_c и ϱ — удельные сопротивления дополнительного листа и модели.

Этот способ обеспечивает достаточную точность задания дополнительного сопротивления: порядка 10% при $\sigma < m_p$ (m_p — расчетная мощность пласта, приведенная к коэффициенту фильтрации слоя, в котором располагается скважина), до 20% — при $\sigma \leqslant 2m_p$ и до 30% — при $\sigma_p \leqslant 4\, m_p$.

Вопросы моделирования при изучении фильтрации под гидросооружениями обстоятельно описаны в ряде работ, например [18, 97, 193].

При изучении плоской в разрезе напорной фильтрации во взаимодействующих водоносных горизонтах, особенно при решении обратных задач, целесообразно использовать моделирование на сеточном электроинтеграторе [219].

Плоская в разрезе безнапорная фильтрация

Специфика плоских в разрезе задач безнапорной фильтрации сказывается прежде всего в необходимости задания свободной поверхности фильтрационного потока.

Если пренебречь влиянием капиллярных сил, то свободная поверхность совпадает с кривой депрессии, на которой выполняется условие $p = p_a = 0$ (p_a — атмосферное давление) или $H = z$ (z — ордината кривой депрессии относительно плоскости сравнения напоров; чаще всего эта плоскость задается на отметке минимального напора и тогда $H_{\min} = 0$). В условиях установившейся фильтрации кривая депрессии является, кроме того, линией тока (непроницаемой границей). На бумажной модели кривая депрессии устанавливается по линии обреза; на электролитической модели она моделируется либо гибким изолятором (целлулоидом), либо стенкой из воска или парафина.

---

[1] Применительно к условиям электроосушения аналогичный способ изложен в работе [139].

Построение кривой депрессии осуществляется по указанным выше признакам путем подбора. В первом приближении кривая депрессии задается произвольно. По техническим соображениям на бумажной модели рекомендуется задавать ее положение с завышением, а на жидкостной модели с парафиновой (восковой) границей — с занижением. Сняв на модели ЭГДА потенциалы вдоль свободной поверхности и определив по формуле (V. 1, *а*) значения напоров H, следует сравнить их с соответствующими величинами ординат свободной поверхности. Если оказывается, что $z < H$, то кривую депрессии в этом месте нужно несколько поднять, при $z > H$, наоборот, опустить. Поправив таким образом на модели кривую депрессии, можно провести моделирование во втором приближении и снова сопоставить напоры на свободной поверхности H с ее ординатами z. Обычно достаточно двух-трех приближений для того, чтобы достигнуть достаточно хорошего совпадения H и z.

При наличии капиллярной каймы с эффективной высотой h_k на поверхности потока (капиллярной каймы) выполняется условие (II. 24). В остальном порядок ее подбора остается таким же. Кривую депрессии (где $p = p_a = 0$) находят в этом случае, как линию, на которой $H = z$.

При моделировании инфильтрации заданной интенсивности необходимо подавать соответствующей силы ток на линию свободной поверхности. На бумажных моделях ЭГДА это можно осуществить путем подклеивания к линии свободной поверхности полос электропроводной бумаги длиной l_w (рис. V. 6, *а*) и удельным сопротивлением ϱ_w, к свободному концу которых подводится потенциал U_w.

Сила тока I_w, проходящего через такую полосу шириной $b_м$, будет равна:

$$I_w = \frac{U_w - U_{сп}}{\varrho_w l_w} b_м, \qquad (V. 27)$$

где $U_{сп}$ — потенциал на свободной поверхности.

Соответствующий этому значению I_w погонный инфильтрационный расход q_w на участке шириной $b_н$ в натуре

$$q_w = w b_н \qquad (V. 28)$$

Разделив (V. 27) на (V. 28), получим:

$$l_w = \frac{q_w}{I_w} \cdot \frac{b_м}{w b_м} \cdot \frac{U_w - U_{сп}}{\varrho_w}. \qquad (V. 29)$$

Рассматривая подобные участки полей фильтрации и тока, напишем:

$$q = -k b_н \frac{dH}{dl_н}; \quad I = -\frac{1}{\varrho} b_м \frac{dU}{dl_м},$$

здесь ϱ — удельное сопротивление модели;

$dl_н$ и $dl_м$ — соответствующие элементы длины потока и модели.

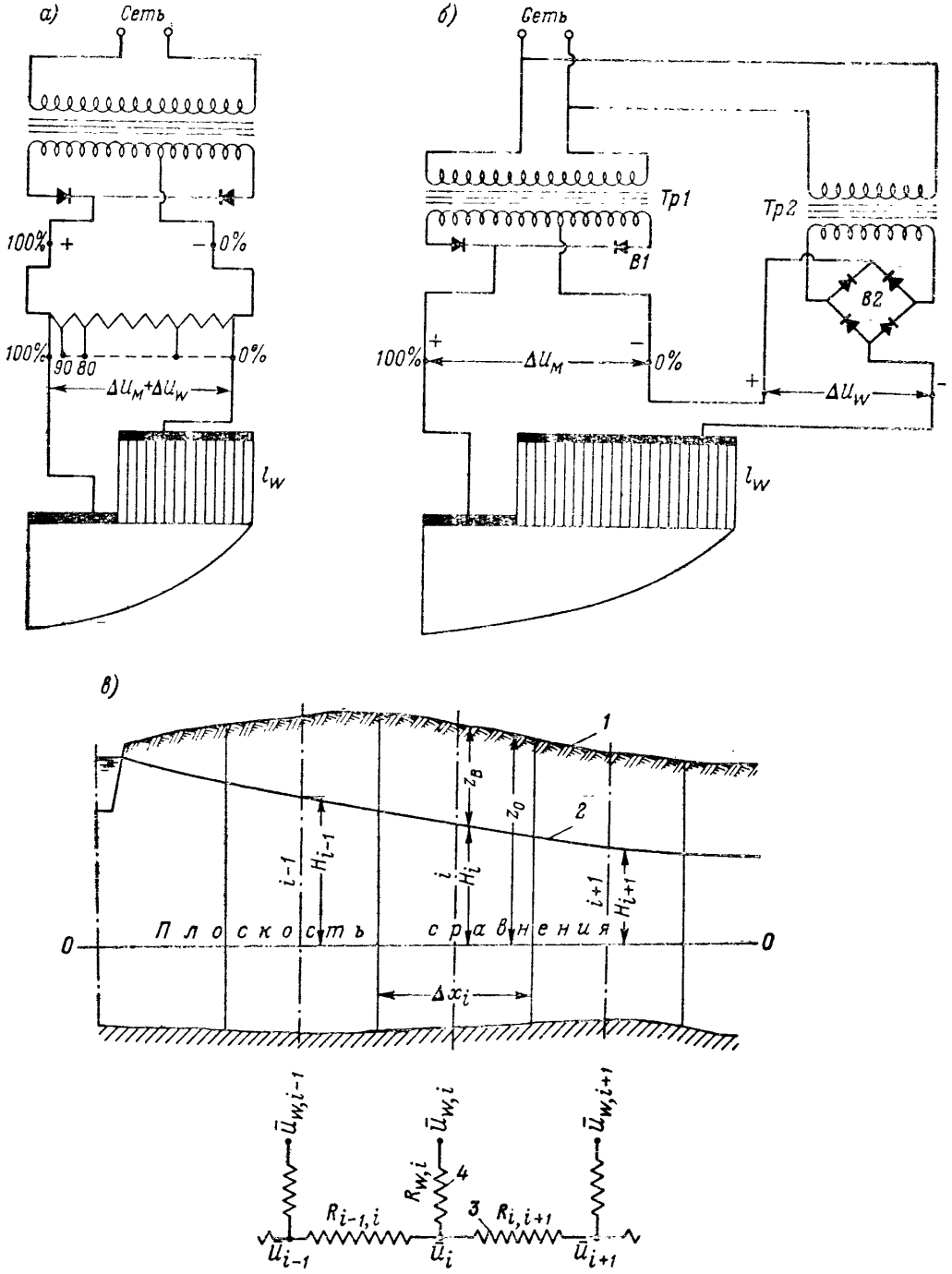


Рис. V. 6. Схемы моделирования инфильтрации на плоской в разрезе модели ЭГДА

а, *б* — схемы при инфильтрации заданной интенсивности: *Тр1* — трансформатор, питающий модель, напряжением 20—30 *в*, *Тр2* — трансформатор, подающий ток инфильтрационного питания, напряжением 120 *в*; *в* — схема при испарении, зависящем от глубины поверхности грунтовых вод:

1 — поверхность земли; *2* — кривая депрессии; *3* — сопротивления, моделирующие фильтрационный поток; *4* — сопротивления, моделирующие испарение

Отсюда

$$\alpha_q = \frac{q}{I} = k\varrho\alpha_H. \qquad \text{(V. 30)}$$

Подставляя в (V. 29) масштабные коэффициенты и учитывая (V. 30), получим:

$$l_w = \frac{k}{w} \cdot \frac{\varrho}{\varrho_w} \cdot \frac{\alpha_H}{\alpha_l} (U_w - U_{\text{сп}}).$$

Заменяя α_H через отношение $\frac{H_{\max} - H_{\min}}{\Delta U_M}$, где $\Delta U_{\text{м}}$ — полная разница напряжений на модели, соответствующая разности напоров $H_{\max} - H_{\min}$, получим окончательную формулу для l_w в виде:

$$l_w = \frac{k}{w} \cdot \frac{\varrho}{\varrho_w} \cdot \frac{\overline{U}_w - \overline{U}_{\text{сп}}}{\alpha_l} (H_{\max} - H_{\min}). \qquad \text{(V. 31)}$$

При моделировании испарения с использованием электрической схемы, имеющейся непосредственно на приборе ЭГДА, на 100% шкалы прибора должны быть размещены: разность потенциалов $\Delta U_{\text{м}}$, действующая на модели, и разность потенциалов ΔU_w, обеспечивающая подачу необходимой силы тока (рис. V. 7, *а*), так что $\Delta U_{\text{м}}$ и ΔU_w оказываются величинами одного порядка. Поэтому, изменение потенциала на депрессионной кривой в процессе решения задачи ведет к заметному изменению ΔU_w в каждой точке свободной поверхности. Это в свою очередь вызывает искажение заданного природного испарения, так что по ходу решения задачи возникает необходимость корректировки разности потенциалов на концах полос. Такого недостатка в технике моделирования можно избежать, если к прибору ЭГДА последовательно подключить дополнительный источник тока с напряжением, в несколько раз превышающим напряжение на приборе ЭГДА (рис. V. 6, *б*). В этом случае можно на модели использовать всю 100-процентную шкалу прибора, а поскольку $\Delta U_w \ll \Delta U_{\text{м}}$, то изменение потенциалов на поверхности депрессионной кривой в процессе решения задачи будет незначительным по сравнению с разностью потенциалов на концах полос бумаги (разность потенциалов $\overline{U}_w - \overline{U}_{\text{сп}}$ будет мало зависеть от $\overline{U}_{\text{сп}}$), и заданную интенсивность испарения можно моделировать без корректировки в процессе решения задачи. Моделирование по этой схеме существенно сокращает время решения задачи.

Сопротивление полосы бумаги длиной l_w можно, конечно, заменить любым сопротивлением R_w, величина которого согласно (V. 31) должна быть равна:

$$R_w = \frac{k}{w} \varrho \frac{\overline{U}_w - \overline{U}_{\text{сп}}}{\alpha_l b_м} (H_{\max} - H_{\min}). \qquad \text{(V. 31, } a\text{)}$$

На электроинтеграторе инфильтрацию заданной интенсивности можно моделировать с помощью истоков. Потенциал $\overline{V}_i$, подаваемый

с делителя истоков, определяется по формуле (V. 17) при $Q_i = w_i \Delta x_i$, где w_i — интенсивность инфильтрации в данном блоке, а Δx — длина блока по горизонтали. При моделировании инфильтрации этим способом приходится решать задачу в два приема. Сначала находят напоры H_0, не учитывая инфильтрацию, при заданных граничных условиях, затем определяются дополнительные напоры H_w, возникающие за счет инфильтрации; при этом на всех границах с заданным напором устанавливаются нулевые значения потенциала. Результирующие напоры потока H получаются суммированием напоров H_0 и H_w.

При моделировании испарения его величина может существенно зависеть от глубины грунтовых вод. Наиболее простым видом такой зависимости является линейная, когда в пределах длины потока Δx поток испарения ΔQ_w имеет величину

$$\Delta Q_w = w_0 \left(1 - \frac{z}{z_k}\right) \Delta x,$$

где z_k — критическая глубина грунтовых вод.

Поскольку $z = z_0 - H$, где z_0 — отметки поверхности земли относительно плоскости сравнения напоров, то

$$\Delta Q_w = \frac{w_0 \Delta x}{z_k} (H - z_0 + z_k). \qquad (V.32)$$

Задавая на бумажной модели ЭГДА соответствующую силу тока ΔI_w через «инфильтрационное» сопротивление R_w по схеме, изображенной на рис. V. 6, *в*, получим

$$\Delta I_w = \frac{U - U_w}{R_w} = \frac{\overline{U} - \overline{U}_w}{R_w} \Delta U_м. \qquad (V.33)$$

Связывая расход ΔQ_w с силой тока ΔI_w через масштаб расходов, согласно (V. 30), получим уравнение:

$$\frac{w_0 \Delta x}{k z_k \varrho \alpha_H} (H - z_0 + z_k) = \frac{\overline{U} - \overline{U}_w}{R_w} \Delta U_м. \qquad (V.34)$$

Это уравнение строго удовлетворяется, если потенциал $\overline{U}_w$ задать соответствующим напору $z_0 - z_k$, а инфильтрационное сопротивление R_w определить по формуле:

$$R_w = \varrho \frac{k}{w_0} \cdot \frac{z_k}{\Delta x}. \qquad (V.35)$$

На электроинтеграторе инфильтрационное сопротивление R_w, моделирующее испарение, определяется по формуле:

$$R_w = \alpha_R \frac{z_k}{w_0 \Delta x}. \qquad (V.36)$$

Если зависимость $w(z)$ оказывается нелинейной, то сопротивления R_w определяют по формулам:

$$R_w = \varrho_w \frac{k}{w_0} \cdot \frac{z_k}{\Delta x} \cdot \frac{1}{\bar{w}(\bar{z})} \quad \text{или} \quad R_w = \alpha_R \frac{z_k}{w_0 \Delta x} \cdot \frac{1}{\bar{w}(\bar{z})}, \qquad (V.37)$$

где

$$\bar{w} = \frac{w}{w_0(1-\bar{z})}; \quad \bar{z} = \frac{z}{z_k}. \qquad (V.37, a)$$

Поскольку в этом случае величина R_w оказывается зависимой от глубины грунтовых вод, задача решается подбором, причем в первом приближении можно считать, что $\bar{w} = 1$. Очевидно, при этом испарение задается только если $z < z_k$.

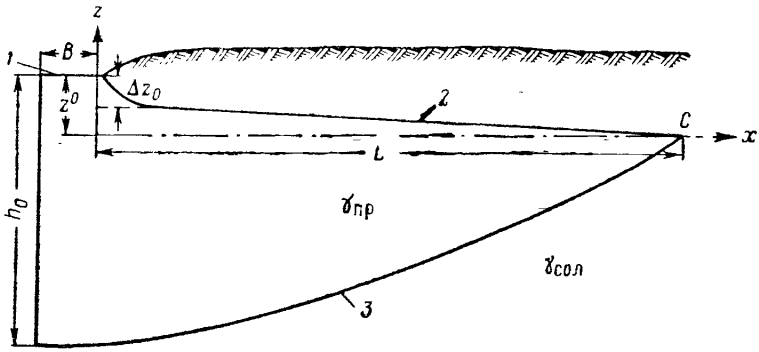


Рис. V. 7. Модель приканальной линзы пресных вод

1 — дно канала; *2* — кривая депрессии; (свободная поверхность); *3* — граница раздела соленых и пресных вод

При моделировании фильтрационного потока, включающего области как соленых, так и пресных вод, возникает необходимость моделирования взаимодействующих потоков различной плотности. Если можно пренебречь процессами фильтрационной диффузии (хотя бы в первом приближении) и считать, что граница раздела имеет четкую, «неразмазанную» форму, то в качестве потенциальной функции следует принимать приведенные напоры $H_{пр}$ и $H_{сол}$ в областях соленых и пресных вод, определяемые согласно (II. 76). Наиболее просто такое моделирование осуществляется в случае, когда в области соленых вод движение отсутствует, например когда линза пресных вод формируется на поверхности бассейна соленых вод большой мощности (рис. V. 7).

Совместим плоскость сравнения с поверхностью бассейна соленых вод. Тогда на свободной поверхности линзы, где $p = 0$ (для упрощения рассуждений наличие капиллярных сил не учитывается), выполняется условие (II. 20).

Для точки с координатой z, расположенной на границе раздела пресных и соленых вод, давление в области пресных вод $p_{пр}$ равно $\gamma_0 (H - z)$, где $\gamma_0 = \gamma_{пр}$ — объемный вес пресных вод. Если в области

соленых вод движение отсутствует, то напор в любой точке этой области равен нулю, и давление $p_{сол} = -\gamma_{сол} z$, где $\gamma_{сол}$ — объемный вес соленых вод.

На границе раздела должно быть $p_{пр} = p_{сол}$ и, следовательно,

$$H = \frac{\gamma_{сол} - \gamma_0}{\gamma_0} |z|. \qquad (V.38)$$

Поскольку в данном случае $H_{min} = 0$ и $H_{max} = z_0$, то

$$\overline{U} = \frac{H}{z_0}. \qquad (V.39)$$

Подставляя в (V. 39) выражения H из (V. 38) и (II. 20), соответственно получим значения $\overline{U}$ на свободной поверхности $(\overline{U})_{сп}$ и на границе раздела $(\overline{U})_{гр}$.

$$\overline{U}_{сп} = \frac{z}{z_0} \quad (а); \quad \overline{U}_{гр} = \frac{\gamma_{сол} - \gamma_0}{\gamma_0} |z| \quad (б). \qquad (V.40)$$

Если же в области соленых вод имеется фильтрационный поток, то, вычитая $H_{пр}$ из $H_{сол}$ и имея в виду условие равенства давления $p_{пр} = p_{сол}$, получим общее условие на границе раздела:

$$H_{сол} - H_{пр} = \frac{\gamma_{сол} - \gamma_0}{\gamma_0} z \qquad (V.41)$$

Таким образом, разница приведенных напоров в областях распространения соленых и пресных вод на границе раздела должна иметь определенное значение, зависящее от ординаты границы раздела согласно (V. 40).

Границу раздела соленых и пресных вод, где должны выполняться условия (V. 38) или (V. 41), находят подбором, аналогично тому, как находят положение кривой депрессии. Например, для линзы пресных вод, плавающей в бассейне соленых вод, это можно осуществить следующим образом. На заготовку модели, которая берется заведомо больше ожидаемых размеров области пресных вод, наносят ряд горизонтальных прямых, исходя из условия (V. 40, *б*) для каждой из них вычисляют относительный потенциал $\overline{U}_{гр}$ на границе раздела; затем на каждой горизонтальной линии находят точку с потенциалом, соответствующим данной координате z, обрезают модель примерно по полученному контуру, после чего ищут новую серию точек. Процесс последовательных приближений продолжают до тех пор, пока вдоль нижней границы линзы не будет осуществляться условие (V. 40, *б*).

После построения нижней границы из условия (V. 40, *а*) подбирают верхнюю границу (кривую депрессии), которая до этого задавалась приближенно, и снова корректируют положение нижней границы. При небольшой разности плотностей пресных и соленых вод положение депрессионной кривой слабо влияет на положение

нижней границы пресных вод, так что в этом случае кривую депрессии на модели можно задавать приближенно в виде прямой линии. Технически изменять положение кривой депрессии при ее подборе можно, делая вертикальные надрезы в верхней части модели; при этом надрезанная часть выключается из области фильтрации.

Моделирование плоских в разрезе задач неустановившейся фильтрации при жестком режиме фильтрации можно осуществлять на моделях ЭГДА, поскольку в этом случае поток внутри области фильтрации описывается уравнением Лапласа. При этом на свободной поверхности остаются в силе условия (II. 20) или (II. 24), но поверхность уже перестает быть непроницаемой, а при отсутствии инфильтрации перемещается вдоль линий тока со скоростью

$$v_{\text{сп}} = \frac{k}{\mu} I_{\text{сп}}, \tag{V.42}$$

где $I_{\text{сп}}$ — градиент напора на свободной поверхности вдоль рассматриваемой линии тока. В этом случае целесообразно при моделировании кривой депрессии использовать гибкую линейную шину, в характерных точках которой задаются значения потенциалов по условиям (II. 20) или (II. 24).

При моделировании весь процесс неустановившейся фильтрации разбивается на ряд сравнительно небольших промежутков времени Δt (их величина должна быть выбрана из условия, что за время Δt не происходит резкого изменения картины движения внутри области фильтрации). В первый промежуток Δt на модели устанавливают свободную поверхность, соответствующую ее начальному положению, и на ней задают напоры (потенциалы) в соответствии с условиями (II. 20) или (II. 24), после чего строят сетку движения вблизи кривой депрессии, а по ряду линий тока в соответствии с (V. 42) определяют отрезок ΔS, на который перемещается кривая депрессии, по формуле:

$$\Delta S = \frac{k}{\mu} \cdot I_{\text{сп}} \Delta t. \tag{V.43}$$

Градиент $I_{\text{сп}}$ у свободной поверхности определяют по данным моделирования.

Таким образом определяется положение кривой депрессии на момент времени $t = \Delta t$, которое является исходным для расчета на следующий отрезок времени Δt. При этом на свободной поверхности вновь задают потенциалы в соответствии с условиями (II. 20) или (II. 24), после чего строят сетку движения вблизи кривой депрессии, находят перемещения кривой депрессии за следующий период времени Δt и т. д.

Применение такого рода методики и вопросы оценки ее точности рассмотрены, например, в работах [17, 97, 237, 250]. Аналогичную методику можно применять и для расчетов перемещения границы раздела соленых и пресных вод во времени.

Особенности напорного планово-плоского потока проявляются в возможности изменения не только проницаемости грунтов, но и мощности водоносного пласта. Эту особенность несложно учесть, если задавать электрическую проводимость пласта пропорционально не коэффициенту фильтрации, а проводимости пласта $T(x, y)$.

Технически изменение проводимости пласта на моделях из электропроводной бумаги осуществляется путем параллельного склеивания листов бумаги одинаковой или различной проводимости. Суммарная проводимость системы из нескольких листов определится при этом как сумма проводимостей отдельных листов (с учетом электропроводности клея). На электролитических моделях сравнительно небольшое изменение проводимости можно учесть путем изменения мощности слоя электролита, для чего дно модели делают из пластилина, воска или других пластичных материалов.

При моделировании безнапорного планово-плоского потока величина проводимости, вообще говоря, зависит от уровней грунтовых вод. Поэтому в общем случае моделирование безнапорного планово-плоского потока должно осуществляться подбором, причем в первом приближении значения проводимости пласта задаются при ориентировочных значениях уровней грунтовых вод. Затем эти уровни уточняются по данным моделирования в первом приближении, после чего устанавливаются значения проводимости пласта во втором приближении и т. д., до тех пор, пока значения проводимости не будут достаточно точно соответствовать расчетным уровням грунтовых вод.

Если поток близок к однородному, а водоупор относительно горизонтален, то плоскость сравнения напоров целесообразно приурочить к среднему положению водоупора и при $w = 0$ представить уравнение плановой фильтрации (II. 28) в виде:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\tilde{k}\frac{\partial H^2}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\tilde{k}\frac{\partial H^2}{\partial y}\right)=0. \qquad \text{(V. 44)}$$

Здесь $\tilde{k}=\frac{T}{H}$ — осредненное значение коэффициента фильтрации, которое при заданных выше условиях должно сравнительно мало зависеть от положения уровня воды.

При решении на модели уравнения (V. 44) в качестве потенциальной функции принимается величина $0{,}5\,H^2$, а проводимость модели задается пропорциональной величинам $\tilde{k}$ в соответствующих сечениях. Решение задачи хотя и ведется методом подбора, но подбор этот облегчается небольшими изменениями величины $\tilde{k}$. Такой прием целесообразно применять в том случае, когда глубина потока значительно меняется по его длине. Например, если рассматривается приток к совершенному котловану, то целесообразно задавать плоскость сравнения на уровне водоупора у котлована, где мощность потока уменьшается почти до нуля.

Для однородного по вертикали потока и при горизонтальном залегании водоупора величина $\bar{k} = k = \text{const}$ и $H = h$ (h — глубина потока до водоупора). В этом случае введение в качестве потенциальной функции $0{,}5\,h^2$ позволяет проводить моделирование без промежуточного подбора [16].

Аналогичным образом без подбора решается задача при горизонтально-слоистом сложении потока, когда в качестве расчетной принимается функция Гиринского [17], величина которой определяется по формуле (II. 33, *а*).

Одним из важных факторов, возникающих при решении плановых задач фильтрации, является необходимость учета инфильтрации (или испарения). Непосредственное задание инфильтрации на модели ЭГДА сводится к подаче на модель тока, сила которого соответствует интенсивности инфильтрации w. В. И. Аравин [16] предлагает использовать для этой цели схему, приведенную на рис. V. 8. Здесь ток подается в отдельные точки модели, которые разбиваются по квадратной схеме. Сила тока I_w каждого источника определяется по формуле:

$$I_w = w_i F_i \frac{\alpha_U}{\alpha_\varrho};$$

$$\alpha_\varrho = \varrho T. \qquad \text{(V. 45)}$$

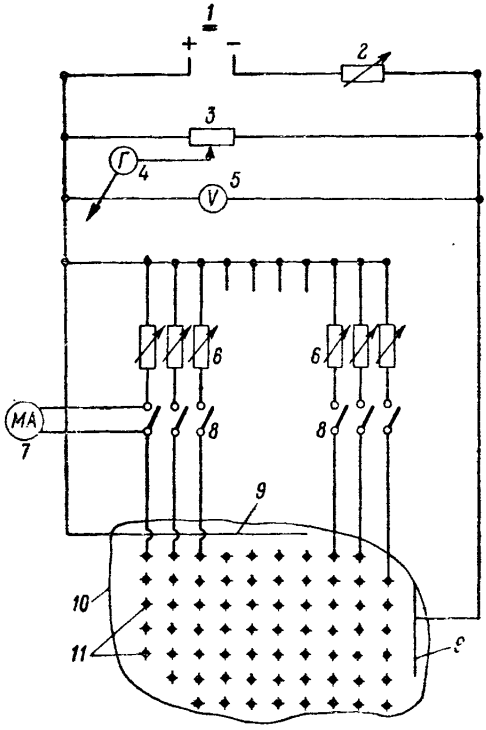


Рис. V. 8. Электрическая схема для задания инфильтрации на плановой модели ЭГДА

1 — источник тока; *2* — реостат; *3* — агометр (делитель напряжения); *4* — гальванометр с иглой; *5* — вольтметр; *6* — сопротивления; *7* — миллиамперметр; *8* — гнезда для его подключения; *9* — шины; *10* — модель; *11* — точки инфильтрационного питания

Силу тока источника регулируют через реостат с подключенным к нему миллиамперметром. В качестве реостата может быть также использована бумажная полоса со скользящим по ней контактом. Эта схема, так же как и разобранная выше аналогичная схема (см. рис. V. 6, *а*) для плоской в разрезе модели, требует регулировки силы тока путем подбора, поскольку ее величина существенно зависит от неизвестного заранее потенциала на модели в данной точке. Чтобы избежать подбора, можно также применить схему отдельного питания источников с бо́льшим напряжением источника питания, приведенную на рис. V. 6, *б*.

При расчетах плановых задач на сеточном электроинтеграторе фильтрационное сопротивление между отдельными узловыми точками определяется по общим формулам (II. 64, *а*), а электрические сопротивления задаются пропорциональными соответствующим фильтрационным сопротивлениям. При использовании уравнения (V. 44) и выборе в качестве расчетной функции величины $0{,}5\,H^2$ при определении фильтрационных сопротивлений следует заменять проводимость T аналогичным значением k.

При задании инфильтрации на сеточном электроинтеграторе с помощью делителя истоков расчеты проводят так же, как и для плоской в разрезе задачи — в два этапа. Потенциал делителя истоков в каждой точке V_i определяется по формуле (V. 17) при $Q_i = w_i F_i$, где F_i — площадь блока.

Моделирование переменного испарения при линейной зависимости $w(z)$ вида (II. 36) при $n = 1$ осуществляется так же, как и для плоского в разрезе потока. К точке на модели подсоединяют сопротивление R_w, определяемое по формуле:

$$R_w = \frac{z_k}{w_0 F_i}\alpha_Q; \quad \alpha_Q = \varrho T. \tag{V. 46}$$

на конце которого задается потенциал, соответствующий напору $z_0 - z_k$. При нелинейной зависимости $w(z)$ в величину сопротивления R_w вводится поправка $\bar{w}(\bar{z})$, как в зависимостях (V. 37).

При моделировании этой схемы на электроинтеграторе величину R_w определяют по формуле:

$$R_w = \alpha_R \frac{z_k}{w_0 F_i \bar{w}}; \quad \alpha_R = \frac{R}{\Phi}. \tag{V. 46, а}$$

В тех случаях, когда моделируется наложение влияния искусственных факторов (водохранилищ, каналов, дренажей и т. п.) на существующий естественный поток, а интенсивность инфильтрации w остается такой же, как и в естественных условиях, для учета инфильтрации может быть эффективно использован принцип сложения течений, теоретические основы которого изложены в § 1 главы третьей.

Согласно этому методу результирующий поток получается наложением на естественный поток дополнительного потока, возникающего за счет влияния искусственных факторов [56]. Дополнительный поток моделируется без учета инфильтрационного питания, которое автоматически учитывается уровнями естественного потока. Метод сложения течений применим только в тех случаях, когда исходные дифференциальные уравнения можно считать линейными, т. е. для потоков следующих типов: постоянной проводимости, однородного на горизонтальном водоупоре, горизонтально-слоистого. В частности, для потока постоянной проводимости напоры результирующего потока H в каждой точке находят, как сумму напоров естественного потока H_e и дополнительного ΔH, а напоры на границах

дополнительного потока соответственно как разность напоров H и H_e на этих границах, причем формы границ принимаются такими, какими они оказываются в условиях результирующего потока. Следует иметь в виду, что применение метода сложения течений не исключает необходимости учета фильтрационной неоднородности потока в плане [219].

Можно рекомендовать следующий порядок расчетов методом сложения течений: 1) строится фильтрационная схема результирующего потока — определяются внешние и внутренние границы потока, задается фильтрационная неоднородность потока в разрезе и плане; 2) задаются напоры результирующего и естественного потока на границах результирующего потока с заданным напором; 3) определяются граничные условия для дополнительного потока, причем форма границ дополнительного потока задается такой же, как для результирующего потока, а напоры на границах с заданным напором определяются как разность напоров результирующего и естественного потока; 4) с заданными таким образом граничными условиями производится моделирование дополнительного потока, позволяющее определить величины ΔH внутри области фильтрации; 5) суммируя величины ΔH и H_e, получают напоры результирующего потока в любой точке.

Плановая неустановившаяся фильтрация

Моделирование плановой неустановившейся фильтрации наиболее удачно проходит на сеточных интеграторах — гидравлическом (который пока используется чаще [16, 146]) и электрическом. В этом случае фильтрационный поток разбивают на отдельные блоки и заменяют сеткой фильтрационных сопротивлений, расположенных между узлами отдельных блоков, и сосредоточенных емкостей, расположенных в узлах (центрах) блоков.

Фильтрационное сопротивление Φ какого-либо участка здесь также определяется по формулам (II. 64, *а*). Для прямоугольной сетки шагом Δx в направлении x и Δy в направлении y значения сопротивлений Φ_x и Φ_y в соответствующих направлениях будут:

$$\Phi_x = \frac{\Delta x}{T\,\Delta y}; \quad \Phi_y = \frac{\Delta y}{T\,\Delta x}. \tag{V.47}$$

Для одномерного в плане потока, направление которого совпадает с осью x, $\Delta y = 1$ *м* и

$$\Phi = \frac{\Delta x}{T}. \tag{V.47, а}$$

Для радиального потока (рис. V. 9, *а*) величина сопротивления Φ_{i-1} между блоками $i-1$ и i более точно определяется формулой:

$$\Phi_{i-1} = \frac{1}{2\pi T} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}. \tag{V.47, б}$$

Для такого потока $\left(\text{при } \frac{r_i - r_{i-1}}{r_{i-1}} < 1 \text{ с точностью до } 5\% \text{ и при } \frac{r_i - r_{i-1}}{r_{i-1}} < 0{,}5 \text{ с точностью до } 1\%\right)$ можно также использовать формулу (II. 64, а) при $l_{i-1} = r_i - r_{i-1}$ и $B_{i-1} = 2\pi r'_i$.

Под емкостью блока C подразумевается изменение объема воды в блоке при изменении в нем уровня воды на 1 *м*. Таким образом,

$$C = \mu F_{бл}, \tag{V. 48}$$

где $F_{бл}$ — площадь блока.

На гидроинтеграторе система фильтрационных сопротивлений и емкостей моделируется системой гидравлических сопротивлений

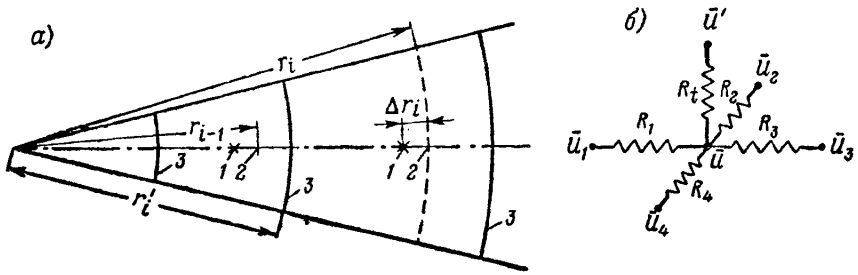


Рис. V. 9. Схемы сопротивлений

а — схема для радиального потока: *1* — середина; *2* — центр тяжести; *3* — границы блоков;
б — сетка Либмана для планового потока

и емкостей, из которых составляется гидромодель фильтрационного потока. При составлении схемы гидромодели для моделирования на гидроинтеграторе величины гидравлических сопротивлений $R_г$ и емкостей ω определяются из условия:

$$R_г = \alpha_R \Phi; \quad \omega = \alpha_\omega C, \tag{V. 49}$$

где $\alpha_R = 1/\alpha_\Phi$ и $\alpha_\omega = 1/\alpha_C$ — масштабы сопротивлений и емкостей.

Величины α_R и α_ω задаются из условия, чтобы получающиеся величины $R_г$ и ω укладывались в диапазон их возможных значений на гидроинтеграторе.

Кроме того, значения α_R и α_ω уточняются из условия получения удобного масштаба времени α_t, определяемого по формуле (V. 25).

Для учета изменения проводимости при колебаниях уровня воды в блоке должна быть составлена зависимость проводимости T от напора (уровня воды) в блоке H. При этом гидромодель предварительно рассчитывается на начальное положение кривой депрессии, когда проводимостям T_0 соответствуют подобранные соответствующим образом сопротивления $R^0_г$. При изменении напора в блоке

определяется соответствующее значение проводимости T и устанавливается новое сопротивление $R_г$ из условия:

$$R_г = \frac{T_0}{T} R_г^0. \qquad \text{(V. 50)}$$

Если поток по вертикали однороден, то $T = kh$, $T_0 = kh_0$ и

$$R_г = \frac{h_0}{h} R_г^0. \qquad \text{(V. 50, } a\text{)}$$

Моделирование инфильтрации заданной интенсивности осуществляется через инфильтрационные трубки, а расход воды через эти трубки $q_w^м$ устанавливается из соотношения:

$$q_w^м = \alpha_q w F_{бл}, \qquad \text{(V. 51)}$$

где масштаб расходов α_q определяется по соотношению (V. 23).

Для расчетов плановых задач неустановившейся фильтрации на электроинтеграторе типа ЭИ-12 можно воспользоваться схемой сетки Либмана [1] [112, 219]. Для этого уравнение плановой неустановившейся фильтрации заменим следующим конечно-разностным уравнением:

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{H_i - H_t}{\Phi_i} = C \frac{H_t - H_{t-\Delta t}}{\Delta t}. \qquad \text{(V. 52)}$$

Здесь в левой части через H_i обозначены напоры в четырех соседних блоках в расчетный период времени, Φ_i — фильтрационные сопротивления между соответствующими блоками, а H_t и $H_{t-\Delta t}$ — напоры в центральном блоке в расчетный момент времени t и в предыдущий момент времени $t - \Delta t$.

Уравнение (V. 52) моделируется сеткой сопротивлений, представленной на рис. V. 9, *б*, где к обычной сетке сопротивлений R_i (R_1, R_2, R_3, R_4) добавляется «временное» сопротивление R_t. Баланс тока для этой сетки записывается уравнением:

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{U_i - U}{R_i} = \frac{U - U'}{R_t}. \qquad \text{(V. 52, } a\text{)}$$

Если в уравнении (V. 52, *а*) принять, что

$$R_i = \alpha_R \Phi_i, \quad R_t = \alpha_R \cdot \frac{\Delta t}{C}, \qquad \text{(V. 53)}$$

[1] Для решения плановых задач неустановившейся фильтрации на моделях ЭГДА из электропроводной бумаги аналогичная методика независимо от Либмана была предложена С. Н. Нумеровым [153]. Применительно к электролитическим моделям ЭГДА ее развивали И. М. Тетельбаум и Я. А. Ельметад [187].

где α_R — масштаб сопротивлений на электроинтеграторе, и положить далее:

$$U_i - U = \alpha_U (H_i - H_t), \quad U - U' = \alpha_U (H_t - H_{t-\Delta t}), \quad \text{(V. 53, } a\text{)}$$

то уравнения (V. 52) и (V. 53, *а*) окажутся тождественными.

Таким образом, если собрать сетку сопротивлений по схеме Либмана и задать на концах «временных» сопротивлений значения потенциалов, соответствующие их распределению на известный предыдущий момент времени, то в узлах сопротивлений получатся значения потенциалов на расчетный момент времени, отличающийся от предыдущего на промежуток времени Δt.

Следовательно, при расчетах неустановившейся фильтрации по схеме Либмана следует после составления соответствующей сетки разбить расчетный период времени на несколько промежутков Δt, затем последовательно для каждого промежутка времени на концах «временных» сопротивлений задать значения потенциалов на предыдущий момент времени, а на границах значения потенциалов — на расчетный момент времени t; при этом в узлах получатся значения потенциалов на расчетный момент времени (через промежуток времени Δt).

При наличии инфильтрации заданной интенсивности и отсутствии внутренних источников-стоков конечно-разностное уравнение (II. 58) можно представить в виде:

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{H_i - H_t}{\Phi_i} = C \frac{H_t - \left(H_{t-\Delta t} + \frac{w}{\mu} \Delta t\right)}{\Delta t}. \qquad \text{(V. 54)}$$

Очевидно, что при моделировании этого уравнения по схеме Либмана следует на концах временных сопротивлений задавать значения потенциалов, соответствующие величине напора $H_{t-\Delta t} + \frac{w}{\mu} \Delta t$. Таким образом, к значениям относительных потенциалов, полученных на предыдущий момент времени, следует добавлять величину $\Delta \bar{U}_w$:

$$\Delta \bar{U}_w = \bar{\alpha}_U \frac{w}{\mu} \Delta t. \qquad \text{(V. 54, } a\text{)}$$

При моделировании испарения, зависящего от глубины уровня грунтовых вод, следует, кроме того, добавить «инфильтрационные» сопротивления R_w (см. рис. V. 6, *в*), определяемые по формуле (V. 47). На концах этих сопротивлений задаются потенциалы, соответствующие напору $z_0 - z_k$.

Для решения многих практических задач плановой фильтрации можно использовать не только готовые сетчатые интеграторы, но и сетки, собранные из стандартных угольных или проволочных переменных сопротивлений. Эти сопротивления предвари-

тельно не тарируются, а для каждой задачи подбираются с помощью универсального моста. Для измерений потенциалов можно пользоваться мостовой схемой, смонтированной для моделей ЭГДА. Для задания потенциалов на концах временных сопротивлений при небольшом числе точек пригодны стандартные делители напряжений ПДН (входящие в состав ЭГДА-9/60). Но при большом числе точек эта схема становится громоздкой, и для задания потенциалов можно воспользоваться либо специальными реостатами небольшого сопротивления (до 10 *ом*), либо трансформатором, как это делается на сеточных интеграторах, но в последнем случае приходится работать на переменном токе.

Несколько модифицируя схему Либмана, можно применить ее и для расчетов неустановившейся плановой фильтрации на сплошных (бумажных) моделях ЭГДА. В этом случае временные сопротивления подсоединяют к модели ЭГДА, выполненной обычным путем, в отдельных узлах по сетке шагом Δx посредством электродов диаметром $d_э$. При таком моделировании следует учитывать несоответствие между потенциалами в узловых точках (на электродах) $U_э$ и средн и потенциалами в пределах данного блока U, возникающее в силу значительной концентрации потока вблизи узловых точек. Теоретический анализ позволяет установить следующую связь между $\overline{U_э}$ и $\overline{U}$:

$$\overline{U} = \overline{U_э} + (\overline{U_э} - \overline{U}^\circ)\frac{f_c}{f_t}, \qquad (V.55)$$

где $\overline{U}^0$ — значение $\overline{U}$ в данном блоке на предыдущий момент времени, задаваемое на конце временного сопротивления R_t;

f_c и f_t — приведенные значения приэлектродного и временного сопротивлений, определяемые по формулам:

$$f_c = 0{,}366 \lg \frac{\Delta x}{d_э} - 0{,}1; \quad f_t = \frac{a\,\Delta t}{\Delta x^2} - f_c - \Delta f_k, \qquad (V.55, a)$$

где Δf_k — приведенное сопротивление контакта электрода (см. § 3).

Временное сопротивление при этом определяется по формуле:

$$R_t = \varrho f_t, \qquad (V.55, б)$$

где ϱ — удельное сопротивление листа модели в данном узле.

Шаг Δx временных сопротивлений задается так, чтобы между границей с переменным потенциалом и непроницаемой границей размещалось не менее трех-четырех узловых точек, а между границами с переменными потенциалами — вдвое больше. На границах модели участок, приходящийся на данный узел, может оказаться не квадратной формы; в этом случае в (V. 55, *а*) вместо Δx следует задавать $\sqrt{\omega}$, где ω — площадь такого участка.

При расчетах по этой схеме на первый интервал времени Δt к концам временных сопротивлений подаются потенциалы $\overline{U}^\circ$,

соответствующие начальным значениям напоров в узловых точках, и замеряются потенциалы $\overline{U}_э$, после чего рассчитываются средние потенциалы $\overline{U}$ по формуле (V. 55), значения которых и задаются на концах временных сопротивлений в качестве U° на следующий интервал времени и т. д.

Замерив потенциал $\overline{U}_м$ в любой точке модели на расстоянии r от электрода, можно уточнить его расчетное значение $\overline{U}_r$ по формуле:

$$\overline{U}_r = \overline{U}_r^м + \Delta\overline{U}\,\frac{\Delta x^2}{a\,\Delta t}\,f(\bar{r}); \qquad (V.56)$$

$$f(\bar{r}) = 0{,}366 \lg \frac{1}{\bar{r}} + 0{,}08\,\bar{r}^2 - 0{,}12; \quad \bar{r} = \frac{r}{r_k}. \qquad (V.56, a)$$

Здесь за $\Delta\overline{U}$ принимается изменение потенциала в данной точке за прошедший интервал времени Δt, а за r_k — расстояние по радиусу, проведенному через данную точку от электрода до границы блока, приходящегося на этот узел.

Изложенная методика дает возможность исключить временные сопротивления, если положить:

$$\frac{a\,\Delta t}{\Delta x^2} = f_c + \Delta f_k. \qquad (V.57)$$

В этом случае средний потенциал в расчетном блоке можно считать равным среднему значению потенциала на расстоянии $\frac{2}{9}\,\Delta x$ от электрода (его можно определить в четырех точках, расположенных по взаимноперпендикулярным направлениям).

При моделировании по схеме Либмана выбирать шаг по времени Δt следует, учитывая, что эта схема предусматривает линейное изменение потенциала в пределах каждого интервала Δt. Исходя из этого соображения и основываясь на материалах специальных типовых расчетов на моделях, при монотонно меняющихся граничных условиях можно рекомендовать разбивать расчетное время t на два-три интервала Δt, а при колебаниях уровней на границах задавать величину Δt так, чтобы эти уровни в пределах каждого интервала удовлетворительно апроксимировались прямой линией.

§ 3. Особенности моделирования скважин и дрен

Моделирование скважин на моделях ЭГДА

Моделирование скважин на сплошных моделях ЭГДА обычно осложняется малым размером электрода, моделирующего скважину. Однако имея в виду радиальный характер потока вблизи скважин, это осложнение нетрудно устранить, если установить на модели электрод большего диаметра $d_р$, а получающуюся при этом разницу скомпенсировать введением в электрическую систему дополнительного сопротивления R_c (рис. V. 10, *а*). Величина R_c определяется

как сопротивление между поверхностями двух цилиндров: одного с диаметром $d_р$ и другого с диаметром d, равным диаметру скважины в масштабе модели [17].

Для электролитической модели имеем:

$$R_c = \frac{\varrho_э}{2\pi l_э} \ln \frac{d_р}{d} = 0{,}366 \frac{\varrho_э}{l_э} \ln \frac{d_р}{d}, \qquad (V.58)$$

где $l_э$ — длина электрода на модели;

$\varrho_э$ — удельное сопротивление электролита.

В электролитической модели сопротивление R_c можно задавать с помощью прямоугольной ванны длиной l, шириной b и высотой δ с электролитом того же состава, что и на модели у скважины. Поскольку сопротивление электролита в этой ванне будет

$$R_c = \frac{\varrho_э}{b \cdot \delta} l, \qquad (V.59)$$

то должно выдерживаться соотношение:

$$\frac{l}{b \cdot \delta} = 0{,}366 \frac{1}{l_э} \ln \frac{d_р}{d}. \qquad (V.59,а)$$

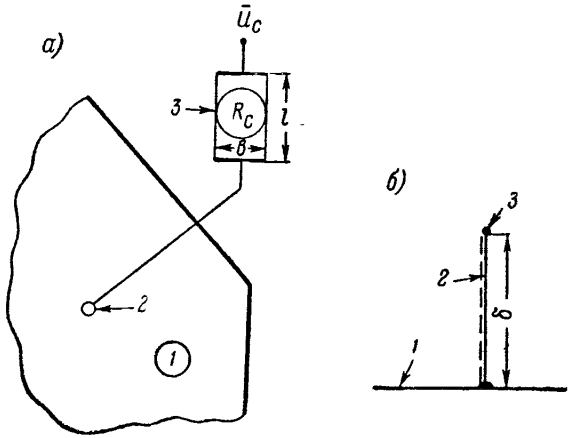


Рис. V. 10. Схема моделирования скважин на моделях ЭГДА

а — схема для одиночной скважины: *1* — модель; *2* — электрод-скважина; *3* — дополнительное сопротивление R_c;

б — схема для контурной системы скважин на бумажной модели: *1* — лист модели; *2* — дополнительный лист бумаги, наклеенный (для плотности) на лист ватмана (пунктир); *3* — шина с потенциалом $\bar{U}_c$, соответствующим напору в скважине

На бумажной модели сопротивление R_c удобно задавать листом бумаги с той же электропроводностью, которую имеет модель у скважины. Длина l и ширина b такого листа устанавливаются из соотношения:

$$\frac{l}{b} = 0{,}366 \lg \frac{d_р}{d} + \Delta f_k, \qquad (V.59,б)$$

где Δf_k — приведенное сопротивление контакта электрода, которое можно принимать по следующим данным: $\Delta f_k = 0{,}03$ при $d = 10$ *мм*; $\Delta f_k = 0{,}05$ при $d = 5$ *мм* и $\Delta f_k = 0{,}08$ при $d = 3$ *мм*.

При моделировании несовершенных скважин действительный диаметр скважин d_c следует заменить расчетным d'_c (см. § 5 главы четвертой).

Аналогичный прием можно применить и при моделировании системы n_c равнодебитных скважин, расположенных на сравнительно

небольших расстояниях одна от другой (по крайней мере не превосходящих расстояния до ближайшей границы пласта). На модели такую систему можно заменить электродом, радиус которого $r_э$ определится соотношением:

$$\lg r_э = \frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} \lg r_i,$$

где r_i — расстояние от каждой скважины до расчетной точки, в которой задается понижение уровня воды (при этом на электроде задается потенциал, соответствующий этому уровню).

Техническим недостатком непосредственного моделирования скважин с помощью электродов является возможность наличия погрешностей в приэлектродной зоне, которые возникают в электролитических моделях за счет поляризации электрода (в данном случае ее большая интенсивность определяется значительной плотностью тока у электрода). На бумажных моделях погрешности могут возникать за счет неплотного примыкания электрода к бумаге и ее неоднородности.

При моделировании контурных систем скважин на моделях из электропроводной бумаги такого рода погрешности можно значительно уменьшить, если применить упрощенную схему (рис. V. 10, *б*), в которой использованы принципы метода фильтрационных сопротивлений. В этом случае шина, на которой задается потенциал, соответствующий уровню воды в скважинах, подсоединяется к модели через дополнительное сопротивление, которое удобно сделать из листа бумаги шириной δ, приклеенного к основной модели. Если этот отрезок бумаги имеет ту же проводимость, что и основная модель в месте расположения моделируемого участка скважин, то величину δ следует определять по формуле:

$$\delta = \sigma_м f_k, \qquad (V.60)$$

где $\sigma_м$ — расстояние между скважинами в масштабе модели;

f_k — внутреннее сопротивление контура скважин, которое для совершенных скважин с шагом σ выражается формулой:

$$f_k = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\sigma}{\pi d_c} = 0{,}366 \lg \frac{\sigma}{\pi d_c}, \qquad (V.60, a)$$

Для систем несовершенных скважин при $\sigma > m$ вместо действительного диаметра скважины d_c в формуле (V. 60, *а*) следует принимать расчетный диаметр скважин d_c', определяемый согласно § 5 главы четвертой. При $\sigma < m$ в формуле (V. 60) надо, кроме того, к величине f_k прибавить величину дополнительного сопротивления контура несовершенных скважин $f_{нк}$ [75, 219].

Методика моделирования скважин на сеточных моделях существенно различается в зависимости от того, задаются расходы скважин или уровни воды в них. При заданных расходах скважин сеточная модель рассчитывается без учета наличия скважин; в этом случае надо только, чтобы в каждый блок, включающий скважины, был задан поток, соответствующий суммарному расходу скважин в этом блоке. Задавать такой поток на гидроинтеграторе можно по схеме, разобранной для условий инфильтрационного питания, т. е. через трубки с сопротивлением $R_{г\,w}$, определяемым по формуле (V. 20) при условии, что

$$q_w^м = \frac{Q_б}{a_q}, \qquad (V.61)$$

где $Q_б$ — суммарный расход всех скважин, находящихся в данном блоке.

Силу тока, моделирующую расход скважин в блоке $Q_б$, можно задавать на электроинтеграторе через делитель истоков, определяя потенциал делителя $\overline{V_i}$ в данном узле по формуле (V. 17) при $Q_i = Q_б$. Эта схема применима только при нулевых граничных условиях. В противном случае расход $Q_б$ можно моделировать, подавая в узел ток через дополнительное сопротивление R_c (см. рис. V. 10, *а*), на котором задается падение относительного потенциала $\Delta\overline{U}_c$. Величины $\Delta\overline{U}_c$ и R_c связаны соотношением:

$$\frac{\Delta\overline{U}_c}{R_c} = \frac{\overline{a}_U}{a_R} Q_б. \qquad (V.62)$$

Величину R_c следует задавать такой, чтобы $\Delta\overline{U}_c$ имело удобное значение (порядка 0,1—0,3). В этом случае величину $\overline{U}_c$ находят подбором, поскольку потенциал в блоке $\overline{U}_б$ заранее неизвестен.

Задавая уровни воды в скважинах, при составлении модели следует учитывать характер потока, формирующегося вблизи скважин. Для этого, используя принципы метода фильтрационных сопротивлений (см. § 5 главы второй), следует в блоках, включающих скважины, подсоединить дополнительные фильтрационные сопротивления Φ^0 (рис. V. 11, *а*). Для случая одиночной скважины в блоке величина Φ^0 определяется по формуле (II. 69).

Для системы равномерно расположенных скважин величину дополнительного сопротивления Φ^0 также можно определять по формуле (II. 69), только заменив скважину фиктивным колодцем с радиусом r_k (см. § 5 главы второй).

Способ учета внутренних деформаций потока вблизи скважин путем введения дополнительного сопротивления Φ^0 в блоке со скважинами применим и для моделирования контурных систем скважин (как это следует из существа метода сопротивлений). В этом случае для блока плоского в плане потока, включающего n_c скважин,

расположенных по правильному контуру на расстоянии σ одна от другой, получим:

$$\Phi^0 = \frac{1}{n_c T} f_k, \qquad \text{(V. 63)}$$

а для бесконечного ряда скважин, когда поток приводится к линейному в плане, шириной 1 *м*:

$$\Phi^0 = \frac{\sigma}{T} f_k, \qquad \text{(V. 64)}$$

где f_k — внутреннее сопротивление контура скважин, определяемое согласно (V. 60, *а*).

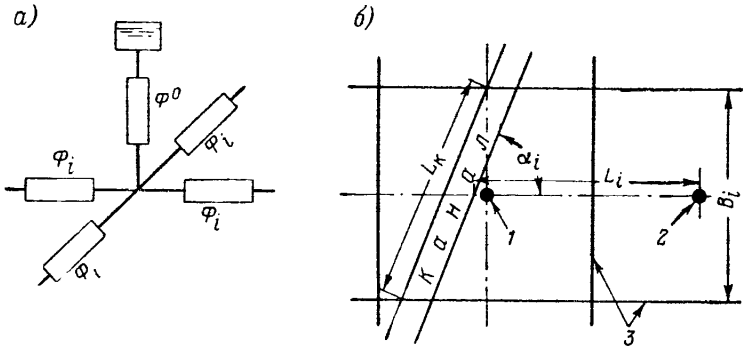


Рис. V. 11. Схема сопротивлений для учета гидродинамического несовершенства скважин, каналов и дрен

а — сетка сопротивлений для блока со скважинами или каналом; *б* — схема блока с каналом (дреной): *1* — центр блока с каналом; *2* — центр соседнего блока; *3* — границы блока

Принципиальным недостатком методов непосредственного моделирования систем скважин является их консервативность. Результаты расчета, проведенного таким методом, могут быть использованы только для той схемы расстановки скважин, которая была задана при моделировании. Если же желательно рассмотреть различные варианты расстановки скважин, то может оказаться целесообразным использование при моделировании принципа сложения течений [218, 219].

Моделирование дрен и каналов

Специфика моделирования дрен и каналов при решении плановых задач сводится к необходимости учета их гидродинамического несовершенства. Использование метода фильтрационных сопротивлений позволяет установить (см. § 1 главы третьей), что для учета гидродинамического несовершенства в общем случае следует в поперечном сечении дрены или канала ввести дополнительные сопротивления по схеме «треугольника» или «звезды» (см. рис. III. 2, *б*, *в*). При малом размере канала или дрены (например, для трубчатого

дренажа) величина горизонтального сопротивления Φ_H^0 оказывается незначительной, в этом случае может быть использована упрощенная схема с введением одного дополнительного сопротивления $\Phi_{НД} = 0{,}5\,\Phi_H$.

Для унификации расчетов моделей вводится (см. § 1 главы третьей) понятие эквивалентных длин зон резкой деформации, которые соответствуют длинам линейного потока проводимостью T, имеющего то же сопротивление, что и зона резкой деформации, вызываемая гидродинамическим несовершенством системы. Рекомендации по определению эквивалентных длин L_H, L_H^0 и $L_{НД}$, соответствующих сопротивлениям Φ_H, Φ_H^0 и $\Phi_{НД}$, приведены в § 1 главы третьей.

При расчетах сопротивлений по схеме «звезды» эквивалентные длины L_H' и L_H'', соответствующие сопротивлениям Φ_H' и Φ_H'', будут равны:

$$L_H' = T\Phi_H' = \frac{L_H^2}{2L_H + L_H^0}; \quad L_H'' = T\Phi_H'' = \frac{L_H L_H^0}{2L_H + L_H^0}. \qquad (V.65)$$

Зависимости (V. 65), связывающие L_H' и L_H'' с L_H и L_H^0, получаются из условия эквивалентности схем «треугольника» и «звезды» [192].

При расчетах сеток сопротивлений на интеграторах учет гидродинамического несовершенства по упрощенной схеме в условиях плановой задачи производится путем добавления в узел блока, включающего дрену, дополнительного фильтрационного сопротивления Φ^0 (см. рис. V. 11, *а*), величина которого определяется по формуле:

$$\Phi^0 = \frac{\Phi_{НД}}{L_Д} = \frac{L_{НД}}{TL_Д}, \qquad (V.66)$$

где $L_Д$ — длина участка дрены в пределах данного блока (для линейных в плане задач $L_Д = 1$ *м*).

Величина же горизонтальных сопротивлений Φ_i между блоком с дреной и соседними блоками вычисляется обычным путем.

При использовании полной схемы сопротивлений в блок, включающий канал, подсоединяются дополнительные сопротивления по схеме «звезды» (эта схема осуществляется проще, чем схема «треугольника»). В этом случае сетка фильтрационных сопротивлений остается принципиально такой же (рис. V. 11, *а*), но дополнительное фильтрационное сопротивление Φ^0 определяется по формуле:

$$\Phi' = \frac{L_H''}{TL_к}, \qquad (V.67)$$

где $L_к$ — длина участка канала в пределах данного блока.

Кроме того, меняются расчетные зависимости для определения горизонтальных сопротивлений Φ_i, соединяющих данный блок с соседними. Для любым образом расположенного канала (рис. V, 11, *б*) эти сопротивления определяются по общей формуле:

$$\Phi_i = \frac{1}{T}\left(\frac{L_i}{B_i} + \frac{L''_H}{L_к}\sin\alpha_i\right), \qquad (V.68)$$

где L_i — расстояние от середины участка канала до центра соседнего блока;

B_i — ширина блока в этом направлении;

α_i — угол, составляемый каналом с линией, по которой задается сопротивление Φ_i; следовательно, если направления канала и сопротивления Φ_i совпадают, то $\alpha_i = 0$ и второй член в формуле (V.68) пропадает.

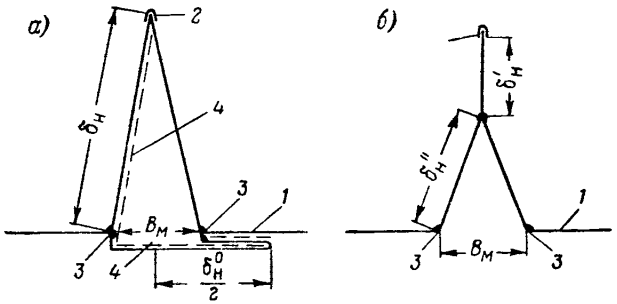


Рис. V. 12. Моделирование на бумажных моделях ЭГДА соединений по схемам треугольника (*а*) и звезды (*б*)

1 — бумажный лист модели; *2* — шина с потенциалом, соответствующим уровню воды в дрене или канале; *3* — швы по клею; *4* — изоляционный лист бумаги

Учет несовершенства дренажа на бумажной модели ЭГДА по упрощенной схеме можно осуществить, подклеив к модели вдоль линии дрены лист бумаги той же проводимости, что и бумага модели (см. рис. V. 10, *б*), причем:

$$\delta_{нд} = \frac{1}{\alpha_l} L_{нд}. \qquad (V.69)$$

Для учета несовершенства дренажа по полной схеме вместо одного дополнительного листа следует подключить три, соединяемых по схеме «треугольника» (рис. 12, *а*) или «звезды» (рис. 12, *б*); размеры этих листов — δ_H, δ^0_H, δ'_H, δ''_H, должны быть заданы соответственно эквивалентным длинам L_H, L^0_H, L'_H и L''_H, т. е.:

$$\delta_H = \frac{1}{\alpha_l} L_H; \quad \delta^0_H = \frac{1}{\alpha_l} L^0_H; \qquad (V.70, а)$$

$$\delta'_H = \frac{1}{\alpha_l} L'_H; \quad \delta''_H = \frac{1}{\alpha_l} L''_H. \qquad (V.70, б)$$

В сложных условиях, для которых нет расчетных зависимостей, величины сопротивлений на несовершенство могут быть определены по данным моделирования области резкой деформации потока вблизи канала или дрены, размер которой обычно можно задавать двумтрем мощностям потока с каждой стороны. Величину сопротивления Φ_H для канала или дрены удобно определять, задавая на модели схему симметричного притока (рис. V. 13, *а*), когда на

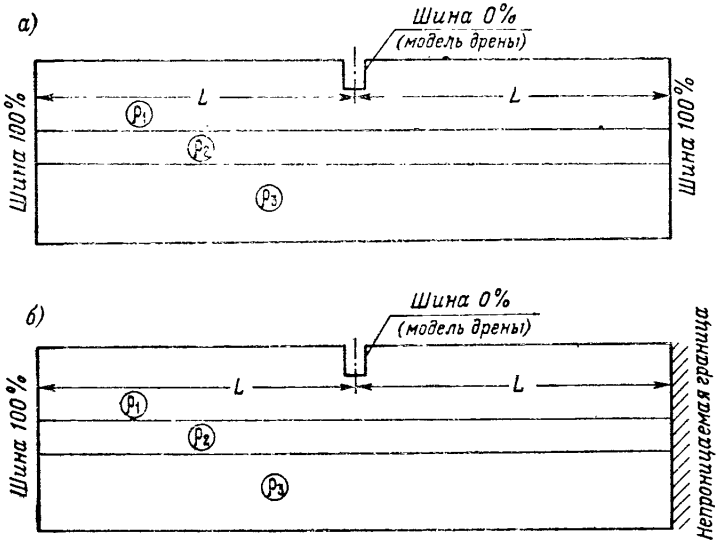


Рис. V. 13. Модели для определения сопротивлений на несовершенство канала или дрены

а — двусторонний поток; *б* — односторонний поток

границах задается потенциал 100%, а на канале — потенциал 0, по формуле:

$$\Phi_H = \frac{\Delta H}{q} - \frac{L}{T}, \qquad (V.71)$$

где T — суммарная проводимость пласта;

q — приток с каждой стороны при разнице напоров на границе и в канале ΔH.

Величину q определяют по данным моделирования. Учитывая, например, что вблизи границы поток имеет линейный характер, можем записать:

$$q = T\frac{\Delta H'}{L'} = T\frac{\Delta H}{L'}\Delta\bar{U}', \qquad (V.72)$$

где $\Delta H'$ — перепад напоров на участке натурного потока длиной L';

$\Delta\bar{U}'$ — соответствующий перепад потенциалов, определяемый по данным моделирования.

Подставляя (V. 72) в (V. 71), найдем формулу для определения $\Phi_н$ и $L_н$:

$$\Phi_н = \frac{1}{T}\left(\frac{L'}{\Delta\overline{U}'} - L\right);\ L_н = \frac{L'}{\Delta\overline{U}'} - L. \qquad \text{(V. 73)}$$

Таким образом, для определения $\Phi_н$ и $L_н$ по данным этого опыта нужно только построить эквипотенциаль на расстоянии L' от границы, по значению относительного потенциала $\overline{U}'$ на этой эквипотенциали найти $\Delta\overline{U}' = 1 - \overline{U}'$ и подставить ее в формулу (V. 73). Величины L' и L в этой формуле берутся для натурного потока.

Далее можно найти сопротивление $\Phi^0_н$, задавая на модели схему одностороннего притока (рис. V. 13, *б*). В этом случае также определяют относительный потенциал на расстоянии L' от левой границы (с шиной 100%), а величину $\Phi^0_н$ рассчитывают по формуле:

$$\Phi^0_н = \frac{1}{\frac{1}{\Phi_н} - \frac{\Delta\overline{U}'}{L' - L\,\Delta\overline{U}'}} - \Phi_н. \qquad \text{(V. 74)}$$

Этими же зависимостями можно воспользоваться для расчетов сопротивлений $\Phi_н$ и $\Phi^0_н$ на сеточном электроинтеграторе при моделировании по аналогичным схемам. В этом случае L' соответствует расстоянию от границы до первого вертикального ряда центров блоков, а $\Delta\overline{U}'$ — разности потенциалов между границей и этим рядом.

Если сопротивления $\Phi_н$ и $\Phi^0_н$ заметно зависят от положения кривой депрессии (расходов потока), то можно провести моделирование при нескольких различных реальных расходах потока (моделируя уже и положение кривой депрессии) и составить график зависимости этих сопротивлений от расхода потока, который вполне пригоден для практических расчетов.

Если рядом с каналом располагается дрена, причем расстояние между ними меньше размеров зон резкой деформации, возникающих из-за гидродинамического несовершенства системы, то система дополнительных сопротивлений становится более сложной; для таких случаев рекомендации по расчетам приведены в работе [192].

Введение дополнительных сопротивлений на бумажных моделях ЭГДА по изложенной выше методике может вызвать технические осложнения при близком расположении линий сопротивлений к границам модели (меньшим чем 2—3 *см*). В этом случае удобнее использовать метод приближенного задания средних уровней на линии каналов и дрен. Например, для берегового дренажа, расположенного вдоль области питания (реки, водохранилища) на расстоянии L, средний уровень на линии дренажа $H_л$ согласно (III. 14) связывается

с погонным двухсторонним притоком к дренажу $q_д$ общей зависимостью:

$$H_л = H_д + \frac{q_д}{T} L_{нд}. \qquad (V.75)$$

Приток к дренажу $q_д$ складывается из расхода, притекающего к дрене со стороны водоема $q_в$, и расхода $q_б$, притекающего со стороны берега. Имея в виду, что в рассматриваемом случае обычно $q_в \gg q_б$, можно в первом приближении считать $q_д = q_в$, следовательно:

$$q_в = T \frac{H_р - H_д}{L + L_{нд}}. \qquad (V.76)$$

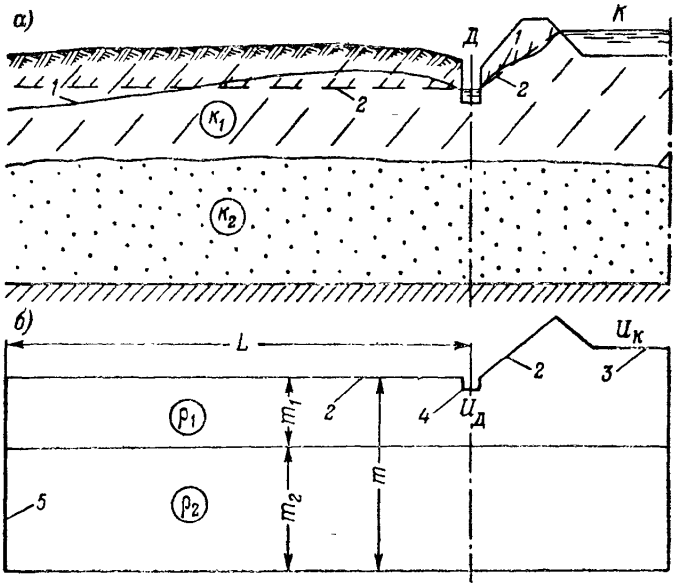


Рис. V. 14. Модели для определения сопротивлений системы канал — дрена
а — фильтрационная схема; *б* — модель ЭГДА:

1 — кривая депрессии; *2* — верхняя граница модели (условная кривая депрессии); *3* — шина моделирующая канал; *4* — шина, моделирующая дренаж; *5* — непроницаемая граница

Величину $H_л$ можно найти по формуле:

$$H_л = H_д + \frac{H_р - H_д}{L + L_{нд}} L_{нд}. \qquad (V.77)$$

Рассчитав по формуле (V. 77) значения $H_л$ вдоль линии дренажа, следует наложить вдоль линии дренажа шину с переменным потенциалом, соответствующим значениям $H_л$.

При моделировании установившейся фильтрации этот расчет может быть уточнен, если по данным моделирования, приведенного в первом приближении, определить погонный расход с береговой стороны $q_б$ и найти $H_л$ во втором приближении при

$$q_д = q_б + T \frac{H_р - H_л}{L}. \qquad (V.78)$$

Аналогичный прием можно применить и для схемы приканальной дрены (рис. V. 14, *а*), если приток из канала в дрену существенно больше расхода воды, проскакивающей под дреной. Пренебрегая этим расходом, можно использовать упрощенную модель ЭГДА (рис. V. 14, *б*), приближенно задавая кривую депрессии, как это показано на рис. V. 14, *а*. Тогда средний уровень $H_л$ на линии системы будет соответствовать потенциалу, определяемому на контуре непроницаемой границы. После определения величин $H_л$ (они могут иметь и различные значения в разных сечениях в связи с переменностью напоров и строения пласта) моделирование системы при решении плановой задачи осуществляется наложением по линии канала шины с потенциалами, соответствующими значениям $H_л$.

Замечания по составлению схемы модели

Основой для составления схемы модели является фильтрационная схема моделируемой области фильтрации. При составлении фильтрационной схемы прежде всего выделяются основные водоносные горизонты и устанавливается взаимосвязь между ними. Для каждого водоносного горизонта определяется характер границ пласта (с заданным напором, с заданным расходом, непроницаемые) и условия на этих границах (значения напоров и расходов), а также определяют величину инфильтрационного питания. Затем по данным изысканий схематизируют неоднородность водоносных пластов — устанавливают области с одинаковыми фильтрационными характеристиками и значения этих характеристик в каждой области. Оценивают сопротивление ложа водоемов (рек, водохранилищ), каналов, дрен, систем скважин и т. п., входящих в область моделирования.

Если в каких-то направлениях модель не ограничивается естественными границами, то следует ограничить модель непроницаемой границей на таком расстоянии от интересующей нас области фильтрации, где ее влияние станет несущественным. Так, например, при фильтрации под сооружениями обычно приходится ограничивать модель с верховой и низовой стороны; расстояние от сооружения до границы модели можно задавать порядка размеров трехкратной мощности потока [18].

Составление схемы модели ЭГДА

Разработка модели ЭГДА начинается с выбора для нее материала. При моделировании плоского или приводимого к плоскому потока (в разрезе или в плане) можно рекомендовать модели из электропроводной бумаги как технически наиболее простые, а при решении пространственных или радиальных задач целесообразно переходить на модели из электролитов. Несколько особо решается вопрос о выборе материала модели при наличии в области фильтрации скважин (см. §§ 2, 3 главы пятой).

После выбора материала модели следует задать ее размеры, имея прежде всего в виду, что модель ЭГДА должна быть геометрически подобна исследуемой области фильтрации. Размер модели выбирается таким, чтобы фильтрационный поток мог быть изучен достаточно подробно; для неоднородных областей размер отдельных слоев на модели должен значительно превышать толщину раздельных шин или ширину склеиваемой полосы. Если же в отдельных частях модели ее размеры оказываются неудовлетворительными, то после моделирования всей области фильтрации можно по эквипотенциалям и линиям тока вырезать отдельные части модели и замоделировать их отдельно в более крупном масштабе.

Для изучения фильтрации под сооружениями наиболее характерны масштабы моделирования 1 : 100—1 : 500; для фильтрации на больших территориях (обходная фильтрация, фильтрация на орошаемых и осушаемых территориях и т. п.) — 1 : 5000—1 : 20 000. Иногда для изучения фильтрации на крупных регионах выбираются и более мелкие масштабы. Например, Н. И. Дружинин проводил моделирование территории Днепровско-Донского междуречья площадью 437 тыс. $км^2$ в масштабе 1 : 1 000 000 [98]. Однако это вряд ли рационально, поскольку крупные территории всегда можно разбить на более мелкие, практически изолированные участки, для каждого из которых в отдельности и осуществить моделирование в более крупном масштабе.

После выбора размеров модели и материала задаются границы модели ЭГДА: на контурах с заданными напорами устанавливаются шины; непроницаемые области на моделях из бумаги обрезаются, а на электролитических моделях моделируются изоляционной стенкой; задаются зоны с различной электрической проводимостью модели.

При моделировании плоско-радиальных задач может быть использована электролитическая модель ЭГДА с наклонным дном. Угол наклона дна модели выбирается из условия, чтобы шина, моделирующая колодец, была достаточно большого размера, поскольку при малом размере шины возрастает возможность технических погрешностей.

Составление схем сеточных моделей

Основным вопросом, который прежде всего возникает при составлении сеточных моделей, является выбор шага сетки — размера блоков. Пока по этому поводу нет достаточно четких рекомендаций и можно высказать лишь некоторые эмпирические соображения. Так, при решении плановых задач следует добиваться, чтобы между любыми границами помещалось не менее четырех блоков. Аналогичную разбивку следует задавать между границей и дренажным рядом. Исключением может являться случай неустановившейся фильтрации при весьма близком расположении дренажа к границе, когда между границей и дренажем очень быстро устанавливается

стабилизированный режим, и блок с дренажем может быть подсоединен непосредственно к границе.

При моделировании неустановившейся фильтрации по схеме Либмана шаг сетки временных сопротивлений можно делать менее дробным, чем шаг сетки в плане (по данным П. М. Белаш и А. М. Кириличева [31] — вдвое). На электроинтеграторах типа УСМ число точек, в которые подсоединяются емкости, может быть на порядок меньше общего числа точек.

В слоистых (по разрезу) пластах при построении сеточной модели следует пользоваться предпосылкой Гиринского — Мятиева, позволяющей исключить вертикальные сопротивления в хорошо проницаемых слоях и горизонтальные сопротивления в слабо проницаемых.

Глава шестая

ОЦЕНКА ЕСТЕСТВЕННЫХ РЕСУРСОВ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

В гидрогеологии до сих пор нет общепринятой терминологии в вопросе о количестве подземных вод. Разные авторы различно понимают содержание терминов «ресурсы» и «запасы» подземных вод.

Вопросы терминологии количества подземных вод подробно рассмотрены в целом ряде работ. Одной из последних работ, в которой этот вопрос нашел подробное освещение, является работа Б. И. Куделина [130], в ней автор предлагает выделять в классификации количеств подземных вод «геологические запасы» и «ресурсы». Геологические запасы он предлагает разделять на общие — геологические запасы, легко извлекаемые каптажными сооружениями, и упругие запасы артезианских пластов. Ресурсы Куделин делит на естественные и эксплуатационные.

Впервые термин «естественные ресурсы» был введен в гидрогеологическую литературу академиком Ф. П. Саваренским [175], по определению которого под естественными ресурсами подземных вод следует понимать обеспечение в водном балансе данного района поступления подземных вод за счет питания атмосферными осадками. Этого определения мы и будем придерживаться в настоящей работе.

Естественные ресурсы в общем водном балансе определенного бассейна соответствуют величине подземного стока и количественно выражаются среднегодовым расходом подземного потока (выраженном в метрах кубических в сутки), или слоем воды (выраженном в миллиметрах), поступающей на питание подземных вод.

Оценка естественных ресурсов подземных вод имеет большое практическое значение, поскольку подземные воды широко используются для промышленного, коммунального и сельскохозяйственного водоснабжения. При проектировании крупных водозаборов подземных вод обеспеченность эксплуатационных ресурсов обычно контролируется их восполняемостью за счет естественных ресурсов.

Естественные ресурсы подземных вод определяются:

1) гидрогеологическими методами — с помощью разведочных и опытных работ;

2) по величине питания водоносных горизонтов атмосферными осадками;

3) методом расчленения гидрографа общего стока реки;

4) водно-балансовыми расчетами — для оценки питания артезианских бассейнов.

§ 1. Гидрогеологические методы определения естественных ресурсов подземных вод

Естественные ресурсы водоносного горизонта можно вычислить по формуле расхода подземного потока:

$$Q_e = \frac{k_1 \cdot \omega_1 + k_2 \cdot \omega_2}{2} I_1, \qquad \text{(VI.1)}$$

где k_1 и k_2 — средние коэффициенты фильтрации водоносного горизонта в первом и втором сечениях потока, расположенных перпендикулярно направлению движения воды, т. е. по линиям равного напора (гидроизогипсам или гидроизопьезам);

ω_1 и ω_2 — площадь сечений;

I — напорный градиент потока между первым и вторым сечениями.

Если коэффициенты фильтрации пород, мощности водоносного горизонта и уклоны потока меняются по общему расчетному сечению потока, то расчетное сечение следует разделить на участки, в пределах которых отмеченные параметры водоносного горизонта более или менее постоянны. Для каждого выделенного участка производится расчет расхода потока, после чего расходы отдельных участков суммируются.

Гидрогеологический метод оценки естественных ресурсов грунтовых вод района, основанный на детальных разведочных, опытных и лабораторных работах, применялся и получил дальнейшее развитие в области специального картирования естественных ресурсов (динамических запасов) грунтовых вод И. В. Гармоновым и Г. Н. Каменским [78] при определении естественных ресурсов (динамических запасов) грунтовых вод Пехорско-Купавенского района. Карта динамических запасов района, построенная этим методом, позволила конкретно выявить изменение количества подземных вод в различных участках водоносного пласта или комплекса пластов. Этот метод показывает, что при оценке естественных ресурсов подземных вод необходимо учитывать неоднородность водоносных горизонтов.

Для составления карты естественных ресурсов грунтовых вод необходим довольно значительный объем буровых, опытных и лабораторных работ.

§ 2. Определение естественных ресурсов подземных вод по величине питания водоносных горизонтов атмосферными осадками

Естественные ресурсы грунтовых и артезианских вод могут быть определены по величине инфильтрации атмосферных осадков на уровень подземных вод в области питания водоносного горизонта.

Такой метод определения естественных ресурсов подземных вод является приближенным, страдает рядом недостатков и не во всех случаях может дать достаточно удовлетворительные результаты. Объясняется это следующим. Питание водоносных горизонтов происходит не только за счет инфильтрации атмосферных осадков, но и за счет перетекания воды из выше- и нижележащих водоносных горизонтов через относительные водоупоры и «окна» в них. Кроме того, в пределах области питания может происходить не только инфильтрационное питание, но и расходование воды за счет испарения.

При питании водоносного горизонта за счет инфильтрации атмосферных осадков естественные ресурсы выражаются формулой:

$$Q_e = W \cdot F, \qquad \text{(VI. 2)}$$

где W — инфильтрационное питание за счет осадков на единицу площади зеркала водоносного горизонта в единицу времени;

F — площадь области питания водоносного горизонта.

Непосредственное определение величины питания грунтовых вод (W) при воднобалансовых исследованиях производится с использованием лизиметрических установок различной конструкции, которые обычно размещаются на опытных участках и специальных станциях.

Применение результатов наблюдений за инфильтрацией осадков на лизиметрических установках для оценки естественных ресурсов грунтовых вод затрудняется сложностью экстраполяции этих данных на всю область питания водоносного горизонта, поскольку величина инфильтрации атмосферных осадков зависит от целого ряда природных факторов. К ним относятся: глубина залегания грунтовых вод, микрорельеф, характер почвенного покрова и растительности и некоторые другие, влияние которых далеко не всегда удается установить при наблюдениях на опытных участках.

Другим методом определения инфильтрации атмосферных осадков является метод, основанный на применении уравнений неустановившегося движения грунтовых вод в конечных разностях. Он был предложен Г. Н. Каменским [105] и развит в целом ряде работ его учениками: М. А. Вевиоровской [61], А. В. Лебедевым [132, 136], П. А. Киселевым [116] и др.

Этот метод широко освещен в литературе, в частности, ему посвящен § 5 главы второй настоящей работы. Здесь отметим лишь, что его применение также требует проведения довольно больших буровых, опытных и лабораторных работ, что затрудняет использование метода конечных разностей для региональной оценки естественных

ресурсов грунтовых вод. Его с успехом применял А. В. Лебедев [133, 135] для установления величины питания грунтовых вод и при построении карт модулей и коэффициентов грунтового стока на Балаковка-Синюшинском междуречье на площади около 50 $км^2$.

Результаты наблюдений за колебаниями уровней грунтовых вод можно использовать для расчета параметров водоносных пластов (коэффициента уровнепроводности, водоотдачи и др.) и для последующих расчетов величины инфильтрации атмосферных осадков. Эти расчеты выполнялись с помощью аналитических решений уравнений неустановившегося движения грунтовых вод С. Ф. Аверьяновым [10], а с применением метода конечных разностей — Н. Н. Биндеманом [34] и А. В. Лебедевым [135]. Метод определения величины инфильтрации атмосферных осадков для установившейся фильтрации в условиях междуречного массива был предложен Г. Н. Каменским [105].

§ 3. Определение естественных ресурсов подземных вод методом расчленения гидрографа общего стока

Метод расчленения гидрографа реки для региональной оценки естественных ресурсов подземных вод зоны интенсивного водообмена позволяет произвести оценку ресурсов, не прибегая к проведению дорогостоящих разведочных и опытных работ. Оценка ресурсов производится на основе обработки имеющихся материалов по гидрогеологии и речному стоку. Карты подземного стока, построенные с использованием этого метода, являются обзорными и служат основой для более детального изучения ресурсов подземных вод.

Как известно, речной сток формируется за счет поверхностного и подземного стока. Подземные воды приобретают особое значение в режиме рек в летний и зимний сезоны (межень), когда реки в основном питаются подземными водами, и водоносность их определяется преимущественно этими источниками питания. Поэтому меженный расход реки в каком-либо створе представляет собой суммарный расход подземных вод, дренируемых рекой выше этого створа.

Величина подземного стока в реку определяется методом расчленения гидрографа рек. Гидрографом называется график, показывающий изменение расхода реки во времени $Q = f(t)$. Площадь, ограниченная на гидрографе осью абсцисс (время) и крайними ординатами (расходом), равна общему стоку за соответствующий период времени (рис. VI. 1). Анализируя гидрограф, можно выяснить режим питания реки, характер распределения поверхностного стока в течение года и определить величину подземного питания.

Подземное питание рек в свою очередь делится на грунтовое [1] и артезианское. Основным источником подземного питания рек являются грунтовые воды.

[1] Под грунтовыми водами в данном случае понимают все неглубоко залегающие безнапорные (или с местным напором) подземные воды, дренируемые реками и другой эрозионной сетью и формирующие грунтовый сток.

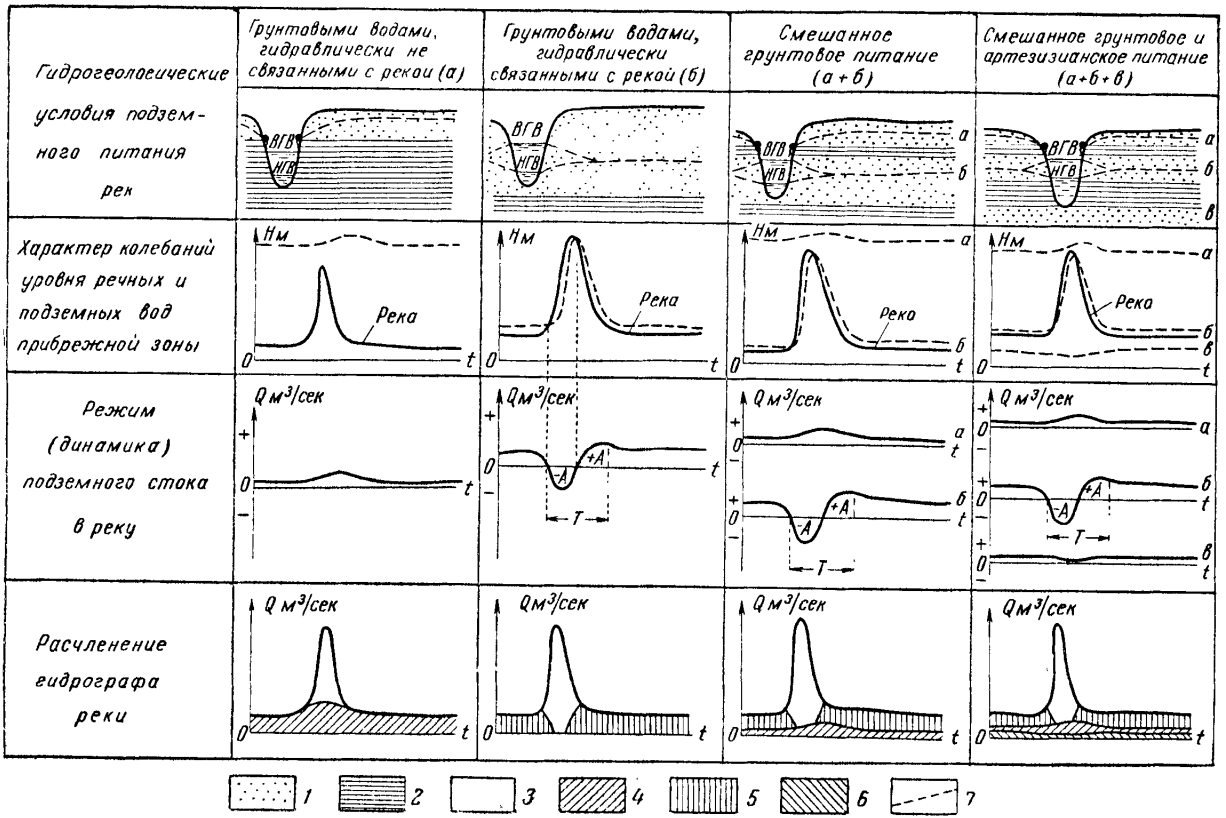


Рис. VI. 1. Типовые схемы расчленения гидрографа реки в зависимости от гидрогеологических условий речных бассейнов и режима подземного стока. По Б. И. Куделину

1 — водоносные породы; *2* — водоупорные породы; *3* — поверхностный сток; *4* — подземный сток из водоносных горизонтов, гидравлически не связанных с рекой; *5* — подземный сток из водоносных горизонтов, гидравлически связанных с рекой; *6* — артезианский сток; *7* — уровни подземных вод, *НГВ* — низкий горизонт воды, *ВГВ* — высокий горизонт воды; *Т* — время берегового регулирования поверхностного стока; — *А* и +*А* — отрицательная и положительная фазы подземного стока в период весеннего половодья

Подземное питание рек еще с середины XIX в. выделялось на гидрографе общего стока реки путем соединения низких точек гидрографа прямой линией. Выделенная таким образом нижняя часть гидрографа и принималась за величину подземного стока. В дальнейшем предлагались различные способы выражения динамичности подземного стока в годовом периоде. Одни авторы предлагали увеличивать значение подземного стока в период половодья и паводков, другие — уменьшить его, третьи считали величину подземного стока постоянной в течение года.

Наиболее обоснованную схему грунтового водообмена рек предложил в 1936 г. Б. В. Поляков; в 1946 г. она была несколько изменена. От ранее предложенных схем расчленения гидрографа рек эта схема отличается тем, что по Полякову значение подземного питания с начала весеннего половодья не увеличивается и не остается постоянным, а уменьшается и вследствие возрастания гидростатического давления речной волны на грунтовые воды может достичь нуля в период прохождения гребня паводка. В этот период равнинные реки служат источником питания подземных вод поймы и берегов [169].

Б. И. Куделин, анализируя схему Б. В. Полякова, указал, что она правильно отражает гидравлическую природу явления подпора, когда имеется гидравлическая связь водоносных горизонтов с рекой. В тех случаях, когда река питается из водоносных горизонтов, гидравлически не связанных с рекой, питание ее происходит наиболее интенсивно в период весенних половодий. Схема Б. В. Полякова, кроме того, не отражает асинхронности развития стоковых процессов в бассейне и не содержит элементов расчета.

Динамика подземного стока отдельных водоносных горизонтов определяется степенью гидравлической связи водоносных горизонтов с рекой. Поэтому Б. И. Куделин при изучении подземного питания рек различает (см. рис. VI. 1): 1) грунтовые воды, гидравлически не связанные с рекой; 2) грунтовые воды, гидравлически связанные с рекой; 3) смешанное грунтовое питание; 4) смешанное грунтовое и артезианское питание.

Конкретные величины каждого вида питания рассчитываются по установленным закономерностям подземного стока в реку, зависящим от условий залегания водоносного горизонта и положения мест разгрузки по отношению к урезу воды в реке. Это дает возможность расчленить гидрограф реки по видам питания, исходя из гидрогеологических условий бассейна реки и характера взаимосвязи поверхностных и подземных вод.

Для применения метода Б. И. Куделина должны быть известны гидрогеологические условия бассейна реки и характер взаимосвязи подземных вод с поверхностными.

Рассмотрим кратко методику расчленения гидрографа реки для различных случаев гидравлической связи водоносных горизонтов с рекой.

1. Расчленение гидрографа реки, питающейся из водоносных горизонтов, гидравлически не связанных с рекой. Подземные воды, гидравлически не связанные с рекой, имеют режим и фазы стока, близкие к поверхностному стоку. Отличие заключается лишь в том, что пик грунтового стока выражен менее резко, чем у речного стока, и он наступает позднее, чем пик речного половодья или паводка (рис. VI. 1, *а*).

В этом случае, характерном преимущественно для горных рек, расчленение гидрографа реки рекомендуется производить по методу, предложенному Ф. А. Макаренко [144]. Расчет подземного стока производится по формуле:

$$Q_{\text{подз.}} = q \cdot k_1 + \ldots + q \cdot k_n, \qquad \text{(VI.3)}$$

где q — меженный расход реки (принимаемый за меру подземного питания реки);

$k_1 \ldots k_n$ — коэффициенты (например, ежемесячные), характеризующие режим грунтового стока реки в течение года, выводимые из кривой режима суммарного дебита опорных родников бассейна, где коэффициент k_1 отвечает времени меженного стока реки и приравнивается к 1,0.

С помощью этого метода объем подземного стока можно вычислить без построения гидрографа общего стока реки. Для расчета необходимо знать лишь единичные меженные расходы реки. Умножая их на коэффициенты динамического стока, которые получаются из кривой суммарного дебита опорных родников бассейна, можно получить объем подземного стока за год или любой другой отрезок времени.

Б. И. Куделин провел учет стока родников Днепровско-Донецкой впадины и Центрально-Черноземной полосы с целью установления доли участия подземного питания из водоносных горизонтов, гидравлически не связанных с рекой. Полученные им данные показали, что родниковый сток играет подчиненную роль в формировании меженного стока равнинных рек центральной части Европейской территории Союза ССР, составляя всего от 0,6 (Десна у сел. Голуби) до 5,2% (Ока у Орла). Главным источником подземного питания рек этой территории являются грунтовые воды, гидравлически связанные с рекой.

2. Расчленение гидрографа реки, питающейся из водоносных горизонтов, гидравлически связанных с рекой. Режим стока подземных вод, гидравлически связанных с рекой, полностью зависит от режима стока реки, но имеет противоположную направленность фаз стока по сравнению с поверхностными водами. Максимум поверхностного стока соответствует минимуму подземного стока (рис. VI. 1, *б*). При повышении уровня воды в реке наблюдается уменьшение гидравлических уклонов и расхода подземного потока в реку (явление подпора). В период весеннего половодья (в восходящую стадию) в прибрежной зоне образуются обратные гидравли-

ческие уклоны грунтового потока и происходит инфильтрация речных вод в берега. В период спада (вскоре после прохождения пика), когда уровень воды в реке быстро падает, зеркало грунтового потока вновь приобретает наклон к реке и возобновляется сток в реку поступившей в берега речной воды. Рассмотренные выше явления инфильтрации речных вод в берега в период восходящей стадии половодья и возврат их в реку при спаде Б. И. Куделин назвал береговым регулированием поверхностного стока.

Б. И. Куделин установил, что общая продолжительность берегового регулирования поверхностного стока приблизительно равна общему периоду весеннего половодья. В весеннее половодье в берегах рек образуются большие запасы подземных вод не только за счет инфильтрации из реки, но и за счет аккумуляции подземных вод бассейна, не имеющих стока в реку из-за подпора. Накопление подземных вод за счет подпора происходит на более широких прибрежных зонах, чем зона инфильтрации из реки. Запасы воды, накопившиеся в берегах за время половодья, оказывают заметное влияние на расход реки в меженный период.

Все сказанное выше справедливо в основном для равнинных рек зон умеренного и избыточного увлажнения. Реки засушливых районов на тех или иных участках вообще в течение всего года служат источником питания грунтовых вод.

3. Расчленение гидрографа реки при смешанном ее питании из водоносных горизонтов, гидравлически связанных и гидравлически не связанных с рекой. Методика расчленения гидрографа реки в этом случае сводится к следующим операциям.

Вначале на гидрографе (рис. VI. 1, *а*, *б*) откладывают величину подземного стока из водоносных горизонтов, гидравлически связанных с рекой, по методике, описанной выше. Затем на нижнюю часть выделенного отрезка гидрографа накладывают величину стока из водоносных горизонтов, гидравлически не связанных с рекой. Для этого суммарный дебит родников бассейна реки в летнюю межень (или в другой сезон или дату) умножают на коэффициент динамичности стока их в течение года.

4. Расчленение гидрографа реки при смешанном грунтовом и артезианском питании. В этом наиболее сложном случае строения речного бассейна на гидрографе вначале выделяют грунтовый сток из водоносных горизонтов, гидравлически связанных и не связанных с рекой (рис. VI. 1, *а*, *б*, *в*). Подземный сток из артезианских водоносных горизонтов устанавливают по данным восходящих источников при гидрогеологических съемках или при скрытой разгрузке артезианских вод путем расчета [130].

Рассмотрим далее вопрос об определении среднегодового подземного стока по внутригодовому распределению общего стока. Метод определения среднегодового подземного стока по внутригодовому распределению общего стока равнинных рек предложен Н. П. Лобанской [138]. Суть метода заключается в следующем. По данным

распределения общего стока в многолетнем разрезе устанавливается относительный объем весеннего половодья и паводков за летне-осенние периоды. Оставшийся объем рассматривается как объем среднемноголетнего стока, получаемый за счет подземного питания.

Подземный сток за период половодья принимается равным нулю. В период летне-осенних паводков подземное питание принимается приближенно равным среднему значению расхода воды в начале и конце паводка. Таким образом, в методе Н. П. Лобанской достигается упрощение.

Н. П. Лобанская для 39 пунктов Днепровско-Донецкой впадины и Центрально-Черноземной полосы определила среднегодовой многолетний грунтовый сток по материалам внутригодового распределения стока. Сопоставление полученных результатов с данными Б. И. Куделина показало, что результаты расчетов Н. П. Лобанской отклоняются с занижением в среднем на 10%.

Помимо приведенных здесь методов расчленения гидрографа общего стока реки, предлагались и другие методы определения подземного питания рек: гидрохимические (А. Т. Иванов); гидрологогидрогеологические (С. Ф. Аверьянов); физические, основанные на решении уравнения теплового баланса (В. В. Пиотрович) и некоторые другие.

§ 4. Вычисление модулей и коэффициентов подземного стока

Объем подземного стока, выделенного в нижней части расчлененного гидрографа реки, вычисляется при помощи планиметрирования. Он характеризует годовой расход подземных вод зоны дренирования, относящийся к водосборной площади речного бассейна выше створа измерительной станции, и выражается в кубических метрах.

Наиболее удобной характеристикой величины подземного стока являются модуль и коэффициент подземного стока. Модуль подземного стока выражает расход подземного стока с 1 $км^2$ площади бассейна (в литрах в секунду). Среднегодовой модуль подземного стока $M_{\text{П}}$ вычисляется по формуле:

$$M_{\text{П}} = \frac{1000 \cdot Q_{\text{П}}}{F_1 \cdot 31{,}5 \cdot 10^6} \ [л \cdot сек/км^2], \qquad \text{(VI. 4)}$$

где $Q_{\text{П}}$ — подземный сток за год, определенный по гидрографу, $м^3$;

F — площадь водосбора речного бассейна, $км^2$;

$31{,}5 \cdot 10^6$ — число секунд в году.

Коэффициент подземного стока $k_{\text{П}}$ представляет собой отношение объема подземного стока $Q_{\text{П}}$ к объему выпавших в бассейне осадков X за какой-либо период времени, обычно за год; он выражается в процентах или отвлеченным числом:

$$k_{\text{П}} = \frac{Q_{\text{П}}}{X} \cdot 100\%. \qquad \text{(VI. 5)}$$

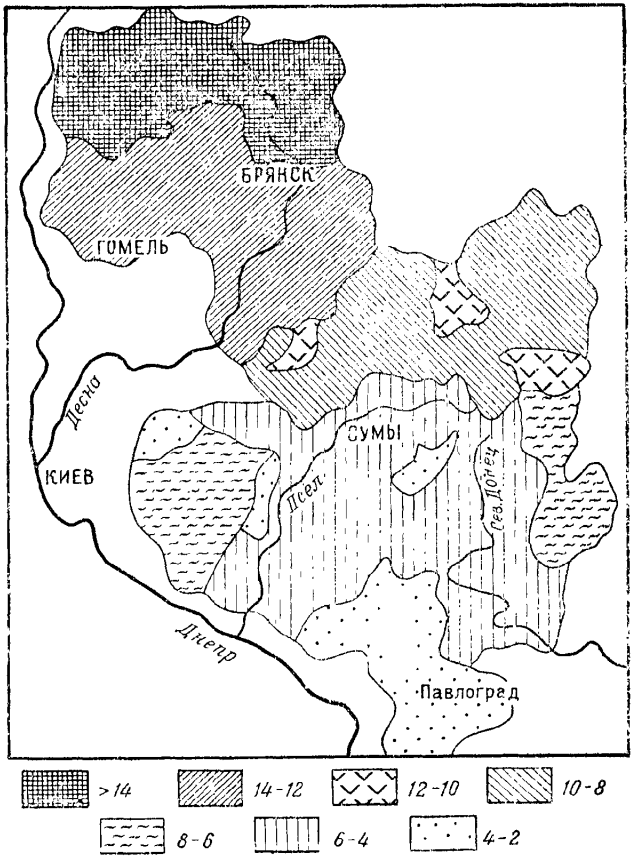


Рис. VI. 2. Схематическая карта среднего годового подземного стока в реки (в миллиметрах). По Б. И. Куделину

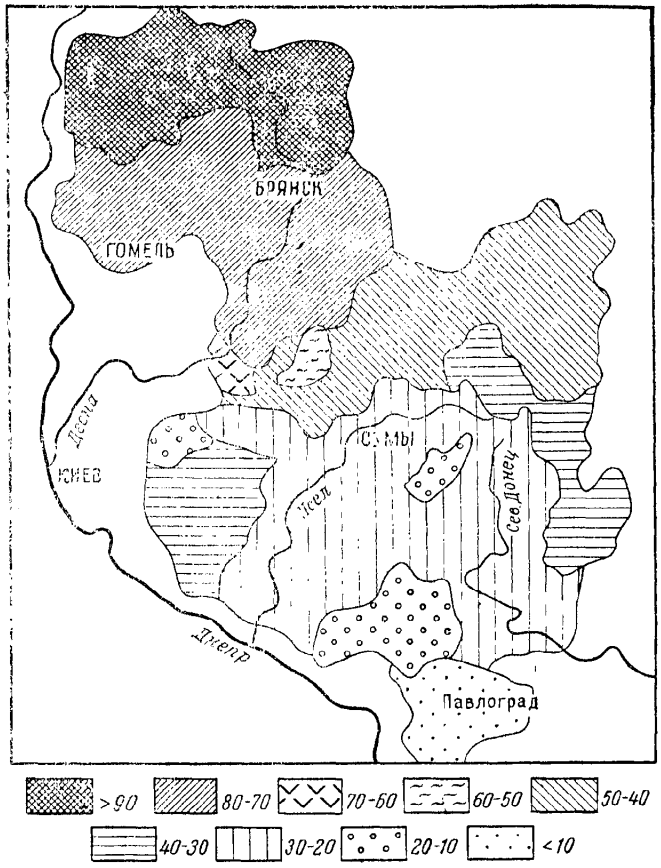


Рис. VI. 3. Схематическая карта средних годовых коэффициентов подземного стока (в процентах). По Б. И. Куделину

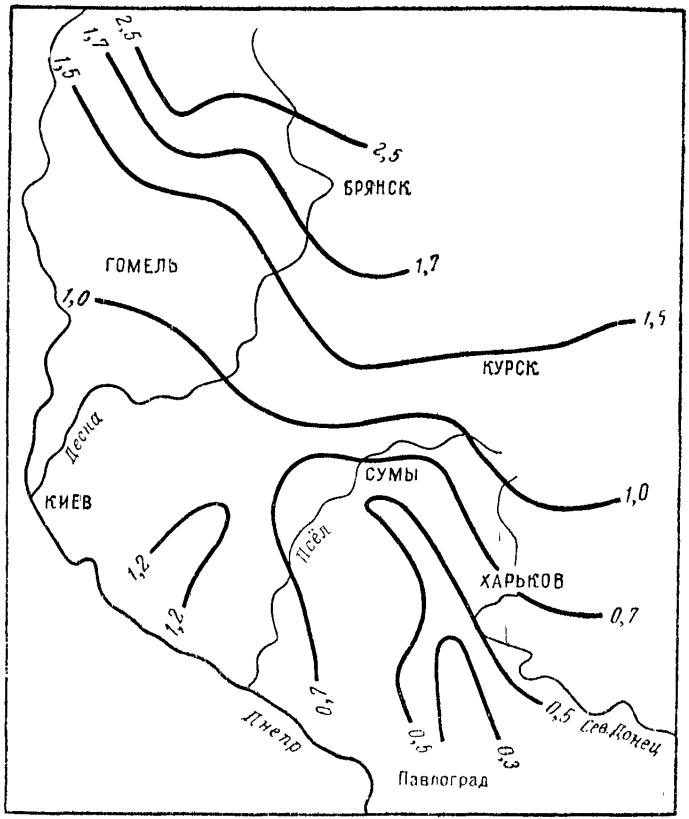


Рис. VI. 4. Схематическая карта изолиний средних годовых модулей подземного стока (в литрах в секунду с 1 км²). По Б. И. Куделину

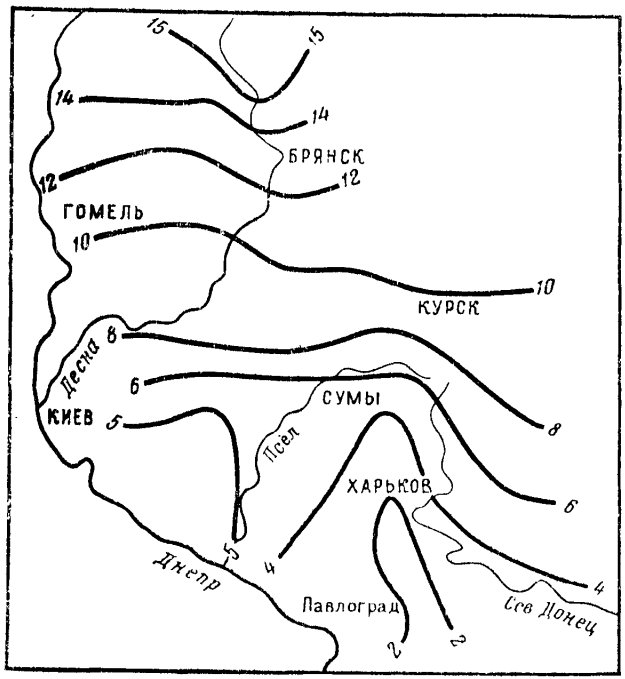


Рис. VI. 5. Схематическая карта изолиний средних годовых коэффициентов подземного стока (в процентах). По Б. И. Куделину

На основании данных о подземном стоке Б. И. Куделин [130] предлагает строить следующие карты, имеющие практическое значение для характеристики естественных ресурсов подземных вод зоны дренирования: среднего годового подземного стока в реку, в миллиметрах (рис. VI. 2); средних годовых коэффициентов подземного стока, в процентах (рис. VI. 3); изолиний средних годовых модулей подземного стока, в литрах в секунду с 1 *км*^{2} (рис. VI. 4); изолиний средних годовых коэффициентов подземного стока, в процентах (рис. VI. 5).

Расчет расхода подземных вод для любой площади водосбора можно произвести, пользуясь картой подземного стока (выраженного в миллиметрах слоя) по формуле:

$$Q = \frac{h \cdot F \cdot 10^6}{365 \cdot 10^3} = 2{,}74 \cdot h \cdot F, \qquad \text{(VI. 6)}$$

где Q — расход подземных вод с площади F, *м*^{3}/*сутки*;
h — слой подземного стока, *мм/год*;
F — площадь водосбора подземных вод, *км*^{2}.

Расчет расхода по изолиниям модулей подземного стока производится по формуле:

$$Q = \frac{M_{\text{П}} \cdot F \cdot 86\,400}{1000} = 86{,}4\ M_{\text{П}} \cdot F, \qquad \text{(VI. 7)}$$

где Q — расход подземных вод с площади F, *м*^{3}/*сутки*;
$M_{\text{П}}$ — модуль подземного стока с 1 *км*^{2}, *л/сек*;
F — площадь водосбора подземных вод, *км*^{2}.

Пользуясь картой средних годовых коэффициентов подземного стока, можно по величине осадков, выпадающих в том или ином районе, определить величину подземного стока по формуле:

$$Q = \frac{k_{\text{П}} \cdot x \cdot F \cdot 10^6}{365 \cdot 10^3} = 2{,}74 \cdot k_{\text{П}} \cdot x \cdot F, \qquad \text{(VI. 8)}$$

где Q — расход подземных вод с площади F, *м*^{3}/*сутки*;
$k_{\text{П}}$ — коэффициент подземного стока;
F — площадь водосбора подземных вод, *км*^{2};
x — величина осадков за год, *мм* слоя.

§ 5. Определение естественных ресурсов артезианских вод путем решения уравнения водного баланса для речного бассейна

Балансом подземных вод называется количественное выражение кругооборота воды в водоносных слоях какого-либо района за определенный промежуток времени. Приходная часть баланса составляется за счет питания подземных вод атмосферными осадками, конденсации водяных паров воздуха, притока подземных вод в изучаемый район с соседних территорий, а также поглощения вод рек,

озер и т. д. Расходную часть баланса составляет отток подземных вод из пределов изучаемой территории, а для неглубоко залегающих грунтовых вод — также испарение.

В гидрогеологической практике существует много примеров определения водного баланса грунтовых вод. Был предложен ряд уравнений, по которым и производится расчет прихода влаги на уровень грунтовых вод. Однако сложность получения всех элементов водного баланса делает этот метод практически применимым лишь для водоносных горизонтов небольшого распространения.

Уравнение водного баланса для замкнутого речного бассейна в наиболее общем виде предложил М. А. Великанов [65]:

$$X = Y + Z + U + m, \tag{VI.9}$$

где X — осадки на площадь водосбора;

Y — речной сток (в скрытом виде сюда входит подземный сток);

Z — испарение за вычетом конденсации;

U — положительное или отрицательное количество всех измеренных запасов влаги (например, возрастание или убывание снежного покрова, подъем или падение уровня грунтовых вод, уровня воды в реке или озере и т. д.);

m — величина водообмена данного бассейна с соседними (положительная или отрицательная).

Частным выражением уравнения (VI. 9) является следующая его форма:

$$X_0 = Y_0 + Z_0, \tag{VI.10}$$

где $X_0 = \frac{\sum x}{h}$ — норма осадков;

$Y_0 = \frac{\sum y}{h}$ — норма стока;

$Z_0 = \frac{\sum z}{h}$ — норма испарения;

$\sum x$, $\sum y$, $\sum z$ — суммы осадков, стока и испарения за n лет, которые справедливы для многолетнего ряда, когда $\frac{1}{n}\sum_{\substack{1\\ n\to\infty}}^{n} u \to 0$, а водообмен с соседними бассейнами (m) отсутствует или настолько мал по сравнению с другими элементами водного баланса, что им можно пренебречь.

В практике гидрологических расчетов уравнение (VI. 10) используется для расчета нормы испарения с площади бассейна, для чего в нем определяется значение Z_0,

$$Z_0 = X_0 - Y_0. \tag{VI.11}$$

Уравнения (VI. 10) и (VI. 11) широко используются начиная с конца прошлого столетия для определения водного баланса и нормы испарения для речных бассейнов и вообще для ограниченных территорий независимо от их гидрогеологического строения. Б. И. Куделин [130] справедливо считает, что это нельзя признать правильным, поскольку трудно ожидать соблюдения условий, принятых при обосновании уравнения (VI. 10), для всех речных бассейнов. Он в связи с этим рассматривает вопрос о применимости уравнения (VI. 10) для некоторых речных бассейнов.

При выводе уравнения (VI. 10) были приняты два ограничения:

$$1)\ \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} u \to 0 \quad \text{и} \quad 2)\ \ m \simeq 0.$$
$$n \to \infty$$

Первое условие, как отмечает Б. И. Куделин, соблюдается для всех речных бассейнов, поскольку убыль влаги в засушливые годы компенсируется прибылью во влажные годы. В пределе для многолетнего ряда можно принять для всех бассейнов, что среднее многолетнее изменение запасов влаги стремится к нулю.

Второе условие не может соблюдаться во всех речных бассейнах, поскольку величина m зависит от геологического строения речных бассейнов, которое остается неизменным и обусловливает определенную направленность процессов подземного стока и водообмена данного бассейна с соседними. В результате этого в зависимости от гидрогеологического строения речных бассейнов в одних случаях m будет иметь положительный знак, в других отрицательный и лишь в частных случаях $m = 0$.

Подземный сток (помимо m) в скрытом виде входит в речной сток. Он формируется за счет той части атмосферных осадков, которая расходуется на питание подземных вод, дренируемых рекой. На основании уравнения (VI. 10) можно сделать заключение, что та часть атмосферных осадков, которая идет на инфильтрацию, за многолетний период через подземный сток полностью возвращается в реку. Но это положение нельзя считать закономерностью для всех речных бассейнов. Если бы равенство осадки = сток + испарение соблюдалось в многолетнем периоде во всех речных бассейнах, то никакая часть осадков и нигде не поступала бы на питание артезианских водоносных горизонтов.

Поэтому для тех речных бассейнов, в которых часть инфильтрующихся атмосферных осадков расходуется на питание глубоких артезианских водоносных горизонтов, нельзя использовать уравнение (VI. 10). Его нельзя применять и для тех речных бассейнов, в которых имеются выходы артезианских вод, поскольку в поверхностном стоке будут участвовать воды глубокого подземного стока, сформировавшиеся из атмосферных осадков и не учитываемые этим уравнением. Уравнение (VI. 10) справедливо только для таких речных бассейнов, в которых артезианские воды перекрыты выдер-

жанным водоупором, а поверхностные и артезианские воды совершенно не имеют между собой связи.

Б. И. Куделин дает следующие частные выражения для уравнения (VI. 10) с учетом различных геоструктурных и гидрогеологических условий.

1. Для речных бассейнов (или их части), расположенных в областях питания артезианских бассейнов:

$$X_0 = Y_0 + Z_0 + I_0, \qquad \text{(VI. 12)}$$

где I_0 — норма инфильтрации или среднемноголетняя величина инфильтрации, идущая на питание глубоких артезианских водоносных горизонтов, по предыдущему $I_0 = \frac{\sum i}{n}$.

2. Для речных бассейнов (или их части), расположенных в областях разгрузки артезианских бассейнов:

$$X_0 = Y_0 + Z_0 - U_0, \qquad \text{(VI. 13)}$$

где U_0 — норма или средняя многолетняя величина глубокого артезианского стока (разгрузки) в речном бассейне; $U_0 = \frac{\sum u}{n}$.

3. Для речных бассейнов (или их части), расположенных как в областях питания, так и в областях разгрузки артезианских бассейнов:

$$X_0 = Y_0 + Z_0 + I_0 - U_0. \qquad \text{(VI. 14)}$$

В общем виде уравнение водного баланса замкнутого речного бассейна для многолетнего ряда имеет вид:

$$X_0 = Y_0 + Z_0 \pm W_0, \qquad \text{(VI. 15)}$$

где W_0 — среднемноголетняя величина инфильтрации в глубокие водоносные горизонты в области питания, величина артезианского стока в области разгрузки или разность между ними.

Расчет норм испарения производится в соответствии с типом речных бассейнов.

В общем виде уравнение для расчета нормы испарения, согласно уравнению (VI. 15), можно записать следующим образом:

$$Z_0 = X_0 - Y_0 \pm W_0. \qquad \text{(VI. 16)}$$

Уравнение среднего многолетнего водного баланса замкнутого речного бассейна (VI. 15) Б. И. Куделин использует для определения естественных ресурсов артезианских бассейнов, решая его относительно W_0:

$$\pm W_0 = X_0 - Y_0 - Z_0. \qquad \text{(VI. 17)}$$

Для подсчета естественных ресурсов артезианских бассейнов по уравнению (VI. 17) норму испарения Z_0 находят как независимый член уравнения водного баланса. Методика расчета и экспериментального измерения суммарного испарения подробно изложена в работе Б. И. Куделина [130].

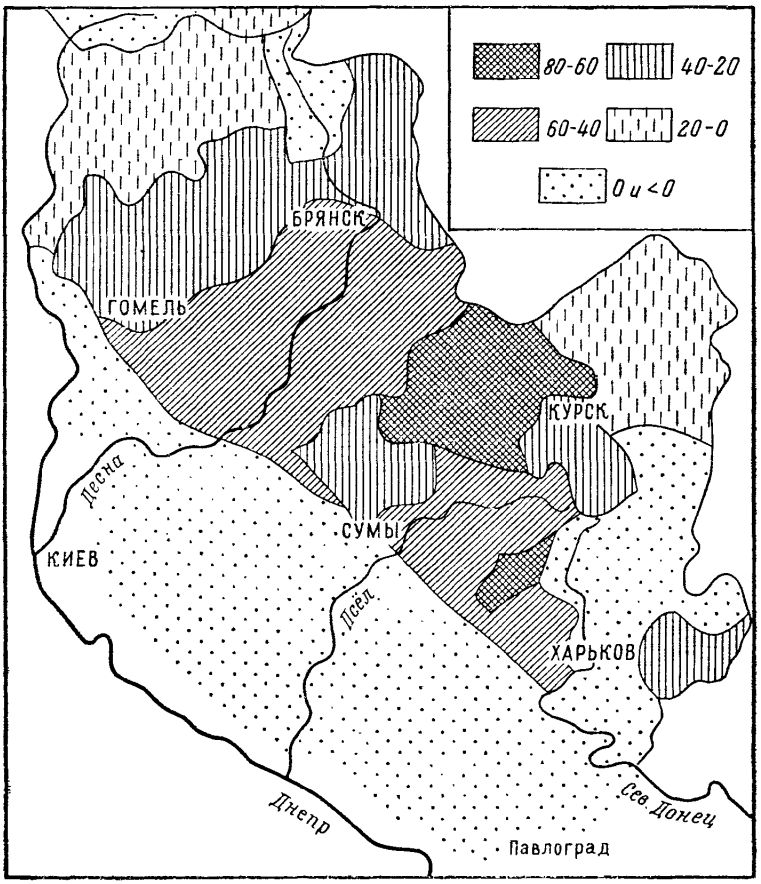


Рис. VI. 6. Схематическая карта средних многолетних величин $\pm w_0$ (в *мм* за год) на территории Днепровско-Донецкого артезианского бассейна. По Б. И. Куделину

Уравнение среднемноголетнего водного баланса (VI. 17) можно применить и для изучения водного баланса бессточных районов. В этом случае $Y_0 = 0$ и общее уравнение среднемноголетнего водного баланса (VI. 17) принимает вид:

$$\pm W_0 = X_0 - Z_0. \qquad \text{(VI. 18)}$$

Такой метод определения естественных ресурсов артезианских вод, сводящийся к выделению в общем водном балансе бассейна

глубокого артезианского стока, т. е. той части подземного стока, которая в области питания артезианского бассейна не дренируется речной сетью, впервые был применен в 1954 г. Б. И. Куделиным для оценки ресурсов артезианских вод Днепровско-Донецкой впадины. Исследуя область питания Днепровско-Донецкого артезианского бассейна, расположенную в верхней части Днепра и его левобережных притоков, он подразделил ее на 11 воднобалансовых участков, которые в свою очередь были разбиты на 26 более мелких частей.

Для каждого из участков значения Y_0 автор получал по материалам густой сети водомерных постов, значение X_0 он вычислял по сведениям о норме осадков метеорологических станций, расположенных в бассейне, значение Z_0 рассчитывал гидрофизическим методом [130].

Среднемноголетние значения величины глубокой инфильтрации W_0, полученные путем расчетов, приведены на рис. VI. 6. Выполненные Б. И. Куделиным воднобалансовые расчеты показали, что средний многолетний дефицит влаги в области питания Днепровско-Донецкой впадины составляет примерно $5 \cdot 10^9$ *м*^{3} в год. Это количество влаги идет на формирование глубокого подземного стока в отложениях палеогена, мезозоя и палеозоя. Расход артезианских вод на 1 *км* фронта потока, обеспеченный инфильтрацией атмосферных осадков, в среднем для всего артезианского бассейна составляет примерно 16 200 *м*^{3}*/сутки*.

Аналогичную работу провели Л. И. Романика и В. И. Клименко [172] по оценке естественных ресурсов Азово-Кубанского артезианского бассейна. Результаты выполненных авторами расчетов показали, что для всей области питания Азово-Кубанского артезианского бассейна общая среднемноголетняя величина атмосферного питания артезианских вод составляет $1892 \cdot 10^6$ *м*^{3} в год, или 1892 *км*^{3} в год. Это количество воды формирует глубокий артезианский сток в пределах всей толщи водоносного комплекса артезианского бассейна.

Рассмотренный метод дает возможность при небольших затратах и в короткие сроки решать вопросы обеспеченности крупных регионов естественными водными ресурсами.

Расчет питания рек напорными подземными водами по методу С. Ф. Аверьянова

Необходимость учета общих гидрогеологических условий при анализе и расчетах гидрологического режима рек подтверждается характерным примером, рассмотренным С. Ф. Аверьяновым [11]. Он рассматривает случай питания рек напорными подземными водами, когда сравнительно небольшие реки, протекающие в тяжелых суглинках и не имеющие явного питания подземными водами, обладают постоянным летним меженным стоком. С. Ф. Аверьянов объясняет это явление взаимодействием водотоков с относительно глубоко залегающими напорными подземными водами.

Для приведенной схемы Аверьянов предлагает следующую формулу определения величины притока напорных вод в реку (рис. VI. 7):

$$Q \simeq \ln \frac{\frac{\pi k \Delta H}{16T}}{\pi (d + \Delta h)}, \qquad \text{(VI. 19)}$$

где Q — приток напорных подземных вод в реку-дрену;
k — коэффициент фильтрации тяжелых суглинков, в которых заложено русло реки;
T — мощность суглинков;
d — ширина реки по урезу воды;
ΔH — превышение пьезометрического напора водоносного пласта над уровнем воды в реке;
Δh — превышение уровня грунтовых вод над уровнем воды в реке.

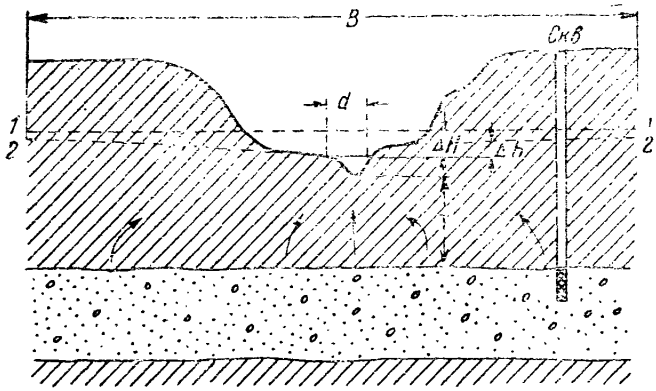


Рис. VI. 7. Схема питания рек напорными подземными водами

1 — 1 — пьезометрическая поверхность напорного водоносного пласта; *2—2* — поверхность грунтовых вод. По С. Ф. Аверьянову

Приведенная формула выведена при условии, что расстояние между водотоками B значительно больше глубины залегания водоносного пласта, т. е. $\frac{B}{T} \geqslant 3$.

Рассматривая конкретный пример, Аверьянов приводит следующие данные: $k = 0{,}1$ *м/сутки*, $\Delta H = 5$ *м*; $T = 20$ *м*; $\Delta h = 2$ *м*; $d = 20$ *м*. Подставляя эти данные в формулу (VI. 19), получим:

$$Q = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 5}{2{,}3 \ln \frac{16 \cdot 20}{3{,}14 (20 + 2)}} = 1{,}03 \text{ } м^3/сутки \text{ на } 1 \text{ } пог \cdot м.$$

Если расстояние между водотоками, аналогичными рассмотренному, равно 5 *км*, то на 1 *км* водотока приходится площадь

$\frac{5000 \cdot 1000}{10\,000} = 500$ *га*, с которой внутренний сток будет равен $Q = 1000 \cdot 1{,}03 = 1030$ *м³/сутки*. Это соответствует модулю стока $q = \frac{1030 \cdot 1000}{500 \cdot 86\,400} = 0{,}024$ *л/сек* с 1 *га*, или 0,00024 *л/сек* с 1 *км²*. Несмотря на слабо проницаемые грунты, величина подземного стока получилась вполне реальная.

Расчет питания артезианского водоносного горизонта по методу П. А. Киселева

Для региональной оценки естественных ресурсов напорного водоносного горизонта или комплекса водоносных пластов существенное значение имеет определение их питания через относительно водоупорные пласты или через «окна» в них на той или иной площади распространения. Для этой цели П. А. Киселев [116] предлагает использовать уравнение баланса грунтовых вод:

$$\mu Z = Q + W, \qquad \text{(VI. 20)}$$

где μ — недостаток насыщения породы;

Z — величина изменения уровня на любой момент времени по сравнению с его положением на начальный момент времени;

Q — боковой отток подземных вод (разность между притоком и оттоком подземных вод) на тот же момент времени;

W — величина питания водоносного пласта за рассматриваемое время на единицу площади.

Для напорных вод $\mu Z = 0$, а величину питания напорного водоносного горизонта можно определить следующей формулой:

$$W_H = -Q_H. \qquad \text{(VI. 21)}$$

В величине W_H учитывается также изменение объемов воды, происходящее за счет упругого режима водоносных пластов.

Расчет величины Q_H для одномерного потока может быть произведен по данным двух, трех, четырех скважин применительно к напорному водоносному горизонту; для двухмерного потока можно использовать данные скважин, расположенных по различным сеткам (квадратной, треугольной и т. д.). В частности, для трех скважин (*1*, *2*, *3*) при одномерном потоке получим (рис. VI. 8):

$$Q_H = \frac{(q_1 - q_2)_1 \Delta t_1 + (q_1 - q_2)_2 \Delta t_2 + \ldots + (q_1 - q_2)_n \Delta t_n}{0{,}5\,(l_1 + l_2)}, \qquad \text{(VI. 22)}$$

где q_1 и q_2 — расходы напорного потока в средних сечениях между скв. *1* и *2*; *2* и *3*, вычисленные по формулам динамики подземных вод;

l_1 и l_2 — расстояния между скв. *1* и *2*; *2* и *3*;

$\Delta t_1, \Delta t_2 \ldots \Delta t_n$ — отрезки времени, для которых определяются разности расходов $(q_1 - q_2)_1 (q_1 - q_2)_2 \ldots (q_1 - q_2)_n$.

Общая величина питания V_F артезианского водоносного горизонта на той или иной площади F его распространения определяется по формуле:

$$V_F = -Q_H F = W_H F. \qquad \text{(VI. 23)}$$

Пример. Напорный водоносный горизонт, сложенный песками (см. рис. VI. 8), имеет среднюю мощность $m = 20$ *м*, коэффициент фильтрации песков $k = 5$ *м/сутки*. Верхний и нижний гли-

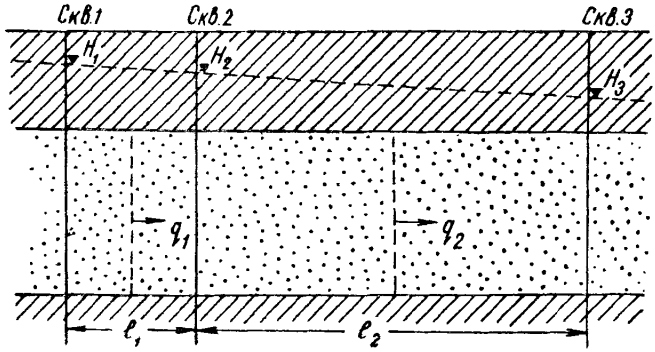


Рис. VI. 8. Схема потока к расчету ресурсов напорного водоносного горизонта. По П. А. Киселеву

нистые водоупорные пласты местами опесчанены. Скв. *1*, *2*, *3* с отметками уровня H_1, H_2, H_3 расположены между собой на расстояниях $l_1 = 979$ *м* и $l_2 = 3015$ *м*.

Требуется определить: величину питания W_H напорного водоносного пласта на единицу площади его распространения; общую величину питания V_F на площади в 10 000 *км*^{2}, а также модуль питания водоносного пласта $M_{\text{ВП}}$ (в *л/сек* на 1 *км*^{2}) на указанной площади.

Расчет расходов производим по формуле для напорного водоносного пласта:

$$q = km \frac{H_1 - H_2}{l_2}.$$

Вначале определяем величину Q_H. Значения Q_H за период режимных наблюдений с 19. III по 16. V, рассчитанные по формуле (VI. 22), приведены в таблице.

Дата	Δt суток	Отметки уровня, *м*			q_1, *м³/сутки*	q_2, *м³/сутки*	$Q_H = \sum_1^n \frac{(q_1 - q_2)\,\Delta t}{0{,}5\,(l_1 + l_2)}$	
		H_1	H_2	H_3			*м*	*мм*
19. III	—	—	—	—	—	—	—	—
1. IV	13	118,32	117,61	115,17	0,072	0,081	—0,0000586	—0,0586
7. IV	6	118,37	117,67	115,16	0,071	0,083	—0,0000946	—0,0946
13. IV	6	118,39	117,70	115,28	0,070	0,080	—0,0001246	—0,1246
25. IV	12	118,38	117,73	115,32	0,066	0,080	—0,0002087	—0,2087
1. V	6	118,28	117,72	115,31	0,057	0,080	—0,0002778	—0,2778
10. V	9	118,13	117,68	115,26	0,046	0,080	—0,0004310	—0,4310
16. V	6	118,10	117,64	115,25	0,047	0,079	—0,0005271	—0,5271

Согласно формуле (VI. 21), имеем $W_H = 0{,}5271$ *мм* $= 0{,}0005271$ *м* на 1 *м²* площади распространения пласта. По формуле (VI. 23) общее питание на площади 10 000 *км²* равно:

$$V_F = 0{,}0005271 \cdot 10\,000 \cdot 1\,000\,000 = 5{,}271 \text{ млн. } м^3,$$

или 527,1 *м³* на 1 *км²*.

Модуль питания водоносного пласта будет равен:

$$M_{вп} = 527{,}1 \cdot 1\,000 : (58 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) = 0{,}105 \text{ } л/сек.$$

Глава седьмая

ПРОГНОЗ РЕЖИМА ГРУНТОВЫХ ВОД НА ОРОШАЕМЫХ ТЕРРИТОРИЯХ

Проблема управления режимом грунтовых вод в связи с орошением является главнейшей в проектировании, строительстве и эксплуатации оросительных систем, поскольку от положения уровня и химического состава этих вод, их изменений в будущем зависят мелиоративное состояние земель и продуктивность сельского хозяйства. Для решения этой проблемы, например путем применения различных типов дренажа, нормирования режима полива, внедрения передовых методов агротехники и т. п., требуется составление прогнозов предстоящего изменения режима грунтовых вод для заданных проектом граничных и начальных условий.

По существу, составление прогнозов режима грунтовых вод является наиболее ответственной частью проектирования оросительных систем — при оросительных мелиорациях и частью проектирования дренажных систем — при осушительных мелиорациях. Вместе с тем решение задач по прогнозу изменения режима грунтовых вод является обратным решению задач по анализу этого режима в аналогичных природных и водохозяйственных условиях. Такой анализ заключается в определении инфильтрационного питания и выполняется по тем же зависимостям динамики подземных вод, что и прогноз режима их.

Анализ режима грунтовых вод на орошаемых территориях (М. М. Крылов [128], С. Ф. Аверьянов [10], А. В. Лебедев [134] и др.) выполняется с целью составления баланса этих вод, в частности — определения их питания (инфильтрации сверху и испарения), параметров водоносных пластов, количественной оценки различных факторов, определяющих приходные и расходные элементы водного и солевого балансов и т. п. Результаты анализа водного баланса используются непосредственно для прогноза последующих изменений режима грунтовых вод для вновь заданных водохозяйственных условий — реконструкции оросительных систем, освоения новых земель, их корренной мелиорации и т. п.

Прогнозы режима грунтовых вод на орошаемых территориях по их назначению можно разделить на следующие типы:

1. Прогноз изменения уровня грунтовых вод на небольших площадях в зоне влияния магистральных и оросительных каналов, а также дрен, для количественной оценки роли этих каналов в изменении положения грунтовых вод, определения фильтрационных потерь из каналов или дренажного стока. Такой прогноз необходим для выбора типов дрен, конструкции каналов, определения их к. п. д. и пр.

2. Прогноз изменения режима грунтовых вод на больших территориях под влиянием системы каналов и дрен для региональной оценки будущего положения этих вод в пределах целых оросительных систем, что важно для проектирования режимов орошения в целом.

По применяемым методам выполнения эти прогнозы делятся следующим образом:

1) составленные на основании аналитических решений дифференциальных уравнений неустановившегося движения;

2) составленные с помощью численного (конечно-разностного) решения тех же уравнений;

3) составленные водно-балансовым методом;

4) составленные с помощью методов вариационной статистики;

5) составленные на основе моделирования динамики подземных вод для заданных граничных и начальных условий на гидро- и электроинтеграторах.

В качестве средств для выполнения большинства этих прогнозов могут быть использованы счетно-решающие устройства и, в частности, аналоговая сеточная машина УСМ-1. Все эти виды прогнозов необходимы для выбора конструкций оросительной сети, корректирования планов водопользования, обоснования дренажа и других мер по управлению режимом грунтовых вод. При написании этой главы автором были широко использованы работы С. Ф. Аверьянова [10], А. Н. Костякова [124, 125], Н. Н. Фаворина [191], М. М. Крылова [128], А. В. Лебедева [134, 136] и др.

Основные закономерности режима грунтовых вод на орошаемых территориях сводятся к следующему:

1. Главнейшими причинами изменения уровня и химического состава грунтовых вод на орошаемых территориях являются изменения соотношений между приходными и расходными элементами их баланса, режим орошения, агротехнические и гидромелиоративные мероприятия, направленные на поддержание оптимального водного и солевого режимов почво-грунтов, необходимых для интенсификации сельскохозяйственного производства.

2. При слабом естественном оттоке грунтовых вод и их недостаточном искусственном дренаже может происходить прогрессирующий подъем этих вод к дневной поверхности, что угрожает вторичным засолением или заболачиванием земель.

3. По достижении уровня грунтовых вод определенных (критических) глубин от поверхности земли усиленное расходование их на испарение и транспирацию растительностью может ограничить дальнейший подъем уровня воды, но в то же время поставит эти воды и почвы под угрозу засоления.

4. В процессе формирования режима устанавливается относительно постоянный характер изменений уровня, определяемый условиями питания и дренирования территории.

5. Колебания уровней поверхностных вод отражаются на уровне грунтовых вод, причем наблюдается постепенное уменьшение амплитуды колебаний по мере удаления от источников питания.

6. Под влиянием поливов формируются бугры грунтовых вод, размеры которых изменяются во времени и пространстве в зависимости от вновь сложившихся граничных условий — изменения положений уровней воды в каналах, дренах.

7. Режим грунтовых вод на орошаемых территориях как проявление их неустановившегося движения может быть различным в зависимости от знака их годового баланса (накопление вод в различные сезоны года или убыль их при искусственном регулировании подземного стока), а также в зависимости от тех или иных воздействующих на режим ирригационных факторов.

Более подробные сведения по этим вопросам можно найти в работах Н. Н. Фаворина [191], М. М. Крылова [128], Д. М. Кац [113] и др.

В изучении режима грунтовых вод с целью определения необходимых для прогноза параметров водоносных пластов, выяснения в натуре схем фильтрации, баланса грунтовых вод и т. п. большую роль играют стационарные наблюдения (М. М. Крылов [128], А. Ф. Сляднев [181], А. В. Лебедев [136] и др.), проводимые в настоящее время гидрогеологическими станциями в СССР.

В процессе составления прогноза режима грунтовых вод решаются следующие вопросы:

1. Характер изменения уровней грунтовых вод на орошаемых территориях.

2. Продолжительность периода наступления относительной стабилизации уровней.

3. Расчет основных показателей водного баланса в годовом разрезе для новых условий орошения с целью обоснования методов управления режимом грунтовых вод.

§ 1. Применение аналитических решений дифференциальных уравнений неустановившегося движения

На орошаемых территориях и вблизи от них в зависимости от длины потока и характера граничных условий встречаются различные типы грунтовых потоков: полуограниченный, неограниченный и ограниченный с двух сторон каналами или дренами.

Основные дифференциальные уравнения и их решения для этих потоков рассмотрены в § 3 главы третьей, посвященном описанию

одномерной неустановившейся фильтрации. Здесь мы рассмотрим применение этих решений для полуограниченного и неограниченного потоков в условиях орошения, а также методы решения аналогичных задач для коротких потоков, ограниченных с двух сторон, которые часто встречаются на орошаемых территориях. Большинство приводимых решений заимствовано из работы С. Ф. Аверьянова [10].

Полуограниченный поток

В случае практически быстрого изменения горизонта воды в канале и отсутствия инфильтрационного питания сверху ($w = 0$) по данным о колебаниях уровня грунтовых вод в прибрежной зоне с помощью формулы

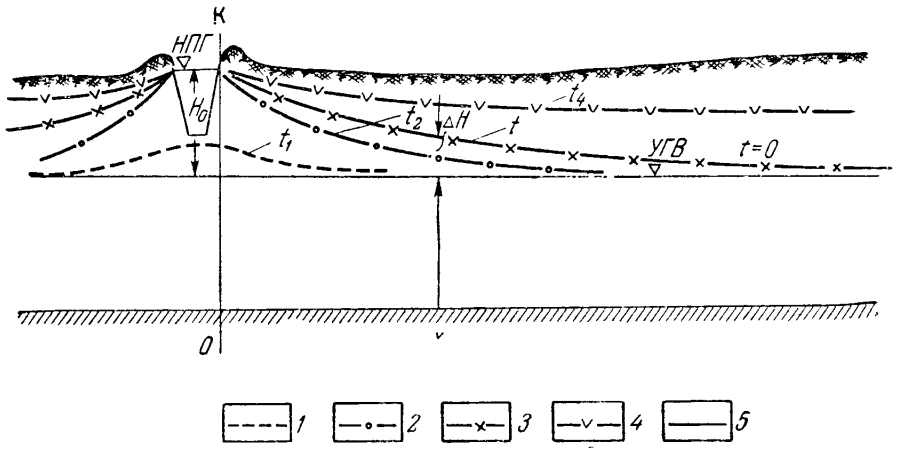


Рис. VII. 1. Схема изменения уровня грунтовых вод в зоне влияния канала

1—4 — кривые депрессии на различные моменты времени; *5* — первоначальный уровень грунтовых вод

(III. 47, *а*) можно вычислить весьма важный для прогноза режима грунтовых вод коэффициент уровнепроводности пласта:

$$a = \frac{kh_{ср}}{\mu},$$

где k — коэффициент фильтрации;
$h_{ср}$ — средняя мощность потока;
μ — коэффициент водоотдачи.

Такой случай может иметь место при глубоком (более 4—5 *м*) залегании уровня грунтовых вод, отсутствии поливов и выпадения осадков, например, в холодное время года, когда восходящий капиллярный ток влаги от зеркала грунтовых вод ничтожно мал, а испарение с поверхности близко к нулю (рис. VII. 1).

Пример. В прибрежной зоне канала за период с 1. X по 1. XI уровень грунтовых вод по скв. 1 снизился на 0,40 *м*, а горизонт воды в канале вскоре после

1. X установился ниже первоначального на 1,20 *м*. Расстояние скважины от уреза воды в канале 200 *м*. Требуется вычислить коэффициент уровнепроводности a.

Р е ш е н и е. Согласно формуле (III. 47, *а*), имеем:

$$\Phi(\lambda) = 1 - \frac{\Delta H}{\Delta H^0} = 1 - \frac{0{,}40}{1{,}20} = 0{,}666.$$

По таблице, помещенной в приложениях, зная $\Phi(x)$, находим $\lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}} = 0{,}68$, откуда при $x = 200$ *м*, $t = 31$ сутки;

$$a = \frac{x^2}{4\lambda^2 t} = \frac{200^2}{4 \cdot 0{,}68^2 \cdot 31} = 695 \text{ м}^2/\text{сутки}.$$

Если коэффициент водоотдачи $\mu = 0{,}10$, а средний коэффициент фильтрации водоносного пласта $k = 1{,}5$ *м/сутки*, то для этого примера средняя мощность грунтового потока составит:

$$h_{ср} = \frac{\mu a}{k} = \frac{0{,}10 \cdot 695}{1{,}5} = 46{,}3 \text{ м}.$$

Пользуясь формулой (III. 47, *а*), можно составить ряд вспомогательных формул для расчета времени t и расстояния x от канала для различных величин относительного изменения уровня грунтовых вод $\frac{\Delta H}{\Delta H^0}$ в данном сечении потока. Приводим эти формулы (по С. Ф. Аверьянову [10]).

Переменные	При значениях $\frac{\Delta H}{\Delta H^0}$			
	1%	2%	3%	4%
x	$3{,}64\sqrt{\frac{kh_{ср}t}{\mu}}$	$3{,}30\sqrt{\frac{kh_{ср}t}{\mu}}$	$2{,}78\sqrt{\frac{kh_{ср}t}{\mu}}$	$2{,}34\sqrt{\frac{kh_{ср}t}{\mu}}$
t	$0{,}076\frac{\mu x^2}{kh_{ср}}$	$0{,}092\frac{\mu x^2}{kh_{ср}}$	$0{,}130\frac{\mu x^2}{kh_{ср}}$	$0{,}153\frac{\mu x^2}{kh_{ср}}$

Зная k, $h_{ср}$, μ, можно для заданных относительных изменений уровня $\frac{\Delta H}{\Delta H^0}$ в данном сечении потока x вычислить соответствующее время t установления этих изменений. Можно и, наоборот, определить расстояние x от канала, на котором будет наблюдаться заданное относительное изменение уровня $\frac{\Delta H}{\Delta H^0}$ через определенное время t, считая последнее от начала подъема горизонта воды в канале. Таким путем определяется размер зоны влияния каналов.

Расход воды, идущей на фильтрацию из канала в обе стороны от него, определяем по формуле:

$$Q_{x=0} = \frac{2}{\sqrt{\pi t}} \Delta H^0 \sqrt{\mu k h_{ср}}. \qquad \text{(VII. 1)}$$

Этой формулой можно пользоваться и в случае коротких потоков, т. е. когда вблизи первого канала на расстоянии $2L$ проходит другой, но при непременном соблюдении условия, чтобы относительное время, считая после начала работы канала, было определено из соотношения, приведенного С. Ф. Аверьяновым в его работе [10], где дается детальный анализ режима грунтовых вод и условий фильтрации из канала для рассматриваемых задач:

$$\beta_0 < 0{,}50,$$

где

$$\beta_0 = \frac{t}{\tau}, \quad \tau = \frac{\mu L^2}{kh_{ср}}.$$

Как указывает С. Ф. Аверьянов [10], «для начального периода работы канала ($\beta_0 < 0{,}50$) длина потока не играет существенной роли и не отражается на значениях расходов и объемов воды, так как они определяются теми же зависимостями, что и для очень длинного потока».

В случае равномерного во времени подъема или понижения уровня воды в канале или дрене (при $x = 0$), когда изменение этого уровня приближается к линейному закону, для решения задач по прогнозу режима грунтовых вод можно применить формулу (III. 50). При этом расчет параметра a по данным о колебаниях уровня в прибрежной зоне и расчет ожидаемых уровней на заданные моменты времени аналогичны расчету по формуле (III. 47, *а*). Для этих же целей служит таблица значений функции $R(\lambda)$, приведенная в приложениях.

Для определения времени заданного подъема уровня грунтовых вод на различных расстояниях от канала и для выяснения зоны влияния последнего можно воспользоваться формулами, заимствованными у С. Ф. Аверьянова.

Переменные	При значениях $\frac{\Delta H}{\Delta H^0}$			
	1%	2%	5%	10%
x	$2{,}96\sqrt{\frac{kh_{ср}t}{\mu}}$	$2{,}56\sqrt{\frac{kh_{ср}t}{\mu}}$	$2{,}06\sqrt{\frac{kh_{ср}t}{\mu}}$	$1{,}66\sqrt{\frac{kh_{ср}t}{\mu}}$
t	$0{,}114\frac{\mu x^2}{kh_{ср}}$	$0{,}153\frac{\mu x^2}{kh_{ср}}$	$0{,}226\frac{\mu x^2}{kh_{ср}}$	$0{,}363\frac{\mu x^2}{kh_{ср}}$
β	0,114	0,153	0,226	0,363

В этой таблице величина $\beta = \frac{t}{\tau_x}$ представляет собой относительное время; τ_x — время стабилизации потока, которое равно:

$$\tau_x = \frac{\mu x^2}{kh_{ср}}. \qquad \text{(VII. 2)}$$

Величина τ_x показывает порядок времени, за которое поток конечной длины после возмущения достигает нового, более или менее стационарного режима. С увеличением коэффициента уровнепроводности $a = \frac{kh_{ср}}{\mu}$ время стабилизации τ_x уменьшается. В этом случае поток становится легко управляемым, так как изменения горизонтов воды на его краях (например, каналах) относительно быстро передаются в глубь берегов. И наоборот, высокие значения времени τ_x указывают на большую инертность потока в смысле передачи колебаний уровня.

Расход неустановившегося потока грунтовых вод в обе стороны от канала определяется по С. Ф. Аверьянову [10] из выражения:

$$Q_{x=0} = \frac{\Delta H^0}{T} t \cdot 4 \sqrt{\frac{\mu k h_{ср}}{\pi t}}, \qquad \text{(VII.3)}$$

где T — время подъема горизонта воды в канале ($x = 0$) на величину ΔH^0;

t — время подъема уровня грунтовых вод на расстоянии x.

Сравнивая (VII. 1) и (VII. 3), можно видеть, что расход воды на фильтрацию из канала при постепенном и равномерном поднятии в нем горизонта воды от 0 до ΔH^0 вдвое больше расхода, соответствующего тому же времени после мгновенного поднятия горизонта и поддержания его в течение того же времени. Подъем уровня грунтовых вод при $t = T$, в первом случае — при равномерном подъеме, не только меньше, чем при мгновенном увеличении напора, но и распространяется на меньшее расстояние в стороны.

При наличии инфильтрационного питания грунтовых вод ($w > 0$) или при испарении ($w < 0$), которые сочетаются со следующими условиями: 1) линейное изменение уровня на конце полуограниченного потока, т. е. $\Delta H\,(0,\ t) = vt$; 2) начальное условие $\Delta H\,(x,\ 0) = 0$, решение уравнения (III. 45), данное А. В. Лебедевым, можно записать в следующем виде:

$$\Delta H\,(x,\ t) = \frac{wt}{\mu}\,[1 - R\,(\lambda)] + \Delta H\,(0,\ t)\,R\,(\lambda), \qquad \text{(VII.4)}$$

где $\Delta H\,(x,\ t)$ — изменение уровня грунтовых вод в сечении x за время t, измеренное после начала подъема уровня на конце потока ($x = 0$);

$\Delta H\,(0,\ t)$ — изменение уровня воды за то же время в начальном сечении $x = 0$, которое обычно принимается на урезе воды в канале.

Зная коэффициент уровнепроводности $a = \frac{kh_{ср}}{\mu}$, а также фактический график колебаний уровня грунтовых вод по скважине и горизонта воды в канале, можно для данной расчетной схемы с помощью формулы (VII. 4) найти величину интенсивности питания грунтовых вод w при равномерном подъеме уровней.

Для составления прогноза подъема уровня грунтовых вод под влиянием инфильтрации поливных вод, осадков и колебания горизонтов воды в каналах выполняется обратный ход расчета, для которого величину интенсивности питания w следует уточнять на основании нормы полива.

Если график изменений горизонта воды в канале во времени имеет характер ломаной линии, то необходимо воспользоваться методом сложения течений, как это сделано выше (см., например, формулы (III. 48), (III. 49) и др.).

Заметим, что первое слагаемое в формуле (VII. 4) выражает величину изменения уровня грунтовых вод в водоносном пласте в результате питания сверху за время t при $w = \text{const}$ и краевых условиях: $\Delta H(0, t) = 0$, $\Delta H(x, 0) = 0$, (см. формулу III. 56). Второе слагаемое в формуле (VII. 4) отвечает изменению уровня, вызванному изменением горизонта воды в канале при $x = 0$ и $w = 0$.

Неограниченный поток, получающий питание на полосе большой длины

Такой случай движения встречается часто в условиях орошения. Как указывает С. Ф. Аверьянов [10], здесь характерно отсутствие подземного оттока в какие-либо дрены, но происходит отток за пределы орошаемых массивов, в сторону неорошаемых земель.

Решение задач по прогнозу уровня грунтовых вод при полосообразном размещении орошаемых земель, где $w = \text{const}$, когда соответствующая полоса прямолинейна и имеет большую длину среди неограниченного потока, сводится к применению формулы (III. 57), полученной для данных условий (рис. VII. 2).

По С. Ф. Аверьянову [10], в отсутствии подпитывания напорными водами расчетные формулы можно написать следующим образом:

а) для внешней области ($|x| \geqslant L$)

$$\Delta H(x, t) = \frac{wt}{\mu}\left\{\frac{[1-R(\lambda_1)]-[1-R(\lambda_3)]}{2}\right\}; \qquad \text{(VII. 5)}$$

б) для внутренней области ($|x| \leqslant L$)

$$\Delta H(x, t) = \frac{wt}{\mu}\left\{\frac{[1-R(\lambda_1)]+[1-R(\lambda_2)]}{2}\right\}, \qquad \text{(VII. 6)}$$

здесь

$$\left.\begin{aligned}\lambda_1 &= \lambda_0(1+\bar{x}),\\ \lambda_2 &= \lambda_0(1-\bar{x}),\\ \lambda_3 &= \lambda_0(\bar{x}-1),\end{aligned}\right\}, \qquad \text{(VII. 7)}$$

где

$$\lambda_0 = \frac{L}{2\sqrt{at}} = \frac{1}{2\sqrt{\beta_0}};$$

$$\beta_0 = \frac{t}{\tau},$$

$$\tau = \frac{\mu L^2}{k h_{ср}};$$

$$\bar{x} = \frac{x}{L},$$

$2L$ — ширина поливной полосы.

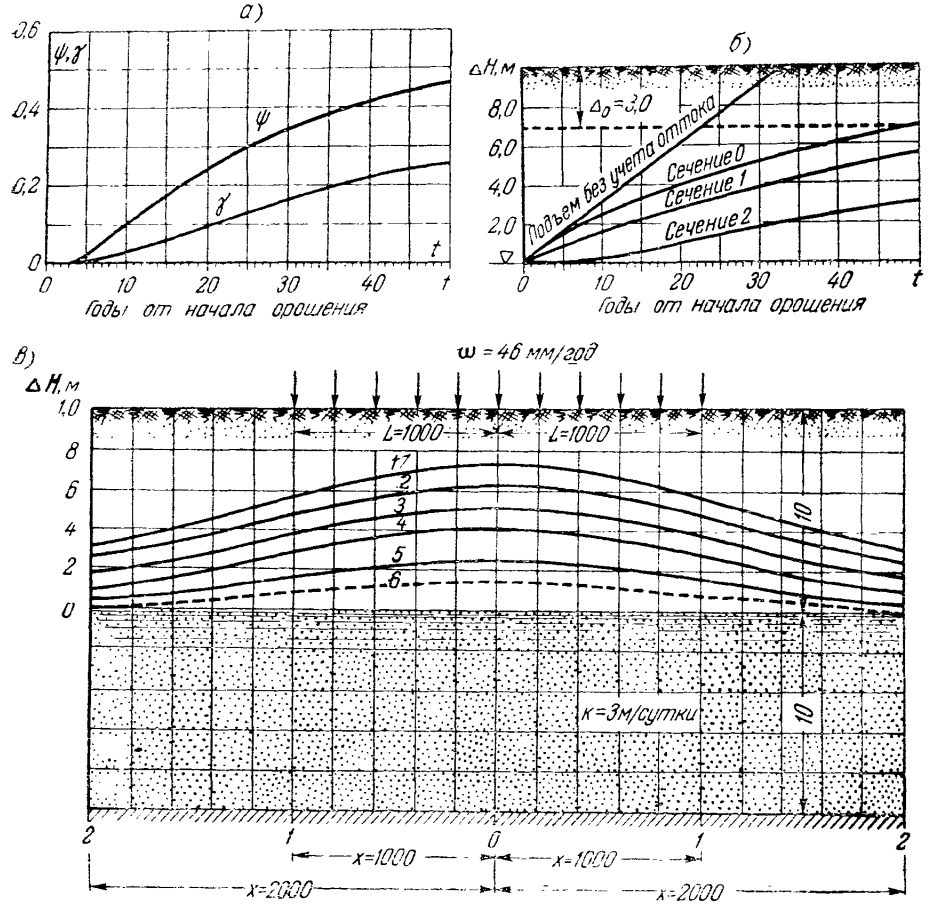


Рис. VII. 2. Подъем поверхности грунтовых вод под орошаемым массивом и динамика подземного оттока. По С. Ф. Аверьянову

а — изменение с течением времени расхода (ψ) и объема (γ) подземного оттока за пределы орошаемого массива в долях от расхода питания грунтовых вод $Q_0 = 2wL$ и объема питания $w_0 = Q_0 t$; *б* — подъем поверхности грунтовых вод ΔH (в метрах) с течением времени в различных сечениях; *в* — поверхности грунтовых вод под орошаемым массивом и в стороне от него через различные сроки после начала орошения

Если перейти к относительному времени, то можно (VII. 7) представить в виде:

$$\left.\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}\left(1+\sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}}\right)\\ \lambda_2 &= \frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}\left(1-\sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}}\right)\\ \lambda_3 &= \frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}\left(\sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}}-1\right)\end{aligned}\right\}, \qquad \text{(VII. 8)}$$

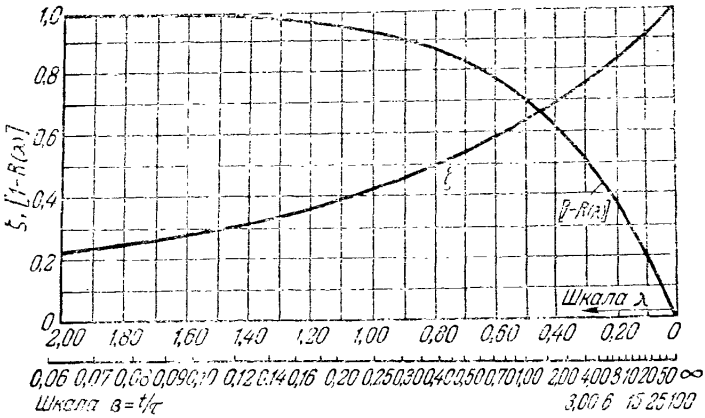


Рис. VII. 3. Зависимость $[1 - R(\lambda)]$ и ζ от λ и β. По С. Ф. Аверьянову

где $\beta = \dfrac{t}{\tau_x}$ — относительное время для данного сечения, находящегося на расстоянии x от центра полосы полива;

$\tau_x = \dfrac{\mu x^2}{kh_{\text{ср}}}$ — время стабилизации для сечения x;

$\beta_0 = \dfrac{t}{\tau}$ — относительное время для границы массива, т. е. для $x = L$;

$\tau = \dfrac{\mu L^2}{kh_{\text{ср}}}$ — время стабилизации для границ потока.

Пользование формулами (VII. 5), (VII. 6) не представит труда, если составить более детальный график функции $R(\lambda)$ или $1 - R(\lambda)$, как это сделал С. Ф. Аверьянов (рис. VII. 3), и воспользоваться его таблицей.

Согласно сказанному выше, для каждого значения λ можно написать выражения для относительных времен в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}\beta_1 &= \frac{\beta_0}{(1+\bar{x})^2} = \frac{kh_{\text{ср}}t}{\mu(x+L)^2} && \text{для } \lambda_1,\\ \beta_2 &= \frac{\beta_0}{(1-\bar{x})^2} = \frac{kh_{\text{ср}}t}{\mu(L-x)^2} && \text{для } \lambda_2,\\ \beta_3 &= \frac{\beta_0}{(\bar{x}-1)^2} = \frac{kh_{\text{ср}}t}{\mu(x-L)^2} && \text{для } \lambda_3.\end{aligned}\right\} \qquad \text{(VII. 9)}$$

Значения функции $R(\lambda)$ для различных β и λ приведены в табл. VII. 1.

Таблица VII. 1

Расчетная таблица функций

β_0	$\lambda=\frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}$	2λ	$R(\lambda)$	$1-R(\lambda)$	ψ	$1-\psi$	γ	$1-\gamma$	ν
0,00	∞	∞	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000	1,00
0,05	2,24	4,47	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000	1,00
0,10	1,58	3,16	0,006	0,994	0,000	1,000	0,000	1,000	0,99
0,20	1,12	2,24	0,037	0,963	0,002	0,998	0,000	1,000	0,96
0,30	0,913	1,83	0,076	0,924	0,010	0,990	0,002	0,998	0,93
0,40	0,791	1,58	0,116	0,884	0,025	0,975	0,006	0,994	0,89
0,50	0,707	1,41	0,151	0,849	0,046	0,954	0,012	0,988	0,86
0,60	0,646	1,29	0,182	0,818	0,068	0,932	0,019	0,981	0,83
0,70	0,598	1,20	0,210	0,790	0,091	0,909	0,028	0,972	0,81
0,80	0,559	1,12	0,236	0,764	0,114	0,886	0,037	0,963	0,79
0,90	0,527	1,05	0,259	0,741	0,136	0,864	0,047	0,953	0,78
1,0	0,500	1,00	0,280	0,720	0,157	0,843	0,057	0,943	0,76
1,5	0,408	0,816	0,361	0,639	0,249	0,751	0,106	0,894	0,72
2,0	0,354	0,707	0,417	0,583	0,317	0,683	0,151	0,849	0,68
2,5	0,316	0,632	0,463	0,537	0,371	0,629	0,190	0,810	0,66
3,0	0,289	0,577	0,497	0,503	0,415	0,585	0,225	0,775	0,65
4,0	0,250	0,500	0,549	0,451	0,480	0,520	0,280	0,720	0,63
5,0	0,224	0,447	0,587	0,413	0,527	0,473	0,325	0,675	0,61
6,0	0,204	0,408	0,616	0,384	0,564	0,436	0,361	0,639	0,60
7,0	0,189	0,378	0,639	0,361	0,593	0,407	0,392	0,608	0,59
8,0	0,177	0,354	0,658	0,342	0,617	0,383	0,417	0,583	0,59
9,0	0,167	0,333	0,675	0,325	0,638	0,362	0,442	0,558	0,58
10,0	0,158	0,316	0,689	0,311	0,655	0,345	0,463	0,537	0,58
12	0,144	0,289	0,713	0,287	0,683	0,317	0,497	0,503	0,57
14	0,134	0,267	0,732	0,268	0,706	0,294	0,526	0,474	0,57
16	0,125	0,250	0,747	0,253	0,724	0,276	0,549	0,451	0,56
18	0,118	0,236	0,760	0,240	0,739	0,261	0,569	0,431	0,56
20	0,112	0,224	0,771	0,229	0,751	0,249	0,587	0,413	0,55
25	0,100	0,200	0,793	0,207	0,777	0,223	0,622	0,378	0,55
30	0,091	0,183	0,810	0,190	0,796	0,204	0,648	0,352	0,54
35	0,085	0,169	0,822	0,178	0,811	0,189	0,671	0,329	0,54
40	0,079	0,158	0,833	0,167	0,823	0,177	0,689	0,311	0,54
50	0,071	0,141	0,849	0,151	0,842	0,158	0,720	0,280	0,54
60	0,065	0,129	0,862	0,138	0,855	0,145	0,739	0,261	0,53
70	0,060	0,120	0,872	0,128	0,865	0,135	0,756	0,244	0,52
80	0,056	0,112	0,880	0,120	0,874	0,126	0,771	0,229	0,52
90	0,053	0,105	0,887	0,113	0,882	0,118	0,784	0,216	0,52
100	0,050	0,100	0,892	0,108	0,887	0,113	0,793	0,207	0,52
150	0,041	0,082	0,911	0,089	0,908	0,092	0,828	0,172	0,52
200	0,035	0,071	0,922	0,078	0,920	0,080	0,849	0,151	0,52
300	0,029	0,058	0,938	0,062	0,935	0,065	0,878	0,122	0,51
400	0,025	0,050	0,946	0,054	0,944	0,056	0,892	0,108	0,50

Для расчета величины подъема уровня грунтовых вод под центром орошаемого массива необходимо принять $\bar{x}=0$, что дает:

$$\Delta H(0, t)=\frac{wt}{\mu}[1-R(\lambda_0)]. \qquad \text{(VII. 10)}$$

Здесь обозначения прежние.

Вместе с последней формулой действительно также уравнение связи изменения уроня с расходом потока в сечении $x = 0$:

$$\Delta H(0, t) = \overline{Q}\,\zeta, \qquad \text{(VII. 11)}$$

где $\overline{Q}$ — расход при сосредоточенном питании потока;

$$\overline{Q} = \frac{2wL\sqrt{t}}{\sqrt{\pi\mu\, kh_{\text{ср}}}}. \qquad \text{(VII. 12)}$$

$$\zeta = \frac{\sqrt{\pi}}{4\lambda_0}\,[1 - R(\lambda_0)]; \quad \lambda_0 = \frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}$$

Коэффициент ζ показывает, насколько подъем поверхности грунтовых вод под центром орошаемого массива отличается от подъема уровня этих вод при том же суммарном питании $Q = 2wL$, но поступающем сосредоточенно.

Для расчета изменения уровня грунтовых вод под центром орошаемого массива или под каналом при рассматриваемых условиях достаточно подсчитать время стабилизации $\tau = \frac{\mu L^2}{kh_{\text{ср}}}$, относительные времена $\frac{t_1}{\tau}$, $\frac{t_2}{\tau}$ и т. д. и по графику зависимости $1 - R(\lambda)$ найти эту разность, а затем по формуле VII. 10 вычислить искомое $\Delta H(0, t)$.

Расход потока грунтовых вод, отводимых в обе стороны за пределы орошаемой площади по С. Ф. Аверьянову [10] равен:

$$Q_{(x=L)} = Q_0\,\psi; \quad \left[\psi = 1 - \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{\beta_0}}\right)\right]. \qquad \text{(VII. 13)}$$

Здесь $Q_0 = 2wL$ — суммарный расход питания; как и прежде, $\beta_0 = \frac{t}{\tau}$; $\tau = \frac{\mu L^2}{kh_{\text{ср}}}$.

С. Ф. Аверьянов [10] предлагает определять суммарные поступления инфильтрационных вод за пределы орошаемого массива по формуле:

$$W_L = W_0\,\gamma, \qquad \text{(VII. 14)}$$

где $W_0 = Q_0 t$ — количество инфильтрационных вод, поступивших сверху на орошаемую площадь, которые достигают зеркала грунтовых вод за время t;

$$\gamma = R\left(\frac{1}{\sqrt{\beta_0}}\right).$$

Этот коэффициент показывает ту часть объема питания грунтовых вод, которая отводится за пределы массива.

Кроме указанных выше функций, для определения напора — $R(\lambda)$ и $1 - R(\lambda)$, расходов — ψ и $1 - \psi$, объемов — γ и $1 - \gamma$,

С. Ф. Аверьянов вводит [1] функцию накопления ν. Все эти функции зависят от относительного времени β_0 и $\lambda = \frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}$; они приведены в табл. VII. 1, где в обобщенном виде представлены элементы режима грунтовых вод при неустановившемся движении для заданных граничных условий.

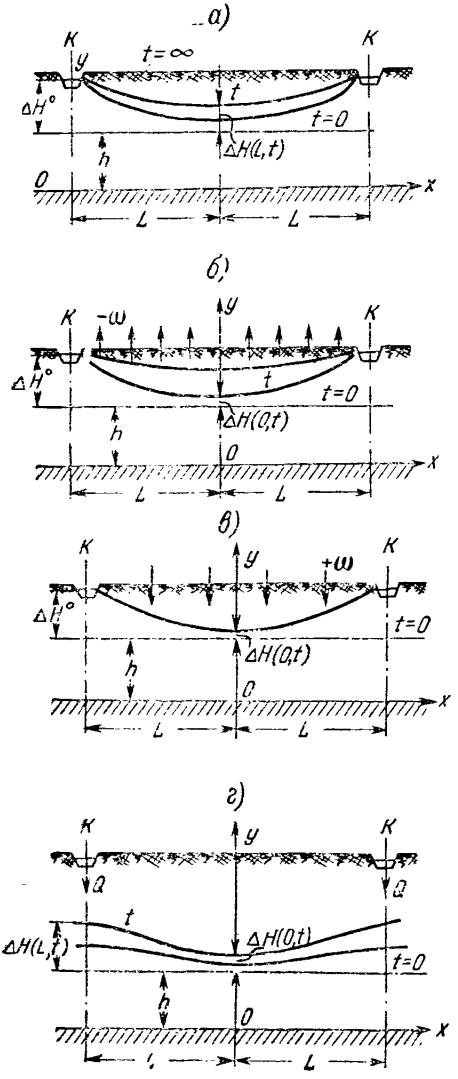


Рис. VII. 4. Расчетные схемы неустановившейся фильтрации из системы каналов в бездренажных условиях. По С. Ф. Аверьянову

К — канал; h — мощность водоносного пласта; $\pm W$ — интенсивность питания грунтовых вод или испарения с их поверхности; Q — фильтрационный расход из канала в условиях «свободной фильтрации»; L — половина расстояния между каналами; *а*, *б*, *в* — подпертая фильтрация; *г* — свободная фильтрация

Коэффициент накопления ν показывает, какую долю составляет подъем уровня грунтовых вод под осью канала или в центре орошаемого массива (ΔH (0, t)) от максимально возможного подъема при отсутствии растекания потока.

Поток грунтовых вод, ограниченный с двух сторон каналами, при отсутствии дрен

С. Ф. Аверьянов [10] анализирует также случаи движения грунтовых вод между каналами, расположенными на небольшом расстоянии один от другого, при котором отмечается их взаимовлияние. Соответствующие грунтовые потоки он называет потоками ограниченной длины в отсутствие дрен (в условиях движения без оттока, рис. VII. 4). Рассмотрим вкратце расчетные схемы, приведенные на этих рисунках.

1. Движение при отсутствии влагообмена потока с атмосферой (рис. VII. 4, *а*). При неглубоком начальном положении уровня грунтовых вод с самого начала фильтрации воды из системы оросительных каналов, расположенных один от другого на расстоянии $S = 2L$, возникают условия подпора. При отсутствии питания сверху задача сводится к реше-

[1] Чтобы не смешивать этот коэффициент с обозначением водоотдачи μ, мы обозначили его через ν.

нию уравнения (III. 45) при $w = 0$ и при следующих краевых условиях:

начальное условие

$$\Delta H(x, 0) = 0 \qquad (\text{при } t = 0);$$

граничные условия

$$x = 0, \quad \Delta H = \Delta H^0 \qquad (\text{для } t > 0)$$

$$x = L, \quad \frac{\partial \Delta H}{\partial x} = 0,$$

где $$\Delta H(x, t) = H(x, t) - H_e(x).$$

Здесь $H(x, t)$ — отметка уровня воды в сечении x в момент времени t;

$H_e(x)$ — отметка уровня воды в том же сечении в начальный момент времени.

Начало координат x, y помещается под первым каналом на водоупоре грунтовых вод.

Решением уравнения (III. 45) для заданных условий будет формула:

$$\Delta H(x, t) = \Delta H^0 (1 - \varphi), \qquad \text{(VII. 15)}$$

где $$\varphi = 2 \sum_1^{\infty} \frac{1}{\lambda_n} \sin \lambda_n \bar{x} \exp\left(-\lambda_n^2 \bar{t}\right),$$

$$\lambda_n = (2n - 1)\frac{\pi}{2}, \quad n = 1, 2, 3 \ldots$$

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{t} = \frac{t}{\tau}; \quad \tau = \frac{\mu L^2}{k h_{\text{ср}}}.$$

При $\beta_0 = \frac{t}{\tau} > 0{,}2$ с достаточной точностью можно воспользоваться формулой:

$$\varphi = \frac{4}{\pi} \sqrt[4]{\exp(-\pi^2 \beta_0)} \sin \frac{\pi \bar{x}}{2}.$$

В табл. VII. 2 приведены значения функции φ в зависимости от β_0 и $q = \exp(-\pi^2 \beta_0)$ для различных относительных величин расстояния $\bar{x} = \frac{x}{L}$.

Расчет по формуле (VII. 15) сводится к следующему:

1. Зная μ, L, k, $h_{\text{ср}}$, определяем время стабилизации $\tau = \frac{\mu L^2}{k h_{\text{ср}}}$.

2. Для нужного момента времени t находим относительное время $\beta_0 = \frac{t}{\tau}$.

3. Зная β_0, по табл. VII. 2 определяем вспомогательную величину $q = \exp(-\pi^2 \beta_0)$ или непосредственно по значению β_0 для различных $\bar{x} = \frac{x}{L}$ в той же таблице находим значения функции φ.

Таблица VII.2

Значения вспомогательной функции φ для определения подъема поверхности грунтовых вод при фильтрации из системы каналов и отсутствии оттока

$\bar{x}=\frac{x}{L}$	при значениях $\frac{q}{\beta_0}$													
	0,001 / 0,700	0,01 / 0,467	0,05 / 0,304	0,10 / 0,234	0,20 / 0,163	0,30 / 0,122	0,40 / 0,093	0,50 / 0,070	0,60 / 0,052	0,70 / 0,036	0,80 / 0,023	0,90 / 0,011	0,05 / 0,005	1,0 / 0
0,05	0,017	0,032	0,047	0,057	0,069	0,081	0,092	0,106	0,123	0,147	0,185	0,266	0,37	1,00
0,10	0,035	0,063	0,094	0,113	0,138	0,160	0,184	0,210	0,244	0,290	0,36	0,51	0,67	1,00
0,15	0,053	0,094	0,140	0,169	0,206	0,238	0,272	0,31	0,36	0,42	0,52	0,70	0,86	1,00
0,20	0,070	0,124	0,186	0,223	0,272	0,31	0,36	0,41	0,47	0,54	0,65	0,83	0,96	1,00
0,25	0,087	0,154	0,231	0,276	0,34	0,39	0,44	0,50	0,56	0,65	0,76	0,91	0,99	1,00
0,30	0,103	0,183	0,273	0,33	0,40	0,46	0,51	0,58	0,65	0,74	0,84	0,96	0,99	1,00
0,35	0,118	0,210	0,31	0,38	0,46	0,52	0,58	0,65	0,72	0,81	0,90	0,98	0,99	1,00
0,40	0,133	0,236	0,35	0,42	0,51	0,58	0,65	0,71	0,79	0,86	0,94	0,99	1,00	1,00
0,45	0,147	0,261	0,39	0,47	0,56	0,64	0,70	0,77	0,84	0,91	0,97	1,00	1,00	1,00
0,50	0,160	0,285	0,43	0,51	0,61	0,70	0,75	0,82	0,88	0,94	0,99	1,00	1,00	1,00
0,60	0,184	0,33	0,49	0,58	0,69	0,77	0,84	0,89	0,95	0,97	1,00	1,00	1,00	1,00
0,70	0,202	0,36	0,54	0,64	0,76	0,84	0,89	0,94	0,97	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00
0,80	0,216	0,38	0,57	0,68	0,80	0,88	0,93	0,97	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,90	0,225	0,40	0,60	0,71	0,83	0,91	0,95	0,98	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,00	0,227	0,40	0,60	0,71	0,84	0,91	0,96	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

4. На основании этого по формуле (VII. 15) находим величину изменения уровня грунтовых вод в заданном сечении x в момент времени t.

Расход потока грунтовых вод в одну сторону из канала (в сечении $x = 0$) будет равен:

$$Q = \frac{kh_{ср}\,\Delta H^0}{L}\,\psi, \qquad \text{(VII. 16)}$$

где $\psi = H_1(0)$ — функция, зависящая только от относительного времени $\beta_0 = \frac{t}{\tau}$, где τ — время стабилизации.

В табл. VII. 3 приведены значения ψ в зависимости от относительного времени $\beta_0 = \frac{t}{\tau}$.

Таблица VII. 3

Значения ψ (β_0)

β_0	ψ	β_0	ψ	β_0	ψ	β_0	ψ
0	∞	0,09	1,88	0,50	0,582	1,60	0,038
0,01	5,65	0,10	1,78	0,60	0,454	1,80	0,024
0,02	3,99	0,15	1,44	0,70	0,355	2,00	0,014
0,03	3,26	0,20	1,24	0,80	0,277	2,50	0,004
0,04	2,82	0,25	1,09	0,90	0,216	3,00	0,001
0,05	2,52	0,30	0,957	1,00	0,169	3,50	0,0004
0,06	2,30	0,35	0,843	1,20	0,103	4,00	0,0001
0,07	2,13	0,40	0,745	1,40	0,063		
0,08	2,00	0,45	0,658				

2. **Движение при наличии испарения грунтовых вод** (рис. VII. 4, *б*). Этот случай довольно часто наблюдается в условиях неглубокого залегания зеркала грунтовых вод. В отличие от предыдущей схемы, здесь фильтрующиеся из каналов воды расходуются не только на подъем поверхности грунтовых вод, но и на испарение. Поэтому уместно применить уравнение (III. 45), в которое следует подставить $w = -U_{гр}$, а величины напоров воды заменить их изменением за время t, т. е. $\Delta H\,(x,\ t)$, где $U_{гр}$ — интенсивность испарения грунтовых вод.

Краевые условия данной задачи выражаются следующими уравнениями:

начальное условие:

$t = 0$, $\Delta H = 0$; для всей области $(-L < x < L)$;

граничные условия:

$x = \pm L$, $\Delta H = \Delta H^0$ (мгновенное увеличение напора в каналах);

$x = 0$, $\frac{\partial \Delta H}{\partial x} = 0$ (посредине между каналами горизонтальное движение вод отсутствует).

Начало координат выбрано в этом месте на уровне водоупора.

Решение основного уравнения (III. 45) при указанных условиях получается довольно громоздким и для практического использования мало пригодно. Для решения более узкой задачи — определения динамики поверхности грунтовых вод посредине между каналами ($x = 0$) С. Ф. Аверьянов рекомендует формулу:

$$\Delta H(0, t) = \Delta H^0(1 - \varphi) - \frac{\Delta H^0 \eta}{2}(1 - \varphi_1), \qquad \text{(VII. 17)}$$

где

$$\eta = \frac{U_{\text{гр}} L^2}{k h_{\text{ср}} \Delta H^\circ}.$$

В табл. VII. 4 приведены значения величин $(1 - \varphi)$, $(1 - \varphi_1)$ в зависимости от $\beta_0 = \frac{t}{\tau}$, где $\tau = \frac{\mu L^2}{k h_{\text{ср}}}$ — время стабилизации.

Таблица VII. 4

Значения $1-\varphi$, $1-\varphi_1$

β_0	$1-\varphi$	$1-\varphi_1$	β_0	$1-\varphi$	$1-\varphi_1$
0	0,000	0,000	0,45	0,580	0,660
0,01	0,000	0,020	0,50	0,629	0,700
0,02	0,000	0,040	0,60	0,710	0,765
0,03	0,000	0,060	0,70	0,774	0,817
0,04	0,001	0,080	0,80	0,823	0,857
0,05	0,003	0,100	0,90	0,862	0,888
0,06	0,008	0,120	1,00	0,892	0,913
0,07	0,015	0,140	1,20	0,934	0,947
0,08	0,025	0,159	1,40	0,960	0,967
0,09	0,037	0,179	1,60	0,975	0,980
0,10	0,051	0,198	1,80	0,985	0,988
0,15	0,136	0,288	2,00	0,991	0,993
0,20	0,228	0,370	2,50	0,997	0,998
0,25	0,315	0,443	3,00	0,999	0,999
0,30	0,393	0,508	3,50	1,000	1,000
0,35	0,463	0,565	4,00	1,000	1,000
0,40	0,526	0,616			

С. Ф. Аверьянов [10] дает также выражения для расхода потока в сечении $x = L$ (на урезе канала) и для других аналогичных случаев фильтрации (см. рис. VII. 4).

3. **Движение при наличии инфильтрационного питания грунтовых вод на пути потока** (рис. VII. 4, *в*). В случаях, когда грунтовые воды залегают ниже той глубины, начиная с которой инфильтрация сверху по абсолютной величине становится больше абсолютной величины испарения этих вод, непосредственно применимо уравнение (III. 45). В этом уравнении w — интенсивность питания грунтовых вод сверху (*мм/сутки*). Начальные и граничные условия — те же, что и в предыдущей схеме.

Формула для расчета подъема уровня грунтовых вод посредине между каналами, по С. Ф. Аверьянову (10), выглядит так:

$$\Delta H(0, t) = \Delta H^0(1 - \varphi) + \frac{\Delta H^0 \eta}{2}(1 - \varphi_1), \qquad \text{(VII. 18)}$$

где $$\eta = \frac{wL^2}{kh_{ср}\Delta H^0}.$$

Значения $1 - \varphi$, $1 - \varphi_1$ определяются по табл. VII. 4 в зависимости от значений $\beta_0 = \frac{t}{\tau}$.

4. Движение при свободной фильтрации из системы каналов (рис. VII. 4, *г*). Если первоначальная поверхность грунтовых вод залегает так глубоко, что фильтрация из канала носит свободный характер, т. е. происходит инфильтрация воды из каналов в относительно сухой грунт без подпора грунтовыми водами в отсутствие питания по площади ($W = 0$), то при длительной фильтрации можно приближенно принять, что фильтрационный расход из канала $Q_Ф = \text{const}$. В действительности этот расход уменьшается с течением времени.

Для решения задачи о прогнозе уровня воды между каналами следует исходить из дифференциального уравнения (III. 45), где $w = 0$, при следующих начальных и граничных условиях: 1) $t = 0$, $\Delta H = 0$; 2) $x = 0$, $\frac{\partial \Delta H}{\partial x} = 0$; 3) $x = \pm L$, $Q_0 = \text{const}$. При этом принимается, что на середине расстояния между каналами движение грунтовых вод отсутствует, а в сечениях каналов расходы потоков постоянны во времени. Это положение отвечает условию сохранения уклонов потока под каналами без изменения во времени.

Для малых значений относительного времени $\beta = \frac{t}{\tau}$, по С. Ф. Аверьянову, величина изменения уровня воды под каналами определяется из выражения:

$$\Delta H(L, t) = \frac{2Q_0\sqrt{t}}{\sqrt{\mu\pi\, kh_{ср}}}. \qquad \text{(VII. 19)}$$

В условиях свободной инфильтрации вместо Q_0 можно принять $\frac{Q_Ф}{2}$ (см. ниже).

Из рассмотрения этой формулы делается вывод о том, что в начале движения подъем грунтовых вод под каналом происходит так, как будто бы канал работает один. Затем с течением времени сказывается подпирающее действие соседних каналов, и подъем грунтовых вод ускоряется. Если в начале зависимость ΔH от t имеет параболический характер, то в последующее время, при взаимодействии каналов, она становится линейной.

При длительной фильтрации из каналов подъем поверхности грунтовых вод под каналом можно определить по формуле:

$$\Delta H(L, t) = \frac{\overline{Q}_{\Phi}}{2\mu L}\left(t + \frac{\tau}{3}\right), \qquad \text{(VII. 20)}$$

где $\overline{Q}_{\Phi} = 2Q_0$ — расход на фильтрацию из канала;

Q_0 — расход фильтрационного потока в сечении канала;

τ — время стабилизации.

По С. Ф. Аверьянову, в фильтрующем грунте имеется защемленный воздух, поэтому

$$\overline{Q}_{\Phi} = K_B l\left(1 + 0{,}5\ \frac{H_к}{B}\right)(B + 2h_0); \qquad \text{(VII. 21)}$$

где

$$K_B = k\left(\frac{w_1 - w_0}{m - w_0}\right)^{3{,}5}, \qquad \text{(VII. 22)}$$

где K_B — коэффициент водопроницаемости[1], отвечающий полной влагоемкости грунта $w_1 = m - p$ (здесь m — пористость грунта; p — относительное содержание защемленного воздуха, примерно равное $0{,}05 \div 0{,}06$), а также — содержанию «связанной» воды w_0, при которой начинается интенсивное движение воды в грунте;

k — коэффициент фильтрации;

l — длина канала, *м*;

$H_к$ — высота капиллярного поднятия;

B — ширина канала по урезу воды;

h_0 — глубина наполнения канала.

Формула (VII. 21), как указывает этот автор, проверена на материалах опытов и до получения более совершенных решений может быть рекомендована для определения величины фильтрационных потерь при установившейся свободной фильтрации.

Образовавшийся под каналом бугор грунтовых вод всегда выше «среднего» подъема, подсчитанного по суммарным потерям, на величину:

$$\Delta h_1 = \frac{\overline{Q}_{\Phi} L}{6kh_{\text{ср}}}. \qquad \text{(VII. 23)}$$

Поверхность грунтовых вод между каналами будет ниже «среднего» подъема на величину:

$$\Delta h_2 = \frac{\overline{Q}_{\Phi} L}{12kh_{\text{ср}}}. \qquad \text{(VII. 24)}$$

---

[1] Коэффициент водопроницаемости K_B, зависящий от содержания в грунте защемленного воздуха, отличается от коэффициента фильтрации k, отвечающего полному заполнению пор грунта водой (С. Ф. Аверьянов [6, 10]).

Таким образом, превышение поверхности грунтовых вод под каналом над поверхностью грунтовых вод между каналами при длительной фильтрации остается приблизительно постоянным и равным

$$\Delta h_1 + \Delta h_2 = \frac{\overline{Q}_\Phi L}{4kh_{\text{ср}}}. \qquad \text{(VII. 25)}$$

С. Ф. Аверьянов [10] подробно рассматривает случаи движения грунтовых вод между каналами при наличии между ними стоков, т. е. естественных или искусственных дренирующих понижений рельефа, открытых или закрытых дрен (каналов, коллекторов и т. п.), а также движение вод под каналами в условиях свободной инфильтрации из них и ограниченных потоков. Здесь мы лишь отметим главнейшие особенности решения задач по прогнозу уровня грунтовых вод и определению фильтрационных расходов в этих условиях.

Учет деформации потоков грунтовых вод и дополнительных потерь напора при поступлении их в дрену или «висячий» канал (коллектор) производится введением в формулу Дюпюи коэффициента $\alpha < 1$ (Аверьянов, [10]). При неустановившемся движении этот же коэффициент вводится в параметр времени стабилизации $\tau_\alpha = \frac{\mu L^2}{kh_{\text{ср}}\alpha}$.

§ 2. Примеры прогноза режима грунтовых вод с помощью аналитических решений дифференциальных уравнений неустановившегося движения

Применение расчетных зависимостей, рассмотренных в предыдущем параграфе, мы иллюстрируем примерами, заимствованными также (без сокращения) из работы С. Ф. Аверьянова [10].

Задача 1. Требуется составить прогноз будущего режима грунтовых вод в зоне влияния вновь сооружаемого канала после начала его работы по нижеследующим исходным данным.

Водоносные грунты — супесь с коэффициентом фильтрации $k = 5$ *м/сутки*. Коэффициент фильтрации ложа канала $k = 3$ *м/сутки*, максимальная высота капиллярного поднятия $H_к = 1{,}8$ *м*, пористость грунта $m = 0{,}46$; полная и минимальная (наименьшая) влагоемкость $w_1 = 0{,}40$ и $w_0 = 0{,}25$ (в долях единицы объема). Поверхность водоупора находится на глубине 40 *м*, а поверхность бассейна грунтовых вод — на глубине 20 *м* от поверхности земли. Крупных дренирующих понижений или искусственных дрен нет. Размеры канала: глубина наполнения канала $h_0 = 2$ *м*; ширина его по дну $b_0 = 6$ *м*, коэффициент заложения откосов $m = \operatorname{ctg}\alpha$ (α — угол между откосом и горизонтальной осью) составляет $1^1/_2$. Предполагается, что канал будет работать непрерывно.

Решение

1. Найдем величину установившейся свободной фильтрации (учитывая глубокое начальное залегание грунтовых вод $z = 20$ *м*).

Для возможности применения формулы (VII. 21) найдем предварительно коэффициент водопроницаемости по (VII. 22):

$$K_B = k\left(\frac{w_1 - w_0}{m - w_0}\right)^{3{,}5} = 3\left(\frac{0{,}40 - 0{,}25}{0{,}46 - 0{,}25}\right)^{3{,}5} = 0{,}92 \text{ м/сутки}.$$

Ширина канала по урезу воды равна:

$$B = b_0 + 2mh_0 = 6 + 2 \cdot 1{,}5 \cdot 2 = 12 \text{ м}.$$

Расход свободной фильтрации составит:

$$\overline{Q}_{\Phi} - K_B \left(1 + 0{,}5 \frac{H_к}{B}\right)(B + 2h_0) =$$

$$= 0{,}92 \left(1 + 0{,}5 \frac{1{,}8}{12}\right)(12 + 2 \cdot 2) = 15{,}8 \text{ м}^3/\text{сутки на 1 пог. м}.$$

2. В соответствии со схемой Н. Н. Павловского, определяющей характер фильтрации из канала, примем ширину растекания при свободной фильтрации:

$$2L = B + 2h_0 = 12 + 2 \cdot 2 = 16 \text{ м} \quad \text{или} \quad L = 8 \text{ м}.$$

3. Время стабилизации определим по формуле:

$$\tau = \frac{\mu L^2}{kh_{ср}} = \frac{(0{,}40 - 0{,}25) \cdot 8^2}{5 \cdot 20} = 0{,}096 \text{ суток}.$$

Желая определить положение поверхности грунтовых вод через $t = 0{,}25$; 0,5, 1; 2, 5, 10, 30, 60, 150 суток, вычислим относительное время $\beta_0 = \frac{t}{\tau}$;

$t = 0{,}25$; 0,5; 1; 2; 5; 10; 30; 60; 150 суток

$\beta_0 = 2{,}6$; 5,2; 10,4; 20,8; 52; 104; 313; 625; 1565.

4. Подъем поверхности грунтовых вод определим по формулам (VII. 5) и (VII. 6), полагая, что инфильтрация или питание потока сверху происходит с одной интенсивностью на протяжении его по ширине $2L$ при очень большой длине.

Для внешней области ($|x| \geqslant L$)

$$\Delta H(x, t) = \frac{wt}{\mu} \left\{ \frac{[1 - R(\lambda_1)] - [1 - R(\lambda_3)]}{2} \right\},$$

Для внутренней области ($|x| \leqslant L$)

$$\Delta H(x, t) = \frac{wt}{\mu} \left\{ \frac{[1 - R(\lambda_1)] + [1 - R(\lambda_2)]}{2} \right\},$$

где $1 - R(\lambda)$ — функция подъема поверхности грунтовых вод, зависящая только от относительного времени β (см. табл. VII. 1 и рис. VII. 3). При $x = L$; $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$; $[1 - R(0)] = 0$, и формулы (VII. 5), (VII. 6) дают тождественный результат, что и должно быть.

Для определения подъема уровня грунтовых вод на различных расстояниях от канала, найдем по формуле (VII. 9):

$$\beta_1 = \frac{\beta_0}{(1 + \bar{x})^2}; \quad \beta_2 = \frac{\beta_0}{(1 - \bar{x})^2}; \quad \beta_3 = \frac{\beta_0}{(\bar{x} - 1)^2};$$

$$\left(\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \beta_0 = \frac{t}{\tau} \right).$$

Задаваясь различными расстояниями, найдем значения β_1, β_2, β_3, а по формулам (VII. 5), (VII. 6) определяем величины подъема поверхности грунтовых вод. В частности, получим:

для $x = 0$ $\quad \beta_1 = \beta_0 = \beta_2$

$$\Delta H(0, t) = \frac{wt}{\mu} [1 - R(\lambda_0)], \quad \lambda_0 = \frac{1}{2\sqrt{\beta_0}},$$

для $x=L$, $\bar{x}=1$, $\beta_1=\frac{1}{4}\beta_0$, $\beta_2=\infty$

$$\lambda_2=0,\quad 1-R(\lambda_2)=0;$$

$$\Delta H(L,t)=\frac{wt}{2\mu}[1-R(\lambda_1)],$$

где $$\lambda_1=\frac{1}{2\sqrt{\beta_1}}=\frac{1}{\sqrt{\beta_0}}=2\lambda_0;\qquad \beta_1=\frac{\beta_0}{4},$$

для внешней области $\bar{x}=5$; по (VII. 5) имеем

$$\Delta H(5L,t)=\frac{wt}{\mu}\left[\frac{[1-R(6\lambda_0)]-[1-R(4\lambda_0)]}{2}\right],$$

где $\lambda_1=\lambda_0(1+\bar{x})=6\lambda_0$;

$$\beta_1=\frac{\beta_0}{36};\quad \lambda_3=\lambda_0(\bar{x}-1)=4\lambda_0;$$

$$\beta_3=\frac{\beta_0}{16}.$$

Производя вычисления по этим формулам, получим, например, для $\bar{x}=5$:

$$\frac{wt}{\mu}=\frac{Qt}{\mu 2L}=\frac{15{,}8\cdot t}{0{,}15\cdot 2\cdot 8}=6{,}6\,t.$$

Тогда

$$\Delta H(5L,t)=6{,}6\,t\left\{\frac{[1-R(6\lambda_0)]-[1-R(4\lambda_0)]}{2}\right\}.$$

Значения функции $1-R(\lambda)$ определяем по табл. VII. 1.

Для $t=0{,}25$ суток:

$$\beta_0=\frac{0{,}25}{0{,}096}=2{,}5;\quad \beta_1=\frac{\beta_0}{36}=\frac{2{,}6}{36}=0{,}072;\quad 1-R(\lambda_1)=0{,}998;$$

$$\beta_3=\frac{\beta_0}{16}=\frac{2{,}6}{16}=0{,}162;\quad 1-R(\lambda_3)=0{,}974;$$

$$\Delta H(5L,t)=6{,}6\cdot 0{,}25\cdot\frac{0{,}998-0{,}974}{2}=0{,}02\ м.$$

Для $t=0{,}5$ суток:

$$\beta_0=\frac{0{,}5}{0{,}096}=5{,}2;$$

$$\beta_1=\frac{5{,}2}{36}=0{,}144;\quad 1-R(\lambda_1)=0{,}980;\quad \beta_3=\frac{5{,}2}{16}=0{,}325;$$

$$1-R(\lambda_3)=0{,}914;\quad \Delta H(5L,t)=6{,}6\cdot 0{,}5\,\frac{0{,}980-0{,}914}{2}=0{,}11\ м.$$

Дальнейшие вычисления, произведенные при помощи логарифмической линейки, приведены в табл. VII. 5, где введены следующие обозначения:

$$1-R(\lambda_i)=R^{(i)};\qquad (i=0,1,2,3).$$

Результаты вычислений показаны на рис. VII. 5, где видна форма нарастающего под каналом бугра грунтовых вод, растекание его в стороны и динамика подъема грунтовых вод. Заметим лишь, что поверхность грунтовых вод вблизи канала для $t=150$ суток нанесена условно, без учета испарения. Разобранный пример отвечает случаю почти сосредоточенного питания потока грунтовых вод ($L=8$ м).

Результаты расчета изменений уровня
(зада

Время от начала работы канала		$\frac{Q_0 t}{2\mu L}$, м	Подъем поверхности грунтовых вод								
			$x=0$			$x=L$			$x=5L$		
t сутки	β_0	м	β_0	$R^{(0)}$	ΔH, м	β_1	$R^{(1)}$	ΔH, м	$\frac{\beta_1}{\beta_3}$	$\frac{R^{(1)}}{R^{(3)}}$	ΔH, м
0,25	2,6	1,65	2,6	0,530	0,87	0,65	0,804	0,66	0,072 0,162	0,998 0,974	0,02
0,50	5,2	3,30	5,2	0,407	1,38	1,3	0,671	1,11	0,144 0,325	0,980 0,914	0,11
1,0	10,4	6,6	10,4	0,306	2,02	2,6	0,530	1,75	0,289 0,650	0,928 0,804	0,41
2	20,8	13,2	20,8	0,226	2,98	5,2	0,407	2,68	0,578 1,30	0,825 0,671	1,02
5	52	33,0	52	0,148	4,9	13	0,277	4,6	1,44 3,25	0,651 0,490	2,66
10	104	66	104	0,106	7,0	26	0,204	6,7	2,89 6,50	0,510 0,373	4,5
30	313	198	313	0,0624	12,4	78	0,122	12,1	8,67 19,5	0,330 0,232	9,7
60	625	396	625	0,0446	17,7	156	0,088	17,4	17,31 39,1	0,245 0,169	15,1
150	1562	990	1562	0,028	27,8	390	0,055	27,5	43,3 97,7	0,162 0,109	26,2

Таблица VII.5

грунтовых вод вблизи оросительного канала
ча 1)

на различных расстояниях от канала

$x=10L$			$x=20L$			$x=50L$			$x=100L$		
$\frac{\beta_1}{\beta_3}$	$\frac{R^{(1)}}{R^{(3)}}$	ΔH, м	$\frac{\beta_1}{\beta_3}$	$\frac{R^{(1)}}{R^{(3)}}$	ΔH, м	$\frac{\beta_1}{\beta_3}$	$\frac{R^{(1)}}{R^{(3)}}$	ΔH, м	$\frac{\beta_1}{\beta_3}$	$\frac{R^{(1)}}{R^{(3)}}$	ΔH, м
0,022	1,000	0	0,006	1,000	0	0,0010	1,000	0	0,0003	1,000	0
0,032	1,000		0,007	1,000		0,0011	1,000		0,0003	1,000	
0,043	1,000	0	0,012	1,000	0	0,0020	1,000	0	0,0005	1,000	0
0,064	0,998		0,014	1,000		0,0022	1,000		0,0005	1,000	
0,086	0,996	0,04	0,024	1,000	0	0,0040	1,000	0	0,0010	1,000	0
0,128	0,985		0,029	1,000		0,0043	1,000		0,0010	1,000	
0,172	0,972	0,20	0,047	1,000	0,01	0,0080	1,000	0	0,0021	1,000	0
0,257	0,941		0,058	0,999		0,0087	1,000		0,0021	1,000	
0,430	0,873	1,11	0,118	0,988	0,13	0,0200	1,000	0	0,0052	1,000	0
0,642	0,806		0,144	0,980		0,0217	1,000		0,0053	1,000	
0,860	0,750	2,51	0,236	0,949	0,66	0,040	1,000	0	0,0103	1,000	0
1,285	0,674		0,288	0,929		0,043	1,000		0,0106	1,000	
2,59	0,531	7,2	0,710	0,787	3,9	0,121	0,987	0,30	0,031	1,000	0
3,86	0,458		0,868	0,748		0,131	0,984		0,032	1,000	
5,17	0,408	12,1	1,42	0,652	7,7	0,241	0,947	1,6	0,062	0,999	0,20
7,72	0,347		1,73	0,613		0,261	0,939		0,063	0,998	
12,9	0,278	22,3	3,55	0,474	15,8	0,600	0,818	6,9	0,155	0,977	0,50
19,3	0,233		4,33	0,422		0,652	0,804		0,158	0,976	

Рассмотрим теперь типичный пример для питания грунтовых вод по его длине.

Задача 2.

Задача соответствует природным условиям в степных районах орошения (Украина, Поволжье и др.).

В степном или равнинном районе со слабо расчлененным рельефом предполагается оросить отдельный массив валовой площадью 2000 *га*.

Массив имеет в плане форму полосы размером 2 × 10 *км*; площадь орошения, расположенная в границах оросительной системы, составляет (брутто) — 1800 *га*, а площадь, непосредственно занятая под поливы (нетто)—1600 *га*; коэффициент использования земельного фонда 1800 : 2000 = 0,9; коэффициент использования орошаемых земель 1600 : 1800 = 0,89.

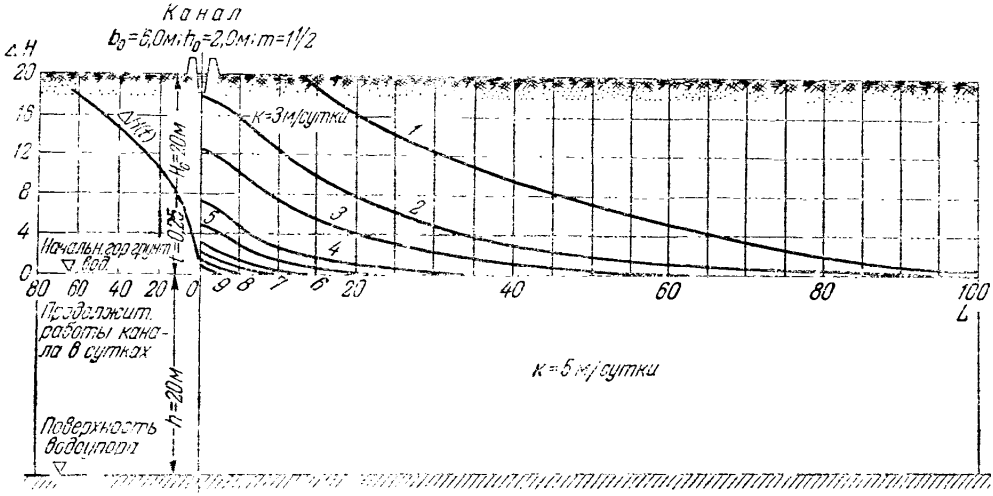


Рис. VII. 5. Подъем поверхности грунтовых вод под крупным каналом и вблизи него с течением времени. Слева показан подъем поверхности грунтовых вод ΔH (в метрах) под дном канала с течением времени [кривая ΔH (t)]; справа нанесены поверхности грунтовых вод в различное время после начала работы канала; горизонтальный масштаб принят в единицах L; L = 8 *м*. По С. Ф. Аверьянову

Грунты здесь суглинки, подстилаемые тяжелой супесью; современная глубина уровня слабозасоленных грунтовых вод — 10 *м*. Грунтовые воды представляют собой бассейн «мощностью» $h_{ср}$ = 10 *м*, коэффициент фильтрации водоносного пласта k = 3 *м/сутки*; пористость m = 0,50; полная влагоемкость w_1 = 0,45, минимальная влагоемкость w_0 = 0,30. Явно дренирующих понижений поблизости нет. Проектная оросительная норма M_0 = 2000 *м*³/*га*, проектное значение коэффициента полезного действия системы оросительных каналов η = 0,70.

Ввиду того, что грунтовые воды засолены и имеется угроза их недопустимо высокого стояния после орошения, требуется определить динамику уровня грунтовых вод после осуществления орошения и оценить с точки зрения мелиоративного состояния земель допустимость принятых в проекте величин M_0 и η.

Решение

1. Определим среднюю ожидаемую интенсивность питания грунтовых вод от потерь при орошении.

При оросительной норме M_0 = 2000 *м*³/*га* и η = 0,7, водозабор на 1 *га* поливной площади составит:

$$M_B = \frac{M_0}{\eta} = \frac{2000}{0{,}7} = 2860 \text{ м}^3/\text{га},$$

т. е. потери по пути от водоисточника до полей составит 860 $м^3/га$ орошаемой площади нетто.

Будем считать, что $^2/_3$ фильтрационных потерь из сети оросительных каналов будет спускаться в грунтовые воды, а $^1/_3$ использоваться растениями и испаряться с поверхности (отметим, что такое допущение является условным, и этот вопрос требует обстоятельного изучения). Тогда в среднем с 1 $га$ орошаемой площади в грунтовые воды будет поступать около $860 \cdot \frac{2}{3} = 570\ м^3/га$. Количество влаги, поступающей со всей площади орошения в год в грунтовые воды, составит около $Q_0 = 570 \cdot 1600 = 9{,}1 \cdot 10^5\ м^3/год$.

Учитывая, что неполивная площадь, составляющая 2000 — 1600 = 400 $га$, распределена в виде участков среди всей валовой площади, получим величину среднегодовой интенсивности питания грунтовых вод:

$$W = \frac{9{,}1 \cdot 10^5}{2000 \cdot 10\,000} = 0{,}0455\ м/год \approx 46\ мм/год = 1{,}26 \cdot 10^{-4}\ м/сутки.$$

Отметим, что питание грунтовых вод в 46 $мм/год$ соответствует модулю внутреннего стока $q = 0{,}015\ л/сек$ с 1 $га$, что значительно меньше модуля внутреннего стока с хорошо дренированных систем.

2. Массив вытянут в плане, поэтому за расчетный створ примем поперечник, перпендикулярный к продольной оси площади. Определим динамику уровня грунтовых вод и подземного оттока.

Ежегодный подъем поверхности грунтовых вод (без учета растекания) составит:

$$\Delta H = \frac{wt}{\mu} = \frac{0{,}046}{0{,}15} = 0{,}306\ м/год.$$

Здесь свободная порозность, ввиду глубокого стояния грунтовых вод, принята равной $\mu = w_1 - w_0 = 0{,}45 - 0{,}30$.

Считая, что допустимая критическая глубина до воды $\Lambda_0 = 3\ м$, найдем, что предельная высота ее стояния будет достигнута за 23 года.

Время стабилизации определим по формуле:

$$\tau = \frac{\mu L^2}{kh_{ср}} = \frac{0{,}15 \cdot 1000^2}{3 \cdot 10} = 5000 \text{ суток} = 13{,}7 \text{ лет}.$$

Определим подъем уровня грунтовых вод для центра орошаемого массива при $x = 0$, на его границе $x = L = 1000\ м$ и в 1 $км$ в стороне от его границы, т. е. при $x = 2L = 2000\ м$. Расчетные формулы (VII. 5) и (VII. 6) в рассматриваемом случае упрощаются и принимают следующий вид:

для $x = 0$:

$$\Delta H(0, t) = \frac{wt}{\mu}[1 - R(\lambda_0)],$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}, \quad \beta_0 = \frac{t}{\tau}, \quad \tau = \frac{\mu L^2}{kh_{ср}}$$

для $x = L$

$$\bar{x} = 1, \quad \lambda_1 = \lambda_0(1 + \bar{x}) = 2\lambda_0,$$

$$\beta_1 = \frac{\beta_0}{(1 + \bar{x})^2} = \frac{1}{4}\beta_0,$$

$$\lambda_2 = \lambda_0(1 - \bar{x}) = 0, \quad \beta_2 = \infty, \quad 1 - R(0) = 0,$$

формула (VII. 6) принимает вид

$$\Delta H(L, t) = \frac{wt}{\mu} \frac{[1 - R(2\lambda_0)]}{2};$$

Результаты расчета изменений уровня
(зада

Время от начала орошения		$\frac{wt}{\mu}$,	Подъем поверхности грунтовых					
			$x=0$			$x=L$		
годы t	β_0	*м*	β_0	$1-R_2^*(\lambda_0)$	ΔH, *м*	β_1	$1-R(\lambda_1)$	ΔH, *м*
1	0,073	0,31	0,073	0,997	0,31	0,018	1,000	0,16
5	0,365	1,53	0,365	0,898	1,37	0,091	0,995	0,76
10	0,730	3,06	0,730	0,782	2,39	0,183	0,968	1,48
15	1,095	4,59	1,095	0,705	3,24	0,274	0,934	2,15
20	1,46	6,12	1,46	0,646	3,95	0,305	0,898	2,75
25	1,825	7,65	1,825	0,603	4,61	0,457	0,864	3,31
30	2,19	9,18	2,19	0,566	5,20	0,548	0,834	3,83
40	2,92	12,24	2,92	0,508	6,21	0,730	0,782	4,79
50	3,65	15,3	3,65	0,469	7,17	0,914	0,738	5,64

для $x=2L$

$$\bar{x}=2;\quad \lambda_1=3\lambda_0;\quad \lambda_3=\lambda_0(\bar{x}-1)=\lambda_0;$$

$$\beta_1=\frac{\beta_0}{(1+2)^2}=\frac{1}{9}\beta_0,\quad \beta_3=\beta_0,$$

формулу (VII. 5) можно записать так:

$$\Delta H(2L,\ t)=\frac{wt}{\mu}\left\{\frac{[1-R(3\lambda_0)]-[1-R(\lambda_0)]}{2}\right\}.$$

Проведем расчеты для $t=1$; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 40; 50 лет принимая, что $\frac{wt}{\mu}=\frac{0{,}046\,t}{0{,}15}=0{,}306\ t$ *м/год*. Для этого, как и в предыдущем примере, поступаем следующим образом. Для заданного времени $t=t_1$ определяем $\beta_0=\frac{t_1}{\tau}$; для интересующего сечения находим β_1, β_2, β_3 и соответствующие значения функции $1-R(\lambda)$ по табл. VII. 1 или на рис. VII. 3. После этого по приведенным выше формулам находим $\Delta H(x,\ t)$. Результаты вычислений поверхности грунтовых вод приведены в табл. VII. 6.

Динамика расхода подземного оттока за пределы орошаемого массива определяется по формуле (VII. 13):

$$Q_L=Q_0\psi,$$

где

Q_0 — расход питания грунтовых вод;

ψ — коэффициент, зависящий только от относительного времени β_0 и определяемый по табл. VII. 1.

Величина $Q_0=2\,wLl=2\cdot 0{,}0455\cdot 1000\cdot 10000=0{,}91\cdot 10^6$ *м*^{3}/*год*.

По значениям β_0 из табл. VII. 1 взяты значения ψ и определен расход подземного оттока (табл. VII. 6).

Суммарный подземный сток за пределы орошаемого массива находится по формуле (VII. 14) $W_L=W_0\gamma$, где γ зависит от относительного времени и берется по табл. VII. 1. Величина $W_0=Q_0t=0{,}91\ t$ *млн. м*^{3}. Результаты этих расчетов сведены в табл. VII. 6 и изображены на рис. VII. 2.

Таблица VII. 6

грунтовых вод и объема их оттока
ча 2)

вод на различных расстояниях				Изменение расхода оттока и объема оттока за пределы массива					
$x=2L$									
β_3	$1-R(\lambda_3)$	$[1-R(\lambda_1)]-[1-R(\lambda_3)]$	ΔH, м	ψ	$1-\psi$	$Q_0\psi$ млн. м³/год	γ	$1-\gamma$	$W_0\gamma$ млн. м³
0,008	1,000	0,003	0	0,000	1,000	0	0	1,000	0
0,041	1,000	0,102	0,08	0,020	0,980	0,02	0,004	0,996	0,02
0,081	0,996	0,214	0,33	0,098	0,902	0,09	0,031	0,969	0,28
0,122	0,987	0,282	0,65	0,174	0,826	0,16	0,066	0,934	0,90
0,162	0,975	0,329	1,01	0,242	0,758	0,22	0,102	0,898	1,86
0,203	0,962	0,359	1,37	0,293	0,707	0,27	0,135	0,865	3,07
0,244	0,946	0,390	1,79	0,338	0,662	0,31	0,166	0,834	4,53
0,325	0,914	0,406	2,48	0,405	0,595	0,37	0,217	0,783	7,9
0,405	0,882	0,413	3,16	0,457	0,543	0,42	0,266	0,734	12,1

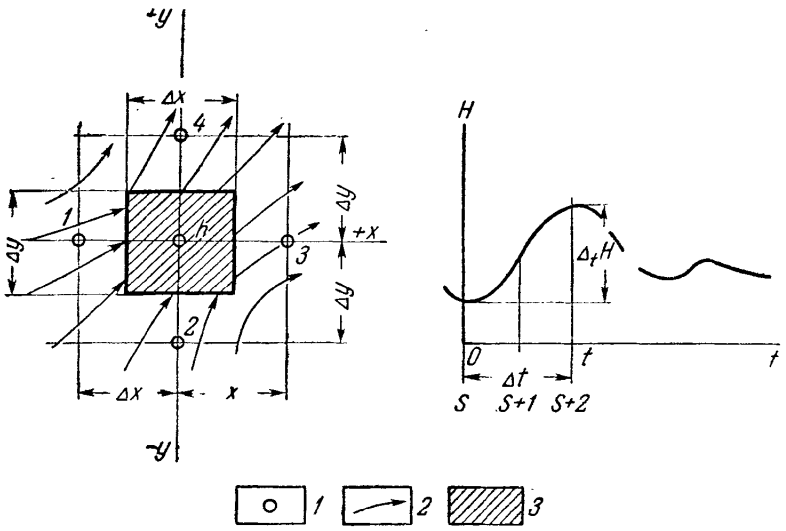


Рис. VII. 6. Элемент двухмерного в плане грунтового потока и фрагмент графика колебаний уровня во времени

слева — схема размещения наблюдательных скважин: *1* — наблюдательная скважина или расчетная точка; *2* — линия тока; *3* — элемент потока; справа — фрагмент графика колебаний уровня

Из выполненного расчета нетрудно сделать ряд выводов:

1) для рассматриваемых условий уровень грунтовых вод поднимется до предельно допустимого положения приблизительно через 50 лет;

2) рассматриваемый массив является благоприятным для мелиорации земель без применения дорогостоящих дренажных сооруже-

ний, так как здесь на длительное время обеспечен подземный отток в сторону неорошаемых земель.

Разобранный пример показывает, что при наличии соответствующих исходных данных несложно описать предполагаемый режим грунтовых вод.

Такие прогнозы режима грунтовых вод необходимо составлять для каждого более или менее крупного оросительного, обводнительного сооружения, чтобы сделать выводы о допустимых к. п. д. систем, их оптимальном размещении и пр.

§ 3. Применение метода конечных разностей

Для сложных гидрогеологических условий, например, при неоднородном строении водоносных толщ пород, при двухмерном движении вод в плане, сложном очертании границ потока, а также при частой смене во времени и пространстве интенсивности питания грунтовых вод сверху расчетный прогноз уровней может быть выполнен с помощью метода конечных разностей. Этот метод впервые был разработан для решения гидрогеологических задач Г. Н. Каменским [104] и применен для гидродинамического анализа режима грунтовых вод им, а в дальнейшем, и его учениками А. В. Лебедевым [134, 136], П. А. Киселевым [116], С. М. Семеновой [108] и др. Метод был использован также для составления прогноза режима грунтовых вод в связи с подпором под влиянием гидротехнических сооружений, при определении водопритоков в горные выработки и при орошении.

Существующие в настоящее время электроинтеграторы и аналоговые универсальные сеточные машины (например УСМ-1) также основаны на замене уравнений в частных производных системой конечно-разностных уравнений, в которых время является непрерывным.

Применительно к задачам прогноза режима уровня грунтовых вод на орошаемом массиве при двухмерном в плане движении вод в горизонтально-однородном безнапорном потоке можно воспользоваться уравнением (II. 60), а при равномерной разбивке области фильтрации — уравнением (II. 61). При отсутствии внутренних источников питания или стоков (например, на земельном массиве, где отсутствуют водозаборные скважины, дрены и каналы), вместо (II. 61) можно написать расчетную формулу для группы из пяти расчетных точек или скважин:

$$H_{n,\,S+2} = H_{n,\,S} + \frac{4a\,\Delta t}{(\Delta x)^2}\left(\frac{\sum_1^4 H_{i,\,S+1}}{4} - H_{n,\,S+1}\right) + \frac{w}{\mu}\,\Delta t, \quad \text{(VII. 26)}$$

где $H_{n,\,S+2}$ — уровень (абс. отметка) зеркала грунтовых вод в средней точке или скважине n элемента потока на по-

следующий момент времени $t + \Delta t$, обозначаемый индексом $S + 2$ (рис. VII. 6);

$H_{n, S}$ — уровень грунтовых вод в той же точке или скважине n в предшествующий момент времени t, обозначаемый индексом S;

$H_{i, S+1}$ — уровень грунтовых вод в боковой скважине i на средний $S + 1$ момент времени, отличающийся от предшествующего или последующего моментов на $\frac{\Delta t}{2}$;

$H_{n, S+1}$ — уровень грунтовой воды в средней точке n на средний $S + 1$ момент времени;

a — коэффициент уровнепроводности, равный $\frac{kh_{ср}}{\mu}$;

Δt — промежуток времени; остальные обозначения прежние.

Для двухмерного в плане потока будет действительно соотношение:

$$\Delta x = 2\sqrt{\frac{kh_{ср}\,\Delta t}{\mu}}. \qquad \text{(VII. 27)}$$

По этой формуле легко вычислить расстояние между расчетными точками или наблюдательными скважинами, по которым намечается определить предстоящее изменение уровня $\Delta H_n = H_{n, S+2} - H_{n, S}$ за промежуток времени Δt. Без существенной погрешности можно заменить уровни воды на средний момент $S + 1$ уровнями предшествующего момента времени S и, учитывая (VII. 27), вместо (VII. 26) написать:

$$H_{n, S+2} = \frac{\sum_{i=1}^{i=4} H_{i, S}}{4} + \frac{w}{\mu}\Delta t. \qquad \text{(VII. 28)}$$

Для одномерного в плане потока сумма в правой части формулы (VII. 28) будет состоять из двух слагаемых, в которые входят уровни воды в сечениях, расположенных выше и ниже по потоку.

До выполнения расчетного прогноза уровней грунтовых вод на орошаемой территории очень важно проанализировать ранее наблюдавшийся режим уровней в аналогичных природных и водохозяйственных условиях [134], [136]. Для этого анализа применяются все рассмотренные выше уравнения, вытекающие из конечно-разностного и аналитических решений дифференциального уравнения (III. 45). Вычисленные при этом анализе величины интенсивности питания грунтовых вод w затем уточняются по корреляционным зависимостям этих величин от элементов водного баланса и от других факторов при проектируемых водохозяйственных условиях. Параметр $a = \frac{kh_{ср}}{\mu}$ также подлежат расчету, который производится по входящим в него величинам k, $h_{ср}$, μ или по колебанию

уровня на том или ином участке при отсутствии питания сверху, когда $w = 0$

При знании параметра a и пользовании уравнениями (VII. 26), (VII. 28) отпадает необходимость отдельно определять мощность грунтового потока. Это весьма важное обстоятельство показывает, что очень удобно оперировать таким параметром в ирригационных районах, где точная мощность потока часто бывает неизвестна, но является достаточно большой, по величине значительно (более чем в 5—10 раз) превышающей амплитуду колебания уровней.

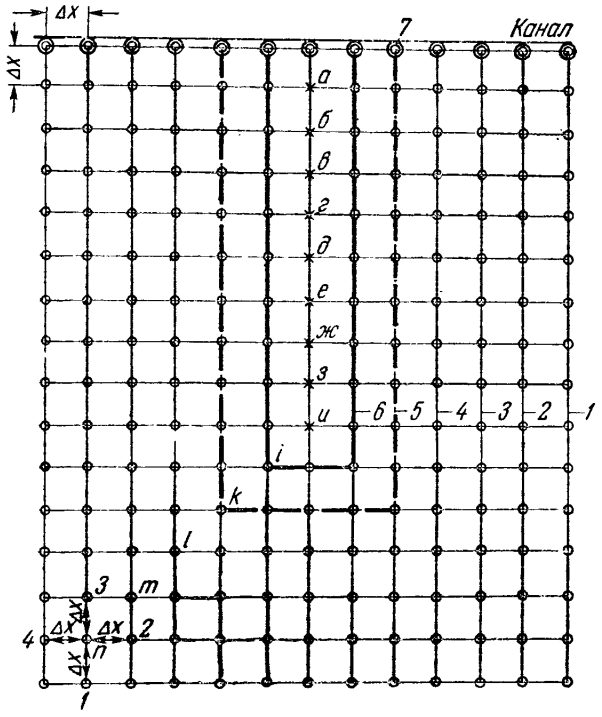


Рис. VII. 7. Схема расположения расчетных точек при расчете уровней грунтовых вод во времени для полуограниченного потока

1 — контур расчетных точек, в пределах которого известно распределение начальных уровней воды; *2* — контур, в котором возможно определение уровней только для окончания первого промежутка времени Δt (на момент $S + 1$); *3* — то же, для моментов, включая $S + 2$; *4* — то же, включая $S + 3$; *5* — то же, включая $S + 4$; *6* — то же, включая $S + 5$; *7* — точка, отражающая граничное условие

Как показали соответствующие исследования А. В. Лебедева [136], для получения результатов расчета по методу конечных разностей, практически совпадающих с точным расчетом по аналитическим решениям дифференциальных уравнений, достаточно разделить расчетный период времени T на восемь равных промежутков $\Delta t = \frac{T}{8}$ и для каждого из них вычислить все промежуточные уровни.

Задавшись необходимым промежутком времени Δt и зная величину параметра a, из (VII. 27) находят Δx. Около поверхностных водотоков или дрен, где возможны большие уклоны потока, сетку расчетных точек сгущают для достижения требуемой точности расчетов, а также для того, чтобы на крайних линиях сетки расположились урезы этих водотоков, с которыми гидравлически связаны грунтовые воды.

В качестве начального условия для решения задачи прогноза используют известное положение зеркала по площади на исходный момент времени $t = 0$. Для этого на каждый данный момент строится карта гидроизогипс, на которую наносится сетка расчетных точек (рис. VII. 7). В качестве граничных условий используют:

1) для потоков, ограниченных со всех сторон — известные графики колебаний во времени горизонтов воды в водотоках или дренах, с которыми гидравлически связаны грунтовые воды; при этом сетка расчетных точек должна распространяться непосредственно до границ потока, т. е. до урезов воды в водотоках;

2) для потоков, ограниченных с одной стороны (полуограниченных), кроме одного из указанных условий, на остальных сторонах принимают одно из двух условий: или постоянство уклонов потока на его периферии, что отвечает квазистационарному движению, очень часто встречающемуся на равнинах при равномерной инфильтрации или одинаковой интенсивности испарения по площади, или равенство нулю на той же периферии уклонов потока, что действительно для водоразделов грунтовых потоков или контактов их с непроницаемыми экранами — бортами долин.

Если взято первое условие, указанное во втором пункте, то в процессе расчета уровней по формуле (VII. 28) в самом отдаленном сечении можно допустить, что изменение уровня равно изменению его в соседнем сечении (точке сетки), находящемся ближе к водотоку. Если взято второе условие, то непосредственно после первого вычисления уровня принимается, что в двух самых отдаленных сечениях (соседних точках сетки) отметки уровня грунтовых вод в течение всего времени одинаковы.

Однако если размеры сетки расчетных точек с известным распределением уровня достаточно велики, то можно обойтись и без знания краевых условий. В этом случае прогноз уровней может быть ограничен одним направлением, а также определенным периодом времени.

Действительно (см. рис. VII. 7), в тех случаях, когда положение зеркала грунтовых вод известно только по одному краю сетки (например, в связи с наличием там канала), а на других границах условия не заданы, достаточно определить уровни по одному створу точек (например, a — u на рис. VII. 7), а начальное условие можно использовать для подсчета уровней во всех точках, за исключением точек на внешнем контуре 1, на первый заданный момент $S + 1$.

На второй момент $S + 2$ рассчитываются уровни, исходя из известных расчетных уровней на предшествующий момент $S + 1$, для точек, лежащих на контуре, обозначенном цифрой *3*, и внутри него. Тоже положение сохраняется в отношении других моментов времени, после каждого из которых последовательно выбывают из расчета точки, расположенные на отдаленных контурах.

Заметим, что вследствие независимости характера развития неустановившегося движения грунтовых вод во времени от начального уклона их потока, мы вправе в уравнениях (VII. 26) и (VII. 28) значения уровней H заменить значениями изменений уровней ΔH, произошедших за время после начального момента ($t = 0$). Следовательно, отметки уровня по каждому сечению потока можно отсчитывать от первоначальной кривой депрессии в соответствующих сечениях.

Более подробное описание метода конечных разностей для прогноза уровней грунтовых вод можно найти в работе [134], а для анализа баланса этих вод — в работе [136]. В тех же работах А. В. Лебедева, а также в работе Г. Н. Каменского, И. К. Гавич, Н. А. Мясниковой и С. М. Семеновой [108] для различных условий движения грунтовых вод приведены частные виды расчетных зависимостей, которые вытекают из формулы (II. 1). Например, для одномерного в плане потока в правой части уравнения (VII. 28) фигурирует полусумма мощностей потока, взятых в соседних слева и справа сечениях, а значение Δx в (VII. 27) уменьшается в 1,414 раза. Следовательно, при одних и тех же значениях k, $h_{ср}$ μ, Δt для двухмерного в плане потока расстояния Δx следует принимать в 1,41 раза большими, чем для одномерного.

Для анализа режима грунтовых вод, проводимого с целью расчета величины их питания сверху, а также величины местного пополнения подземного стока (разность между оттоком и притоком подземных вод $Q_2 - Q_1$) используют те же уравнения неустановившегося движения, которые мы уже рассматривали, в частности уравнения в конечных разностях [105], [134]. Для получения исходных данных используют результаты наблюдения за изменением уровня воды во времени и пространстве, а также параметры водоносных пластов k, μ, $h_{ср}$. При отсутствии подземного подпитывания грунтовых вод снизу за счет напорных водоносных горизонтов все уравнения неустановившегося движения можно обобщенно записать в виде уравнения баланса грунтовых вод для элемента потока:

$$\mu \Delta H = \frac{Q_1 - Q_2}{F} \cdot \Delta t + w \Delta t, \qquad \text{(VII. 29)}$$

здесь ΔH — изменение уровня грунтовых вод в элементе за время Δt, определяемое, как обычно, в средней по потоку наблюдательной скважине;

Q_1, Q_2 — средние по величине значения притока и оттока грунтовой воды, поступающей в элемент и вытекающей из него в единицу времени;

w — средняя интенсивность питания грунтовых вод, равная результирующей инфильтрации и испарения, отнесенных к единице времени;

F — горизонтальная проекция площади элемента потока;

Δt — промежуток времени.

С. Ф. Аверьянов [10] сопоставил расходы воды, вычисленные по формуле неустановившегося движения (VII. 1) и по формуле Дюпюи (если рассматривать это движение как последовательную серию стационарных движений), и сделал важный вывод о том, что вообще говоря, при неустановившемся режиме подъема поверхности грунтовых вод расход их больше расхода при стационарном режиме. Отношения этих расходов зависят от относительного времени

$\beta = \frac{t}{\tau_x}$, где $\tau_x = \frac{\mu x^2}{kh_{ср}}$ — время стабилизации. С увеличением коэффициента β ошибка от применения формулы Дюпюи уменьшается. Уже при $\beta > 0{,}80$ (что отвечает часто встречающимся случаям гидрогеологических расчетов прогноза уровня) отношение расходов, подсчитанных указанными методами, находится в пределах 1,00—1,10, что вполне допустимо для практических целей. На этом основании С. Ф. Аверьянов делает вывод, что при размещении скважин, заданных для характеристики потока грунтовых вод в естественных условиях, расчетные сечения следует располагать как можно ближе одно к другому и к каналам.

Возвращаясь к уравнению (VII. 29), легко заметить, что если уровень грунтовых вод не изменяется за год ($\Delta H = 0$), то вся инфильтрующаяся вода ($w > 0$) идет на подземный сток из данного элемента потока ($Q_2 > Q_1$). При $w < 0$ притекающая вода расходуется на испарение ($Q_1 > Q_2$) в том же элементе, если по-прежнему $\Delta H = 0$.

Оперируя этими частными случаями, вытекающими из выражения (VII. 29) при $\Delta H_{год} = 0$, и зная осредненную за год интенсивность питания грунтовых вод сверху $w_{ср}$, легко рассчитать предельное положение зеркала грунтовых вод на орошаемой территории. Несомненно, что это положение является условным, поскольку мы оперируем осредненными за год величинами w, а путем расчета получаем лишь среднегодовые уровни. Так, например, для расчета предельного положения уровня грунтовых вод, условно отвечающего стационарному режиму, для расчетной сетки (см. рис. VII. 7) составляют столько простейших уравнений, сколько расчетных точек на сетке. Уравнения эти следующего вида:

$$\frac{kh_{ср}}{(\Delta x)^2}\left(4H_{n,s} - H_{1,s} - H_{2,s} - H_{3,s} - H_{4,s}\right) = w. \quad \text{(VII. 30)}$$

Количество уравнений равно числу неизвестных уровней в расчетных точках. Для решения такой системы уравнений методом последовательного исключения неизвестных удобно применить электронносчетную машину БЭСМ, которая справляется с этой задачей за 10—20 *мин*. Как видно из формулы (VII. 30), для решения рассмотренной задачи о прогнозе предельного изменения уровней требуется знать коэффициент фильтрации, среднюю мощность потока, первоначальные уровни на массиве орошения, среднюю величину питания грунтовых вод и последующие изменения уровней на границах фильтрационного потока.

А. В. Лебедев в работе [134] в целях составления приближенных многолетних прогнозов изменения уровня грунтовых вод на вновь осваиваемых массивах орошения предложил применять метод аналогии, а также упрощенный метод, основанные на эмпирических зависимостях между элементами баланса грунтовых вод, составлении балансов влаги в зоне аэрации и балансов грунтовых вод для конкретных участков.

§ 4. Водно-балансовый метод

Оросительные мелиорации земель, проводимые с целью регулирования водного баланса и увеличения влагозапасов, необходимых для жизнедеятельности культурных растений, существенно видоизменяют режим грунтовых вод. Уровень этих вод при определенных соотношениях приходных и расходных элементов общего водного баланса может подниматься до дневной поверхности. Если в условиях распространения пресных грунтовых вод и не очень жаркого климата в связи с подъемом этих вод возникает проблема предупреждения заболачивания земель и борьбы с ним, то при засоленных грунтовых водах в аридных условиях возникает и вторая проблема — борьба с вторичным засолением почв, возникающим вследствие испарения.

В обоих случаях разработка оптимальных режимов орошения и управление режимом грунтовых вод для поддержания их уровня ниже критических (т. е. таких, при которых происходит значительное испарение и вторичное засоление почв) основываются на составлении и анализе существующего и проектируемого баланса грунтовых вод. Прежде чем перейти к прогнозу режима грунтовых вод, остановимся на вопросах формирования баланса этих вод в орошаемых районах.

Наиболее полное выражение баланса грунтовых вод для этих условий дал А. Н. Костяков [124]. Уравнение водного баланса (за определенное время Δt) орошаемого массива в условиях непрерывного пополнения грунтовых вод и приращения их уровня, приведенное в его работе [124], в наших обозначениях (выраженное в миллиметрах) выглядит следующим образом:

$$\mu \Delta H = J_n + f_k + N - (v_t + v_n - n_1) + (v' - v'_0) + \\ + (C_1 - C_0) + Q_1 - Q_2, \qquad \text{(VII. 31)}$$

где J_n — количество воды, поданное на орошаемые поля;

f_k — количество воды, поступающее из оросительных каналов путем фильтрации;

N — количество атмосферных осадков, поступающих на почву;

v_t — количество влаги, потребляемое растениями (транспирация);

v_n — количество влаги, испарившейся с почвы;

n_1 — количество влаги, поступившей в почву с поверхности грунтовых вод при неглубоком их залегании;

v' — количество избыточных поверхностных вод, поступающих в оросительную систему и задерживающихся в ней вследствие неурегулированности водозабора, затоплений во время паводков, прорыва каналов и дамб, притока ливневых и талых вод, разлива сбросных вод и др.;

v_0 — сток избыточных, непоглощенных почвой поверхностных вод за пределы орошаемого массива и сброс воды за пределы системы;

C_1 — запас влаги в почво-грунте орошаемого массива выше уровня грунтовых вод в начале рассматриваемого промежутка времени Δt;

C_0 — запас влаги в той же толще почво-грунтов, который может удерживаться в ней без стекания в грунтовые воды и соответствующий так называемой предельной полевой влагоемкости грунтов;

Q_1 — подземный приток в пределы данной площади грунтовых вод, в том числе возможный за счет притока фильтрационных вод с соседних затопленных, например, рисовых полей, с промывных площадей и др.;

Q_2 — отток грунтовых вод за пределы орошаемого массива в водоприемники или в сторону соседних неорошаемых земель путем бокового растекания.

Изменение уровня грунтовых вод ΔH (*мм*) принимается как среднее для данного массива. Также осредненной является недостаток насыщения до полной влагоемкости или водоотдача почво-грунтов μ.

А. В. Лебедев в своей работе [135] указывает, что алгебраическая сумма всех слагаемых правой части уравнения (VII. 31), без разности $Q_1 - Q_2$, выражает собой общее количество поверхностной и атмосферной воды, поступившей путем инфильтрации и проникшей до зеркала грунтовых вод, т. е. положительное питание этих вод за сравнительно короткое время подъема уровня. Для больших промежутков времени Δt, в отдельные отрезки которого может происходить еще и суммарное испарение грунтовых вод, величина n_1 в уравнении (VII. 31) исключается, поскольку она сокращается с той величиной испарения грунтовых вод, которая дополнительно должна учитываться со знаком минус.

М. М. Крылов [128] для орошаемых районов Узбекистана представляет водный баланс орошаемых массивов следующим уравнением (в наших обозначениях):

$$\mu \Delta H + D_1 + D_2 = \mathrm{N} + \frac{J_n + f_k - J_b}{10\omega} + \frac{Q_1 - Q_2}{10\omega} + K_1 - \mathrm{V}, \quad \text{(VII. 32)}$$

где D_1, D_2 — приращения влагозапасов на дневной поверхности и в зоне аэрации, *мм*;

J_b — количество грунтовых вод, выходящих на дневную поверхность (так называемое «выклинивание» их) на границе балансового района, $м^3$;

K_1 — количество воды, образовавшейся вследствие конденсации водяных паров в почве и на поверхности земли, *мм*;

V — суммарное испарение с поверхности, *мм*;

ω — площадь балансового района, *га*; остальные обозначения прежние; Q_1, Q_2, J_n, f_k — (здесь выражены в $м^3$ за данное время).

Если использовать лизиметрические наблюдения над инфильтрацией поверхностных вод и осадков, а также над испарением грунтовых

вод, то легко составить баланс грунтовых вод. По М. М. Крылову, этот баланс (в наших обозначениях некоторых величин) выражается следующим уравнением:

$$\mu \Delta H = x_f + \frac{f_n + f_k - J_в}{10\omega} + \frac{Q_1 - Q_2}{10\omega} + K_1' - u, \qquad \text{(VII. 33)}$$

здесь: x_f — просочившаяся часть атмосферных осадков, достигшая зеркала грунтовых вод, *мм*;

f_n — просочившаяся часть оросительной воды, поданной на поля, $м^3$;

K_1' — конденсационное питание грунтовых вод, *мм*;

u — суммарное испарение грунтовых вод, *мм*; остальные обозначения прежние.

В работах М. М. Крылова [128], А. В. Лебедева [136] и других авторов подробно рассмотрены экспериментальные и гидродинамические методы определения всех элементов водного баланса.

Не имея возможности даже кратко рассмотреть эти методы в настоящей работе, укажем лишь на важность параллельного применения тех и других методов, благодаря чему исключаются грубые погрешности и уточняются получаемые результаты.

Так, например, определяя экспериментально все элементы, входящие в правую часть выражения (VII. 33), без слагаемого $\frac{Q_1 - Q_2}{10\omega}$, мы получаем их алгебраическую сумму, равную величине питания грунтовых вод $w\Delta t$. Эта сумма непосредственно учитывается уравнением неустановившегося движения в конечных разностях (VII. 29). С помощью гидродинамического анализа режима грунтовых вод эта величина их питания $w\Delta t$ определяется расчетным путем, как указано в § 3 этой главы. Для соответствующих расчетов не требуется проведения громоздких водно-балансовых наблюдений, а достаточно лишь сведений о режиме уровня и о гидрогеологических условиях массивов орошения.

Задача по составлению прогноза среднего изменения уровня грунтовых вод $\Delta H_{ср}$ на орошаемом массиве является обратной задаче составления и анализа баланса этих вод или общего водного баланса на данном земельном массиве, как видно из уравнений (VII. 31) — (VII. 33). Анализ баланса для существующих условий орошения позволяет выяснить и количественно оценить роль отдельных приходных и расходных элементов в формировании режима грунтовых вод и их баланса. Для прогноза уровней в случаях переустройства оросительных систем учитываются проектируемые величины соответствующих элементов баланса; если подставить их в рассмотренные уравнения, то можно непосредственно определить величину ΔH.

Для вновь осваиваемых земель многие из расчетных элементов, например такие, как расход воды на транспирацию растений, испарение с почвы, относительные потери поливных вод на инфильтрацию и т. п., принимаются по аналогии с существующими сход-

ными в природном и водохозяйственном отношениях орошаемыми массивами. Поэтому систематический анализ существующего баланса и режима грунтовых вод в районах проводимого орошения так же, как и производство самих наблюдений за режимом подземных вод и главнейшими элементами их баланса, является актуальной задачей при эксплуатации оросительных систем.

Принято считать, что если в результате алгебраического суммирования экспериментально определенных элементов баланса и деления их алгебраической суммы на параметр μ полученная расчетная величина изменения уровня за расчетный период времени ΔH отличается от фактически наблюдаемой всего на 10—20%, то баланс составлен удовлетворительно. При прогнозах изменения уровня ΔH следует составлять балансы воды за каждый месяц.

В качестве примеров схем формирования баланса грунтовых вод, которые имеют важнейшее значение в прогнозе уровней грунтовых вод на орошаемых территориях, приведем некоторые их них, заимствованные из работы Н. Н. Фаворина [191].

I. Сумма приходных и расходных элементов водного баланса за год близка к нулю. Однако по сезонам года отмечается неравенство этих элементов и изменение уровней. Важно знать, какой расходный фактор является решающим в балансировании — отток или испарение. При значительной величине оттока и испарения орошаемые массивы, благоприятные в мелиоративном отношении, могут оказаться в неблагоприятных условиях в отношении засоления.

II. Сумма приходных и расходных элементов не балансируется в течение года и ряда последующих лет. Результатом этого является ежегодное изменение уровня грунтовых вод. При подъеме уровня за год мелиоративное состояние земель ухудшается. При такой схеме основные виды баланса грунтовых вод под орошаемыми массивами сводятся к следующим:

1. Приходные статьи баланса определяются в основном орошением и поступлением осенне-зимних осадков, а расходные — испарением с почвы и транспирацией. Такая схема баланса характерна для средней полосы Европейской части СССР (например, Кутулукская оросительная система).

2. Приходные статьи баланса определяются главным образом орошением (потери из каналов, поливы, промывки, предпосевные поливы), а расходные — испарением и транспирацией. Остальные слагающие баланса имеют второстепенное значение. Возможны разновидности этого баланса, различающиеся по относительной роли предпосевных и промывных поливов. Такие балансы грунтовых вод свойственны южным районам Европейской части СССР, Закавказья и Средней Азии.

3. Приходные статьи баланса определяются в основном орошением (водоподачей на поля и фильтрацией из каналов), а расходные — испарением с почвы, транспирацией и хорошо выраженным естественным оттоком грунтовых вод, обеспеченным в течение года. Такой вид баланса наблюдается, например, на Кубанской рисовой оросительной

системе и на Прасковеевской оросительной системе Северного Кавказа.

4. Приходные статьи баланса определяются в основном орошением и значительным внешним притоком грунтовых вод (путем инфильтрации из рек, водохранилищ и из выше расположенных по потоку районов), а расходные — испарением и транспирацией при малой роли подземного оттока. Такой вид баланса наблюдается на озерной террасе Сыр-Дарьи в Голодной Степи, в низовьях Аму-Дарьи, а также на периферии конусов выноса.

5. Приходные статьи баланса определяются главным образом орошением и внешним притоком, а расходные — испарением и внешним оттоком. В зависимости от соотношения между этими статьями баланса режим грунтовых вод будет сходен с режимом, приведенным в разделах 3 или 4.

Как указывает Н. Н. Фаворин [191], для орошаемых массивов, расположенных на аллювиальных террасах Вахша (по данным Е. А. Калинского), приходными статьями являются: ирригация (81%), атмосферные осадки (8—10%) и подземный приток (9—11%), а расходными — испарение и транспирация (53—61%), подземный отток (17—39%) и поверхностный отток (0—30%).

6. Приходные статьи баланса определяются главным образом орошением и промывками, а расходные — испарением и оттоком, созданным дренажными устройствами (например, в некоторых районах Хорезма, Мугани и др.).

Н. Н. Фаворин в той же работе указывает далее, что для прогноза будущего режима грунтовых вод на вновь осваиваемых оросительных системах все величины, входящие в уравнении баланса, должны быть заданы на основании изыскательских и проектных материалов. Искомой величиной будет $\mu \Delta H$, т. е. изменение запасов грунтовых вод за отрезок времени Δt.

Ориентировочные подсчеты балансов грунтовых вод для некоторых слабо отточных оросительных систем Средней Азии, составленные для условий жесткого соблюдения норм водопользования и при относительно высоком (60%) коэффициенте полезного действия, показали, что с изменением коэффициента земельного использования от 10 до 100% величина $\mu \Delta H$ — изменения запаса грунтовых вод, имеет отрицательное значение до тех пор, пока коэффициент земельного использования не достигает 40—45%. При значении коэффициента земельного использования больше 45% начинается пополнение грунтовых вод; в случаях относительно неглубокого их залегания подъем уровня этих вод достигает критических глубин за 3—5 лет.

Глава восьмая

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПО ДАННЫМ ОПЫТНЫХ ОТКАЧЕК, НАЛИВОВ И НАГНЕТАНИЙ

§ 1. Некоторые общие вопросы

Задача определения гидрогеологических параметров является одной из важнейших в гидрогеологии. Гидрогеологические параметры служат основой для гидрогеологических расчетов, выполняемых в связи с проектированием водозаборов, дренажей и других сооружений.

Следует, правда, подчеркнуть, что определением гидрогеологических параметров отнюдь не ограничивается весь круг вопросов, связанных с освещением природной гидрогеологической обстановки. Как уже указывалось ранее (см. главу первую), надежность гидрогеологических расчетов стоит в прямой зависимости от того, в какой мере в них (расчетах) учитывается весь комплекс природных условий, насколько правильно и полно отражены последние в принятой расчетной схеме. Гидрогеологические параметры только дополняют расчетную схему, но не заменяют ее.

Определение гидрогеологических параметров с помощью откачек из скважин и нагнетаний и наливов воды в скважины и шурфы составляет основную часть так называемых опытно-фильтрационных исследований, выполняемых при гидрогеологических изысканиях.

Гидрогеологические параметры можно подразделить на две группы. Первая группа включает параметры, которыми в основном характеризуются сами скважины и зоны, непосредственно к ним прилегающие (призабойные или прискважинные зоны). К их числу относятся: величина удельного дебита q, т. е. в более общем виде — зависимость, связывающая дебит скважин и понижение уровня в ней и являющаяся основой для построения кривых дебита, или, как их называют в нефтепромысловом деле, индикаторных кривых $Q = f(S)$, а также показатель обобщенного сопротивления скважины (ξ_0).

Ко второй группе могут быть отнесены показатели, характеризующие водоносный горизонт в зонах, более или менее удаленных от скважин. Такими показателями являются: а) коэффициент фильтрации (k) или комплексная характеристика водопроводимости, т. е. произведение коэффициента фильтрации на мощность водоносного горизонта (km или $kH_{ср}$); б) водоотдача пород в безнапорных потоках (μ) и показатель водоотдачи или «емкости» водоносного горизонта в напорных условиях, определяемый в зависимости от упругих свойств воды и пород, и связанный, как отмечалось выше (см. главу четвертую), также с поступлением воды в данный горизонт из других источников (μ^*; μ^{**}); в) коэффициент пьезопроводности (в безнапорных потоках его принято еще называть коэффициентом уровнепроводности), определяемый как частное от деления водопроводимости на водоотдачу (a). Пьезопроводность является важнейшим параметром, характеризующим скорость перераспределения напоров в процессе неустановившейся фильтрации.

Кроме указанных параметров, при опытных фильтрационных исследованиях устанавливается еще целый ряд важных данных, используемых при гидрогеологических расчетах. Так, например, в ряде случаев по откачкам и нагнетаниям представляется возможным оценивать дальность действия («радиус влияния») скважины R, первоначальный напор водоносного горизонта (H_e) и некоторые другие.

Полевые опытно-фильтрационные исследования в практике гидрогеологических изысканий применяются очень давно, но до последних лет методика их проведения и обработки основывалась почти целиком на теории установившегося движения подземных вод. Эта методика описана в многочисленных работах советских гидрогеологов [21, 22, 35, 98, 105, 106, 179].

В настоящее время все более широкое развитие получают опытно-фильтрационные исследования в условиях неустановившегося движения подземных вод. Это определяется тем, что при неустановившемся движении более полно освещаются параметры водоносного горизонта, а некоторые из них, например пьезопроводность, иначе вообще не могут быть найдены.

Кроме того, откачки из скважин нередко проводятся с целью получения «прямых» данных об эффективности проектируемых сооружений (водозаборов, водопонизительных установок и т. д.). В этом случае откачки обычно носят длительный характер, и дебит их соизмерим с дебитом проектируемых установок, во многих случаях весьма высоким, в связи с чем движение подземных вод, во всяком случае на первом этапе откачек, является неустановившимся.

Методика проведения и интерпретации данных опытно-фильтрационных исследований в условиях неустановившегося движения освещена во многих работах как зарубежных (главным образом американских и в меньшей степени французских), так и советских авторов. Особенно большое внимание этому вопросу уделяется

в последние годы в той ветви подземной гидродинамики, которая связана с разработкой нефтяных и газовых месторождений. Обзор методов определения параметров по данным полевых исследований при нестационарном режиме у нас в стране дан, например, в работах В. К. Щелкачева [221], Б. С. Чернова, М. И. Базлова, А. К. Жукова [201], Н. Н. Веригина [71] и многих других. В первых двух из названных работ приводится обширная библиография.

Применение указанных методов в американской гидрогеологической практике освещается, например, в сводной работе Ферриса, Кноулеса, Брадила и Стальмана [230]. Далее будут сделаны дополнительно ссылки на работы, используемые нами при характеристике различных приемов и методов обработки опытных данных.

Наиболее распространенным видом опытно-фильтрационных исследований являются опытные откачки из скважин. Они подразделяются на пробные, опытные и опытно-эксплуатационные.

Пробные откачки производятся непосредственно после бурения скважины с целью ее прочистки («прокачки»), установления технической исправности оборудования и получения предварительных данных о дебите и понижении уровня. Пробные откачки обычно являются кратковременными (5—8 *час*).

Опытные откачки предназначаются уже для более детальных исследований. На их основе выявляется зависимость между дебитом и понижением уровня и рассчитываются коэффициент фильтрации и водопроводимость горизонта. Опытные откачки обычно производятся при нескольких (не менее 2—3) ступенях понижения уровня и соответственно дебита и длятся несколько суток.

Опытно-эксплуатационные откачки выполняются с целью подтверждения возможности получения проектируемого дебита (для целей водоснабжения) или возможности достижения заданных понижений уровня (при осушении месторождений полезных ископаемых, дренаже и т. д.) и по своей интенсивности должны быть соизмеримыми с интенсивностью проектируемых сооружений. Опытно-эксплуатационные откачки обычно ведутся в течение длительного времени (1,5—3 месяца и более).

Различают одиночные и кустовые опытные откачки, т. е. соответственно без наблюдательных (пьезометрических) скважин и с таковыми. Количество наблюдательных скважин и их расположение принимаются в зависимости от конкретных гидрогеологических условий. Во многих случаях наблюдательные скважины размещаются по двум линиям (лучам) — вдоль потока и нормально к потоку. Однако такая схема не является обязательной. В однородных водоносных горизонтах большой площади распространения можно вообще ограничиться одной линией наблюдательных скважин. Направление этой линии относительно потока подземных вод не имеет существенного значения, оно может быть любым — параллельным, нормальным или под некоторым углом к направлению течения подземных вод в естественных условиях.

В неоднородных водоносных горизонтах наблюдательные скважины, наоборот, следует располагать по 2—3 лучам (а иногда и более), и ориентировка их должна выбираться таким образом, чтобы неоднородность была отражена в результатах откачек наиболее полно. Вблизи рек наблюдательные скважины целесообразно располагать вдоль русла или нормально к нему.

Наконец, в слоистых водоносных системах при возможном взаимодействии водоносных горизонтов по вертикали наблюдательные скважины нужно размещать не только в том водоносном горизонте, из которого производятся откачки, но и в соседних — выше- и нижерасположенных горизонтах.

§ 2. Определение параметров по данным откачек из скважин при установившемся режиме

Кривая дебита

В результате опытных откачек получаются данные о дебитах скважин Q, а также о соответствующих понижениях уровня в скважине, из которой ведется откачка S_0 и в наблюдательных скважинах $S_н$. По величинам Q и S_0 может быть построен график, называемый кривой дебита скважины, или индикаторной кривой.

Кривая дебита, как уже отмечалось, является важнейшей характеристикой, по которой оценивается производительность скважины, а также общее сопротивление фильтра и пород в прискважинной зоне. Теоретически кривая дебита, как следует из формулы Дюпюи для совершенной скважины при установившемся движении, должна иметь вид, показанный на рис. VIII. 1. Для напорных вод — это прямая, уравнение которой:

$$Q = AS_0, \tag{VIII.1}$$

где

$$A = \frac{2\pi km}{\ln \frac{R}{r_c}}. \tag{VIII.2}$$

Коэффициент A в данном случае равен так называемому удельному дебиту скважины, являющемуся постоянной величиной для любых понижений уровня:

$$A = q = \frac{Q}{S_0} = \text{const}. \tag{VIII.3}$$

График $q = f(S)$ выражается прямой, параллельной горизонтальной оси понижений. В безнапорных водах кривая дебита имеет форму параболы, отвечающей уравнению:

$$Q = A'S_0 - BS_0^2, \tag{VIII.4}$$

где

$$A' = \frac{2\pi kH_e}{\ln \frac{R}{r_c}}; \quad B = \frac{\pi k}{\ln \frac{R}{r_c}}. \qquad \text{(VIII. 5)}$$

Соответственно средний удельный дебит скважины в безнапорных водах будет

$$q = \frac{Q}{S_0} = A' - BS_0. \qquad \text{(VIII. 6)}$$

Таким образом, здесь удельный дебит с увеличением размеров понижения уровня уменьшается, а график $q = f(S)$ представляет собой прямую, наклоненную под некоторым углом к горизонтальной оси понижений.

В формулах (VIII. 1) — (VIII. 6) приняты следующие обозначения: km — водопроводимость горизонта; H_e — первоначальная (до начала откачки) мощность безнапорного горизонта; R — «радиус влияния» откачки; r_c — радиус скважины.

В реальных условиях кривые дебита, построенные по опытным данным, в очень многих случаях не совпадают с теоретическими кривыми. Обычно фактические графики $Q - S$ имеют вид кривых, отклоняющихся от теоретических вправо, в сторону оси понижений уровня, как это показано пунктирными линиями на рис. VIII. 1. При этом и графики удельного дебита $q - S$ также представляют собой кривые, существенно снижающиеся по мере увеличения размеров понижения уровня. Это объясняется различными видами несовершенства скважин и возможным нарушением при откачках линейного закона фильтрации.

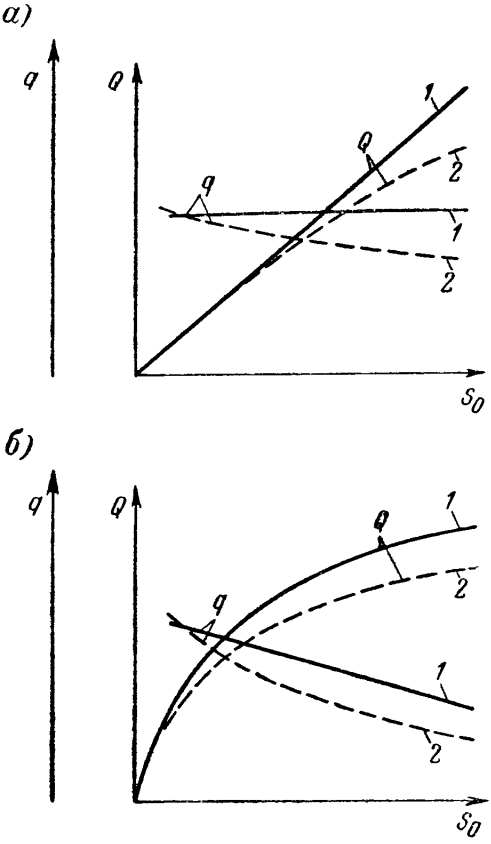


Рис. VIII. 1. Кривые дебита при откачке из скважины
а — в напорном водоносном горизонте; *б* — в безнапорном водоносном горизонте: *1* — теоретические; *2* — опытные

Заметим, что в связи с несовершенством скважины и нарушением линейного закона фильтрации, выражающимися величиной дополнительного сопротивления ζ (см. § 4 в главе четвертой), форма кривых дебита и удельного дебита, вообще говоря, может быть

самой разнообразной. Если учитывать только фактор нарушения линейного закона фильтрации, то наиболее обоснованным принято считать аналитическое выражение кривой дебита, вытекающее из двучленной зависимости между градиентом и скоростью фильтрации. Применительно к совершенной скважине это выражение имеет такой вид:

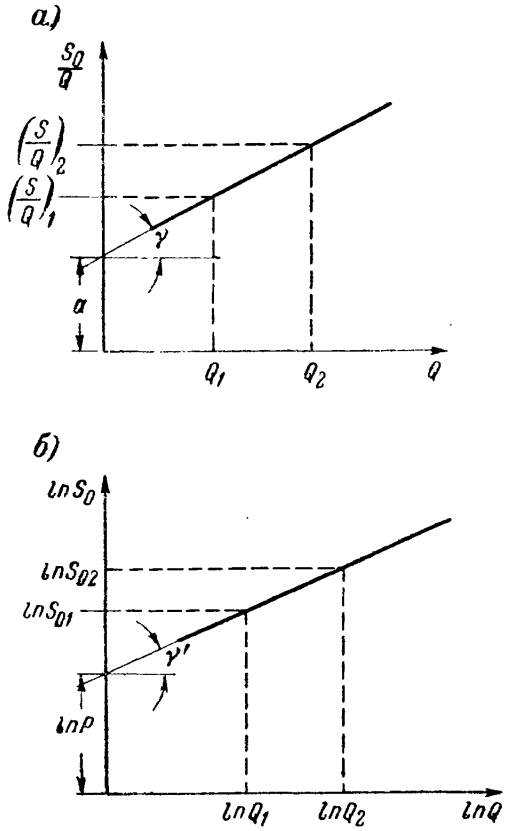


Рис. VIII. 2. Схемы графоаналитического определения параметров по уравнениям кривых дебита

$$S_0 = aQ + bQ^2, \quad \text{(VIII. 7)}$$

где a и b — коэффициенты, зависящие от параметров пласта, размера скважины (ее радиуса) и числа Рейнольдса.

Для несовершенных скважин коэффициенты a и b связаны также со многими другими факторами, характеризующими техническое состояние самой скважины, поэтому надежно их можно определить только по опытным данным. Для этих целей используется, например, прием построения линеаризованного графика по уравнению (VIII. 7). Если разделить правую и левую части уравнения на Q, то в координатах $\frac{S_0}{Q} - Q$ мы получим прямую, угловой коэффициент которой равен b:

$$\operatorname{tg}\gamma = b = \frac{\left(\frac{S_0}{Q}\right)_2 - \left(\frac{S_0}{Q}\right)_1}{Q_2 - Q_1}. \quad \text{(VIII. 7, } a\text{)}$$

Начальная ордината прямой, т. е. отрезок, отсекаемый прямой на вертикальной оси $\frac{S_0}{Q}$, равна a (рис. VIII. 2, a). В тех случаях, когда опытные точки Q и S_0 хорошо ложатся на такую прямую, можно считать, что уравнение (VIII. 7) действительно отражает реальные условия. Однако в силу того, что на характер кривых дебита оказывают влияние разнообразные факторы (не только нарушение линейного закона фильтрации), нередко лучшие результаты получаются при использовании степенной зависимости для кривой дебита:

$$S_0 = pQ^m, \quad \text{(VIII. 8)}$$

где p и m — коэффициенты, определяемые, как и в предыдущем случае, по опытным данным.

Для построения кривой дебита по уравнению (VIII. 8) можно также прибегнуть к преобразованию, в результате которого оно будет выражаться прямой линией. Так, если прологарифмировать это уравнение, то в координатах $\ln S_0 — \ln Q$ получим прямую с угловым коэффициентом, равным m:

$$\operatorname{tg}\gamma' = m = \frac{\ln \frac{S_{02}}{S_{01}}}{\ln \frac{Q_2}{Q_1}}. \qquad \text{(VIII. 8, } a\text{)}$$

Начальная ордината в этом случае равна $\ln p$ (см. рис. VIII. 2, *б*). Зависимость (VIII. 8) можно считать справедливой, если опытные точки ложатся на прямую в указанных координатах.

На практике наблюдаются случаи, когда графики $Q — S_0$, составленные по опытным данным, выражаются в виде кривой, обращенной выпуклостью вниз, к оси понижений. Принято считать, что такие графики являются следствием дефектности опыта, например недостаточной их длительности, изменения дебита в процессе откачек и т. д.

Из сказанного видно, что такой характер графиков может быть связан с изменениями сопротивления в самой скважине и в прискважинной зоне в процессе откачки. Действительно, с увеличением размеров понижения суммарное сопротивление здесь может уменьшиться (например, в результате выноса мелкозернистого материала и увеличения водопроницаемости прискважинной зоны).

В напорных водоносных горизонтах при значительных понижениях уровня в результате перераспределения давления и вызываемого в связи с этим изменения пористости пород может изменяться также водопроводимость пласта в удаленных от скважины зонах. Экстраполяция опытных данных Q и S_0 по такой кривой может дать существенные ошибки. Поэтому при значительных изменениях сопротивления в процессе опытной откачки необходимо последнюю проводить повторно, с тем чтобы на всех ступенях значений Q и S_0 учитывались изменения, возникающие в прискважинной зоне.

Определение коэффициента фильтрации и водопроводимости по данным опытных откачек

Для этих целей используются наблюдаемые при опытных откачках величины расхода Q и понижений уровня S, располагая которыми можно из уравнений для притока воды к скважине найти значения коэффициентов фильтрации k и величину водопроводимости km.

Допустим, что опытные откачки производятся из однородного водоносного горизонта, причем опытная скважина является несовершенной и расположена в точке M_0. Радиус ее r_c. Для замера понижений уровня во время откачек пробурены две наблюдательные скважины в токах M_1 и M_2, находящиеся от оси опытной скважины соответственно на расстояниях r_1 и r_2 (рис. VIII. 3).

Понижения уровня в каждой скважине (опытной и наблюдательных) можно выразить по формуле Дюпюи с поправкой на несовершенство скважины:

$$\left.\begin{aligned} S_0 &= \frac{Q}{2\pi km}\left(\ln\frac{R}{r_c}+\zeta_0\right),\\ S_1 &= \frac{Q}{2\pi km}\left(\ln\frac{R}{r_1}+\zeta_1\right),\\ S_2 &= \frac{Q}{2\pi km}\left(\ln\frac{R}{r_2}+\zeta_2\right). \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII. 9)}$$

Здесь S_0, S_1 и S_2 — понижения уровня соответственно в опытной и наблюдательных скважинах;
Q — расход скважины;
R — «радиус влияния»;
ζ_0, ζ_1 и ζ_2 — безразмерные сопротивления, определяемые несовершенством скважин.

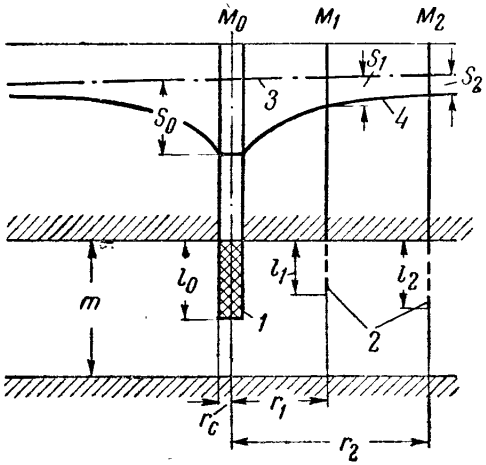


Рис. VIII. 3. Схема расположения скважины в опытном кусте (к определению коэффициента фильтрации)

1 — фильтр центральной скважины; *2* — то же в наблюдательных скважинах; *3* — первоначальная пьезометрическая поверхность (до откачки); *4* — пьезометрическая поверхность при откачке

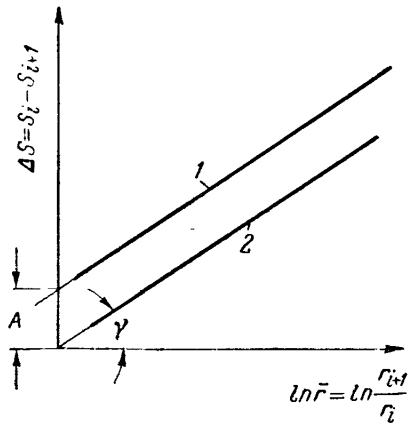


Рис. VIII. 4. Схема графоаналитического определения km и ζ_0 по данным откачек при установившемся режиме. Графики $\Delta S \div \div \ln\bar{r}$: *1* — по опытной и наблюдательной скважинам, *2* — по наблюдательным скважинам

Если известны все эти величины, то из любого уравнения (VIII. 9) можно найти коэффициент фильтрации k и проводимость водоносного горизонта km. Обычно берется разность понижений уровня по двум соседним скважинам — опытной и наблюдательной, или по двум наблюдательным. При этом исключается трудно определяемая величина R, и формулы для проводимости (в дальнейшем будет рассматриваться только этот обобщенный параметр) приобретают следующий вид:

по опытной и первой наблюдатель скважинам:

$$km = \frac{Q}{2\pi (S_0 - S_1)} \left(\ln \frac{r_1}{r_c} + \zeta_0 - \zeta_1 \right); \qquad \text{(VIII. 10)}$$

по двум наблюдательным скважинам:

$$km = \frac{Q}{2\pi (S_1 - S_2)} \left(\ln \frac{r_2}{r_1} + \zeta_1 - \zeta_2 \right). \qquad \text{(VIII. 11)}$$

Поскольку несовершенство проявляется только вблизи опытной скважины (на расстоянии, приблизительно равном мощности горизонта, течение приобретает уже характер плоско-радиального), в формуле (VIII. 11) разностью $\zeta_1 - \zeta_2$ по сравнению с логарифмическим членом во многих случаях можно пренебрегать. Тогда

$$km = \frac{Q}{2\pi (S_1 - S_2)} \ln \frac{r_2}{r_1}. \qquad \text{(VIII. 12)}$$

Это обстоятельство дает возможность находить показатель ζ_0 непосредственно из опытных данных, что имеет существенное значение, поскольку, как мы указывали выше, прямое его определение в связи с крайней неоднородностью сопротивлений в скважине и в прискважинной зоне связано с большими трудностями.

Действительно, полагая $\zeta_1 = 0$, при известном значении km, которое вычисляется по формуле (VIII. 12) исходя из понижений уровня в наблюдательных скважинах, можно из уравнения (VIII. 10) определить:

$$\zeta_0 = \frac{2\pi (S_0 - S_1)}{Q} - \ln \frac{r_1}{r_0}. \qquad \text{(VIII. 13)}$$

Найденное таким образом значение ζ_0 далее можно расчленить путем определения отдельно показателя несовершенства скважин по степени вскрытия водоносного горизонта ζ_{01}.

При значительном количестве наблюдательных скважин обработку результатов кустовых откачек и определение km и ζ_0 следует производить графоаналитическим путем. Для этого разность понижений уровня по всем рассматриваемым парам скважин $\Delta S = S_i - S_{i+1}$ наносят на ось ординат, а логарифм отношения расстояний этой пары от опытной скважины $\ln \overline{r} = \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}$ — на ось абсцисс (рис. VIII. 4). При таком построении опытные точки должны быть размещены по прямым *1* и *2*, соответственно по парам скважин, из которых одна опытная, и по скважинам, удаленным от опытной. Первая прямая, как это следует из формулы (VIII. 10), характеризуется наличием начальной ординаты A, по которой можно оценить показатель суммарного сопротивления ζ_0:

$$\zeta_0 = \frac{A}{B}, \qquad \text{(VIII. 14)}$$

где B — угловой коэффициент прямых, равный тангенсу угла их наклона к оси абсцисс: $B = \operatorname{tg}\gamma = \frac{\Delta S_2 - \Delta S_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$.

Проводимость пласта выражается равенством

$$km = \frac{Q}{2\pi B}. \qquad \text{(VIII. 15)}$$

В случае безнапорных вод вместо мощности пласта m следует брать среднюю мощность, равную

$$H_{ср} = \frac{h_i + h_{i+1}}{2}, \qquad \text{(VIII. 16)}$$

где h_i и h_{i+1} — глубины воды до водоупора в соответствующей паре наблюдательных скважин.

Изложенный прием графоаналитической обработки опытных откачек для определения водопроводимости km и показателя общего сопротивления ζ_0 имеет то преимущество перед одиночными аналитическими расчетами, что он дает возможность более обоснованно выбрать средние значения этих параметров по множеству опытных данных. Для выбора направления прямой и определения угла ее наклона к оси абсцисс можно воспользоваться следующим очевидным соотношением:

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\Delta S}{\ln r}\right)_i}{n}, \qquad \text{(VIII. 17)}$$

где 1, 2, . . ., n — номера опытных точек (n — их общее число).

При этом из суммы должны быть исключены точки, по тем или иным причинам явно не соответствующие исходному уравнению или «дефектные».

Наконец, при известных значениях km и ζ_0 можно оценить величину «радиуса влияния» откачки:

$$R = r_c e^{\frac{2\pi km S_0}{Q} - \zeta_0}. \qquad \text{(VIII. 18)}$$

Графоаналитический прием обработки результатов опытных откачек из совершенных скважин для определения коэффициента фильтрации в свое время был предложен С. А. Колем [122] и Е. Е. Керкисом [114].

Определение водопроводимости km и показателя сопротивления ζ_0 при откачках из скважин в водоносных горизонтах, имеющих ограниченную площадь распространения, можно производить, исходя из зависимостей, приведенных в § 3 главы четвертой. Для простей-

ших схем полуограниченных горизонтов можно пользоваться формулами, приведенными в данном параграфе. В них заменяют действительные расстояния r_i от опытной скважины до наблюдательных и радиус опытной скважины r_c некоторыми приведенными величинами r_i^* и r_c^* по следующим соотношениям:

	Формулы для определения:	
	r_i^*	r_c^*
Схема с прямолинейным контуром, на котором $H=\text{const}$ (река) . . .	$\frac{r_i}{\varrho_i}$	$\frac{r_c}{\varrho_c}$
Та же схема с $q=0$ (непроницаемые породы)	$r_i\,\varrho_i$	$r_c\,\varrho_c$

Здесь ϱ_i и ϱ_c — расстояния от точки расположения i-ой наблюдательной скважины и опытной скважины до их зеркальных отображений относительно прямолинейного контура.

В неоднородных водоносных горизонтах определение водопроводности и других параметров по данным опытных откачек производится на основе формул, которыми описывается приток подземных вод к скважинам в соответствующих условиях. Методика таких определений для слоистых толщ и некоторых схем неоднородности в плане освещена в работах В. Д. Бабушкина [21, 22, 23].

§ 3. Определение параметров по данным откачек из скважин при неустановившемся режиме

Основная идея метода определения гидрогеологических параметров по откачкам из скважин в условиях неустановившегося движения остается той же, что и при стационарном режиме — для этих целей используют соответствующие решения о неустановившемся притоке подземных вод к скважине. Располагая данными о расходах и уровнях в различные моменты времени (по откачкам), из этих уравнений определяют величины водопроводимости km и пьезопроводности a. Применимость этих решений, как и в случае установившегося движения, определяется их соответствием природным условиям и условиям проведения опыта.

Рассмотрим широко распространенную в практике методику определения параметров по откачкам из скважины в однородном водоносном горизонте весьма значительной площади распространения (теоретически безграничной).

Откачки при постоянном расходе

В случае, когда откачки производятся при постоянном расходе скважины $Q = \text{const}$, их обработку и определение параметров можно производить по зависимостям (IV. 18) и (IV. 11). Взяв понижения

уровня S_1 и S_2 соответственно в моменты времени t_1 и t_2, можно на основании формулы (IV. 8) составить отношение:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{Ei\left(-\frac{r^2}{4at_1}\right)}{Ei\left(-\frac{r^2}{4at_2}\right)}. \qquad \text{(VIII. 19)}$$

Здесь известны все величины, кроме коэффициента пьезопроводности a: r — расстояние точки, в которой производятся замеры уровня S_1 и S_2, от оси опытной скважины. Это дает возможность путем подбора определить значение коэффициента пьезопроводности. Зная величину a, можно далее для любого из взятых значений S_1 и S_2 вычислить величину водопроводимости:

$$km = \frac{Q}{4\pi S_{1-2}} Ei \times$$

$$\times \left(-\frac{r^2}{4at_{1-2}}\right). \qquad \text{(VIII. 20)}$$

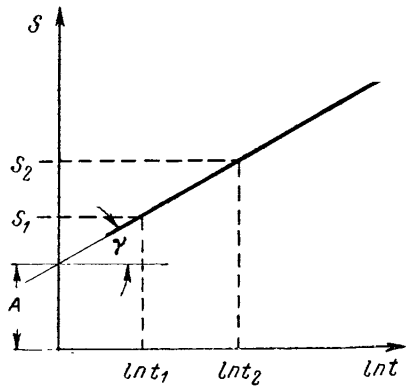


Рис. VIII. 5. Схема графоаналитического определения km и a по данным откачек при неустановившемся режиме

При $\frac{r^2}{4at} < 0{,}1 \div 0{,}05$, когда становится справедливым логарифмическое приближение функции Ei, параметры km и a в соответствии с формулой (IV. 10) находят из следующих выражений:

$$km = \frac{Q}{4\pi (S_2 - S_1)} \ln \frac{t_2}{t_1}, \qquad \text{(VIII. 21)}$$

$$a = 0{,}445 \frac{r^2}{t_{1-2}} e^{\frac{4\pi km S_{1-2}}{Q}}. \qquad \text{(VIII. 22)}$$

Для более полного учета всех данных об уровнях, получаемых в процессе откачки, и для возможности их обоснованного осреднения определение параметров по зависимостям (VIII. 21) и (VIII. 22) обычно производят с помощью построения графиков в координатах $S - \ln t$ [44, 58, 220, 230]. При этом уравнение (IV. 11) выражается прямой линией (рис. VIII. 5); ее угловой коэффициент

$$B = \operatorname{tg} \gamma = \frac{S_2 - S_1}{\ln \frac{t_2}{t_1}} = \frac{Q}{4\pi km};$$

начальная ордината $A = B \ln \frac{2{,}25\, a}{r^2}$. По этим характеристикам находят km и a:

$$km = \frac{Q}{4\pi B}, \qquad \text{(VIII. 23)}$$

$$a = 0{,}445\, r^2 e^{\frac{A}{B}}. \qquad \text{(VIII. 24)}$$

При определении параметров по данным откачки из одной скважины без наблюдательных скважин в приведенных формулах принимается, что $r = r_c$, где r_c — радиус опытной скважины.

Таким образом, казалось бы, можно сделать вывод, что при неустановившемся движении достаточно получить данные только по опытной скважине, а проводить кустовые откачки (с наблюдательными скважинами) не обязательно. Следует, однако, иметь в виду, что при неустановившемся движении, так же как и в стационарных условиях, существенное влияние могут оказать различные виды сопротивления скважины и зоны, прилегающей к ней. Формулы (VIII. 19), (VIII. 22) и (VIII. 24), используемые для определения коэффициента пьезопроводности, при подстановке в них величины $r = r_c$, без введения показателя суммарного сопротивления ζ_0 могут дать нереальные значения этого коэффициента. Поскольку же показатель суммарного сопротивления нельзя надежно определить теоретически, то и произвести оценку коэффициента пьезопроводности по наблюдениям в опытных скважинах в большинстве случаев практически невозможно.

В нефтяной практике из этого затруднения иногда пытаются выйти, вводя комплексный параметр $\frac{a}{r^2_{\text{с пр}}}$, который определяется по опытной скважине. Величина $r_{\text{с пр}}$ представляет собой некоторый приведенный радиус опытной скважины, в котором учитываются дополнительные сопротивления самой скважины и прискважинной зоны. Для того чтобы найти величину $r_{\text{с пр}}$, нужно каким-либо иным способом определить значение a. В частности, это предлагается делать, принимая коэффициенты упругой сжимаемости (нефти, воды и породы) по экспериментальным лабораторным данным.

В гидрогеологических исследованиях такой путь мало приемлем, поскольку ни теоретически, ни экспериментами на образцах в лабораторной обстановке нельзя надежно оценить водоотдачу и коэффициент пьезопроводности водоносного горизонта. Поэтому и в условиях неустановившегося движения откачки с целью определения пьезопроводности, как правило, производятся с наблюдательными скважинами.

Наблюдательные скважины, удаленные на более или менее значительное расстояние от опытной, дают возможность находить коэффициент пьезопроводности без учета сопротивления опытной скважины и прилегающей к ней зоны. По ним же, как и по опытной скважине, можно определять значение водопроводимости.

Найденные таким образом параметры водопроводимости и пьезопроводности позволяют затем определить величину показателя суммарного сопротивления ζ_0. Для этого можно воспользоваться основной исходной зависимостью (IV. 8), в соответствии с которой получим:

$$\zeta_0 = \frac{2\pi\, kmS_0}{Q} + \frac{1}{2} Ei\left(-\frac{r_c^2}{4at}\right). \qquad \text{(VIII. 25)}$$

По истечении времени, определяемого критерием (IV. 10),

$$\zeta_0 = \frac{2\pi\, kmS_0}{Q} - \ln\frac{R}{r_c}. \qquad \text{(VIII. 26)}$$

Эта последняя формула сходна с формулой (VIII. 13), но поскольку в нее входит понижение уровня S_0 в опытной скважине к концу периода t (а не разность уровней в двух точках), в числителе под знаком логарифма принимается величина условного радиуса влияния откачки на тот же период $R = 1{,}5\sqrt{at}$. Опыт определения величины ζ_0 по данным фильтрационных исследований описывается, например, в работе [59].

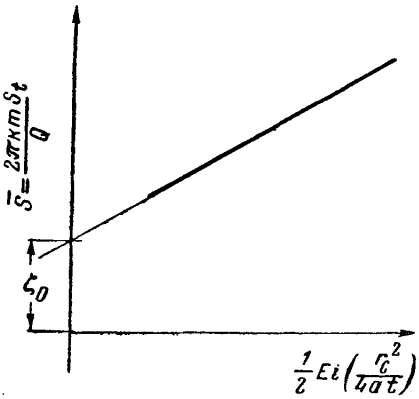


Рис. VIII. 6. Схема графоаналитического определения ζ_0 по данным откачек при неустановившемся режиме

Для учета всей совокупности опытных данных целесообразно при определении ζ_0 по формулам (VIII. 25) и (VIII. 26) наносить точки фактических наблюдений на график в координатах:

$$\bar{S}_t \div \frac{1}{2}Ei\left(-\frac{r_0^2}{4at}\right) \text{ или } \bar{S}_t \div \ln\frac{R}{r_c},$$

где $\bar{S}_t = \dfrac{2\pi\, kmS_t}{Q}$.

В таких координатах опытные данные должны укладываться на прямую, отсекающую на оси ординат, т. е. на оси $\bar{S}_t$, отрезок, равный ζ_0 (рис. VIII. 6). Здесь величины km и a уже известны по определениям, сделанным на основе замеров уровней в наблюдательных скважинах.

Как мы указывали ранее (см. § 2 и 3 в главе четвертой), формула (IV. 11) характеризует квазистационарный режим фильтрации во всей зоне, где она становится справедливой, т. е. на расстоянии $r \leqslant (0{,}5 \div 0{,}75)\sqrt{at}$ от оси опытной скважины. В этой зоне кривая депрессии подчиняется логарифмической зависимости. Следовательно, здесь можно определять km по вышеприведенным формулам (VIII. 9)—(VIII. 13) и по графику, изображенному на рис. VIII. 4 для установившегося движения, используя данные о понижениях уровня в опытной и наблюдательных скважинах в каждый данный момент времени.

Приемы обработки данных по наблюдательным скважинам

На рис. VIII. 7 показаны графики $S-t$ и $S-\ln t$ для опытной и наблюдательных скважин. Из них видно, что в опытной скважине кривая $S-t$ вначале характеризуется резким подъемом, а затем постепенно выполаживается. В координатах $S-\ln t$ мы, как уже отмечалось выше, очень быстро получаем прямую линию.

Иная картина отмечается по наблюдательным скважинам. Здесь в начале откачки понижения уровня вообще не происходит, или, точнее, оно происходит в таких ничтожных размерах, что практически не обнаруживается. Понижение фиксируется только по истечении определенного отрезка времени, тем большего, чем на более значительном расстоянии находится наблюдательная скважина от опытной. В дальнейшем кривые $S-t$ по наблюдательным скважинам плавно поднимаются, причем в них хорошо выражена точка перегиба (точки $П_1$, $П_2$ на рисунке). После перегиба формируется та часть кривых, которая сходна по форме с кривой по опытной скважине (здесь они параллельны). Соответственно в координатах $S-\ln t$ графики по наблюдательным скважинам выходят на прямую только на последних, краевых участках.

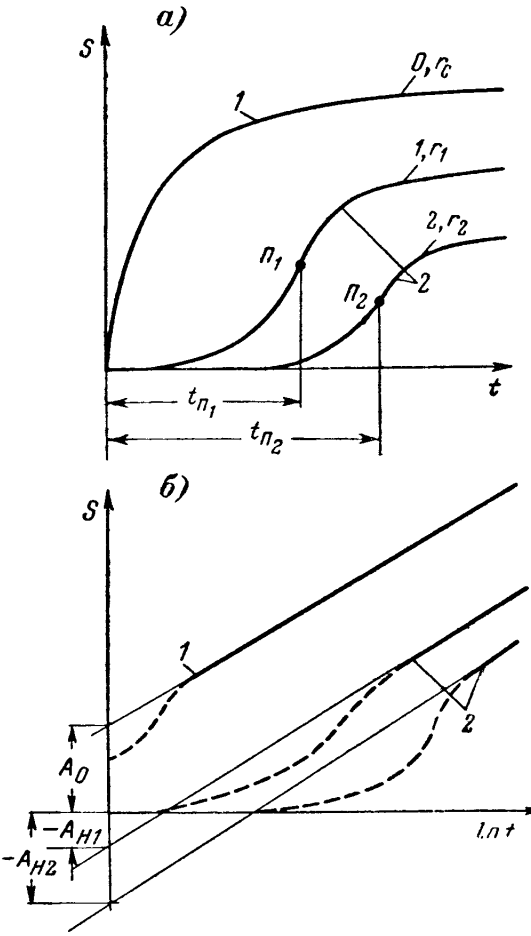


Рис. VIII. 7. Графики зависимости $S-t$ и $S-\ln t$ при неустановившемся режиме
1 — опытная скважина; *2* — наблюдательные скважины

В связи с этим при не очень длительных откачках для определения параметров по данным замеров уровней в наблюдательных скважинах нельзя пользоваться формулами (VIII. 21)—(VIII. 24). Для этих случаев применимы только формулы (VIII. 19) и (VIII. 20), содержащие интегральную показательную функцию Ei. Длительность периода наблюдений, в течение которого следует пользоваться формулами (VIII. 19) и (VIII. 20), определяется возможностью замены функции Ei ее логарифмическим приближением:

$$t \geqslant (2{,}5 \div 5)\frac{r^2}{a}, \qquad \text{(VIII. 27)}$$

где r — расстояние от наблюдательной скважины до опытной.

Поскольку, однако, коэффициент пьезопроводности a заранее нам неизвестен, то и оценку необходимой длительности наблюдений по соотношению (VIII. 27) практически произвести невозможно. Об этом можно судить лишь по форме графиков $S - \ln t$, построенных по фактическим данным; начало их прямолинейного участка соответствует указанному времени.

Учитывая это обстоятельство, для обработки фактических данных о понижениях уровня по наблюдательным скважинам с целью определения параметров нередко используют «метод эталонной кривой», сущность которого заключается в следующем.

Строится теоретическая (эталонная) кривая в координатах $\ln[-Ei(-\alpha_0)] \div \ln\frac{1}{\alpha_0}$ и фактическая кривая в соответствующих координатах $\ln S \div \ln t$. При совмещении эталонной и фактической кривых (для такого совмещения эталонную кривую наносят на кальку) происходит сдвижка указанных осей: вертикальных $\ln[-Ei(-\alpha_0)]$ и $\ln S$ на величину $\ln S^\circ = \ln\frac{Q}{4\pi km}$, горизонтальных $\ln\frac{1}{\alpha_0}$ и $\ln t$ — на величину $\ln t^\circ = \ln\frac{r^2}{4a}$. Это прямо следует из используемого здесь основного уравнения (IV. 8) для притока подземных вод к скважине в безграничном водоносном горизонте.

В самом деле, из (IV. 8), логарифмируя его, получаем:

$$\ln S = \ln\frac{Q}{4\pi km} + \ln[-Ei(-\alpha_0)]. \qquad \text{(VIII. 28)}$$

Вместе с тем поскольку $\alpha_0 = \frac{r^2}{4at}$, то

$$\ln t = \ln\frac{r^2}{4a} + \ln\frac{1}{\alpha_0}. \qquad \text{(VIII. 29)}$$

Эти выражения показывают, что $\ln S$ и $\ln[-Ei(-\alpha_0)]$ как бы смещены относительно друг друга на величину $\ln\frac{Q}{4\pi km}$, а $\ln t$ и $\ln\frac{1}{\alpha_0}$ — на величину $\ln\frac{r^2}{4a}$ (рис. VIII. 8). Определив указанным образом значения S° и t° по совмещенным кривым, далее находят параметры km и a:

$$km = \frac{Q}{4\pi S^\circ}, \qquad \text{(VIII. 30)}$$

$$a = \frac{r^2}{4t^\circ}. \qquad \text{(VIII. 31)}$$

Если совпадение кривых — опытной и эталонной — достигается не во всех точках, можно для уточнения определить параметры отдельно по нескольким точкам, в которых кривые соприкасаются.

В этом случае получим:

$$km = -\frac{QEi\,(-\alpha_0)_M}{4\pi S_M}, \qquad \text{(VIII.32)}$$

$$a = \frac{r^2}{4\alpha_{0M}\, t_M}. \qquad \text{(VIII.33)}$$

Здесь индексом «M» обозначены соответствующие значения координат в точке касания кривых (см. рис. VIII. 8).

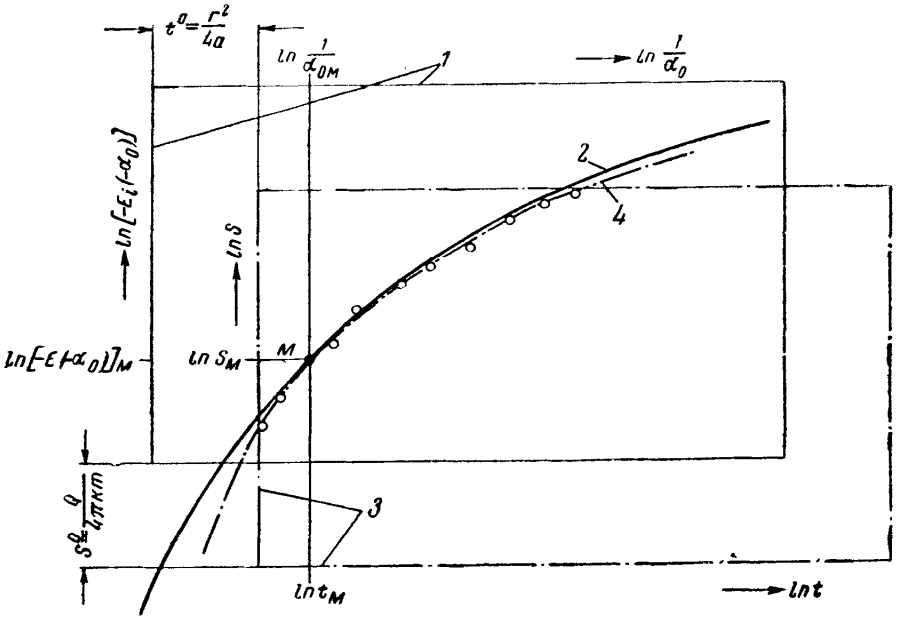


Рис. VII. 8. Эталонная (теоретическая) и опытная кривые для определения km и a по наблюдательным скважинам

1 — координаты эталонной (теоретической) кривой; *2* — эталонная кривая; *3* — координаты опытной кривой; *4* — опытная кривая

Метод эталонной кривой известен из работ американских авторов (см. упоминавшуюся сводку [230)]. Он освещен в работах Ю. П. Борисова и В. П. Яковлева [43] и В. М. Шестакова [217].

Определение параметров по прослеживанию за восстановлением уровня после остановки скважины

При прекращении откачки, производившейся с постоянным расходом Q, начинается подъем (восстановление) уровня S. Величина понижения в любой момент после прекращения откачки определяется по следующему уравнению:

$$S = -\frac{Q}{4\pi\, km}\left[Ei\left(-\frac{r^2}{4a\,(T+t)}\right) - Ei\left(-\frac{r^2}{4at}\right)\right]. \qquad \text{(VIII.34)}$$

Здесь $T + t$ — полная продолжительность периода от начала откачки до момента, когда в процессе восстановления определяется понижение уровня S в точке с координатой r;

T — длительность периода откачки до остановки скважины (и начала восстановления уровня).

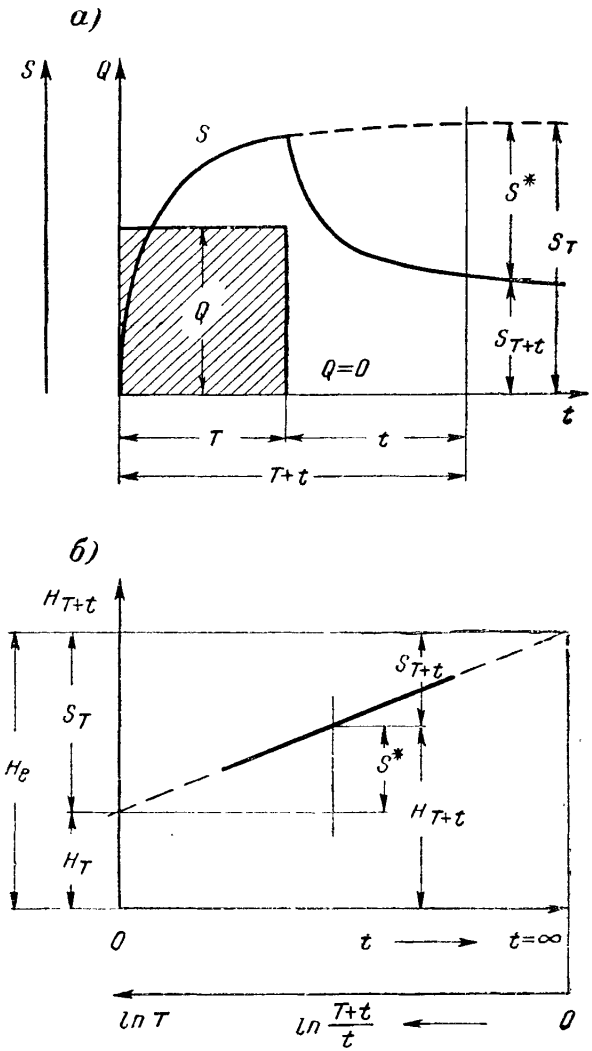


Рис. VIII. 9. Схема к определению параметров по наблюдениям за восстановлением уровня в остановленной скважине

а — график S — t и Q — t, *б* — график H (и S) — $-\ln\frac{T+t}{t}$.

Уравнение (VIII. 34) выводится на основании предпосылки, что остановка скважины, действовавшей с расходом Q, в гидравлическом отношении равносильна нагнетанию в нее воды с тем же расходом Q. Можно также производить частичную остановку скважины, т. е. переходить на другую, меньшую величину дебита. При этом в самой скважине и вблизи нее при относительно малом значении α_0,

когда функцию Ei можно заменить логарифмом, формула (VIII. 34) представляется в таком виде:

$$S = \frac{Q}{4\pi\, km} \ln \frac{T+t}{t}. \qquad \text{(VIII. 35)}$$

Если учесть, что $S = H_e - H_{T+t}$, где H_e — первоначальный пьезометрический уровень (до начала откачки), то в координатах $H_{T+t} \div \ln \frac{T+t}{t}$ зависимость (VIII. 35) выражается прямой линией. Продолжая эту линию до пересечения с ординатой $t \to \infty$ или $\ln \frac{T+t}{t} \to 0$, можно, как это предлагается в ряде работ, определить величину H_e, которая при длительных откачках оказывается во многих практических случаях неизвестной. При обработке данных о восстановлении уровня, угловой коэффициент прямой $H_{T+t} \div \ln \frac{T+t}{t}$ позволяет определить по формуле (VIII. 23) проводимость водоносного горизонта km (рис. VIII. 9).

Следует, однако, иметь в виду, что к концу опытных откачек достигнутое понижение уровня S_T изменяется обычно мало, и влияние продолжающегося снижения уровня, или «наследство» откачки по сравнению с величиной его повышения (восстановления), происходящего после остановки скважины, ничтожно. Поэтому в большинстве случаев принимают, что до остановки скважины депрессия является стационарной, т. е. $S_T = \text{const}$. Тогда динамику восстановления уровня можно охарактеризовать тем же исходным уравнением (IV. 11), что и при откачках.

Приведенные выше приемы определения параметров по откачкам полностью применимы и для опытов с прослеживанием за восстановлением уровня после закрытия скважины, если во всех расчетных зависимостях и на графиках вместо понижения S принимать повышение уровня S^*:

$$S^* = H_{T+t} - H_T, \qquad \text{(VIII. 36)}$$

где H_{T+t} — текущий напорный уровень в момент времени t;

H_T — уровень в момент прекращения откачки (принимается что $H_T = \text{const}$).

Длительность периода восстановления уровня t, при которой предшествующий период T (до остановки скважины) отвечает стационарному режиму, приближенно можно принять:

$$t \leqslant (0{,}1 \div 0{,}05)\, T.$$

Факторы, усложняющие изложенную методику определения параметров.

Охарактеризованная выше схема обработки опытных данных для определения параметров km и a нередко осложняется. Это связано со многими обстоятельствами, которые вызывают дефор-

мации кривых $S - t$ и $S - \ln t$ и невозможность в связи с этим на всем интервале времени использовать их для интерпретации указанных теоретических зависимостей.

Следует прежде всего отметить факторы, обусловливающие искажение начальных участков кривых $S - t$ и $S - \ln t$. Формулы, приведенные выше для обработки опытных данных, получены исходя из предпосылки, что в момент начала откачки дебит Q устанавливается мгновенно. Точно так же предполагается, что в момент закрытия скважины и начала восстановления уровня происходит мгновенное прекращение притока к ней, т. е. дебит Q становится равным нулю. В действительности же дебит Q в начале опыта изменяется, так как происходит опорожнение (при откачке) или заполнение (после прекращения откачки) ствола скважины.

В строгой постановке задача с учетом изменения дебита под влиянием этого фактора должна решаться при задании следующего граничного условия на скважине:

$$t > 0, \quad r = r_c \quad 2\pi\, kmr \frac{\partial S}{\partial r} = \pi r^2 \frac{\partial S}{\partial t}. \qquad \text{(VIII. 37)}$$

Такое решение было получено аналитически Б. С. Шержуковым и Н. И. Гамаюновым [203а] и С. Г. Каменецким, а также на гидроинтеграторе во ВНИИНефти. Графики $S - \ln t$, соответствующие этим решениям, вначале имеют характер кривых, отклоняющихся от прямой, и только по истечении определенного времени они приближаются к этой последней.

Э. Б. Чекалюк [202] дает критерий, по которому можно определить погрешность, вносимую в расчеты параметров пренебрежением притока в скважину и искажением начального участка графика $S - \ln t$:

$$\varepsilon = \frac{V(t)}{Qt}, \qquad \text{(VIII. 38)}$$

где $V(t)$ — объем воды, заполняющий ствол скважины к моменту времени t;

Q — дебит скважины.

Если задаться величиной ε, то из (VIII. 38) можно найти время, в течение которого нельзя пользоваться для определения параметров вышеприведенными формулами, не учитывающими притока в скважину:

$$t \leqslant \frac{V(t)}{\varepsilon Q}. \qquad \text{(VIII. 39)}$$

Очевидно, что в подавляющем большинстве случаев при исследованиях скважин, предназначенных для водоснабженческих целей, водопонижения и др., время t по (VIII. 39) даже при жестких требованиях в отношении точности расчетов является ничтожно малым. Например, объем скважины диаметром 0,4 *м* при максимальном понижении уровня 50 *м* составляет всего 6,28 $м^3$. Даже при скромном дебите скважины, достигающем 500 $м^3$/*сутки* (5,8 *л*/*сек*), указанный объем будет заполнен примерно за 0,3 *час*.

Таким образом, для более или менее водообильных водоносных горизонтов при понижениях уровня, не превышающих нескольких десятков метров, нет надобности при опытных определениях параметров учитывать изменения дебита вследствие утечки воды или заполнения ствола скважины. Лишь в весьма слабо проницаемых водоносных горизонтах и при значительных понижениях уровня в этом может возникнуть необходимость.

Имеется целый ряд предложений по методике учета этого фактора при обработке опытных данных о восстановлении уровня (см., например, [201, 202] и многие другие работы). Наиболее удобна и проста методика, предложенная Ф. А. Требиным и Г. В. Щербаковым.

Для учета отклонения кривой восстановления уровня в координатах $S - \ln t$ (то же относится и к случаю понижения уровня при откачке) эти авторы предлагают ввести в формулы (VIII. 20) и (VIII. 21) поправочный коэффициент, определяемый по опытным данным:

$$z = \frac{Q}{Q - q(t)}, \qquad \text{(VIII. 40)}$$

где Q — дебит скважины;

$q(t)$ — дебит, «затрачиваемый» на заполнение скважины или утечку из нее воды.

Коэффициент z вводится в формулы в качестве множителя к наблюденным величинам понижения уровня S. При $q(t) > 0$, $z > 1$ и в пределе, когда $q(t) \to 0$, $z \to 1$. Практически значение $q(t)$ определяется по следующей зависимости:

$$q(t) = \pi r_c^2 \frac{\Delta S}{\Delta t}, \qquad \text{(VIII. 41)}$$

где $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ — скорость повышения или понижения уровня в скважине, которая может быть найдена для каждого момента времени t как тангенс угла наклона касательной к фактической кривой $S - t$.

Более существенные отклонения начальных участков графиков $S - t$ и $S - \ln t$ могут, по-видимому, происходить под влиянием несовершенства опытной скважины и всего комплекса сопротивлений в ней, а также в прискважинной зоне. С этим связаны отклонения от прямолинейного участка графика $S - \ln t$ как вверх, так и вниз от него. В первом случае сопротивления здесь понижены по сравнению с зонами, удаленными от опытной скважины, во втором — повышены.

Рассмотрим теперь некоторые особенности краевых участков графиков $S - t$ и $S - \ln t$, которые нередко затрудняют определение параметров по изложенной выше методике, причем они касаются как опытных, так и (даже в еще большей степени) наблюдательных скважин.

При более или менее длительных опытах существенное влияние могут оказать контуры водоносного горизонта и его неоднородность

[25, 44]. На рис. VIII. 10 показаны отклонения графиков $S-t$ и $S-\ln t$ при наличии контура питания (или стока) с постоянным напором ($H=\text{const}$) и непроницаемого контура ($q=0$). В первом случае график асимптотически приближается к прямой параллельной оси $\ln t$ (ветвь *1* на рис. VIII. 10), во втором он отклоняется вверх (ветвь *2*). В безграничном горизонте график $S-\ln t$ имеет характер прямой, а в координатах $S-t$ — это кривая, тангенс угла наклона касательной в каждой точке которой пропорционален $\frac{1}{t}$.

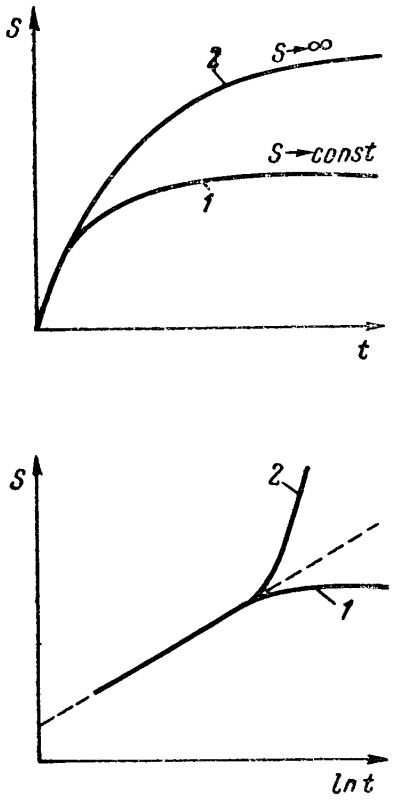


Рис. VIII. 10. Графики $S=f(t)$ и $S=f_1(\ln t)$ при откачке из скважины в водоносных горизонтах

1 — с контуром питания (стока); *2* — с непроницаемым контуром

Если водоносный горизонт ограничен непроницаемым контуром не только с одной, а со всех сторон и представляет собой как бы «бочку», график $S-\ln t$ со временем отклоняется вверх в еще большей мере, поскольку в этом случае понижение уровня становится прямо пропорциональным времени (в координатах $S-t$ имеем прямую).

При наличии в некотором удалении от опытного узла зоны с иными значениями водопроводимости и пьезопроводности отклонения графика $S-\ln t$ от прямой могут происходить в тех же направлениях, хотя и не столь резко; краевые участки графика соответственно будут занимать промежуточное положение между указанными выше предельными их направлениями.

Такого же характера деформации прямолинейных графиков $S-\ln t$ на определенном интервале времени могут происходить и под влиянием других причин, например, в горизонтах с наклонным водоупором, при перетекании воды в данный водоносный горизонт из других горизонтов и при фильтрации из рек.

Многие авторы (см., например, работы [25, 197, 201]) предлагают использовать краевые участки графиков $S-\ln t$ для решения обратной задачи, т. е. для установления расстояния до контура водоносного горизонта или до границы раздела зон с различными фильтрационными свойствами, а также для определения геометрической формы этих границ и т. д. Это, однако, далеко не всегда оказывается возможным, поскольку графики не могут быть расшифрованы однозначно: многие природные факторы геометрически на

графиках проявляются одинаково. Особенно трудно использовать для этих целей графики в промежуточной стадии, когда только появляются отклонения от прямолинейных участков. Здесь, кроме отмеченных природных факторов, могут сказываться также технические особенности опыта: изменения дебита опытной скважины, включение и выключение взаимодействующих скважин и т. д.

Естественно, поэтому, что правильная интерпретация опытных данных и выбор расчетных зависимостей для количественной оценки параметров по краевым участкам графиков $S - \ln t$ могут быть сделаны только при условии ясного представления о характере действительной природной обстановки и условиях проведения опыта.

Откачки при изменяющемся расходе

В случаях, когда откачки из скважин производятся с изменяющимся расходом, принципиальная схема определения гидрогеологических параметров остается такой же, как и выше, с той только разницей, что при этом используются расчетные формулы, выведенные для различных законов изменения расхода (см. § 2 главы четвертой). В зависимости от стадии опыта (его продолжительности) расчеты параметров производятся по строгим или приближенным формулам, позволяющим использовать графоаналитический метод с построением линеаризованных графиков $S - \ln t$.

Большой интерес для определения параметров представляют длительные откачки из систем взаимодействующих скважин, выполняющихся в процессе детальных изысканий и эксплуатации. Данные таких откачек позволяют оценить средние значения водопроводимости и пьезопроводности для крупной территории.

Обработка результатов опытных откачек из систем взаимодействующих скважин производится по зависимостям, приведенным в § 5 главы четвертой. С их помощью могут быть учтены различные изменения в динамике откачки, обусловливаемые разновременным вводом в действие скважин или их отключением.

Например, для случая, когда график изменений дебита имеет вид ступенчатой кривой, зависимость (IV. 113), приведенную в § 6 главы четвертой, можно записать в следующем виде:

$$S = \frac{Q}{4\pi\, km S}\,(\alpha + \ln a + \ln t_{\text{ср}}).$$

График, соответствующий этому уравнению, построенный по опытным данным, в координатах $\frac{S_i}{Q_{\text{сум},\, i}} - \ln t_{\text{ср}}$, будет выражен прямой линией, угловой коэффициент которой

$$B^* = \frac{\dfrac{S'}{Q^1_{\text{сум}}} - \dfrac{S''}{Q^2_{\text{сум}}}}{\ln t'_{\text{ср}} - \ln t''_{\text{ср}}} = \frac{1}{4\pi\, km},$$

а начальная ордината $A^* = B^*(\alpha + \ln a)$;

$$\alpha = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{Q_{\text{сум}}} \ln \frac{2{,}25}{r_i^2}; \qquad \ln t_{\text{ср}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{Q_{\text{сум}}} \ln t_i.$$

Если одновременно с изменением дебита скважин меняется их число и расположение, то опытные данные представляются в виде графика в координатах $\frac{S_i}{Q_{\text{сум},\,i}} \div \ln \frac{t_i}{r_i^2}$. При этом α и $\ln t_{\text{ср}}$ выражаются так:

$$\alpha = 0{,}81; \quad \ln t_{\text{ср}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{Q_{\text{сум},\,i}} \ln \frac{t_i}{r_i^2}.$$

Здесь Q_i — дебит i-ой скважины (общее число скважин n);

$Q_{\text{сум}}$ — алгебраическая сумма дебитов всех скважин (при остановке скважин в формулу вводится член с отрицательным дебитом, равным действительному дебиту до остановки);

t_i — фактическое время действия каждой скважины (в том числе и условно рассматриваемых с отрицательным дебитом) до момента времени t, в который определяется понижение уровня S.

Располагая значениями A^* и B^* (определяемыми по графику $S - \ln t_{\text{ср}}$), можно найти km и a:

$$km = \frac{1}{4\pi B^*}, \tag{VIII.42}$$

$$a = e^{\frac{A^*}{B^*} - \alpha}. \tag{VIII.43}$$

Примеры определения параметров по изложенной методике приведены в работах [57] и [224].

§ 4. Определение водопроницаемости ненасыщенных грунтов по данным наливов в шурфы и скважины

Опытные наливы в шурфы

Для определения водопроницаемости ненасыщенных грунтов в зоне аэрации, когда зеркало грунтовых вод находится на глубине не менее 5 *м*, проводятся опыты по инфильтрации воды из шурфов и скважин.

Действующими силами при инфильтрации воды из шурфа являются гидравлический напор слоя воды и капиллярное отрицательное давление, проявляющееся в данном случае капиллярным всасыванием воды. Просачиваясь в сухой грунт, вода вытесняет

из него воздух, на преодоление сопротивления которого затрачивается некоторая доля общего действующего напора. Воздух удаляется из пор породы, не полностью, частично он в них остается в виде так называемого «защемленного воздуха». Как показали исследования С. Ф. Аверьянова [6, 9], даже незначительное содержание воздуха в грунте резко снижает его водопроницаемость. Правда, при достаточно длительной инфильтрации пузырьки воздуха могут исчезнуть вследствие постепенного растворения воздуха в воде.

Расход фильтрационного потока по Цункеру выражается следующей формулой:

$$Q = \omega_k \frac{H + z + h_k - A}{z}, \qquad \text{(VIII. 44)}$$

где Q — расход воды на инфильтрацию;
ω — площадь поперечного сечения фильтрующей колонны грунта;
H — высота слоя воды под поверхностью грунта;
z — глубина просачивания воды;
h_k — капиллярное давление, развивающееся при инфильтрации;
A — сопротивление воздуха.

Напорный градиент равен:

$$J = \frac{H + z + h_k}{z} \text{ или } J = 1 + \frac{H \pm h_k}{z}. \qquad \text{(VIII. 45)}$$

В относительно хорошо проницаемых породах, песках, легких суглинках капиллярные силы ничтожны, в них вода за время опыта просачивается на значительную глубину. Поэтому величина $\frac{H + h_k}{z}$ к концу опыта становится незначительной по сравнению с единицей, и при расчете коэффициента фильтрации можно допустить, что инфильтрация происходит в основном под действием гидравлического напора. В слабо проницаемых породах, супесях, суглинках, лёссах капиллярное давление достигает большой величины, второй член в уравнении (VIII. 45) в процессе непродолжительного опыта значительно больше единицы, и пренебрежение им при вычислении коэффициента фильтрации вызывает значительные погрешности.

Вследствие действия капиллярных сил вода движется не только по вертикали вниз, но растекается в стороны и даже движется вверх по стенкам шурфа.

Вследствие сложности процесса инфильтрации из шурфа, при его исследовании рекомендуется основываться на гидромеханической теории потока со свободной поверхностью. Большинство методов определения водопроницаемости ненасыщенных грунтов, получивших распространение, не удовлетворяют этому требованию, и все они имеют те или иные недостатки.

Во всех предложенных методах, за исключением нового метода Н. Н. Биндемана [35], инфильтрация из шурфа рассчитывается по уравнениям установившейся фильтрации, поскольку форма верхней части потока, фильтрующегося из шурфа в песчаные и супесчаные

породы, через некоторое время после начала опыта становится почти неизменной. Однако при этом нередко не учитывается заиление дна шурфа и уплотнение верхней фильтрующей части породы, вследствие чего установившийся расход оказывается лишь кажущимся.

Метод А. К. Болдырева. Метод определения водопроницаемости ненасыщенных грунтов с помощью инфильтрации воды из шурфа впервые предложил А. К. Болдырев [39]. Он заключается в следующем. В испытуемой породе вырывают шурф. У бровки шурфа устанавливают два сосуда емкостью по 10—20 *л*, из которых на дно шурфа по опущенной вниз трубке непрерывно подается вода. Уровень воды в шурфе все время должен оставаться постоянным — около 10 *см* над дном. Опыт продолжается до тех пор, пока расход воды не станет более или менее постоянным.

Затем определяют количество воды Q, поступающей в шурф в единицу времени, для чего по опытным данным строят кривую $Q = f(t)$. Считая гидравлический уклон равным единице, вычисляют коэффициент фильтрации по формуле:

$$k = \frac{Q}{\omega} = q \qquad \text{(VIII. 46)}$$

Метод Болдырева дает преувеличенное значение коэффициента фильтрации, так как в нем не учитывается зона бокового растекания, которая в мелкозернистых песках и супесях в 5—10 раз шире потока, фильтрующегося из шурфа. В нем не учитываются также капиллярные силы, в частности капиллярное движение вверх по стенкам шурфа.

Методом Болдырева можно пользоваться в тех случаях, когда требуется лишь приближенное определение коэффициента фильтрации в песчаных и трещиноватых породах, где влияние капиллярных сил ничтожно.

Метод П. С. Нестерова. Нестеров усовершенствовал метод Болдырева, что позволило исключить ошибки на фильтрацию вверх по стенкам шурфа и значительно уменьшить боковое растекание воды.

При проведении опыта по методу Нестерова в спланированное дно шурфа на глубину 5—8 *см*, не нарушая плотности грунта, концентрично вдавливают два стальных цилиндра высотой 20 *см*, один несколько меньше другого по диаметру (рис. VIII. 11). В оба цилиндра наливают воду слоем 10 *см* и поддерживают на одном уровне в течение всего опыта с помощью двух опрокинутых сосудов Мариотта, емкостью 3—5 *л*, наполненных водой. Опыт продолжают до стабилизации расхода воды.

Предполагается, что вода из внешнего кольца расходуется на просачивание, боковое растекание и капиллярное всасывание. Вода из внутреннего кольца идет главным образом на инфильтрацию в вертикальном направлении, что позволяет принять поперечное сечение инфильтрационного потока равным поперечному сечению внутреннего цилиндра.

Коэффициент фильтрации рассчитывают по формуле:

$$k = \frac{Q \cdot z}{\omega (h_k + z + H)}. \qquad \text{(VIII.47)}$$

Значение капиллярного давления, близкое примерно 50% максимальной высоты капиллярного поднятия, Н. Н. Биндеман рекомендует определять по табл. VIII.1.

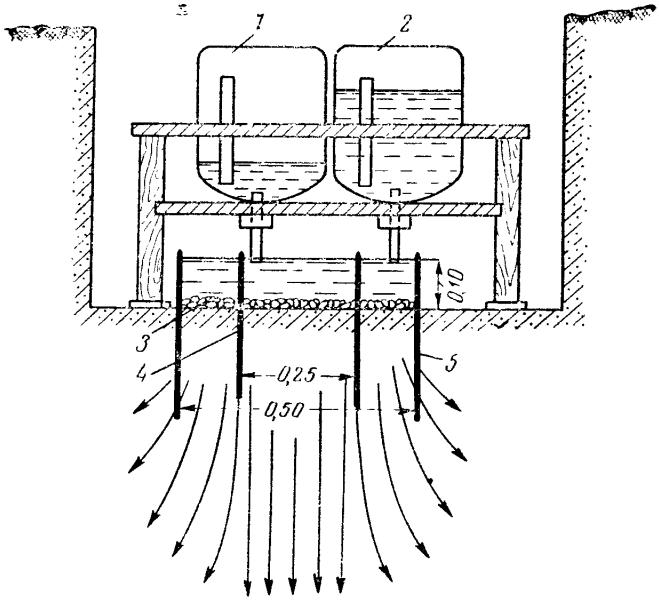


Рис. VIII.11. Общий вид опытной установки. По Н. С. Нестерову

1 — мерная линейка; *2* — бутыль; *3* — слой гравия; *4* — внутреннее кольцо; *5* — внешнее кольцо

Таблица VIII.1

Капиллярное давление

Грунт	Высота капиллярного поднятия
Суглинок тяжелый	1,00
Суглинок легкий	0,80
Супесь тяжелая	0,60
Супесь легкая	0,40
Песок мелкозернистый глинистый	0,30
Песок мелкозернистый чистый	0,20
Песок среднезернистый	0,10
Песок крупнозернистый	0,05

Глубину просачивания z определяют бурением двух скважин небольшого диаметра. Одну скважину глубиной 3—4 *м* бурят до опыта, ее закладывают на расстоянии 3—5 *м* от шурфа. Другую

скважину той же глубины бурят после опыта, закладывая ее в центре внутреннего кольца. Из обеих скважин отбирают образцы для определения влажности грунта. По сопоставлению влажности устанавливается глубина просачивания воды за время опыта.

Метод Нестерова дает лучшие результаты определения коэффициента фильтрации, чем метод Болдырева, но он также не лишен недостатков. Предположение, что вода из внутреннего кольца расходуется главным образом на инфильтрацию в вертикальном направлении, не полностью отвечает действительности. Как показали опыты, происходит существенное растекание средней части потока. Недостатком этого метода является также длительность опыта, необходимая для того, чтобы можно было пренебречь капиллярным всасыванием в грунтах.

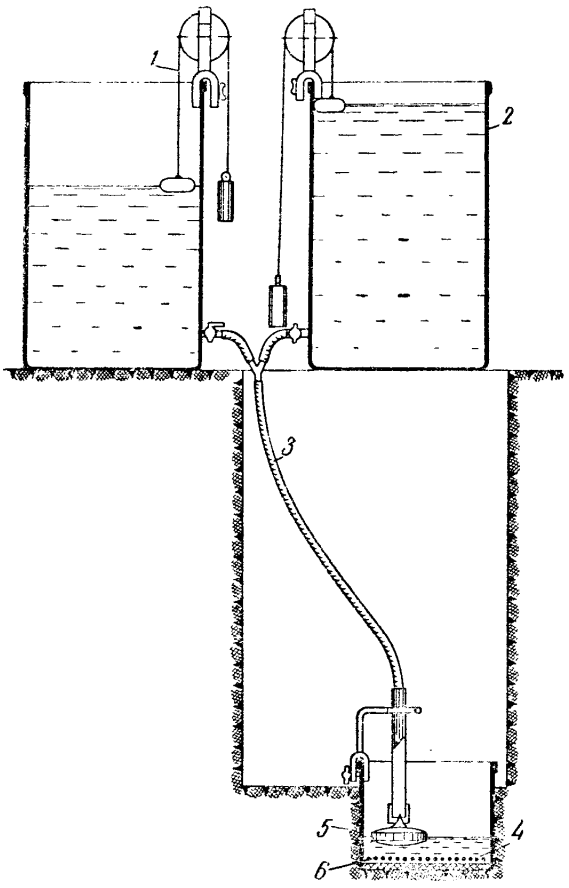


Рис. VIII. 12. Установка Е. В. Симонова для опытных наливов по методу Н. К. Гиринского

1 — мерная (сантиметровая) лента; *2* — мерный бачок; *3* — резиновая трубка *l* = 6 *м*; *4* — сетка; *5* — стальное кольцо; *6* — слой промытого крупного песка толщиной 2—3 *см*

Метод Нестерова дает лучшие результаты в слабо проницаемых породах, особенно в покровных суглинках и лёссах со столбчатой структурой, когда преобладает вертикальная составляющая фильтрации.

Метод Н. К. Гиринского [89], разработанный им в 1951 г., является более совершенным, так как он основан на гидромеханической теории потока со свободной поверхностью, симметричного относительно вертикальной оси. Этим методом учитываются растекание фильтрационного потока, силы капиллярного всасывания и влияние защемленного воздуха, остающегося в порах породы при фильтрации воды из шурфа.

Опыт производится следующим образом. В исследуемой породе проходят шурф до глубины, на которой предполагается провести опыты (рис. VIII. 12). Минимальное сечение шурфа принято 1,0 ×

× 1,5 *м*. В дне шурфа, посередине между его длинными сторонами, ближе к одной из коротких сторон, проходят опытный зумпф глубиной 15—25 *см* и в него вставляют цилиндр из листового железа толщиной 1,5—2 *мм* и высотой 35—40 *см*. Внизу внешний край цилиндра заостряют. Минимальный диаметр цилиндра принят 35 *см*; при таком диаметре расчет коэффициента фильтрации упрощается.

В песке и рыхлой супеси цилиндр постепенно погружается в грунт на 15—25 *см*, а по мере погружения из него удаляется порода. После этого дно зумпфа выравнивается, и цилиндр вдавливается на 1 *см*. В плотной супеси и суглинках в шурфе заранее вырывается зумпф глубиной 15—25 *см*, дно зумпфа выравнивается, и в него устанавливается цилиндр, который вдавливается в грунт на 1 *см*. Пространство между зумпфом и цилиндром плотно забивают увлажненной породой, дно зумпфа покрывают слоем гравия толщиной около 2 *см*.

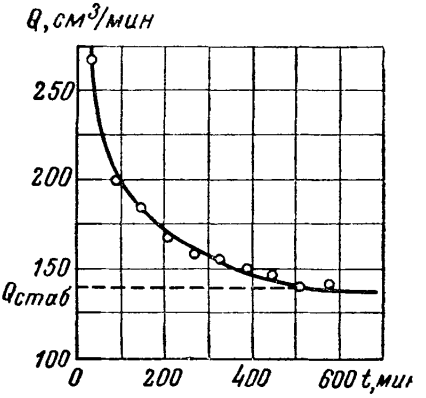


Рис. VIII. 13. Кривая $Q = f(t)$

Для подачи воды в шурф на поверхности земли у края шурфа устанавливают два мерных цилиндрических бака; желательно, чтобы внутренний диаметр баков был равен 35,7 *см*. При таком диаметре каждый сантиметр высоты бака соответствует по объему 1 *л* воды. Мерные баки соединяют тройником, к одному из отводов которого присоединяют резиновую трубку, подающую воду в цилиндр, где поддерживается постоянный слой воды высотой 10—20 *см*. Для регулирования подачи воды в мерные баки и в шурф на трубках, отходящих от баков, и на трубке, подающей воду в цилиндр, ставят краны или зажимы. Оба цилиндра градуированы, что позволяет регистрировать объем воды, поглощенный грунтом, на каждый момент времени.

Е. В. Симонов [189] предложил автоматический регулятор, поддерживающий уровень воды в цилиндре на заданной высоте.

После заполнения цилиндра водой до установленной высоты проводят учет воды, расходуемой на инфильтрацию, на основании чего строится график зависимости расхода воды от времени (рис. VIII. 13). Кривая $Q = f(t)$ через некоторое время становится примерно параллельной оси абсцисс, что указывает на стабилизацию расхода воды. После того как в течение 2—3 *час* средние расходы воды за определенные промежутки времени будут отличаться один от другого не более чем на 10%, опыт можно прекратить. Продолжительность опыта для мелкозернистых песков и супесей Н. К. Гиринский принимает от 5 до 10 *час*, для слабо проницаемых пород — больше.

Зависимость значений k от Q для определенного диаметра цилиндра выражается следующей формулой:

$$k = \zeta \cdot Q, \ м/сутки, \qquad \text{(VIII. 48)}$$

где ζ — коэффициент, величина которого зависит от $H + h_k$;

Q — установившийся расход воды, *л/мин*;

H — высота столба воды в цилиндре, *м*.

Высоту капиллярного поднятия воды h_k определяют лабораторным путем. Ориентировочно ее можно получить из табл. VIII. 1.

Значение ζ для случая, когда диаметр цилиндра равен 35 *см*, а цилиндр заглублен в дно зумпфа на 1 *см*, приведены в табл. VIII. 2. Они взяты из работы Н. К. Гиринского [89], где изложен описываемый здесь метод определения коэффициента фильтрации.

Таблица VIII. 2

Значения ζ

$H+h_k$	ζ	$H+h_k$	ζ	$H+h_k$	ζ
0,15	4,66	0,32	2,70	0,49	1,89
0,16	4,47	0,33	2,64	0,50	1,86
0,17	4,30	0,34	2,58	0,51	1,82
0,18	4,14	0,35	2,51	0,52	1,79
0,19	4,00	0,36	2,45	0,53	1,76
0,20	3,86	0,37	2,40	0,54	1,73
0,21	3,72	0,38	2,34	0,55	1,70
0,22	3,59	0,39	2,29	0,56	1,67
0,23	3,48	0,40	2,25	0,57	1,64
0,24	3,37	0,41	2,20	0,58	1,62
0,25	3,26	0,42	2,16	0,59	1,60
0,26	3,17	0,43	2,12	0,60	1,58
0,27	3,08	0,44	2,08	0,61	1,55
0,28	3,00	0,45	2,04	0,62	1,53
0,29	2,93	0,46	1,99	0,63	1,51
0,30	2,85	0,47	1,95	0,64	1,48
0,31	2,78	0,48	1,92	0,65	1,46

Как отмечалось выше, в породе, насыщаемой водой из шурфа, остается защемленный воздух, занимающий часть объема пор, что занижает значение коэффициента фильтрации, полученного опытным путем. Определение коэффициента фильтрации при отсутствии защемленного воздуха, т. е. коэффициента фильтрации, который будет соответствовать породе, залегающей ниже уровня подземных вод, производят по формуле:

$$k_p = k\frac{\alpha_1}{\alpha_2}, \ м/сутки, \qquad \text{(VIII. 49)}$$

где k_p и k — коэффициенты фильтрации при отсутствии и наличии защемленного воздуха;

α_1 — коэффициент, соответствующий пористости ненасыщенной породы;

α_2 — коэффициент, соответствующий пористости, значение которой численно равно объемной влажности породы, взятой непосредственно после опыта.

Значения α_1 и α_2 можно определить по табл. VIII. 3.

Таблица VIII. 3

Значения коэффициентов α

Пористость, %	α	Пористость, %	α
26	0,0119	37	0,0381
27	0,0135	39	0,0452
29	0,0169	41	0,0534
31	0,0212	43	0,0627
33	0,0260	45	0,0730
35	0,0316	47	0,0846

Для определения пористости и объемной влажности отбирают образцы породы под цилиндром с глубины до 30 *см*. При опыте в песках образцы отбираются в течение 5 *мин* после начала опыта, а в супесях — в течение 15 *мин*.

Метод Н. Н. Биндемана [35] предусматривает вычисление водопроницаемости ненасыщенных грунтов на основании уравнений неустановившегося движения. Опыт проводится по способу, предложенному Н. С. Нестеровым.

Коэффициент фильтрации вычисляют по формуле:

$$k = \frac{\beta \cdot V}{\omega \cdot t}, \qquad \text{(VIII. 50)}$$

где V — объем воды, израсходованной от начала опыта;

ω — площадь центрального кольца;

t — продолжительность всего опыта;

$$\beta = 1 - \frac{H_0}{h} \ln\left(1 + \frac{h}{H_0}\right),$$

где H_0 — напор, равный сумме высоты столба воды в шурфе H и капиллярного давления h_k;

z — глубина просачивания воды за время t.

Для определения величины β Н. Н. Биндеманом построена кривая: $\beta = f\left(\frac{t}{t_1}\right)$ (рис. VIII. 14). Здесь t_1 — промежуток времени, за который объем воды составляет половину объема воды, поглощенной за время t всего опыта.

Метод Биндемана имеет ряд преимуществ по сравнению с другими методами при определении коэффициента фильтрации в слабо про-

ницаемых породах. На опыт по методу Биндемана затрачивается меньше времени, чем на опыты, производящиеся до установления стабилизации расхода воды. Коэффициент фильтрации определяется в период, когда дно заилено еще незначительно; кроме того, учитывается весь объем просачивающейся воды, что дает большую точность расчетов, при этом автоматически учитывается влияние капиллярных сил.

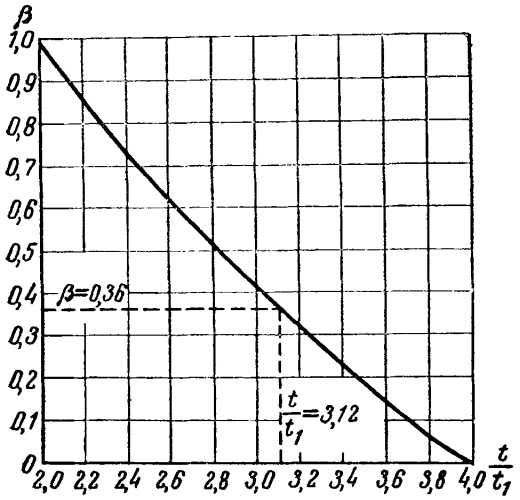


Рис. VIII. 14. Кривая $\beta = f\left(\frac{t}{t_1}\right)$

Вместе с тем метод Биндемана позволяет одновременно с коэффициентом фильтрации определять величину капиллярного давления h_k и недостаток насыщения μ, т. е. параметры, необходимые для прогноза неустановившейся фильтрации. Все эти параметры можно многократно определять по уравнениям неустановившегося движения для одного и того же опыта, что дает возможность производить взаимоконтроль результатов.

Выше мы рассмотрели методы определения коэффициента фильтрации для изотропных грунтов. Расчет коэффициента фильтрации с учетом анизотропности грунтов теоретически почти не разработан и здесь не рассматривается. В литературе по этому вопросу имеется лишь описание исследования, выполненного Н. К. Гиринским [89] для случая горизонтально слоистых грунтов.

Опытные наливы в скважины

Опытные наливы в скважины для определения коэффициента фильтрации сухих пород достаточно подробно рассмотрены в работах В. М. Насберга [148] и Н. Н. Веригина [72]. Их можно производить как в совершенные скважины, при небольшой мощности пласта, так и в несовершенные, при значительной его мощности.

Если налив воды в скважины производится до уровня находящегося выше испытуемого интервала, то в этом случае возникает напорно-безнапорная фильтрация. При большом напоре над испытуемым интервалом по сравнению с мощностью пласта (случай с совершенной скважиной) и высотой зоны растекания (случай с несовершенной скважиной) силами тяжести пренебрегают, и расчет коэффициента фильтрации ведут по тем же формулам, что и при нагнетании.

Если налить в скважину воду до уровня, находящегося в пределах опытного интервала, то в ней возникнет безнапорная фильтра-

ция. В этом случае напор будет меньше мощности пласта и меньше высоты зоны растекания; силы тяжести будут играть основную роль.

Ниже мы рассмотрим нередко встречающийся в практике случай налива воды в совершенную скважину, заложенную в неводоносных изотропных породах, при положении уровня воды в рабочей части фильтра.

Определение коэффициента фильтрации и активной пористости по данным опытных наливов в сухой грунт, подстилаемый горизонтальным водоупором

Г. И. Баренблатт и В. М. Шестаков [29] разработали методику определения коэффициента фильтрации k и активной пористости μ по данным опытных наливов в сухой грунт, подстилаемый горизонтальным водоупором (рис. VIII. 15).

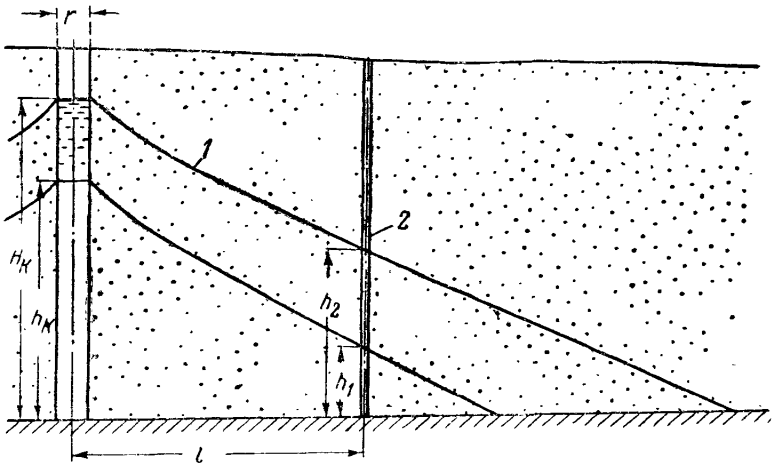


Рис. VIII. 15. Схема к расчету фильтрационного потока при наливах воды в совершенную скважину в неводоносных изотропных породах

1 — кривые депрессии, *2* — наблюдательная скважина

Методика определения сводится к наливу постоянного количества воды в совершенную скважину и наблюдению за изменением во времени свободной поверхности созданного таким образом грунтового потока. Наблюдения осуществляются в специально пробуренных скважинах — опытной и наблюдательной. Расстояние от наблюдательной скважины до опытной (центральной) не должно превышать половины высоты столба воды в центральной скважине.

Для расчета фильтрационных характеристик необходимо иметь два замера уровней в опытной и наблюдательной скважинах на моменты времени $t = t_1$ и $t = t_2$. Кроме того, должен быть известен расход воды Q, подаваемой в скважину.

Для наблюдательной скважины имеем:

$$k = \frac{Q}{\pi h^2} f^2(\zeta), \qquad \text{(VIII.51)}$$

где h — уровень воды в наблюдательной скважине;

$$\zeta = \frac{a}{\sqrt{t}}.$$

При $\zeta > 0{,}1$; $f(\zeta) = 2{,}23 - 1{,}39\sqrt{\zeta} - 0{,}12\,\zeta$. (VIII.52)

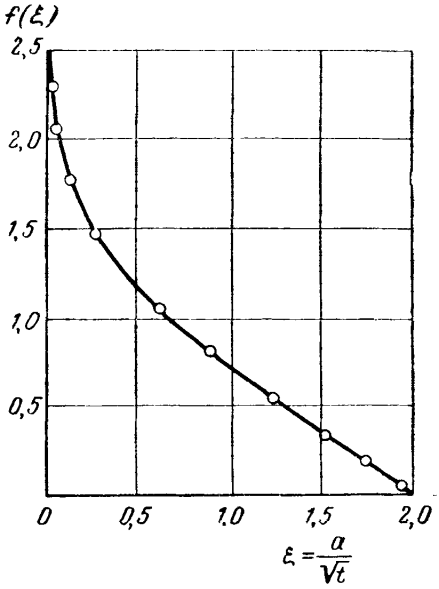


Рис. VIII. 16. График зависимости $f(\zeta)$

Для определения величины активной пористости μ уравнение представлено в следующем виде:

$$\mu = 0{,}28\frac{a^2}{l^2}\sqrt{kQ}. \qquad \text{(VIII.53)}$$

Здесь l — расстояние от центральной до наблюдательной скважины;

$$a = \sqrt{t_1 t_2}\left(\frac{\sqrt{34a_1^2 + 18{,}6\,a_3} - 5{,}8\,a_1}{a_2}\right)^2; \qquad \text{(VIII.54)}$$

$$a_1 = \sqrt[4]{t_2} - \frac{h_1}{h_2}\sqrt[4]{t_1};$$

$$a_2 = \sqrt{t_2} - \frac{h_1}{h_2}\sqrt{t_1};$$

$$a_3 = \frac{h_2 - h_1}{h_1}\,a_2,$$

где h_1 и h_2 — высота столба воды в наблюдательной скважине соответственно в момент времени t_1 и t_2.

Величину $f(\zeta)$ определяют по графику (рис. VIII. 16) или из формулы (VIII. 52) в зависимости от величины $\zeta = \frac{a}{\sqrt{t}}$. Расчет величины k по формуле (VIII. 51) ведется отдельно для момента времени t_1:

$$k = \frac{Q}{\pi h_1^2} f^2(\zeta_1), \qquad \text{(VIII.55)}$$

где $\zeta_1 = \frac{a}{\sqrt{t_1}}$,

и для момента времени t_2:

$$k = \frac{Q}{\pi h_2^2} f^2(\zeta_2), \qquad \text{(VIII.56)}$$

где $\zeta_2 = \frac{a}{\sqrt{t_2}}$.

Для опытной скважины:

$$k = \frac{0{,}16\,Q}{H_k^2 - h_k^2} \ln \frac{t_2}{t_1}, \qquad \text{(VIII. 57)}$$

где h_k и H_k — величина понижения в опытной (центральной) скважине в моменты t_1 и t_2.

$$\mu = 0{,}28 \frac{a^2}{r^2} \sqrt{ka}, \qquad \text{(VIII. 58)}$$

где r — радиус опытной скважины.

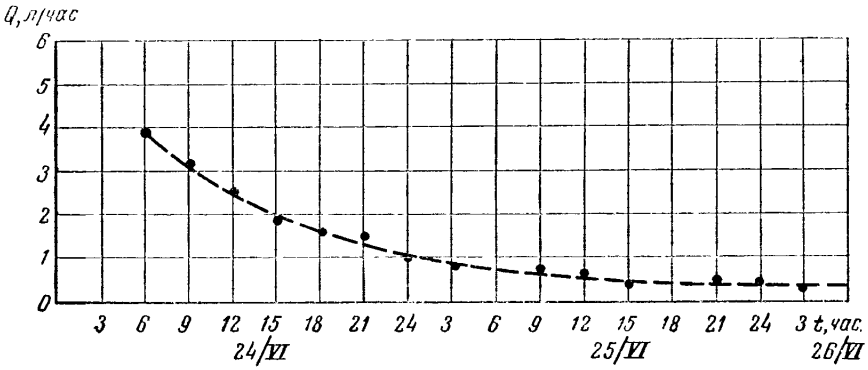


Рис. VIII. 17. Графики зависимости фильтрационного расхода от времени

Здесь также величина a определяется из формулы (VIII. 54), но отношение $\frac{h_1}{h_2}$ заменяется на $\frac{h_k}{H_k}$.

Приведем несколько примеров.

Пример 1. Требуется определить коэффициент фильтрации суглинков по способу Нестерова. Грунтовые воды вскрыты скважиной на глубине 8,5 *м*; диаметр внутреннего кольца 0,25 *м*, внешнего 0,5 *м*; толщина слоя воды в кольцах 0,1 *м*. Опыт проводился двое суток. График зависимости фильтрационного расхода от времени приведен на рис. VIII. 17.

Для определения глубины просачивания воды были пробурены две скважины глубиной по 4,0 *м* (считая от дна шурфа); образцы породы для определения влажности отбирались через 0,5 *м*. Результаты определения влажности суглинков приведены в табл. VIII. 4.

Р е ш е н и е. Коэффициент фильтрации по Нестерову определяется по формуле (VIII. 47):

$$k = \frac{Q_z}{\omega\,(H_k + z + H)}.$$

Значение Q берем по графику (см. рис. VIII. 17) за время с 21 *час* 25. VI до 6 *час* 26. VI. Получаем, что $Q = 0{,}3$ *л/час*, или 0,0072 *м*^{3}*/сутки*.

Сравнение влажности суглинков до и после опыта показывает, что глубина просачивания z достигла 3,25 *м*. Площадь поперечного сечения внутреннего кольца $\omega = 3{,}14 \cdot 0{,}125^2 = 0{,}049$ *м*^{3}.

Таблица VIII.4

Результаты определений

№ образца	Глубина отбора образца от дна шурфа, *м*	Влажность, %	
		до опыта	после опыта
1	0,05	19,1	28,1
2	0,5	20,4	23,6
3	1,0	20,9	23,1
4	1,5	20,8	22,8
5	2,0	19,7	21,7
6	2,5	19,8	20,9
7	3,0	18,7	19,3
8	3,5	18,5	18,3
9	4,0	18,6	18,4

Капиллярное давление H_k, развивающееся при инфильтрации, определяем по табл. VIII. 1. Для суглинков в среднем принимаем его равным $\frac{1,0+0,8}{2} = 0,9$ *м*. Подставляя числовые значения в формулу (VIII. 47), определяем коэффициент фильтрации:

$$k = \frac{0,0072 \cdot 3,25}{0,049\,(0,9+3,25+0,1)} = 0,19 \text{ м/сутки}.$$

Пример 2. Требуется определить коэффициент фильтрации мелкозернистого слабоилистого песка для опыта, проведенного по методу Гиринского при условиях: диаметр цилиндра 0,35 *м*; цилиндр заглублен в дно зумпфа на 1 *см*; высота столба воды в цилиндре $H = 0,15$ *м*; установившийся расход воды при наливе в шурф 2,5 *л/мин*. Пористость, объемный вес скелета и влажность определены для двух образцов: одного на глубине 0,15 *м*, $n = 40\%$, $\delta = 1,58$, $\omega = 21,5\%$; второго на глубине 0,25 *м*, $n = 38\%$, $\delta = 1,62$ и $\omega = 19,7\%$.

Высоту капиллярного поднятия воды h_k берем по табл. VIII. 1 и принимаем ее равной 0,25 *м*.

Решение. $H + h_k = 0,15 + 0,25 = 0,40$ *м*. По табл. VIII. 2 для $H + h_k = 0,40$ *м* находим, что $\zeta = 2,25$. Коэффициент фильтрации песка, содержащего защемленный воздух, равен:

$$k = \zeta \cdot Q = 2,25 \cdot 2,50 = 5,62 \text{ м/сутки}.$$

Средняя величина пористости песка составит 39%. Объемная влажность песка после опыта на глубине 0,15 и 0,25 *м* равна $n_\omega = \omega \cdot \delta = 21,5 \cdot 1,58 = 34\%$; в среднем она близка к 33%.

По табл. VIII. 3 находим при $n_\omega = 39\%$ $\alpha_1 = 0,0452$; при $n_\omega = 33\%$ $\alpha_2 = 0,0260$.

Значение действительного коэффициента фильтрации получим из формулы (VIII. 46):

$$k_p = k\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 5,62\,\frac{0,0452}{0,0260} = 9,8 \text{ м/сутки}.$$

Пример 3. Требуется определить коэффициент фильтрации легких суглинков по методу Н. Н. Биндемана [1]. В дно шурфа вставлены концентрично два

[1] Пример взят из работы Н. Н. Биндемана [35].

кольца, диаметр внутреннего кольца 0,25 *м*, внешнего 0,75 *м*. Уровень воды в кольцах $H = 0{,}10$ *м*. Расход воды измерялся через каждый час. Данные по расходу показаны на рис. VIII. 18. За время опыта, который продолжался 12 *час*, было израсходовано на инфильтрацию 8,4 *л*. Из рис. VIII. 18 видно, что половина этого объема просочилась за время $t_1 = 3$ *ч*. 50 *м*.

Отношение $\frac{t}{t_1} = \frac{12 \text{ час.}}{3 \text{ час. } 50 \text{ мин.}} = \frac{0{,}5 \text{ сут.}}{0{,}16 \text{ сут.}} = 3{,}12.$

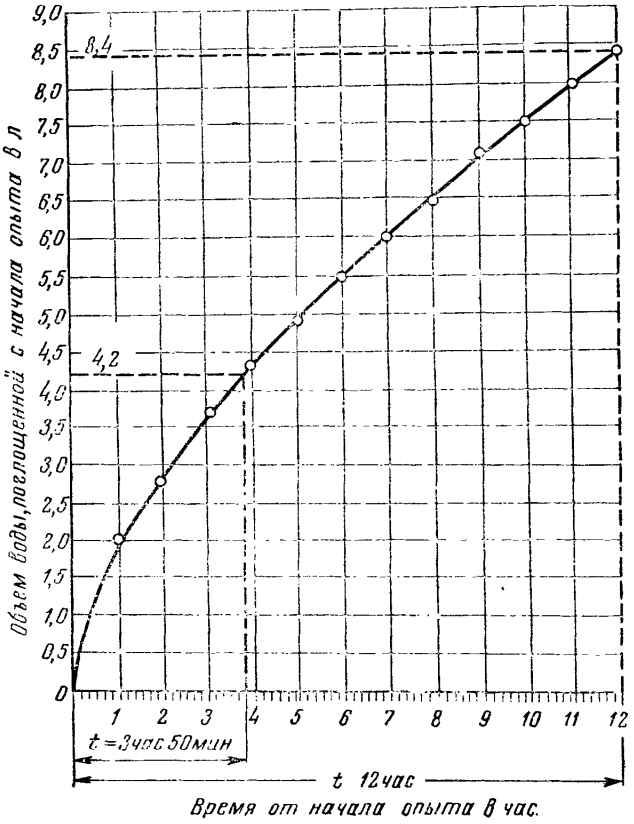


Рис. VIII. 18. График зависимости фильтрационного расхода от времени

По графику (рис. VIII. 14) отношению $\frac{t}{t_1} = 3{,}12$ соответствует значение $\beta = 0{,}36$.

Площадь центрального кольца $\omega = \frac{\pi \cdot 0{,}25^2}{4} \approx 0{,}05$ *м*^{2}; объем воды V, израсходованной от начала опыта, равен 8,4 *л*, или 0,0084 *м*^{3}; продолжительность опыта $t = 12$ час. или 0,5 суток.

По формуле (VIII. 50) определяем:

$$k = \frac{0{,}36 \cdot 0{,}0084}{0{,}05 \cdot 0{,}5} = 0{,}12 \text{ } м/сутки.$$

Пример 4. Требуется рассчитать по методу Г. И. Баренблата и В. М. Шестакова коэффициент фильтрации и активной пористости [1] по данным опытных наливов в скважину в неводоносных изотропных породах, подстилаемых горизонтальным водоупором. При условии, что $r = 1{,}0$ *м*; $l = 10$ *м*; $Q = 250$ *м*^{3}/*сутки*. По данным замеров получено: $t_1 = 0{,}5$ *сутки*; $t_2 = 1$ *сутки*; $h_1 = 0{,}85$ *м*; $h_2 = 1{,}35$ *м*; $\frac{h_1}{h_2} = 0{,}63$.

По формуле (VIII. 54) находим значения a_1; a_2 и a_3.

$$a_1 = 1 - 0{,}63\sqrt[4]{0{,}5} = 0{,}47;$$

$$a_2 = 1 - 0{,}63\sqrt{0{,}5} = 0{,}555;$$

$$a_3 = \frac{1{,}35 - 0{,}85}{1{,}35} \cdot 0{,}555 = 0{,}205.$$

По формуле (VIII. 54) определяем:

$$a = \sqrt{1 \cdot 0{,}5}\left(\frac{\sqrt{34{,}5 \cdot 0{,}47^2 + 18{,}6 \cdot 0{,}205^1} - 5{,}8 \cdot 0{,}47}{0{,}555}\right) = 1{,}04;$$

по формуле (VIII. 51) при $t = t_2$ и $h = h_2$ находим величину k, предварительно определив по графику (рис. VIII. 16) значение $f(\zeta_2)$; $\zeta_2 = \frac{a}{\sqrt{t_2}} = 1{,}04$; $f(1{,}04) = 0{,}69$;

$$k = \frac{250}{3{,}14 \cdot 1{,}35^2} \cdot 069^2 = 21 \text{ м/сутки}.$$

Подставляя полученные значения a и k в формулу (VIII. 53), получаем:

$$\mu = 0{,}28 \cdot \frac{1{,}04^2}{102} \cdot \sqrt{21 \cdot 250} = 0{,}22.$$

§ 5. Определение действительной скорости движения подземных вод и активной пористости пород в полевых условиях

Для определения действительной скорости подземных вод в полевых условиях применяются методы, широко известные в гидрогеологии, поэтому здесь нет необходимости останавливаться на их описании. Отметим только, что главнейшим средством для опытов по определению действительной скорости движения подземных вод являются так называемые индикаторы (красящие вещества, хлористые соли, соли лития, соли, сильно повышающие электропроводимость воды и др.), т. е. вещества, вводимые в водоносный горизонт с целью наблюдения за движением воды. В настоящей работе мы рассмотрим лишь некоторые теоретические и методические вопросы передвижения воды в порах грунта.

Движение воды в порах грунта представляется в следующем виде. Слой воды, непосредственно прилегающий к частицам горной породы, прочно удерживается молекулярными силами и при гравитационном движении воды остается неподвижным. Следующий слой частиц воды при движении испытывает трение от соприкосновения

[1] Пример заимствован из работы Г. И. Баренблата и В. М. Шестакова [29].

с неподвижным слоем воды. Такое же трение последовательно развивается и в других слоях частиц воды. Поэтому скорость движения воды возрастает от стенок пор к их середине, где она достигает максимальной величины.

Рассматривая механизм ламинарного движения в капиллярной трубке, где жидкость как бы разделена на ряд цилиндрических слоев, скорость движения которых возрастает от стенок трубки к ее центру, Н. Н. Павловский [159] для определения величины скорости U_r на каком-либо расстоянии r от оси трубки предложил пользоваться следующей формулой:

$$U_r = \frac{\Delta J}{4\mu}\left(r_0^2 - r^2\right), \qquad \text{(VIII. 59)}$$

где Δ — плотность воды;
μ — коэффициент вязкости;
J — напорный градиент;
r_0 — радиус капиллярной трубки;
r — расстояние от оси трубки до рассматриваемой струи, движущейся со скоростью U_r.

Откладывая для определенного сечения трубки значение скоростей для разных расстояний от оси трубки, получим кривую распределения скоростей. Она будет параболой, осью которой служит ось трубки.

В естественных условиях фильтрация растворов в грунтах представляет собой, конечно, явление более сложное, включающее вопросы не только гидродинамики, но и физической химии, причем некоторые основные положения, вытекающие из закона ламинарного движения, сохраняются и здесь. Отметим, что скорость движения воды в водоносном слое зависит не только от напорного градиента, но также и от размера пор. Наибольшей скорости вода будет достигать в наиболее крупных порах. Все вышесказанное дает возможность подойти к оценке картины движения воды при применении индикаторов.

Скорость движения воды будет неравномерной. Наибольшей скорости будут достигать осевые струйки воды в наиболее крупных порах. Струйки воды в мелких порах, а особенно у стенок пор, будут двигаться с меньшей скоростью. Поэтому на контрольных пунктах по потоку вначале появятся содержащие индикатор струйки воды, движущиеся в крупных порах с наибольшей скоростью, затем начнут прибывать новые струйки, что обнаружится по возрастающему содержанию индикатора в воде на контрольном пункте. В известный момент содержание индикатора в воде на контрольном пункте достигнет максимума, затем оно начнет снижаться и достигнет нуля или первоначальной концентрации индикатора в воде в естественных условиях (рис. VIII. 19).

Для интерпретации опытов с индикаторами существенным моментом является вопрос о соотношении между максимальной и средней или действительной скоростями движения подземных вод.

А. Тим, предложивший метод определения скорости движения подземных вод с помощью поваренной соли, определял скорость по максимальному содержанию раствора в нижней контрольной выработке. Он считал, что промежуток времени между моментом введения раствора в опытную выработку и максимум содержания хлора в контрольной выработке является временем, необходимым для прохождения раствора от верхней выработки до нижней. Разделив расстояние между выработками на указанное время, Тим вычислял скорость движения грунтовых вод.

Г. Н. Каменский [105] на основании результатов лабораторных опытов пришел к выводу, что если для расчета действительной скорости принять живое сечение потока равным полной площади пор, то средняя скорость определится временем прохождения воды с максимальной концентрацией индикатора в контрольной выработке.

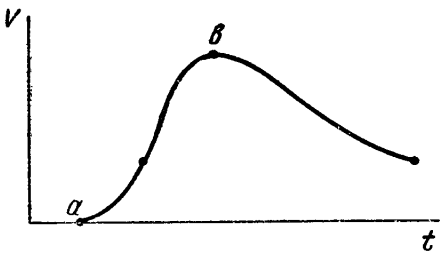


Рис. VIII. 19. Изменение концентрации индикатора C в наблюдательной скважине во времени (t)

$а$ — точка появления индикатора в скважине; $в$ — точка максимальной концентрации индикатора

Некоторые исследователи ввиду неясности этого вопроса предлагали при изысканиях для гидротехнического строительства принимать среднюю скорость движения подземных вод с завышением, по моменту появления индикатора в нижней выработке. При изысканиях для водоснабжения, наоборот, рекомендовалось принимать эту величину с занижением, по моменту прохождения через контрольный пункт воды с максимальной интенсивностью окраски индикатором.

Н. Н. Биндеман [36] с целью уточнения метода определения расхода потока по скорости его движения проводил лабораторные работы, на основании которых он пришел к выводу, что для полевых опытов при значительной длине пути фильтрации скорость передвижения воды с максимальным содержанием индикатора приближается к средней скорости потока.

Точные теоретические исследования этого вопроса выполнил в последнее время В. М. Шестаков [218]. Он отметил, что основными процессами, осложняющими передвижение раствора в грунтах, являются фильтрационная диффузия, сорбция растворов на грунт и переформирование грунта под воздействием фильтрующего раствора. Физико-химическое воздействие раствора на грунт особенно резко сказывается в глинистых грунтах; в песчаных грунтах изменением фильтрационных свойств под воздействием растворов можно пренебречь.

В песках основным процессом, осложняющим передвижение растворов в грунтах, будет фильтрационная диффузия. По данным

М. Э. Аэрова и Н. И. Умника [20], коэффициент фильтрационной диффузии равен:

$$D_{ф} = D_{м} + D^{0}_{ф} \cdot V_1, \qquad \text{(VIII. 60)}$$

где V — скорость фильтрации;

$D_{м}$ — коэффициент диффузии в свободной среде;

$D^{0}_{ф}$ — коэффициент, зависящий от вида грунта и направления фильтрационного потока.

На основании теоретических исследований В. М. Шестаков получил формулу для определения активной пористости грунтов n по опытам в колоннах:

$$n = \frac{V_1 t_{max} - 0{,}5\, l_0}{l}, \qquad \text{(VIII. 61)}$$

где $V_{ф}$ — скорость фильтрации;

t — время максимума индикаторной кривой;

l — длина пути фильтрации;

l_0 — высота столбика колонны, в котором единовременно разгружается «пакет» индикатора.

При полевых опытах, используя полученную Шестаковым зависимость, в целях определения активной пористости n можно пренебречь величиной $0{,}5\ l_0$. Последняя в этом случае будет равна радиусу опытной скважины, а величина эта незначительна по сравнению с длиной фильтрации пути l, т. е. расстоянием между опытной и контрольной скважинами. Уравнение для активной пористости принимает следующий вид:

$$n = \frac{V_{ф} \cdot t_{max}}{l}. \qquad \text{(VIII. 62)}$$

Отсюда скорость фильтрации будет равна:

$$V_{ф} = \frac{n \cdot l}{t_{max}}, \qquad \text{(VIII. 63)}$$

а средняя или действительная скорость движения потока определится уравнением:

$$V = \frac{l}{t_{max}}.$$

Итак, величину действительной скорости движения подземных вод следует определять по времени максимальной концентрации индикатора в контрольной скважине.

Однако даже в настоящее время явления, возникающие при проведении опытов по наблюдению за поведением индикаторов в грунтовом потоке, нельзя считать полностью исследованными. В частности, до сих пор неясен механизм процесса вытеснения раствора из скважины водой. Вследствие различной плотности раствора и воды, вода может вытеснять из скважины раствор не только по горизонтали, но и по вертикали вниз, причем этот процесс происходит даже при незначительной разнице в плотности раствора и воды.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Таблица функций $\Phi(\lambda)$ и erfc λ

$$\Phi(\lambda)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\lambda} e^{-\lambda^2}\,d(\lambda);\quad \operatorname{erfc}\lambda=1-\Phi(\lambda)$$

λ	$\Phi(\lambda)$	erfc (λ)	λ	$\Phi(\lambda)$	erfc (λ)	λ	Φ	erfc λ
0,00	0,00	1,000	0,41	0,438	0,562	0,81	0,748	0,252
0,01	0,011	0,989	0,42	0,448	0,552	0,82	0,754	0,246
0,02	0,023	0,977	0,43	0,457	0,543	0,83	0,760	0,240
0,03	0,034	0,966	0,44	0,466	0,534	0,84	0,765	0,235
0,04	0,045	0,955	0,45	0,476	0,524	0,85	0,771	0,229
0,05	0,056	0,944	0,46	0,485	0,515	0,86	0,776	0,224
0,06	0,067	0,933	0,47	0,494	0,506	0,87	0,781	0,219
0,07	0,079	0,921	0,48	0,503	0,497	0,88	0,787	0,213
0,08	0,090	0,910	0,49	0,512	0,488	0,89	0,792	0,208
0,09	0,101	0,899	0,50	0,520	0,480	0,90	0,797	0,203
0,10	0,113	0,887	0,51	0,529	0,471	0,91	0,802	0,198
0,11	0,124	0,876	0,52	0,538	0,462	0,92	0,807	0,193
0,12	0,135	0,865	0,53	0,547	0,453	0,93	0,812	0,188
0,13	0,146	0,854	0,54	0,555	0,445	0,94	0,816	0,184
0,14	0,157	0,843	0,55	0,563	0,437	0,95	0,821	0,179
0,15	0,168	0,832	0,56	0,572	0,428	0,96	0,825	0,175
0,16	0,171	0,829	0,57	0,580	0,420	0,97	0,830	0,170
0,17	0,190	0,810	0,58	0,588	0,412	0,98	0,834	0,166
0,18	0,201	0,799	0,59	0,596	0,404	0,99	0,839	0,161
0,19	0,211	0,789	0,60	0,604	0,396	1,00	0,843	0,157
0,20	0,223	0,777	0,61	0,612	0,388	1,05	0,862	0,138
0,21	0,234	0,766	0,62	0,619	0,381	1,10	0,880	0,120
0,22	0,244	0,756	0,63	0,627	0,373	1,15	0,897	0,104
0,23	0,255	0,745	0,64	0,635	0,365	1,20	0,910	0,090
0,24	0,266	0,734	0,65	0,642	0,358	1,25	0,923	0,077
0,25	0,276	0,724	0,66	0,649	0,351	1,30	0,934	0,066
0,26	0,287	0,713	0,67	0,657	0,343	1,35	0,944	0,056
0,27	0,297	0,703	0,68	0,664	0,336	1,40	0,952	0,048
0,28	0,308	0,692	0,69	0,671	0,329	1,45	0,960	0,040
0,29	0,318	0,682	0,70	0,678	0,322	1,50	0,964	0,036
0,30	0,329	0,671	0,71	0,685	0,315	1,60	0,976	0,024
0,31	0,339	0,661	0,72	0,691	0,309	1,70	0,984	0,016
0,32	0,349	0,651	0,73	0,698	0,302	1,80	0,889	0,011
0,33	0,359	0,641	0,74	0,705	0,295	1,90	0,993	0,007
0,34	0,369	0,631	0,75	0,711	0,289	2,00	0,9952	0,0048
0,35	0,379	0,621	0,76	0,718	0,282	2,10	0,997	0,003
0,36	0,389	0,611	0,77	0,724	0,276	2,20	0,9981	0,0019
0,37	0,399	0,601	0,78	0,730	0,270	2,30	0,99883	0,00117
0,38	0,409	0,591	0,79	0,736	0,264	2,40	0,9993	0,0007
0,39	0,419	0,581	0,80	0,742	0,258	2,50	0,99958	0,00042
0,40	0,428	0,572						

2. ТАБЛИЦА ФУНКЦИИ $F_0(\bar{x}, \tau)$

$\bar{x}$	τ						
	0,03	0,05	0,075	0,1	0,15	0,2	0,3
0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0,68	0,75	0,8	0,823	0,855	0,873	0,89
0,2	0,41	0,53	0,61	0,65	0,715	0,745	0,782
0,3	0,22	0,34	0,44	0,5	0,58	0,627	0,672
0,4	0,1	0,2	0,3	0,37	0,46	0,515	0,567
0,5	0,04	0,11	0,2	0,26	0,35	0,412	0,467
0,6	0,02	0,06	0,13	0,18	0,26	0,317	0,37
0,7	0,01	0,03	0,07	0,11	0,18	0,229	0,275
0,8	0	0,01	0,14	0,16	0,114	0,147	0,18
0,9	0	0,007	0,012	0,029	0,055	0,072	0,09
0	0	0	0	0	0	0	0

$$F_0(\bar{x};\ \tau) = 1 - \bar{x} - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\, e^{-n^2\pi^2\tau}\sin(n\pi\bar{x})$$

$$F_0(\bar{x};\ \tau) = \operatorname{erfc}\lambda \text{ при } \tau < 0{,}05 \left(\lambda = \frac{x}{2\sqrt{at}} = \frac{\bar{x}}{2\sqrt{\tau}}\right)$$

$$F_0(\bar{x};\ \tau) = 1 - \bar{x} - \frac{2}{\pi}\, e^{-\pi^2\tau}\sin(\pi\bar{x}) \text{ при } \tau > 0{,}2$$

3. ТАБЛИЦА ФУНКЦИЙ $F_0'(\bar{x};\ \tau)$

$\bar{x}$	τ							
	0,08	0,12	0,16	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8
0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,1	0,78	0,83	0,86	0,88	0,90	0,91	0,96	0,97
0,2	0,61	0,68	0,73	0,76	0,81	0,85	0,91	0,95
0,3	0,46	0,53	0,59	0,64	0,72	0,78	0,86	0,91
0,4	0,32	0,41	0,48	0,54	0,64	0,72	0,83	0,89
0,5	0,21	0,31	0,38	0,45	0,57	0,66	0,79	0,87
0,6	0,14	0,53	0,3	0,37	0,51	0,61	0,76	0,85
0,7	0,09	0,16	0,23	0,31	0,47	0,58	0,74	0,84
0,8	0,05	0,12	0,19	0,26	0,43	0,55	0,72	0,83
0,9	0,05	0,09	0,16	0,23	0,4	0,53	0,71	0,82
1,0	0,03	0,08	0,15	0,23	0,38	0,53	0,71	0,82

При $\tau < 0{,}08$ можно считать $F_0'(\bar{x};\ \tau) = \operatorname{erfc}\lambda$; $\lambda = \dfrac{\bar{x}}{2\sqrt{\tau}} = \dfrac{\bar{x}}{2\sqrt{at}}$;

при $\tau > 0{,}2$ можно считать $F_0'(\bar{x};\ \tau) = 1 - \dfrac{4}{\pi}\, e^{-0{,}25\,\pi^2\tau} \cdot \sin\left(\pi\,\dfrac{\bar{x}}{2}\right)$.

4. ТАБЛИЦА ФУНКЦИИ $R(\lambda)$

$$R(\lambda) = (1+2\lambda)^2 \operatorname{erfc} \lambda - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \lambda e^{-\lambda^2}$$

λ	$R(\lambda)$	λ	$R(\lambda)$	λ	$R(\lambda)$
0	1,000	0,19	0,639	0,42	0,349
0,01	0,978	0,20	0,623	0,44	0,331
0,02	0,956	0,21	0,607	0,46	0,313
0,03	0,934	0,22	0,592	0,48	0,296
0,04	0,913	0,23	0,578	0,5	0,280
0,05	0,892	0,24	0,558	0,6	0,209
0,06	0,872	0,25	0,549	0,7	0,154
0,07	0,852	0,26	0,535	0,8	0,112
0,08	0,832	0,27	0,522	0,9	0,0803
0,09	0,813	0,28	0,509	1,0	0,0568
0,10	0,794	0,29	0,496	1,1	0,0396
0,11	0,775	0,30	0,483	1,2	0,0272
0,12	0,757	0,32	0,458	1,3	0,0184
0,13	0,739	0,34	0,434	1,4	0,0122
0,14	0,721	0,36	0,412	1,5	0,0080
0,15	0,704	0,38	0,391	2,0	0,00076
0,16	0,687	0,40	0,370	2,5	0,000043
0,17	0,670				
0,18	0,654				

5. ТАБЛИЦА ФУНКЦИИ $P(\lambda) = i \operatorname{erfc}(\lambda)$

λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$
0,0	0,564	0,22	0,371	0,44	0,230
0,01	0,554	0,23	0,364	0,45	0,225
0,02	0,544	0,24	0,356	0,46	0,220
0,03	0,535	0,25	0,349	0,47	0,214
0,04	0,525	0,26	0,342	0,48	0,209
0,05	0,515	0,27	0,335	0,49	0,205
0,06	0,506	0,28	0,328	0,50	0,200
0,07	0,497	0,29	0,321	0,52	0,190
0,08	0,488	0,30	0,314	0,54	0,181
0,09	0,479	0,31	0,308	0,56	0,172
0,10	0,470	0,32	0,301	0,58	0,164
0,11	0,461	0,33	0,295	0,60	0,156
0,12	0,452	0,34	0,288	0,62	0,148
0,13	0,444	0,35	0,282	0,64	0,141
0,14	0,435	0,36	0,276	0,66	0,134
0,15	0,427	0,37	0,272	0,68	0,127
0,16	0,419	0,38	0,264	0,70	0,120
0,17	0,410	0,39	0,258	0,72	0,114
0,18	0,402	0,40	0,252	0,74	0,108
0,19	0,394	0,41	0,247	0,76	0,102
0,20	0,387	0,42	0,241	0,78	0,097
0,21	0,379	0,43	0,235	0,80	0,091

Продолжение

λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$
0,82	0,086	0,96	0,057	1,5	0,009
0,84	0,081	0,98	0,054	1,6	0,006
0,86	0,077	1,0	0,050	1,7	0,004
0,88	0,072	1,1	0,037	1,8	0,003
0,90	0,068	1,2	0,026	1,9	0,002
0,92	0,064	1,3	0,018	2,0	0,001
0,94	0,061	1,4	0,013		

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдулвагабов А. И. О законе движения жидкостей и газов в пористой среде. «Известия вузов», Нефть и газ, № 4, 1961.

2. Абрамов С. К. Проект инструкции по подбору и расчету фильтров буровых колодцев. Изд. ВНИИ ВОДГЕО, 1947.

3. Абрамов С. К., Бабушкин В. Д. Методы расчета притока воды к буровым скважинам. Госстройиздат, 1955.

4. Абрамов С. К., Биндеман Н. Н., Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н. Влияние водохранилищ на гидрогеологические условия прилегающих территорий. Госстройиздат, 1960.

5. Аверьянов С. Ф. Расчет линейной системы артезианских колодцев. «Инженерный сборник» АН СССР, т. V, в. 2, 1949.

6. Аверьянов С. Ф. Зависимость водопроницаемости почвогрунтов от содержания в них воздуха. Докл. АН СССР, т. 69, вып. 2, 1949.

7. Аверьянов С. Ф. Приближенная оценка роли фильтрации в зоне «капиллярной каймы». Докл. АН СССР, т. 69, № 3, 1949.

8. Аверьянов С. Ф. Об изучении режима грунтовых вод методом построения сеток движения. Докл. ВАСХНИЛ, вып. 4, 1949.

9. Аверьянов С. Ф. О водопроницаемости почво-грунтов при неполном их насыщении. Инженерный сборник Ин-та механики АН СССР, т. VII, 1950.

10. Аверьянов С. Ф. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод. Сб. «Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод». Изд. АН СССР, 1956.

11. Аверьянов С. Ф. Некоторые вопросы подземного питания равнинных рек. Труды III Всесоюзного гидрологического съезда, т. IX. Гидрометеоиздат, 1959.

12. Альтовский М. Е. Методическое руководство по расчету взаимодействующих артезианских и грунтовых водозаборов. Госгеолиздат, 1947.

13. Альтовский М. Е., Разин К. И. О разрыве уровней воды у грунтовых колодцев. Тр. Гидрогеол. лабор. ВНИИ ВОДГЕО, сб. № 1, Стройиздат, 1941.

14. Аполлов Б. А., Калинин Г. П., Комаров В. Д. Гидрологические прогнозы. Гидрометеоиздат, 1960.

15. Аравин В. И. Основные вопросы экспериментального исследования движения грунтовых вод в щелевом лотке. Изв. НИИГ, т. 23, 1938.

16. Аравин В. И. Расчеты и моделирование плановой фильтрации. Госэнергоиздат, 1963.

17. Аравин В. И., Нумеров С. Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. Гостехтеориздат, 1953.

18. Аравин В. И. и Нумеров С. Н. Фильтрационные расчеты гидротехнических сооружений. Госстройиздат, 1955.

19. Арутюнян Р. Н. Исследование безнапорной установившейся и неустановившейся фильтрации воды в грунте при вакуумировании. В сб. «Индустр. методы строительного водопонижения». Госстройиздат, 1962.

20. Аэров М. Э., Умник П. И. Коэффициенты диффузии в зернистом слое. Журнал прикл. химии, т. 27, № 3, 1954.
21. Бабушкин В. Д. Определение водопроницаемости пород под руслом рек. «Разведка и охрана недр» № 4, 1954.
22. Бабушкин В. Д. Определение водопроницаемости анизотропных пород. «Разведка и охрана недр», № 6, 1954.
23. Бабушкин В. Д. Методы расчета водопонижения несовершенными скважинами в неоднородных пластах. ВНИИГ им. Веденеева, Ленинград, 1961.
24. Бабушкин В. Д. Методы гидрогеологических расчетов с учетом неоднородности пород в плане. Бюлл. научно-технической информации Госгеолкома СССР, № 2 (46), 1963.
25. Бан А., Богомолова А. Ф., Максимов В. А., Николаевский В. Н., Оганджанянц В. Г., Рыжик В. М. Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости. Гостоптехиздат, 1962.
26. Баренблатт Г. И. О некоторых задачах неустановившейся фильтрации. Изв. АН СССР, отд. техн. наук, № 5, 1954.
27. Баренблатт Г. И., Крылов А. П. Об упруго-пластическом режиме фильтрации. Изв. АН СССР, отд. техн. наук, № 2, 1953.
28. Баренблатт Г. И., Шестаков В. М. Фильтрация из канала в сухой грунт. «Гидротехническое строительство», № 1, 1955.
29. Баренблатт Г. И. и Шестаков В. М. Определение коэффициента фильтрации и активной пористости по данным наливов в сухой грунт, подстилаемый горизонтальным водоупором. «Разведка и охрана недр» № 8, 1956.
30. Баум В. А. Исследование процесса перемешивания в потоке жидкости, протекающей в трубах, заполненных кусковым материалом. Изв. АН СССР, отд. техн. наук, № 9, 1953.
31. Белаш П. М., Кириличев А. М. Некоторые вопросы конструирования сеточных интеграторов и методики решения на них задач неустановившейся фильтрации. Изв. ВУЗов. Нефть и газ, № 7, 1963.
32. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. «Высшая школа», 1962.
33. Биндеман Н. Н. Справочник по гидрогеологическим расчетам. Госэнергоиздат, 1957.
34. Биндеман Н. Н. (при участии Анохиной К. Т.). Определение гидрогеологических параметров по данным наблюдений за режимом грунтовых вод при паводках. Изд. ВНИИ ВОДГЕО, 1957.
35. Биндеман Н. Н. Определение водопроницаемости горных пород методом инфильтрации при неустановившемся движении. «Разведка и охрана недр», № 10, 1957.
36. Биндеман Н. Н. Уточнение определения расхода грунтового потока по скорости его движения. «Разведка и охрана недр», № 2, 1959.
37. Биндеман Н. Н. Оценка эксплуатационных запасов подземных вод. Госгеолтехиздат, 1963.
38. Богомолов Г. В. Основы инженерной геологии и гидрогеологии. Изд. АН СССР, 1961.
39. Болдырев А. К. Опыт над фильтрацией в горных породах in sity в связи с проектом водохранилища на р. Чу в Туркестане. Геологический комитет. Материалы по общей и прикладной геологии, вып. 27, 1926.
40. Бондаренко С. С. О динамике подземных вод Западно-Сибирского артезианского бассейна. Известия ВУЗов. «Геология и разведка», № 4, 1961.
41. Борисов Ю. П. Определение дебита скважин при совместной работе нескольких рядов скважин. Тр. Моск. нефтяного инст. им. Губкина, вып. 11, 1951.
42. Борисов Ю. П. К гидродинамическим расчетам при упругом режиме. Тр. ВНИИ нефти и газа, вып. 8. Гостоптехиздат, 1956.
43. Борисов Ю. П., Яковлев В. П. Определение параметров продуктивных пластов по данным гидроразведки. «Нефтепромысловое дело», № 2, 1957.

44. Бочевер Ф. М. О постановке опытных откачек в условиях неустановившегося движения для определения гидрогеологических параметров. «Разведка и охрана недр», № 12, 1956.

45. Бочевер Ф. М. Типизация гидрогеологических условий для целей расчета эксплуатационных запасов подземных вод. «Советская геология», № 9, 1958.

46. Бочевер Ф. М. Неустановившийся приток грунтовых вод к скважинам в долинах рек. Изв. АН СССР, отд. техн. наук, № 1, 1959.

47. Бочевер Ф. М. Расчет водопонизительных установок в водоносных пластах речных долин. Тр. Совещания по вопросам водопонижения. Госстройиздат, 1959.

48. Бочевер Ф. М. Гидрогеологические расчеты осушения при разработке месторождений полезных ископаемых. «Разведка и охрана недр», № 8, 1959.

49. Бочевер Ф. М. Неустановившийся приток подземных вод к линейному ряду скважин в артезианских бассейнах. Изв. АН СССР, отд. мех. и маш. № 1, 1960.

50. Бочевер Ф. М. Оценка эксплуатационных запасов подземных вод в долинах рек засушливых областей. «Проблемы гидрогеологии (Доклады к геологическому конгрессу)». Госгеолтехиздат, 1960.

51. Бочевер Ф. М. Расчет сработки запасов грунтовых вод в долинах рек засушливых областей. Труды Лабор. инж. гидрогеологии ин-та ВОДГЕО. Госстройиздат, 1960.

52. Бочевер Ф. М. Расчет притока подземных вод к водозаборным сооружениям с учетом осушения пласта в области выхода его на поверхность. Изв. АН СССР, отд. мех. и маш. № 4, 1961.

53. Бочевер Ф. М. Гидрогеологические расчеты крупных водозаборов подземных вод и водопонизительных установок. Госстройиздат, 1963.

54. Бочевер Ф. М. Расчет водозаборных и водопонизительных скважин в «закрытых пластах». Труды Лабор. инж. гидрогеологии, сб. 5, Госстройиздат. 1963.

55. Бочевер Ф. М. К расчетам скважин в неглубоких напорных водоносных пластах артезианских бассейнов. Тр. Ин-та ВОДГЕО. Гидрогеология. Вып. 6, 1964.

56. Бочевер Ф. М., Селюк Е. М. Применение метода ЭГДА для оценки подпора подземных вод и фильтрации в берегах водохранилищ. Информ. матер. ВНИИ ВОДГЕО, 1957.

57. Бочевер Ф. М., Цюрупа П. В. Прогноз притока и снижения уровней подземных вод при осушении месторождений полезных ископаемых. «Разведка и охрана недр», № 5, 1958.

58. Бочевер Ф. М. и Веригин Н. Н. Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения. Госстройиздат, 1961.

59. Бочевер Ф. М., Орфаниди К. Ф. Опыт определения исходных гидрогеологических параметров для оценки эксплуатационных запасов подземных вод. Тр. Лабор. инж. гидрогеологии ВНИИ ВОДГЕО, сб. 4. Госстройиздат, 1962.

60. Бочевер Ф. М., Шестаков В. М. К расчету притока подземных вод к водозаборным сооружениям в напорном пласте с учетом частичного его осушения. «Научные сообщения ВНИИ ВОДГЕО. Гидрогеология», 1962.

61. Вевиоровская М. А. Режим грунтовых вод в прибрежных зонах, поверхностных водотоках и водоемах. Режим подземных вод. ГОНТИ, 1938.

62. Вевиоровская М. А., Кравченко И. П., Румянцев С. А. Методы аналогий применительно к фильтрационным расчетам. Изд. МГУ, 1962.

63. Ведерников В. В. Теория фильтрации и ее применение в области ирригации и дренажа. Госстройиздат, 1939.

64. Ведерников В. В. Учет влияния капиллярности грунта на фильтрацию из каналов. Докл. АН СССР, т. XXVIII, № 5, 1940.

65. Великанов М. А. Водный баланс суши. Гидрометеоиздат, 1948.
66. Веригин Н. Н. Неустановившееся движение грунтовых вод вблизи водохранилищ. Докл. АН СССР, т. XVI, № 4, 1949.
67. Веригин Н. Н. О течениях грунтовых вод при местной усиленной инфильтрации. Докл. АН СССР, т. XX, № 5, 1950.
68. Веригин Н. Н. Режим грунтовых вод при колебаниях горизонта водохранилищ. «Гидротехническое строительство», № 11, 1952.
69. Веригин Н. Н. Расчет подпора грунтовых вод в районе водохранилищ. Труды ВНИИ ВОДГЕО, Госстройиздат, 1958.
70. Веригин Н. Н. О методе расчета водопонижения с помощью несовершенных скважин. Труды Совещ. по вопросам водопонижения. Госстройиздат, 1959.
71. Веригин Н. Н. Методы определения фильтрационных свойств горных пород. Госстройиздат, 1961.
72. Веригин Н. Н. Расчет прямолинейных бесконечных рядов скважин. Труды Лабор. инж. гидрогеологии, сб. 4. Госстройиздат, 1962.
73. Веригин Н. Н., Шестаков В. М. Методы расчета движения грунтовых вод в двухслойной среде. Изд. ВНИИ ВОДГЕО, 1954.
74. Волынский Б. А., Бухман В. Е. Модели для решения краевых задач. Физматгиз, 1960.
75. Воробков Л. Н., Гаврилко В. М., Лобачев П. В., Шестаков В. М. Водопонижение в гидротехническом строительстве. Госстройиздат, 1960.
76. Гармонов И. В. Исследование фильтрации в условиях пространственной задачи по методу электрогидродинамических аналогий под Песчановоротской плотиной Волго-Донского соединения. Труды МГРИ, т. XV, 1939.
77. Гармонов И. В. Построение карты прогноза гидроизогипс в районе гидротехнических сооружений с помощью метода ЭГДА. «Советская геология», № 5, 1945.
78. Гармонов И. В. и Каменский Г. Н. Карты водопроводимости и динамических запасов грунтовых вод в Пехорско-Купавенском районе близ г. Москвы. В сб. «Водные богатства недр Земли на службу соц. строительству», № 6, 1933.
79. Гармонов И. В., Лебедев А. В. Основные задачи по динамике подземных вод. Госгеолиздат, 1952.
80. Гармонов И. В. и Лебедев А. В. Гидрогеологические условия Пехорско-Купавенского междуречья в связи с оценкой режима и ресурсов грунтовых вод для целей водоснабжения. Тр. Лабор. гидрогеол. пробл. АН СССР, т. XVI, 1958.
81. Гармонов И. В., Иванов А. В. и др. Подземные воды юга Западно-Сибирской низменности и условия их формирования. Тр. Лаб. гидрог. пробл. АН СССР, т. XXIII, 1961.
82. Герсеванов Н. М., Польшин Д. Е. Теоретические основы механики грунтов и их практические применения. Стройиздат, 1948.
83. Гершгорин С. А. Об электрических сетках для приближенного решения дифференциального уравнения Лапласа. Журн. прикл. физики, вып. 3—4, 1929.
84. Гидрогеологические расчеты. Сб. перев. статей под ред. Ф. М. Бочевера и В. М. Шестакова. Изд. «Мир», 1964.
85. Гиринский П. К. Графическое построение гидродинамических сеток. Науч. зап. МГМИ, т. VII, вып. 11, 1939.
86. Гиринский Н. К. Комплексный потенциал потока со свободной поверхностью в пласте относительно малой мощности при $k = f(z)$. Докл. АН СССР, т. 51, № 5, 1946.
87. Гиринский Н. К. Некоторые вопросы динамики подземных вод. Сб. «Вопросы гидрогеологии и инженерной геологии», № 9, Госгеолиздат, 1947.
88. Гиринский Н. К. Определение коэффициента фильтрации. Госгеолиздат, 1950.
89. Гиринский Н. К. Определение коэффициента фильтрации песков

и супесей по данным налива в шурфы. Вопросы гидрогеологии и инж. геологии. Госгеолиздат, 1953.

90. Гутман Б. Б. Електропроводний напір для електромоделювання. В сб. «Застосування методу електрогідродинамічних аналогій до розв'язання деяких технічніх задач», Изд. АН УССР, 1959.

91. Гутенмахер Л. И. Электрические модели. Изд. АН СССР, 1949.

92. Гутенмахер Л. И., Корольков Н. В., Клабукова Л. С., Николаев Н. С., Маруашвили Т. И. Руководство к электроинтеграторам типа ЭИ-12. Изд. АН СССР, 1953.

93. Девисон Б. Б. Движение грунтовых вод. В кн.: Христианович С. А., Михлин С. Г., Девисон Б. Б. «Некоторые новые вопросы механики сплошной среды». АН СССР, 1938.

94. Дементьев Н. Ф. К расчету подземного питания рек по уровням подземных вод. Тр. Центр. ин-та прогнозов, вып. 130. Гидрометеоиздат, 1963.

95. Дерягин Б. В. Механические свойства тонких слоев жидкостей. Журн. физ.-хим., т. V, вып. 2—3, 1934.

96. Дерягин Б. В. Учение о свойствах тонких слоев воды в приложении к объяснению свойств глинистых пород. Тр. Совещ. по инж.-геол. свойствам горных пород, т. 1, 1956.

97. Дружинин Н. И. Метод электрогидродинамических аналогий и его применение при исследовании фильтрации. Госэнергоиздат, 1956.

98. Дружинин Н. И. Применение метода ЭГДА при исследовании фильтрации на больших территориях. «Передовой научный, технической и производственный опыт». ВИНИТИ, 1957.

99. Жернов И. Е. Расчеты захвата подземных вод. Изд. АН УССР, 1954.

100. Жуковский Н. Е. Теоретическое исследование о движении подпочвенных вод (1889). Собр. соч., т. III. Госгеолтехиздат, 1949.

101. Замарин Е. А. Расчет движения грунтовых вод. Ташкент, 1928.

102. Зерчанинов И. К. О методике расчета приведенных напоров пластовых вод. «Вопросы нефтепромысловой геологии». Труды ВНИИ, вып. XXX, Гостоптехиздат, 1960.

103. Иванов А. Т. Определение подземной составляющей речного стока гидрохимическим способом. Тр. Лабор. гидрогеол. пробл. АН СССР, т. III, 1948.

104. Каменский Г. Н. Уравнения неустановившегося движения грунтовых вод в конечных разностях и применение их к исследованию явлений подпора. Изв. АН СССР, отд. техн. наук, № 4, 1940.

105. Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод. Госгеолтехиздат, 1943.

106. Каменский Г. Н. Поиски и разведка подземных вод. Госгеолтехиздат, 1947.

107. Каменский Г. Н., Корчебоков Н. А. и Разин К. И. Движение грунтовых вод в неоднородных пластах. Госгеолиздат, 1935.

108. Каменский Г. Н., Гавич И. К., Мясникова Н. А., Семенова С. М. Гидродинамические основы изучения режима грунтовых вод и его изменение под влиянием искусственных факторов (метод конечных разностей). Тр. ЛГГП, т. XXVI, Изд-во АН СССР, 1960.

109. Каранфилов Т. С. Исследование с помощью щелевого лотка неустановившейся фильтрации между водоемами. Науч. зап. высшей школы, № 2, 1959.

110. Каранфилов Т. С. О точности фильтрационных расчетов на щелевом лотке. «Гидротехническое строительство», № 2, 1960.

111. Каранфилов Т. С. Исследование плоской неустановившейся фильтрации методом гидравлических аналогий. «Гидротехническое строительство», № 2, 1962.

112. Карплюс У. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. Изд. иностр. лит., 1962.

113. Кац Д. М. Режим грунтовых вод в орошаемых районах и его регулирование. Изд-во с.-х. лит., 1963.

114. Керкис Е. Е. Определение водопроницаемости горных пород и притока воды к водозаборам при развитии турбулентного движения. Записки Ленингр. Горн. ин-та, т. XXXII, вып. 2. Углетехиздат, 1956.

115. Кириличев А. М. О моделях из сплошных сред для задач неустановившейся фильтрации нефти и газа. Изв. ВУЗов. «Нефть и газ», № 6, 1963.

116. Киселев П. А. Исследование баланса грунтовых вод по колебаниям их уровня. Изд. АН БССР, 1961.

117. Кленов В. Б. О тепловом моделировании некоторых неустановившихся явлений фильтрации. Изв. Ин-та матем. и мех. АН УзССР, вып. 21, 1957.

118. Климентов П. П. Специальная гидрогеология. Госгеолтехиздат, 1960.

119. Климентов П. П. Методика гидрогеологических исследований. Госгеолтехиздат, 1961.

120. Климентов П. П., Пычахев Г. Б. Динамика подземных вод. Госгортехиздат, 1961.

121. Козлов В. С. Расчет дренажных сооружений. Стройиздат, 1941.

122. Коль С. А. Графоаналитический метод определения коэффициента фильтрации водоносных пород по результатам откачки воды из одиночной скважины. Сб. Гидроэнергопроекта, № 6, 1940.

123. Коржинский Д. С. Фильтрационный эффект в растворах и его значение для геологии. Изв. АН СССР, сер. геол., № 2, 1947.

124. Костяков А. Н. Предупреждение заболачивания и засоления земель при орошении. Научн. зап. Моск. гидромелиоративного ин-та, т. XIII, вып. 33, 1947.

125. Костяков А. Н. О влиянии оросительных систем на режим грунтовых вод земельных массивов и методы управления ими. В кн.: «Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод». Изд. АН СССР, 1956.

126. Костяков А. Н., Фаворин Н. Н., Аверьянов С. Ф. Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод. Изд. АН СССР, 1956.

127. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Основные дифференциальные уравнения математической физики. Госфизматгиз, 1962.

128. Крылов М. М. Основы мелиоративной гидрогеологии Узбекистана. Изд-во АН УзССР, Ташкент, 1959.

129. Куделин Б. И. Новые принципы выделения подземного стока на гидрографе рек. Докл. АН СССР, т. 78, № 6, 1951.

130. Куделин Б. И. Принципы региональной оценки естественных ресурсов подземных вод. Изд-во МГУ, 1960.

131. Куделин Б. И., Коробейникова З. А., Лебедева Н. А. Естественные ресурсы подземных вод Центрально-Черноземного района и методика их картирования. Изд-во МГУ, 1963.

132. Лебедев А. В. Изучение режима и баланса грунтовых вод по стационарным наблюдениям. Методы исследований и расчетов при инженерно-геологических и гидрогеологических работах. Госгеолиздат, 1951.

133. Лебедев А. В. Экспериментальный метод определения испарения грунтовых вод и их питания за счет инфильтрации атмосферных осадков в естественных условиях. Тр. ВСЕГИНГЕО. В кн.: «Вопросы гидрогеологии и инж. геологии». Госгеолиздат, 1953.

134. Лебедев А. В. Прогноз изменения уровня грунтовых вод на орошаемых территориях. Госгеолтехиздат, 1957.

135. Лебедев А. В. Изучение баланса грунтовых вод по данным стационарных наблюдений за их режимом. Госгеолтехиздат, 1958.

136. Лебедев А. В. Методы изучения баланса грунтовых вод. Госгеолтехиздат, 1963.

137. Линзы пресных вод пустыни. Изд. АН СССР, 1963.

138. Лобанская Н. П. Грунтовый сток на территории Европейской части СССР. Информационный материал № 2. Изд. ВНИИ ВОДГЕО, 1959.

139. Ломизе Г. М., Нетумил А. В. Электроосмотическое водопонижение. Госэнергоиздат, 1958.

140. Лукьянов В. С. Технические расчеты на гидравлических приборах Лукьянова. Трансжелдориздат, 1937.
141. Лукьянов В. С., Вевиоровская М. А. Применение метода гидравлических аналогий к исследованиям фильтрации грунтовых вод. В сб. «Проблемы гидрогеологии». Докл. к собр. междунар. ассоц. гидрогеол. Госгеолтехиздат, 1960.
142. Львович М. И., Грин А. М., Дрейер Н. К. Основы метода изучения водного баланса и его преобразований. Изд. АН СССР, 1963.
143. Лыков А. В. Теория теплопроводности. Гостехтеориздат, 1952.
144. Макаренко Ф. А. О подземном питании рек. Тр. Лабор. гидрогеол. пробл. АН СССР, т. I, 1948.
145. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. Гостоптехиздат, 1949.
146. Мясникова Н. А. Прогноз подпора грунтовых вод. Изд. «Наука», 1964.
147. Мятиев А. Н. Напорный комплекс подземных вод и колодцы. Изв. АН СССР, отд. техн. наук, № 31, 1948.
148. Насберг В. М. Краткие итоги исследований гидротехнической лаборатории по фильтрации. Изв. ТНИСТЭК, т. 14, 1962.
149. Николаев Н. С., Козлов Э. С., Полгородник Н. П. Аналоговая математическая машина УСМ-1. Матгиз, 1962.
150. Николаевский В. Н. К построению нелинейной теории упругого режима фильтрации жидкости и газа. «Прикл. мех. и техн. физика», № 4, 1961.
151. Носова О. Н. Расчет водоотдачи песчаных грунтов. Госэнергоиздат, 1962.
152. Нумеров С. Н. О неустановившейся фильтрации в полосообразном пласте к прямолинейной цепочке скважин. Изв. АН СССР, отд. техн. наук, № 1, 1958.
153. Нумеров С. Н. О применении метода ЭГДА при приближенном расчете нестационарных полей в сплошных средах. Научные доклады высшей школы. «Энергетика», № 1, 1958.
154. Огильви Н. А. Воды со свободной поверхностью в кровле пласта и расчет их осушения. «Подмосковный угольный бассейн», сб. № 3. Углетехиздат, 1948.
155. Огильви Н. А. К вопросу о расчетах каптажных буровых скважин в пластонапорных системах. Труды Лабор. гидрогеол. проблем АН СССР, т. X, 1951.
156. Павловская Л. Н. Вопросы фильтрационных расчетов водопонизительных установок в котлованах гидротехнических сооружений. Труды Совещ. по вопросам водопонижения. Госстройиздат, 1959.
157. Павловская Л. Н., Шестаков В. М. Методические указания по фильтрационным расчетам водопонижения в гидротехническом строительстве. Госэнергоиздат, 1961.
158. Павловский Н. Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения. Изд. Научно-мелиорац. ин-та, 1922.
159. Павловский Н. Н. Собрание сочинений, т. II. АН СССР, 1956.
160. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными. Гостехиздат, 1953.
161. Пилатовский В. П. Уравнения неоднородного фильтрационного потока, рассматриваемого как некоторый вероятностный процесс вытеснения. «Научно-техн. сб. по добыче нефти», вып. 21. Гостоптехиздат, 1963.
162. Пискунов Н. С. Определение передвижения контура нефтеносности и падения давления при эксплуатации крупных месторождений. Сб. «Вопросы гидродинамики нефтяного пласта». Труды ВНИИ нефти и газа, вып. VI, 1954.
163. Плотников Н. А. Оценка запасов подземных вод. Госгеолтехиздат, 1959.
164. Плотников Н. А. При участии Богомолова Г. В. и Камен-

ского Г. Н. Классификация ресурсов подземных вод для целей водоснабжения и методика их подсчета. Госгеолиздат, 1946.

165. Плотников Н. И. Водоснабжение горнорудных предприятий. Гос. научн-техн. изд-во, 1959.

166. Полубаринова-Кочина П. Я. Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод. АН СССР, 1942.

167. Полубаринова-Кочина П. Я. О неустановившихся движениях грунтовых вод при фильтрации из водохранилищ. «Прикл. матем. и мех.», т. XIII, вып. 2, 1949.

168. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. Гостехтеориздат, 1952.

169. Поляков Б. В. Гидрологический анализ и расчеты. Гидрометеоиздат, 1946.

170. Роде А. А. Методы изучения водного режима почв. Изд-во АН СССР, 1960.

171. Роза С. А. Результаты экспериментального изучения начального фильтрационного градиента. Сб. трудов ВНИИГ, № 4, 1953.

172. Романика Л. И. и Клименко В. И. Гидрогеологический очерк Азово-Кубанского артезианского бассейна. Изд. «Наука», 1964.

173. Романов А. В. Приток воды к водозаборам подземных вод и дренам. «Вопросы фильтрационных расчетов гидротехнических сооружений». Сб. 1, Госстройиздат, 1952.

174. Романов А. В., Селюк Е. М. Экспериментально-аналитический метод расчета пространственной фильтрации к дренам. «Вопросы фильтрац. расчетов гидротехнич. сооружений», Сб. № 3. Госстройиздат, 1959.

175. Саваренский Ф. П. Гидрогеология. ОНТИ, 1934.

176. Саульев В. К. Интегрирование уравнений параболического типа методом сеток. Госфизматгиз, 1960.

177. Силин-Бекчурин А. И. О влиянии кинематической плотности, приведенных давлений и проницаемости пород на скорость фильтрации рассолов. Докл. АН СССР, т. 58, № 6, 1947.

178. Силин-Бекчурин А. И. Метод приближенного расчета скоростей фильтрации и подземного стока рассолов по пьезометрам. Труды Лабор. гидрогеол. проблем АН СССР, т. 11, 1949.

179. Силин-Бекчурин А. И. Динамика подземных вод. Изд. МГУ, 1958.

180. Скабалланович И. А. Гидрогеологические расчеты. Изд. 2-ое. Госгортехиздат, 1960.

181. Слядиев А. Ф. Методы изучения баланса грунтовых вод. Изд. АН Узб. ССР, 1961.

182. Смирнов В. И. Курс высшей математики, т. II. Гостехиздат, 1948.

183. Сорокина И. А. Некоторые особенности проявления упругого режима фильтрации в пределах Нукусской зоны пресных вод. «Гидрогеологический сборник № 4». Труды Ин-та геологии, Изд. Уз. АН СССР, 1964.

184. Спицин В. И., Громов В. В., Балукова В. Д., Наумова А. Изучение миграции радиоэлементов на грунтах. Труды 2-ой межд. конф. по мирному использованию атомной энергии. Доклады советских ученых, т. 4, 1959.

185. Справочное руководство гидрогеолога. Гостоптехиздат, 1959.

186. Справочник гидрогеолога. Госгеолтехиздат, 1962.

187. Тетельбаум И. М., Ельметад Я. А. Электрическое моделирование неустановившихся процессов теплопередачи и диффузии в электролитической ванне. «Докл. 4-ой конференции по физ. и матем. моделированию», 1962.

188. Тихонов А. Н. и Самарский А. А. Уравнение математической физики, Гостехиздат, 1951.

189. Толстов Ю. Г. Применение метода электрического моделирования физических явлений к решению некоторых задач подземной гидравлики. «Журнал техн. физики», т. XII, вып. 10, 1942.

190. Угинчус А. А. Расчет фильтрации через земляные плотины. Стройиздат, 1940.
191. Фаворин Н. Н. Типы режимов грунтовых вод под орошаемыми массивами. В кн.: «Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод». Изд-во АН СССР, 1956.
192. Филимонов В. Д., Шестаков В. М. Учет гидродинамического несовершенства каналов и дрен при моделировании. «Труды координационного совещания по фильтрации», Госэнергоиздат, 1964.
193. Фильчаков П. Ф. и Панчишин В. И. Интеграторы ЭГРА. Изд. АН УССР, 1961.
194. Хейн А. Л. Теоретические основы и методика определения параметров пластов по данным испытания несовершенных скважин. Тр. ВНИИ нефти и газа. Гостоптехиздат, 1953.
195. Хейн А. Л. Неустановившийся приток жидкости и газа к круговой батарее несовершенных скважин в бесконечном пласте. Сб. «Вопросы подземной гидродинамики и разработки нефтяных и газовых месторождений». ВНИИ нефти и газа. Гостоптехиздат, 1957.
196. Христианович С. А. Движение грунтовых вод, не следующее закону Дарси. Прикл. матем. и мех. т. IV, вып. 1, 1940.
197. Чарный И. А. Подземная гидромеханика. Гостехиздат, 1948.
198. Чарный И. А. Строгое доказательство формулы Дюпюи для безнапорной фильтрации с промежутком высачивания. ДАН СССР, т. XXIX, 1951.
199. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. Гостоптехиздат, 1956.
200. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. Гостоптехиздат, 1964.
201. Чернов Б. С., Базлов М. И., Жуков А. К. Гидродинамические методы и исследования скважин и пластов. Гостоптехиздат, 1960.
202. Чекалюк Э. Б. Основы пьезометрии залежей нефти и газа. Гостехиздат, УССР, Киев, 1961.
203. Шейдеггер А. Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. Гостоптехиздат, 1960.
203а. Шержуков Б. С., Гамаюнов Н. И. Методика расчета гидрогеологических параметров водоносных пластов при опробовании их опытной скважиной. Изв. вузов, Геология и разведка, № 5, 1964.
204. Шестаков В. М. Исследования внутренней кинематики неустановившегося фильтрационного потока и вывод уравнения неустановившейся фильтрации. Докл. АН СССР, т. XCV, № 5, 1953.
205. Шестаков В. М. Расчет кривых депрессии в земляных плотинах и дамбах при понижении горизонта водохранилища. «Гидротехн. строит.», № 4, 1954.
206. Шестаков В. М. Некоторые вопросы моделирования неустановившейся фильтрации. «Вопросы фильтрац. расчетов гидротехн. сооружений», сб. № 2, 1956.
207. Шестаков В. М. Вопросы расчета водопонизительных установок сложных контуров в плане. Труды ВНИИ ВОДГЕО. Госстройиздат, 1958.
208. Шестаков В. М. Определение выходных градиентов фильтрационного потока вблизи откосов. «Вопросы фильтрац. расчетов гидротехн. сооружений», сб. № 3. Госстройиздат, 1959.
209. Шестаков В. М. Вопросы фильтрационного расчета совершенных и несовершенных скважин. Труды Лабор. инж. гидрогеологии ВНИИ ВОДГЕО, сб. 3. Госстройиздат, 1960.
210. Шестаков В. М. Расчет движения границы раздела двух несмешивающихся жидкостей при фильтрации в горизонтальном напорном потоке. «Научные сообщ. ВНИИ ВОДГЕО». Водоснабжение, 1960.
211. Шестаков В. М. Основы гидрогеологических расчетов при фильтрации из хранилищ промстоков. Изд. ВНИИ ВОДГЕО, 1961.
212. Шестаков В. М. Об определении гидрогеологических параметров пласта по данным опытных откачек в условиях неустановившейся фильтрации. «Разведка и охрана недр», № 12, 1962.
213. Шестаков В. М. Применение метода конечных разностей Г. Н. Каменского для фильтрационного расчета водопонизительных и водо-

заборных установок. Труды Лабор. гидрогеол. проблем АН СССР, т. XV, 1962.

214. Шестаков В. М. Расчет фильтрационного водопонижения с помощью лучевых водозаборов. «Основания, фундаменты и механика грунтов», № 1, 1962.

215. Шестаков В. М. О влиянии упругого режима фильтрации в раздельных слоях на взаимодействие водоносных горизонтов. Изв. Высших учебных заведений. Геология и разведка, № 10, 1963.

216. Шестаков В. М. К теории фильтрации растворов в грунтах «Вопросы формирования химического состава подземных вод». Изд. МГУ, 1963.

217. Шестаков В. М. Определение гидрогеологических параметров по данным откачек в условиях неустановившейся фильтрации с помощью эталонных кривых. Бюллетень научно-технической информации Госгеолкома СССР, № 3, 1964.

218. Шестаков В. М. О фильтрационных расчетах вертикального дренажа и водопонижения на моделях ЭГДА. «Вопросы фильтр. расчетов гидротехн. сооружений», сб. № 4. Госстройиздат, 1964.

219. Шестаков В. М. Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа подземных вод. Изд. МГУ, 1965.

220. Щелкачев В. Н. Упругий режим пластовых водонапорных систем. Гостоптехиздат, 1948.

221. Щелкачев В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. Гостоптехиздат, 1959.

222. Щелкачев В. Н. Критический анализ исследований, посвященных определению верхней границы закона фильтрации Дарси Труды Ереванского совещания по гидрогеологии и инж. геологии. Госгеолтехиздат, 1964.

223. Эршлер В. Р. О применении ультрафильтрации для различения коллоидов и кристаллоидов. «Журнал физ. химии», № 10, 1934.

224. Язвин Л. С., Боревский Б. В. Опыт определения расчетных гидрогеологических параметров по данным групповых откачек. «Разведка и охрана недр», № 4, 1963.

225. Яковлев В. П. Возможность промысловых определений коэффициентов сжимаемости, нефтенасыщенности и нефтеотдачи пласта. «Разработка нефтяных месторождений и гидродинамика пласта». Труды ВНИИ, вып. XXI, 1959.

226. Bear I. Journal of Hydraulic Division. Pros. ASCE. vol. 86, No 2, 1960.

227. Boussinesg I. Essai sur la theorie des eaux courantes. Paris, 1877.

228. Brooks R. H. J. Irrig. and Drain. Div. Pros. ASCE, v. 87,N 2, 1961.

229. Ewing B. J. of the Sanitary...

230. Ferris I. G., Knoroles D. B., Brocon B. H. and Stallman R. Geological Survey Water Supply, Paper 1536—E, 1962.

231. Gardner W., Collier, Farr. Trans. Amer. Geophys. Union, v. 15, 1934.

232. Hantush M. S. J. Geophys. Res., N 10, 1960.

233. Hantush M. S. J. Geophys. Res., vol. 65, N 11, 1960.

234. Hantush M. S. Journal of the Hydraulics Division. Proc. Amer. Soc. civil Engng vol. II.

235. Halek V. Vodohospodarscy cosopis, N 2, 1959.

236. Hele-Shaw H. S. Trans. Institution Naval Architects, vol. 39, 1897.

237. Huard de la Marre M. P. La Houille Blanche, 1953.

238. Hubbert M. King. J. Geol., v. XLVIII, № 8, 1940.

239. Jacob C. E. Trans. Amer. Geophys. Union, No 8, 1939.

240. Jacob C. E. Trans. Amer. Geophis. Union, Np. 2, 1940.

241. Josselin de Jong G. J. Geophys. Res., N 10, 1961.

242. Klinkenberg I. Bull. Geol. Soc. Amer., vol. 62, N 6, 1951.

243. Kraienhoff van de Ler. J. Geophys. Res., v. 67, N 11, 1962.

244. Lauwerter H. A. Appl. Sci. Res. (section A), vol. 5, N 2—3, 1955.

245. Mantey T. Rozpr hydrotechn. N 13, 1963.

246. Miller E. E., Miller R. D. Pros. Amer. Soc. Soil. Sci., No 19, 1955.
247. Miller E. E., Miller R. D. J. Appl. Phys., No 27 (4), 1956.
248. Pickering C. H., Cotman N. T., Craroford P. B. J. Soc. Petrol. Engrs., N 4, 1961.
249. Pietraru V., Zahareskս E. Hidrotechnica, N 7, 1960.
250. Reinins E. The Stability of the Upstream Slope of Earch Dans Stockholm, 1948.
251. Rubnikar J. Sb. Vysokeho učeni techn. Brně, N 3—4, 1960.
252. Theis C. V. Trans. Amer. Geophys. Union, vol. 16, 1935.
253. Todd D. K. Ground-water Hydology, N—I, 1959.
254. Todd D. K. Trans. Amer. Geophys. Union, v. 35, N 6, 1954.
255. Saffman P. G. J. Fluid Mech., v. 1, p. 2, 1960.
256. Walton W. C., Prickett T. A. J. Hydraulic Div. Pros. ASCE, vol. 89, No 6, 1963.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Предисловие 3

Глава первая. **Схематизация природных условий для целей гидрогеологических расчетов** 5

§ 1. Принципы схематизации природных условий 5
§ 2. Основные особенности водоносных горизонтов 11
§ 3. Типовые расчетные схемы 26

Глава вторая. **Уравнения движения подземных вод** 28

§ 1. Основной закон фильтрации 28
§ 2. Общие уравнения фильтрационного потока при жестком режиме фильтрации 32
§ 3. Уравнение планово-плоского безнапорного потока 36
§ 4. Уравнение упругого режима фильтрации 41
§ 5. Конечно-разностные уравнения плановой фильтрации . . . 45
§ 6. Фильтрация вод, неоднородных по составу 50

Глава третья. **Основы расчетов плановой фильтрации** 55

§ 1. Общие вопросы и постановка задач плановой фильтрации . . 55
§ 2. Одномерная установившаяся фильтрация 67
§ 3. Одномерная неустановившаяся фильтрация 76

Глава четвертая. **Гидрогеологические расчеты скважин** 88

§ 1. Некоторые общие вопросы гидрогеологических расчетов скважин 88
§ 2. Одиночная совершенная скважина в безграничном однородном водоносном горизонте 94
§ 3. Одиночная совершенная скважина в водоносных горизонтах ограниченной площади распространения 103
§ 4. Одиночная совершенная скважина в безграничном слоистом водоносном горизонте 111
§ 5. Учет несовершенства скважины 119
§ 6. Взаимодействующие скважины 126

Глава пятая. **Моделирование фильтрации** 139

§ 1. Обзор методов и основы теории моделирования 142
§ 2. Общие вопросы методики моделирования при решении гидрогеологических задач 159
§ 3. Особенности моделирования скважин и дрен 176

Глава шестая. **Оценка естественных ресурсов подземных вод** 189

§ 1. Гидрогеологические методы определения естественных ресурсов подземных вод 190
§ 2. Определение естественных ресурсов подземных вод по величине питания водоносных горизонтов атмосферными осадками . . . 191

Стр.

§ 3. Определение естественных ресурсов подземных вод методом расчленения гидрографа общего стока 192
§ 4. Вычисление модулей и коэффициентов подземного стока . . 197
§ 5. Определение естественных ресурсов артезианских вод путем решения уравнения водного баланса для речного бассейна . . 200

Глава седьмая. **Прогноз режима грунтовых вод на орошаемых территориях** 210

§ 1. Применение аналитических решений дифференциальных уравнений неустановившегося движения 212
§ 2. Примеры прогноза режима грунтовых вод с помощью аналитических решений дифференциальных уравнений неустановившегося движения 229
§ 3. Применение метода конечных разностей 238
§ 4. Водно-балансовый метод 244

Глава восьмая. **Определение гидрогеологических параметров по данным опытных откачек, наливов и нагнетаний** 249

§ 1. Некоторые общие вопросы 249
§ 2. Определение параметров по данным откачек из скважин при установившемся режиме 252
§ 3. Определение параметров по данным откачек из скважин при неустановившемся режиме 259
§ 4. Определение водопроницаемости ненасыщенных грунтов по данным наливов в шурфы и скважины 272
§ 5. Определение действительной скорости подземных вод и активной пористости пород в полевых условиях 286

Приложения 1—5. Таблицы функций 290

Литература 294

Файбиш Минаевич Бочевер,
Иван Владимирович Гармонов,
Анатолий Викторович Лебедев,
Всеволод Михайлович Шестаков

ОСНОВЫ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

Редактор издательства *Н. А. Сергеева*
Технический редактор *В. В. Быкова*
Корректор *Л. М. Безменова*

Сдано в производство 13/II 1965 г.
Подписано к печати 22/IX 1965 г.
Формат 60×90¹/₁₆. Печ. л. 19,25.
Уч.-изд. л. 19,42. Т-10665.
Тираж 4200 экз.
Зак. № 207/2104—2. Цена 1 р. 12 к.
Объявлено в Бланке — заказе от
20/VII 1965 г. № 55. Индекс 1—3—1.

Издательство «Недра». Москва, К-12,
Третьяковский проезд, 1/19.

Ленинградская типография № 14
«Красный Печатник» Главполиграфпрома
Государственного комитета Совета
Министров СССР по печати.
Московский проспект, 91.

Уважаемый читатель!

В издательстве „Недра“ готовятся к печати и выйдут в свет во втором полугодии 1965 г. новые книги по гидрогеологии и инженерной геологии:

Дружинин Н. И. **Изучение региональных потоков подземных вод методом электрогидродинамических аналогий.** 20 л. Ц. 1 р. 15 к.

В книге рассмотрен способ построения методом ЭГДА карт изолиний глубин залегания подземных вод, гидроизогипс безнапорных и гидроизопьез напорных потоков подземных вод с учетом физико-географических и почвенно-геологических условий; приведен ряд практических примеров исследований и измерений подземных вод с помощью метода ЭГДА; показано использование карт гидроизогипс и гидроизопьез при решении ряда народнохозяйственных проблем.

Книга рассчитана на гидрогеологов, гидрологов, инженеров-гидротехников, работников научно-исследовательских институтов и может служить пособием по лабораторным исследованиям при изучении теории фильтрации, гидрогеологии и гидрологии.

Ларионов А. К. **Инженерно-геологическое изучение структуры рыхлых осадочных пород.** 20 л. Ц. 1 р. 15 к.

В инженерной геологии в отличие от осадочной петрографии при исследовании структуры оцениваются взаимоотношения и роль всех трех главных составных частей рыхлых пород: твердой, жидкой и газообразной.

Познание структуры и химико-минералогического состава осадочных пород порой позволяет решать узловой вопрос инженерной геологии — выявление механической прочности.

В книге излагается современное состояние этого вопроса как в СССР, так и за рубежом. Помимо этого приводятся результаты многолетних исследований автора в области инженерно-геологического изучения структуры.

Книга рассчитана на широкий круг инженеров-геологов, петрографов и специалистов, работающих в области механики грунта, оснований и фундаментов.

Предварительные заказы на эти книги направляйте по адресу:

Москва, А-47, пл. Белорусского вокзала, 3.
Издательство „Недра“. Отдел распространения.