Н.Ф.БО

ФИЗИКА ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

Н.Ф.БОНДАРЕНКО

ФИЗИКА ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ
ЛЕНИНГРАД • 1973

УДК 532.546 : 532.135

Монография содержит оригинальные разработки автора на основе развития и обобщения результатов исследований советских ученых П. А. Ребиндера, Б. В. Дерягина, С. В. Нерпина и др. Освещаются вопросы физики течения жидкостей в пористых средах, рассматривается природа фильтрационных аномалий и учет этих явлений в теории процессов фильтрации и изотермического влагопереноса. Дается расчет отдельных задач по фильтрации воды при неполном заполнении пор и течению воды через тонкие поры.

Книга представляет практический и научный интерес для гидрологов, мелиораторов, гидрогеологов.

The monograph contains original author's elaborations of development and generalization the results of inverstigations made by the soviet scientists P. A. Rebeender, B. V. Derjaguin, S. V. Nerpin and others.

Some physical problems of liquid movement in porous media are dealt. A nature of non-linear flow is considered. Some problems of soil moisture movement in unsaturated porous media and water flow through thin pores are presented.

The book is of practical and scientific interest for gydrologists, specialists in land-reclamation and gydrogeologists.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Важной частью круговорота воды в природе является движение ее через толщу осадочных горных пород. Особенность этих потоков состоит в том, что вода движется в капиллярно-пористой среде. Это относится как к зоне неполного насыщения, лежащей вблизи дневной поверхности, так и к глубоким горизонтам, где вода полностью насыщает горные породы.

К настоящему времени накоплено много данных об отклонении фильтрации от закона Дарси, вместе с тем все гидрогеологические и почвенно-гидрологические расчеты до последнего времени основывались именно на этом законе. Это относится к исследованиям водопроницаемости грунтов и почв методами пробных откачек и залитых площадок, региональным расчетам движения подземных вод методом ЭГДА, расчетам изменения гидрогеологических условий при создании водохранилищ, судоходных каналов, ирригационных сооружений и т. п.

По-видимому, продолжающееся использование закона Дарси как основы всех фильтрационных расчетов в гидрологии было связано с неясностью физической природы наблюдаемых в экспериментах фильтрационных аномалий и путей построения новой теории фильтрации.

В книге излагаются в основном те результаты исследований по физике течения жидкостей, которые можно привлечь для объяснения нелинейных эффектов и разработки общей фильтрационной теории, охватывающей как случаи, для которых применение закона Дарси строго обосновано, так и те случаи, когда использование линейного закона фильтрации приводит к недопустимым погрешностям в расчете. Эти исследования выполнены в последние 10—15 лет и, естественно, не нашли отражения в вышедших ранее фундаментальных работах по физике течения жидкостей в пористых средах.

Представленные материалы не являются исчерпывающими, а некоторые из них требуют уточнения

и дальнейшей разработки. Однако уже на этой стадии полученные результаты позволяют во многих случаях объяснить наблюдаемые нелинейные фильтрационные эффекты, обосновать области справедливости линейных законов фильтрации и составить достаточно надежный прогноз последствий гидромелиоративных мероприятий.

Считаю своим приятным долгом выразить признательность П. А. Ребиндеру, Б. В. Дерягину и С. В. Нерпину за постоянное внимание к работе.

Автор благодарен О. В. Попову и Т. С. Сафроновой, сделавшим много ценных критических замечаний при чтении рукописи, а также Н. В. Чураеву, С. С. Духину, Ю. В. Гурикову, В. Я. Кулику и П. Н. Березину за просмотр отдельных разделов рукописи и Г. Ф. Бондаренко за большую помощь при ее подготовке и оформлении.

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. ЗАКОН ДАРСИ. ВЕРХНИЙ ПРЕДЕЛ ПРИМЕНИМОСТИ ЛИНЕЙНОГО ЗАКОНА ФИЛЬТРАЦИИ

В 1856 г. Дарси установил, что «объем воды, который протекает через слой песка с данными свойствами, пропорционален давлению и обратно пропорционален толщине слоя песка» [210].

Для случая когда давление под фильтром равно атмосферному, уравнение для потока жидкости Дарси записал в следующем виде:

$$Q=\frac{K\omega}{l}(H+l), \tag{В.1.1}$$

где Q — объем воды, протекающей в единицу времени; ω — площадь фильтра; l — его толщина; H — высота слоя воды над песком.

Выражение (В.1.1) можно записать в виде

$$Q=\frac{k}{\eta}\omega I, \tag{В.1.2}$$

где k — проницаемость пористой среды, которая определяется теперь только геометрией порового пространства, занятого жидкостью; η — вязкость жидкости; $I=\dfrac{H+l}{l}$ — градиент напора.

Параметр $K=\dfrac{k}{\eta}$ в отечественной литературе получил название коэффициента фильтрации. Зависимость вида (В.1.2), постулирующая линейную связь между потоком (скоростью) и действующими силами, получила название закона Дарси.

Многие экспериментальные данные подтверждают справедливость закона Дарси, который лежит в основе большинства современных исследований по теории фильтрации. С увеличением скорости создается дополнительный механизм обмена количеством движения; при этом происходит более быстрое возрастание сопротивления с ростом скорости течения и закон Дарси нарушается. Описания опытов по определению критического числа Рейнольдса, при котором происходит нарушение закона Дарси, опубликованы в многочисленных статьях. В качестве примера приведем результаты опытов Наги и Каради [225] с песком и смесью гравия. Было использовано шесть сортов почвенных смесей с диаметром зерен

(d_{eff}) = 0,015; 0,042; 0,12; 0,52; 0,83 и 1,2 см, коэффициентом однородности u = 4,3; 4,8; 5,0; 4,7 и 4,7.

Результаты экспериментов представлены в системе билогарифмических координат (рис. В.1): $\mathrm{Re}\,\lambda = f(\mathrm{Re})$.

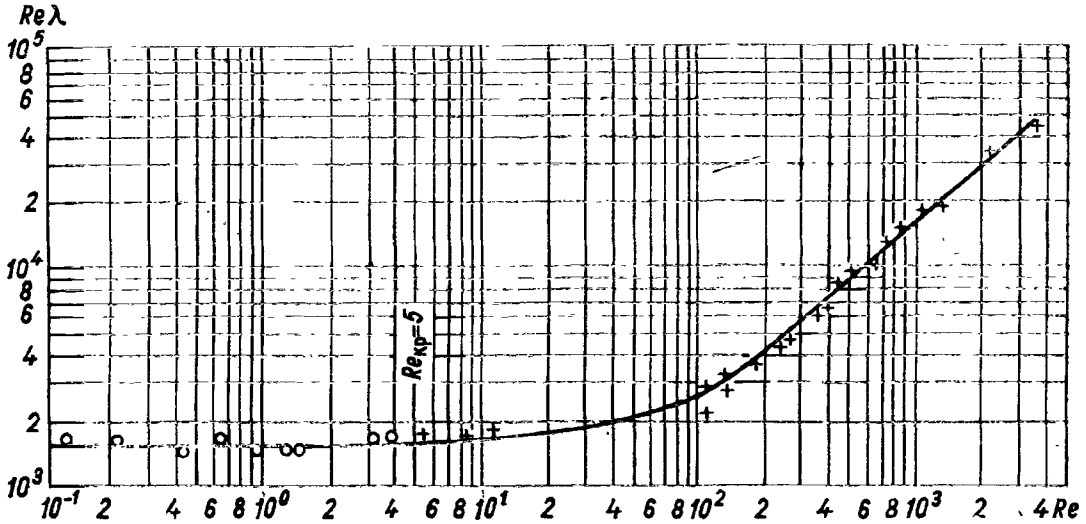


Рис. В.1. Зависимость $\mathrm{Re}\,\lambda = f(\mathrm{Re})$.

Значения числа Рейнольдса определяются по формуле

$$\mathrm{Re} = \frac{V d_{eff}}{\nu},$$

а величина коэффициента сопротивления

$$\lambda = \frac{2 g d_{eff} I}{\nu^2},$$

где V — скорость фильтрации; ν — кинематическая вязкость; g — ускорение силы тяжести; I — градиент напора.

На основе этих экспериментов можно разграничить три диапазона:

1) соответствующий закону Дарси ламинарный для $\mathrm{Re} < 5$;
2) переходный при $\mathrm{Re} = 5 - 2 \cdot 10^2$;
3) турбулентный, $\mathrm{Re} > 2 \cdot 10^2$.

Из обзора Д. Э. Шейдеггера [198] следует, что полученные различными исследователями значения критического числа Рейнольдса различаются в сотни раз.

Из такого разброса экспериментальных значений $\mathrm{Re}_{кр}$ можно сделать лишь один вывод — действительная геометрия порового пространства не эквивалентна пористой среде с характерным размером d, а вязкость жидкости η может не оставаться постоянной при изменении сдвиговых напряжений.

В работе [225] подчеркивается то обстоятельство, что фильтрация грунтовой воды в беспорядочных почвенных пустотах должна рассматриваться как движение повышенной неустойчивости. На

краях зерен при неожиданном, но обязательном расширении поперечного сечения должны возникать нарушения, ведущие при неустойчивом режиме течения к возникновению местной турбулентности уже при малых скоростях фильтрации. Нарушение закона Дарси может быть обусловлено в значительной мере этим эффектом. В опытах авторов отклонение от линейного закона имеет место уже при $Re > 5$. Систематические исследования области справедливости закона Дарси выполнены Г. Ф. Требиным [182].

§ 2. ОТКЛОНЕНИЯ ОТ ЗАКОНА ДАРСИ ПРИ УМЕНЬШЕНИИ СКОРОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ

Уже в 1898 г. Кинг [218] опубликовал результаты экспериментов, которые показывают, что закон Дарси нарушается и с уменьшением скорости фильтрации.

На рис. В.2 представлена зависимость скорости фильтрации V от градиента напора I для мэдисонского глиноземистого песчаника, опубликованная Кингом. Важно отметить (в связи с рассмотрением в дальнейшем стабильности фильтрационного потока во времени), что на рисунке представлены также данные, полученные при контрольном замере в конце опыта.

На рис. В.3 показаны результаты тщательно выполненных экспериментов Энгельгардта и Танна [212]. Особый интерес эти данные, в которых четко проявляется нелинейность зависимости $V(I)$, представляют в связи с тем, что исследовалась фильтрация не только воды в глинизированном песчанике, но и растворов электролитов различной концентрации. В дальнейшем (гл. II, § 3) вернемся к интерпретации этих результатов, здесь же лишь обратим внимание на «спрямление» зависимости $V(I)$ при увеличении концентрации NaCl.

С. А. Роза провел систематические исследования фильтрации воды в глинах; на рис. В.4 представлены полученные им результаты для кембрийской глины [170].

Убедительные экспериментальные данные, свидетельствующие о нарушении закона Дарси в области малых градиентов напора, получены А. И. Котовым и С. В. Нерпиным с сотрудниками [24, 115, 116] и Н. В. Чураевым [193–195].

Г. В. Короткевич [113], изучая соляной карст в Закарпатье, пришел к выводу, что «...длительная сохранность соляных залежей в верхней гидродинамической зоне обусловлена, по-видимому, тем, что насыщенные рассолы при малых градиентах падения уровня остаются у поверхности соли в состоянии покоя, защищая его от растворения... Мы считаем, что должен существовать определенный для данных рассолов и фильтрационной среды начальный градиент напора, до достижения величины которого практически нет фильтрации». В работе А. Е. Гуревича [65] утверждается, что «фактический материал по гидрогеологии различных районов находится в противоречии с признанием скоростей фильтрации подземных вод, рассчитываемых по закону Дарси» — расчетные значения

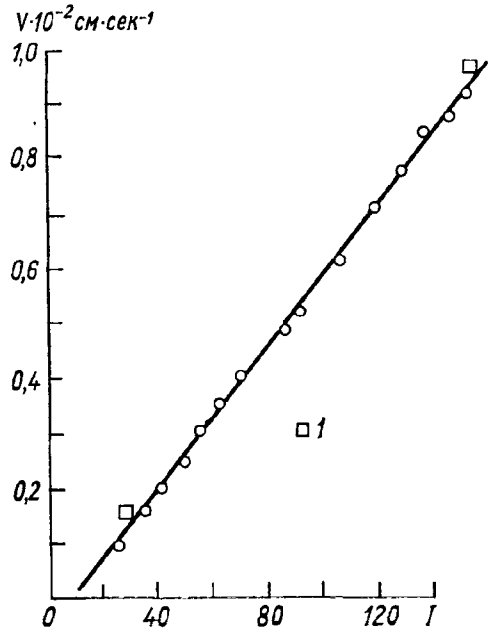


Рис. В.2. Зависимость скорости фильтрации от градиента напора для мэдисонского глиноземистого песчаника [218].

1 — данные контрольных замеров.

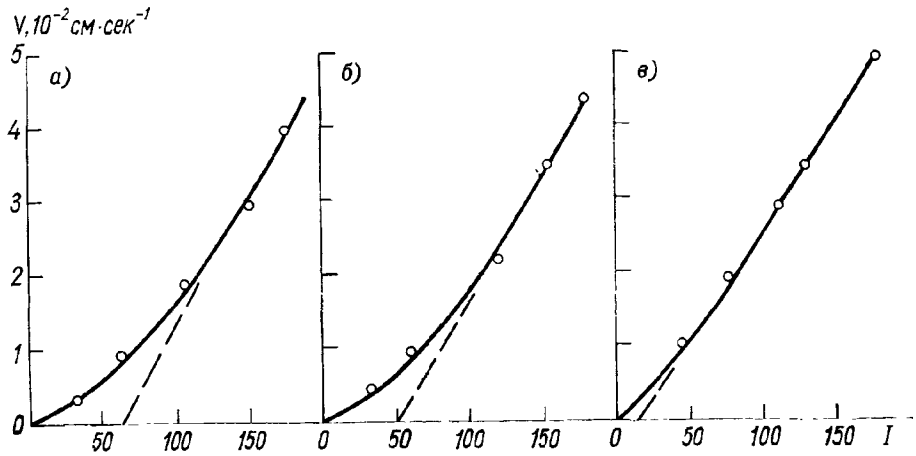


Рис. В.3. Зависимость скорости фильтрации от градиента напора для глинизированного песчаника [212].

а — дистиллированная вода; *б* — раствор NaCl 0,88*N*; *в* — раствор NaCl 1,83*N*.

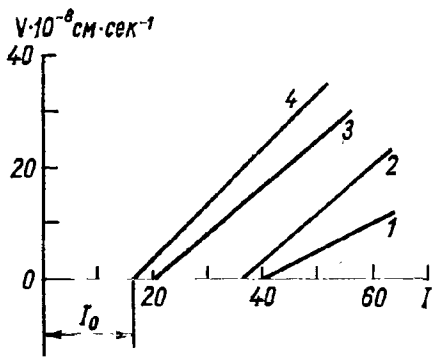


Рис. В.4. Зависимость скорости фильтрации от градиента напора для кембрийской глины при различной плотности [170].

1 — влажность полного насыщения, $W=27\%$; *2* — $W=27{,}7\%$; *3* — $W=31\%$; *4* — $W=32{,}5\%$.

оказываются явно завышенными. На существование нижнего (как и верхнего) предела применимости закона Дарси указывал и Н. Н. Павловский [151].

Непропорциональное уменьшение скорости фильтрации с уменьшением градиента напора I и наличие начального градиента напора I_0 (см. рис. В.4) отмечено многими исследователями [1, 2, 3, 10, 11, 21, 29, 57, 61, 74, 76, 110, 130, 162, 168, 224][1]. Подробный обзор работ зарубежных исследователей по этому вопросу выполнен Сварцендрубером [234] и Кутилеком [222].

Олсен [226] считает, что наблюдаемые в некоторых опытах отклонения от закона Дарси могут быть отнесены за счет экспериментальной ошибки.[2] Однако большинство опубликованных данных не вызывает сомнения в существовании фильтрационных аномалий, не связанных с ошибками в эксперименте. Для объяснения наблюдаемых аномалий обычно привлекались следующие соображения:

1. Фильтрующаяся жидкость, содержащая поверхностно-активные компоненты и коллоидные частицы, образует устойчивые коллоидные растворы [122, 181], которые обладают механической прочностью и разрушаются лишь при $I > I_0$.

2. Механические свойства жидкости постепенно меняются от твердой поверхности к объемной части жидкости: «прочносвязанная» вода — «связанная» вода — «рыхлосвязанная» вода[3]; с увеличением градиента напора в общий поток постепенно вовлекаются слои воды, более прочносвязанные с твердой поверхностью, и эффективная динамическая пористость системы увеличивается [196, 221].

3. Под влиянием поверхности вся вода в порах приобретает свойства неньютоновской жидкости [223].

4. Возникают сопутствующие напорной фильтрации электрокинетические и осмотические эффекты [216, 222, 234].

В следующей главе рассматривается влияние всех факторов, определяющих скорость ламинарного потока жидкости в пористой среде, на характер фильтрационного потока. При этом даются лишь те сведения о геометрии порового пространства, действующих силах и реологических свойствах жидкостей, в принципе ответственных за наблюдаемые аномалии, которые необходимы для понимания излагаемого предмета; более подробные сведения можно найти в специальной литературе, ссылки на которую даны в тексте.

---

[1] Термин «начальный градиент» был предложен Н. П. Пузыревским [161].

[2] Олсен исследовал фильтрацию воды через плотные глины, при этом никаких отклонений от закона Дарси не было обнаружено. Возможное объяснение этого факта будет дано в главах III и IV.

[3] Заметим, что не имеется четкой формулировки физического смысла терминов «прочносвязанная», «рыхлосвязанная» и «связанная» вода. По-видимому, по аналогии с диффузным ионным слоем полагают, что свойства «связанной» воды постепенно меняются от стенки к объему. Однако прямые исследования [78] показали, что граничные фазы, обладающие особыми свойствами по сравнению с объемной жидкостью, имеют с ней (или с переходным слоем) более или менее резкую границу.

Глава I.

ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СКОРОСТЬ ПОТОКА ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ. ХАРАКТЕР ФИЛЬТРАЦИОННЫХ АНОМАЛИЙ

§ 1. ДЕЙСТВУЮЩИЕ СИЛЫ[1] И МЕХАНИЗМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Условием термодинамического равновесия системы является постоянство в каждой ее точке химического потенциала μ и температуры T. При нарушении этого условия процесс переноса энергии и вещества направлен в сторону меньших значений химического потенциала, что ведет к восстановлению равновесия. Интенсивность потока зависит от степени нарушения условий равновесия.

Термодинамический потенциал слабого раствора при наличии внешних полей (например, поля тяготения или электрического поля) выражается зависимостью

$$\theta = N\mu_0(P, T) + nKT \ln \frac{n}{eN} + n\chi(P, T) + NU(x, y, z) + nU'(x, y, z).$$

Здесь N и n — соответственно число частиц растворителя и растворенного вещества; μ_0 — химический потенциал чистого растворителя; $\chi(P, T)$ — функция, зависящая только от давления и температуры; $U(x, y, z)$ и $U'(x, y, z)$ — потенциальная энергия частиц растворителя и растворенного вещества, определяемая существующими внешними полями; K — постоянная Больцмана; e — заряд электрона.

Химический потенциал растворителя в растворе

$$\mu = \frac{\partial \theta}{\partial N} = \mu_0(P, T) - KT\frac{n}{N} + U(x, y, z), \qquad (I.1.1)$$

[1] Здесь не учитываются силы инерции, которые становятся существенными лишь при больших скоростях. Не рассматривается также упругий режим фильтрации, характерный для пористых сред, находящихся под значительным внешним давлением, и течение жидкостей в пористых деформируемых средах. Обзор исследований по этим вопросам можно найти в книге [164].

а химический потенциал растворенного вещества

$$\mu' = -\frac{\partial \theta}{\partial n} = KT \ln \frac{n}{N} + \chi(P, T) + U'(x, y, z). \qquad (I.1.2)$$

Из приведенных выражений следует, что интенсивность потока вещества или энергии зависит от градиента таких величин, как температура, давление, концентрация растворенных веществ, и потенциала внешних полей, определяющих действующие силы [27].

Перенос вещества в пористой среде может происходить в жидкой или паровой фазе.

Жидкое состояние

Действующие на жидкость силы по характеру их приложения удобно разделить на три группы [144]:

1) объемные или формально приводящиеся к ним;

2) тангенциальные, действующие на пристенные слои жидкости;

3) поверхностные, приложенные к межфазной границе жидкость—газ.

Для относительно широких капилляров, когда диффузные слои не перекрываются, при таком разделении каждой группе сил независимо от их природы отвечают определенные виды потока с одинаковой формой профилей скоростей; при определенном сочетании действующих сил различной природы возникает инверсия потока.

Объемные силы. К этой группе относятся: силы тяжести и давление в жидкости, самодиффузия и термосамодиффузия жидкости.

а. Силы тяжести определяются гравитационным потенциалом; давление в жидкости складывается из давления в граничащем с ней газе и межфазного перепада давления на границе жидкость—газ;

б. Самодиффузия жидкости. Рассмотрим систему, состоящую из двух сосудов, соединенных капилляром или пористой перегородкой. Если между сосудами поддерживать разность концентраций растворенных веществ ΔC, то должен возникнуть поток растворителя, направленный через капилляр (пористую среду), связанный с различием химического потенциала растворителя на концах капилляра в объемной [1] части жидкости, заполняющей капилляр.

В соответствии с (I.1.1) поток растворителя будет направлен в сторону сосуда с большей концентрацией растворенных веществ (рассматривается случай, когда потоком растворенного вещества, направленным в противоположную сторону, можно пренебречь). Если в направлении, противоположном самодиффузионному потоку, приложить объемные силы такой интенсивности, при которой напорный поток будет в точности равен самодиффузионному, то

[1] Капиллярноосмотический поток жидкости, связанный с непостоянством в растворе концентрации растворенных веществ в направлении, нормальном к стенке капилляра, вызывается тангенциальными силами и будет рассмотрен ниже.

суммарный поток будет равен нулю. Следовательно, формально самодиффузионный эффект может быть также сведен к действию объемных сил.

в. Термосамодиффузия жидкости. Так как время релаксации молекул определяется зависимостью $t = t_0 \exp\left(-\frac{\Delta U}{KT}\right)$, где t_0 — частота собственных колебаний молекул, ΔU — величина потенциального барьера, K — постоянная Больцмана и T — температура, то вероятность перехода молекул в направлении повышения и понижения температуры не может быть одинаковой. Основанное на этом эффекте явление термодиффузии примесей хорошо изучено [188] и находит практическое применение. Наличие потока молекул растворителя экспериментально не исследовалось, однако и в этом случае в направлении к более низким температурам должен возникать поток жидкости, интенсивность которого определяется градиентом температуры. Если в направлении, противоположном термосамодиффузионному потоку, приложить объемные силы такой интенсивности, при которой вероятность перехода молекул в противоположных направлениях станет снова одинаковой, то поток самодиффузии будет равен напорному потоку противоположного направления.

Таким образом, термосамодиффузионный эффект также может быть формально сведен к действию объемных сил.

Профиль скоростей, возникающих под влиянием объемных сил в случае относительно широких плоских или цилиндрических каналов, имеет параболическую форму.

Тангенциальные силы. К этой группе относятся силы электроосмотические,[1] капиллярно-осмотические, термоосмотические и диффузиофоретические. Эти силы возникают у поверхности твердых тел в связи с непостоянством в растворе концентрации ионов (нейтральных молекул), энтальпии и электрического заряда в направлении, нормальном к поверхности раздела.

а. Капиллярный осмос (аномальный осмос). Аномальным осмосом было названо явление передвижения жидкости в сторону меньших концентраций (т. е. в противоположном нормальному осмосу направлении) в случае проницаемой мембраны. Общая теория капиллярного осмоса развита Б. В. Дерягиным с сотрудниками (см. например [86, 135]).

Основные положения этой теории заключаются в следующем.

Так как концентрация растворенных веществ в граничащем с твердой фазой слое отлична от объемной, т. е. имеется соответствующая диффузность граничного слоя, то в растворах нейтральных молекул должны возникать кинетические явления, подобные электрокинетическим, связанные с диффузностью двойного электрического слоя. Подвижность некоторой части диффузного слоя приводит к тому, что если между двумя сосудами, соединенными капилляром, создать перепад давления, то в сосуде, куда поток втекает,

[1] Электроосмос рассмотрен в гл. VII.

концентрация растворенных веществ будет возрастать, а в другом сосуде раствор будет обедняться. Если между сосудами поддерживать разность концентрации растворенных веществ, то возникает поток жидкости в сторону сосуда с меньшей концентрацией растворенных веществ. Скорость этого скольжения пропорциональна перепаду концентрации растворенных веществ.

б. Термоосмос. Как показано Б. В. Дерягиным, отличие энтальпии в различных слоях жидкости от объемного значения приводит к термоосмосу — движению жидкости через капилляр при наличии осевого градиента температуры. Скорость термоосмотического скольжения пропорциональна перепаду температуры на концах капилляра. Экспериментальное доказательство существования термоосмоса представлено в работах [60, 77, 83].

в. Диффузиофорез — движение частиц под влиянием градиента концентрации при отсутствии внешнего электрического поля. Диффузиофорез является аналогом электрофореза и предсказан в работах С. С. Духина [91] и Б. В. Дерягина. Интенсивность тангенциальных сил определяется величиной градиентов постоянного электрического поля, концентрации растворенных веществ и температуры вдоль потока.

В случаях цилиндрических или плоских капилляров профиль скоростей постоянен поперек потока, за исключением пристенных слоев, в пределах которых скорость уменьшается до нуля у границы твердое тело — жидкость.

Поверхностные силы. К этой группе сил относится поверхностное натяжение на границе вода—воздух, и, следовательно, они возникают только в ненасыщенных системах. Так как поверхностное натяжение зависит от температуры и концентрации растворенных веществ, то и интенсивность этих сил зависит от градиентов температуры и концентрации растворенных веществ. В простейшем случае, когда частицы покрывает пленка вязкой жидкости, профиль скоростей имеет форму треугольника с максимальной величиной скорости на межфазной границе жидкость—воздух.

Инверсия потока. Если вдоль потока жидкости в пористой среде со временем изменяются градиенты концентрации растворенных веществ (температуры или/и электрического поля), то это приводит к изменению интенсивности потока вплоть до его инверсии (изменения направления). Рассмотрим следующий случай.

а. Капиллярный осмос и самодиффузия. В системе, состоящей из двух сосудов, соединенных капилляром, концентрация растворенных веществ (нейтральных молекул или ионов) в левом сосуде равна C_0, в правом C, причем $C_0 < C$. Равенство химических потенциалов растворенного вещества μ' в направлении, нормальном стенкам капилляра, обусловливает диффузный характер распределения концентрации растворенных веществ; с повышением C диффузный слой «сжимается» (рис. I.1). Химические же потенциалы растворенного вещества μ' и растворителя в растворе μ вдоль капилляра не равны.

В случае *I* химический потенциал растворителя в растворе в пристеночном слое μ^c в соответствии с формулой (I.1.1) в левом конце капилляра $\mu^c_л$ ниже, чем в правом $\mu^c_п$, т. е. $\mu^c_л < \mu^c_п$; в объеме же капилляра, наоборот, $\mu^c_л > \mu^c_п$. Однако при данном соотношении C_0 и C_1 поток $q_C \gg q_0$ и видимое движение жидкости осуществляется в сторону левого конца. В случае II $q_0 \gg q_C$ и суммарный поток Q направлен в сторону правого конца. Для простоты здесь рассмотрен случай, когда потоком растворенных веществ по сравнению с потоком растворителя можно пренебречь.

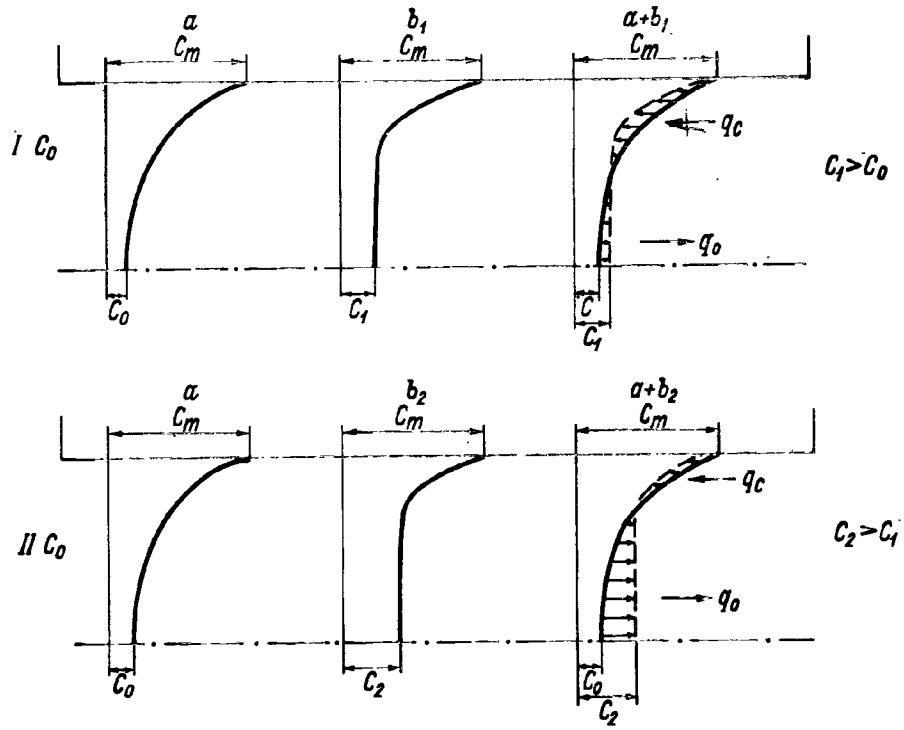


Рис. I.1. Капиллярный осмос и самодиффузия.

В опытах автора [26] по одну сторону фильтра (в качестве фильтров использовались жесткие диафрагмы из керамики и диафрагмы «мипласт», используемые в аккумуляторной промышленности; средний размер пор изменился от 0,3 до 30 мкм; толщина фильтра составляла 1,0 см) заливалась дистиллированная вода, по другую — раствор NaCl, концентрация которого изменялась от 1 до 15% (весовых). Во всех опытах наблюдался «аномальный» осмос; скорость суммарного потока жидкости увеличивалась с увеличением концентрации NaCl до 12%. При дальнейшем увеличении концентрации этот эффект уменьшался. Такие же результаты при указанной концентрации NaCl и $CaCl_2$ в аналогичных опытах получены Б. Ф. Рельтовым и Н. А. Новицкой [167], которые при дальнейшем увеличении концентрации примерно до 20% наблюдали уже «нормальный» осмос.

Инверсия потока жидкости с изменением перепада концентрации растворенных веществ вдоль капилляра или пористой среды будет отражаться и на величине напорного потока.

В опытах автора в качестве пористой диафрагмы использовался фильтр Шотта № 4. Схема опыта показана на рис. I.2 *а*. Раствор заданной концентрации (C_1) NaCl заливался в измерительную трубку *1* и под напором $h = h_2 - h_1$ через фильтр *2* вытекал в цилиндр *3*,

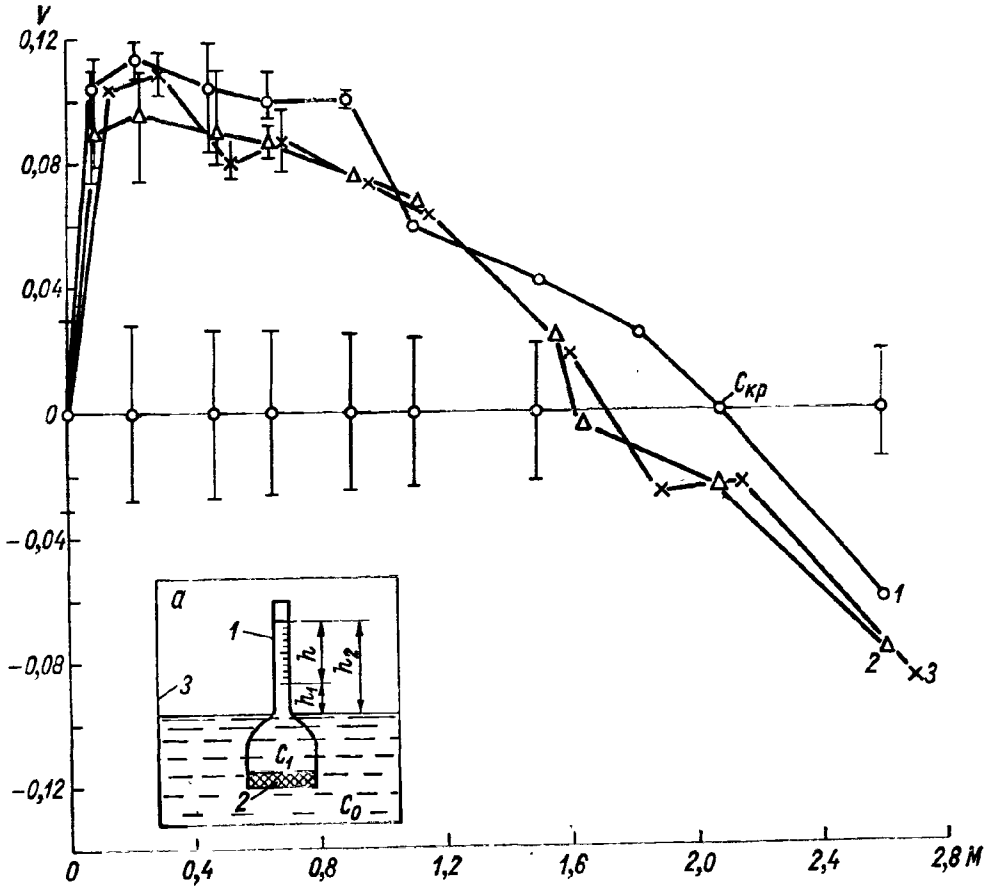


Рис. I.2. Изменение относительной скорости потока в зависимости от концентрации раствора NaCl.

1 — 15° С; *2* — 25° С; *3* — 35° С.

время вытекания фиксировалось секундомером с точностью до 0,1 с. Диаметр измерительной трубки *1* примерно в 20 раз меньше диаметра цилиндра *3*, а напор $h \approx 2$ см, так что изменением h в процессе опыта можно пренебречь. В цилиндр *3* заливалась дистиллированная вода (C_0). В дистиллированную воду, как и в раствор, добавлялось незначительное количество фенола (до 0,1%) для стерилизации. Так как объем жидкости в цилиндре *3* в сотни раз превосходил объем вытекающего через фильтр *2* раствора, то изменением градиента концентрации вдоль фильтра за время опыта (минуты) также можно пренебречь. С изменением концентрации C_1 напор h, который фиксировался с помощью катетометра, подбирался таким образом, чтобы давление $\rho g h$ (здесь ρ — плотность раствора)

сохранялось постоянным. Вся система термостатировалась (до установления температурного равновесия трубка *1* помещается в отдельную емкость, находящуюся в термостате и заполненную раствором с концентрацией C_1) с точностью $\pm 0{,}1^\circ$ С.

На рис. I.2 показано изменение относительной скорости суммарного потока $V = \frac{V_c - V_0}{V_0}$ (здесь V_c — средняя скорость вытекания раствора при заданной температуре, V_0 — средняя скорость вытекания дистиллированной воды при той же температуре) в зависимости от концентрации раствора в измерительной трубке *1*. Как видно из графиков, при выбранном в опыте градиенте давления относительная скорость суммарного потока с увеличением концентрации C_1 до некоторой величины возрастает; при концентрации раствора C_1, превышающей некоторую критическую величину $C_{кр}$, относительная скорость суммарного потока меняет знак. Из этого факта делается вывод о том, что при концентрации раствора до $C_1 < C_{кр}$ направление потока жидкости, вызванного перепадом концентрации NaCl, совпадает с направлением напорного потока, а при $C_1 > C_{кр}$ - противоположно ему. С увеличением температуры критическая точка смещается в сторону меньших концентраций.

б. Термоосмос и термосамодиффузия. Как уже отмечалось, действие градиента температуры на жидкость, находящуюся в равновесии в капилляре или пористом теле, приводит к возникновению термоосмоса и термосамодиффузии. Для системы, к которой применимы принципы термодинамики необратимых процессов (потоки жидкости линейно связаны с действующими «силами»), получено выражение для составляющих этих потоков [60].

В случае когда энтальпия жидкости по мере приближения к твердой поверхности уменьшается, термоосмотический поток должен быть направлен в сторону повышения температуры; термосамодиффузионный поток направлен в противоположную сторону.

Относительная доля обоих потоков меняется как с ходом процесса, так и с изменением градиента температуры и средней температуры системы.

Таким образом, в зависимости от условий опыта суммарный термопоток может быть направлен как в сторону повышения температуры, так и в обратном направлении.

в. Капиллярный осмос и диффузиофорез. Совместное решение уравнений для диффузионного переноса растворенного вещества под влиянием градиента концентрации растворенного вещества и возникающего капиллярно-осмотического потока жидкости дано в работе [91].

Движение в виде пара

Диффузионный поток пара в пористой среде описывается известным законом Фика.

В зависимости от степени заполнения пористой среды жидкостью механизм ее переноса под влиянием градиента упругости пара может быть комбинированным — паровым или/и жидкостным.

Исследованию переноса различных жидкостей в пористых средах под влиянием градиента температуры посвящены работы А. М. Глобуса [60], в которых дается оценка различных механизмов в зависимости от влажности системы.

§ 2. ГЕОМЕТРИЯ ПОРОВОГО ПРОСТРАНСТВА

Параметр k, характеризующий геометрию пространства, занятого жидкостью, в уравнениях вида Дарси называют проницаемостью

$$k = \frac{q\eta}{\omega(\Delta P/l)}, \qquad (I.2.1)$$

где q — объемный расход жидкости; η — вязкость; ω — площадь поперечного сечения образца; ΔP — перепад давления; l — длина образца.

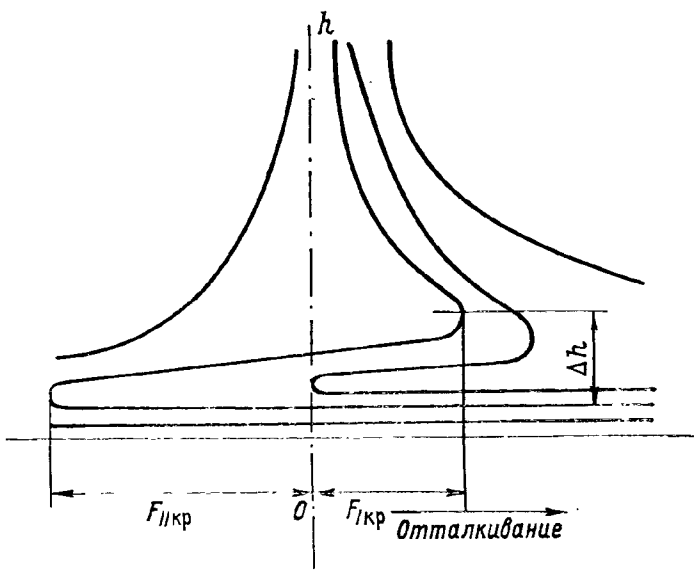


Рис. I.3. Силовая диаграмма.

Многочисленные попытки найти зависимость между пористостью системы и ее проницаемостью не привели к удовлетворительным результатам. Легко показать на примере механизма уплотнения и упрочнения дисперсных систем при различных воздействиях, что общей зависимости между пористостью и проницаемостью не может существовать: две среды одной и той же пористости могут иметь совершенно различные проницаемости [28]. На рис. I.3 показан характер зависимости сил взаимодействия различной природы F от расстояния h.

Рассматривая характер зависимости сил взаимодействия от расстояния между частицами, интересно отметить существование на кривых второго типа двух барьеров — правого и левого[1].

[1] Здесь не показан вторичный минимум, обусловливающий процессы дальней агрегации.

Пока внешняя сила, действующая на контакт, не превысит величину правого барьера, возможно обратимое увеличение расстояния между частицами после снятия или уменьшения нагрузки.

Если сила, действующая на контакт, превысит величину правого барьера $F_{I\,кр}$, произойдет самопроизвольное сближение частиц на величину Δh; частицы как бы попадают в «молекулярную ловушку». В этом случае для изменения расстояния между частицами требуется приложить к ним растягивающую силу, превышающую величину левого барьера $F_{II\,кр}$. До тех пор, пока такие силы не приложены, силы межмолекулярного сцепления создают прочность системы на разрыв и проявляются при ее разбухании.

Условия для возникновения прочностных молекулярных связей между частицами неодинаковы для различных внешних воздействий. В частности, в естественных условиях вероятность возникновения молекулярных связей неодинакова при уплотнении почв и грунтов под действием собственного веса или веса орудий и механизмов и при их высыхании.

При компрессионном уплотнении почв и грунтов наблюдается деформация двух видов: сближение частиц между собой с возможным возникновением прочностных молекулярных связей и относительный сдвиг частиц, приводящий к более однородному распределению пор системы по размерам во всем образце.

Деформации второго вида при компрессии могут составлять основную часть необратимых изменений. В этом случае значительное уплотнение образца может еще не сопровождаться появлением непосредственных контактов между частицами и его упрочнение будет сравнительно небольшим.

Процесс уплотнения дисперсной системы при сушке отличается от процесса уплотнения при компрессии тем, что при сушке деформации первого вида могут составлять основную часть необратимых изменений. После того как система становится трехкомпонентной, соседние частицы прижимаются друг к другу за счет капиллярного давления. При этом процессе прочностные молекулярные связи возникают везде, где величина капиллярного давления превышает критическое значение, характеризуемое величиной правого барьера $F_{I\,кр}$: неоднородность в распределении пор при этом существенно не изменится. Этот процесс аналогичен электроосмотическому упрочнению дисперсных систем.

Опыты проводились [26] с пастой, приготовленной из девонской глины. Процесс сушки имитировался электрообработкой образца в компрессионно-фильтрационном приборе.

Как и следовало ожидать, для образца, у которого в процессе компрессионного уплотнения распределение пор по размерам стало более равномерным значения коэффициента фильтрации K оказались ниже, чем для второго образца, имевшего ту же пористость, но не изменившего существенно в результате электроуплотнения распределения пор по размерам (рис. I.4).

Наиболее распространенный подход к вычислению проницаемости состоит в том, что вводится гидравлический радиус пористой

среды, определяемый как отношение площади поверхности пор к их объему. Определяя сопротивление пористой среды движению жидкости по формулам трубной гидравлики, находят

$$k = \frac{m^3}{5S(1-m)^2}, \qquad (I.2.2)$$

где S — удельная поверхность; m — пористость.

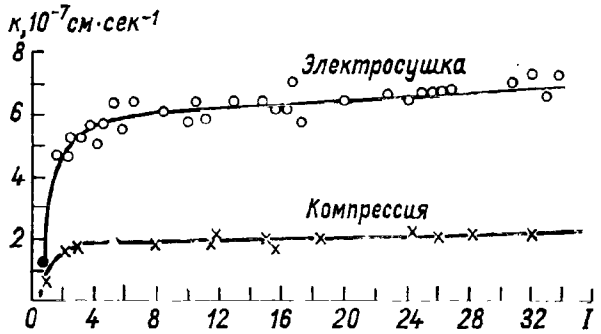


Рис. I.4. Влияние распределения пор по размерам на фильтрационные свойства грунтов.

Зависимость (I.2.2) носит название формулы Козени—Кармана. Критика этой зависимости, а также другие теории проницаемости подробно рассмотрены в работе Шейдеггера [198]. Обзор методов определения пористости, распределения пор по размерам и удельной поверхности можно найти в работах [112, 143, 198].

§ 3. РЕОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

Результаты работы [35], по-видимому, позволяют все жидкости с водородными связями в соответствии с представлениями П. А. Ребиндера [165, 165а] рассматривать как тиксотропные системы с эффективной вязкостью $\eta(\tau) = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$, где τ — напряжение сдвига, $\dot{\gamma}$ — скорость деформации.

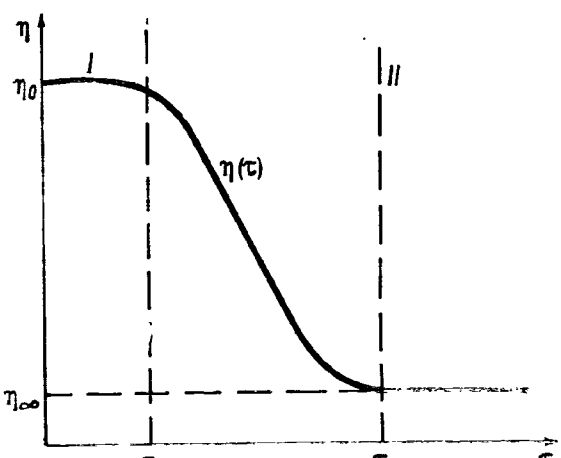


Рис. I.5. Зависимость эффективной вязкости от напряжения сдвига.

I — область наибольшей ньютоновской вязкости (неразрушенная структура); *II* — область наименьшей ньютоновской вязкости (предельно разрушенная структура); τ_0 — предельное напряжение сдвига (граница прочности); $\tau_{кр}$ — условная граница предельного разрушения структуры.

Эффективная вязкость является итоговой характеристикой, описывающей равновесное состояние между процессами разрушения и восстановления структуры в установившемся потоке. В пределе эффективная вязкость переходит в ньютоновскую постоянную вязкость η_0 (рис. I.5), когда она становится наибольшей при малых

напряжениях сдвига, что соответствует практически не разрушенной структуре. При практически предельном разрушении структуры в области больших напряжений сдвига (при условии сохранения ламинарного потока) эффективная вязкость переходит в наименьшую ньютоновскую вязкость η_∞. Заметим, что для ассоциированных жидкостей время восстановления $\eta_\infty \to \eta_0$ после изменения действующих напряжений может быть значительным (а не мгновенным, как это часто предполагается). Использование понятия эффективной переменной вязкости, отражающей всю сложность процесса течения жидкостей, представляется исключительно плодотворным, однако при таком подходе возникают существенные математические трудности при решении прикладных задач [165а]. Поэтому при исследовании течения жидкостей в капиллярах и пористых средах часто ограничиваются модельным анализом.

Простые тела обычно представляют следующими механическими моделями [166]:

1) телом Гука (для сокращения обозначаемое в дальнейшем H) — спиральной пружиной;

2) ньютоновой жидкостью (N) — жидкостным элементом, состоящим из цилиндра, наполненного вязкой жидкостью, в котором с некоторым зазором ходит поршень;

3) телом Сен-Венана (StV) — элементом сухого трения, который представляет собой груз, покоящийся на подставке.

Для построения модели сложного тела эти элементы могут соединяться между собой параллельно (|) или последовательно (—). При параллельном соединении полная нагрузка на тело складывается из нагрузок, передаваемых отдельными элементами, а скорости удлинения элементов одинаковы. При последовательном соединении полная скорость удлинения равна сумме скоростей составляющих элементов, причем каждый из них передает полную нагрузку.

В настоящем параграфе рассмотрены лишь модельные системы, которые в зависимости от соотношения между скоростью сдвига $\dot{\gamma}$ и напряжением сдвига τ называют: а) ньютоновыми, б) неньютоновыми, в) вязкопластическими.[1]

Ньютоновыми жидкостями называют жидкости, для которых справедливо следующее реологическое уравнение, связывающее касательное напряжение и скорость сдвига:

$$\tau = \eta\dot{\gamma}. \qquad (I.3.1)$$

Диаграмма $\tau - \dot{\gamma}$ (рис. I.6) для ньютоновых жидкостей линейна и проходит через начало координат, при этом вязкость $\eta = \tau/\dot{\gamma}$ — единственное реологическое свойство, входящее в реологическое уравнение, остается постоянной.

[1] Другие одномерные реологические модели, не рассматриваемые здесь, приведены в работах [157, 202].

Неньютонова жидкость — жидкость, для которой справедливо реологическое уравнение вида

$$\tau = K\dot{\gamma}^n, \qquad (I.3.2)$$

где K и n — константы, получившие название неньютоновых.[1]

Диаграмма τ—$\dot{\gamma}$ (рис. I.6) для неньютоновых жидкостей также проходит через начало координат, но не является прямой линией, поэтому по мере возрастания скорости сдвига вязкость $\tau/\dot{\gamma}$ и дифференциальная вязкость $d\tau/d\dot{\gamma}$ уменьшаются.

Вязкопластическая жидкость — система, реологическое уравнение состояния которой описывается зависимостью

$$\tau - \tau_0 = \eta_{пл}\dot{\gamma}, \qquad (I.3.3)$$

где τ_0 — предельное напряжение сдвига, $\eta_{пл}$ — пластическая вязкость. В отечественной литературе [52] такую систему обычно называют телом Шведова—Бингама, хотя, как это видно из структурных формул, тело Бингама (B) является вырожденным телом Шведова (Schw) [231]:

$$Schw = [(H - N) | StV] - H, \qquad (I.3.4)$$

$$B = H - (N | StV). \qquad (I.3.5)$$

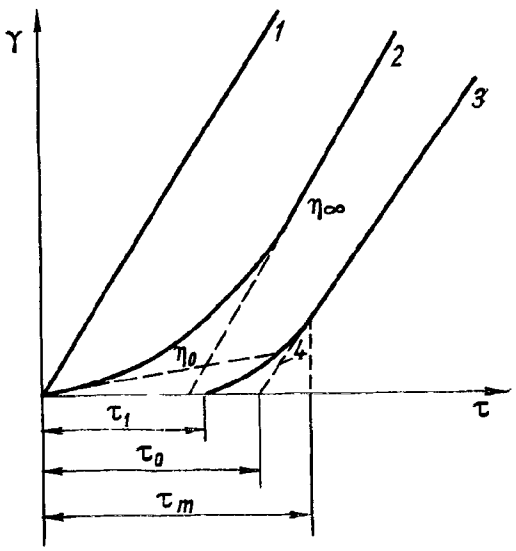


Рис. I.6. Реологические модели.

1 — ньютонова жидкость; *2* — неньютонова жидкость; *3* — тело Шведова; *4* — тело Бингама.

Среду, свойства которой при чистом сдвиге описываются уравнением (I.3.3), С. А. Трусов и Н. В. Тябин [183] называют вязкожестко-пластической, или бингамовской; при $\tau \leqslant \tau_0$ такая среда является жесткой, недеформируемой. Вязкопластические материалы, которые при $\tau \leqslant \tau_0$ обнаруживают упругие свойства (растворы и расплавы полимеров, резиновые смеси, структурированные нефтепродукты и др.), Трусов и Тябин относят к шведовским.

В отличие от уравнения (I.3.3), уравнение течения таких материалов имеет вид [183]

$$\tau^2 - \tau_0^2 = \eta\tau\dot{\gamma}. \qquad (I.3.3а)$$

Диаграмма τ—$\dot{\gamma}$ для вязкопластичных систем (рис. I.6) не проходит через начало координат — течение начинается лишь при

[1] В последней монографии М. Рейнера [166] такие жидкости называются обобщенными ньютоновыми; в работе У. Л. Уилкинсона [185] жидкости с характеристикой вида (I.3.2) относятся к псевдопластичным.

напряжениях $\tau > \tau_c$, дифференциальная вязкость $d\tau/d\gamma$ уменьшается и достигает постоянной величины при τ_m.

Техническая характеристика (скорость—градиент напора) **жидкости.** Рассмотрим ламинарное течение в круглой трубе выделенных выше трех классов жидкостей, диаграммы γ—τ которых показаны на рис. I.7. Найдем уравнение, общее для всех трех классов жидкостей, связывающее расход с функцией напряжения сдвига $f(\tau)$ [185].

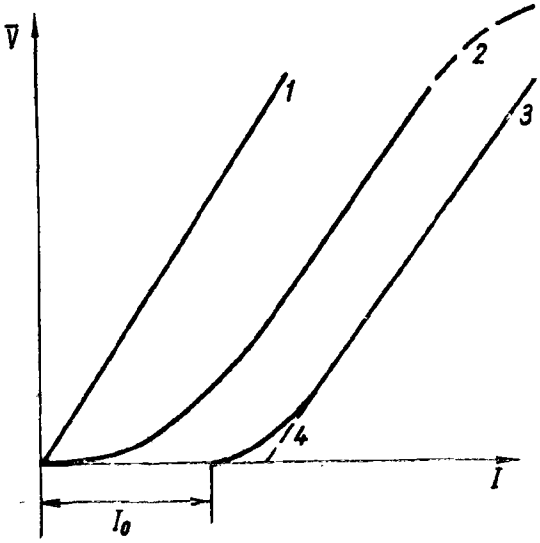


Рис. I.7. Техническая характеристика (скорость — градиент напора) жидкостей.

1 — ньютонова жидкость; *2* — неньютонова жидкость; *3* — тело Шведова; *4* — тело Бингама.

Реологическое уравнение состояния запишем в виде

$$\dot{\gamma} = f(\tau). \qquad \text{(I.3.6)}$$

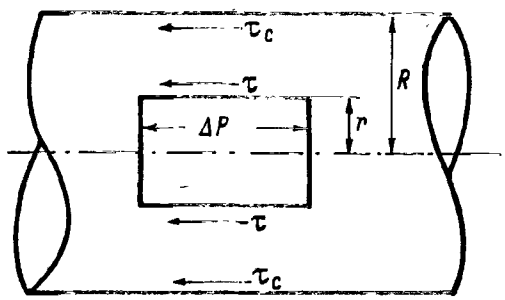


Рис. I.8. К выводу уравнений, связывающих расход с функцией напряжения сдвига.

Для цилиндрической трубы радиуса R вместо (I.3.6) имеем

$$\frac{dV}{dr} = f(\tau). \qquad \text{(I.3.7)}$$

Рассмотрим равновесие сил, приложенных к элементарному цилиндру радиуса r и длиной l (рис. I.8),

$$2\pi r l \tau = \pi r^2 \Delta P,$$

или

$$\tau = \frac{r\Delta P}{2l}. \qquad \text{(I.3.8)}$$

Для τ на стенке вместо уравнения (I.3.8) следует записать

$$\tau_c = \frac{R\Delta P}{2l}. \qquad \text{(I.3.9)}$$

Сравнивая уравнения (I.3.8) и (I.3.9), заметим, что

$$\tau = \tau_c \cdot r/R, \qquad \text{(I.3.10)}$$

и вместо (I.3.7) имеем

$$-\frac{dV}{dr}=f(\tau_c \cdot r/R). \qquad (I.3.11)$$

Интегрирование (I.3.11) дает:

$$V(r)=\int_r^R f(\tau_c \cdot r/R)\,dr \qquad (I.3.12)$$

и

$$Q=\int_0^R 2\pi r V(r)\,dr, \qquad (I.3.13)$$

или

$$Q=\pi\int_0^R V(r)\,d(r^2). \qquad (I.3.14)$$

Интегрируя по частям и имея в виду, что $V(R)=0$, найдем

$$Q=\int_0^R r^2 f(\tau_c \cdot r/R)\,dr. \qquad (I.3.15)$$

Подставляя значения r из формулы (I.3.10), вместо (I.3.15) получим

$$\frac{Q}{\pi R^3}=\frac{1}{\tau_c^3}\int_0^{\tau_c}\tau^2 f(\tau)\,d\tau. \qquad (I.3.16)$$

Ньютоновы жидкости. Сравнивая уравнения (I.3.1) и (I.3.6), напишем

$$f(\tau)=\frac{\tau}{\eta}. \qquad (I.3.17)$$

Подставляя выражение (I.3.17) в (I.3.16) и имея в виду (I.3.9), после интегрирования получим уравнение Пуазейля

$$Q=\frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta l}. \qquad (I.3.18)$$

Обозначая

$$\Delta P=\rho g H,\ I=\frac{H}{l}, \qquad (I.3.19)$$

где ρ — плотность жидкости; g — ускорение силы тяжести; H — гидравлический напор; I — градиент напора для средней скорости потока, получим

$$\overline{V}=\frac{Q}{\pi R^2}=\frac{R^2\rho g}{8\eta}I. \qquad (I.3.20)$$

Техническая характеристика для ньютоновских жидкостей, как и их реологическая характеристика, линейна и проходит через начало координат. Линейная связь между скоростью и действующими силами для ньютоновских жидкостей позволяет для описания процесса переноса массы и энергии в этом случае применять хорошо разработанный аппарат математической физики. Математическая теория движения таких жидкостей достаточно полно развита в работах [13, 125, 132, 155, 191, 203].

Неньютоновы жидкости. Сравнивая уравнения (I.3.2) и (I.3.6), получаем

$$f(\tau)=\left(\frac{\tau}{K}\right)^{1/n}. \qquad \text{(I.3.21)}$$

Подстановка (I.3.21) в (I.3.16) и интегрирование с учетом (I.3.9) дает

$$Q=\frac{n\pi R^3}{3n+1}\left(\frac{R\,\Delta P}{2lK}\right)^{1/n}. \qquad \text{(I.3.22)}$$

Для ньютоновых жидкостей $n=1$, $K=\eta$ и значение Q, полученное из уравнения (I.3.22), совпадает с Q, полученным из формулы (I.3.18).

Параметры K и n определяются путем вискозиметрических измерений и анализа кривых консистентности. Как видно из уравнения (I.3.22), параметр n характеризует степень неньютоновского поведения материала: чем сильнее отличается n от единицы (для неньютоновых жидкостей в классическом понимании таких систем — только в меньшую сторону), тем отчетливей проявляется нелинейность течения; параметр K является мерой консистенции жидкости: чем больше K, тем меньше ее текучесть. У реальных жидкостей эти параметры постоянны лишь в определенном диапазоне скоростей сдвига, что создает дополнительные трудности для описания их течения.

С учетом обозначений (I.3.19) для средней скорости потока из уравнения (I.3.22) получим

$$\overline{V}=\frac{nR}{3n+1}\left(\frac{R\rho g}{2K}\right)^{1/n} I^{1/n}. \qquad \text{(I.3.23)}$$

Ламинарное и турбулентное течение неньютоновых жидкостей в круглых трубах, вопросы теплообмена и перемешивания при этом, а также техника вискозиметрии рассмотрены в оригинальной работе [185]. Одной из первых работ в отечественной литературе по гидродинамике, тепло- и массообмену неньютоновых жидкостей является книга З. П. Шульмана и Б. М. Берковского [202].

Вязкопластические жидкости. Реологическое уравнение состояния имеет вид:

$$\dot{\gamma}=\frac{\tau-\tau_0}{\eta_{\text{пл}}}=f(\tau);\quad \tau>\tau_0, \qquad \text{(I.3.24)}$$

где $f(\tau)$ — прерывная функция

$$f(\tau)=0;\quad 0<\tau<\tau_0;\quad f(\tau)=\frac{\tau-\tau_0}{\eta_{\text{пл}}},\quad \tau_0<\tau<\tau_c.$$

После подстановки (I.3.24) в (I.3.16) и интегрирования с учетом (I.3.9) получим

$$Q=\frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta l}\left[1-\frac{4}{3}\left(\frac{2l\tau_0}{R\Delta P}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{2l\tau_0}{R\Delta P}\right)^4\right]. \quad \text{(I.3.25)}$$

Зависимость (I.3.25) известна как уравнение Букингема—Рейнера [166].

При $\tau_0=0$ уравнение (I.3.25) переходит в (I.3.18).

Введем обозначение

$$I_0=\frac{2\tau_0}{\rho g R}. \quad \text{(I.3.26)}$$

Тогда с учетом (I.3.19) из (I.3.26) для средней скорости потока получим

$$\overline{V}=\frac{Q}{\pi R^2}=\frac{R^2\rho g}{8\eta} I\left[1-\frac{4}{3}\left(\frac{I_0}{I}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{I_0}{I}\right)^4\right]. \quad \text{(I.3.27)}$$

Течение системы, подчиняющейся зависимости (I.3.27), начинается лишь при градиентах напора $I>I_0$.

Уравнение (I.3.3) сравнительно просто решается для ряда задач, в том числе имеющих практическое значение. Обзор таких работ приводится М. П. Воларовичем [52, 53].

Ряд практических задач течения глинистых растворов по трубам и желобам, истечения из отверстий, обтекания твердого тела, приведены в монографии [201].

Вопросы ламинарного и турбулентного течения в круглых трубах, теплообмен и перемешивание вязкопластичных систем рассмотрены в монографии [185]. Критерии подобия при движении вязкопластичных жидкостей рассмотрены, в частности, в работе [201].

Для более сложных задач дифференциальные уравнения течения вязкопластического тела необходимо записывать в более общем виде, по А. А. Ильюшину [106], обобщившему гипотезу Шведова—Бингама, предложенную для случая чистого сдвига. В работе [73] показано, что система уравнений Ильюшина и Генки выражает свойства такой же вязкопластичной системы, как и уравнение (I.3.3).

Ряд практических задач применительно к глинистым растворам на основе решения дифференциальных уравнений Генки—Ильюшина дан в монографиях [136, 137].

В монографии П. М. Огибалова и А. Х. Мирзаджанзаде [148] рассматривается постановка и методы решения нестационарных задач вязкопластичности, точные и приближенные решения одномерных нестационарных задач, главным образом применительно к нефтепромысловой механике.

Широкие исследования реологических свойств битумов и асфальтовых мастик выполнены под руководством П. Д. Глебова [159].

Реология полимерных материалов подробно излагается в монографии А. Лоджа [126]. Особая заслуга в развитии теоретической и экспериментальной реологии дисперсных систем принадлежит П. А. Ребиндеру, М. П. Воларовичу, Н. В. Тябину [17, 52, 165, 183, 184].

§ 4. ХАРАКТЕР НЕЛИНЕЙНЫХ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ

Так как интенсивность потока жидкости в пористой среде определяется только геометрией порового пространства, действующими силами и реологическими свойствами жидкости, то ответственными за фильтрационные аномалии при низких градиентах напора могут быть лишь эти три группы факторов. Рассмотрим характер отклонения фильтрационного потока от закона Дарси, обусловленный каждым из этих факторов в отдельности.

Геометрия порового пространства

Если в процессе опыта с возрастанием градиента напора пористость увеличивается, то зависимость $V — I$ будет иметь вид, показанный на рис. I.9. Кривая *1* соответствует случаю, когда кинетическая пористость непрерывно увеличивается при возрастании градиента напора. Кривая *2* относится к случаю, когда после достижения градиентом напора некоторого значения I_1 никаких изменений в геометрии порового пространства уже не происходит; при этом прямолинейный отрезок кривой *2* должен экстраполироваться к началу координат. Если в деформируемых системах в процессе опыта происходит уплотнение, то скорость фильтрации будет уменьшаться (кривая *3*, рис. I.9).

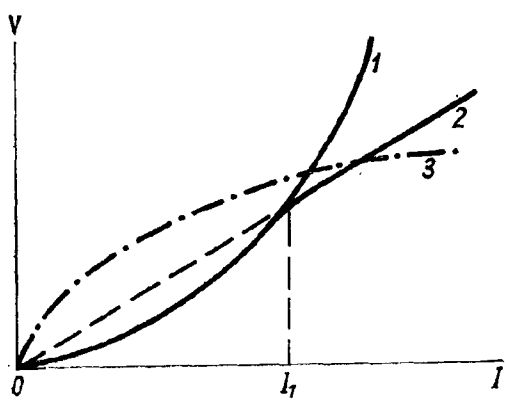


Рис. I.9. Диаграммы $V—I$.

1, *2* — пористость с возрастанием *I* увеличивается; *3* — система уплотняется с увеличением градиента напора.

Действующие силы

В процессе фильтрации под действием градиента напора по обе стороны образца может возникнуть разность концентрации растворенных веществ C, температуры T или потенциала электрического поля E. В этом случае наблюдаемые фильтрационные аномалии отражают существование двух противоположных потоков: одного пуазейлевского и другого, связанного с наличием градиента C, T или E. Наблюдаемые при этом начальные градиенты напора отражают квазиравновесие, объясняемое взаимной компенсацией противоположно направленных потоков жидкости [140, 216].

Реологические свойства жидкостей

Если в процессе опыта исключить изменение геометрии порового пространства и интенсивности действующих сил, то ответственными за нелинейный характер зависимости $V(I)$ могут быть лишь реологические свойства фильтрующейся жидкости. В зависимости от реологической модели, наиболее полно описывающей свойства фильтрующейся жидкости, характер зависимости $V(I)$ будет иметь вид, представленный на рис. I.7.

Приведенный в первой главе обзор показывает, что для выяснения действительной природы фильтрационных аномалий условия опыта должны быть строго контролируемыми.

Прежде чем перейти к исследованию реологических свойств жидкостей в капиллярах и пористых средах, представляется целесообразным познакомиться с особенностями строения воды в объеме и вблизи твердых поверхностей.

Глава II.

СТРОЕНИЕ И СВОЙСТВА ВОДЫ

Вода — единственное вещество на земном шаре, встречающееся в огромных количествах в естественных условиях во всех трех агрегатных состояниях — твердом, жидком и газообразном. Покрывая около $^3/_4$ поверхности нашей планеты, вода является колыбелью жизни на земле; она одновременно и среда и непосредственный участник биохимических реакций. Все это определяет тот огромный интерес, который проявляется в последние годы к исследованиям воды и ее растворов.

В этой главе изложены некоторые сведения о структуре воды, позволяющие понять многие ее особенности. При этом следует подчеркнуть, что, говоря о пространственном расположении молекул в воде и других жидкостях, имеют в виду лишь средние статистические закономерности.

§ 1. ВОДОРОДНАЯ СВЯЗЬ И ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

Притяжение между двумя молекулами. Для объяснения свойств реальных газов и жидкостей Ван-дер-Ваальсом было введено понятие о силах притяжения, действующих между двумя нейтральными атомами.

Три составляющие вандерваальсова притяжения между атомами и молекулами (взаимодействие дипольных моментов, поляризующее действие диполя одной молекулы на другую и квантово-механический эффект) можно представить в виде

$$F = \frac{1}{r^6}\left[\alpha\mu^2 + \frac{\mu^4}{KT} + \frac{3}{4}\alpha^2 h\nu\right], \qquad \text{(II.1.1)}$$

где F — энергия притяжения; r — расстояние между молекулами; α — поляризуемость молекулы с дипольным моментом μ; K — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура; $h\nu$ — характеристическая энергия, соответствующая основной дисперсионной частоте ν; h — постоянная Планка.

Из формулы (II.1.1) следует, что энергия притяжения возрастает с увеличением молекулярного веса, так как при этом увеличивается поляризуемость молекул α.

Точки кипения и замерзания. Как правило, точки кипения и замерзания различных веществ повышаются с увеличением молекулярного веса, так как прежде чем вещество начнет испа-

ряться или перейдет в твердую фазу тепловое движение должно преодолеть вандерваальсово притяжение.

В сравнении с другими соединениями водорода, обладающими аналогичной молекулярной структурой (H_2S, H_2Se, H_2Te), H_2O имеет аномальные точки кипения и замерзания. Первые три соединения ведут себя «нормально» в отношении тепловых свойств, а именно самое тяжелое из них H_2Te (молекулярный вес 129) имеет самую высокую точку кипения (—4° С) и замерзания (—51° С), а самое легкое из них H_2S (молекулярный вес 34) кипит и замерзает при более низких температурах (—61 и —82° С соответственно). Согласно наблюдающейся закономерности — понижение точек кипения и замерзания с уменьшением молекулярного веса, вода должна была бы замерзать примерно при —90° С и кипеть при —70° С. Вместо этого точки замерзания и кипения воды находятся при 0 и 100° С. Этот факт доказывает, что между молекулами воды действуют более сильные связи, чем вандерваальсовы силы притяжения.

Действительно, такие связи между молекулами воды существуют — это так называемые водородные связи (Н-связи).

Понятие о водородной связи. Связь между двумя молекулами, получившая название водородной, была описана в 1920 г. Латемиром и Родебушем [154]: «Вода... обнаруживает почти одинаковые тенденции как к отдаче, так и к присоединению водорода... Свободная электронная пара одной молекулы воды в состоянии притягивать водород, удерживаемый парой электронов другой молекулы так, что обе молекулы воды оказываются связанными вместе... Возможно, что жидкая вода состоит из больших агрегатов молекул, которые под воздействием теплового движения непрерывно разрушаются и возникают вновь.

Такое объяснение равносильно утверждению, что ядро водорода, удерживаемое между двумя октетами, образует «слабую» связь».

Электростатическая модель, предложенная Паулингом [152], предполагает, что Н-связь обусловлена ионными силами: протон водорода (катион) притягивает и удерживает два электроотрицательных иона. Исходя из этих представлений, прочность Н-связи должна увеличиваться с ростом электроотрицательности связываемых ионов (фтор → кислород → азот → хлор). Вместе с тем, как показывают опыты, корреляция между энергией Н-связи и дипольным моментом связываемых молекул отсутствует.

Этот недостаток, как и некоторые другие, необъяснимые с позиций простых электростатических представлений, находит объяснение в рамках донорно-акцепторной модели Н-связи, предложенной Н. Д. Соколовым [173].

Энергию Н-связи можно оценить на основании следующих соображений. Чтобы диссоциировать один моль димера на два моля мономера требуется 14,12 ккал. Отсюда следует, что для разрыва одной водородной связи требуется энергия примерно 7 ккал/моль. Измеренные значения энергии одной Н-связи для различных соединений колеблются от 2 до 9 ккал. (Для сравнения отметим, что

Таблица II. 1

Влияние Н-связи на некоторые физико-химические свойства жидкостей [154]

Свойство	Характеристика соединений с межмолекулярной Н-связью по сравнению с соединениями без Н-связей
Молярный объем	Меньше
Плотность	Больше
Молекулярная поляризация	Больше
Тепловое расширение	Немного больше
Теплопроводность	Больше
Скорость звука	Больше
Вязкость	Много больше
Поверхностное натяжение	Больше
Самодиффузия	Меньше

энергия химической связи составляет несколько десятков килокалорий, а энергия вандерваальсова взаимодействия — обычно несколько десятых килокалорий.)

Влияние Н-связи на физико-химические свойства жидкостей. Выше отмечалось влияние Н-связи на точки кипения и замерзания воды. Водородная связь объясняет и другие тепловые особенности воды—ее большую удельную теплоемкость и необычно высокие скрытые теплоту плавления и испарения.

Общий характер влияния Н-связи на некоторые физико-химические свойства жидкостей показан в табл. II.1. Приведенные в табл. II.1 прогнозы не всегда оправдываются, вместе с тем Н-связь, обусловливая высокую степень ассоциации жидкостей, может существенно изменить их физические и некоторые химические свойства.

§ 2. СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ ВОДЫ

Среди большого разнообразия подходов к проблеме строения воды можно выделить два принципиально отличающихся друг от друга класса моделей: однородные и неоднородные в смысле ближнего упорядочения. Особенно четко указанное различие проступает при описании водных растворов неэлектролитов. Оказалось, что только неоднородные модели, к числу которых принадлежит и так называемая двухструктурная модель, правильно объясняют взаимную растворимость неполярных газов в воде. Согласно двухструктурной модели, каждая структурная компонента обладает своим набором свойств и занимает определенный объем в пространстве.

Аномальные особенности жидкой воды связываются с тем, что одна из структур близка по свойствам и характеру упаковки молекул к аналогичным свойствам льда (льда I), а другая имеет более плотную упаковку. Неоднородность воды в смысле ближнего окружения означает, что каждая молекула часть времени может находиться в одном окружении (например, льдоподобном), а часть времени в другом окружении, соответствующем более плотной структуре.

Одной из наиболее замечательных особенностей твердой фазы воды (льда I) является существование трехмерной сетки водородных связей. Соединенные в жесткий каркас водородными связями молекулы воды образуют единое молекулярное образование — полимерную молекулу. Каркас льда I содержит полости достаточного размера, чтобы вместить другие молекулы воды. Эти особенности сохраняются в известной степени и в жидком состоянии. Идея о заполнении пустот в льдоподобном квазикаркасе жидкой воды лежит в основе молекулярно-кинетической интерпретации, предложенной О. Я. Самойловым [171]. Процесс плавления льда связан с нарушением целостности каркаса вследствие усиления теплового движения молекул в жидком состоянии. У воды следует различать два типа нарушений: а) деформации каркаса, которые не требуют нарушения его целостности как полимерной молекулы (например, изгибание водородных мостиков); б) химическая реакция диссоциации полимерной молекулы

$$(H_2O)_N \text{ (полимер)} \rightleftarrows (H_2O)_{N-1} \text{ (полимер)} + H_2O \text{ (мономер)}.$$

В результате второго процесса мономерная молекула полностью освобождается от водородных связей с окружением (гидрофобизация). Существование гидрофобных в указанном здесь смысле полостных молекул постулировалось Самойловым.

Согласно интерпретации, предложенной Ю. В. Гуриковым [71], гидрофобные молекулы не являются единственным компонентом, заполняющим пустоты в квазикаркасе воды. Процесс изгибания водородных связей увеличивает возможность молекул заполнять свободное междуузельное пространство. С точки зрения решеточной модели «расплавленный каркас» льда можно рассматривать как квазикаркас, пустоты которого заполнены молекулами, сохранившими водородные связи (хотя может быть и ослабленные) со своими первоначальными соседями из каркаса. Такие полостные молекулы удобно называть гидрофильными. Поскольку гидрофобные и гидрофильные полостные молекулы по-разному взаимодействуют с каркасом, следует различать и два сорта квазикаркасов: а) упорядоченный каркас, образующий обрамление для гидрофобных молекул; б) разупорядоченный каркас, заключающий в себе гидрофильные полостные молекулы. Эти соображения, естественно, приводят к обобщенной двухструктурной модели, согласно которой в жидкой воде часть узлов каркаса сохраняет льдоподобную упорядоченную структуру, в пустотах которой располагаются гидрофобные молекулы; другая часть узлов соответствует «расплавленному квазикаркасу». С формальной точки зрения обобщенная двухструктурная модель может быть отнесена к классу моделей четырех состояний. В рамках этой модели удается объяснить широкую совокупность экспериментальных результатов и более глубоко проникнуть в природу межмолекулярных взаимодействий в воде. Количественное описание этой модели методами статической механики можно найти в работах Ю. В. Гурикова [68, 71].

§ 3. ИНФРАКРАСНЫЕ СПЕКТРЫ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ [1]

Прямым методом исследования влияния электролитов или органических жидкостей при растворении на водородные связи в растворителе может служить инфракрасная спектроскопия.

Хорошо известно, что водородная связь в воде наилучшим образом проявляется в области 3200 $см^{-1}$, где лежит полоса валентных колебаний ОН-групп воды, вступающих в водородную связь. Однако в этой области полоса водородной связи очень широкая, что не позволяет следить за ее изменением, вызванным взаимодействием растворенных веществ с молекулами воды. Кроме того, в этой области вода обладает сильным поглощением, так что приходится работать с очень тонкими слоями, порядка 20—30 мкм, что также связано с определенными экспериментальными трудностями. Оказалось удобнее работать в области обертонов.

Инфракрасные спектры снимались на двухлучевом инфракрасном спектрометре ИКС-14А с призмой Ф-1 в кювете из фтористого кальция, толщина слоя 0,1 мм. Были изучены ИК-спектры (обертоны $\nu_а = 5200$ $см^{-1}$ и $\nu_в = 6900$ $см^{-1}$) водных растворов ряда электролитов ($AlCl_3$, KCl, $MgSO_4$, NaCl, $NaClO_4$) и неэлектролитов (метиловый и изобутиловый спирты, мочевина, ацетон и глицерин) в широком интервале концентраций (до 10 молей).

Установлено, что по своему влиянию на ИК-спектр воды изученные вещества распадаются на две группы (см. табл. II.2):

а) все изученные нами сильные электролиты, а также муравьиная кислота при достаточно низких и умеренных концентрациях сдвигают оба исследованных обертона ($\nu_а$ и $\nu_в$) в сторону более высоких частот (в растворах KCl смещения положения полос водородной связи воды не обнаружено);

б) все перечисленные выше неэлектролиты (кроме муравьиной кислоты) сдвигают $\nu_а$ и $\nu_в$ в сторону более низких частот.

Аналогичные изменения в обертонной части спектра воды и в области валентных колебаний были известны и ранее. Имеются различные попытки интерпретации указанных фактов. Например, появление в ИК-спектрах растворов мочевины нового максимума 5120 $см^{-1}$ (в чистой воде $\nu_а = 5180$ $см^{-1}$) объясняют образованием смешанных кластратов вода—мочевина. Однако такое объяснение неудовлетворительно, так как опирается на гипотезу об образовании в растворе специфических молекулярных группировок, что не позволяет понять природу сходных изменений в ИК-спектрах водных растворов неэлектролитов самой различной химической природы.

Мы выдвигаем другое универсальное объяснение, основанное на учете структуры воды и водных растворов, в рамках двухструктурной модели воды. Эта модель применялась для интерпретации различных физических свойств растворов электролитов; было показано [50], что ионы в растворах не слишком высоких концентраций сдвигают структурное равновесие в сторону накопления разупорядо-

[1] Этот параграф написан совместно с Ю. В. Гуриковым и Г. Л. Масленковой.

Таблица II. 2

Смещение частот $\Delta\nu$ (по отношению к полосе H_2O) в водных растворах в области обертонов $\nu_a \approx 5200$ см$^{-1}$ и $\nu_в \approx 6900$ см$^{-1}$

Смещение ($-\Delta\nu_a$) в сторону низких частот в см$^{-1}$				0	Смещение ($+\Delta\nu_a$) в сторону высоких частот в см$^{-1}$	
105	75	50	25		25	50
Мочевина (10 молей)	$AlCl_3$ (3 моля)	Изобутиловый спирт	Метиловый спирт	H_2O (KCl, глицерин)	Муравьиная кислота; NaCl (3,3 моля)	$NaClO_4$ (0,1—3,0 моля) ацетон (40%)

Смещение ($-\Delta\nu_в$) в сторону низких частот в см$^{-1}$			0	Смещение ($+\Delta\nu_в$) в сторону высоких частот в см$^{-1}$				
155	85	25		25	50	75	100	155
Мочевина (10 молей)	$AlCl_3$ (3 моля)	Спирты метиловый и изобутиловый, глицерин	H_2O (KCl, $CaCl_2$) (0,1 моля)	$AlCl_3$ (0,1 моля)	Ацетон (40%)	NaCl (0,1—3,3 моля)	Муравьиная кислота	$NaClO_4$ (0,1—3,0 моля)

ченной структуры («разрушают» структуру воды). Выясним, к каким последствиям для ИК-спектров растворов электролитов приводят указанные изменения в структуре раствора. Ясно, что обогащение раствора разупорядоченной структурой с более слабыми водородными связями должно вызвать общий сдвиг максимума полосы поглощения валентных колебаний и ее обертонов в сторону более высоких частот.[1] Это и наблюдается в наших опытах.

В случае неэлектролитов наблюдаемые изменения в спектрах указывают на обогащение растворов более прочными водородными связями. С позиций двухструктурной модели это обстоятельство можно интерпретировать как результат сдвига структурного равновесия в сторону льдоподобной структуры («стабилизация» структуры воды). Отметим, что стабилизирующее действие спиртов на структуру воды отмечалось ранее многими исследователями. Стабилизация структуры воды в водных растворах мочевины отмечалась в ряде работ. Однако другие авторы считают, что мочевина разрушает структуру воды.[2] Наши измерения поддерживают первую точку зрения. Этот вывод находится в согласии с выполненными недавно теоретическими анализами структуры водных растворов неэлектролитов в рамках обобщенной двухструктурной модели.

Оказалось, что молекулам неэлектролита независимо от их химической природы выгоднее внедряться в полости льдоподобной структуры, нежели образовывать растворы замещения в разупорядоченной структуре. Отсюда прямо следует, что структурное равновесие в растворах неэлектролитов должно сдвигаться в сторону льдоподобной структуры. Анализ данных по плотности разбавленных растворов ряда неэлектролитов подтвердил, что большинство неэлектролитов, в том числе метиловый спирт, мочевина, сахароза и глицерин, действительно стабилизируют структуру воды. Этот вывод находится в полном соответствии с нашими спектральными наблюдениями. Полученные результаты (разупрочнение структуры воды сильными электролитами, в том числе NaCl) позволяют объяснить ослабление нелинейных эффектов в опытах Энгельгардта и Танна с повышением концентрации раствора NaCl (см. рис. В.3).

§ 4. ГРАНИЧНЫЕ ФАЗЫ У ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

В одной из ранних работ Б. В. Дерягина [75] было показано, что тонкие слои воды между стеклянными поверхностями обладают измеримым модулем сдвига. Существование модуля сдвига в сольватных слоях воды можно было объяснить тем, что структура этих слоев отлична от структуры воды в объеме и близка к структуре твердого тела.

---

[1] В системах с водородной связью максимум полосы поглощения групп OH смещен (на 200—500 $см^{-1}$) в сторону более низких частот по сравнению с газовой фазой, где, разумеется, водородные связи отсутствуют.

[2] Обзор литературы по этому вопросу см., например, в [46].

Выполненными в дальнейшем исследованиями граничной вязкости методом сдувания [81] было установлено, что для неполярных жидкостей вязкость сохраняется постоянной, равной ее объемному значению по всей толщине слоя. Для полярных же жидкостей была обнаружена резкая граница изменения подвижности вблизи поверхности твердого тела. Убедительные доказательства того, что сольватные слои полярных жидкостей обладают особыми свойствами по сравнению с объемной жидкостью, были получены также при исследовании полимолекулярной адсорбции паров [80]. Показано, что сольватные слои отличаются от объемной жидкости также по растворяющей способности, температуре замерзания, диэлектрической проницаемости и теплопроводности [12, 23, 89, 133а].

Измерения сдвиговой упругости жидкостей и их сольватных слоев резонансным методом [16] дали особенно веские доказательства того, что слои полярных жидкостей на поверхности твердого тела под влиянием последнего приобретают особые свойства, отличные от объемных: для неполярных жидкостей (вазелиновое масло, касторовое масло, бензол, четыреххлористый углерод) модуль сдвига постоянен на любых расстояниях от поверхности кварцевой подложки; для полярных же жидкостей (вода, спирты и др.) модуль сдвига резко возрастает при приближении к поверхности на расстоянии порядка 600—900 Å. Полученные данные качественно согласуются с данными работы [75].

До сих пор предполагалось, что между жидкостью в сольватном слое и объемной жидкостью имеется более или менее резкая граница. Выполненные в последнее время исследования механокалорического и термоосмотического эффектов [82, 83], по-видимому, говорят о том, что между жидкостью в сольватном слое и объемом существует переходная зона. Сущность этих исследований заключается в следующем.

Отличие энтальпии в граничных слоях жидкости от объемного значения должно приводить к термоосмосу — движению жидкости через капилляр при наличии осевого градиента температуры и механокалорическому (тепловому) эффекту — возникновению перепада температуры при наличии осевого перепада давления. В работе [83] было показано, что термоосмотическое движение происходит в сторону более низкой температуры, что соответствует случаю, когда вблизи твердых поверхностей энтальпия жидкости выше, чем в объеме. Вместе с тем известно, что вблизи твердых поверхностей энтальпия воды ниже, чем в объеме, что следует, например, из наблюдения за понижением средней ее величины по мере уменьшения влажности пористых тел.

Для объяснения знака наблюдаемого эффекта можно сделать следующие предположения:

1) сольватные слои с пониженным теплосодержанием, обладающие элементами сдвиговой прочности, в наблюдаемом движении не участвовали;

2) между объемной жидкостью и сольватным слоем имеется переходный слой, обладающий повышенной по сравнению с объемной

удельной энтальпией.[1] Возможность существования такого переходного слоя логично объяснить тем, что под воздействием сольватного слоя и объемной жидкости в слое уменьшается число межмолекулярных водородных связей по сравнению с объемом. В связи с этим удельная энтальпия этого «подплавленного» слоя, так же как и его подвижность, должна быть более высокой, чем в сольватном слое и в объеме.

Так как значительная часть межмолекулярных водородных связей в подплавленном слое может быть разорвана, то предельное напряжение сдвига в этом слое может отсутствовать.

При исследовании механокалорического эффекта [82] при относительно невысоких перепадах давления было обнаружено понижение температуры с той стороны пористой перегородки, где полярная жидкость в нее втекает. С обратной стороны пористой перегородки в этом случае наблюдалось повышение температуры. Этот эффект, как и термоосмотический [83], можно объяснить предположениями, сделанными выше. Таким образом, исследования термоосмотического и механокалорического эффектов приводят к выводу о том, что свойства жидкости от границы с твердым телом по направлению к объему изменяются следующим образом: сольватный слой — переходный («подплавленный») слой — объемная жидкость, причем свойства жидкости от слоя к слою меняются более или менее резко. Из этого факта следует также вывод о том, что плотность воды, заполняющей пористое тело, может отличаться от плотности воды в объеме.

Действительно, авторами работ [12, 169] обнаружены отклонения плотности воды в насыщенной и ненасыщенной пористых средах от плотности свободной воды.

Б. В. Железным предложен метод [99] определения средней плотности воды, заполняющей пористое тело, по кривой ее температурного расширения. Метод основан на экспериментально полученных данных [109] о том, что по мере повышения температуры ход температурного расширения воды в порах или ее плотность приближаются к таковым для воды в объеме

$$\lim v_1 = v. \qquad \text{(II.4.1)}$$

Здесь v_1 — удельный объем жидкости в порах при температуре T; v — удельный объем свободной жидкости при той же температуре.

Задавшись условием (II.4.1), можно определить абсолютную величину v_1 при любой температуре путем сравнения кривых теплового расширения жидкости в порах и в объеме. Эти кривые могут быть заданы в виде таблицы или графически в координатах $\Delta v/v_0$, T, где v_0 — удельный объем жидкости при какой-то выбранной температуре T_0; $\Delta v = v - v_0$, где v — удельный объем при температуре T.

[1] Этот вывод согласуется с результатами, полученными в работе [158].

На основании (II.4.1) можно записать

$$\lim (v_{01}+\Delta v_1)=v_0+\Delta v, \qquad \text{(II.4.2)}$$

откуда

$$\lim_{T\to\infty}\left(\frac{\Delta v_1}{v_0}-\frac{\Delta v}{v_0}\right)=1-\frac{v_{01}}{v_0}. \qquad \text{(II.4.3)}$$

Найдя предел разности $(\Delta v_1/v_0-\Delta v/v_0)$ при $T\to\infty$, по (II.4.3) можно найти v_0 — удельный объем жидкости в порах при температуре T_0 и, используя это значение как реперную точку, по кривой расширения определить плотность при любой температуре. В равенстве (II.4.3) член $\Delta v_1/v_0$, равный $(v_1-v_0)/v_0$ выражает отношение приращения удельного объема жидкости в порах при нагреве (охлаждении) от T_0 до T к удельному объему свободной жидкости при температуре T_0. Для нахождения этого отношения на практике необходимо, кроме Δv_1, точно знать массу жидкости в порах. Величины Δv_1 и v_0 определяются методом, использованным в работе [109], что позволяет непосредственно применить формулу (II.4.3) к результатам этих работ.

Равенство (II.4.3) означает, что разность ординат между кривыми расширения жидкости в объеме и в порах в координатах $\Delta v/v_0 t$ с повышением температуры будет стремиться к постоянной величине, равной $1-v_{01}/v_0$. Вода в порах силикагеля, использованного в работе [109], при 0° С имела среднюю плотность на 0,12% бо́льшую, чем объемная вода, но уже при температуре примерно 30° С плотности практически сравнялись.

Для более строгой оценки величины v_{01}/v_0 необходимо знать скорость приближения к пределу в соответствии с равенством (II.4.3). Для этого нужно располагать весьма точными данными по расширению воды в порах. Для оценки скорости достижения предела по равенству (II.4.3) используются различия теплового расширения обычной и тяжелой воды, для которых известны точные данные. Допускается, что темп сближения кривых расширения H_2O и D_2O с температурой в диапазоне 0—50° С будет того же порядка, что и темп сближения кривых $\Delta v_1/v_0=f_1(T)$ и $\Delta v/v_0=f(T)$ в интересующем нас случае, так как в обоих случаях наблюдается постепенный, связанный с температурой переход от частично и в различной степени упорядоченной структуры жидкости к одинаковой разупорядоченной структуре.

Как оказалось, температурная зависимость разности мольных объемов D_2O и H_2O в диапазоне —15, +60° С хорошо выражается формулой

$$\Delta v=v^m_{D_2O}-v^m_{H_2O}=\frac{3{,}9}{T+35}\ [\text{см}^3/\text{моль}], \qquad \text{(II.4.4)}$$

где v^m — мольный объем; T — температура в °С.

На основании равенства (II.4.4) можно ожидать, что разность удельных объемов воды в порах и в объеме также будет

выражаться зависимостью типа $\Delta v = K(T+L)$, откуда вытекает

$$\frac{\Delta v_1}{v_0} - \frac{\Delta v}{v_0} = A + \frac{c}{T+B}, \qquad \text{(II.4.5)}$$

где K, L, A, B, c — константы, причем A — искомый предел, а c имеет знак, обратный A, так что при T_0, когда $\frac{\Delta v_1}{v_0} = \frac{\Delta v}{v_0} = 0$, наблюдается $c/(T_0+B) = A = 1 - v_{0i}/v_0$.

§ 5. ПОЛИМЕРНАЯ ВОДА (ВОДА II)

Стойко модифицированное состояние ряда жидкостей, молекулы которых содержат ОН-группы (прежде всего воды), было впервые обнаружено в работах Б. В. Дерягина и Н. Н. Федякина [87][1]. Это новое состояние образуется при некоторых особых условиях конденсации паров на поверхности стекла или кварца. Для сбора конденсата обычно используются тонкие кварцевые капилляры ($d = 5 \div 30$ мкм), подвергаемые предварительно тщательной очистке. Количество модифицированной воды, образующейся в одном капилляре, составляет 10^{-6}—10^{-7} г. В связи с этим для исследования ее свойств необходимо было разработать целый ряд разнообразных микрометодов физического и физико-химического анализа [87].

Исследования теплового расширения и фазовых превращений столбиков конденсата в капиллярах, а также давления водяного пара над их поверхностью дали убедительные доказательства двухкомпонентного состава модифицированной воды. Как выяснилось, она содержит, кроме молекул обычной воды, молекулы второго более тяжелого и менее летучего «аномального» компонента. Предположение, что аномальный компонент представлен прочными полимерными молекулами типа (H_2O), подтвердилось такими экспериментальными фактами, как превращение аномального компонента в обычную воду при термическом распаде, равенством значений молекулярной рефракции компонентов.

Э. Липпинкоттом с сотрудниками (1969 г.) спектрохимическими методами анализа было показано, что в модифицированной воде не содержатся неорганические примеси. Измерения поверхностного натяжения модифицированной воды дали доказательства независимости эффекта от наличия органических загрязнений. Таким образом, в настоящее время гипотеза о существовании стойких полимерных молекул (H_2O) получила многочисленные подтверждения. Жидкость, состоящая из таких полимерных молекул, получила название «вода II». Модифицированная вода представляет собой раствор воды II в обычной воде, или воде I. Свойства этого раствора (повышенная вязкость, плотность и показатель преломления n, пониженные давление пара и температура окончания плавления) зависят от концентрации воды II в модифицированной воде. Чистая вода II

[1] В книге содержится подробный обзор работ отечественных и зарубежных исследователей по полимерной воде.

представляет собой весьма вязкую нетекучую жидкость с $\rho = 1{,}4$ г/см^3, $n \approx 1{,}5$, переходящую при понижении температуры до $-40°$ С в стеклообразное состояние без скачкообразного изменения объема, характерного для кристаллизации воды I. Температура кипения воды II равна 250° С при атмосферном давлении.

Анализ ИК-спектров и спектров ЯМР привел Липпинкотта с сотрудниками (1969, 1970 г.) к выводу о существовании нового типа трехцентровой симметричной связи О—Н—О, действующей между соседними молекулами воды, образующими замкнутые кольцевые структуры. Структурной единицей такой полимерной сетки является плоская кольцевая полимерная молекула, состоящая из пяти молекул H_2O, причем атомы О расположены на вершинах правильного шестиугольника. Эти представления о структуре молекул воды II получили недавно подтверждение (и некоторое уточнение) в квантово-химических расчетах, выполненных Алленом и Коллменом (1970 г.). Они также согласуются с полученной методами криоскопии и дистилляции оценкой молекулярного веса воды II. Однако пока еще остается неясным механизм конденсационной полимеризации и роль поверхности стекла или кварца и примесей в этом процессе.

Глава III.

РЕОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ В КАПИЛЛЯРАХ И ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

§ 1. РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ

Аналог двойного электрического слоя

В этой модели (рис. III.1) постулируется постепенное изменение механических свойств жидкости от твердой поверхности к объему [196]. Выше уже отмечалось, что такое предположение не подтверждается прямыми исследованиями механических свойств жидкостей. Тем не менее мы приведем результаты, получающиеся из рассмотре-

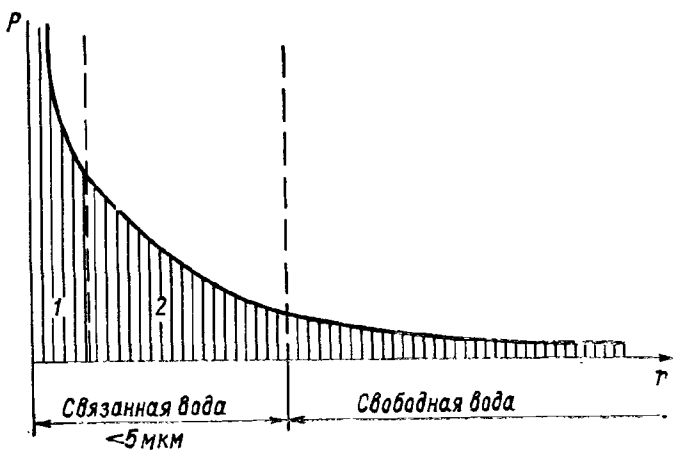


Рис. III.1. Аналог двойного электрического слоя [196].

1 — прочносвязанная вода, *2* — рыхлосвязанная вода.

ния модификации этой модели, предложенной Ковачем [221]. Для простоты в этой модели предполагается линейное уменьшение сдвигающих напряжений в жидкости от ω_0 у стенки цилиндра до нуля в объеме

$$\omega = \Omega (r - r_1), \tag{III.1.1}$$

где

$$\Omega = -\frac{\omega_0}{r_0 - r_1}. \tag{III.1.2}$$

Принятые обозначения понятны из рис. III.2.

В состоянии равновесия в любом сечении на расстоянии r от оси цилиндра:

$$F_1+F_2+F_3=0 \qquad \text{(III.1.3)}$$

$$F_1=\rho g l l \pi r^2,$$

$$F_2=2\pi r l \eta \frac{dV}{dr},$$

$$F_3=\omega 2\pi r l=\Omega\,(r-r_1)\,2\pi r l, \qquad \text{(III.1.4)}$$

где ρ — плотность жидкости; g — ускорение силы тяжести; I — гидравлический градиент; l — длина цилиндра; η — вязкость; V — скорость в рассматриваемом сечении.

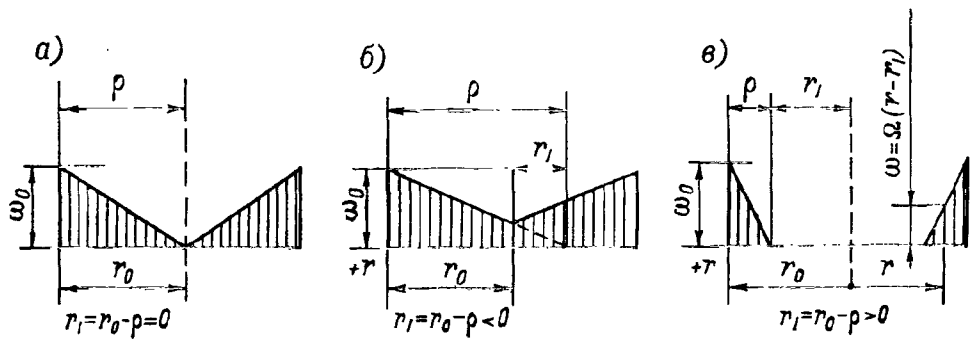


Рис. III.2. Расчетная модель Ковача [221].

Вместо (III.1.3) с учетом (III.1.4) можно записать

$$\rho g l l \pi r^2=2\pi r l\left[\Omega\,(r-r_1)-\eta\frac{dV}{dr}\right]. \qquad \text{(III.1.5)}$$

Решая (III.1.5) для условия $V=0$ при $r=r_0$, получим

$$V=\frac{1}{2\eta}\cdot\left[\left(\frac{\rho g I}{2}-\Omega\right)(r_0^2-r)+2\Omega r_1(r_0-r)\right] \qquad \text{(III.1.6)}$$

и

$$Q=\int_0^{r_0}2\pi r V\,dr. \qquad \text{(III.1.7)}$$

В зависимости от соотношения радиуса действия молекулярных сил ρ и радиуса цилиндра r_0 для расхода Q получают различные значения.

Случай a, когда

$$r_1=r_0-\rho=0. \qquad \text{(III.1.8)}$$

Интегрирование (III.1.7) с учетом (III.1.6) и (III.1.8) дает:

$$Q_{II}=\frac{\pi}{\eta}\cdot\frac{r_0^4}{4}\left(\frac{\rho g I}{2}-\Omega\right),\quad I\geqslant I_{01}. \qquad \text{(III.1.9)}$$

Начальный градиент напора определяется из условия

$$I_{01}=\frac{2\Omega}{\rho g}. \qquad \text{(III.1.9')}$$

Случай *б*, когда

$$r_1=r_0-\rho<0. \qquad \text{(III.1.10)}$$

Так как в этом случае значение r отрицательно, то значение V_2 получится подстановкой в (III.1.6) абсолютного значения $|r_1|$. Подставляя полученное значение V_2 в (III.1.7) и интегрируя, получим:

$$Q_{21}=\frac{\pi}{4}\left[\left(\frac{\rho g I}{2}-\Omega\right)\frac{r_0^4}{4}-\Omega\frac{|r_1|r_0^3}{3}\right]; \quad I>I_2; \qquad \text{(III.1.11)}$$

$Q_{21}=0$ при

$$I_{02}=\frac{2\Omega}{\rho g r_0}\left(r_0+\frac{4}{3}|r_1|\right); \qquad \text{(III.1.12)}$$

$$Q_{22}=\frac{\pi}{\eta}\left[\left(\frac{\rho g I}{2}-\Omega\right)\left(\frac{r_0^4}{4}-\frac{r_0 r_2^2}{2}+\frac{r_2^4}{4}\right)-\right.$$

$$\left.-\Omega|r_1|\left(\frac{r_0^3}{3}-r_0 r_2^2+\frac{2}{3}r_2^3\right)\right]; \quad I_2>I>I\lim 2; \qquad \text{(III.1.13)}$$

где

$$I_2=\frac{2\Omega}{8r_0}(r_0-2|r_1|); \qquad \text{(III.1.14)}$$

$$I_{\lim 2}=\frac{2\Omega}{\rho g r_0}(r_0+|r_1|); \qquad \text{(III.1.15)}$$

$$r_2=r_0\frac{I_2-I_1}{I-\dfrac{2\Omega}{\rho g}}. \qquad \text{(III.1.16)}$$

Случай *в*, когда

$$r_1=r_0-\rho>0 \qquad \text{(III.1.17)}$$

для $r_0>r>r_1=r_0-\rho$, вместо (III.1.6), найдем

$$V_3=\frac{1}{2\eta}\left[\left(\frac{\rho g I}{2}-\Omega\right)(r_0^2-r)+2\Omega r_1(r_0-r)\right]$$

и для $r_1=r_0-\rho>r>0$:

$$V_3=\frac{1}{2\eta}\left[\frac{\rho g I}{2}(r_0^2-r^2)-\Omega(r_0^2-r_1^2)+2\Omega r_1(r_0-r_1)\right]. \qquad \text{(III.1.18)}$$

Интегрируя (III.1.7) с учетом (III.1.8), получим:

$$Q_{31}=\frac{\pi}{\eta}\left[\frac{\rho g I}{8}r_0^4-\frac{\Omega}{4}\left(r_0^4-r_1^4\right)+\frac{\Omega}{3}r_1\left(r_0^3-r_1^3\right)\right], \quad \text{(III.1.19)}$$

$$Q_{31}=0 \text{ при } I_{03}=\frac{8\Omega}{\rho g}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\cdot\frac{r_1}{r_0}+\frac{1}{12}\cdot\frac{r_1^4}{r_0^4}\right) \text{ для } I>I_3, \quad \text{(III.1.20)}$$

$$Q_{32}=\frac{\pi}{\eta}\left[\frac{\rho g I}{8}r_3^4-\frac{\Omega}{4}\left(r_3^4-r_1^4\right)+\frac{\Omega}{3}r_1\left(r_3^3-r_1^3\right)\right] \text{ для } I_3>I>0; \quad \text{(III.1.21)}$$

где

$$I_3=\frac{2\Omega}{\rho g r_0}\left(r_0-r_1\right), \quad r_3=\frac{2r_1}{1-\frac{\rho g I}{2\Omega}};$$

и

$$Q_{33}=\frac{\pi\rho g I}{8\eta}\cdot r_1^4 \text{ для } I\to 0. \quad \text{(III.1.22)}$$

Из полученных выражений для расхода Q легко найти средние скорости $\overline{V}$ из отношения $\overline{V}=Q/\pi r_0^2$.

Трехслойная модель

Если принять во внимание экспериментально установленные факты (гл. II, § 4), то в качестве наиболее обоснованной следует принять модель, показанную на рис. III.3.

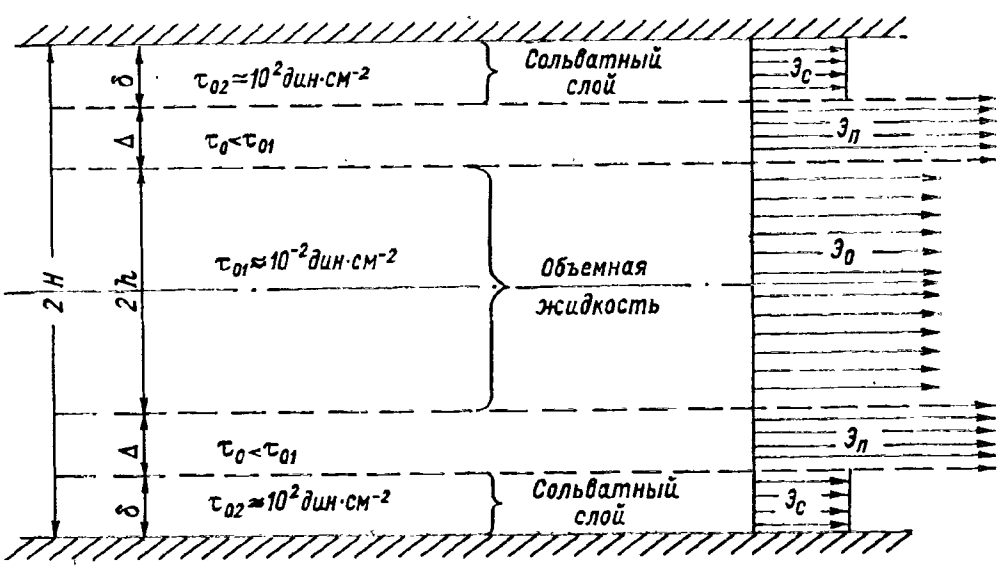


Рис. III.3. Трехслойная модель.

Анализ обширных экспериментальных и теоретических исследований многочисленных авторов привел Дрост-Хансена [211] к заключению о трехслойной структуре воды близ поверхностей раздела вода—твердое тело.

Эта модель состоит из упорядоченного слоя воды близ твердого тела (граничная фаза по Б. В. Дерягину); на достаточно большом расстоянии от поверхности существует структура объемной воды. Между объемной жидкостью и граничной фазой находится область усиленного беспорядка («подплавленный слой»).

Эта модель, учитывающая различие термодинамических и механических свойств граничных слоев и объемной жидкости, и используется в данной работе.

§ 2. СОВМЕСТНОЕ ДВИЖЕНИЕ ОБЪЕМНОЙ ЖИДКОСТИ И ГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ

Рассмотрим случай, когда в движении одновременно участвуют слои жидкости с различной подвижностью (рис. III.4). При этом будем предполагать, что жидкость в слое *I* (объемная жидкость) характеризуется вязкостью η_1 и величиной предельного напряжения

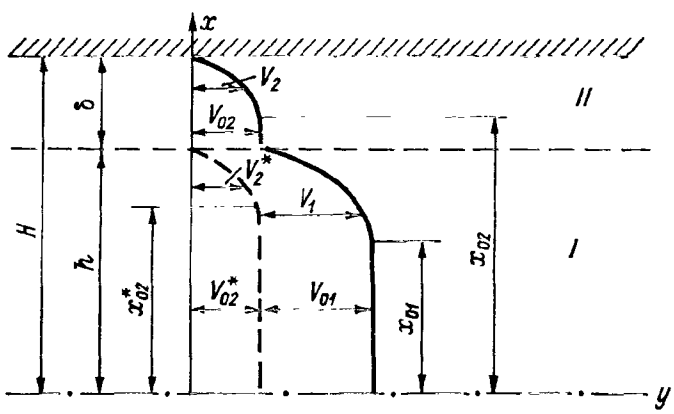


Рис. III.4. Расчетная модель (совместное движение объемной жидкости и граничных слоев).

сдвига τ_{01}; для граничащего с объемной жидкостью слоя толщиной δ для общности приняты соответственно значения η_2 и τ_{02}. В дальнейшем и для других величин индексы «1» относятся к зоне *I*, индексы «2» — к зоне *II*.

Общий расход жидкости (объем жидкости в единицу времени) может быть определен как

$$Q = Q_1 + Q_2 - Q_2', \tag{III.2.1}$$

где

$$Q_1 = 2\int_{x_{01}}^{h} V_1\,dx + 2x_{01}V_{01}, \tag{III.2.2}$$

$$Q_2 = 2\int_{x_{02}}^{H} V_2\,dx + 2x_{02}V_{02}, \qquad \text{(III.2.3)}$$

$$Q_2' = 2\int_{x_{02}^*}^{h} V_2^*\,dx + 2x_{02}^* V_{02}. \qquad \text{(III.2.4)}$$

Уравнение Навье—Стокса для верхней части зоны I имеет вид

$$\frac{dP}{dy} = \eta_1 \frac{d^2V_1}{dx^2}. \qquad \text{(III.2.5)}$$

Граничные условия для этой зоны запишем в виде:

$$V_1 = 0 \text{ для } x = h, \qquad \text{(III.2.6)}$$

$$\frac{dV_1}{dy} = 0 \text{ для } x = x_{01}, \qquad \text{(III.2.7)}$$

$$V_1 = V_{01} \text{ для } x \leqslant x_{01}. \qquad \text{(III.2.8)}$$

Вследствие неизменности расхода жидкости во всех сечениях плоского капилляра величина

$$\frac{dP}{dy} = \text{const}$$

и, следовательно,

$$-\frac{dP}{dy} = \frac{\Delta P}{l} = J, \qquad \text{(III.2.9)}$$

где ΔP — разность давлений на концах капилляра, а l — его длина.

Уравнение (III.2.5) с учетом (III.2.9) перепишется в виде

$$-\frac{J}{\eta_1} = \frac{d^2V_1}{dx^2}. \qquad \text{(III.2.10)}$$

Двойное интегрирование уравнения (III.2.10) дает:

$$\frac{dV_1}{dx} = -\frac{J}{\eta_1}x + C_1, \qquad \text{(III.2.11)}$$

$$V_1 = -\frac{J}{\eta_1}\cdot\frac{x^2}{2} + C_1x + C_2. \qquad \text{(III.2.12)}$$

С учетом условия (III.2.7) из (III.2.11) найдем

$$C_1 = \frac{J}{\eta_1}x_{01}. \qquad \text{(III.2.13)}$$

Постоянная интегрирования C_2 найдется из (III.2.12) при соблюдении условия (III.2.6)

$$C_2=\frac{J}{\eta_1}\left(\frac{h^2}{2}-x_{01}\right). \qquad \text{(III.2.14)}$$

Подставляя в (III.2.12) значения C_1 и C_2 из (III.2.13) и (III.2.14), получим

$$V_1=-\frac{J}{\eta_1}\left[\frac{1}{2}(x^2-h^2)-x_{01}(x-h)\right]. \qquad \text{(III.2.15)}$$

Размер ядра x_{01} найдем из условия

$$2x_{01}\Delta P=2\tau_{01}l,$$

откуда

$$x_{01}=\frac{\tau_{01}l}{\Delta P}=\frac{\tau_{01}}{J}. \qquad \text{(III.2.16)}$$

Подставляя в (III.2.15) вместо x_{01} его значение из (III.2.16), получим

$$V_1=-\frac{J}{2\eta_1}(x^2-h^2)+\frac{\tau_{01}}{\eta_1}(x-h). \qquad \text{(III.2.17)}$$

Подставляя в (III.2.17) вместо x значение x_{01} из (III.2.16), найдем, как это следует из условия (III.2.8), скорость ядра V_{01}

$$V_{01}=-\frac{J}{2\eta_1}\left(\frac{\tau_{01}^2}{J^2}-h^2\right)+\frac{\tau_{01}}{\eta_1}\left(\frac{\tau_{01}}{J}-h\right). \qquad \text{(III.2.18)}$$

Подставляя в (III.2.2) значение x_{01}, V_1 и V_{01} из (III.2.16), (III.2.17) и (III.2.18), для Q_1 получим выражение

$$Q_1=\frac{2J}{\eta_1}\left[\frac{1}{3}h^3-\frac{\tau_{01}h^2}{2J}+\frac{1}{6}\cdot\frac{\tau_{01}^3}{J^3}\right]. \qquad \text{(III.2.19)}$$

Для верхней части зоны *II* уравнение Навье—Стокса может быть записано в виде

$$\frac{dP}{dy}=\eta_2\frac{d^2V_2}{dx^2}. \qquad \text{(III.2.20)}$$

Граничные условия этой зоны:

$$V_2=0, \text{ для } x=H, \qquad \text{(III.2.21)}$$

$$\frac{dV_2}{dx}=0 \text{ для } x=x_{02}, \qquad \text{(III.2.22)}$$

$$V_2=V_{02} \text{ для } x\leqslant x_{02}. \qquad \text{(III.2.23)}$$

С учетом условия (III.2.9) двойное интегрирование (III.2.20) дает:

$$\frac{dV_2}{dx} = -\frac{J}{\eta_2} x + C_1, \qquad \text{(III.2.24)}$$

$$V_2 = -\frac{J}{\eta_2} \cdot \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2. \qquad \text{(III.2.25)}$$

Определяя постоянные интегрирования C_1 и C_2 из (III.2.24) и (III.2.25), с учетом условий (III.2.21) и (III.2.22) для V_2 найдем следующее выражение:

$$V_2 = -\frac{J}{\eta_2} \cdot \left[\left(\frac{H^2}{2} - \frac{x^2}{2} \right) - x_{02} (H - x) \right]. \qquad \text{(III.2.26)}$$

Заменяя x в (III.2.26) значением x_{02}, получим [см. условие (III.2.23)] значение скорости V_{02}

$$V_{02} = -\frac{J}{\eta_2} \cdot \left[\left(\frac{H^2}{2} - \frac{x_{02}^2}{2} \right) - x_{02} (H - x_{02}) \right]. \qquad \text{(III.2.27)}$$

Размер ядра x_{02} можно найти из условия

$$x_{02} = \frac{\tau_{02}}{J}. \qquad \text{(III.2.28)}$$

Интегрирование правой части (III.2.3) с учетом зависимостей (III.2.26), (III.2.27) и (III.2.28) дает

$$Q_2 = \frac{2J}{\eta_2} \cdot \left[\frac{1}{3} H^3 - \frac{H^2}{2} \cdot \frac{\tau_{02}}{J} + \frac{\tau_{02}^3}{6J^3} \right]. \qquad \text{(III.2.29)}$$

Значение Q_2' получим из (III.2.29), если вместо H подставим величину h

$$Q_2' = \frac{2J}{\eta_2} \cdot \left[\frac{1}{3} h^3 - \frac{h^2}{2} \cdot \frac{\tau_{02}}{J} + \frac{1}{6} \cdot \frac{\tau_{02}^3}{J^3} \right]. \qquad \text{(III.2.30)}$$

Подставляя значения Q_1, Q_2 и Q_2' из (III.2.19), (III.2.29) и (III.2.30) в (III.2.1), для общего расхода Q получим выражение

$$Q = \frac{2J}{\eta_1} \left[\frac{1}{3} h^3 - \frac{h^2 \tau_{01}}{2J} + \frac{1\tau_{01}^3}{6J^3} \right] + \frac{2J}{\eta_2} \left[\frac{1}{3} (H^3 - h^3) - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{2} (H^2 - h^2) \frac{\tau_{02}}{J} \right]. \qquad \text{(III.2.31)}$$

§ 3. РЕОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОБЪЕМНОЙ ЖИДКОСТИ

При течении объемной фазы в совместный поток вовлекается (при сравнительно низких градиентах напора, когда сольватный слой еще остается неподвижным) и «подплавленный» слой. В связи с этим опыт по исследованию реологических свойств объемной фазы

должен быть поставлен так, чтобы влияние граничащих с объемом слоев оказалось пренебрежимо малым.

Проанализируем уравнение (III.2.31) для случая, когда объемная жидкость (*I*) граничит с подплавленным слоем (*II*). Реологические свойства объемной жидкости, как и ранее, будем характеризовать вязкостью η и величиной предельного напряжения сдвига τ_{01}. Для слоя *II* примем значение вязкости, равное объемному, т. е.

$$\eta_2=\eta \text{ и } \tau_{02}=0. \qquad \text{(III.3.1)}$$

С учетом (III.3.1) после простых преобразований вместо (III.2.31) получим

$$Q^*=-\frac{2J}{\eta}\left[\frac{1}{3}H^3-\frac{h^2}{2}\cdot\frac{\tau_{01}}{J}+\frac{1}{6}\cdot\frac{\tau_{01}^3}{J^3}\right]. \qquad \text{(III.3.2)}$$

Для случая $\tau_{01}=0$, $H=h$ из (III.3.2) найдем известное выражение для потока вязкой жидкости

$$Q_н=\frac{2J}{3\eta}H^3. \qquad \text{(III.3.3)}$$

Рассмотрим отношение $\frac{Q^*}{Q_н}$ для различных $\frac{h}{H}=d$. Комбинируя (III.3.2) и (III.3.3), найдем

$$\frac{Q^*}{Q_н}=1-\frac{3}{2}d^2\frac{\tau_{01}}{HJ}+\frac{1}{2}\frac{\tau_{01}^3}{H^3J^3}. \qquad \text{(III.3.4)}$$

Заменяя в (III.3.4) величину H через $H=\frac{h}{d}$ и обозначая $\frac{\tau_{01}}{hJ}=\left(\frac{J_0}{J}\right)$ через n $(0\leqslant n\leqslant 1)$, получим

$$\frac{Q^*}{Q_н}=1-\frac{3}{2}d^3n+\frac{1}{2}d^3n^3. \qquad \text{(III.3.5)}$$

На рис. III.5 по уравнению (III.3.5) построены кривые $\frac{Q^*}{Q_н}-d$ для различных значений n.

Как видно из рисунка, в области значений $d\to 0$ отношение $\frac{Q^*}{Q_н}\to 1$ при любых градиентах давления J и, следовательно, никаких отклонений от закона Пуазейля и закона Дарси (для пористой среды) при этих значениях d быть не может. Этим эффектом, по-видимому (см. также гл. IV, § 4), можно объяснить тот факт, что в упоминавшейся ранее работе [226], а также в работе [100] по исследованию фильтрации в плотных глинах никаких отклонений от закона Дарси не обнаружено; при $\left(\frac{J_0}{J}\right)=n\to 1{,}0$ и $d\to 1$, $\frac{Q^*}{Q_н}\to 0$.

Таким образом, корректный эксперимент при исследовании реологических свойств объемной жидкости заключается в выборе системы с $d \to 1$ и $n \to 1$.

Введем обозначения:

$$\Delta P = \rho g z, \quad I_0 = \frac{\tau_{01}}{\rho g h}, \tag{III.3.6}$$

где ρ — плотность жидкости; g — ускорение силы тяжести; z — гидравлический напор; I_0 — начальный градиент напора.

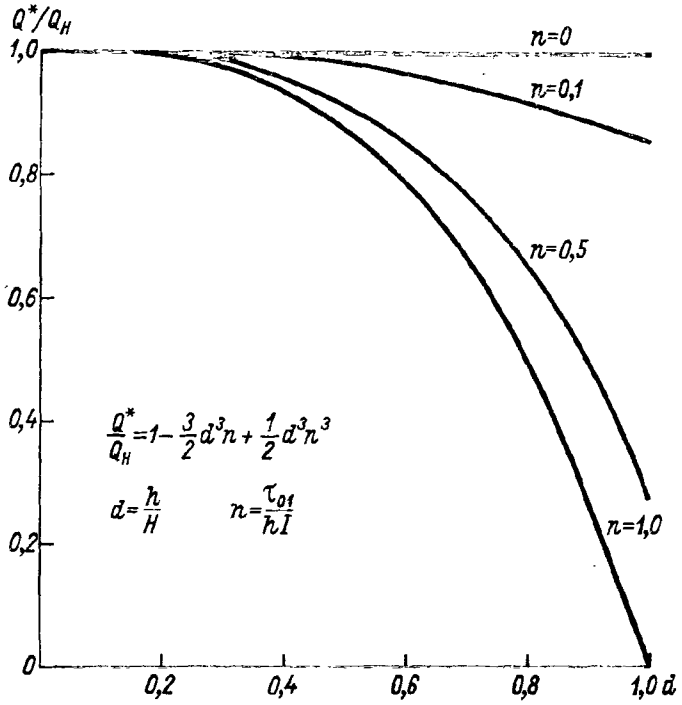


Рис. III.5. Влияние «подплавленного» слоя на относительный поток жидкости.

С учетом (III.3.6) для скорости потока $V = \frac{Q}{2h^*}$ из (III.3.2) получим уравнение Воларовича—Гуткина

$$V = K_0 I \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{I_0}{I} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{I_0}{I} \right)^3 \right], \tag{III.3.7}$$

где $I = \frac{z}{l}$ — градиент напора; K_0 — коэффициент фильтрации плоского капилляра для случая ньютоновской жидкости (т. е. для $\tau_0 = 0$), определяемый как

$$K_0 = \frac{\rho g h^2}{3\eta}. \tag{III.3.8}$$

Фильтрация через концентрированные эмульсии

Количественная сторона вопроса о механических свойствах жидкости, заключенной в узких порах, обычно не рассматривалась, что объясняется сложностью геометрии пор и неоднородностью минералогического состава частиц реальных грунтов [76, 170].

Для избежания указанных трудностей в качестве основного объекта исследований были выбраны предельные пенообразные эмульсии, образованные из капель бензола, разделенных тонкими слоями водных растворов стабилизаторов (сапонин) [139]. При ведении экспериментов в интервале температур от 0 до +5,5° С эта система превращается в суспензию, состоящую из твердых частиц бензола и жидких слоев воды, разделяющей эти частицы.

Выбор этой системы для исследования механических свойств жидкости в тонких слоях объясняется тем, что такая система состоит всего из двух основных веществ — бензола и воды, физико-химические свойства которых хорошо изучены.

Кроме того, в высококонцентрированных эмульсиях достигается значительная однородность капель по размерам, чем обеспечивается и однородность толщины слоев, разделяющих капли. При этом слои образуются параллельными граничными поверхностями соседних капель, что облегчает выполнение фильтрационных расчетов, позволяя оценить величины вязкости и предельных напряжений сдвига исследуемой жидкости.

В качестве стабилизатора применялся сапонин, обеспечивающий получение эмульсии высокой устойчивости. Водный раствор эмульгатора применялся десятипроцентной концентрации.

Для превращения эмульсии в суспензию путем «замораживания» бензола патрон погружался в ванну с водой, охлажденной льдом, в которой поддерживалась постоянная температура +0,5, +1,0° С. «Замороженная» эмульсия представляла собой твердое тело, напоминающее хорошо спрессованный пласт снега или образец льда.

Эмульсии фотографировались в структурированном виде без разведения. При фотографировании принимались меры для предотвращения изменения дисперсионного состава эмульсии. Образец брался относительно большого размера, и сближение поверхностей производилось медленно, причем для фотографирования сохранялся слой толщиной порядка 10^{-2} см, т. е. содержащий около 20 рядов капель. Фотографировались 2 и 3-й ряды капель от верха образца, выделявшиеся из остальных рядов фокусировкой. Изображение соседних рядов с просматриваемыми получалось при этом достаточно размытым. Дисперсионный анализ велся по микрофотографии (рис. III.6).

Толщина слоев определялась делением объема водной среды, содержащейся в единице объема системы, на половину ее удельной поверхности. Последняя находилась из микрофотографии эмульсии

по формуле

$$S=\frac{4}{\overline{\lambda}}, \qquad \text{(III.3.9)}$$

где $\overline{\lambda}$ — среднее значение отрезка, отсекаемого на произвольной прямой стенками капель.

Выполненные расчеты для предельных по концентрации эмульсий, приготовленных на 10%-ном водном растворе сапонина, показали, что средняя толщина водных слоев имеет порядок 10^{-5} см. Малая толщина слоев обеспечивает низкое значение вязкостных напряжений в жидкости во время фильтрации при легко измеримых перепадах давления, что позволяет обнаруживать очень малые пластические напряжения сдвига в жидкостях, не строго подчиняющихся закону Ньютона.

В то же время при относительно высоких значениях перепада давления может быть определена истинная вязкость жидкости в тонком слое.

Для определения величины истинной вязкости фильтрация велась при напорах порядка 100 см. Для определения предельных напряжений сдвига напор снижался до величины, соответствующей начальному градиенту напора, при котором движение жидкости практически прекращалось.

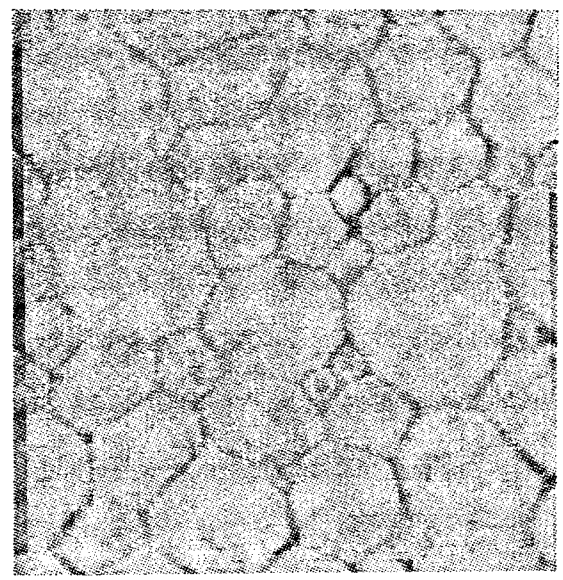


Рис. III.6. Микрофотография высококонцентрированной эмульсии.

Единичный расход, отнесенный к единице периметра слоя, найдется из (III.3.3) подстановкой вместо H величины $H/2$:

$$q=\frac{H^3\rho g I}{12\eta}. \qquad \text{(III.3.10)}$$

Здесь I — градиент напора [в отличие от градиента давления в (III.3.3)]. Удельный расход через сечение фильтра определим как

$$Q=q\chi,$$

где χ — удельный периметр слоев в сечении фильтра, определяемый из соотношения $2\chi=S$, S — удельная поверхность.

Используя эти соображения и вводя коэффициент извилистости α, из (III.3.3) найдем

$$\eta=\frac{\rho g I H^3\chi}{\alpha 12 q}. \qquad \text{(III.3.11)}$$

Это выражение и использовалось для оценки вязкости по экспериментально найденным значениям Q при высоких градиентах напора. Для α было принято значение, равное двум.

Величина предельного напряжения сдвига определялась из выражения (III.3.6).

Приведем пример определения η и τ_0 для эмульсии концентрации 97,5%. По описанному выше способу получены следующие значения удельной поверхности и смоченного периметра: $S=5200$ см$^{-1}$ и $\chi=2600$ см$^{-1}$. Деля удельный объем водной среды на половину удельной поверхности, найдем, что средняя толщина слоев равна $0{,}96\cdot10^{-5}$ см. При напоре 100 см и толщине образца 0,5 см через фильтр проходил поток, характеризующийся удельным расходом $Q=2{,}55\cdot10^{-6}$ см/сек. Подставляя приведенные значения в (III.3.11), получим $\eta=0{,}85\cdot10^{-2}$ — порядок величины совпадает с обычным значением вязкости воды при комнатной температуре. Начальный градиент напора I_0, найденный экспериментально, изменялся от 0,6 до 1,0. Подставляя эти значения I_0 в (III.3.6), найдем, что τ_0 имеет порядок 10^{-3} дин$\cdot$см$^{-2}$.

Основной вывод из результатов выполненных исследований заключается в том, что вода, помимо вязкости, должна характеризоваться некоторой величиной предельного напряжения сдвига τ_0 порядка $3\cdot10^{-3}$ дин$\cdot$см$^{-2}$ («следы» сдвиговой прочности).

Полученные результаты можно рассматривать лишь как ориентировочные. Основные возражения, которые могут возникнуть при обсуждении полученных результатов, следующие:

1) в процессе опыта, хотя и несущественно, однако изменялась геометрия системы;

2) загрязнение воды примесью сапонина.

Несомненным преимуществом выбранной модели является ее приближение к реальным грунтам. Чтобы снять первое возражение, были проведены опыты с жесткопористыми (керамическими) фильтрами.

Воспользуемся для потока жидкости Q приближенной зависимостью, получаемой из выражения (I.3.27), если пренебречь величиной $\frac{1}{3}\left(\frac{I_0}{I}\right)^4$,

$$Q=K_0\omega\left(I-\frac{4}{3}I_0\right),\quad I>2I_0. \tag{III.3.12}$$

Здесь, кроме прежних обозначений, ω — площадь фильтра; I — градиент напора, определяемый отношением $I=-\frac{dH}{dx}\approx\frac{\Delta H}{l}$ (x — координата, совпадающая с направлением фильтрации, H — напор, l — толщина образца).

Вместе с тем величина фильтрационного потока может быть найдена по скорости выравнивания уровней в пьезометрах

$$Q=-\frac{d(\Delta H)}{dt}\omega'. \tag{III.3.13}$$

Здесь t — время; ω' — площадь сечения пьезометра.

Приравнивая выражения (III.3.12) и (III.3.13), получим

$$\frac{d(\Delta H)}{dt}+A\Delta H-B=0, \qquad \text{(III.3.14)}$$

где

$$A=\frac{K_0}{\delta}\cdot\frac{\omega}{\omega'}; \qquad B=\frac{4}{3}\cdot\frac{\omega}{\omega'}\cdot K_0 I_0. \qquad \text{(III.3.15)}$$

Если принять, что при $t=0$, $\Delta H=\Delta H_0$, то общее решение уравнения (III.3.14) запишется в виде

$$\Delta H=e^{-\int_{t_0}^{t} A\,dt}\left[\Delta H_0\int_{t_0}^{t} Be^{\int_{t_0}^{t} A\,dt}\,dt\right]. \qquad \text{(III.3.16)}$$

После интегрирования для $t_0=0$ получим уравнение

$$\Delta H=\left(\Delta H_0-\frac{B}{A}\right)e^{-At}+\frac{B}{A}, \qquad \text{(III.3.17)}$$

определяющее изменение уровней в пьезометрах от времени для потока вязкопластической жидкости.

Если $I_0=0$ (т. е. $\tau_0=0$), то $B=0$, и из (III.3.17) как частный случай получим уравнение

$$\Delta H=\Delta H_0 e^{-At}, \qquad \text{(III.3.18)}$$

определяющее изменение уровней в пьезометрах от времени для потока ньютоновой жидкости.

Логарифмируя, получим, вместо (III.3.17),

$$t=-\frac{1}{A}\ln\frac{\Delta H-\frac{B}{A}}{\Delta H_0-\frac{B}{A}}. \qquad \text{(III.3.19)}$$

При $B=0$ найдем

$$t=-\frac{1}{A}\ln\frac{\Delta H}{\Delta H_0}. \qquad \text{(III.3.20)}$$

По уравнениям (III.3.19) и (III.3.20) для определенных значений ΔH вычислено время t и затем построен график $\Delta H(t)$ (рис. III.7). Кривая *1* относится к случаю фильтрации вязкопластической жидкости и кривая *2* — для случая $\tau_0=0$.

Здесь же нанесены опытные точки, полученные при фильтрации грунтовой воды через керамическую пробку. Аналогичные данные получены при фильтрации реальных жидкостей через глинистые грунты.

Совпадение теоретической кривой с экспериментальными точками позволяет, как и раньше, сделать вывод о сходстве наблюдаемого

процесса фильтрации с движением вязкопластических жидкостей. Наблюдаемые в этих опытах начальные градиенты выражают

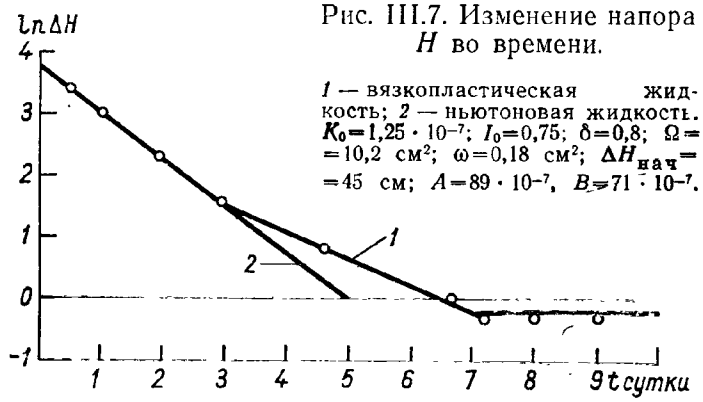


Рис. III.7. Изменение напора H во времени.

1 — вязкопластическая жидкость; *2* — ньютоновая жидкость. $K_0=1{,}25\cdot10^{-7}$; $I_0=0{,}75$; $\delta=0{,}8$; $\Omega=10{,}2$ см²; $\omega=0{,}18$ см²; $\Delta H_{нач}=45$ см; $A=89\cdot10^{-7}$, $B=71\cdot10^{-7}$.

механическое равновесие, так как величина ΔH_0 (рис. III.8) при изменении направления фильтрации не изменилась.

Неопределенность геометрии порового пространства и недостаточная чистота фильтрующейся жидкости не позволяют и из этих

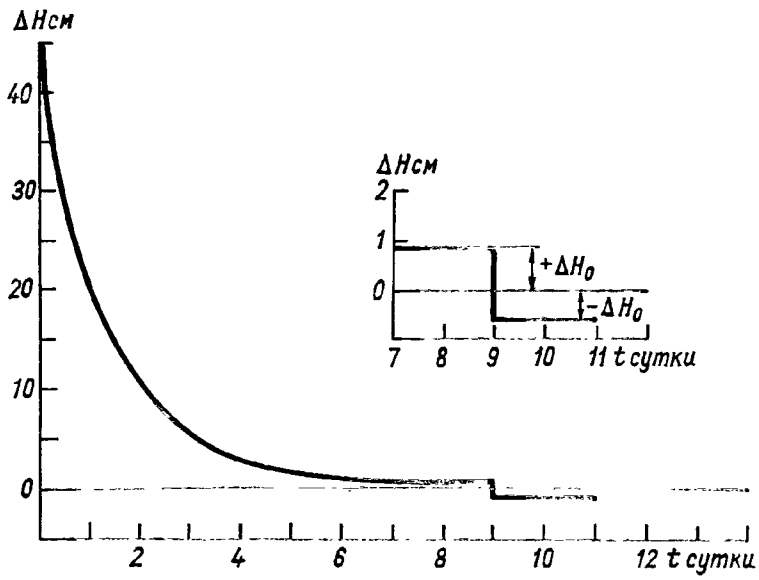


Рис. III.8. Фильтрация водной вытяжки через керамическую диафрагму.

опытов сделать однозначный вывод о природе наблюдаемого эффекта. Этих недостатков лишены опыты с единичными капиллярами и чистыми жидкостями.

Течение жидкостей в стеклянных и кварцевых капиллярах

Исследование жидкостей [34] проводилось при термостатировании с точностью ±0,1° С на приборах, схема которых показана на рис. III.9. Кварцевые капилляры выбраны для того, чтобы исклю-

чить влияние выщелачивания и геометрии пористой среды на характер течения жидкости.

В приборе, схема которого представлена на рис. III.9 *а*, по скорости передвижения мениска *1* в измерительном капилляре *2* радиусом 0,9 мм определяется объем жидкости Q, протекающей через капилляр *3*, и скорость фильтрации V

$$V=\frac{Q}{\omega t},$$

где ω — площадь поперечного сечения капилляра *3*; t — время.

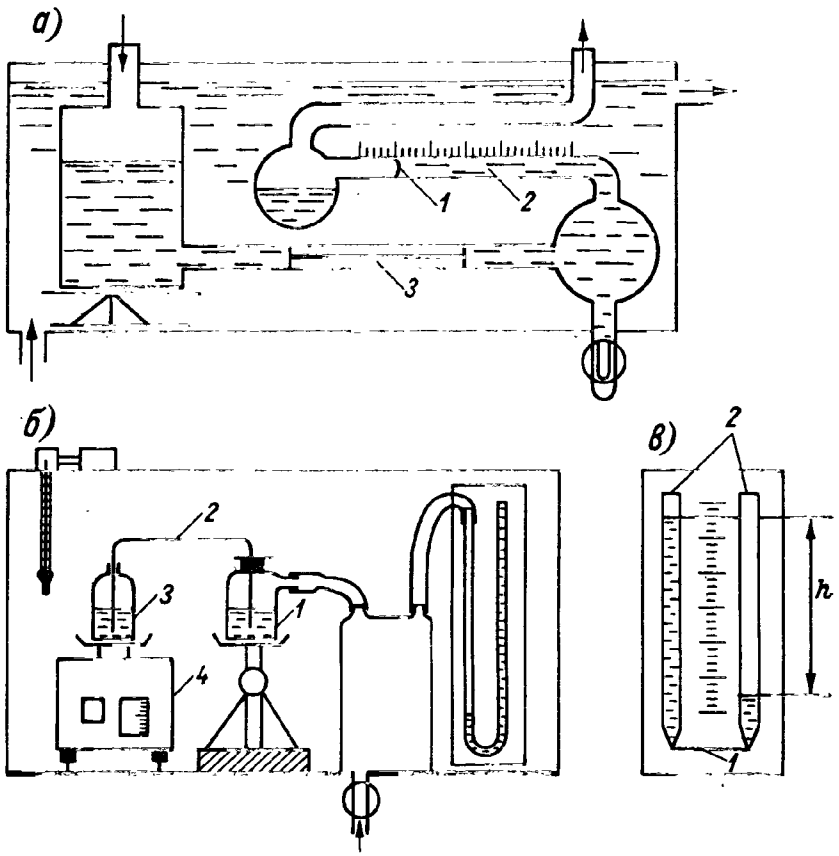


Рис. III.9. Схема установок для исследования течения жидкостей в капиллярах.

В приборе с воздушным термостатированием, схема которого представлена на рис. III.9 *б* исследуемая жидкость под заданным давлением из сосуда *1* через исследуемый капилляр *2* поступала в сосуд *3*, установленный на весах *4*. Площадь сечения сосудов *1* и *3* такова, что в течение каждого наблюдения разность уровней в сосудах не превышала 0,1 мм. По весу P протекавшей при заданном давлении жидкости определялась скорость фильтрации

$$V=\frac{P}{\rho\omega t},$$

где ρ — плотность жидкости при заданной температуре.

Перепад давления (схемы *а* и *б*) измерялся с помощью жидкостного манометра с точностью 0,2 мм высоты столба исследуемой жидкости.

В приборе, изготовленном из кварцевого стекла, схема которого показана на рис. III.9 *в* (прибор приспособлен как для воздушного, так и водяного термостатирования), скорость течения в капилляре *1* определялась по изменению гидравлического напора h во времени

$$V=\frac{(h_0-h_1)\,\omega}{(t_0-t_1)\,2\omega'}.$$

Здесь, кроме известных обозначений, ω' — площадь сечения пьезометров *2*; h_0 и h — гидравлические напоры соответственно в моменты времени t_0 и t_1.

Возможность испарения в процессе опыта и отсутствие капиллярно- и термоосмотического потоков проверялись по изменению положения менисков жидкости (схемы *а* и *в* на рис. III.9) и начального веса (схема *б*) при отсутствии перепада давления.

Применялись различные свежетянутые капилляры, радиус которых изменялся от 51 до 265 микрон, а длина от 5 до 60 см.

В опытах применялась дважды дистиллированная вода высокой чистоты, полученная на редистилляторе типа Re-5 (Польская Народная Республика).

Вода с удельной электропроводностью, меньшей $1\cdot10^{-6}$ $ом^{-1}см^{-1}$, получалась путем перегонки дважды дистиллированной воды в вакууме без кипения в конденсатор из кварцевого стекла. Фильтрационный прибор заполнялся водой непосредственно из конденсатора.

Опытные значения скорости фильтрации V для малых градиентов напора для воды и этилового спирта показаны на рис. III.10—III.12. Градиент напора I, к которому относились экспериментальные значения, определялся из выражения $I=\frac{H}{l}$, где H — заданный перепад давления (определялся с точностью до 1,0 мм высоты столба исследуемой жидкости).

Перепад давления H при фильтрации по схеме III.9 *а* определялся как $H=H_м+H_R$, где $H_м$ — перепад давления по показаниям манометра; $H_R=\frac{2\sigma\cos\theta}{R\rho g}$ — перепад давления под криволинейной поверхностью мениска *4* (σ — поверхностное натяжение исследуемой жидкости, θ — угол смачивания). В расчете угол смачивания «отступающего» мениска принимался равным нулю.

Для схемы фильтрации III.9 *б* $H=H_м$.

Градиент напора I для схемы фильтрации III.9 *в* определялся из выражения

$$I=\frac{h_0+h_1}{2l}.$$

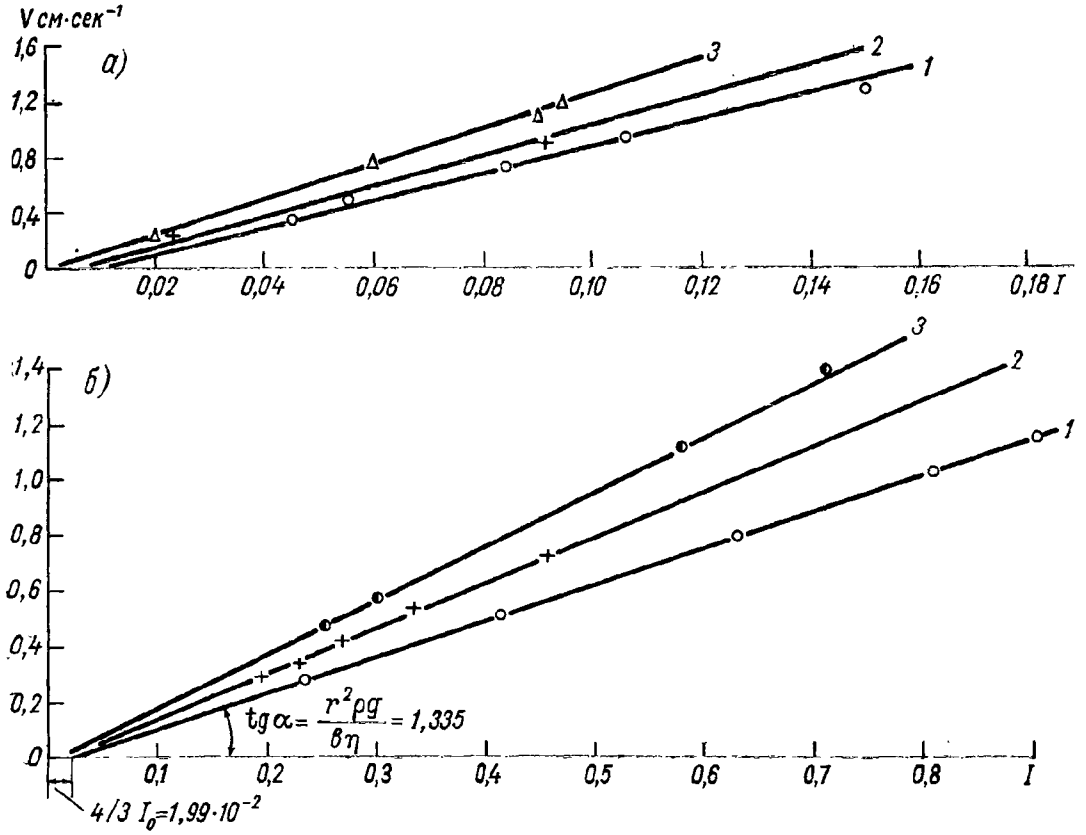


Рис. III.10. Диаграммы V—I (схема III.9. *б*).

а — вода, стеклянный капилляр, r=265 мкм: *1* — 20° С, *2* — 30° С, *3* — 40° С; *б* — спирт этиловый, кварцевый капилляр, r=103,5 мкм: *1* — 20° С, *2* — 30° С, *3* — 40° С.

На рис. III.10—III.12 нанесены прямые вида

$$V=a+bI, \tag{III.3.21}$$

где параметры a и b определялись по методу наименьших квадратов. Этот метод требует, чтобы сумма квадратов отклонений имела минимум

$$\sum(V-a-bI)^2=\min. \tag{III.3.22}$$

Нормальными уравнениями для данного случая будут:

$$\frac{\partial}{\partial a}\sum(V-a-bI)^2=\sum 2(V-a-bI)(-1)=0, \tag{III.3.23}$$

$$\frac{\partial}{\partial b}\sum(V-a-bI)^2=\sum 2(V-a-bI)(-I)=0. \tag{III.3.24}$$

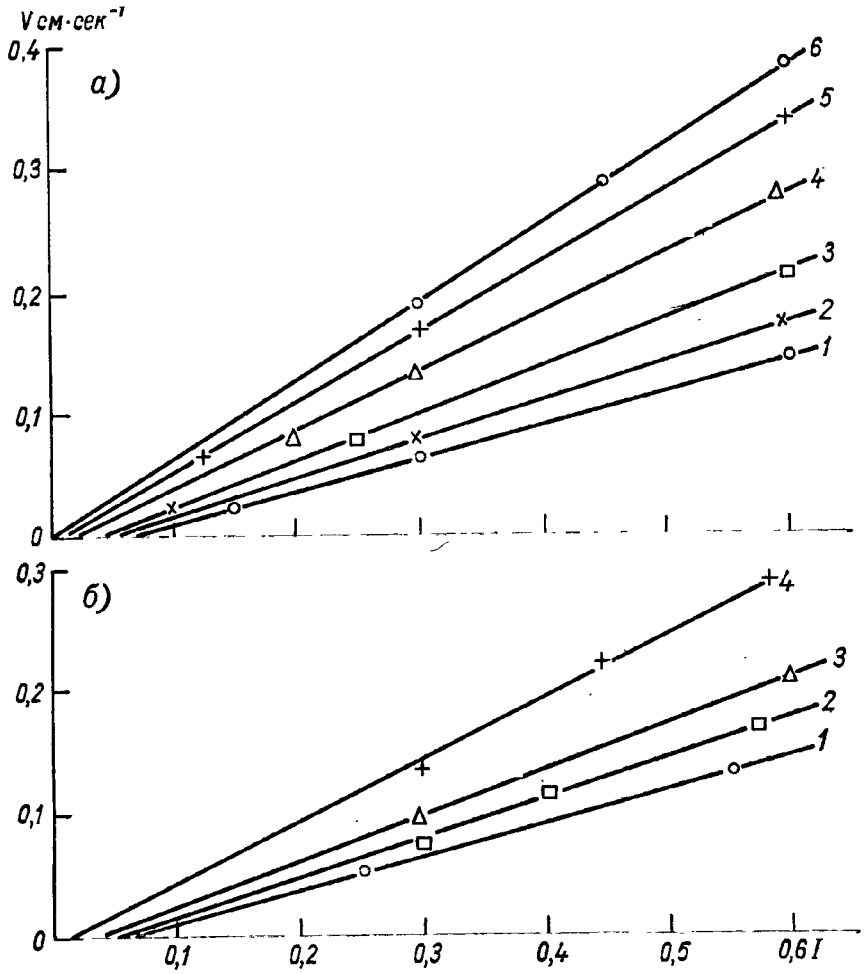


Рис. III.11. Диаграммы V—I (схема III.9 *а*).

а — вода, стеклянный капилляр, r=51 мкм: *1* — 15° С, *2* — 20° С, *3* — 30° С, *4* — 40° С, *5* — 50° С, *6* — 55° С; *б* — спирт этиловый, стеклянный капилляр, r=57 мкм: *1* — 25° С, *2* — 30° С, *3* — 40° С, *4* — 50° С.

Из (III.3.23) и (III.3.24) получим систему из двух уравнений, достаточных для определения двух параметров a и b [1]:

$$\sum V = an + b \sum I, \qquad \text{(III.3.25)}$$

$$\sum VI = a \sum I + b \sum I^2, \qquad \text{(III.3.26)}$$

где n — число измерений.

В случае $a<0$ (в общем случае $a\leqslant 0$) экспериментальные прямые отсекают на оси абсцисс отрезки, которые интерпретировались как $I=\frac{4}{3}I_0$ (см. рис. III.10 *б*). Из последнего выражения и определялось наиболее вероятное значение I_0 исследуемой жидкости при данной температуре. Эти значения I_0 использовались для оценки величины предельного напряжения сдвига τ_0 из выражения

$$\tau_0 = \frac{r\rho g I_0}{2}. \qquad \text{(III.3.27)}$$

[1] Заметим, что в условиях корректного опыта $b=\frac{r^2\rho g}{8\eta}$.

Вычисленные из выражения (III.3.27) значения τ_0 по опытным данным, представленным на рис. III.10—III.12, показаны в табл. III.1 (для воды) и табл. III.2 (для спирта этилового, 95%-ного).

Четко выраженной зависимости τ_0 от радиуса капилляра и марки стекла в наших опытах не замечено.

С целью проверки влияния содержания электролитов в водном растворе на ход фильтрации и величину предельного напряжения сдвига была проведена серия опытов по фильтрации водных растворов KCl с содержанием электролита $10^{-2}N$, $10^{-1}N$ и N через кварцевый капилляр $r=198$ мкм при температуре 20° С (схема фильтрации III.9 *а*).

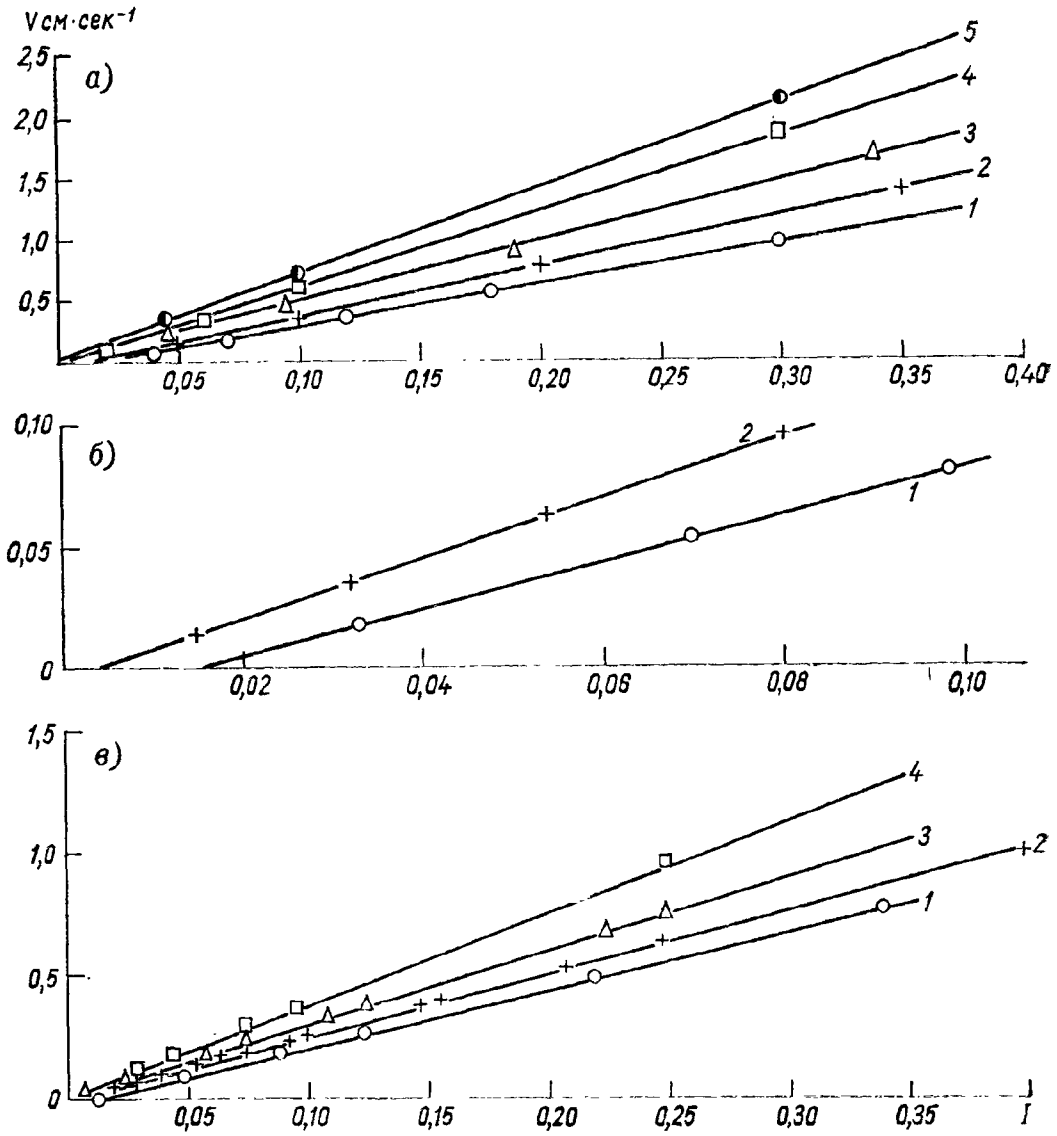


Рис. III.12 Диаграммы V—I (схема III.9 *в*).

а — вода, кварцевый капилляр $r=165$ мкм: *1* — 20° С, *2* — 30° С, *3* — 40° С, *4* — 50° С, *5* — 58° С; *б* — вода, кварцевый капилляр $r=94$ мкм: *1* — 20° С, *2* — 30° С; *в* — спирт этиловый, кварцевый капилляр $r=165$ мкм: *1* — 25° С, *2* — 30° С, *3* — 40° С, *4* — 50° С.

Таблица III. 1

Значения предельного напряжения сдвига τ_0 для воды

Радиус капилляра, микроны	Марка стекла	$\tau_0 \cdot 10^2$ дин/см^2 при температуре					Схема фильтрации
		15° С	20° С	30° С	40° С	50° С	
51	Стекло № 16	11,5	9,5	8,0	3,5	1,0	16а
103,5	Кварц-стекло	—	7,6	6,4	4,9	—	16в
265	Стекло № 16	—	7,0	4,0	3,2	—	16в
94	Кварц-стекло	—	8,6	2,6	—	—	16с [1]
165	Кварц-стекло	—	8,9	6,9	6,0	1,6	16с [1]
	Средн.	11,5	8,1	5,8	4,5	1,3	

[1] Вода с удельной электропроводностью, меньшей $1 \cdot 10^{-6}$ ом$^{-1}$см$^{-1}$.

Таблица III. 2

Значения предельного напряжения сдвига для спирта этилового

Радиус капилляра, микроны	Марка стекла	$\tau_0 \cdot 10^2$ дин/см^2 при температуре				Схема фильтрации
		25° С	30° С	40° С	50° С	
57	Стекло № 16	10,5	7,6	5,5	2,0	16а
165	Кварц-стекло	7,0	3,0	1,2	1,0	16с
Среднее		8,75	5,3	3,3	1,5	

Результаты опытов (см. табл. III.3) показывают, что величина τ_0 (средняя из трех опытов) с увеличением концентрации KCl практически не изменилась.[1]

Таблица III. 3

Влияние KCl на величину предельного напряжения сдвига воды

Концентрация электролита	$\tau_{0ср} \cdot 10^2$ дин/см^2
Дважды дистиллированная вода	9,50
10^{-2} *N*	9,25
10^{-1} *N*	9,40
N	9,50

Можно предположить, что сдвиговая прочность чистых жидкостей связана с их способностью к образованию (за счет связей различной природы) надмолекулярных пространственных структур. Для большого класса соединений (вода, спирты, фенолы, амиды, белки, полипептиды, полиоксиорганические и неорганические соединения) ассоциация, которая

[1] Этот результат находится в соответствии со спектральными наблюдениями (гл. II, § 3): в растворах KCl нами не обнаружено ни «стабилизации», ни «разрушения» структуры.

может приводить к образованию квазиполимерных молекулярных цепей [90], колец или пространственных сеток, является следствием межмолекулярных водородных связей (Н-связей) [154].

При определенных воздействиях на систему (повышение температуры и др.) часть или большинство межмолекулярных связей могут быть разорваны, статистическое равновесие между ассоциированными молекулами, образующими пространственную решетку, и изолированными (или промежуточными комплексами) будет смещаться в сторону последних, что должно сказаться на степени ассоциации, а поэтому и на реологических свойствах системы.

В наших опытах при температуре исследованных жидкостей около 60° С величина τ_0 близка к нулю.[1]

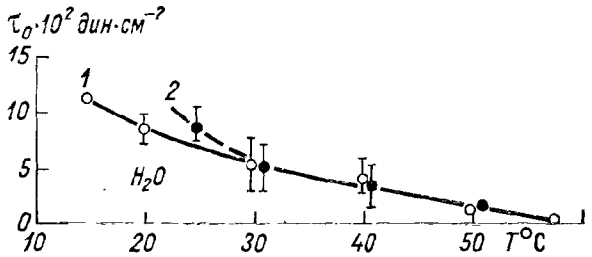


Рис. III.13. Температурная зависимость предельного напряжения сдвига τ_0.

1 — вода, *2* — спирт этиловый.

Интересно отметить, что характер температурной зависимости $\tau_0(T)$ для воды (рис. III.13), полученный в наших опытах, совпадает с характером температурной зависимости ассоциации воды [213] и изменением интенсивности полосы ассоциатов в ИК-спектре и в спектре КР. Так, в ИК-спектре растворов бензилового спирта в CCl_4 при температуре 11° С наиболее интенсивна полоса поглощения с максимумом около 3,0 мкм, которая принадлежит ОН-группам, участвующим в Н-связи.

С повышением температуры (24; 35; 51° С) максимум постепенно смещается в сторону более высоких частот, и при температуре 62° С в спектрах доминирует полоса, близкая к 2,77 мкм, принадлежащая к ОН-группам мономерных молекул.

И наконец, в связи с характером зависимости $\tau_0(T)$ (рис. III.13) отметим, что, по данным почти всех исследователей, зависимость между количеством разорванных водородных связей и температурой воды имеет почти линейный характер в интервале 0—60° С.

В табл. III.4 представлены вычисленные значения τ_0 для порового раствора по материалам фильтрационных исследований[2] некоторых почв Ленинградской области и Карельской АССР. Величина τ_0 находилась по формуле

$$\tau_0 = \alpha \rho g \frac{n}{S} l_0, \qquad \text{(III.3.6а)}$$

[1] В опытах Ковалева и Асадова [111] величина предельного напряжения сдвига углеводородных жидкостей и их смесей уменьшается с повышением температуры и обращается в нуль также при 60° С.

[2] Опыты проводились в лаборатории СевНИИГиМ совместно с Е. А. Шумиловой.

Таблица III. 4

Значения предельного напряжения сдвига τ_0 для порового раствора по материалам фильтрационных исследований почв

№ образца	Разрез: глубина взятия образца	Характер образца	Объемный вес, г/см³	Пористость n	Удельная поверхность S см$^{-1}\cdot 10^4$: по МГ	по ЭГ	Средн.	I_0	$\tau_0\cdot 10^3$ дин/см²
1	1 / 30—40	Средн. суглинок (ОПХ СевНИИГиМ)	1,65	0,38	130,0	195,0	162	0,6	0,35
2	1 / 50—60	То же	1,68	0,37	124,0	198,9	161	1,4	0,80
3	1 / 80—90	Тяж. суглинок (ОПХ СевНИИГиМ)	1,60	0,40	116,2	193,4	155	1,4	0,90
4	2 / 40—50	Глина (ОПХ СевНИИГиМ)	1,40	0,47	117,5	180,2	149	3,0	2,20
5	4 / 5—15	Легкий суглинок (ОПХ СевНИИГиМ)	1,53	0,42	92,1	115,8	104	0,4	0,40
6	4 / 65—75	Средн. суглинок (ОПХ СевНИИГиМ)	1,68	0,37	83,5	173,0	128	0,5	0,36
7	6 / 60—70	Супесь сильнопылеватая (Карельск. ОМП)	1,55	0,42	75,6	60,3	68	1,4	2,20
8	6 / 90—100	То же	1,55	0,42	69,8	75,5	72	0,6	0,88
9	7 / 50—60	Легкий суглинок (с/з им. Тельмана)	1,45	0,45	50,8	62,8	57	0,75	1,50
10	7 / 80—90	Глина (с/з им. Тельмана)	1,57	0,41	131,1	204,1	167	2,7	1,53
11	11 / 35—45	Супесь (с/з Карельский ОМП)	1,45	0,45	42,0	53,7	48	0,8	1,90
12	11 / 65—75	Легкий суглинок (Карельский ОМП)	1,58	0,41	58,8	74,7	66	0,3	0,47
13	12 / 20—30	Средн. суглинок с/х. «Лодейнопольский»	1,78	—	—	—	—	—	—
14	12 / 90—100	То же	1,42		—	—	—	—	—
							Средн.	1,10	

получаемой из (III.3.6), если вместо h ввести гидравлический радиус $R=\frac{n}{S}$, где n — пористость, S — удельная поверхность.

В формулу (III.3.6а) введен коэффициент извилистости, принимаемый в расчет [101]: $\alpha=2{,}5$ для суглинка и супеси, $\alpha=2{,}3$ — для глины.

Подчеркнем, что I_0 здесь не действительный начальный градиент напора в том смысле, что при $I\leqslant I_0$, $V=0$, а параметр, совпадающий с a в уравнениях (III.3.25) и (III.3.26), т. е. $I_0=\frac{3}{4}a$.

Из сравнения табл. III.1 и III.4 легко заметить, что численные значения τ_0, определяемые из опытов по фильтрации в пористых средах, более чем на порядок ниже значений τ_0, найденных из опытов с единичными цилиндрическими капиллярами. Возможное объяснение такого несовпадения будет дано в § 4 главы IV.

§ 4. ПРИРОДА СДВИГОВОЙ ПРОЧНОСТИ ЖИДКОСТЕЙ

Чистые жидкости

Для проверки высказанного здесь предположения об ответственности за наблюдаемые аномалии межмолекулярных водородных связей при течении чистых жидкостей через капилляры были исследованы [35] соединения, как образующие Н-связи, так и не образующие Н-связей. Классификация исследованных жидкостей по типу Н-связей приведена в табл. III.5.

Таблица III. 5

Классификация соединений по типу Н-связей [154]

Класс соединений	Молекула содержит		Примеры
	протоно-донорные группы	электроно-донорные группы	
А	Да	Нет	Хлороформ
Б	Нет	Да	Ацетон
АВ	Да	Да	Вода, спирты
N	Нет	Нет	Четыреххлористый углерод, толуол

В соединениях классов А, В и N Н-связи отсутствуют; в соединениях класса АВ Н-связи существуют. При смешивании жидкостей классов А и В Н-связи образуются; при смешивании жидкостей классов АВ и В происходит разрыв и образование Н-связей.

Влияние растворения на изменения в Н-связи показано в табл. III.6.

По методике, описанной выше (схема фильтрации III.9 *б*), экспериментально определялась скорость течения жидкости V через капилляр. На рис. III.14 различными обозначениями нанесены экспериментальные значения $K(I)$, где K — коэффициент фильтрации, определяемый отношением $K=V/I$.

Таблица III. 6

Влияние растворения на изменения в Н-связи [154]

Класс смешиваемых соединений	Изменения в Н-связи при растворении	Примеры
A + B	Только образование	Ацетон+хлороформ
AB + B	Разрыв и образование [1]	Вода+ацетон

[1] Показано [154], что отношение числа Н-связей между ацетоном и водой к числу Н-связей, имеющихся в воде, составляет примерно 0,20—0,30.

По экспериментальным значениям K при низких градиентах напора I из уравнения Букингема—Рейнера вычислялась величина начального градиента напора I_0.

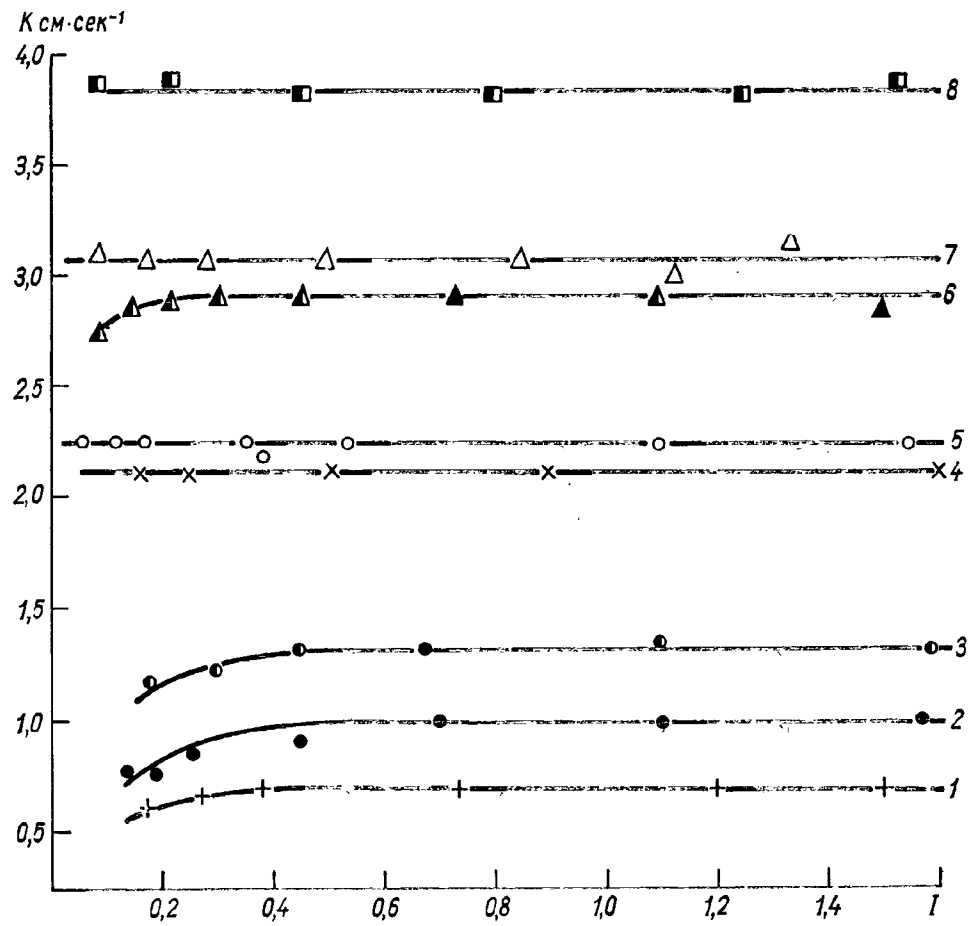


Рис. III.14. Влияние Н-связей на характер течения жидкостей в капиллярах.

1 — ацетон+вода; *2* — спирт этиловый; *3* — вода; *4* — толуол; *5* — четыреххлористый углерод; *6* — ацетон+хлороформ; *7* — хлороформ; *8* — ацетон.

Экспериментальные значения I_0 и τ_0, найденные[1] из (III.3.27) по опытным данным, представленным на рис. III.14, показаны в табл. III.8.

Таблица III. 7

Значения вязкости и плотности смесей

Смесь	$T°$ С	Вязкость (сантипуазы)	Плотность, г/см³
Ацетон+вода (50%+	10	2,000	0,950
+50% по объему)	20	1,620	0,948
Хлороформ+ацетон	10	0,675	1,209
(50%+50% по объему)	20	0,623	1,195

Таблица III. 8

Значения I_0 и τ_0 для различных классов соединений
Марка стекла — кварц

Класс соединенй	Радиус капилляра, микрон	Температура $T°$ С	I_0	τ_0 дин/см²
Ацетон	110,5	21,5	0	0
Хлороформ	110,5	22,0	0	0
Ацетон+вода (50%+ +50% по объему)	110,5	20,4	$3 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$
Хлороформ+ацетон (50%+50% по объему)	110,5	20,8	$3,3 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-2}$
Четыреххлористый углерод	105,0	20,0	0	0
Толуол	105,0	20,5	0	0
Спирт этиловый	109,25	20,0	$2,6 \cdot 10^{-2}$	$11,0 \cdot 10^{-2}$
Вода	105,0	20,0	$1 \cdot 10^{-2}$	$5,2 \cdot 10^{-2}$

Полученные результаты подтверждают предположение о том, что межмолекулярные водородные связи ответственны за неньютоновское поведение чистых жидкостей и их смесей при течении через капилляры; течение таких соединений может быть описано уравнением Букингема—Рейнера. Неассоциированные жидкости и смеси (классы A, B, N, B+B, A+A, N+N, A+N, B+N), у которых H-связи отсутствуют, подчиняются закону жидкостного трения Ньютона; течение таких соединений через капилляры описывается уравнением Гагена—Пуазейля.

[1] Плотность смесей ацетон+хлороформ и вода+ацетон определялась денсиметром (ГОСТ 1300—57) с точностью ±0,001 г/см³; вязкость смесей определялась на вискозиметре Оствальда, калиброванном водой, с точностью ±0,004 сантипуаза. Найденные значения вязкости и плотности смесей представлены в табл. III.7.

В связи с этими фактами было определено значение теплоты связи G, обусловливающее комплексообразование и вследствие этого изменение реологических свойств жидкостей; найденная величина сопоставлена с энергией водородной связи.

Допустим, что при небольших изменениях температуры энергия связи остается постоянной и что закон действующих масс применим к нашим системам. Тогда, интегрируя уравнение изохоры реакции при постоянном объеме V

$$\left(\frac{\partial \ln N}{\partial T}\right)_V = \frac{G}{RT^2}, \qquad \text{(III.4.1)}$$

получим для G выражение

$$G = 4{,}57 \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \lg \frac{N_2}{N_1}, \qquad \text{(III.4.2)}$$

где

$$\frac{N_2}{N_1} = \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^2 \left(\frac{1-\alpha_1}{1-\alpha_2}\right) = \left(\frac{1-\gamma_2}{1-\gamma_1}\right)^2 \frac{\gamma_1}{\gamma_2}. \qquad \text{(III.4.3)}$$

Здесь N — константа равновесия; α и γ — соответственно степень диссоциации и степень ассоциации; T — абсолютная температура; R — газовая постоянная.

Индексы 1 и 2 здесь и в дальнейшем относятся к значениям соответствующих величин при температурах T_1 и T_2.

Пусть температурная зависимость константы равновесия определяется как

$$N = f_1(T), \qquad \text{(III.4.4)}$$

а предельного напряжения сдвига как

$$\tau_0 = f_2(T). \qquad \text{(III.4.5)}$$

Комбинируя (III.4.4) и (III.4.5), найдем

$$N = F(\tau_0) \qquad \text{(III.4.6)}$$

и вместо (III.4.2) можем записать:

$$G = 4{,}57 \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \lg \frac{F(\tau_0)_2}{F(\tau_0)_1}. \qquad \text{(III.4.7)}$$

Следовательно, для определения теплоты реакции G необходимо знать $F(\tau_0)$ при двух разных температурах.

Сделаем допущение, справедливость которого будет обсуждена в дальнейшем, о возможности аппроксимации зависимости $N(T)$ для небольших интервалов температур уравнением прямой $N = BT$. Как показывают опыты (см. рис. III.13), зависимость $\tau_0(T)$ для H_2O и C_2H_5OH удовлетворительно описывается уравнением $\tau_0 = C - DT$, где B, C, D — численные коэффициенты, постоянные для данного интервала температуры. С учетом принятых допущений вместо

(III.4.7) получим

$$G = 4{,}57 \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \lg \frac{(\tau_0 - C)_2}{(\tau_0 - C)_1}. \qquad \text{(III.4.8)}$$

Из сравнения (III.4.2) и (III.4.8) следует, например, что

$$\left(\frac{1 - \gamma_2}{1 - \gamma_1} \right)^2 \frac{\gamma_1}{\gamma_2} : \frac{(\tau_0 - C)_2}{(\tau_0 - C)_1} = 1. \qquad \text{(III.4.9)}$$

Используя зависимость γ для воды, заимствованную из работы [213], и экспериментальную зависимость $\tau_0(T)$ для H_2O (рис. III.13), в соответствии с (III.4.9) (для интервалов температур 20—30, 30—40 и 40—50° С) получим среднее значение 1,04. Этот результат, по-видимому, оправдывает аппроксимацию $N(T)$ линейной функцией в принятых интервалах температур и указывает на отчетливую связь предельного напряжения сдвига со степенью ассоциации воды.

По уравнению (III.4.8) на основании опытных данных, представленных на рис. III.13, была вычислена средняя теплота связи $\overline{G}$, которая оказалась равной:

$$\overline{G} = 6{,}50 \text{ для } H_2O \text{ и } \overline{G} = 5{,}80 \text{ для } C_2H_5OH.$$

Полученные величины теплоты связи, по-видимому, могут быть интерпретированы как результат разрыва двух водородных связей, имеющих энергию по 3,25 ккал/моль в случае H_2O, и одной водородной связи с энергией 5,80 ккал/моль в случае C_2H_5OH.

Найденные значения незначительно отличаются от величин энергии водородной связи, полученных другими методами [55, 154].

На основе межмолекулярной водородной связи, обусловливающей высокую степень ближнего порядка, могут быть объяснены многие свойства жидкостей.

Например, установлено [154], что необычно большая величина диэлектрической постоянной ε и ее температурные изменения связаны с изменением относительного содержания трех типов структур в воде, образуемых водородными связями. Влияние водородной связи проявляется также в повышении вязкости η у спиртов, кислот, воды и др. Некоторые авторы [154] использовали также температурную зависимость поверхностного натяжения σ для исследования водородных связей.

Если принять все допущения, сделанные выше, то можно получить уравнения, аналогичные (III.4.8):

$$G = 4{,}57 \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \lg \frac{(\varepsilon - C_\varepsilon)_2}{(\varepsilon - C_\varepsilon)_1}, \qquad \text{(III.4.10)}$$

$$G = 4{,}57 \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \lg \frac{(\eta - C_\eta)_2}{(\eta - C_\eta)_1}, \qquad \text{(III.4.11)}$$

$$G = 4{,}57 \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \lg \frac{(\sigma - C_\sigma)_2}{(\sigma - C_\sigma)_1}. \qquad \text{(III.4.12)}$$

Сравнение уравнений (III.4.8), (III.4.10)—(III.4.12) приводит к соотношению

$$\frac{(\tau_0 - C)_2}{(\tau_0 - C)_1} : \frac{(\varepsilon - C_\varepsilon)_2}{(\varepsilon - C_\varepsilon)_1} = \frac{(\tau_0 - C)_2}{(\tau_0 - C)_1} : \frac{(\eta - C_\eta)_2}{(\eta - C_\eta)_1} =$$

$$= \frac{(\tau_0 - C)_2}{(\tau_0 - C)_1} : \frac{(\sigma - C_\sigma)_2}{(\sigma - C_\sigma)_1} = 1 \qquad \text{(III.4.13)}$$

Таким образом, если полученная в наших опытах зависимость $\tau_0(T)$ приводит к соблюдению соотношения (III.4.13), где использованы табличные значения температурной зависимости $\varepsilon(T)$, $\eta(T)$, $\sigma(T)$, объясняемой влиянием водородных связей, то это может явиться дополнительным подтверждением того факта, что и температурная зависимость $\tau_0(T)$ может быть также объяснена влиянием водородных связей.

Результаты расчетов или близки, или совпадают с единицей (табл. III.9) для интервалов температуры 20—30, 30—40, 40—50° С, что, по-видимому, является, во-первых, подтверждением того, что в выполненных исследованиях мы имеем дело с проявлением водородных связей, и, во-вторых, что методы расчета энергии связи, связанные с изменением $\varepsilon(T)$, $\eta(T)$ и $\sigma(T)$ дают одинаковые результаты с данными, полученными фильтрационным методом.

Таблица III. 9

Расчет по формуле (III.4.13)

Жидкости	ΔT	$\frac{(\tau_0 - C)_2}{(\tau_0 - C)_1} : \frac{(\varepsilon - C\varepsilon)_2}{(\varepsilon - C\varepsilon)_1}$	$\frac{(\tau_0 - C)_2}{(\tau_0 - C)_1} : \frac{(\eta - C\eta)_2}{(\eta - C\eta)_1}$	$\frac{(\tau_0 - C)_2}{(\tau_0 - C)_1} : \frac{(\sigma - C\sigma)_2}{(\sigma - C\sigma)_1}$
H_2O	20—30	0,92	0,82	1,00
	30—40	1,08	1,00	1,00
	40—50	0,99	1,03	0,96
	Средн.	1,00	0,95	1,00
C_2H_5OH	25—30	1,02	1,04	1,00
	30—40	1,00	0,96	0,96
	Средн.	1,01	1,00	0,98

Коллоидные растворы и суспензии

Наличие жесткого дипольного момента обнаружено у коллоидных частиц и гуминовых золях. М. П. Воларович и А. М. Гуткин [54] предположили, что взаимодействие между такими частицами может привести к упорядоченному их расположению.

Приведем расчет предельного напряжения сдвига такой системы, выполненный в работе [54].

При течении системы потенциальная энергия взаимодействия частиц будет изменяться вследствие взаимного сдвига плоскостей.

Через некоторое время значение потенциальной энергии достигает максимума. При этом для преодоления сил взаимного притяжения частиц, вызванного наличием дипольного момента, будет совершена удельная работа, приближенно равная

$$A=\frac{nP^2}{a^3}, \qquad \text{(III.4.14)}$$

где n — число частиц в единице объема; P — дипольный момент частиц; a — расстояние между центрами частиц.

Принимается, что эта потенциальная энергия частиц будет переходить в тепло (в энергию теплового движения молекул дисперсионной среды и молекул, из которых состоят частицы) по мере того, как расположение частиц будет снова приближаться к первоначальному. Таким образом, сдвиг системы на угол $\pi/4$ приводит к тому, что в каждой единице объема энергия nP^2/a^3 перейдет в тепло.

Удельная механическая мощность N, превращенная в тепло в процессе течения системы, выражается через касательное напряжение τ следующим образом:

$$N=\tau\frac{dV_t}{dy}=\tau\frac{d\gamma}{dt}. \qquad \text{(III.4.15)}$$

Приравнивая величину A, полученную ранее, величине $N\Delta t$, приходим к равенству

$$\frac{nP^2}{a^3}=N\Delta t=\tau\Delta\gamma. \qquad \text{(III.4.16)}$$

Так как $\Delta\gamma=\pi/4$, то из (III.4.16) получается

$$\tau=\frac{4nP^2}{\pi a^3}. \qquad \text{(III.4.17)}$$

Если учесть, что $n=\frac{1}{a^3}$, то формула (III.4.17) переходит в

$$\tau=\frac{4}{\pi}n^2P^2. \qquad \text{(III.4.18)}$$

Вследствие того что при выводе (III.4.18) не рассматривалось взаимодействие между молекулами дисперсионной среды (удельная мощность, затрачиваемая на работу против этих сил, пропорциональна квадрату скорости), значение касательного напряжения получилось не зависящим от скорости течения. Касательное напряжение τ, выражаемое (III.4.18), можно поэтому считать динамическим предельным напряжением τ_0.

Исходя из данных, полученных Н. А. Толстым, дана оценка величины τ_0. Для частиц радиусом $r=0{,}5$ мкм, дипольный момент равен $6\cdot10^{-11}$ СГСЭ. В расчете принято, что частицы находятся в дисперсионной среде с объемной концентрацией $C=10\%$. Так как

$C = {}^4/_3 n\pi r^3$, то получается

$$\tau_0 = \frac{9P^2C^2}{4\pi^3 r^6} \approx \frac{9(6\cdot 10^{-11})^2(0{,}1)^2}{4\pi^3(0{,}5\cdot 10^{-4})^6} = 160 \text{ дин/см}^2.$$

Величины τ_0 такого порядка характерны для ряда дисперсных систем. Приведенная оценка показывает, что взаимодействие электрических дипольных моментов может объяснить наблюдаемые на опыте значения предельного напряжения сдвига суспензий с частицами, обладающими жестким дипольным моментом. Опыты с суспензией частиц слюды в вазелиновом масле могут служить качественным подтверждением приведенных выше соображений.

Из этих опытов вытекает, что в согласии с формулой (III.4.18) динамическое предельное напряжение сдвига с достаточным приближением пропорционально квадрату концентрации дисперсной фазы.

В табл. III.10 приведены реологические свойства гуминовых золей в зависимости от концентрации сухого вещества [195].

Таблица III. 10

Реологические свойства гуминовых золей в зависимости от концентрации сухого вещества [195]

Раствор	Концентрация сухого вещества C %	Предельное напряжение сдвига τ_0 н/м²	Вязкость неразрушенной структуры η_0 нсек/м²	Пластическая вязкость η нсек/м²
1	0,90	0,180	$2{,}34\cdot 10^{-3}$	$2{,}14\cdot 10^{-3}$
2	0,804	0,225	$2{,}43\cdot 10^{-3}$	$2{,}06\cdot 10^{-3}$
3	1,09	0,360	$3{,}65\cdot 10^{-3}$	$2{,}53\cdot 10^{-3}$

Наличие некоторой величины шведовской сдвиговой прочности в фильтрующейся жидкости может быть связано с образованием решетки коллоидных частиц, не обладающих жестким дипольным моментом, которые фиксируются на сравнительно далеких расстояниях за счет поверхностных сил [98].

Таблица III. 11

Влияние концентрации глины на предельное напряжение сдвига и вязкость суспензий [119]

Раствор	Концентрация глины, %	τ_0 дин/см²	η пуаз
1	44,4	250	0,16
2	44,5	1200	0,20
3	48,0	1250	0,23
4	49,5	2000	0,31

Согласно Нортону, Джонсону и Лоуренсу [119], предельное напряжение сдвига некоторых каолинитовых суспензий пропорционально третьей степени концентрации глины

$$\tau_0 = bC^3, \qquad \text{(III.4.19)}$$

где константа пропорциональности сильно увеличивается с уменьшением размера частиц.

В табл. III.11 показано влияние концентрации глины на предельное напряжение сдвига и вязкость суспензий [119].

§ 5. РЕОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГРАНИЧНОЙ ФАЗЫ

Как видно из рис. III.5, в области высоких градиентов давления (при которых только и может прийти в движение сольватный слой) особенности «подплавленного» слоя жидкости не оказывают никакого влияния на характер течения при всех значениях d. В связи с этим при рассмотрении одновременного течения слоев сольватный — «подплавленный» — объемный особенности промежуточного

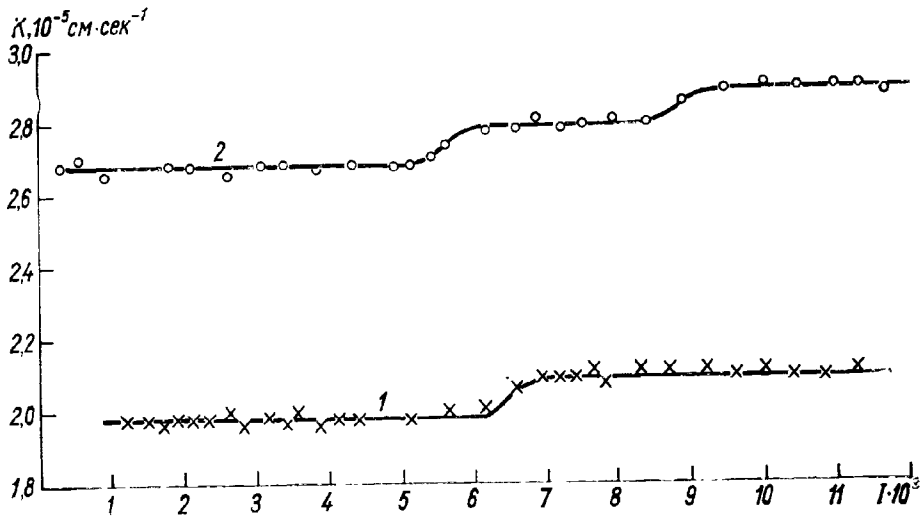


Рис. III.15. Зависимость коэффициента фильтрации от градиента напора для керамической диафрагмы. *1* — 10° С; *2* — 20° С.

слоя могут не учитываться. Если для объемной жидкости, как и ранее, значения вязкости и предельного напряжения сдвига обозначить через η_1, τ_{01}, а для сольватного слоя соответственно через η_2 и τ_{02}, то уравнение (III.2.31) будет описывать случай, когда наряду с объемной жидкостью в движение пришел и сольватный слой.

Возможным способом оценки величины τ_{02} является исследование коэффициента напорной фильтрации при высоких градиентах напора. Опыты проводились с керамическими фильтрами, диаметр которых 3 см, толщина 0,5 см. Схема фильтрационного прибора показана на рис. III.9 *а* (в приборе вместо капилляра *2* помещен керамический фильтр, запаянный в стеклянный цилиндр). Экспериментально полученные значения коэффициента фильтрации воды в интервале градиентов напора от 600 до 12 000 при температурах 10 и 20° С показаны на рис. III.15. Для расчетов принята модель, составленная из цилиндрических капилляров одинакового размера с постоянным по длине сечением. Тогда из экспериментально найденных значений коэффициента фильтрации при достаточно высоких

градиентах напора радиус капилляра модели можно найти из выражения

$$K=\frac{r^2\rho g}{8\eta},$$

откуда

$$r=\sqrt{\frac{K\cdot 8\eta}{\rho g}}.$$

Используя табличные значения для ρ, g и η при температурах 10 и 20° С, найдем:

$$r_{10}=4{,}60\cdot 10^{-5}\text{ см},$$

$$r_{20}=4{,}68\cdot 10^{-5}\text{ см},$$

$$r_{ср}=(4{,}64\pm 0{,}04)\cdot 10^{-5}\text{ см}.$$

Величина предельного напряжения сдвига найдется из выражений:

$$\tau_{02}^{(10)}=\frac{(r\rho g I^*)_{20}}{2}=138\ (\text{дин/см}^2),$$

$$\tau_{02}^{(20)}=\frac{(r\rho g I^*)_{20}}{2}=121\ (\text{дин/см}^2),$$

$$\tau_{02}^{(ср)}=130\pm 8{,}0\ (\text{дин/см}^2).$$

Оценим толщину граничной фазы по увеличению расхода при вовлечении неподвижных ранее слоев.

Если в первом приближении принять, что значения вязкости объемной жидкости и граничной фазы равны, то $Q/Q_1=r_{гр}^4/r^4$, где Q_1 — расход объемной жидкости, Q — расход жидкости с подвижными граничными слоями, r — радиус капилляра, отсчитываемый от оси капилляра до неподвижной граничной фазы, $r_{гр}=r+\delta$, где δ — толщина граничной фазы.

Тогда:

$$(Q/Q_1)_{10}=1{,}06$$

и

$$(r_{гр})_{10}=r_{10}\sqrt[4]{1{,}06}=4{,}60\cdot 10^{-5}\cdot 1{,}015=4{,}66\cdot 10^{-5},$$

откуда

$$\delta_{10} = 4{,}66 \cdot 10^{-5} - 4{,}60 \cdot 10^{-5} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ см} = 60 \text{ Å},$$

т. е. $\delta_{10} \approx 20$ молекулярных слоев,

$$\left(\frac{Q}{Q_1}\right)_{20} = \frac{2{,}80 \cdot 10^{-5}}{2{,}68 \cdot 10^{-5}} = 1{,}082$$

и

$$(r_{гр})_{20} = r_{20} \sqrt[4]{1{,}082} = 4{,}68 \cdot 10^{-5} \cdot 1{,}02 = 4{,}775 \cdot 10^{-5} \text{ см},$$

откуда

$$\delta_{20} = 4{,}775 \cdot 10^{-5} - 4{,}68 \cdot 10^{-5} = 9{,}5 \cdot 10^{-7} \text{ см} = 95 \text{ Å},$$

т. е. $\delta_{20} \approx$ 31 молекулярный слой.

Средняя толщина граничной фазы составляет примерно 25 молекулярных слоев.

Второй скачок в величине коэффициента фильтрации при $I = 8500$ и температуре 20° С можно было бы объяснить вовлечением в движение граничных слоев в порах другого по порядку размера. Тогда такой скачок должен был бы проявиться и при температуре 10° С.

Возможным объяснением отсутствия второго скачка при температуре 10° С в наших опытах является то обстоятельство, что он лежит в области более высоких чем 11 000 градиентов напора.

Значение $\tau_{02} \approx 10^2$ дин/см^2 совпадает по порядку величины с оценкой, полученной в главе VII, и имеет тот же порядок, что и значение τ_{02} для гексилового спирта, найденное другими методами [186].

По опытам, представленным в работе [15], приближенно оценить величину τ_{02} можно на основе условия (III.2.28). Инверсия, т. е. изменение знака механокалорического эффекта с увеличением гидравлического напора z до значения 800—900 см вод. ст. в цитированной выше работе объясняется вовлечением в общий поток сольватных слоев с пониженной энтальпией. Опыт проводился в шотовском фильтре № 4 ($l = 0{,}2$ см).

Перепишем (III.2.28) в виде

$$\tau_{02} = \frac{\rho g z x_{02}}{l}.$$

Если для x_{02} принять значение $\approx 0{,}2 \cdot 10^{-4}$ см, то

$$\tau_{02} \simeq 30 \text{ дин/см}^2,$$

т. е. порядок величины совпадает со значениями τ_{02}, найденными выше.

§ 6. РЕОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТАЛОЙ ВОДЫ

В работе [147] приведены результаты влияния замораживания и оттаивания на реологические свойства воды. Исследования проводились на вискозиметре Геплера; замедление падения шарика в талой воде по сравнению с дистиллированной относилось за счет повышения вязкости термодинамически неравновесной воды.

Важно (для наших дальнейших рассуждений) отметить, что эффект повышения вязкости воды в цитируемых исследованиях зависел от диаметра капилляра. Так, при диаметре капилляра капиллярного вискозиметра 1,52 мм эффект повышения вязкости талой воды не проявлялся. Эффект отчетливо проявлялся при измерениях вязкости талой воды на вискозиметре Геплера с зазором 0,8 мм и менее между шариком радиуса r и стенкой трубки радиуса R, причем при зазоре 0,2 мм шарик временами заклинивался в трубке.

Различие свойств талой и обычной воды при одной и той же температуре отмечается и другими исследователями. В связи с этим автором проведены фильтрационные исследования талой и дистиллированной воды [42].

Талая вода приготавливалась из предварительно замороженной дистиллированной воды (процесс замораживания длился 16—18 часов; дистиллированная вода помещалась в холодильник через 1—1,5 часа после ее сбора из дистиллятора в кварцевый сосуд). Процесс оттаивания продолжался не более 4 часов. За это время талая вода приобретала температуру $26 \pm 0{,}1^\circ$ С. При этой температуре талая и контрольная (дистиллированная) вода фильтровались через шоттовский фильтр № 4. Полученные значения коэффициентов фильтрации[1] при градиенте напора $I = 2{,}4$ составляют для дистиллированной воды $K_д = (1{,}08 \pm 0{,}01) \cdot 10^{-5}$ см · сек$^{-1}$, а для талой воды $K_т = (1{,}00 \pm 0{,}01) \cdot 10^{5}$ см · сек$^{-1}$.

Так как при постоянных температуре, пористости и градиенте напора величина потока зависит от вязкости и предельного напряжения сдвига τ_0 фильтрующейся жидкости, то следовало независимым путем определить одну из этих величин.

Измерения, выполненные на вискозиметре Оствальда (диаметр капилляра изменялся от 0,8 до 0,5 мм) при различных температурах (в том числе температуре 26° С), показали, что вязкость обеих жидкостей одинакова в пределах точности измерений на вискозиметре этого типа.

Следовательно, уменьшение фильтрационного потока талой воды в условиях наших опытов объясняется тем, что величина предельного напряжения сдвига талой воды $\tau_{0т}$ выше по сравнению с этой характеристикой для дистиллированной воды $\tau_{0д}$ (индексы т и д и в дальнейшем относятся соответственно к талой и дистиллированной воде).

---

[1] Методика фильтрационных исследований изложена в § 4, гл. IV. $K_т \to K_д$, если «возраст» талой воды, полученной по нашей методике, превышает двое-трое суток.

Если в (IV.3.8) пренебречь членом в четвертой степени ввиду его малости, то для коэффициентов фильтрации $K_д$ и $K_т$ можно записать:

$$K_д = K_0\left(1 - \frac{4}{3}\cdot\frac{I_{0д}}{I}\right), \qquad \text{(III.6.1)}$$

$$K_т = K_0\left(1 - \frac{4}{3}\cdot\frac{I_{0т}}{I}\right). \qquad \text{(III.6.2)}$$

В (III.6.1) и (III.6.2), кроме известных обозначений, K_0 — коэффициент фильтрации ньютоновой жидкости, $I_{0д}$ и $I_{0т}$ — начальные градиенты напора соответственно для дистиллированной и талой воды.

Сравнивая (III.6.1) и (III.6.2), найдем

$$I_{0т} = \frac{(K_д/K_т - 1)I + {}^4/_3 I_{0д}}{{}^4/_3 \cdot K_д/K_т}. \qquad \text{(III.6.3)}$$

Если шоттовский фильтр № 4 моделировать набором системы цилиндрических капилляров радиуса $r \approx 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ см, то для $I_{0д}$ справедлива зависимость

$$I_{0д} = \frac{2\tau_{0д}}{r\rho g}, \qquad \text{(III.6.4)}$$

где дополнительно обозначено ρ — плотность воды, g — ускорение силы тяжести.

Подставляя в (III.6.4) и (III.6.3) значение $\tau_{0д} = 6 \cdot 10^{-2}$ дин · см$^{-2}$ для 26° С, найденное в гл. III, и остальные известные величины, для $I_{0д}$ и $I_{0т}$ получим: $I_{0д} \approx 0{,}48$; $I_{0т} \approx 0{,}6$ и $\frac{I_{0т}}{I_{0д}} = \frac{\tau_{0т}}{\tau_{0д}} = 1{,}25$.

Полученные результаты, по-видимому, не позволяют сейчас сделать строгий вывод о том, что в термодинамически неравновесной (талой) воде определенное время сохраняется структурная «память», так как изменение фильтрационных свойств талой воды может быть связано и с существованием определенное время в переохлажденной воде микрокристаллов льда [22].

§ 7. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОРОГОВЫХ ГРАДИЕНТОВ ДАВЛЕНИЯ

Температурный метод [36]

Датчиком служил миниатюрный полупроводниковый термометр сопротивления типа МТ-54, на чувствительную часть которого размером примерно 0,6 мм было нанесено подогревавшее его сопротивление. Работа такого датчика основана на изменении величины теплоотдачи подогревателя и в конечном счете температуры термометра от скорости течения жидкости в капилляре. Разделение цепей подогрева и измерительной обеспечивает меньшую инерционность датчика и стабильность его работы. Так как термометром,

измеряющим температуру подогревателя, является термометр сопротивления, то применяется мостовая измерительная схема, показанная на рис. III.16. Микротермистор *R1* с подогревателем *R'1* устанавливается на наружной стенке капилляра. Питание подогревателя *R1'* осуществляется источником питания *E2*. Мощность подогрева поддерживается постоянной и регулируется сопротивлением *R*. Плечи *R2* и *R3* — постоянные сопротивления.

В состоянии теплового равновесия системы датчик — капилляр—жидкость—воздух термистор *R1* имеет некоторое постоянное сопротивление $R_1(T_0)$ и по измерительной диагонали моста, питаемого от источника *E1*, протекает ток *i*, фиксируемый самопишущим электронным потенциометром ЭПП-09. Проходящий ток *i* (выходной сигнал) в функции от сопротивления *R1* представляет приблизительно гиперболу. Течение жидкости нарушает установившееся тепловое равновесие системы, изменяется сопротивление термистора *R1* и, следовательно, изменяется ток в измерительной диагонали моста, что фиксируется потенциометром. Плечо *R4* представляет собой компенсационный термистор, предназначенный для компенсации изменений сопротивления датчика *R1* за счет возможных колебаний температуры окружающей среды.

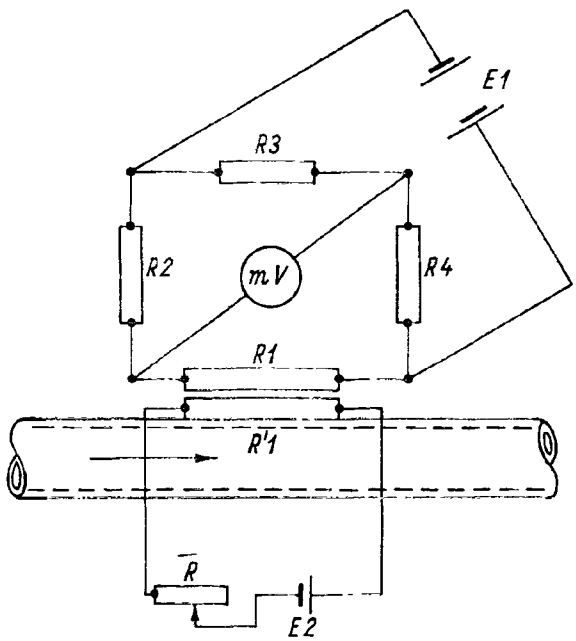


Рис. III.16. Мостовая измерительная схема.

Общая схема экспериментальной установки показана на рис. III.17. Сосуды *1* и *2* из кварцевого стекла соединены капилляром *3*, на котором установлен датчик *4* (совмещенные нагреватель *R'1* и термистор *R1*). Кран *5* служит для выравнивания уровней жидкости в сосудах перед началом каждого измерения. Установка собирается на монтажной площадке *6* и помещается в металлический бак *7* с водяным термостатированием. Бак плотно закрывается крышкой из оргстекла *8* с прокладкой из пенополиуретана *9*.

После выравнивания уровней в сосудах кран *5* перекрывается манипулятором *10*. Перепад давления создается забором исследуемой жидкости из одного из сосудов (*1* или *2*) в микробюретку; *12* — термометр. Выходной сигнал, записываемый на ЭПП-09, достигает установившегося значения в течение нескольких секунд (с уменьшением радиуса капилляра время увеличивается до 15—20 сек.).

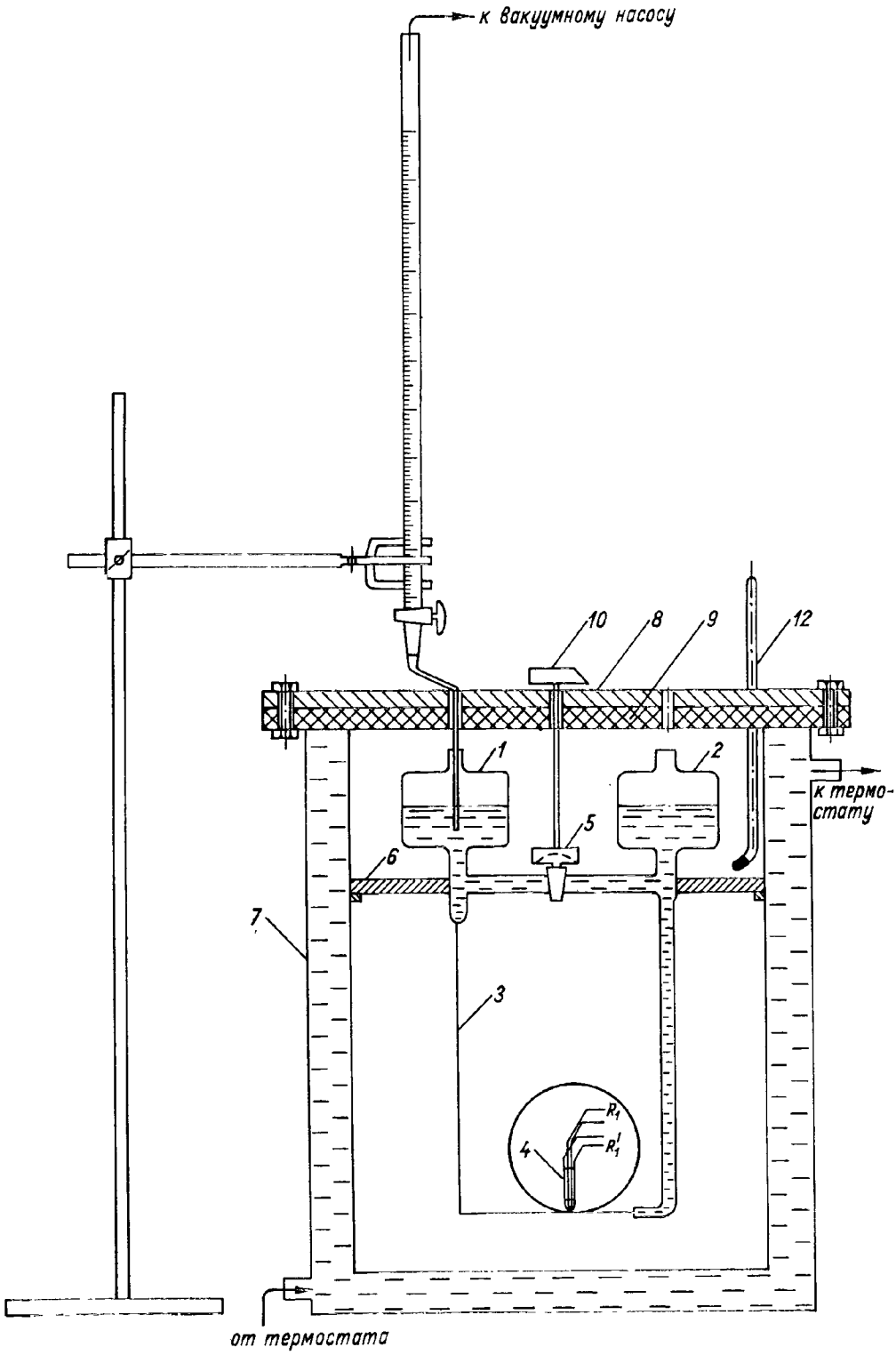


Рис. III.17. Общая схема экспериментальной установки для определения пороговых градиентов давления.

На рис. III.18 показана зависимость выходного сигнала от градиента давления для четыреххлористого углерода и бидистиллята при течении через кварцевый капилляр радиуса $r = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ см, длиной 38,0 см при температуре $T = 15°$ С. Для четыреххлористого углерода мы не обнаружили пороговых значений градиента напора в области исследованных перепадов давления; при той же разрешающей способности измерительной схемы для воды выходной сигнал отличался от нулевого лишь при достижении градиентом давления некоторой величины ΔP_0.

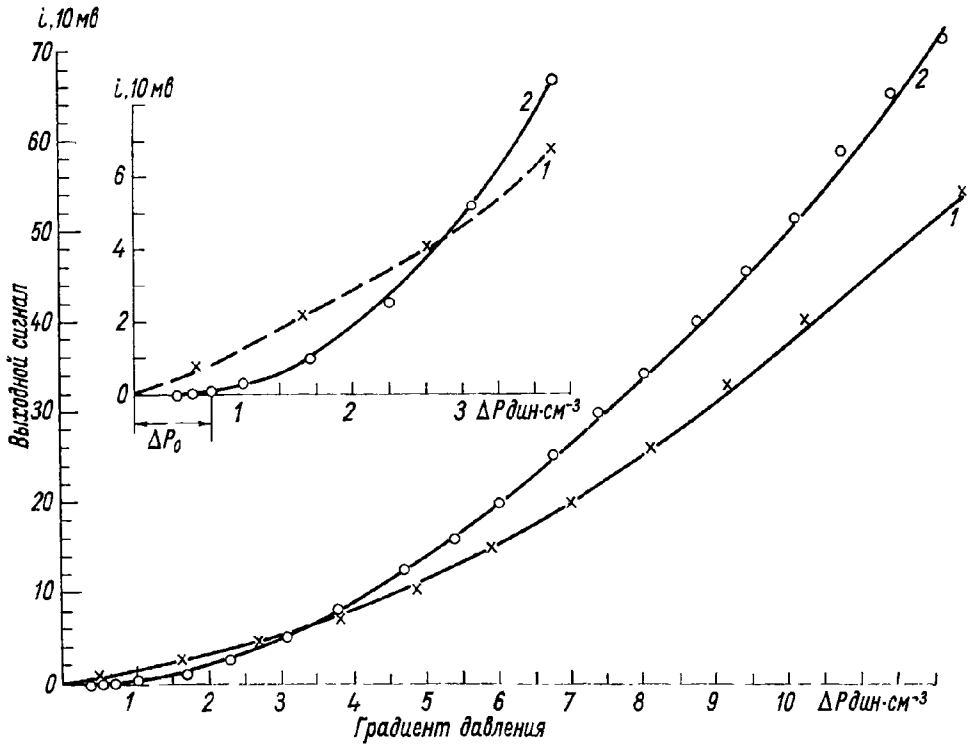


Рис. III.18. Зависимость выходного сигнала от градиента давления при температуре 15° С.

1 — четыреххлористый углерод, *2* — бидистиллят.

В данном примере $\Delta P_0 = 0{,}7$ дин/см^3. Аналогичные результаты получены и для стеклянных капилляров и при изменении радиуса капилляра от 1,25 до $2{,}5 \cdot 10^{-2}$ см. Среднее значение величины предельного напряжения сдвига τ_0, вычисленной из выражения $\tau_0 = \frac{r\Delta P_0}{2}$, составляет примерно $1 \cdot 10^{-3}$ дин/см^2 (при $T = 15°$ С).

На рис. III.19 приведены графики $V(\Delta P)$ для H_2O и CCl_4, построенные по экспериментальным данным $i(\Delta P)$, представленным на рис. III.18, на основе следующих соображений.

Допустим, что течение CCl_4 подчиняется уравнению Гагена—Пуазейля

$$V = \frac{r^2 \Delta P}{8\eta}. \qquad \text{(III.7.1)}$$

С другой стороны, установлено, что функция $i(R_1) \equiv i(\Delta P)$ представляет собой приблизительно гиперболу

$$\frac{i^2}{a_1^2} - \frac{\Delta P^2}{b_1^2} = 1, \qquad \text{(III.7.2)}$$

где a_1 и b_1 — полуоси (b_1 — мнимая).

Подставляя ΔP из (III.7.2) в (III.7.1) (a_1 и b_1 находятся графически), получим значения V, соответствующие величине выходного сигнала i для каждого ΔP.

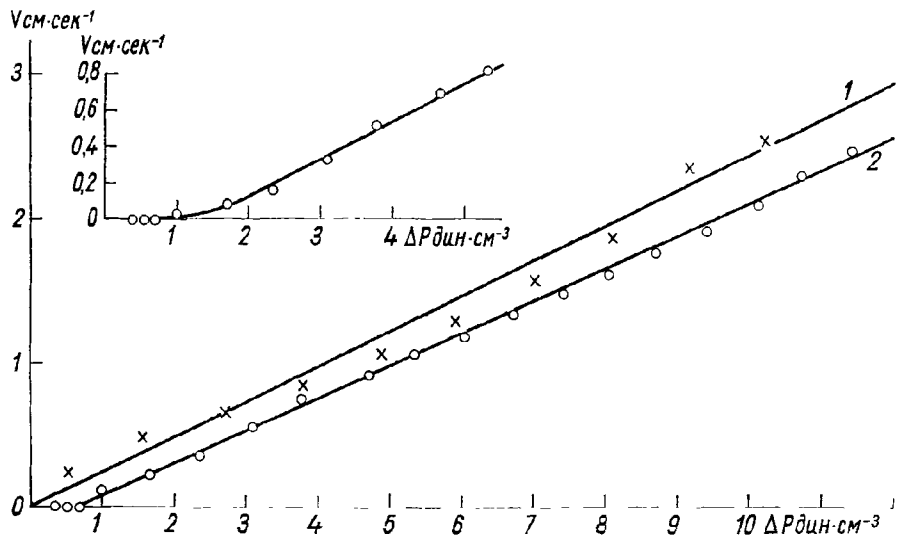


Рис. III.19. Зависимость $V(\Delta P)$, построенная на основе экспериментальной кривой $i(\Delta P)$.

1 — четыреххлористый углерод, *2* — бидистиллят. T=15° С; r=1,5 · 10⁻² см; L=38,0 см.

Для H_2O, вместо (III.7.1) и (III.7.2), приняты следующие зависимости:

$$V = \frac{r^2}{8\eta} \Delta P \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{\Delta P_0}{\Delta P} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta P_0}{\Delta P} \right)^4 \right], \qquad \text{(III.7.3)}$$

$$\frac{i^2}{a_2^2} - \frac{\Delta P^2}{b_2^2} = 1. \qquad \text{(III.7.4)}$$

Решая, как и раньше, (III.7.3) и (III.7.4) совместно, получим значения скорости V, соответствующие i для данного ΔP. На рис. III.19 показан начальный участок этого графика в увеличенном масштабе.

В заключение заметим, что разрешающая способность схемы, по-видимому, не позволяет фиксировать изменения, вызванные потоком с вязкостью η_0 (см. рис. 1.5) при $\Delta P < \Delta P_0$.

Для вязкопластичных систем равновесие столба жидкости в капилляре радиуса R требует, чтобы соблюдалось условие

$$\pi R^2 \rho g H_{1,2} \pm 2\pi R H_{1,2} \tau_0 = 2\pi R \sigma \cos \alpha, \qquad \text{(III.7.5)}$$

откуда

$$H_{1,2} = \frac{2\sigma \cos \alpha}{R\rho g \pm 2\tau_0}. \qquad \text{(III.7.6)}$$

Здесь $H_{1,2}$ — соответственно минимальная и максимальная квазиравновесные высоты, устанавливающиеся при подъеме уровня в капилляре и опускании с высоты, большей равновесной; ρ — плотность жидкости; g — ускорение силы тяжести; σ — поверхностное натяжение; α — угол смачивания.

Если при $t \to t_р$ (здесь t — время) $\tau_0 \to 0$, то система будет стремиться к истинному термодинамическому равновесию, определяемому выражением

$$H_р = \frac{2\sigma \cos \alpha}{R\rho g}. \qquad \text{(III.7.7)}$$

Таким образом, для вязкопластичных систем существует бесконечное множество квазиравновесных высот капиллярного подъема, расположенных между H_1 и H_2, не связанных с гистерезисом угла смачивания, гистерезисом формы и термокапиллярным гистерезисом.

Экспериментальная проверка уравнения (III.7.6) проводилась на приборе, схема которого дана на рис. III.20. В опыте определялась величина

$$\Delta H = H_1 - H_2 = \frac{8\sigma\tau_0}{(R\rho g)^2 - 4\tau_0^2}. \qquad \text{(III.7.8)}$$

Исследуемая жидкость заливалась в пробирку *2*. С помощью груши *3* мениск в капилляре *1* [1] поднимался заведомо выше, чем $H_р$, после чего с помощью окуляр-микрометра наблюдалось изменение H во времени t с точностью $1 \cdot 10^{-3}$ см. Наблюдение заканчивалось, когда кривая $H_с(t)$ выходила на горизонтальный участок (рис. III.20*б*).

Затем мениск в капилляре опускался ниже $H_р$ и наблюдался процесс подъема мениска.

Когда кривая $H_п(t)$ выходила на горизонтальный участок, мениск в капилляре поднимался выше установившейся высоты и затем снова опускался несколько ниже этой высоты. Таким образом,

[1] В использованных капиллярах всегда наблюдалась некоторая конусность. Так как для расходящегося конического капилляра, как и для цилиндрического, получается одна единственная равновесная высота капиллярного подъема [192], то более узкий конец капилляра опускался в исследуемую жидкость.

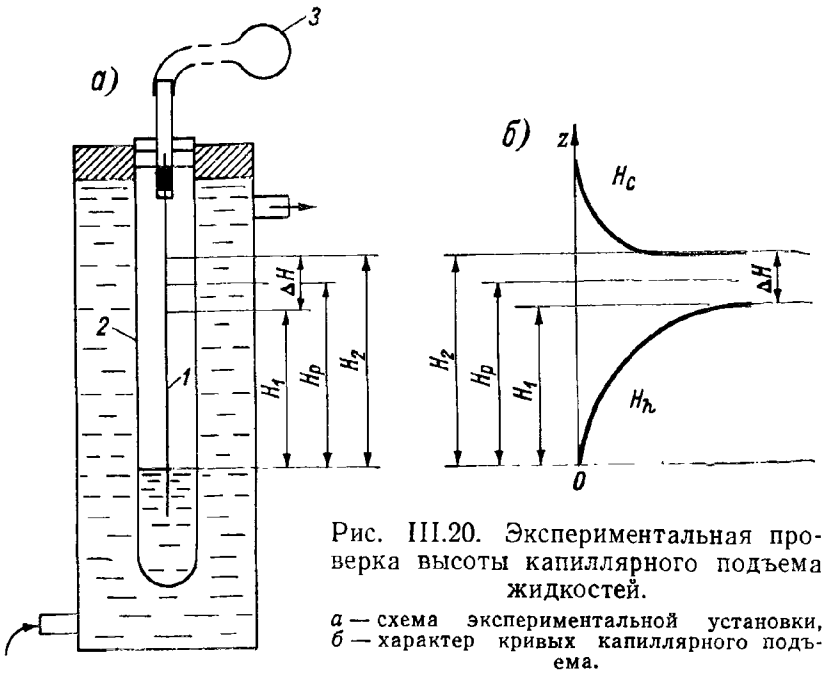


Рис. III.20. Экспериментальная проверка высоты капиллярного подъема жидкостей.

а — схема экспериментальной установки, *б* — характер кривых капиллярного подъема.

Таблица III. 12

Предельное напряжение жидкостей по данным капиллярного гистерезиса

Жидкость	Радиус капилляра, микроны	Температура, °С	ΔH см	τ_0 дин/см^2 [расчет по формуле (III.7.8)]
Четыреххлористый углерод	47	5,0	0	0
		10	0	0
		15	0	0
		20	0	0
Толуол	47	10	0	0
		15	0	0
		20	0	0
Ацетон	47	3,5	0	0
		10	0	0
		20	0	0
	57	10	0	0
	Кварц	21,5	0	0
Хлороформ	47	2,6	0	0
		5,0	0	0
		10	0	0
		15	0	0
		20	0	0
	57	5,0	0	0
	Кварц	10	0	0
		15	0	0
Ацетон+хлороформ (50%+50% по объему)	57	10	$5 \cdot 10^{-2}$	$6{,}25 \cdot 10^{-3}$
	Кварц	20	$4 \cdot 10^{-2}$	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$
Вода	57	11	$12{,}45 \cdot 10^{-2}$	$6{,}85 \cdot 10^{-3}$
	Кварц	20	$7{,}85 \cdot 10^{-2}$	$4{,}4 \cdot 10^{-3}$
Спирт бензиловый	49	10	$6{,}3 \cdot 10^{-2}$	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$
	Кварц	20	$4{,}75 \cdot 10^{-2}$	$3{,}4 \cdot 10^{-3}$

подъем всегда осуществлялся в условиях смоченных стенок капилляра. Опыт повторялся несколько раз; величина ΔH хорошо воспроизводится. Как видно из табл. III.12, для жидкостей без Н-связей (четыреххлористый углерод, толуол, ацетон, хлороформ) величина $\Delta H=0$ и, следовательно [см. формулу (III.7.8)], $\tau_0=0$. Этот результат согласуется с данными, полученными выше. Для жидкостей и их смесей с Н-связями (вода, спирт бензиловый, смесь ацетона и хлороформа) величина ΔH имеет конечное значение.

Интересные опыты по определению высоты капиллярного поднятия некоторых углеводородных жидкостей, их смесей и нефти с различной величиной τ_0 проведены А. Г. Ковалевым и А. Ш. Асадовым [111].

Обсуждение результатов

При анализе течения ассоциированных жидкостей в капиллярах и пористых средах и при решении простейших прикладных задач в настоящей работе мы ограничиваемся приближением, с которым модель Бингама—Шведова описывает действительную реологическую кривую таких жидкостей.

Такая аппроксимация сводится к допущению, что при $\tau<\tau_в$ (где $\tau_в$ — бингамовский предел текучести) течение отсутствует, а при $\tau>\tau_в$ происходит с постоянной пластической вязкостью [165].

Из вышеизложенного следует, что под начальными (предельными) градиентами давления (напора) I_0 здесь понимаются не значения I, при которых течение отсутствует вовсе, а такие значения градиентов давления, при которых потоком жидкости с вязкостью η_0 пренебрегают (см. рис. I.5).

Стремление зафиксировать такие значения начальных градиентов давления, при которых течение отсутствует вовсе, как это предпринято в работе [208], физически не оправдано.

Глава IV.

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

§ 1. ОБЛАСТЬ СПРАВЕДЛИВОСТИ ЗАКОНА ДАРСИ

Если пористую среду моделировать набором одинаковых плоских непересекающихся капилляров, то выражение (III.3.5) можно переписать в виде:

$$\frac{Q^*}{Q_н}=\frac{K}{K_0}=1-\frac{3}{2}\left(\frac{I_0}{I}\right)\left(\frac{h}{H}\right)^3+\frac{1}{2}\left(\frac{I_0}{I}\right)^3\left(\frac{h}{H}\right)^3;\quad I>I_0. \tag{IV.1.1}$$

На рис. IV.1 по оси ординат отложены значения K/K_0, вычисленные для различных значений градиентов напора I из (IV.1.1), а по

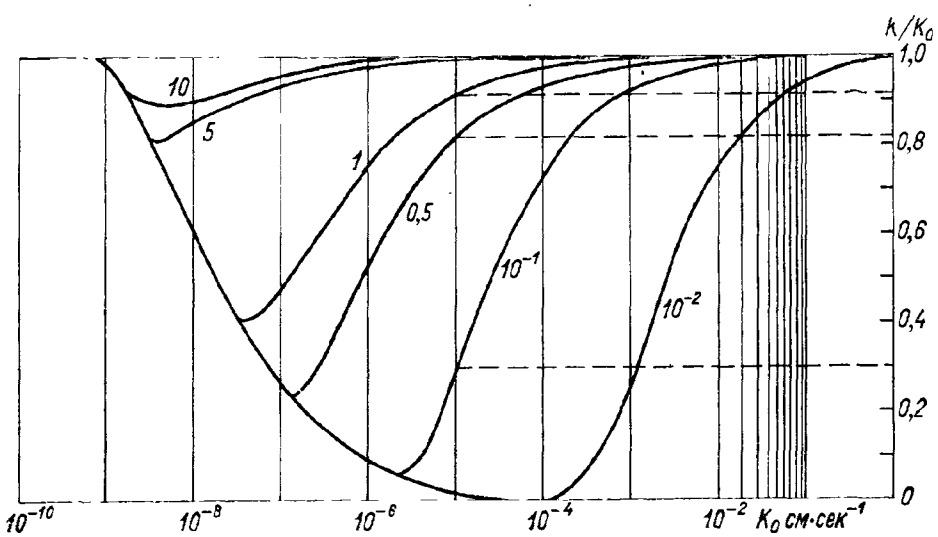


Рис. IV.1. Область справедливости закона Дарси.

оси абсцисс отложены значения K_0, определяемые из выражения

$$K_0=\frac{\rho g H^2}{3\eta}. \tag{IV.1.2}$$

Значения I_0 можно найти из выражения

$$I_0=\frac{\tau_0}{(3\eta\rho g K_0)^{1/2}}, \qquad \text{(IV.1.3)}$$

получающегося из комбинации (III.3.6) и (III.3.8).

При вычислении приняты значения: $\tau_0=10^{-3}$ дин·см$^{-2}$; $\delta=1{,}5\times\times10^{-7}$ см; $\rho g=10^3$; $\eta=10^{-2}$ пуаз.

В области $0<I\leqslant I_0$ скорость ядра с размером $2h$ определяется скоростью на границе с подплавленным слоем. Расход Q в этой области I находится из условия изменения скорости лишь в пределах подплавленного слоя:

$$Q=\frac{2}{3}\cdot\frac{\rho g I}{\eta}H^3-\frac{2}{3}\cdot\frac{\rho g I}{\eta}h^3=\frac{2}{3}\cdot\frac{\rho g I}{\eta}(H^3-h^3);\quad I\leqslant I_0 \qquad \text{(IV.1.4)}$$

и

$$\frac{Q}{Q_н}=\frac{K}{K_0}=1-\left(\frac{h}{H}\right)^3;\quad I\leqslant I_0 \qquad \text{(IV.I.5)}$$

Из (IV.1.5) следует, что в области $0<I\leqslant I_0$ отношение K/K_0 не зависит от градиента напора и все кривые $K/K_0(I)$ объединяются одной огибающей. Из рис. IV.1 видно, что, например, для грунтов с коэффициентом фильтрации 10^{-5} см·сек$^{-1}$ применение закона Дарси вносит следующие ошибки:

$$\Delta K=\frac{K_0-K}{K}\cdot 100\%,$$

при

$$I=10^{-1},\quad \Delta K=230\%;$$
$$I=0{,}5,\quad \Delta K=22\%;$$
$$I=1{,}0,\quad \Delta K=8{,}7\%;$$
$$I\geqslant 5{,}0,\quad \Delta K=0{,}1\%.$$

График дает приближенное представление (с точностью, с которой принятые модели грунта и жидкости моделируют реальный грунт и жидкость) об области применимости закона Дарси.

§ 2. НЕЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ОДНОРОДНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Если пористую среду моделировать системой непересекающихся цилиндрических или плоских капилляров одинакового размера с плотностью m, то для скорости потока вместо (I.3.27) и (III.3.7) можно написать

$$V=K_0 I\left[1-\frac{4}{3}\left(\frac{I_0}{I}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{I_0}{I}\right)^4\right] \qquad \text{(IV.2.1)}$$

или

$$V=K_0 I\left[1-\frac{3}{2}\left(\frac{I_0}{I}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{I_0}{I}\right)^3\right], \qquad \text{(IV.2.2)}$$

где

$$K_0=\frac{mr^2\rho g}{8\eta} \text{ или } K_0=\frac{m\rho g H^2}{3\eta}. \qquad \text{(IV.2.3)}$$

Коэффициент фильтрации K_0 для реальной пористой среды определяется экспериментально при достаточно высоких градиентах напора I, при которых коэффициент фильтрации сохраняет постоянное значение (см. рис. IV.3). Для $I>2I_0$ зависимости (IV.2.1) и (IV.2.2) можно аппроксимировать выражением

$$V=K_0(I-bI_0); \quad I\geqslant 2I_0, \qquad \text{(IV.2.4)}$$

где b равно $^4/_3$ и $^3/_2$ соответственно для модели цилиндрических и плоских капилляров.

Для $\frac{I-I_0}{I_0}\ll 1$ уравнения (IV.2.1) и (IV.2.2) аппроксимируются зависимостью [73]

$$V=K(I-I_0)^2, \qquad \text{(IV.2.5)}$$

где K — параметр кривой.

§ 3. ФИЛЬТРАЦИЯ В ГЕТЕРОПОРИСТОЙ СРЕДЕ. ОБОБЩЕННЫЙ ЗАКОН ДАРСИ

В системе, обладающей определенным распределением пор по размеру, фильтрация воды может начаться лишь при некотором начальном значении градиентов напора $I_0^{\min}=\frac{2\tau_0}{\rho g R_2}$, где R_2 — максимальный размер пор в образце. И лишь при градиентах напора $I>I_0^{\max}$, где $I_0^{\max}=\frac{2\tau_0}{\rho g R}$, а R — минимальный размер пор в образце, фильтрация станет возможной во всем объеме порового пространства [193].

Суммарный расход жидкости через гетеропористое тело, составленное из непересекающихся цилиндрических пор разных размеров, может быть записан в виде:

$$Q=\int_{R_*}^{R_2} q\,\frac{Fn}{\pi R^2}\,\varphi(R)\,dR; \quad \left[\varphi(R)=\frac{dV}{dR}; \quad R_*=\frac{2\tau_0}{I}\right], \qquad \text{(IV.3.1)}$$

где q — расход через единичную пору; F — площадь сечения образца; n — его пористость; $\varphi(R)$ — функция распределения пор по размерам; R — радиус поры, в которой при данных τ_0 и I становится возможным течение жидкости (находится из условия предельного равновесия); R_2 — максимальный размер пор; V — объем

пор. В зависимости от модели для q может быть принята соответствующая зависимость.

Н. В. Чураев рассмотрел течение в гетеропористой среде вязкопластичной жидкости, расход которой q через цилиндрический капилляр определяется уравнением (I.3.25).

Уравнение (IV.3.1) может быть решено, если известна $\varphi(R)$. Чураев использует параболическое (симметричное) распределение объема пор по размерам

$$\varphi(R) = -aR^2 + bR - c.$$

Коэффициенты a, b и c определяются из известных геометрических соотношений и из условия:

$$\int_{R_1}^{R_2} \varphi(R)\, dR = 1, \qquad \text{(IV.3.2)}$$

$$a = \frac{3}{4}\sigma^{-3}, \quad b = 2a\langle R\rangle, \quad c = aR_1R_2,$$

$$\sigma = \langle R\rangle - R_1 = R_2 - \langle R\rangle.$$

Здесь $\langle R\rangle$ — средний размер пор; σ — характеристика ширины распределения.

При $I > I_0^{max}$ решение, полученное для скорости фильтрации $V = Q/F$, имеет вид

$$V = AI - B + \frac{c}{I^3}. \qquad \text{(IV.3.3)}$$

Здесь обозначено:

$$A = \frac{n\langle R\rangle^2}{8\eta}\left(1 + \frac{\sigma^2}{5\langle R\rangle^2}\right),$$

$$B = \frac{n\tau_0\langle R\rangle}{3\eta},$$

$$c = \frac{n\tau_0^4}{\eta\sigma^2}\left(\frac{\langle R\rangle}{\sigma}\ln\frac{\langle R\rangle + \sigma}{\langle R\rangle - \sigma} - 2\right).$$

Если $\langle R\rangle$ и σ выразить в метрах, η — в нсек · м$^{-2}$, τ_0 — в нм$^{-2}$, I — в нм$^{-3}$ и n — в долях единицы, то размерность V [м · сек$^{-1}$].

Уравнение (IV.3.3) отличается от решения для случая пор одинаковых размеров только численными значениями коэффициентов A и c. Для гетеропористого тела

$$A = A_1\left(1 + \frac{1}{5\alpha^2}\right) = A_1L_1; \quad c = 3\alpha^2\left(\frac{\alpha}{2}\ln\frac{\alpha+1}{\alpha-1} - 1\right)c_1 = L_2c_1,$$

где A_1 и c_1 — соответствующие коэффициенты, полученные для системы с одинаковыми размерами пор; $\alpha = \frac{\langle R\rangle}{\sigma}$.

Для ньютоновых жидкостей $\tau_0=0$; $B=0$, $c=0$, вместо (IV.3.3) получим

$$V=AI.$$

Н. В. Чураевым подсчитаны значения поправочных коэффициентов L_1 и L_2, учитывающих влияние гетеропористости на фильтрацию структурированных жидкостей:

α	1,01	1,1	1,5	2,0	3	5
L_1	1,20	1,17	1,09	1,05	1,02	1,01
L_2	5,20	2,40	1,42	1,20	1,1	1,0

Как видно из этих данных, при достаточно узком распределении, когда $\alpha\geqslant 5$ и $\sigma\leqslant\frac{1}{5}\langle R\rangle$, влиянием гетеропористости можно практически пренебречь. Однако при $\alpha\to 1$ уравнение фильтрации $V(I)$ может существенно отличаться от известных решений для тел с одинаковыми размерами пор, особенно в области малых градиентов давления (L_2). Чем шире распределение пор по размерам, тем выше проницаемость образца для структурированных жидкостей (L_1) и больше участок нелинейной фильтрации при прочих равных условиях [$\langle R\rangle$, n, τ_0, η]. Рисунок IV.2 иллюстрирует характер возможных изменений уравнения фильтрации (IV.3.3) в зависимости от величины α; кривые *1*, *2*, *3* отвечают соответственно:

$$\alpha\to\infty,\ I_{01}=I_{02};\ 1<\alpha<\infty,\ \alpha\to 1,\ I_{01}=0,\ I_{02}\to\infty.$$

Анализируя результаты работы [223], Свертцендрубер [232] постулирует справедливость зависимости

$$\frac{dV}{dI}=K_0\left(1-e^{-I/i}\right) \qquad \text{(IV.3.4)}$$

и находит для скорости потока (используя условия $V=0$ для $i=0$) выражение

$$V=K_0[I-i(1-e^{-I/i})]. \qquad \text{(IV.3.5)}$$

Здесь K_0 и i — параметры зависимости $V(I)$.

Кутилек [222] использует дополнительный параметр K' (рис. IV.3) и для скорости потока получает зависимость

$$V=K_0\left[\frac{1}{B}\ln\left(A+e^{BI}\right)-i\right], \qquad \text{(IV.3.6)}$$

где

$$B=\frac{\ln\dfrac{K_0}{K'}}{i};\quad A=\frac{K_0}{K'}-1.$$

Как следует из (IV.2.1), (IV.3.3), (IV.3.5) и (IV.3.6), обобщенный закон Дарси для одномерного случая можно записать в виде

$$V=K(I)I. \qquad \text{(IV.3.7)}$$

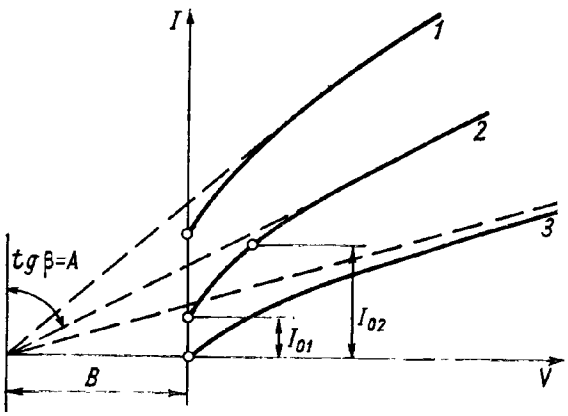


Рис. IV.2. Характер возможных изменений уравнения фильтрации $V(I)$ в зависимости от величины α [193].

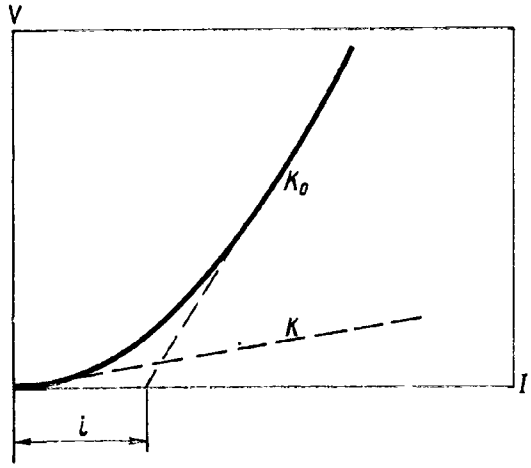


Рис. IV.3. Параметры зависимости $V(I)$.

В такой записи уравнение (IV.3.7) отличается от закона Дарси тем, что вместо постоянного значения коэффициента фильтрации K_0 здесь используется коэффициент $K(I)$, зависящий от градиента напора. Вид зависимости $K(I)$ определяется как геометрией порового пространства, так и реологическими свойствами жидкости. В частности, для систем, описываемых уравнениями (IV.2.1), (IV.2.2) и (IV.3.3), зависимость $K(I)$ имеет вид:

$$K(I)=K_0\left[1-\frac{4}{3}\left(\frac{I_0}{I}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{I_0}{I}\right)^4\right]; \qquad \text{(IV.3.8)}$$

$$K(I)=K_0\left[1-\frac{3}{2}\left(\frac{I_0}{I}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{I_0}{I}\right)^3\right]; \qquad \text{(IV.3.9)}$$

$$K(I)=A-\frac{B}{I}+\frac{C}{I^4}. \qquad \text{(IV.3.10)}$$

На рис. IV.4 представлены характерные диаграммы распределения пор по размеру для почв, представленных в табл. III.4. Как

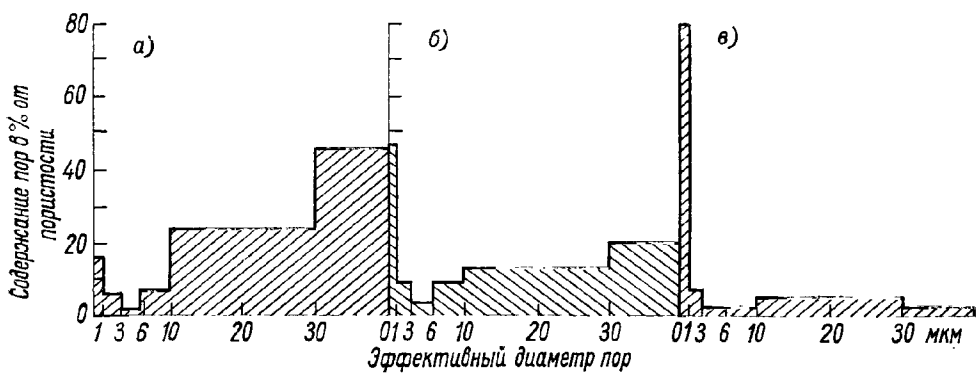


Рис. IV.4. Характерные диаграммы распределения пор по размерам для почв, представленных в табл. III.4.

а — образец 5, *б* — образец 1, *в* — образец 10.

показывает анализ экспериментальных результатов, преобладающей зависимостью $V(I)$ для почв типа IV.4 *а* является практически линейная, подчиняющаяся закону Дарси (рис. IV.5 *а*); для почв

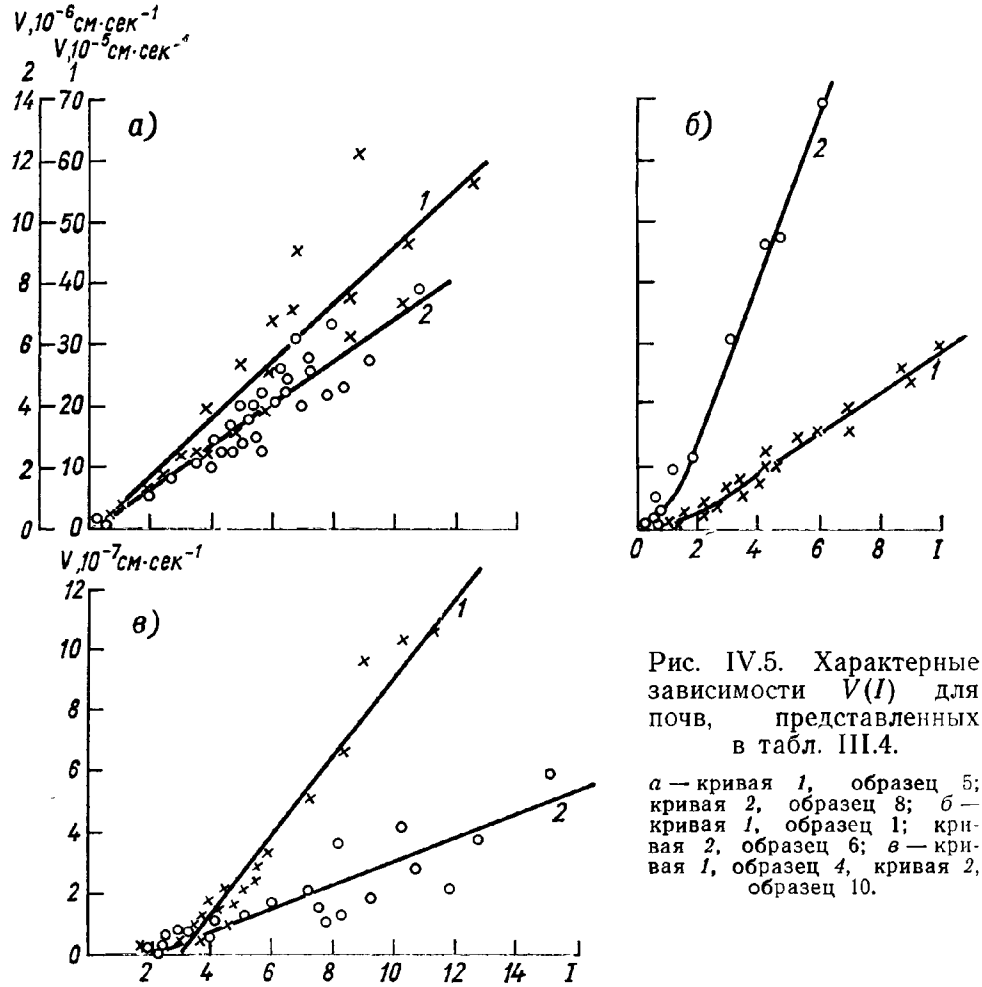


Рис. IV.5. Характерные зависимости $V(I)$ для почв, представленных в табл. III.4.

а — кривая *1*, образец 5; кривая *2*, образец 8; *б* — кривая *1*, образец 1; кривая *2*, образец 6; *в* — кривая *1*, образец *4*, кривая *2*, образец 10.

типа IV.4 *в* характерна зависимость $V(I)$ с четко выраженными начальными градиентами[1] в смысле параметра кривой (рис. IV.5 *в*), нелинейная зависимость $V(I)$, проходящая через начало координат (рис. IV.5 *б*), наиболее вероятна в случае почв типа IV.4 *б*.

§ 4. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ $K(I)$

Влияние продолжительности эксперимента на результаты

Определяемые даже в лабораторных условиях значения коэффициентов фильтрации почв и грунтов редко воспроизводятся. Вместе с тем повышение точности расчета, ставшее возможным в связи с использованием вычислительной техники, требует

[1] Это характерно для фильтрации нефтепродуктов в пористой среде [176].

получения достаточно надежных зависимостей $K(I)$. Экспериментальное определение зависимости $K(I)$, особенно для тяжелых почв и грунтов, требует сравнительно длительного промежутка времени (сутки). В связи с этим возникла необходимость исследовать стабильность фильтрационного потока во времени.

Определение коэффициента фильтрации проводилось [37] на фильтрационно-компрессионных приборах конструкции Ленинградского горного института Ф—1м и фильтрационных приборах конструкции СевНИИГиМ по схеме с падающим напором [150].

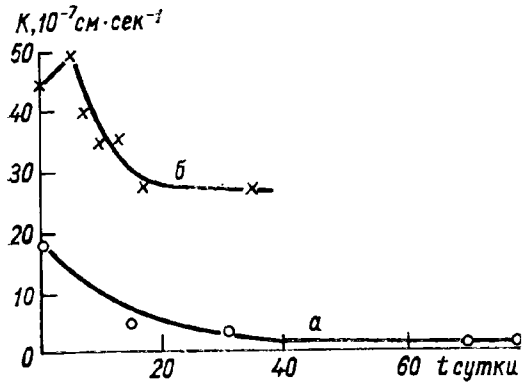


Рис. IV.6. Зависимость коэффициента фильтрации от времени.

а — почва, образец 4, фильтрующая жидкость — дистиллированная вода, $I=3{,}0$, $T=20\pm1°$ С; *б* — почва, образец 6, 0,1%-ный раствор фенола, $I=5{,}0$, $T=20\pm1°$ С.

Коэффициент фильтрации находился из выражения

$$K=2{,}3\frac{\omega L}{At}\lg\frac{h_0}{h_1},$$

где ω — площадь сечения измерительного пьезометра; L — длина образца; A — площадь поперечного сечения образца; t — время; h_0 и h_1 соответственно начальный и конечный гидравлический напор. Для опытов использовались образцы почвы ненарушенной структуры (см. табл. III.4).

Опыты показали, что фильтрационные свойства исследованных образцов нестабильны[1] во времени t. В качестве примера на рис. IV.6 *а* приведена зависимость $K(t)$, полученная для образца 4 при постоянном градиенте напора $I=3{,}0$.

Так как интенсивность ламинарного потока жидкости в пористой среде определяется геометрией порового пространства, занятого жидкостью, ее реологическими свойствами и интенсивностью действующих сил, то ответственными за изменение величины потока во времени могут быть все эти факторы.

Геометрия порового пространства. Изменение геометрии порового пространства в процессе опыта может быть связано со следующими процессами:

а. Уплотнением образца или его части гидродинамическим давлением.

б. Деформацией грунтовой структуры, происходящей под действием фильтрационного потока и приводящей к суффозионному выносу частиц и кольматажу пор образца. Изменение концентрации электролитов способно вызвать коагуляцию коллоидов, что также способствует кольматации порового пространства.

---

[1] В связи с этим фактом важно отметить, что экспериментальные данные, полученные Кингом в конце опыта (рис. В.2), совпадают с результатами, полученными в начале опыта, и, следовательно, на зависимость $V(I)$ не накладывались факторы, связанные с нестабильностью фильтрационного потока во времени.

Многие исследователи [161, 58, 156] отмечают эти факторы в связи с наблюдающимся в опытах уменьшением коэффициента фильтрации во времени.

в. Процессами гетероадагуляции и коагуляции, приводящими к осаждению мелкодисперсных частиц, находящихся в фильтрующейся жидкости, на пористую поверхность и стенки капилляров. Основные положения теории взаимодействия разнородных дисперсных частиц в растворах электролитов были развиты Дерягиным [79]. Было показано, что при противоположных по знаку, либо при одинаковых по знаку, но различных по величине потенциалах поверхности частиц ионноэлектростатические силы могут быть силами притяжения, способствующими коагуляции.

В работе [118] убедительно показано, что уменьшение гидравлической проводимости единичных капилляров при течении суспензий с полярной и неполярной средой, а также технического масла обусловлено сопряженными процессами гетероадагуляции и коагуляции.

Изменение реологических свойств фильтрующейся жидкости. Если в процессе опыта изменяется концентрация коллоидных частиц в фильтрующейся жидкости, то этим самым изменяются и ее реологические свойства (см. табл. III.10).

Для вязкости разбавленных суспензий, представленных жесткими сферическими частицами, с достаточной степенью приближения справедливо уравнение Эйнштейна

$$\eta_c = \eta_0 (1 + 2{,}5\varphi),$$

где η_c и η_0 — соответственно вязкость суспензий и дисперсной среды; φ — часть общего объема, занятого частицами.

Для концентрированных суспензий вместо уравнения Эйнштейна более точно [119]

$$\eta_c = \frac{\eta_0}{(1-\varphi)^2}.$$

Изменение реологических свойств фильтрующейся жидкости может быть связано не только с изменением концентрации коллоидных частиц, но и концентрации микроорганизмов, которые могут быть адсорбированы на поверхности почвенных частиц и находиться в объеме порового раствора [104]. Ряд исследователей связывает уменьшение водопроводности почв со временем именно с деятельностью микроорганизмов [206].

Изменение реологических свойств чистых жидкостей в процессе опыта может быть вызвано изменением концентрации растворенных веществ, которые приводят к «стабилизации» или «разрушению» структуры жидкостей (см. гл. II § 3).

Интенсивность действующих сил. Если со временем по обе стороны образца меняется разность концентрации растворенных веществ C, температуры T или потенциала электрического поля E, то одновременно с напорным потоком может возникнуть поток, связанный с наличием градиентов C, T или/и E. Суммарный поток

может со временем возрастать или уменьшаться в зависимости от направления потока скольжения.

В принципе все рассмотренные факторы могут влиять на изменение водопроницаемости образцов во времени, однако в зависимости от условий опыта лишь некоторые из них являются существенными.

В наших исследованиях создавались специальные условия опыта, позволяющие исключить влияние того или иного фактора на фильтрационный процесс.

Отсутствие кинетических эффектов контролировалось по методике, изложенной ниже. Чтобы оценить влияние деформации поч-

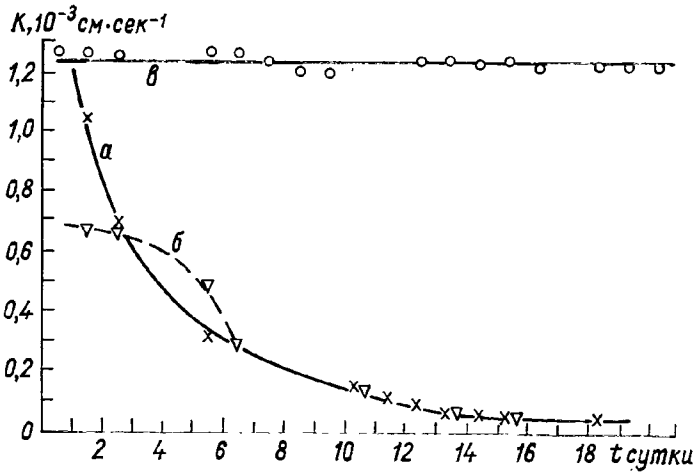


Рис. IV.7. Зависимость коэффициента фильтрации от времени для фильтра Шотта № 4 ($I=13{,}5$; $T=21{,}5°$ С).

а — дистиллированная вода; *б* — 0,1%-ный раствор фенола; *в* — 0,1%-ный раствор фенола при фильтрации по схеме рис. IV.9 (позиции *4* и *5* рис. IV.9 — фильтр Шотта № 4).

венного образца, одновременно проводились опыты с жесткопористыми фильтрами.

На рис. IV.7 (кривая *а*) представлена зависимость коэффициента фильтрации дистиллированной воды от времени для фильтра Шотта № 4, полученная в наших опытах.

Для предотвращения возникновения микроорганизмов в наших опытах в качестве фильтрующейся жидкости использовался 0,1%-ный раствор фенола. Полученные при этом зависимости $K(t)$ для жесткопористого фильтра представлены на кривой *б* (рис. IV.7), а для почвы — на рис. IV.6 *б*.

Как видно из рисунков, затухание фильтрационного потока при этом менее резкое, однако тенденция к затуханию сохраняется.

Ряд исследователей [5, 59, 103] отмечает влияние защемленного и растворенного в жидкости воздуха на затухание фильтрационного потока.

Для устранения влияния растворенного в фильтрующейся жидкости воздуха некоторые опыты по фильтрации проводились в замкнутой фильтрационной установке, в которой разряжение соз-

давалось с помощью вакуумного насоса. При понижении давления растворенный воздух выделяется из воды и его содержание в фильтрующейся жидкости становится меньше, а следовательно, и его влияние на ход фильтрации уменьшается. Результаты исследования представлены на рис. IV.8 *а*. Опыты по этой методике требуют постоянного внимания к сохранению постоянного разряжения. Поэтому были исследованы и другие схемы фильтрации, позволяющие получить стабильные значения.

Так, в опытах Л. Н. Малышевой и др. [131] воду до подачи к образцу пропускали через фильтр из ваты, а затем через фильтр Шотта № 3.

Схема фильтрационной установки, работающая на этом принципе и использованная в опытах автора, показана на рис. IV.9. Фильтры играют роль адсорбентов растворенных газов или механических примесей. Очищенный таким образом фильтрат поступает в мариоттово устройство, а оттуда на исследуемый образец. Графики зависимости $K(t)$, полученные по этой методике, представлены на рис. IV.7 (кривая *в*) и IV.8 (кривые *б* и *в*). Эта методика позволяет получить сопоставимые и воспроизводимые зависимости $K(t)$.

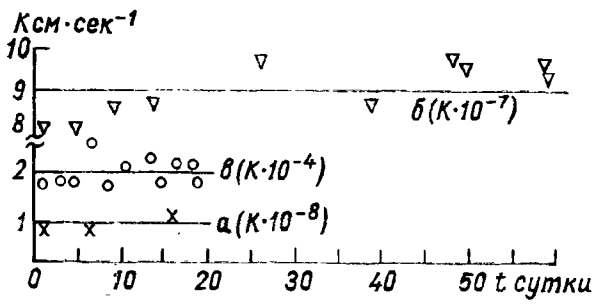


Рис. IV.8. Зависимость коэффициента фильтрации от времени.

а — почва, образец 13, 0,1%-ный раствор фенола; P_a=400÷450 мм рт. ст. I=5,0; T=20±0,1° С; *б* и *в* — фильтрации по схеме рис. IV.9; *б* — 0,1%-ный раствор фенола, I=2,5, T=20±1,0° С, позиции *4* и *5* рис. IV.9 — почва 14; *в* — дистиллированная вода, I=5,0, позиция *4* — фильтр Шотта № 4, позиция *5* — торф со степенью разложения 25%.

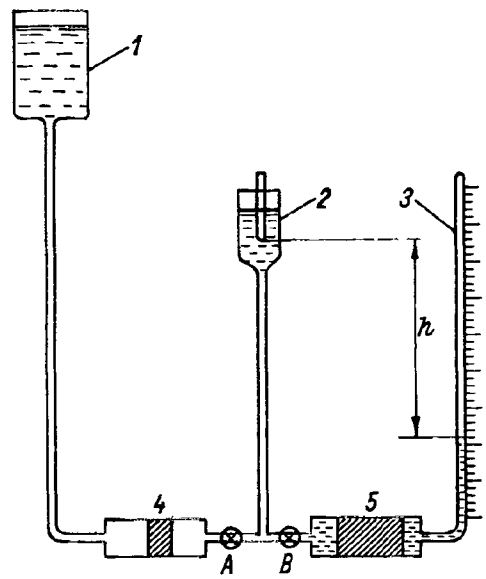


Рис. IV.9. Схема фильтрационной установки с предварительной «дегазацией».

1 — напорный бак; *2* — мариоттово устройство; *3* — пьезометр; *4* — фильтр; *5* — исследуемый образец. *h* — напор; *A* и *B* — краны. Кран *A* открыт, *B* — закрыт — подготовка; кран *A* закрыт, *B* — открыт — опыт.

Полученные результаты позволяют утверждать, что решающим фактором, определяющим существенное уменьшение фильтрационного потока во времени в опытах автора, является адсорбция воздуха на стенках пор, растворенного в фильтрующейся жидкости.

Контроль газосодержания в исходной воде и фильтрате подтвердил этот вывод.

Общее содержание газов в контрольной воде и фильтрате (вода, пропущенная через фильтр Шотта № 4) определялось в ЦКТИ имени Ползунова по методике [63]. Как видно из табл. IV.1, объемное газосодержание в контрольной воде в среднем на 3,1% выше, чем в фильтрате.

Таблица IV. 1

Содержание газов и электрическое сопротивление фильтрата и коитроля

Общее содержание газов в объемных %			Электрическое сопротивление			Возраст образцов
фильтрат $C_ф$	контроль $C_к$	$C_к/C_ф$	фильтрат $R_ф$	контроль $R_к$	$R_к/R_ф$	
0,987	1,020	1,035	94 500	128 000	1,3555	4 суток
1,770	1,835	1,035	33 700	36 500	1,082	11 суток
1,710	1,750	1,022	28 000	33 700	1,200	1 сутки
	Средн.	1,031		Средн.	1,21	

Электрическое сопротивление контрольной воды в среднем на 21% выше сопротивления фильтрата. Показатель преломления, определенный на интерферометре ИТР-2, для контроля и фильтрата оказался одинаковым.

В заключение отметим, что фильтрационные свойства хорошо проницаемых образцов ($K > 10^{-2}$ см · сек$^{-1}$) стабильны во времени.

Влияние кинетических факторов

Если в процессе фильтрационных испытаний вдоль образца возникает разность концентрации растворенных веществ C, температуры T и электрического поля E, то под влиянием сил различной природы возникают потоки жидкости с различным характером эпюр скоростей, что приводит к появлению встречных и сопутствующих напорному потоков (см. рис. I.2). Такая ситуация искажает зависимость $V(I)$ для напорного потока.

Была предложена следующая методика [25] исследования процессов фильтрации через пористые системы, позволяющая обнаружить и оценить величину потока, вызываемого наличием градиента C, T или E. Направление потока во время опыта периодически меняется на обратное изменением разности уровней с целью создания того же напора, что и при прямой фильтрации, но противоположного знака. Если прямой поток $q_{пр}$ и обратный $q_{обр}$ выразить приближенными зависимостями:

$$q_{пр} = K(I - I_{о.\,осм}),$$

$$q_{обр} = K(I + I_{о.\,осм}),$$

то по разности измеренных величин $q_{пр}$ и $q_{обр}$ можно определить значение $I_{о.\,осм}$ по формуле

$$I_{о.\,осм} = \frac{q_{обр} - q_{пр}}{2K}.$$

Здесь I — действующий градиент напора; $I_{о.\,осм}$ — начальный градиент, определяемый кинетическими эффектами; K — коэффициент.

Капиллярно-осмотический поток может быть также измерен экспериментально по интенсивности изменения уровней в пьезометрах после их периодического выравнивания в процессе фильтрации.

Обратим внимание на дополнительное осложнение ситуации, связанное с возникновением тока течения (или других электрокинетических явлений). Механизм появления тока течения хорошо изучен: под влиянием разности давления по обе стороны пористой диафрагмы жидкость перемещается вместе с зарядом ее двойного слоя и таким образом является носителем конвекционного электрического тока. Вследствие этого переноса электрического заряда на концах диафрагмы возникает разность потенциалов, в результате чего в порах появляется ток, противоположный по направлению конвекционному току.

Возникновение тока течения должно сопровождаться появлением вихревых магнитных полей в пределах подвижной части двойного электрического слоя. Взаимодействие тока течения и вызванных им магнитных полей обусловливает возникновение объемной магнитогидродинамической силы, направленной радиально по отношению к направлению потока, и, следовательно, возникновение поперечного магнитогидродинамического давления $P_{мгд}$. Величина этого давления определяется (для случая свободного двойного электрического слоя) в виде

$$P_{мгд} = 2\pi\mu_0\sigma^2 V_d^2,$$

где $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$; σ — поверхностный заряд стенки капилляра; V_d — скорость жидкости при $r = r_1$, где r_1 — граница подвижной части двойного электрического слоя.

Подобные эффекты, не учитываемые до настоящего времени, должны возникать при любых электрокинетических явлениях, однако их экспериментальное проявление возможно лишь при определенных условиях, где величины $P_{мгд}$ будут значительны. С этой точки зрения представит интерес рассмотрение таких условий потока, где V_d было бы значительно больше, чем это имеет место при обычном ламинарном течении. Например, представляет интерес случай вибрации стенок капилляра, что приводит к отношению $\frac{V_d}{V_{r=0}} \gg 1$. Другим способом увеличения $P_{мгд}$ служит турбулизация потока, в том числе локальная [225], в пористых каналах. Рассмотрим значения $P_{мгд}$ для ламинарного и турбулентного режимов. Обозначим значение V_d для ламинарного и турбулентного потоков как V_{dL} и V_{dT}, максимальную скорость при ламинарном течении

$V_{\max L}$, а при турбулентном $V_{\max T}\left(\frac{V_{dL}}{V_{\max L}} \ll 1\right)$, величину d — в ламинарном режиме dL, в турбулентном dT. При начальном стационарном давлении можно принять, что $V_{\max L} \approx V_{dT}$, т. е. $\frac{V_{dT}}{V_{dL}} \gg 1$. Следовательно, $\frac{P_{\text{мгд } T}}{P_{\text{мгд } L}} \gg 1$. Для иллюстрации рассмотренных здесь явлений дадим приближенные оценки рассматриваемым эффектам при следующих условиях: $r_0 = 10^{-2}$ см, $d = 10^{-5}$ см, $\sigma = 50$ мккул/см^2, $V_{\max L} = 1$ см/сек. Полученные результаты сведены в табл. IV.2.

Таблица IV. 2

Влияние режима течения на величину магнитогидродинамических эффектов

Режим течения	V_d см/сек.	I_a	$H_э$	$P_{\text{мгд}}$ дин/см^2	$P_{\text{мгд } T}$, $P_{\text{мгд } L}$
Ламинарный	$2 \cdot 10^{-3}$	$2\pi \cdot 10^{-9}$	$0{,}6 \cdot 10^{-6}$	$0{,}8 \cdot 10^{-6}$	$0{,}25 \cdot 10^6$
Турбулентный	~ 1	$\pi \cdot 10^{-6}$	$0{,}3 \cdot 10^{-3}$	$\sim 0{,}2$	

Как следует из табл. IV.2, величины I, H, $P_{\text{мгд}}$ в случае ламинарного потока для принятых значений σ, r_0, $V_{\max L}$, d очень малы и вряд ли могут быть зарегистрированы. Для случая турбулентного

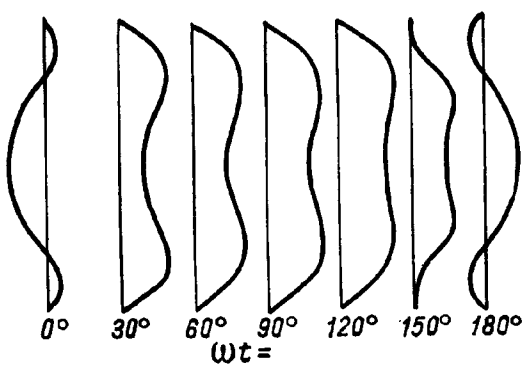


Рис. IV.10. Характер изменения эпюр скоростей со временем ωt при гармоническом законе изменения перепада давления в капилляре [127].

потока эти величины возрастают в 10^3 раз и, вероятно, могут быть измерены. Особенно резко увеличивается величина $P_{\text{мгд}}$ (в 10^6 раз). Вероятно, при определенных условиях $P_{\text{мгд}}$ может достигать величин 10—10^2 дин/см^2. Напомним, что для воды в объеме $\tau_0 \approx 10^{-2}$—10^{-3} дин/см^2, а для граничной фазы $\tau_0 \approx 10^2$ дин/см^2.

Рассмотрим теперь некоторые факторы, при которых в реальных капиллярно пористых системах имеет место нарушение ламинарного режима. В целом ряде случаев движение в таких системах принято считать ламинарным, что нередко приводит к недостаточно корректному толкованию наблюдаемых результатов.

Примем $P=P_0 \sin \omega t$, где P_0 — начальное гидродинамическое давление. Тогда $P_{\text{мгд}}=f(P_0 \sin \omega t)$ и $\overline{P}_{\text{мгд}\,t}=0$. В случае ламинарного режима, хотя и колебательного характера, $P_{\text{мгд}}$ действительно было бы очень мало. Однако при установившемся пульсирующем движении, соответствующем гармоническому закону изменения перепада давления, в капилляре возникают обратные токи [127], причем V_d может стать значительно больше скорости потока в центральной части (рис. IV.10). Следовательно, $P_{\text{мгд}} \neq 0$ по всему объему в любой момент времени.

Влияние релаксационных процессов

Из анализа реологической кривой структурированных жидкостей (см. рис. I.5) следует, что как в области *I*, так и в области *II* зависимость $V(I)$ должна быть линейной, соответствующей потоку ньютоновской жидкости с вязкостью η_0 в первом случае и вязкостью η_∞ во втором.

В работе [63а], проведенной в диапазоне малых напряжений (область *I*, $\tau \approx 10^{-4}$ дин/см^2), действительно отмечается линейный характер такой зависимости.

Необходимо подчеркнуть, что зависимость $V(I)$ сохраняется линейной и в том случае, когда время флюктуаций действующих напряжений $\tau \gtrless \tau_{\text{кр}}$ существенно меньше периода релаксации структуры жидкости (течение по каналам с периодически изменяющимся сечением, периодические колебания напора и т. д.).

* *
*

Все вышесказанное приводит к выводу, что при исследовании нелинейных фильтрационных эффектов и реологии движущейся жидкости моделирование реального пористого тела набором цилиндрических капилляров (одинакового или разного сечения) и неучет процессов релаксации структуры жидкости некорректно.

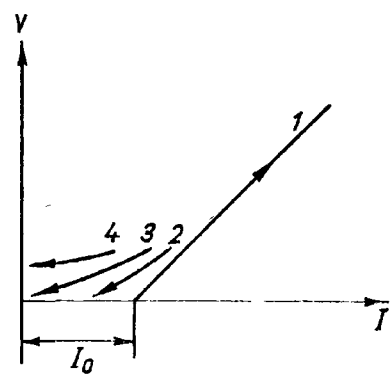


Рис. IV.11. Гистерезис зависимости $V(I)$.

В реальных пористых средах возникают эффекты, которые могут существенно влиять на оценку величины η_0, η_∞, τ_0 (и связанной с ними величины I_0) и $\tau_{\text{кр}}$. Эти особенности фильтрации в пористых средах не были учтены при обсуждении результатов работ [208, 226].

Изложенные здесь соображения, по-видимому, могут быть привлечены для объяснения: 1) расхождения в оценке величины предельного напряжения сдвига воды τ_0 по материалам фильтрационных исследований в цилиндрических капиллярах и пористых средах. Величина τ_0 по исследованиям в капиллярах (см. табл. III.1) имеет порядок 10^{-2} дин/см^2, в то время как по исследованиям в пористых средах (см. табл. III.4), а также [139, 195а] $\tau_0 \approx 10^{-3}$ дин/см^2;

2) существования гистерезиса зависимости $V(I)$ при смене направления градиента давления (рис. IV.11): величина начального градиента давления I_0 уменьшается или исчезает вовсе при изменении I от максимальных значений к нулевым [150];

3) существования потока в области нулевых градиентов давления (кривая *4* на рис. IV.11) [224, 235].

Глава V.

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В МЕЛИОРАТИВНОЙ ГИДРОЛОГИИ

Большая заслуга в разработке методов решения задач нелинейной фильтрации (фильтрации, когда скорость и градиент давления связаны нелинейной зависимостью) принадлежит С. А. Христиановичу [189], В. Н. Щелкачеву и Б. Б. Лапуку [203]. Многие задачи фильтрации вязкопластических жидкостей применительно главным образом к нефтедобыче поставлены и решены А. Х. Мирзаджанзаде [136, 137], В. М. Ентовым [92—97]. Ряд задач нелинейной фильтрации рассмотрен В. И. Пеньковским и С. Т. Рыбаковой [153].

В этой главе рассмотрены лишь некоторые задачи фильтрации, отклоняющейся от закона Дарси за счет способности воды оказывать статическое сопротивление сдвигу, как иллюстрация случаев, когда неучет полной реологической характеристики воды приводит к недопустимым погрешностям в расчете.

§ 1. ФИЛЬТРАЦИОННЫЙ РАСЧЕТ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ДРЕНАЖА В ОДНОРОДНОМ ГРУНТЕ

Определение расстояния между дренами при инфильтрационном питании и стационарном режиме потока ведется исходя из равенства объемов воды, отводимой дренажем и поступающей в виде «расчетного дождя» с интенсивностью инфильтрации осадков P (схема Ротэ). Расчетная схема приведена на рис. V.1.

Основные допущения, принятые в расчете: 1) поверхность водоупора горизонтальна, 2) вертикальные составляющие скорости движения жидкости пренебрежимо малы, 3) расход жидкости в зоне капиллярной каймы не учитывается.

Закон фильтрации (IV.2.4) [31]. С учетом (IV.2.4) дифференциальное уравнение Дюпюи принимает вид

$$K_0 y\left(\frac{dy}{dx} - i_0\right) = P(S - x), \qquad \text{(V.1.1)}$$

где S — расстояние от границы инфильтрационного питания до начала координат; $i_0 = n I_0$.

Обозначим: $S - x = X$; $-dx = dX$; $\frac{P}{K_0} = D$.

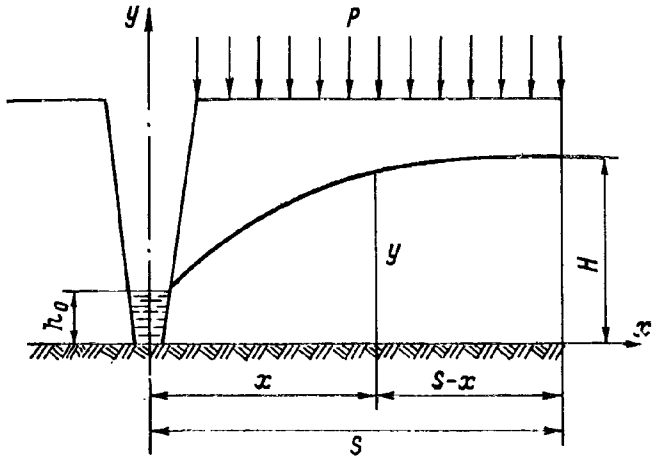


Рис. V.1. Систематический дренаж в однородном грунте (расчетная схема).

Тогда вместо (V.1.1) получим

$$y'=-\frac{-DX-i_0y}{y}. \qquad \text{(V.1.2)}$$

Вводя новую переменную: $y=XU$; $y'=XU'+U$, вместо (V.1.2) запишем

$$\frac{U\,dU}{U^2+i_0U+D}=-\frac{dX}{X}. \qquad \text{(V.1.3)}$$

Интегрируя (V.1.3) при условии $X=0$, $y=H$; $X=S$, $y=h_0$ и возвращаясь к прежней переменной, после необходимых преобразований получим:

$$\left[h_0^2+i_0h_0S+\frac{P}{K_0}S^2\right]=H^2\left[\frac{2h_0+(i_0-\lambda)S}{2h_0+(i_0+\lambda)S}\right]^{i_0/\lambda} \qquad \text{(V.1.4)}$$

для

$$\frac{4P}{K_0}-i_0^2<0;$$

$$\left[h_0^2+i_0h_0S+\frac{P}{K_0}S^2\right]=H^2\exp\left[-\frac{2i_0}{\lambda}\left(\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{2h_0+i_0S}{\lambda'S}\right)\right] \qquad \text{(V.1.5)}$$

для

$$\frac{4P}{K_0}-i_0^2>0;$$

где

$$\lambda=\sqrt{i_0^2-\frac{4P}{K_0}},\quad \lambda'=\sqrt{\frac{4P}{K_0}-i_0^2}.$$

Величина $S=\frac{1}{2}E$ найдется из графического решения (V.1.4) и (V.1.5).

Для случая $i_0=0$ вместо (V.1.4) и (V.1.5) имеем

$$S=\sqrt{\frac{K_0}{P}(H^2-h_0^2)}\,. \qquad \text{(V.1.6)}$$

Приближенное решение (V.1.1) может быть найдено, если принять, что кривая депрессии на участке S является эллипсом типа

$$y^2=\frac{H^2}{S^2}[S^2-(S-x)^2]. \qquad \text{(V.1.7)}$$

Если при интегрировании второго члена левой части (V.1.1) вместо y подставить его значение из (V.1.7) (пределы интегрирования остаются прежними), то решением (V.1.1) будет

$$S=-\frac{1}{4}\cdot\frac{K_0}{P}\pi H i_0+\sqrt{\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{K_0}{P}\pi H i_0\right)^2+\frac{K_0}{P}(H^2-h_0^2)}. \qquad \text{(V.1.8)}$$

При $i_0=0$ формула (V.1.8) приводится к формуле (V.1.6). Если пренебречь h_0, формулы (V.1.4), (V.1.5) и (V.1.8) приводятся к виду:

$$S=H\sqrt{\frac{K_0}{P}}\left(\frac{i_0-\lambda}{i_0+\lambda}\right)^{i_0/2\lambda}\;;\quad \text{для}\quad \frac{4P}{K_0}-i_0^2<0; \qquad \text{(V.1.9)}$$

$$S=H\sqrt{\frac{K_0}{P}}\exp\left[-\frac{i_0}{\lambda'}\left(\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{i_0}{\lambda'}\right]\right.;\quad \text{для}\quad \frac{4P}{K_0}-i_0^2>0; \qquad \text{(V.1.10)}$$

$$S=-\frac{1}{4}\cdot\frac{K_0}{P}\pi H i_0+\sqrt{\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{K_0}{P}\pi H i_0\right)^2+\frac{K_0}{P}H^2}. \qquad \text{(V.1.11)}$$

На рис. V.2 приведены зависимости $E(I_0)=2S(I_0)$, рассчитанные по формулам (V.1.9—V.1.11). В расчете принято: $P=3\times\times10^{-4}$ м/сутки, $K_0=3\cdot10^{-2}$ м/сутки, $H=2{,}0$ м. Междренные расстояния, рассчитанные по приближенной формуле (V.1.11),

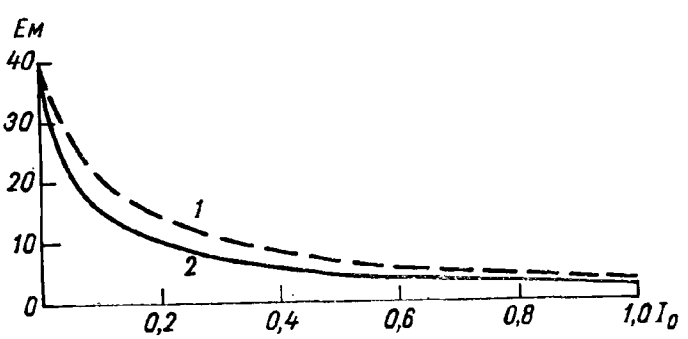


Рис. V.2. Влияние начальных градиентов напора на расстояние между дренами. Однородный грунт.

1 — расчет по формулам (V.1.9)—(V.1.10), *2* — расчет по формуле (V.1.11).

оказываются заниженными по сравнению с расчетом по формулам (V.1.9)—(V.1.10). Из рис. V.2 видно, что даже незначительные величины I_0 приводят к необходимости резко уменьшать расстояния между дренами E для обеспечения заданного положения кривой депрессии.

Закон фильтрации (IV.2.5) [38]. С учетом (IV.2.5) дифференциальное уравнение Дюпюи принимает вид

$$Ky\left(\frac{dy}{dx}-I_0\right)^2=P(S-x). \tag{V.1.12}$$

Обозначим:

$$S-x=X,\ \frac{P}{K}=D. \tag{V.1.13}$$

С учетом (V.1.13) из (V.1.12) найдем:

$$\frac{dy}{dx}-I_0=\sqrt{\frac{DX}{y}}$$

или

$$\sqrt{y}\cdot\frac{dy}{dx}=\sqrt{DX}+\sqrt{y}I_0. \tag{V.1.14}$$

Решение (V.1.14) существенно упрощается, если выразить y в правой части уравнения через X. Примем, как и раньше, что кривая депрессии на участке S — эллипс типа (V.1.7). Тогда, заменяя y в правой части (V.1.14) его значением из (V.1.7) и интегрируя в пределах $y=h_0$ для $X=S$ и $y=H$ для $X=0$, получим

$$\sqrt{H^3}-\sqrt{h_0^3}=\sqrt{D}\sqrt{S^3}-\frac{3}{2}I_0\sqrt{H}\int_S^0\sqrt[4]{1-\frac{X^2}{S^2}}\,dX. \tag{V.1.15}$$

Последнее выражение в правой части элементарно не интегрируется. Воспользуемся разложением подынтегральной функции в ряд

$$\left(1-\frac{X^2}{S^2}\right)^{1/4}=1-\frac{1}{4}\left(\frac{X}{S}\right)^2-\frac{1\cdot3}{4\cdot8}\left(\frac{X}{S}\right)^4-$$
$$-\frac{1\cdot3\cdot7}{4\cdot8\cdot12}\left(\frac{X}{S}\right)^6-\ldots \tag{V.1.16}$$

и заметим, что при $\left|\frac{X}{S}\right|\leqslant1$ ряд абсолютно сходится, что дает возможность почленного интегрирования.

Интегрируя последний член (V.1.15) с учетом (V.1.16) и решая полученное выражение относительно S, получим

$$S=\frac{\sqrt{\frac{K}{P}}\left(\sqrt{H^3}-\sqrt{h_0^3}\right)}{\sqrt{S}+nI_0\sqrt{\frac{KH}{P}}}, \tag{V.1.17}$$

где $n\approx1{,}28$ с точностью до 1%.

Подчеркнем, что формула (V.1.17) справедлива для сравнительно узкого интервала градиентов напора

$$I_0 < I \ll 2I_0.$$

Закон фильтрации (IV.3.5) [40]. С учетом (IV.3.5) дифференциальное уравнение Дюпюи принимает вид

$$K_0 y\left[y' - i\left(1 - e^{-y'/i}\right)\right] = P(S - x). \qquad \text{(V.1.18)}$$

Так как (V.1.18) элементарно не интегрируется, разложим $e^{-y'/i}$ по степеням y'/i и воспользуемся первыми тремя членами. Тогда, вместо (V.1.18), получим:

$$yy'^2 = 2i\frac{P}{K_0}(S - x) \qquad \text{(V.1.19)}$$

или

$$y^{1/2}dy = \sqrt{2i\frac{P}{K_0}}(S - x)^{1/2}dx. \qquad \text{(V.1.20)}$$

Интегрируя (V.1.20) при условиях: $x = S$, $y = H$ и $x = 0$, $y = h_0$, и решая полученное уравнение относительно S, получаем

$$S = \frac{\left(H^3 - 2\sqrt{H^3 h_0^3} + h_0^3\right)K_0}{2iP}; \quad i > 0. \qquad \text{(V.1.21)}$$

Оценим точность полученного решения (V.1.21). Обозначим через S_1 точное решение уравнения (V.1.18) при указанных краевых условиях. Тогда относительно S_1 вместо (V.1.19) запишем

$$yy'^2\left(1 + \frac{2i^2}{y'^2}R\right) = 2i\frac{P}{K_0}(S_1 - x),$$

где R — остаток ряда для экспоненты, начиная с четвертого члена, и поэтому

$$|R| \leqslant \frac{1}{6}\varepsilon^3, \quad \left|\frac{y'}{i}\right| \leqslant \varepsilon.$$

Соответственно этому уравнение (V.1.20) можно тогда записать в виде

$$(1 + R_1)\sqrt{y}\,dy = \sqrt{2i\frac{P}{K_0}}(S_1 - x)\,dx,$$

где, очевидно,

$$|R_1| \leqslant \frac{1}{2}\left|\frac{2i^2}{y'^2}R\right| \leqslant \frac{\varepsilon}{6}.$$

Поэтому

$$\left(1 - \frac{\varepsilon}{6}\right)yy' \leqslant \sqrt{2i\frac{P}{K_0}}(S_1 - x) \leqslant \left(1 + \frac{\varepsilon}{6}\right)yy'.$$

Учитывая $h_0<H$ и принимая $\varepsilon<6$, проинтегрируем последнее неравенство. Тогда

$$\left(1-\frac{\varepsilon}{6}\right)^{2/3}\leqslant\frac{S_1}{S}\leqslant\left(1+\frac{\varepsilon}{6}\right)^{2/3}.$$

Откуда следует, что $\left|\frac{S_1-S}{S}\right|\leqslant\frac{\varepsilon}{9}<1.$

Так как разность $\left|\frac{S_1-S}{S}\right|-\left|\frac{S_1-S}{S_1}\right|$ есть величина порядка $\frac{\varepsilon^2}{81}$, то, пренебрегая величиной $\frac{\varepsilon^2}{81}$ по сравнению с $\frac{\varepsilon}{9}$, можно утверждать, что относительная погрешность ω при вычислениях по формуле (V.1.21) не более $\frac{\varepsilon}{9}\cdot 100\%$. Полагая $\varepsilon=0{,}9$, получим $\omega\leqslant 10\%$.

Для $h_0=0$ вместо (V.1.21) имеем:

$$S=H\sqrt[3]{\frac{K_0}{2Pi}},\quad i>0.$$

Закон фильтрации (IV.3.6) [40]. Обозначим: $\frac{K_0}{K}=m>1$, $\frac{P\ln m}{i^2K_0}=a$, $\frac{y}{i}=z$; $\frac{P}{i^2K_0}=a_1$.

Тогда для закона фильтрации (IV.3.6) дифференциальное уравнение Дюпюи будет иметь вид

$$z\ln\left(1-\frac{1}{m}+m^{z'+1}\right)=a(S-x)$$

или

$$z\log_m(m-1+m^{z'})=a_1(S-x)+z. \qquad \text{(V.1.22)}$$

Пусть $0\leqslant x\leqslant l$, ($l\in[0, S]$) можно гарантировать, что $m^{z'}\gg m-1$ (соблюдение этого условия гарантирует также приемлемость допущений Дюпюи).

Тогда из уравнения (V.1.22), отбрасывая $m-1$ под знаком $\log_m$, получаем

$$zz'=a_1(S-x)+z. \qquad \text{(V.1.23)}$$

Предполагая, что $\frac{P}{iK_0}\leqslant\frac{1}{4}$, проинтегрируем это уравнение. Произведем замену: $U=\frac{z}{S-x}$. Тогда $z=(S-x)U$, $z'=-U+(S-x)U'$ и, вместо (V.1.23), имеем

$$(S-x)U[U'(S-x)-U]=a_1(S-x)+(S-x)U;\ (S-x)>0.$$

Откуда

$$(S-x)\,UU'-U^2=a_1+U \text{ или } \frac{UU'}{a_1+U+U^2}=\frac{1}{S-x}. \quad \text{(V.1.24)}$$

Считая, что $y(l)\approx H$, получаем $z(l)\approx\frac{H}{i}$, $U(l)=\frac{H}{i(S-l)}$.

Проинтегрируем (V.1.24) в пределах от $x=0$ до $x=l$, полагая $U(0)\approx\frac{H}{iS}$.

Чтобы не усложнять выкладки, будем считать $h_0=0$.

Предполагая, что $S-l>0$ мало, запишем результат интегрирования в следующем виде:

а) если $\frac{P}{i^2K_0}<\frac{1}{4}$, то, обозначив $\Delta^2=1-4a_1$, получим

$$\frac{1}{2}\ln\frac{H^2+0(S-l)}{a_1i^2(S-l)^2}-\frac{1}{2\Delta}\ln[1+0(S-l)]+$$

$$+\frac{1}{2\Delta}\ln\frac{1-\Delta}{1+\Delta}=\ln\frac{S}{S-l}$$

или после потенцирования

$$\frac{H^2+0(S-l)}{a_1i^2}\left(\frac{1-\Delta}{1+\Delta}\right)^{\frac{1}{\Delta}}[1+0(S-l)]^{-\frac{1}{\Delta}}=S^2.$$

Полагая здесь $l=S$, получаем

$$S=\frac{H}{i\sqrt{a_1}}\left(\frac{1-\Delta}{1+\Delta}\right)^{\frac{1}{2\Delta}}. \quad \text{(V.1.25)}$$

б) если $\frac{P}{i^2K_0}>\frac{1}{4}$, то, обозначив в этом случае $\delta^{-2}=4a_1-1$, получим

$$\frac{1}{2}\ln\frac{H^2+0(S-l)}{a_1i^2(S-l)}+\delta\left[\operatorname{arctg}\delta-\operatorname{arctg}\left(\delta+\frac{2H\delta}{i(S-l)}\right)\right]=\ln\frac{S}{S-l};$$

или после потенцирования

$$\frac{H^2+0(S-l)}{a_1i^2}\exp\left\{2\delta\left[\operatorname{arctg}\delta-\operatorname{arctg}\left(\delta+\frac{2H\delta}{i(S-l)}\right)\right]\right\}=S^2.$$

Полагая здесь $l=x$, получаем

$$S=\frac{H}{i\sqrt{a_1}}\exp\left[\delta\left(\operatorname{arctg}\delta-\frac{\pi}{2}\right)\right]. \quad \text{(V.1.26)}$$

в) наконец, случай $4a_1=1$ получается из (V.1.25) и (V.1.26) предельным переходом. Действительно, легко подсчитать, что

$$\lim_{\Delta\to 0}\frac{H}{i\sqrt{a_1}}\left(\frac{1-\Delta}{1+\Delta}\right)^{1/2\Delta}=\lim_{\delta\to\infty}\frac{H}{i\sqrt{a_1}}\exp\left\{\delta\left(\operatorname{arctg}\delta-\frac{\pi}{2}\right)\right\}=$$

$$=\frac{H}{ei\sqrt{a_1}}=S$$

$$\text{при}\quad\frac{P}{i^2K_0}=\frac{1}{4}.$$

Впрочем, последнюю формулу можно получить и непосредственным интегрированием уравнения (V.1.24) в случае $a_1=\frac{1}{4}$, $h_0=0$ и последующим использованием равенства $S=l$. Таким образом:

$$S=\frac{H}{i\sqrt{a_1}}\begin{cases}\left(\dfrac{1-\sqrt{\gamma}}{1+\sqrt{\gamma}}\right)^{1/2\sqrt{\gamma}} & \gamma>0,\\ e^{-1} & \gamma=0,\\ \exp\left\{\dfrac{1}{\sqrt{-\gamma}}\left(\operatorname{arctg}\dfrac{1}{\sqrt{-\gamma}}-\dfrac{\pi}{2}\right)\right\} & \gamma<0,\end{cases}\qquad\text{(V.1.27)}$$

где

$$\gamma=1-4a_1.$$

В заключение отметим следующее обстоятельство. В тех случаях, когда аппроксимации (IV.3.5) и (IV.3.6) совпадают (как в нашем примере), предпочтение следует отдавать первой из них, так как (V.1.21) получено без допущений, которые ограничивают общность и точность решений (V.1.27).

§ 2. СИСТЕМАТИЧЕСКИЙ ДРЕНАЖ В ДВУХСЛОЙНОМ ГРУНТЕ

Приведем расчет расстояния между дренами в двухслойном грунте при прежних допущениях для закона фильтрации (IV.2.4). Расчетная схема показана на рис. V.3.

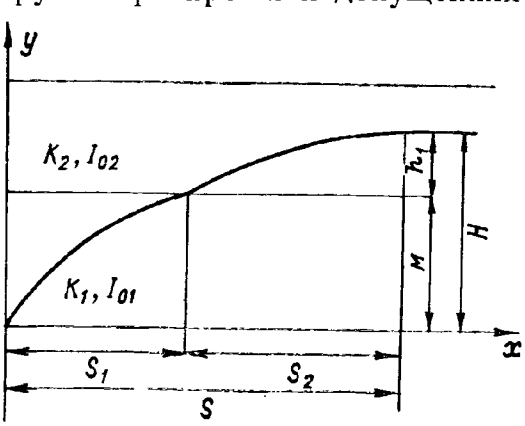


Рис. V.3. Расчетная схема для двухслойного грунта.

Как и ранее, принимая, что коэффициент фильтрации верхнего слоя K_2 и нижнего K_1 больше расчетной интенсивности ин-

фильтрации P, запишем для участка S_2 уравнение Дюпюи (обозначения см. на рис. V.3) в виде:

$$K_1 M\left(\frac{dy}{dx}-i_{01}\right)+K_2(y-M)\left(\frac{dy}{dx}-i_{02}\right)=P(S-x) \qquad \text{(V.2.1)}$$

или

$$-ny\,dy+M(n-1)\,dy-\frac{P}{K_1}X\,dX-Mi_{01}(1-nr)\,dX-$$
$$-nyi_{02}\,dX=0, \qquad \text{(V.2.2)}$$

где

$$n=\frac{K_2}{K_1};\quad i=\frac{4}{3}I_0;\quad r=\frac{i_{02}}{i_{01}};\quad S-x=X. \qquad \text{(V.2.3)}$$

Чтобы не усложнять получение решения, заменим в последнем члене левой части (V.2.2) y уравнением прямой

$$y=M+\frac{h_1}{S_2}(S_2-X). \qquad \text{(V.2.4)}$$

Интегрируя (V.2.2) с учетом (V.2.4) в пределах от M до $M+h$ и от S_2 до 0 и решая полученное уравнение относительно S_2, получим

$$S_2=-\frac{i_{01}K_1}{P}\left(M+nr\frac{h_1}{2}\right)+$$
$$+\sqrt{\left[\frac{i_{01}K_1}{P}\left(M+nr\frac{h_1}{2}\right)\right]^2+\frac{2h_1K_1}{P}\left(M+n\frac{h_1}{2}\right)}. \qquad \text{(V.2.5)}$$

На участке S_1 дифференциальное уравнение Дюпюи принимает вид

$$K_1 y\left(\frac{dy}{dx}-i_{01}\right)=P(S-x), \qquad \text{(V.2.6)}$$

или

$$K_1 y\,dy-K_1 i_{01} y\,dx=P(S-x)\,dx. \qquad \text{(V.2.7)}$$

Примем, как и ранее, что кривая депрессии на участке S_1 является эллипсом

$$y^2=\frac{M^2}{S_1^2}\left[S_1^2-(S_1-x)^2\right]. \qquad \text{(V.2.8)}$$

Тогда, интегрируя (V.2.7) в пределах от 0 до S и от 0 до M [при интегрировании второго члена левой части (V.2.7) вместо y подставляем его значения из (V.2.8)] и решая полученное уравнение относительно S_1, получим

$$S_1=-\left(S_2+\frac{\pi i_{01}MK_1}{4P}\right)+\sqrt{\left(S_2+\frac{\pi i_{01}MK_1}{4P}\right)^2+\frac{M^2K_1}{P}}. \qquad \text{(V.2.9)}$$

Подставляя в (V.2.9) вместо S_2 его значение из (V.2.5) и учитывая, что $E=2(S_1+S_2)$, найдем

$$E=-\frac{\pi i_{01}MK_1}{2P}+2\sqrt{\left[\frac{i_{01}K_1}{P}\left(A-\frac{\pi}{4}M\right)-\right.}\cdots\rightarrow$$

$$\leftarrow\cdots\sqrt{\left.-\sqrt{\frac{i_{01}^2K_1^2}{P^2}A^2+\frac{2h_1K_1}{P}B}\right]^2+\frac{M^2K_1}{P}}, \qquad \text{(V.2.10)}$$

где обозначено: $A=M+nr\frac{h_1}{2}$; $B=M+n\frac{h_1}{2}$.

При $i_{02}=0$, т. е. $r=0$, из (V.2.10) следует выражение, полученное В. А. Ионатом [107],

$$E\approx\frac{\pi i_{01}K_1M}{2P}+$$

$$+2\sqrt{\frac{K_1}{P}(M^2+2Mh_1+nh_1^2)+\frac{K_1^2M^2i_{01}^2}{P_2}-0{,}43\frac{i_{01}K_1M}{P}D},$$

где

$$D=\sqrt{\frac{i_{01}^2K_1^2M^2}{P^2}+\frac{K_1}{P}(2M+nh_1)}.$$

При $i_{01}=i_{02}=0$ формула (V.2.10) приводится к формуле

$$E=2\sqrt{\frac{K_1}{P}(M^2+2Mh_1+nh_1^2)}.$$

Последняя формула при $K_2=K_1=K$, т. е. при $n=1$, приводится к формуле Ротэ

$$E=2H\sqrt{\frac{K}{P}}, \qquad \text{(V.2.11)}$$

где $H=M+h_1$.

Для случая, когда нижний слой практически водонепроницаем, из (V.2.10) следует:

$$M=0;\quad K=\frac{K_2}{n};\quad i_{01}=\frac{i_{02}}{r}.$$

$$E=-\frac{K_2}{P}i_{02}h_1+2\sqrt{\frac{K_2^2}{4P^2}i_{02}^2h_1^2+\frac{K_2}{P}h_1^2},$$

т. е. расстояние между дренами определяется напором h_1 и фильтрационными свойствами верхнего слоя.

§ 3. ЗОНА ДЕЙСТВИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ДРЕН В ТОРФАХ

Фактическая зона действия горизонтальных дрен определялась [39] на трех опытных створах. Эти створы расположены на верховой торфяной залежи, мощность которой колеблется от 2,5 до 4,5 м. Глубина заложения асбестоцементных дренажных труб диаметра 250 мм составляет 2,25—3,25 м. Верхние слои залежи, мощность которых составляет 1,5—2,5 м, представлены топяным торфом со степенью разложения 15—20%. Ниже залегает лесотопяной торф со степенью разложения 20—30%. Минеральное дно болота представлено пластичными суглинками и глинами. Уровень грунтовых вод находится на 0,25—0,35 м ниже уровня дневной поверхности. Интенсивность инфильтрации составляет 0,002 м/сутки.

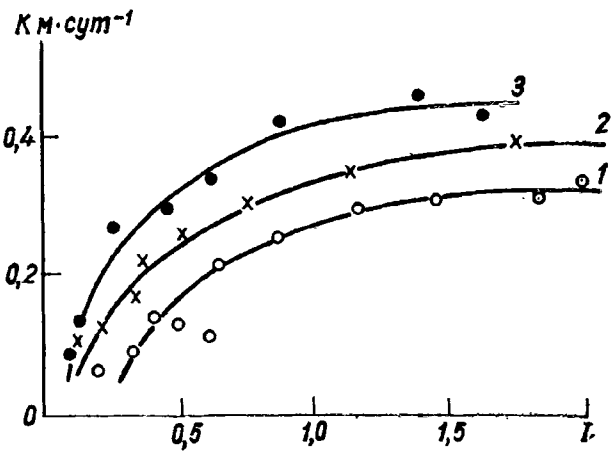


Рис. V.4. Зависимость коэффициента фильтрации торфов от градиента напора.

1—3 — номера створов.

Для определения фильтрационных свойств торфяных грунтов были проведены полевые и лабораторные исследования. Путем пробных откачек установлено, что в среднем водопроницаемость залежи определяется коэффициентом фильтрации, равным 0,35 м/сутки. Результаты лабораторных исследований фильтрационных свойств представлены на рис. V.4. На основе этих исследований определены значения K_0 и $i_0 = {}^4/_3 I_0$ (см. табл. V.1), которые были использованы для расчета зоны действия глубинных дрен по формулам (V.1.10) и (V.1.6). Результаты расчетов представлены в табл. V.1, в расчете принято $h_0 \approx 0$.

Таблица V.1

Расчетные и фактические значения S

Створ	K_0 м/сутки	H м	i_0	Расчетные значения $S(M) = E/2$		Фактические значения $S(M)$	Срок службы дрен (годы)
				по формуле (V.1.10)	по формуле (V.1.6)		
1	0,35	2,25	0,10	13,9	30	14,0±1,0	1,5
2	0,40	2,5	0,12	14,5	35	15,0±1,0	2,5
3	0,45	3,25	0,09	22,6	48	19,0±1,0	10

Для определения фактического очертания кривой депрессии на опытных створах были установлены пьезометры. На рис. V.5 показаны фактические кривые депрессии по трем дренам.

Сравнивая фактические значения S и расчетные, легко заметить, что зависимость (V.1.10), полученная на основе учета особенностей

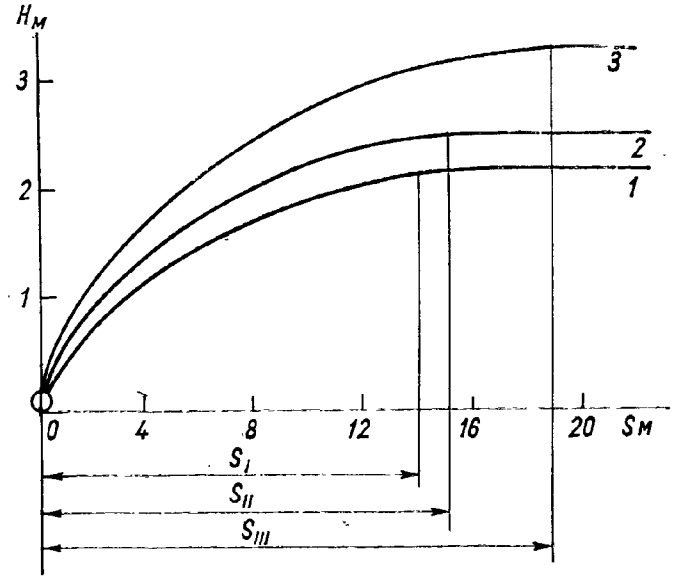


Рис. V.5. Кривые депрессии на опытных створах.

фильтрационных свойств торфяных грунтов, удовлетворительно согласуется с данными полевых определений зоны влияния глубинных дрен. Пренебрежение начальными градиентами напора приводит к значительному завышению расстояний между дренами (табл. V.1).

Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными, полученными в работе [190].

§ 4. УЧЕТ СЛЕДОВ СДВИГОВОЙ ПРОЧНОСТИ ВОДЫ ПРИ РАСЧЕТЕ ДРЕНАЖА В УСЛОВИЯХ НЕСТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА ГРУНТОВОГО ПОТОКА

В настоящее время нет общих методов решения обобщенного уравнения Буссинеска, описывающего неустановившееся движение грунтовых вод в водоносном горизонте конечной глубины.

Вследствие этого при расчете дренажа в условиях нестационарного потока обычно пользуются приближенными методами. Одним из простейших методов[1] является метод последовательной смены стационарных состояний [191]. Как показано в работе [108], этот метод применительно к расчету систематического дренажа дает

[1] Обзор приближенных методов решения задач нестационарной фильтрации жидкости в пористой среде дан в работе [164].

решения, близкие к точным, если задаваться кривыми депрессии, максимально приближающимися по своей форме к действительным. Для рассмотренных ниже задач близкие к точному решения получаются в том случае, когда действительная кривая депрессии аппроксимируется уравнением эллипса [108]. В рассмотренных ниже задачах не учитывается инфильтрация и испарение, хотя, как это будет показано на одном из примеров, такой учет не представляет принципиальных затруднений. Принято также, что понижение уровней над дреной происходит мгновенно.

Рассмотрим задачу о понижении уровня грунтовых вод между дренами в однородном водонасыщенном грунте для совершенного и несовершенного дренажа.

Как и в работе [108], время t, необходимое для понижения уровней в середине междудренья, расчленим на два периода: $t=t_1+t_2$. Считается, что за период t_1 происходит смыкание кривых депрессии двух соседних дрен, а за период t_2 — понижение уровней грунтовых вод в междудренье.

Совершенные дрены на горизонтальном водоупоре. Дифференциальное уравнение водного баланса для первого периода имеет вид

$$\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\delta H_0\,dS=\frac{K(I)\,H_0^2}{S}\,dt, \qquad \text{(V.4.1)}$$

где, кроме известных обозначений, δ — водоотдача; I — градиент напора.

Для $I>2I_0$, где I_0 — начальный градиент напора, как и раньше, примем

$$K(I)\approx K_0\left[1-\frac{4}{3}\left(\frac{I_0}{I}\right)\right]=K_0\left(1-\frac{i_0}{I}\right), \qquad \text{(V.4.2)}$$

где $i_0=\frac{4}{3}I_0$.

Принимается, что величины градиентов напора в возмущенной области движения могут быть осреднены для всего рассматриваемого периода времени t_1 или t_2. При этом допущении для первого периода в первом приближении можно принять

$$I\approx\frac{H_0}{S}\approx\frac{2H_0}{S_0}, \qquad \text{(V.4.3)}$$

где $\overline{S}\in[0, S_0]$.

С учетом (V.4.2) и (V.4.3) вместо (V.4.1) после простых преобразований получим

$$\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\delta S\,dS=K_0\left(1-\frac{i_0S_0}{2H_0}\right)H_0\,dt. \qquad \text{(V.4.4)}$$

Интегрируя (V.4.4) от 0 до S_0 и от 0 до t_1 и принимая во внимание, что $S_0=\frac{1}{2}E$, где E — расстояние между дренами, получим

$$t_1=\frac{\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\delta E^2}{8K_0\left(1-\frac{i_0E}{4H_0}\right)H_0}, \quad i_0<\frac{4H_0}{E}. \tag{V.4.5}$$

При $i_0=\frac{4H_0}{E}$, $t_1=\infty$.

Дифференциальное уравнение водного баланса для второго периода — периода истощения водоносного слоя дреной на величину $\Delta H=H_0-H_1$ — имеет вид

$$\frac{\pi\delta S_0\,dH}{4}=-\frac{K(I)H^2}{S_0}dt. \tag{V.4.6}$$

Для градиента напора I вместо (V.4.3) для этого периода справедливо отношение

$$\overline{I}=\frac{H_0+H_1}{2S_0}. \tag{V.4.7}$$

С учетом (V.4.2) и (V.4.7) после преобразований вместо (V.4.6) имеем

$$\frac{\pi\delta S_0^2}{4K_0\left(1-\frac{2i_0S_0}{H_0+H_1}\right)}\cdot\frac{dH}{H^2}=dt. \tag{V.4.8}$$

Интегрируя (V.4.8) от H_1 до H_0 и от 0 до t_2 и учитывая, что $S=\frac{1}{2}E$, получим

$$t_2=\frac{\pi\delta E^2(H_0-H_1)}{16K_0\left(1-\frac{i_0E}{H_0+H_1}\right)H_0H_1}, \quad i_0<\frac{H_0+H_1}{E}. \tag{V.4.9}$$

При $i_0=\frac{H_0+H_1}{E}$, $t_2=\infty$.

Принимая во внимание (V.4.5) и (V.4.9) для времени t, имеем

$$t=\frac{\delta E^2}{8K_0H_0H_1}\left[\frac{\left(1-\frac{\pi}{4}\right)H_1}{1-\frac{i_0E}{H_0}}+\frac{\pi(H_0-H_1)}{2\left(1-\frac{i_0E}{H_0+H_1}\right)}\right]. \tag{V.4.10}$$

При $i_0=0$ из (V.4.10) следует формула, полученная в работе [108].

Решим эту же задачу с учетом инфильтрации ε (см., например, [6]) и модуля испарения e.

При этом уравнение (V.4.1) примет вид

$$\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\delta H_0\,dS+PS\,dt=\frac{K(I)H_0^2}{S}\,dt, \qquad \text{(V.4.11)}$$

здесь $P=\varepsilon-e$, $\varepsilon>e$.

Учитывая (V.4.2) и (V.4.3), после преобразований получим

$$\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\delta H_0 S\,dS+PS^2\,dt=K_0\left(1-\frac{i_0S_0}{2H_0}\right)H_0^2\,dt. \qquad \text{(V.4.12)}$$

Интегрируя (V.4.12) от 0 до S и от 0 до t_1, найдем

$$\ln\frac{K_0\left(1-\frac{i_0S_0}{2H_0}\right)H_0^2}{K_0\left(1-\frac{i_0S_0}{2H_0}\right)H_0^2-PS_0^2}=\alpha t_1 \qquad \text{(V.4.13)}$$

или

$$S_0=H_0\sqrt{\frac{K_0\left(1-\frac{i_0S_0}{2H_0}\right)}{P}}\sqrt{1-e^{-\alpha t_1}}, \qquad \text{(V.4.14)}$$

где

$$\alpha=\frac{2P}{\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\delta H_0}.$$

При $i_0=0$, $t_1=\infty$ из (V.4.14) следует формула Ротэ

$$S_\infty=H_0\sqrt{\frac{K_0}{P}}.$$

Несовершенный дренаж — дрена уложена над водоупором на высоте a (рис. V.6). Дополнительные допущения:

1) принимается, что расход дрены равен расходу канала, доведенного до водоупора;

2) несовершенство дрены учитывается введением поправки α':

$$\alpha'=\frac{1}{1+\frac{4a}{\pi S_0}\ln\frac{1}{\sin\frac{\pi d}{2a}}}\approx\frac{1}{1+2{,}94\frac{a}{S}\lg\frac{2a}{\pi d}}; \qquad \text{(V.4.15)}$$

3) $a\geqslant 5H_0$.

Дифференциальное уравнение водного баланса для первого периода может быть записано в виде

$$\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\delta H_0\,dS=\frac{K(I)H_0R_0}{S+\eta}\,dt.$$

В качестве грубого приближения для $\bar{I}$ примем осреднение

$$\bar{I}=\frac{H_0+a}{S_0}.$$

Тогда с учетом (V.4.2) предыдущее уравнение примет вид

$$\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\delta(S+\eta)\,dS=K_0\left[1-\frac{i_0S_0}{H_0+a}\right]R_0\,dt, \quad \text{(V.4.16)}$$

где $\eta=2{,}94a\lg\frac{2a}{\pi d}$; $R_0(H_0+2a)$; d — диаметр дрены.

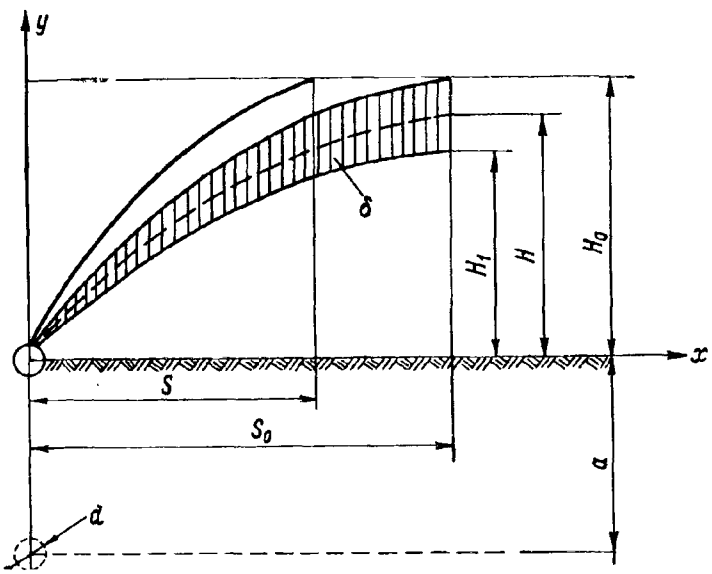


Рис. V.6. Нестационарный режим грунтового потока (расчетная схема).

Интегрируя (V.4.16) от 0 до S_0 и от 0 до t_1 и заменяя S_0 через E ($S_0=\frac{1}{2}E$), получим:

$$t_1=\frac{\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\delta E(E+4\eta)}{8K_0\left[1-\frac{i_0E}{2(H_0+a)}\right]R_0}; \quad i_0<\frac{2(H_0+a)}{E}. \quad \text{(V.4.17)}$$

При $i=\frac{2(H_0+a)}{E}$, $t_1=\infty$.

Уравнение водного баланса для второго периода можно записать в виде

$$\pi\delta E(E+2\eta)\,dH=16K_0\left[1-\frac{i_0E}{H_0+H_1+2a}\right]HR\,dt, \quad \text{(V.4.18)}$$

где $R=H+2a$; $\bar{I}=\frac{H_0+H_1+2a}{E}$.

Интегрируя (V.4.18) от H_1 до H_0 и от 0 до t_2, найдем

$$t_2=\frac{\pi\delta E(E+2\eta)}{32aK_0\left(1-\dfrac{i_0E}{H_0+H_1+2a}\right)}\ln\frac{H_0(H_1+2a)}{H_1(H_0+2a)};$$

$$i_0<\frac{H_0+H_1+2a}{E}; \qquad \text{(V.4.19)}$$

при $i_0=\dfrac{H_0+H_1+2a}{E}$; $t_2=\infty$.

Общий период t, за который происходит понижение уровней в середине расстояния между несовершенными дренами на величину $\Delta H=H_0-H_1$, найдется как сумма t_1 и t_2

$$t=\frac{\delta E}{8K_0}\left\{\frac{\left(1-\dfrac{\pi}{4}\right)(E+4\eta)}{\left[1-\dfrac{i_0E}{2(H_0+a)}\right]R_0}+\right.$$

$$\left.+\frac{\pi(E+2\eta)}{4a\left[1-\dfrac{i_0E}{H_0+H_1+2a}\right]}\ln\frac{H_0(H_1+2a)}{H_1(H_0+2a)}\right\}. \qquad \text{(V.4.20)}$$

При $i=0$ из (V.4.20) следует выражение, полученное в работе [108].

В заключение подчеркнем, что примененный здесь метод учета следов сдвиговой прочности воды является весьма приближенным.

§ 5. УЧЕТ СЛЕДОВ СДВИГОВОЙ ПРОЧНОСТИ ВОДЫ ПРИ РЕШЕНИИ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ

Приведем решение задачи фильтрации к горизонтальному дренажу, выполненное Н. С. Нерпиной и В. А. Янгарбером [146].

Расчетная схема представлена на рис. V.7.

При этом предполагается, что интенсивность осадков и фильтрационные характеристики грунтов таковы, что во всем междренном пространстве грунты полностью водонасыщены, а на поверхности *ob* и *oc* отсутствуют капиллярные мениски (и, следовательно, капиллярные силы).

Задача состоит в интегрировании нелинейного эллиптического уравнения

$$L(H)=\frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\delta H}{\delta x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K\frac{\partial H}{\partial y}\right)=0 \qquad \text{(V.5.1)}$$

для нахождения функции напора $H(x, y)$. Сильная нелинейность этого уравнения, вызываемая учетом вязкопластических свойств

воды, выражена в зависимости коэффициента фильтрации K от градиента напора

$$K=K(I)=\begin{cases}K_0\left[1-\frac{4}{3}\cdot\frac{I_0}{I}+\frac{1}{3}\cdot\frac{I_0^4}{I^4}\right], & I=|\operatorname{grad}H|>I_0,\\ 0 & I\leqslant I_0.\end{cases}\quad\text{(V.5.2)}$$

Здесь K_0 — коэффициент фильтрации без учета следов сдвиговой прочности.

Уравнение (V.5.1) решается в области Ω, представляющей прямоугольник ($0\leqslant x\leqslant T$, $0\leqslant y\leqslant b$). Шириной дрены d по сравнению

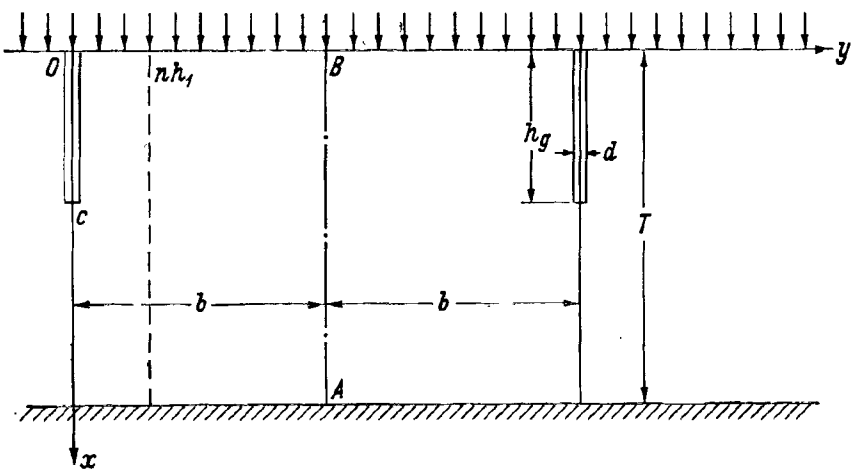


Рис. V.7. Учет следов сдвиговой прочности воды при решении двумерных задач фильтрации (расчетная схема [146]).

с расстоянием между дренами $2b$ пренебрегается. В силу симметрии нормальные потоки $\frac{\partial H}{\partial n}$ через участки ca и BA границы области Ω равны нулю. На участке coB границы задается первое краевое условие, причем на oB условие $H(0, y)=\varphi_1=\text{const}$, а на участке oc — $H(x, 0)=r(x)$, где $r(x)$ — линейная функция.

Последнее вызвано тем, что в дрене напор линейно зависит от высоты. В силу непрерывности краевых условий, разумеется, $\varphi_1=r(0)$. Условия первого или второго рода на участке aA записываются в виде (при $x=a$)

$$(1-\alpha)\frac{\partial H}{\partial x}+\alpha H=\alpha R. \quad\text{(V.5.3)}$$

Очевидно, что $\alpha=1$ соответствует заданию первого краевого условия, а $\alpha=0$ — второго однородного краевого условия.

Для решения поставленной задачи применяется следующий прием. Пусть H_0 есть решение поставленной задачи в линейном случае, то есть при $K\equiv K_0$ (или, что то же самое, $K\equiv 1$). Находится

решение параболического уравнения

$$\frac{\partial H_1}{\partial t}=L(H_1),\ H_1=H_1(x, y, t) \qquad \text{(V.5.4)}$$

по начальному условию $H_1(x, y, 0)=H_0(x, y)$ и краевым условиям, сформулированным выше. Если

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\partial H_1}{\partial t}=0, \qquad \text{(V.5.5)}$$

то очевидно, что функция

$$H(x, y)=\lim H_1(x, y, t) \qquad \text{(V.5.6)}$$

есть искомое решение уравнения (V.5.1). В случае первой или второй краевой задачи и линейности оператора L равенство (V.5.6) выполнено без ограничений (V.5.5); этим свойством обладает любое решение уравнения (V.5.4). Здесь же требуется выполнение формулы (V.5.5).

На этих рассуждениях и основан алгоритм численного решения. Он состоит в следующем.

Строится разностный оператор L^h, аппроксимирующий оператор L. Функцию H_0 находят обычным методом итераций. Именно, задаваясь пятиточечным узлом, вычисляется значение сеточной функции H_0^h в центре как среднее арифметическое значений функции H_0^h в остальных четырех узлах. Пусть $H^h_{0,\,n}$ — n-ная итерация. Вычисления прекращаются, когда $\max|H^h_{0,\,n}-H^h_{0,\,n+1}|<\omega$, где максимум берется по всем узлам сетки, а ω — некоторое заданное число. При этом гарантируется, что норма разности между точным решением и приближенным H_0^h меньше заданного Σ. Связь между Σ и ω такова, что $\omega\ll\Sigma$, поэтому для нахождения функции H_0^h практически затрачивается весьма большое время, если шаг h (равномерной) сетки достаточно мал, а начальное приближение выбрано грубо. Не имея возможности более точного выбора начального приближения для H_0, здесь выбрана другая возможность ускорения процесса вычисления H_0. Сначала задается «грубая» сетка, то есть довольно большое h. Вычислив с этим h функцию H_0, уменьшается шаг h и на образовавшихся дополнительных узлах сетки продолжается H_0^h линейной интерполяцией. Затем процесс вычисления повторяется на «мелкой» сетке до достижения требуемой точности.

Второй этап вычислений состоит в решении смешанной краевой задачи для уравнения (V.5.4) по начальной функции H_0^h. Здесь используется явная разностная схема

$$H_1^h(t+\tau)=H_1^h(t)+\tau L^h[H_1^h(t)], \qquad \text{(V.5.7)}$$

вычислительная процедура по которой предельно проста.

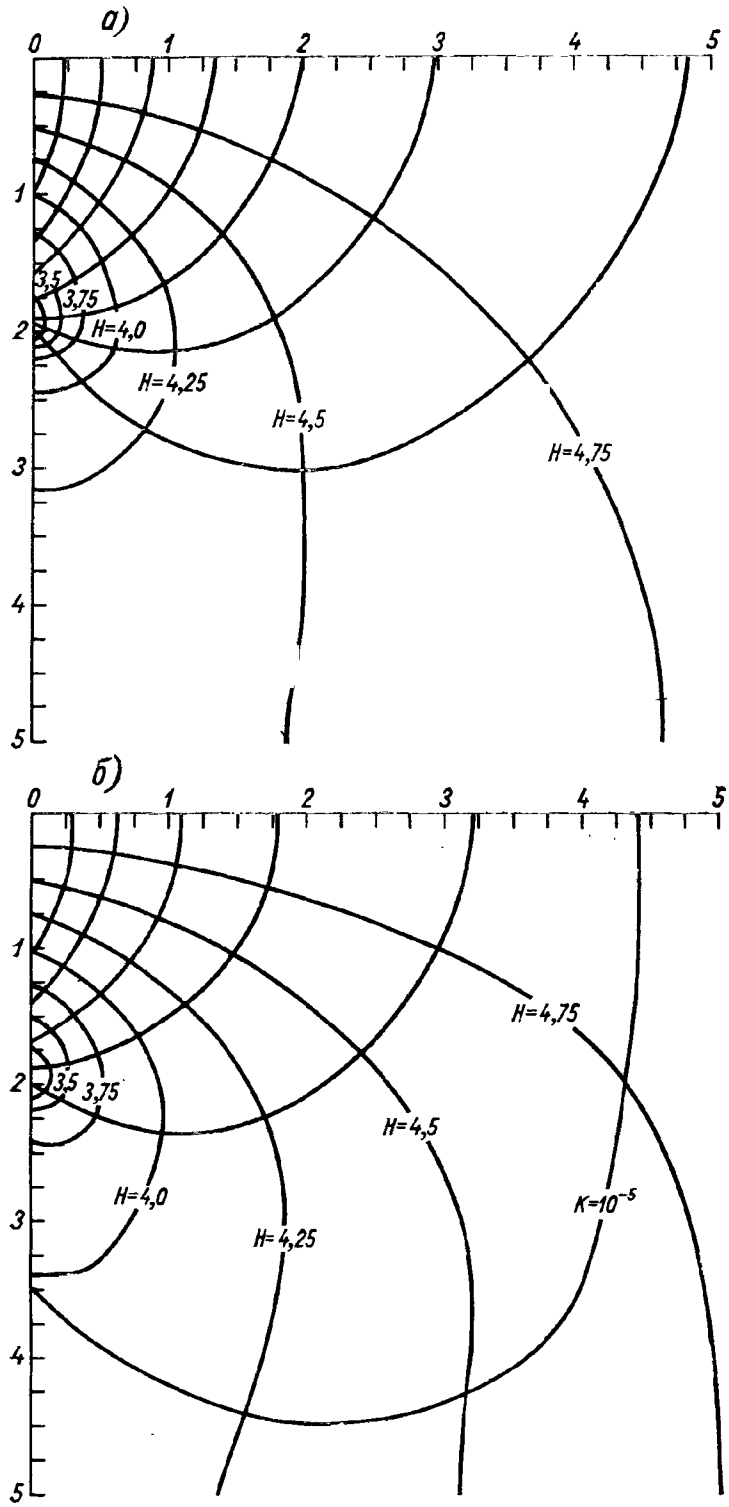


Рис. V.8. Поле фильтрации при $K_0=10^{-4}$ см · сек$^{-1}$ [146].

а) $I_0=0$; *б*) $I_0=0{,}113$.

Величина шага по времени τ подчинена условию (V.5.5)

$$\frac{\tau}{(\Delta x)^2}+\frac{\tau}{(\Delta y)^2}\leqslant\frac{1}{2\max K}. \qquad \text{(V.5.8)}$$

Очевидно, что в случае вырождения уравнения (V.5.1) ($K=0$), который предусмотрен (V.5.2), $L^h=0$ и счет по уравнению (V.5.7) становится бессмысленным. Поэтому, аппроксимируя функцию K, полагают $K^h=K_1>0$, если K^h оказывается меньше K_1. Это, как полагают авторы работы [146], полностью соответствует физической стороне процесса течения вязкопластических жидкостей с учетом явления релаксации предельных напряжений сдвига. Вычисление K^h проводится по обычному правилу

$$K^h=K\left[\nabla^h H_1^h(t)\right],$$

где ∇^h — аппроксимация гамильтониана на данной сетке.

По координате y сетка выбрана неравномерной (шаг сетки равен h_1 при $y\leqslant nh_1$ и равен h_2 при $y>nh_1$). Это сделано для того, чтобы в зоне течения жидкости $0\leqslant y\leqslant nh_1$ вычисление H^h велось с большей точностью.

Вычисления прекращаются после того, как в соответствии с (V.5.5) неравенство

$$\max\left|H_1^h(t+\tau)-H_1^h(t)\right|<\delta$$

будет удовлетворено N раз подряд при заданном δ. При этом за приближенное решение H^h уравнения (V.5.1) принимается функция $H_1^h(t+\tau)$.

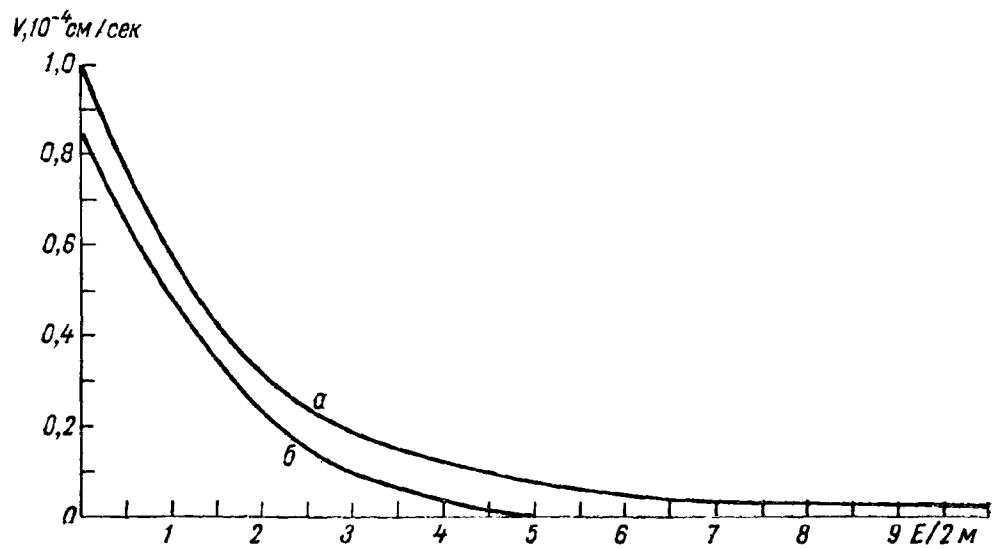


Рис. V.9. Скорость впитывания воды в междренном пространстве $K_0=10^{-4}$ см · сек$^{-1}$.

а) $I_0=0$; *б*) $I_0=0{,}113$.

Вычисления велись на машине БЭСМ-4 по программе, составленной в соответствии с вышеописанным алгоритмом. Результаты вычислений при

$$a=5;\ b=10;\ c=2;\ h\frac{a}{20}-=0{,}25;\ h_1=0{,}25;\ n=20;$$

$$h_2=0{,}25;\ K_0=10^{-4};\ K_1=10^{-5};\ I_0=0{,}113;\ \alpha=1;\ \varphi_1=5;$$

$$\varphi_0=3;\ N=10;\ \omega=10^{-9};\ \delta=10^{-4}$$

представлены на рис. V.8.

Сравнение количества воды (рис. V.9), впитываемой грунтом в междренном пространстве и поступающей в виде фильтрационного потока в дренаж, для двух случаев, приведенных на рис. V.8, показывает, что для данной задачи неучет следов сдвиговой прочности приводит к завышению расчетного фильтрационного расхода в 1,49 раза.

§ 6. ПОЛЕВЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДОПРОНИЦАЕМОСТИ ГРУНТА

Считается, что наиболее надежные данные о водопроницаемости отложений, находящихся ниже уровня грунтовых вод, можно получить путем откачки воды из грунта при помощи скважин. При испытаниях откачка производится из центральной скважины, а положение уровня грунтовых вод наблюдается в нескольких контрольных скважинах (рис. V.10). Можно показать, что надежность по-

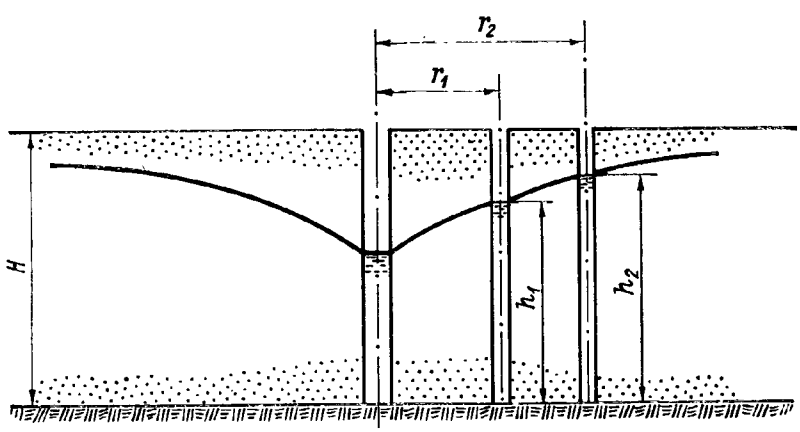


Рис. V.10. Полевые определения водопроницаемости (схема опыта).

лучаемых результатов существенно зависит от выбора расстояния между центральной и контрольными скважинами и другими параметрами пласта и порового раствора [41].

а. Если для скорости потока воспользоваться законом (IV.2.4), то для количества воды q, откачиваемой из совершенной

скважины в единицу времени, будет справедливо уравнение

$$q=2\pi rHK_0\left(\frac{dz}{dr}-i_0\right). \qquad \text{(V.6.1)}$$

Интегрируя (V.6.1) в пределах $z=h_2$ для $r=r_2$ и $z=h_1$ для $r=r_1$ (см. рис. V.10) и решая полученное уравнение относительно K_0, получим:

$$K_0=\frac{q\ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi H\left[(h_2-h_1)-i_0(r_2-r_1)\right]}, \quad i_0<\frac{h_2-h_1}{r_2-r_1}. \qquad \text{(V.6.2)}$$

Для $i=0$ из (V.6.2) следует известное выражение для коэффициента фильтрации $K_{\text{д}}$ вязкой жидкости, подчиняющейся закону Дарси:

$$K_{\text{д}}=\frac{q\ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi H(h_2-h_1)}. \qquad \text{(V.6.3)}$$

Сравнивая (V.6.2) и (V.6.3), получим отношение

$$\frac{K_{\text{д}}}{K_0}=1-i_0\beta, \qquad \text{(V.6.4)}$$

где

$$\beta=\frac{r_2-r_1}{h_2-h_1}. \qquad \text{(V.6.5)}$$

Из (V.6.4) следует, что погрешность в определении коэффициента фильтрации не превосходит 10% лишь для $i_0\beta\leqslant 0{,}1$.

б. Для закона фильтрации (IV.2.5) вместо (V.6.1) имеем

$$q=2\pi rHK'\left(\frac{dz}{dr}-I_0\right)^2. \qquad \text{(V.6.6)}$$

Интегрируя (V.6.6) в тех же пределах, что и (V.6.1), и решая полученное уравнение относительно K', найдем

$$K'=\frac{2q\left(\sqrt{r_2}-\sqrt{r_1}\right)^2}{\pi H\left[(h_2-h_1)-I_0(r_2-r_1)\right]^2}. \qquad \text{(V.6.7)}$$

в. Для закона фильтрации (IV.3.5) вместо (V.6.1) получим

$$q=2\pi rHK_0[z'-i(1-e^{-z'/i})]. \qquad \text{(V.6.8)}$$

Так как (V.6.8) элементарно не интегрируется, разложим $e^{-\frac{z}{i}}$ по степеням $-\frac{z'}{i}$ и воспользуемся первыми тремя членами. Тогда

вместо (V.6.8) получим

$$q=\pi rHK_0\frac{z'^2}{i}. \qquad (V.6.9)$$

Интегрируя (V.6.9) в тех же пределах, что и (V.6.1), и решая относительно K_0, найдем

$$K_0=\frac{4qi(\sqrt{r_2}-\sqrt{r_1})^2}{\pi H(h_2-h_1)^2}. \qquad (V.6.10)$$

Оценим точность полученного решения (V.6.10). Обозначим $\overline{K}_0$ — точное решение уравнения (V.6.8) при указанных краевых условиях. Тогда вместо (V.6.8) получим

$$q=\pi rH\overline{K}_0\left(\frac{z'^2}{i}+iR\right), \qquad (V.6.11)$$

где R — остаток ряда для экспоненты, начиная с четвертого члена, и поэтому $|R|\leqslant\frac{\varepsilon^3}{6}$ как только $\left|\frac{z'}{i}\right|\leqslant\varepsilon$, при этом

$$\left|\frac{Ri^2}{z'^2}\right|\leqslant\frac{\varepsilon}{6}. \qquad (V.6.12)$$

Почленно вычтем уравнения (V.6.9) и (V.6.11), получим

$$\frac{z'^2}{2i}(K_0-\overline{K}_0)=\overline{K}_0iR.$$

Откуда следует

$$\left|\frac{K_0-\overline{K}_0}{\overline{K}_0}\right|\leqslant 2\left|\frac{Ri^2}{z'^2}\right|\leqslant\frac{\varepsilon}{3}. \qquad (V.6.13)$$

Следовательно, можно утверждать, что относительная погрешность при вычислении K_0 не превосходит $\frac{\varepsilon}{3}\cdot 100\%$.

Таким образом, неучет полной реологической характеристики порового раствора является одной из причин несовпадения численных значений коэффициента фильтрации в полевых и лабораторных условиях.

§ 7. ДЕБИТ ОДИНОЧНОГО КОЛОДЦА

Дебит скважины q в безнапорном водоносном горизонте равен расходу потока, проходящего через цилиндрический водоносный горизонт радиусом r и мощностью z.

Для закона фильтрации (IV.2.4) для q запишем [41]

$$q=2\pi rzK_0\left(\frac{dz}{dr}-i_0\right). \qquad (V.7.1)$$

Перепишем (V.7.1) в форме

$$q\frac{dr}{r}=2\pi K_0 z\,dz-2\pi K_0 i_0 z\,dz. \qquad (V.7.2)$$

Проинтегрируем (V.7.2) при условии $r=r_K$; $z=H_K$; $r=R$; $z=H_0$ (рис. V.11). Интегрирование существенно упрощается, если для z во втором члене правой части (V.7.2) принять среднее значение $\overline{H}\in[H_K, H_0]$.

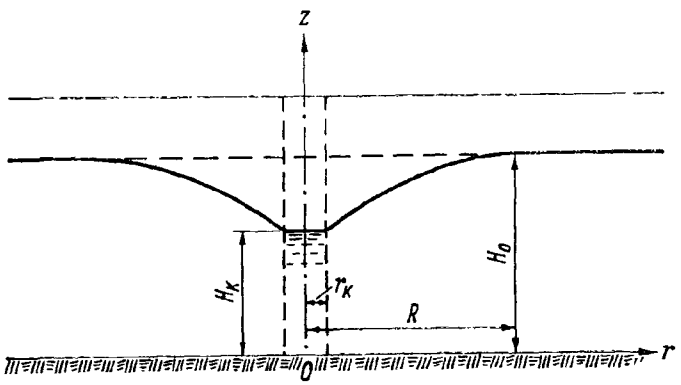


Рис. V.11. Дебит одиночного колодца (расчетная схема).

Решая (V.7.2) относительно q при этом допущении, найдем

$$q=\frac{\pi K_0\left[(H_0^2-H_K^2)-2i_0\overline{H}(R-r_K)\right]}{\ln\dfrac{R}{r_K}}. \qquad (V.7.3)$$

Для $i=0$, вместо (V.7.3) получим известное выражение для $q_д$, полученное на основе закона Дарси,

$$q_д=\frac{\pi K_0(H_0^2-H_K^2)}{\ln\dfrac{R}{r_K}}. \qquad (V.7.4)$$

Из (V.7.3) и (V.7.4) получаем

$$\frac{q}{q_д}=1-2i_0\alpha,$$

где

$$\alpha=\frac{\overline{H}(R-r_K)}{H_0^2-H_K^2}.$$

Для закона фильтрации (IV.2.5) вместо (V.7.1) имеем

$$q=2\pi rzK\left(\frac{dz}{dr}-I_0\right)^2. \qquad (V.7.5)$$

Решая (V.7.5) при тех же условиях, которые были приняты при получении (V.7.3), получим

$$q=\frac{\pi K\left[2\left(\sqrt{H_0^3}-\sqrt{H_K^3}\right)-3\sqrt{\overline{H}}\,I_0(R-r_K)\right]^2}{18\left(\sqrt{R}-\sqrt{r_K}\right)^2}. \qquad (V.7.6)$$

Для закона фильтрации (IV.3.5) вместо (V.7.1) следует записать

$$q=2\pi rzK_0\left[z'-i\left(1-e^{-z'/i}\right)\right]. \qquad \text{(V.7.7)}$$

Принимая те же допущения, что и в отношении (V.6.8), вместо (V.7.7) получим

$$q=\frac{\pi K_0 rz}{i}z'^2. \qquad \text{(V.7.8)}$$

Интегрируя (V.7.8) при тех же условиях, что и (V.7.2), получаем

$$q=\frac{\pi K_0\left(\sqrt{H_0^3}-\sqrt{H_K^3}\right)^2}{9i\left(\sqrt{R}-\sqrt{r_K}\right)^2}, \quad i>0. \qquad \text{(V.7.9)}$$

Оценим точность полученного решения (V.7.9). Обозначим $\widetilde{q}$ — точное решение уравнения (V.7.7). Тогда вместо (V.7.8) имеем

$$\widetilde{q}=2\pi rzK_0\left[\frac{z'^2}{2i}+iR\right]. \qquad \text{(V.7.10)}$$

Почленно вычтем (V.7.8) и (V.7.10) и разделим обе части полученного уравнения на $\widetilde{q}$. Получим

$$\frac{\widetilde{q}-q}{\widetilde{q}}=\frac{iR}{\frac{z'^2}{2i}+iR}.$$

Учитывая соотношения (V.6.12), получаем

$$\left|\frac{\widetilde{q}-q}{\widetilde{q}}\right|=\left|\frac{iR}{\frac{z'^2}{2i}+iR}\right|=\left|\frac{2}{\frac{z'^2}{i^2R}+2}\right|\leqslant\left|\frac{2i^2R}{z'^2}\right|\leqslant\frac{\varepsilon}{3}.$$

Следовательно, относительная погрешность при вычислении не превосходит $\frac{\varepsilon}{3}\cdot 100\%$.

§ 8. УДАЛЕНИЕ ВОДЫ ИЗ СЛОЯ ПЕСКА

Удаление воды производится откачкой ее из подстилающего более водопроницаемого слоя гравия через колодцы с водонепроницаемой стенкой [177]. Расчетная схема показана на рис. V.12.

Для некоторого времени t для градиента напора I справедливо отношение

$$I=\frac{z-H_c}{z}, \qquad \text{(V.8.1)}$$

где H_c — высота капиллярного подъема; z — текущая ордината.

Закон фильтрации (V.2.4). Учитывая (V.8.1) вместо (IV.2.4), имеем

$$V=K_0\left[\frac{z-H_c}{z}-i_0\right]. \quad (V.8.2)$$

С другой стороны, скорость, с которой верхняя граница водонасыщенной зоны опускается с высоты z до конечного положения на высоте H_c, равна dz/dt. Следовательно, можем записать

$$V=-\frac{dz}{dt}nc, \quad (V.8.3)$$

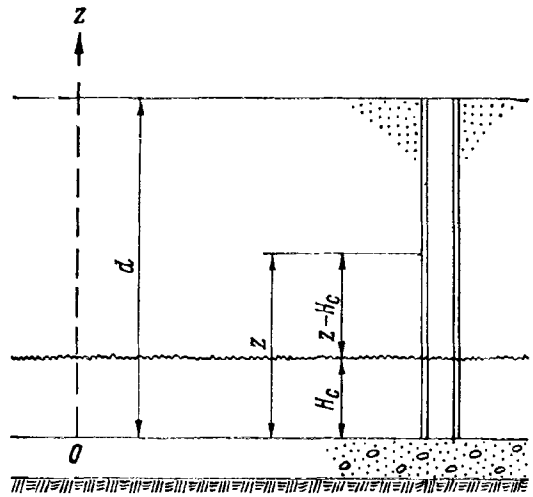


Рис. V.12. Удаление воды из слоя песка [177].

где nc — часть пор песка n на единицу объема, которая заполнена воздухом.

Из (V.8.2) и (V.8.3) получим

$$K_0\left[\frac{z-H_c}{z}-i_0\right]=-\frac{dz}{dt}nc. \quad (V.8.4)$$

Интегрируем (V.8.4) при условии $t=0$, $z=d$, имеем

$$t=\frac{H_c nc}{K_0(1-i_0)}\left[\frac{1}{1-i_0}\ln\frac{d(1-i_0)-H_c}{z(1-i_0)-H_c}+\frac{d}{H_c}-\frac{z}{H_c}\right]. \quad (V.8.5)$$

Для $i_0=0$ вместо (V.8.5) как частный случай следует известное уравнение, определяющее скорость, с которой происходит отдача воды из толщи песка [177],

$$t=\frac{H_c nc}{K_0}\left[\ln\frac{d-H_c}{z-H_c}+\frac{d}{H_c}-\frac{z}{H_c}\right]. \quad (V.8.6)$$

Чтобы влияние i_0 на замедление скорости отдачи воды из песка не маскировалось капиллярными силами, рассмотрим случай, когда $H_c=0$. Тогда $I=\frac{z-H_c}{z}=1$ и вместо (V.8.4) имеем:

$$K_0(1-i_0)=-\frac{dz}{dt}nc,\ i_0<1. \quad (V.8.7)$$

Решение уравнения (V.8.7) при прежних условиях приводит к зависимости

$$t=\frac{(d-z)nc}{K_0(1-i_0)}. \quad (V.8.8)$$

Для $i_0=0$ вместо (V.8.8) получим

$$t_0=\frac{(d-z)nc}{K_0}. \qquad \text{(V.8.9)}$$

Разделив (V.8.8) на (V.8.9), получим

$$\frac{t}{t_0}=\frac{1}{1-i_0}, \quad i_0<1. \qquad \text{(V.8.10)}$$

Для закона фильтрации (V.2.5) вместо (V.8.4) имеем

$$\left(\frac{z-H_c}{z}-I_0\right)^2=\frac{nc}{K}\cdot\frac{dz}{dt}. \qquad \text{(V.8.11)}$$

Решая (V.8.11) при прежних условиях, имеем

$$t=\frac{H_c nc}{K(1-I_0)}\left[\frac{2}{(1-I_0)^2}\ln\frac{\gamma}{\lambda}+\frac{d-z}{H_c(1-I_0)}+\frac{H_c(d-z)}{(1-I_0)\gamma\lambda}\right]. \qquad \text{(V.8.12)}$$

Здесь обозначено:

$$\lambda=z(1-i_0)-H_c; \quad \gamma=d(1-i_0)-H_c.$$

Для закона фильтрации (IV.3.5) вместо (V.8.4) следует записать

$$K_0\left[\frac{z-H_c}{z}-i\left(1-e^{-\frac{z-H_c}{zi}}\right)\right]=-\frac{dz}{dt}nc. \qquad \text{(V.8.13)}$$

Воспользовавшись, как и в предыдущих задачах, первыми тремя членами разложения $e^{-\frac{z-H_c}{zi}}$ по степеням $-\frac{z-H_c}{zi}$, вместо (V.8.13) получим

$$K_0\frac{(z-H_c)^2}{2z^2i}=-\frac{dz}{dt}nc.$$

Интегрирование последнего выражения для $z=d$ при $t=0$ дает

$$t=\frac{2nci}{K_0}\left[d-z+2H_c\ln\left|\frac{d-H_c}{z-H_c}\right|+\frac{H_c^2(d-z)}{(d-H_c)(z-H_c)}\right], \quad i>0. \qquad \text{(V.8.14)}$$

§ 9. ВЫСОТА И СКОРОСТЬ КАПИЛЛЯРНОГО ПОДНЯТИЯ

Высота капиллярного подъема. Если в (III.7.6) значение $R/2$ заменить через гидравлический радиус $\overline{R}$ и принять эту величину за характерный размер пористой среды, то вместо (III.7.6) можно за-

писать

$$H_{1,2}=\frac{\sigma\cos\alpha}{\overline{R}\rho g\pm\tau_0}. \qquad (V.9.1)$$

Учитывая, что

$$\overline{R}=\frac{n}{S}, \qquad (V.9.2)$$

где n — пористость, S — удельная поверхность системы, вместо (V.9.1) получим

$$H_{1,2}=\frac{\sigma\cos\alpha}{\frac{n}{S}\rho g\pm\tau_0}. \qquad (V.9.3)$$

Перепишем (I.3.26) в виде

$$\tau_0=\frac{R}{2}\rho g I_0=\overline{R}\rho g I_0=\frac{n}{S}\rho g I_0. \qquad (V.9.4)$$

С учетом (V.9.4) вместо (V.9.3) имеем

$$H_{1,2}=\frac{\sigma\cos\alpha}{\frac{n}{S}\rho g\,[1+I_0]}. \qquad (V.9.5)$$

В (V.9.1), (V.9.3) и (V.9.5) знак плюс (+) относится к капиллярному подъему и знак минус (—) к опусканию мениска. Значения $H_{1,2}$ характеризуют квазиравновесные высоты капиллярного подъема.

При $\tau_0=0$ ($I_0=0$) из (V.9.3) и (V.9.5) следует известная формула для высоты капиллярного подъема, определяемой из условий минимума свободной энергии системы в равновесии:

$$H=\frac{S\sigma\cos\alpha}{n\rho g}. \qquad (V.9.6)$$

Инфильтрация или восходящий поток интенсивностью q изменяет высоту капиллярного подъема на величину ΔH.

Инфильтрация. В этом случае для градиента напора I справедливо отношение

$$I=\frac{\Delta H}{H+\Delta H}. \qquad (V.9.7)$$

Воспользуемся для скорости потока законом (IV.2.4). Тогда для потока q можно написать

$$q=\omega K_0\left(\frac{\Delta H}{H_{1,2}+\Delta H}-i_0\right), \qquad (V.9.8)$$

где ω — площадь рассматриваемого сечения.

Из (V.9.8) найдем

$$\Delta H = H_{1,2}\left[\frac{\frac{q}{\omega K_0}+i_0}{1-i_0-\frac{q}{\omega K_0}}\right]. \qquad (V.9.9)$$

Для кинетической высоты капиллярного подъема, определяемой как

$$H_K = H_{1,2}+\Delta H, \qquad (V.9.10)$$

из (VI.9.9) и (VI.9.10) найдем

$$H_K = H_{1,2}\left(\frac{1}{1-i_0-\frac{q}{\omega K_0}}\right). \qquad (V.9.11)$$

Для $\frac{q}{\omega K_0}+i_0=1$ из (V.9.11) следует $H_K=\infty$.

Восходящий поток. Для этого случая вместо (V.9.7) и (V.9.8) следует записать:

$$I=\frac{\Delta H}{H-\Delta H}; \qquad (V.9.12)$$

$$q=\omega K_0\left(\frac{\Delta H}{H_{1,2}-\Delta H}-i_0\right). \qquad (V.9.13)$$

Из (V.9.13) найдем

$$\Delta H = H_{1,2}\left(\frac{\frac{q}{\omega K_0}+i_0}{1+i_0+\frac{q}{\omega K_0}}\right). \qquad (V.9.14)$$

Для кинетической высоты капиллярного подъема из (V.9.10) с учетом (V.9.14) получим выражение

$$H_K = H_{1.2}\left(\frac{1+2i_0+\frac{2q}{\omega K_0}}{1+i_0+\frac{q}{\omega K_0}}\right). \qquad (V.9.15)$$

Для $\frac{q}{\omega K_0}+i_0=1$ из (V.9.15) следует $H_K=1{,}5H_{1,2}$.

Скорость капиллярного подъема. Для закона фильтрации (IV.2.4) скорость капиллярного подъема в цилиндрической трубке может быть записана в виде

$$V\approx K_0(I-i_0). \qquad (V.9.16)$$

Для любого момента t, когда мениск в вертикальном капилляре находится на высоте z, для градиента напора справедливо соот-

ношение

$$I=\frac{H_1-z}{z}, \tag{V.9.17}$$

где H_1 определяется зависимостью (V.9.3) со знаком плюс.

С другой стороны, для скорости подъема мениска можно записать

$$V=\frac{dz}{dt}. \tag{V.9.18}$$

Комбинируя (V.9.18) и (V.9.16) с учетом (V.9.17), найдем

$$\frac{dz}{dt}=K_0\left(\frac{H_1-z}{z}-i_0\right). \tag{V.9.19}$$

Интегрируя (V.9.19) при условии $t=0$, $z=0$, получим

$$t=\frac{H_1}{K_0(1+i_0)^2}\left[\ln\frac{H_1}{H_1-(1+i_0)z}-\frac{z(1+i_0)}{H_1}\right]. \tag{V.9.20}$$

Для пористой среды, характеризуемой пористостью n, вместо (V.9.20), следует записать

$$t=\frac{nH_1}{K_0(1+i_0)^2}\left[\ln\frac{H_1}{H_1-(1+i_0)z}-\frac{z(1+i_0)}{H_1}\right]. \tag{V.9.21}$$

Для $i_0=0$ из (V.9.21) следует известное выражение [177]

$$t=\frac{nH}{K}\left[\ln\frac{H}{H-z}-\frac{z}{H}\right]. \tag{V.9.22}$$

Глава VI.

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕНОСА ЖИДКОСТИ В НЕНАСЫЩЕННОЙ СРЕДЕ

Движение вязкой жидкости в общем случае описывается системой дифференциальных уравнений Навье—Стокса, интегрирование которых в силу их нелинейности связано с большими математическими трудностями. В большинстве случаев уравнения динамики вязкой жидкости упрощают применительно к условиям задачи, опуская в этих уравнениях те или иные слагаемые, влиянием которых по сравнению с другими можно пренебречь [43].

Для случая движения жидкости в пористой среде эти классические уравнения практически не применяются из-за невозможности описать граничные условия.

В силу того, что процессы течения в такой среде отличаются большой сложностью, возникает необходимость в схематизации этих процессов при их исследовании.

По-видимому, впервые Ричардс [230] предложил использовать для скорости потока жидкости в ненасыщенной среде зависимость, аналогичную закону Дарси.

Систематический материал о передвижении жидкости в ненасыщенной среде можно найти в монографиях С. В. Нерпина и А. Ф. Чудновского [143], А. А. Родэ [169], Чайлдса [207] и И. И. Судницина [175].

В настоящей главе лишь обсуждаются возможные причины нарушения закона Дарси для ненасыщенной среды в изотермических условиях.

§ 1. ВЛИЯНИЕ СДВИГОВОЙ ПРОЧНОСТИ НА РАВНОВЕСИЕ И ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ В ТОНКИХ СЛОЯХ

Наличие сдвиговой прочности может оказать существенное влияние на характер движения пленочной влаги в ненасыщенной зоне почв и грунтов [32].

Уравнения гидродинамики тонких слоев для установившегося движения в направлении оси y и без квадратичных членов имеют следующий вид:

$$\frac{\partial P}{\partial y} - Y = \eta \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} \right), \qquad \text{(VI.1.1)}$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial y}=0, \qquad \text{(VI.1.2)}$$

где P — давление в слое; x, y, z — координатные оси; Y — проекция объемной силы на ось y; V_y — компонента скорости; η — вязкость.

Если мы рассматриваем поток в точке, где влияние границ в направлении одной из осей, например z, еще не сказывается, то, пренебрегая величиной $\frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2}$, получаем

$$\frac{\partial P}{\partial y}-Y=\eta\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2}. \qquad \text{(VI.1.3)}$$

Учитывая, что $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}=\frac{\partial \tau}{\partial x}$, где τ — напряжение сдвига, можно вместо (VI.1.3) также написать

$$\frac{\partial P}{\partial y}-Y=\frac{\partial \tau}{\partial x}. \qquad \text{(VI.1.4)}$$

Если члены, стоящие в левой части уравнения, не зависят от координаты x, то, решая (VI.1.4), находим

$$\tau=\left(\frac{\partial P}{\partial y}-Y\right)x+C. \qquad \text{(VI.1.5)}$$

При движении жидкости в слое, ограниченном двумя параллельными плоскостями, удобно расположить начало координат посередине толщины слоя h. Тогда по условиям симметрии можем считать, что при

$$x=0,\ \tau=0. \qquad \text{(VI.1.6)}$$

Используя это условие, находим, что $C=0$, следовательно, вместо уравнения (VI.1.5) получаем

$$\tau=\left(\frac{\partial P}{\partial y}-Y\right)x. \qquad \text{(VI.1.7)}$$

На границе слоя при $x=\frac{h}{2}$

$$\tau_{гр}=\left(\frac{\partial P}{\partial y}-Y\right)\frac{h}{2}. \qquad \text{(VI.1.8)}$$

Рассматривая движение в слое жидкости, граничащем, с одной стороны, с твердым телом, а с другой стороны, с газом, расположим начало координат на поверхности жидкость—газ и направим ось x в сторону слоя. Тогда при соблюдении условия (VI.1.6) найдем, что $C=0$ и, следовательно, вместо (VI.1.5), как и в первом

случае, можем написать

$$\tau=\left(\frac{\partial P}{\partial y}-Y\right)x.$$

На границе с твердым телом при $x=h$ найдем, что

$$\tau_{\text{гр}}=\left(\frac{\partial P}{\partial y}-Y\right)h. \qquad \text{(VI.1.9)}$$

Для случая движения жидкости по трубе круглого сечения с радиусом r при совмещении оси y, направленной вдоль потока, с осью трубы уравнение Навье—Стокса в цилиндрических координатах будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial P}{\partial y}-Y=\eta\left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial V}{\partial r}\right) \qquad \text{(VI.1.10)}$$

или, учитывая, что

$$\eta\left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial V}{\partial r}\right)=\frac{\partial\tau}{\partial r}+\frac{\tau}{r},$$

можем также написать

$$\frac{\partial P}{\partial y}-Y=\frac{\partial\tau}{\partial r}+\frac{\tau}{r}. \qquad \text{(VI.1.11)}$$

Решая уравнение (VI.1.11), находим

$$\tau=\frac{1}{r}\left[\frac{r^2}{2}\left(\frac{\partial P}{\partial y}-Y\right)+C\right].$$

Учитывая, что при $r=0$, $\tau=0$, находим, что $C=0$ и, следовательно,

$$\tau=\frac{r}{2}\left(\frac{\partial P}{\partial y}-Y\right).$$

У стенок трубы при $r=R$

$$\tau=\frac{R}{2}\left(\frac{\partial P}{\partial y}-Y\right).$$

Воспользовавшись законом Шведова—Бингама для вязкопластического течения

$$\tau=\tau_0+\eta\frac{\partial V}{\partial n}$$

(где τ_0 — предельное напряжение сдвига; $\frac{\partial V}{\partial n}$ — производная скорости по нормали к ней), можем установить, что при $\tau_{\text{гр}}=\tau_0$ жидкость окажется неподвижной во всем пространстве между граничными поверхностями.

Следовательно, предельным условием, определяющим начало движения жидкости, является:

для симметричного слоя, ограниченного двумя неподвижными плоскостями,

$$\left(\frac{\partial P}{\partial y} - Y\right)\frac{h}{2} = \tau_0, \qquad \text{(VI.1.12)}$$

для несимметричного слоя, когда, с одной стороны, слой граничит с твердым телом, а с другой — с газом,

$$\left(\frac{\partial P}{\partial y} - Y\right)h = \tau_0, \qquad \text{(VI.1.13)}$$

для капилляра круглого сечения

$$\left(\frac{\partial P}{\partial y} - Y\right)\frac{r}{2} = \tau_0. \qquad \text{(VI.1.14)}$$

Условия (VI.1.12)—(VI.1.14) показывают, что в случае тонких слоев влияние сдвиговой прочности может быть очень значительным. Рассмотрим, например, случай стекания тонкого слоя жидкости по вертикальной плоскости.

Так как при этом[1] $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$ (на границе с газом $P = Pr = \text{const}$), $Y = -\rho g$, где ρ — плотность жидкости и g — ускорение силы тяжести, то, вместо условия (VI.1.13), следует написать

$$\rho g h = \tau_0. \qquad \text{(VI.1.15)}$$

Например, при $h = 10^{-6}$ см и $\rho g \approx 10^3$ дин $\cdot$ см$^{-3}$ достаточно величины $\tau_0 \approx 10^{-3}$ дин $\cdot$ см$^{-2}$, чтобы слой оставался неподвижным.

Если слой горизонтален, но толщина его непостоянна, то условие (VI.1.13) может быть записано в следующем виде:

$$\frac{\partial(\Delta P_h)}{\partial y} = \frac{\partial R(h)}{\partial y} = -\frac{\partial R(h)}{\partial h}\cdot\frac{\partial h}{\partial y} = \frac{\tau_0}{h} \qquad \text{(VI.1.16)}$$

или

$$\frac{\partial R(h)}{\partial h}\,h = \frac{\tau_0}{\alpha}, \qquad \text{(VI.1.17)}$$

где ΔP_h — межфазный перепад давления; $R(h)$ — расклинивающее давление; α — угол наклона граничной поверхности жидкость—газ к граничной поверхности твердое тело—жидкость.

Если предположить, что расклинивающее давление $R(h) = \frac{\xi^3}{h^3}$,

---

[1] Мы предполагаем толщину слоя столь малой, что волнообразование, возникающее при больших толщинах, отсутствует.

где ξ — постоянная[1], то вместо уравнения (VI.1.17) получаем

$$\alpha=\frac{\tau_0}{3R(h)}. \qquad \text{(VI.1.18)}$$

Например, если $R(h)$ имеет порядок 10^4—10^5 дин/см^2, $\tau_0=10^{-3}$ дин/см^2, то достаточно иметь уклон поверхности $\frac{1}{3}(10^{-7}$—$10^{-8})$, чтобы слой пришел в движение.

С учетом уравнения (VI.1.16) условие (VI.1.13) следует записать в виде

$$\tau_0-\rho gh+\frac{dR(h)}{dh}\cdot\frac{dh}{dy}h=0. \qquad \text{(VI.1.19)}$$

Если для $R(h)$ принять зависимость $R(h)=\frac{\xi^3}{h^3}$, то вместо (VI.1.19) после простых преобразований получим

$$dy=3\xi^3\frac{dh}{h^3(\tau_0-\rho gh)}. \qquad \text{(VI.1.20)}$$

Интегрируя уравнение (VI.1.20) от 0 до y и от $h=\infty$ (уровень объемной жидкости) до h, находим

$$y=3\xi^3\left[\frac{1}{2\tau_0h^2}+\frac{\rho g}{\tau_0^2h}+\frac{(\rho g)^2}{\tau_0^3}\ln\left(1-\frac{\tau_0}{\rho gh}\right)\right]. \qquad \text{(VI.1.21)}$$

Интегрирование уравнения (VI.1.20) для $\tau_0=0$ дает

$$y=\frac{\xi^3}{\rho gh^3}. \qquad \text{(VI.1.22)}$$

Сопоставляя уравнения (VI.1.22) и (VI.1.21), можем заметить, что при τ_0, отличном от нуля, толщина слоя h при безграничном возрастании y стремится не к нулю, как в случае $\tau_0=0$, а к некоторой конечной толщине $h=\frac{\tau_0}{\rho g}$.

На рис. VI.1 приведены для сравнения кривые изменения толщины слоя по высоте стенки при $\tau_0=0$ и различных значениях τ_0, отличных от нуля, построенные по уравнениям (VI.1.21) и (VI.1.22). Значение постоянной ξ^3 принято равным 10^{-12} дин·см. Как видно из рис. VI.1, влияние пластических свойств начинает заметно сказываться на функции $h(y)$ уже с величины $\tau_0=10^{-3}$ дин·см$^{-2}$; с возрастанием величины τ_0 равновесная толщина пленки резко возрастает.

[1] В случае несимметричных смачивающих пленок водных растворов электролита расклинивающее давление (включающее как молекулярную, так и ионно-электростатическую составляющие) может быть приближенно выражено зависимостью вида $R(h)=\xi^3/h^3$, причем постоянная ξ определяется по изотермам расклинивающего давления.

Экспериментальные исследования влияния неньютоновских свойств воды на пленочное течение в пористых телах выполнены Н. В. Чураевым и М. М. Гороховым [195а].

Эксперименты проводились на жесткой и химически инертной системе (кварцевом песке) с тем, чтобы исключить влияние факторов, не связанных с реологическими свойствами воды.

Водонасыщенный кварцевый песок помещался в кювету прибора между двумя тонкими пористыми дисками, через которые из образца перед началом измерений можно отсосать часть влаги. Создавая и поддерживая с помощью маностатов определенное разрежение, обезвоживали образец до некоторой равновесной влажности W, отвечавшей капиллярному давлению P. Окончание обезвоживания фиксировалось по прекращению водоотдачи. После этого, создавая определенную разность капиллярных давлений ΔP на концах образца, измеряли скорость установившегося течения.

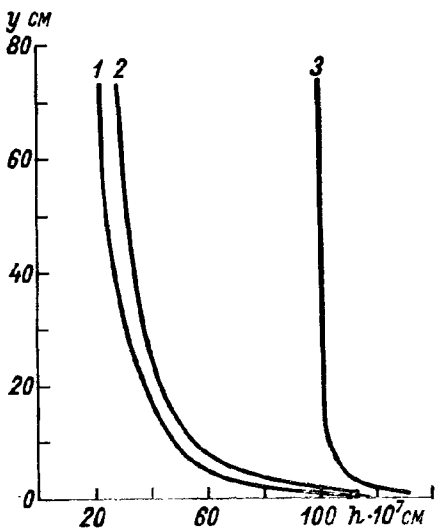


Рис. VI.1. Влияние величины τ_0 на равновесное распределение жидкой пленки по вертикальной поверхности.

1) $\tau_0=0$; 2) $\tau_0=1\cdot10^{-3}$ дин · см$^{-2}$; 3) $\tau_0=1\cdot10^{-2}$ дин · см$^{-2}$.

Скорости влагопереноса $V=Q/\omega$ (где Q — расход и ω — площадь сечения образца) определялись по перемещению отступающего мениска в калиброванном капилляре, подсоединенном к входной камере. Кроме того, значения V контролировались на выходе из образца по количеству собранного в микробюретке фильтрата. Измерения проводились при ряде различных значений ΔP, менявшихся ступенчато. Для того чтобы не вызвать появления больших перепадов влажности в образце, измерения вели в области значений $\Delta P/P<0{,}15$. Наибольшие градиенты давления необходимо было создавать при малой влажности песка. Однако проверка распределения влаги по длине образца в этом случае (т. е. при ΔP_{max}) показала, что возникавшие перепады влажности были невелики. Это позволило с достаточно хорошей точностью считать, что средняя влажность песка не менялась при изменениях градиента давления.

На рис. VI.2 показаны результаты, полученные для образца кварцевого песка с размерами зерен 0,2—0,3 мм. На графиках по оси абсцисс отложены безразмерные значения градиентов давления ($I=\Delta H/l$, где $\Delta H=\Delta P/\rho g$ — разность давлений, выраженная в сантиметрах водяного столба, и l — длина образца), а по оси ординат — измеренные значения скорости влагопереноса V. Как показывают кривые *1* и *2* на рис. VI.2, при $W\geqslant7\%$ зависимости $V(I)$ в этих опытах являются линейными и проходят через начало координат; при $W=4{,}4\%$ кривые *3* и *4*, оставаясь линейными, не проходят

через начало координат, отсекая на оси абсцисс отрезки, интерпретируемые как начальные градиенты давления I_0. Каждая точка на графике отвечает стационарному состоянию. Чередование повышения и понижения градиента давления не изменяло положения точек на графиках. Поскольку степень торможения потока возникающим потенциалом течения не зависит от ΔP, объяснить полученные результаты влиянием электровязкостного эффекта не представляется возможным. Прямым доказательством этого служило закорачивание установленных около фильтров электродов, не изменявшее

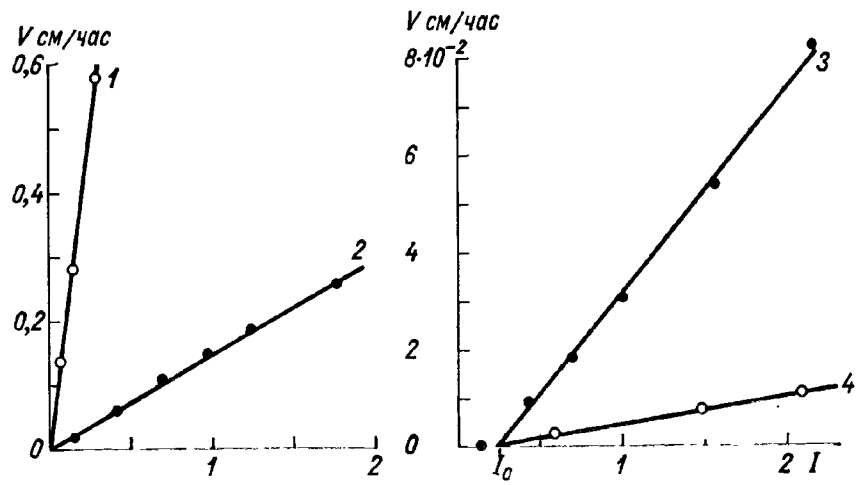


Рис. VI.2. Зависимость скорости влагопереноса V от градиента давления I в кварцевом песке [195а] при различной влажности W (степени насыщения ω).
Длина образца $l=3{,}36$ см, диаметр $d=2{,}6$ см; пористость $n=0{,}38$; $T=20°$ С.

1) $W=10{,}8\%$; $\omega=0{,}466$; $P=-3{,}83\cdot10^4$ дин · см$^{-2}$; *2)* $W=7\%$; $\omega=0{,}302$; $P=-4{,}3\cdot10^4$ дин · см$^{-2}$; *3)* $W=4{,}4\%$; $\omega=0{,}19$; $P=-4{,}8\cdot10^4$ дин · см$^{-2}$; *4)* $W=3{,}25\%$; $\omega=0{,}14$; $P=-5{,}25\cdot10^4$ дин · см$^{-2}$.

скоростей влагопереноса. Хорошая предварительная отмывка песка и использование дистиллята практически исключали влияние капиллярного осмоса.

Приведенные на рис. VI.2 данные рассчитаны с учетом поправки на сопротивление фильтров. Зависимость скорости фильтрации от градиента давления на фильтрах являлась линейной и проходила через начало координат. Следовательно, сопротивление фильтров также не могло вызвать появления начальных градиентов давления I_0. Структурные изменения грубодисперсного песка и процессы кольматации не имели места.

Все это позволяет сделать вывод, что причиной появления I_0 является отличие свойств воды от ньютоновских.

Для оценки толщины h пленок воды в песке при $W=0{,}19$ использовалось уравнение Дерягина—Нерпина для изотермы расклинивающего давления $R(h)=\xi^3/h^3$ с константой $\xi^3=5\cdot10^{-12}$ эрг. Так как в состоянии равновесия $R(h)=-P$, получим, что толщина пленки в опыте *3* (рис. VI.2) составляла $h=475$ Å, а в опыте *4* $h=460$ Å.

Для горизонтального течения, когда $Y=0$, перепишем (VI.1.13) в виде

$$\tau_0=\Delta P_0 h/l=\rho g h I_0. \qquad \text{(VI.1.23)}$$

Используя экспериментально полученные значения I_0 (рис. VI.2), можно рассчитать значения предельного напряжения сдвига для воды в пленке. По уравнению (VI.1.23) для опытов *3* и *4* получим $\tau_0\approx 1{,}15\cdot 10^{-3}$ дин/см^2. Так как толщина пленок, согласно уравнению изотермы расклинивающего давления, слабо зависит от P (в интервале значений P, имевших место в опытах), значения I_0, как видно из уравнения (VI.1.23), не должны были заметно зависеть от влажности песка. Полученные данные хорошо согласуются с этим выводом. При наличии вблизи гидрофильной поверхности частиц таких слоев, обладающих более высокими значениями τ_0, сдвиг начинается на границе этого слоя с жидкостью в пленке. Так как толщина граничных слоев имеет, по-видимому, порядок десятков ангстрем, это может изменить полученные выше значения τ_0 в сторону их снижения. Однако следует иметь в виду, что рассчитанные здесь значения τ_0 могли быть несколько занижены в связи с тем, что для их определения использованы средние значения градиента давления, которые в системе сферических частиц ниже локальных значений градиента, так как пленочные участки разъединены капиллярными манжетами.

§ 2. ОБОБЩЕНИЕ ЗАКОНА ДАРСИ ДЛЯ СЛУЧАЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В НЕНАСЫЩЕННОЙ СРЕДЕ

Обобщая уравнение (IV.3.5) на случай ненасыщенной среды, Свартцендрубер [233] предложил для одномерного случая зависимость

$$V=\beta(W)\left\{\frac{\partial W}{\partial x}-\lambda(W)\left[1-\exp\left(\gamma(W)\frac{\partial W}{\partial x}\right)\right]\right\}, \qquad \text{(VI.2.1)}$$

где $\beta(W)$, $\lambda(W)$ и $\gamma(W)$ — константы для данной влажности W, причем $\beta(W)$ имеет размерность коэффициента капиллярной диффузии. Когда λ или γ равны нулю, (VI.2.1) сводится к уравнению капиллярной диффузии. Ограниченность (VI.2.1) следует из того факта, что λ и γ являются лишь параметрами экспериментальной зависимости $V(W)$ и не содержат в прямом виде реологических характеристик жидкости и особенностей геометрии порового пространства.

Этих недостатков лишен метод обобщения закона Дарси для случаев нелинейной фильтрации в ненасыщенной среде, основанный на использовании известных решений для моделирования фильтрации вязкопластических жидкостей.

Применительно к ненасыщенной среде уравнение (VI.2.1) запишем в виде:

$$V=-K_0(W)I\left[1-\frac{4}{3}\cdot\frac{I_0(W,\tau_0)}{I}+\frac{1}{3}\cdot\frac{I_0(W,\tau_0)^4}{I^4}\right], \tag{VI.2.1a}$$

$$|I|\geqslant I_0(W,\tau_0);\ V=0;\ |I|\leqslant I_0(W,\tau_0)$$

или в форме закона Дарси

$$V=-K(I)_W I, \tag{VI.2.2}$$

где

$$K(I)_W=K_0(W)\left[1-\frac{4}{3}\cdot\frac{I_0(W,\tau_0)}{I}+\frac{1}{3}\cdot\frac{I_0(W,\tau_0)^4}{I^4}\right]. \tag{VI.2.3}$$

В уравнениях (VI.2.1а)—(VI.2.3) обозначено: W — влажность; I — градиент силового потенциала; $K_0(W)$ — влагопроводность ньютоновой жидкости; $I_0(W, \tau_0)$ — некоторая константа для данной влажности и температуры, имеющая размерность градиента силового потенциала; τ_0 — предельное напряжение сдвига; $K(I)_W$ — параметр, зависящий от градиента потенциала для заданной влажности.

Если в зависимость (III.3.6а) внести коррективы на степень заполнения пор водой, то из нее можно определить $I_0(W, \tau_0)$

$$I_0(W,\tau_0)=\frac{\tau_0 S}{\alpha(W)n\rho g}. \tag{VI.2.4}$$

Представим $K_0(W)$ в виде

$$K_0(W)=A(W)R^2, \tag{VI.2.5}$$

где $A(W)$ — константа для данной влажности; R — гидравлический радиус.

Подставляя (VI.2.4) и (VI.2.5) в (VI.2.3), получим

$$K(I)_W=A(W)R^2\left[1-\frac{4}{3}\cdot\frac{\tau_0 S}{I\alpha(W)n\rho g}+\frac{1}{3}\cdot\frac{(\tau_0 S)^4}{I^4[\alpha(W)n\rho g]^4}\right]. \tag{VI.2.6}$$

Одним из достоинств изложенного метода обобщения закона Дарси является возможность оценки влияния температуры не только на термодинамические факторы, определяющие движение жидкости, но и на реологические свойства жидкости.

Температурную зависимость для (τ_0) можно представить [34] как:

$$\tau_{0\,t}=\tau_{0\,20^\circ}\frac{60-t}{40}, \tag{VI.2.7}$$

где $\tau_{0\,20^\circ}$ — величина предельного напряжения сдвига при температуре 20° С; t — температура в градусах Цельсия.

Как уже отмечалось в главе III, в тех случаях, когда мы имеем дело с пористой средой, в качестве расчетной величины можно рекомендовать значение $\tau_{0\,20^\circ} \approx 10^{-3}$ дин/см^2.

С. В. Нерпин и Е. Д. Хлопотенков [145], используя капиллярную модель грунта, получили для $K(I)$ выражение

$$K(I) = \zeta \int_{\omega_0}^{\omega} \left(\frac{1}{h_K^2} - \frac{4}{3} \cdot \frac{\beta}{I} \cdot \frac{1}{h_K} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\beta^4}{I^4} \cdot h_K^2 \right) dW, \quad \text{(VI.2.8)}$$

где обозначено

$$\zeta = \frac{A\sigma^2}{10^2 \rho g}, \quad \beta = \frac{\tau_0}{\sigma}, \quad h_K = \frac{S\sigma}{n\rho g}. \quad \text{(VI.2.9)}$$

При выводе (VI.2.8) было сделано допущение о существовании непрерывной связи между порами одного размера и о несмешиваемости потоков, идущих по порам различного размера. В действительности при заполнении влагой пор неодинаковых размеров в процессе фильтрации возникает перетекание воды из пор одного размера в поры другого размера, а система пор одного размера может прерываться порами другого размера.

Вместе с тем Нерпин и Хлопотенков полагают, что сделанные допущения могут оказаться не слишком грубыми, так как одновременное их несоблюдение является фактором, снижающим степень отклонения модели от реальной среды.

Если вместо ζ, β и h_K подставить в (VI.2.8) их значения из (VI.2.9), то легко убедиться, что (VI.2.8) с точностью до констант совпадает с (VI.2.6).

§ 3. ПРИБЛИЖЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ВЛАГИ В НЕНАСЫЩЕННОЙ СРЕДЕ

Исходными в теории движения жидкости в ненасыщенной среде являются:

1) закон, связывающий скорость потока V с градиентом действующих сил;

2) закон сохранения массы.

Выше (глава I) уже отмечалось, что перенос вещества происходит под действием сил различной природы: градиентов гидродинамического давления, температуры, концентрации растворенных веществ, внешнего электрического поля, капиллярного давления, силы тяжести.

Роль каждой силы в процессе движения влаги различна, поэтому при исследовании часто оказывается возможным пренебречь влиянием других сил по сравнению с силой, определяющей интенсивность и направление суммарного потока.

Наиболее изучен одномерный поток влаги в неизменяемой пористой среде под действием капиллярного давления P.

Особенности этого потока здесь и будут рассмотрены.

В первом приближении для скорости потока (пренебрегая составляющей в четвертой степени) вместо (VI.2.1а) можно записать:

$$V=-K_0(W)\left[\frac{\partial P}{\partial z}-i_0\right], \quad \left|\frac{\partial P}{\partial z}\right|>i_0, \qquad \text{(VI.3.1)}$$

$$V=0, \quad \left|\frac{\partial P}{\partial z}\right|\leqslant i_0. \qquad \text{(VI.3.2)}$$

Здесь обозначено: $i_0=\frac{4}{3}I_0(W, \tau_0)$; z — ордината, в направлении которой движется поток.

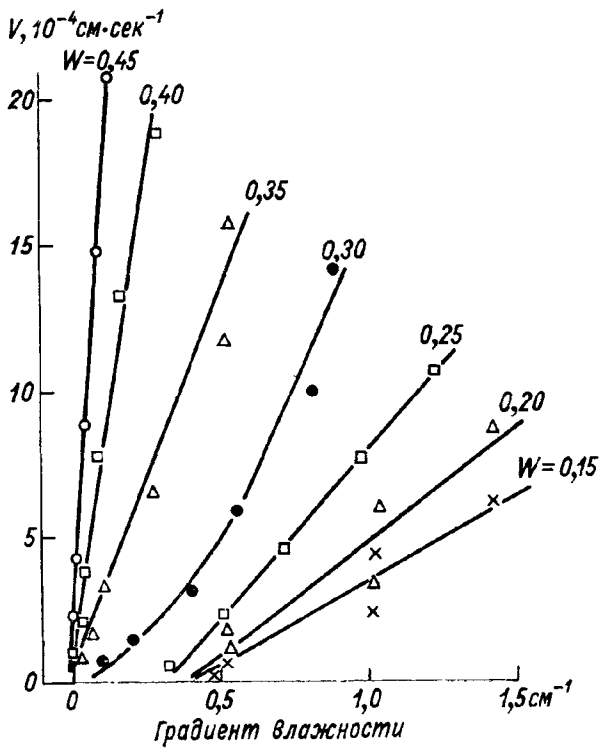


Рис. VI.3. Зависимость скорости потока от градиента влажности [233].

Учитывая, что капиллярное давление является функцией влажности W, (VI.3.1) и (VI.3.2) можно привести к виду:

$$V=-D(W)\left[\frac{\partial W}{\partial z}-i_0^*\right], \quad \left|\frac{\partial W}{\partial z}\right|>i_0^*, \qquad \text{(VI.3.3)}$$

$$V=0, \quad \left|\frac{\partial W}{\partial z}\right|\leqslant i_0^*, \qquad \text{(VI.3.4)}$$

где

$$D(W)=K_0(W)\frac{\partial P}{\partial W},$$

$$i_0^*=\frac{K_0(W)}{D(W)}i_0. \qquad \text{(VI.3.5)}$$

По аналогии с напорной фильтрацией i_0 и i_0^* можно назвать начальным градиентом давления и начальным градиентом влажности.

Экспериментальные исследования подтверждают существование начальных градиентов давления [195а] (см. рис. VI.2) и начальных градиентов влажности [233] (см. рис. VI.3). В общем случае капиллярное давление — неоднозначная функция влажности (см. следующий раздел), поэтому и величина начального градиента влажности для данной системы должна изменяться в зависимости от направления процесса (дренаж — впитывание).

Комбинируя (VI.3.1) и (VI.3.3) с законом сохранения массы, получим:

$$\frac{\partial W}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left\{K_0(W)\left[\frac{\partial P}{\partial z}-i_0\right]\right\},\quad \left|\frac{\partial P}{\partial z}\right|>i_0, \tag{VI.3.6}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left\{D(W)\left[\frac{\partial W}{\partial z}-i_0^*\right]\right\},\quad \left|\frac{\partial W}{\partial z}\right|>i_0^*. \tag{VI.3.7}$$

Здесь t — время.

Если величинами i_0 и i_0^* пренебрегают, (VI.3.6) и (VI.3.7) переходят в уравнения:

$$\frac{\partial W}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left[K_0(W)\frac{\partial P}{\partial z}\right], \tag{VI.3.8}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left[D(W)\frac{\partial W}{\partial z}\right]. \tag{VI.3.9}$$

В последнем случае передвижение влаги в пористой среде трактуется как диффузионный процесс с коэффициентом капиллярной диффузии $D(W)$, зависящим от влажности.

Экспериментальные методы определения коэффициентов капиллярной диффузии $D(W)$ и влагопроводности $K_0(W)$ обобщены в книге А. М. Глобуса [60].

Расчет по (VI.3.8) и (VI.3.9) не всегда совпадает с экспериментом [88, 169, 195а, 214, 233, 234].

Одна из причин такого несовпадения связана с допущениями, сделанными при переходе от (VI.2.1а) к (VI.3.1) и в дальнейшем от (VI.3.6) и (VI.3.7) к (VI.3.8) и (VI.3.9), и заключается в пренебрежении отличием реологических свойств почвенной влаги от ньютоновских. Ниже рассмотрены другие причины, осложняющие расчет по (VI.3.8) и (VI.3.9).

§ 4. ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Сущность капиллярного гистерезиса (гистерезис формы) [1] для пористой среды, состоящей из множества капилляров сложной формы, заключается в существовании бесконечно большого числа равновесных высот капиллярного подъема, заключенных между минимальным (увлажнение) и максимальным (осушение) значениями [123, 192].

Отсюда следует, что одному и тому же давлению (потенциалу) соответствует бесконечно большое число значений влажности, расположенных между главными ветвями увлажнения и осушения (рис. VI.4). Следовательно, использование однозначной зависимости $P(W)$ при прогнозе режима влажности может приводить

[1] Так как $\sigma=\sigma(T, C)$, то наличие постоянного градиента температуры по высоте образца обусловливает термокапиллярный гистерезис [124]. Очевидно, что и постоянный градиент концентрации растворенных веществ должен приводить к существованию гистерезисных явлений. Механический гистерезис [114] и гистерезис смачивания осложняют эти явления.

к существенной погрешности. Рассмотрим это на примере перераспределения влажности во времени t в процессе инфильтрации. К моменту времени t первоначальный профиль влажности t_0 изменился (профиль t_1).

В зависимости от того, какую разность давления P между точками *1* и *2* (рис. VI.4 *а*), расположенными на расстоянии Δz и имеющими соответственно влажности W_1 и W_2, взять в расчет, получится различный результат для потока жидкости q

$$q = K\frac{\Delta P}{\Delta z}.$$

Действительно, по ветви увлажнения интервалу влажности $W_1 - W_2$ соответствует разность давлений $\Delta P_в$; по ветви осушения этому же интервалу влажности соответствует разность $\Delta P_д$.

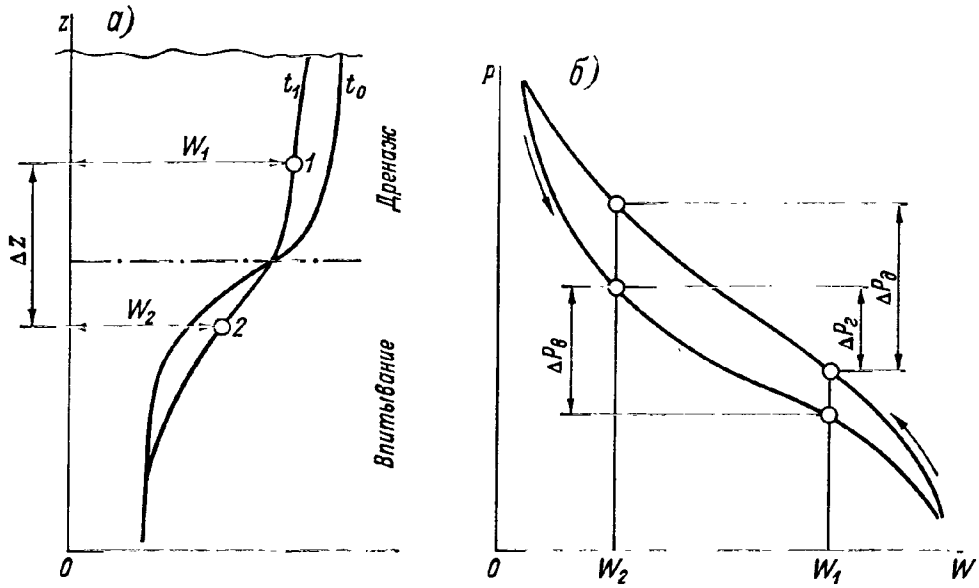


Рис. VI.4. Учет гистерезисных явлений.

а — изменение профиля влажности W по глубине z со временем t; *б* — характер зависимости потенциала влаги P от влажности для главных ветвей увлажнения и осушения.

Истинная же разность потенциалов между точками *1* и *2* равна $\Delta P_г$, так как влажность W_2 достигнута в процессе впитывания, а W_1 — в процессе дренажа. Легко заметить, что $\Delta P_д > \Delta P_в > \Delta P_г$, и таким образом расчетный поток жидкости q без учета гистерезиса окажется завышенным по сравнению с действительным потоком.

Этот факт приведет к тому, что к одному и тому же моменту времени после начала инфильтрации расчетный профиль $W(z)_д$ будет «опережать» расчетный профиль $W(z)_в$, а последний будет «опережать» профиль $W(z)_г$.

Теория, описывающая явление капиллярного гистерезиса в реальных пористых средах, применимая не только к отдельным капиллярам или идеализированным (существенно упорядоченным) пористым средам, составленным из таких капилляров, но и к по-

ристым средам с произвольной, существенно неупорядоченной геометрией порового пространства, разработана в работах [121, 174, 192].

В основе теории [121] лежит положение о том, что капиллярный гистерезис в недеформируемой пористой среде обусловлен тем, что даже если в данной точке порового пространства существует потенциальная возможность замещения жидкостей, замещение не произойдет, если замещаемая жидкость не имеет «пути отхода», а замещающая — «пути подхода» к данной точке.

В заключение отметим, что коэффициенты $K_0(W)$ и $D(W)$ также обладают гистерезисом при смене режимов дренаж — впитывание. Обзор экспериментальных материалов по гистерезису кривых $K_0(W)$, $K_0(P)$ и $D(W)$ можно найти в книге [60].

§ 5. ОСОБЕННОСТИ ПОВЕДЕНИЯ ПОЧВЕННОЙ ВЛАГИ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

Помимо отмеченных выше особенностей поведения почвенной влаги, объясняемых ее реологическими свойствами и гистерезисом, существуют и другие явления, не объясняемые диффузионной теорией, а именно факт передвижения жидкости в изотермических условиях из зоны с меньшей влажностью через более увлажненную зону к поверхности испарения [88, 169, 214, 217].

Эту особенность поведения почвенной влаги можно объяснить исходя из следующих соображений.

Экспериментально установлено [236], что численные значения капиллярного потенциала влаги P для одной и той же влажности существенно различны для неустановившегося течения и состояния равновесия (установившегося течения).

Таким образом, капиллярный потенциал влаги должен рассматриваться как функция не только влажности, но и скорости ее изменения в данной точке $\frac{\partial W}{\partial t}$, т. е. $P=P\left(W, \frac{\partial W}{\partial t}\right)$.

Тогда

$$\frac{\partial P\left(W, \frac{\partial W}{\partial t}\right)}{\partial z}=\frac{\partial P}{\partial W} \cdot \frac{\partial W}{\partial z}+\frac{\partial P}{\partial\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)} \cdot \frac{\partial\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)}{\partial z}. \tag{VI.5.1}$$

С учетом (VI.5.1) вместо (VI.3.9) следует записать

$$\frac{\partial \overline{W}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left[D \frac{\partial W}{\partial z}+A \frac{\partial^2 \overline{W}}{\partial z \partial t}\right], \tag{VI.5.2}$$

где

$$D=K \frac{\partial P}{\partial \overline{W}}, \quad A=K \frac{\partial P}{\partial\left(\frac{\partial \overline{W}}{\partial t}\right)}.$$

Второй член правой части (VI.5.2) может иметь знак, отличный от знака $D\frac{\partial \overline{W}}{\partial z}$, и, следовательно, перенос влаги может происходить в направлении повышенной влажности $\overline{W}$.

Для случая

$$A\frac{\partial^2 \overline{W}}{\partial z\,\partial t} \ll D\frac{\partial \overline{W}}{\partial z},$$

реализующегося в процессе переноса влаги в условиях слабовыраженной нестационарности, вместо (VI.5.2), получим известное нелинейное уравнение диффузии (VI.3.9).

В совокупности с начальными и граничными условиями решение уравнения (VI.5.2) должно дать распределение влажности во времени для случая, когда нестационарностью процесса нельзя пренебречь.

Из выражения (VI.5.2) можно получить изменение скорости высыхания $\frac{\partial W}{\partial z}$ вдоль образца. Для этого необходимо пренебречь потоком, вызванным градиентом влажности, т. е. допустить, что $D(W)\frac{\partial W}{\partial z} \ll A\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)$, и пренебречь изменением A вдоль образца.

Первое и второе допущения оправдываются опытами Аллера [214].

Тогда, вместо (VI.5.2), получим

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right) = \frac{1}{A}\cdot\frac{\partial W}{\partial t}. \qquad \text{(VI.5.3)}$$

Интегрирование (VI.5.3) при условии $\frac{\partial W}{\partial t} = \left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)_0$ для $z=0$ и $\frac{\partial W}{\partial t}=0$ для $z=\infty$ дает

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)_0 \cdot \exp(-az), \qquad \text{(VI.5.4)}$$

где

$$a^2 = \frac{1}{A}. \qquad \text{(VI.5.5)}$$

На рис. VI.6 сплошными линиями показано изменение $\frac{\partial W}{\partial t}$ по глубине образца, вычисленное по уравнению (VI.5.4), на различных стадиях сушки t.

Величина a найдена из эксперимента [33], представленного на рис. VI.5. На рис. VI.6 различными обозначениями нанесены

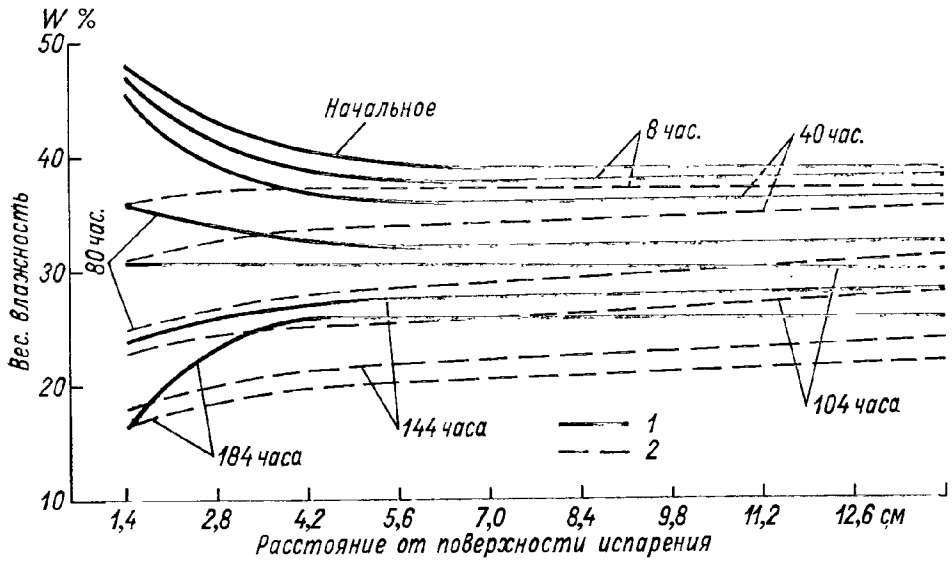


Рис. VI.5. Экспериментальные (*1*) и рассчитанные по (VI.3.9) (*2*) профили влажности.

Почва — средиесуглиинстый чериозем.

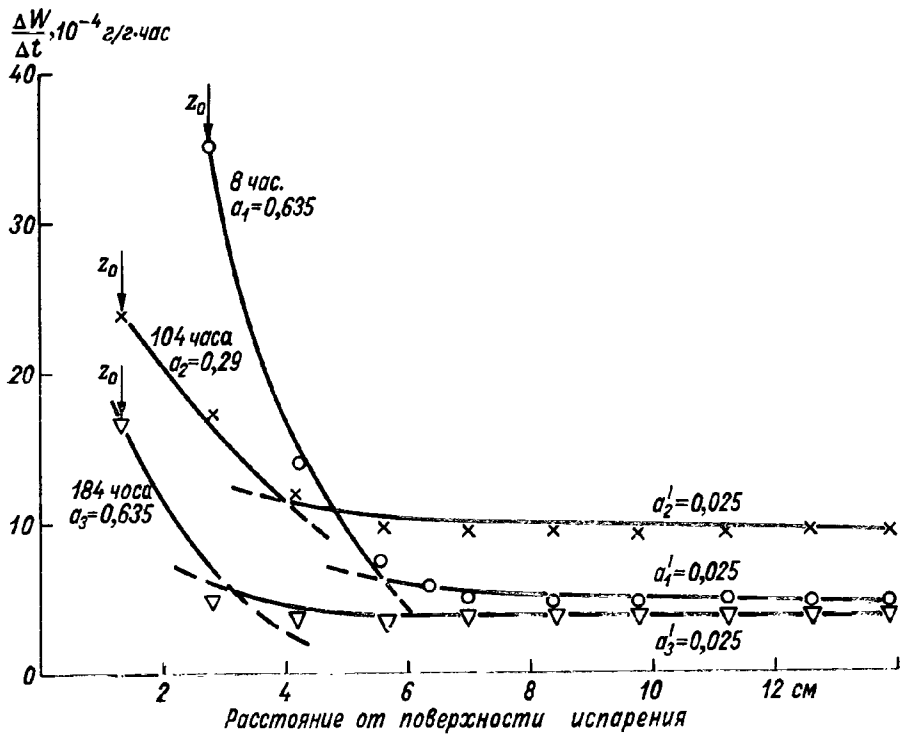


Рис. VI.6. Скорость сушки почвы по глубине образца.

экспериментальные значения $\frac{\partial W}{\partial t}(z)$, вычисленные по изменению профиля влажности через определенные промежутки времени в процессе сушки.

Как уже отмечалось [214], графическая зависимость $\frac{\partial W}{\partial t}(z)$ изображается двумя экспоненциальными кривыми, отличающимися множителями a и a' в зависимости от того, превышает ли скорость высыхания $\frac{\partial W}{\partial t}$ некоторую критическую величину.

Систематической зависимости a от влажности, как и в работе [214], в наших опытах не замечено; тем не менее величина a не оставалась постоянной в процессе сушки (ср. кривые на рис. VI.6).

В работе [142] разработан численный метод решения (VI.5.2) на цифровой вычислительной машине в совокупности со следующими начальными и граничными условиями:

нижняя граница ($z=H$)

$$W(z, t)\big|_{t=0} = f(z), \tag{VI.5.6}$$

$$\frac{\partial W}{\partial z}\bigg|_{z=H} = 0, \tag{VI.5.7}$$

верхняя граница ($z=0$)

$$\left\{D(W)\frac{\partial W}{\partial z} + A\frac{\partial^2 W}{\partial t\,\partial z}\right\}\bigg|_{z=0} = f(t). \tag{VI.5.8}$$

На прямоугольнике $[0\leqslant x\leqslant H]$, $[0\leqslant t\leqslant T]$ строится сетка $x_i = ih$, $t_j = j\tau$, $hn = H$, $\tau m = T$.

Обозначим на j-том по t слое $W[ih, j\tau]=\varphi_j$ и $W[ih, (j+1)\tau]=W_i$.

Тогда, аппроксимируя производные, входящие в уравнение (VI.5.2) конечно-разностными отношениями, получаем схему, которая на j-том по t слое характеризуется системой алгебраических уравнений:

$$\frac{1}{h}D_0(W_1 - W_0) + \frac{A}{\tau h}(W_1 - W_0 - \varphi_1 + \varphi_0) = f^j,$$

$$\frac{W_i - \varphi_i}{\tau} = \frac{1}{h^2}\left[\left(D_{i-1} - \frac{A}{\tau}\right)\varphi_{i-1} - \left(D_{i-1} + D_i - \frac{2A}{\tau}\right)\varphi_i + \left(D_i - \frac{A}{\tau}\right)\varphi_{i+1}\right] + \frac{A}{\tau h^2}(W_{i-1} - 2W_i + W_{i+1}), \tag{VI.5.9}$$

$$W_n = W_{n-1}.$$

Здесь $f^j = f(j\tau)$; $D_i = D(\varphi i)$. Последнее равенство есть результат применения так называемого метода прямых, вследствие чего нелинейная задача (VI.5.2), (VI.5.6)—(VI.5.8) аппроксимируется здесь линейным конечно-разностным аналогом (VI.5.9).

Система (VI.5.9) может быть решена методом прогонки [205], если учесть, что при $j=0$ все φ_i заданы в силу начального условия (VI.5.6). Перегоняя краевое условие (VI.5.8) сверху вниз, приходят к рекуррентным формулам:

$$W_i=\alpha_i W_{i+1}+\beta_i;\ i=1, 2, \ldots, n-1, \qquad \text{(VI.5.10)}$$

где $\alpha_0=1$;

$$\beta_0=\frac{f^j\tau h-A(\varphi_1-\varphi_0)}{D_0\tau+A}; \qquad \text{(VI.5.10)}$$

$$\alpha_i=\frac{A}{2A+h^2-A\alpha_{i-1}};\quad \beta_i=\frac{A\beta_{i-1}+\varphi_i}{2A+h^2-A\alpha_{i-1}}; \qquad \text{(VI.5.12)}$$

$$\varphi_i=h^2\varphi_i+\tau\left[\left(D_{i-1}-\frac{A}{\tau}\right)\varphi_{i-1}-\left(D_{i-1}+D_i-\frac{2A}{\tau}\right)\varphi_i+\right.$$

$$\left.+\left(D_i-\frac{A}{\tau}\right)\varphi_{i+1}\right],\quad i=1, 2, \ldots, n-1. \qquad \text{(VI.5.13)}$$

Используя затем условие $W_n=W_{n-1}$ и формулы (VI.5.10), в процессе обратной прогонки находят W_1. Заменяя затем значения φ_i найденными значениями W_i, повторяют описанный процесс и тем самым определяют W_i на следующем по t слое [в начальный момент все φ_i заданы — это начальное распределение влажности $\varphi_i=\varphi(ih)$].

На рис. VI.7, VI.8 приведены результаты численного решения[1] задачи (VI.5.2), (VI.5.6)—(VI.5.8) применительно к опыту, представленному на рис. VI.5. Значения A найдены из (VI.5.5) по опытным значениям a, представленным на рис. VI.6. Из сравнения расчетных кривых с экспериментальными данными можно сделать следующие выводы: 1) уравнение (VI.5.2) моделирует движение влаги в направлении градиента влажности; 2) расчет по (VI.5.2) при $A=\text{const}$, как это сделано в работе [142], даже в качественном отношении не совпадает с экспериментом на второй стадии сушки (рис. VI.7); 3) при решении (VI.5.2) необходимо использовать два значения A, как это следует из рис. VI.6; переход от A к A' должен определяться некоторой критической величиной $\partial W/\partial t$. В том случае, когда переход от A к A' задается глубиной пересечения кривых скорости сушки (см. рис. VI.6), отклонения расчетных значений от эксперимента также значительны (см. рис. VI.8).

В заключение отметим, что из уравнения (VI.5.2) следует тот факт, что метод нестационарного потока для определения диффузивности D по уравнению диффузии является некорректным. Этот метод, как показывают опыты [102], всегда будет давать результаты, отличающиеся от значений D, полученных методом стационарного потока, причем степень отклонения зависит от степени

[1] Выражаю свою признательность сотрудникам лаборатории математических методов Агрофизического института, которыми, по нашей просьбе, выполнена эта работа.

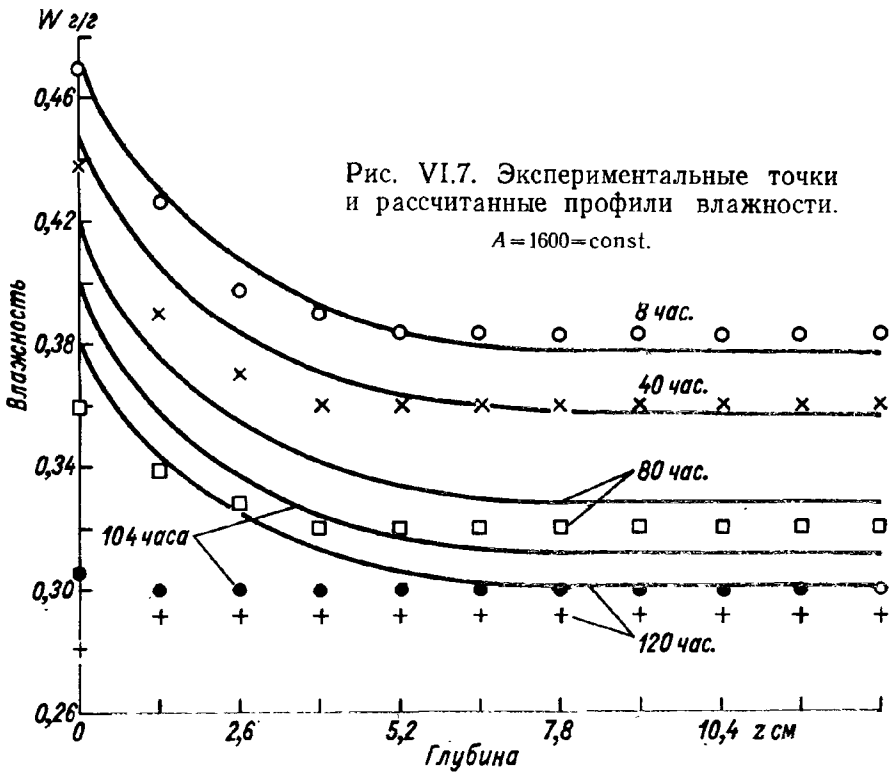


Рис. VI.7. Экспериментальные точки и рассчитанные профили влажности. $A=1600=\text{const}$.

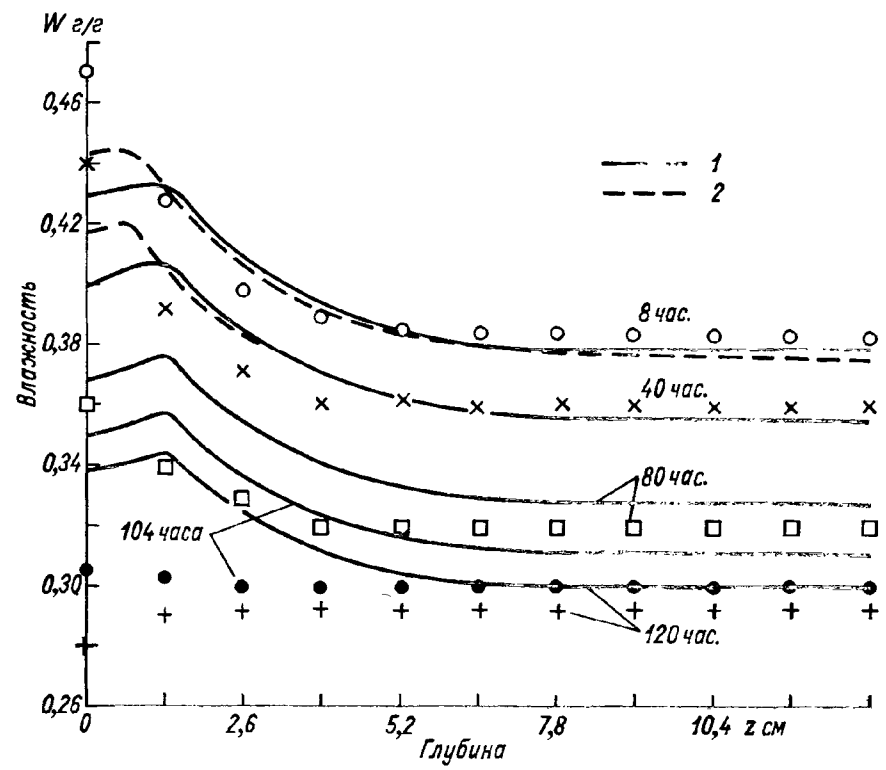


Рис. VI.8. Экспериментальные точки и рассчитанные профили влажности для переменных по глубине значений A.

1 — расчет при: $0 \leqslant z \leqslant 1{,}3$; $A=2{,}35$; $1{,}3 \leqslant z \leqslant 13{,}0$; $A=1600$.
2 — расчет при: $0 \leqslant z \leqslant 0{,}65$; $A=2{,}35$; $0{,}65 \leqslant z \leqslant 13{,}0$; $A=1600$.

нестационарности процесса. Совпадение значений D, полученных двумя методами, будет означать, что в этих условиях применение уравнения диффузии для прогноза водного режима является обоснованным.

Не обсуждая здесь подробно малоизученный вопрос о природе зависимости потенциала влаги от $\partial W/\partial t$, заметим, что это явление может быть связано, например, с изменением кривизны мениска в различных режимах течения [192]. В этом случае уравнение (VI.5.2) должно испытывать сильный гистерезис в зависимости от направления движения.

Отметим, что для объяснения особенностей поведения почвенной влаги при ее движении к фронту испарения Аллер [214] предложил схему, фактически представляющую собой модель трещиновато-пористого тела. Математическое обобщение этой модели приводит к уравнению (VI.5.2). Основные возражения против модели Аллера следующие.

1. Хотя модель Аллера объясняет движение воды в направлении градиента влажности, это не единственное возможное объяснение. Ряд авторов считает, что основную роль здесь должно играть явление капиллярного гистерезиса, изменение водно-физических свойств почвы при ее увлажнении и иссушении в другие факторы [169]. Имеются теоретические расчеты (см. [121]), показывающие, что обычная модель с гистерезисом $P(W)$ дает движение воды в направлении градиента влажности в подобного рода опытах. Для доказательства правомерности подхода, предложенного Аллером, необходимы специальные высокоточные опыты, позволяющие исключить сопутствующие явления.

2. Модель Аллера является чрезмерно идеализированной и не соответствует реальной структуре порового пространства. Если для трещиноватой пористой среды действительно наблюдается довольно четкое подразделение порового пространства на трещины и микропоры, то для почвы характерно плавное распределение размеров пор. Поэтому модель Аллера можно применять для качественных объяснений, а не для точных расчетов.

Наиболее полно критика модели Аллера дана в работе В. Я. Кулика [121].

Глава VII.

ДВИЖЕНИЕ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

§ 1. ПРИРОДА ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

При движении одной фазы относительно другой в гетерогенных системах (золи, суспензии, эмульсии) наблюдаются так называемые электрокинетические явления. Взаимоотношения между обнаруженными электрокинетическими явлениями можно выразить следующей схемой.

1. Под влиянием внешнего электрического поля, направленного вдоль границы раздела фаз, возникают явления, получившие названия:

а) электроосмоса, если приходит в движение жидкая среда по отношению к неподвижной твердой фазе;

б) электрофореза, если приходит в движение дисперсная фаза по отношению к неподвижной жидкой фазе.

Оба эти явления открыты профессором Московского университета Ф. Ф. Рейссом в 1808 г.

2. При механическом передвижении фаз в гетерогенной системе возникает разность потенциалов, получившая название:

а) потенциала течения, если сообщается движение жидкой фазе по отношению к неподвижной твердой фазе;

б) потенциала седиментации, если сообщается движение твердой дисперсной фазе по отношению к неподвижной жидкой фазе.

По аналогии с терминологией, принятой в теории тепло- и массообмена (внутренние и внешние задачи), С. С. Духин [91] подразделяет электрокинетические явления на внутренние и внешние. К внутренним относится электроосмос, потенциал течения (а также соответствующие им электроосмотическое давление и ток протекания); к внешним относится электрофорез и седиментационный потенциал.

Электрокинетические явления в гетерогенных системах доказывают, что дисперсные частицы несут электрический заряд.

Природа заряда на поверхности дисперсных частиц, как показывает детальное изучение электрокинетических явлений, ионная.

Одной из причин, обусловливающих появление одноименно заряженных ионов на поверхности раздела фаз, является обычная электролитическая диссоциация поверхностных молекул твердого тела, в результате которой ионы одного знака в фиксированном положении остаются непосредственно связанными с поверхностью этого тела, т. е. в составе его кристаллической решетки (потенциалообразующие ионы), а ионы противоположного знака (противоионы) поступают в прилегающий слой жидкой фазы.

Второй причиной появления заряда на поверхности является преимущественная адсорбция ионов одной природы. Известно, что поверхность раздела двух фаз обладает свободной энергией, которая определяется как работа, необходимая для обратимого увеличения поверхности раздела на единицу площади. Поэтому на поверхности раздела имеет место или увеличение, или уменьшение концентрации одного (или нескольких) компонентов, составляющих данную систему.

Из дифференциального уравнения для свободной энергии всей системы

$$dG_S = -S\,dT + V\,dP + G\,dA + \sum \mu_i\,dn_i \qquad \text{(VII.1.1)}$$

выводится уравнение адсорбции Гиббса

$$\left(\frac{\partial G_S}{\partial \mu_i}\right)_{\text{тр}} = \left(\frac{\partial n_i}{\partial A}\right)_{\text{гр}} = \Gamma_i, \qquad \text{(VII.1.2)}$$

которое связывает изменение свободной поверхностной энергии с удельным поверхностным избытком Γ_i одного из компонентов. Для разбавленных растворов

$$\Gamma_i = -\frac{C_i}{RT} \cdot \frac{\partial G_S}{\partial C_i}. \qquad \text{(VII.1.3)}$$

В уравнениях (VII.1.1)—(VII.1.3) приняты обозначения: G — свободная энергия системы; G_S — свободная энергия плоской поверхности раздела; S — энтропия; T — температура; V — объем; A — поверхность контакта двух фаз; P — давление; μ_i — химический потенциал незаряженных компонентов; n_i — число молекул вида i; R — газовая постоянная; C_i — концентрация.

Таким образом, в каждом из указанных двух случаев дисперсная частица становится электрически заряженной (положительно или отрицательно).

В частности, глинистые частицы обычно заряжены отрицательно.

Поскольку дисперсная система в целом электронейтральна, то в дисперсионной среде должен присутствовать электрический заряд противоположного знака и каждая частица, следовательно, окружена двойным электрическим слоем.

При достаточно высокой концентрации ионы на поверхностях создают решетки, обладающие большим временем релаксации в тангенциальном направлении, и, следовательно, обладают подвижностью, близкой к подвижности молекул самих твердых частиц.

Вместе с тем ионы, находящиеся в растворе, не создавая решетки с дальним порядком, могут перемещаться в дисперсионной среде под воздействием внешнего поля, подчиняясь законам движения тел в вязкой среде.

Как результат теплового движения, стремящегося распределить ионы равномерно во всем объеме, и противоположного действия заряженной поверхности, стремящейся приблизить противоионы и отдалить одноименно заряженные ионы, вблизи поверхностей возникают ионные диффузные атмосферы.

Диффузный слой ионов участвует в образовании у поверхности частицы ионно-электрического потенциального поля, меняющегося в направлении объемной жидкости.

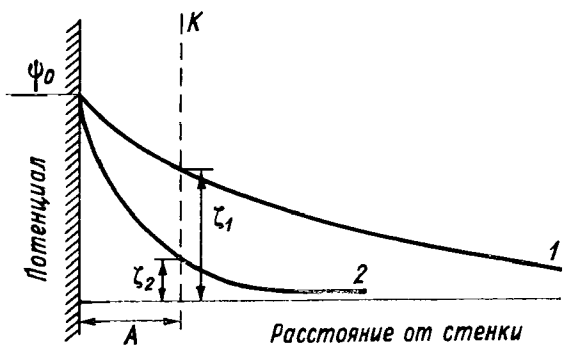


Рис. VII.1. Зависимость ζ-потенциала от концентрации электролитов *C*.

Потенциал между поверхностью частицы и жидкостью ψ_0 (рис. VII.1) носит название потенциала Нернста или термодинамического потенциала.

Эти представления о двойном электрическом слое дают ответ на вопрос о возникновении электрокинетического потенциала и о причине его отличия от полного потенциала Нернста.

Если бы не только дисперсная фаза вместе с адсорбированным слоем ионов обладала способностью сопротивляться сдвигу, но этим же свойством обладала и дисперсионная среда, то действие внешнего поля свелось бы к внутренним напряжениям в дисперсной системе. Появление электрокинетического потенциала, следовательно, связано с тем, что подвижность жидкости по мере приближения к поверхности частицы неодинакова.

Поэтому при определенной интенсивности внешнего поля скольжение твердой и жидкой фазы относительно друг друга происходит не непосредственно у твердой поверхности, а по некоторой поверхности *K* (см. рис. VII.1), удаленной от твердой фазы на расстояние *A*.

Таким образом, измеряя потенциал, который проявляется при относительном перемещении фаз, мы определяем не всю величину разности потенциалов ψ_0 между твердой фазой и жидкостью, а разность ζ-потенциалов между частью жидкости, не вовлеченной в движение и связанной с твердой фазой, и всем остальным раствором.

Поверхность *K* характерна тем, что здесь производная скорости по нормали к ней изменяется скачком от нулевого значения в слое *A*.

При определенной интенсивности внешнего поля (как будет показано ниже) можно привести в движение не только объемную часть жидкости, но и ее граничную фазу. Это влечет за собой изме-

нение (увеличение) ζ-потенциала при постоянной концентрации электролитов.

При постоянной интенсивности внешнего поля с ростом концентрации ионов уменьшается толщина диффузного слоя, что влечет за собой уменьшение величины ζ-потенциала (см. рис. VII.1) в то время, как величина полного потенциала ψ_0 обычно меняется мало. Дальнейшее увеличение концентрации ионов может привести частицу в изоэлектрическое состояние, когда ζ-потенциал становится равным нулю. Разряжающая способность противоионов быстро растет с увеличением их валентности (см., например, [56]).

Некоторые многовалентные ионы (например, Al^{+++} и Th^{+++}), обладающие большим адсорбционным потенциалом, не только легко доводят ζ-потенциал до нуля, но и могут изменить его знак.

§ 2. ЭЛЕКТРООСМОС

Подробные исследования электроосмоса были проведены много позднее после его открытия. Теория электроосмоса была разработана Гельмгольцем, Перреном и Смолуховским (см. [119]).

Физическая природа электроосмоса (как и остальных электрокинетических явлений) находит следующее объяснение, исходя из представлений о двойном электрическом слое.

Под влиянием внешнего электрического поля ионы диффузного слоя, движущиеся как стоксовские частицы к противоположному электроду, вовлекают в общий поток и молекулы дисперсионной среды, находящейся в порах системы. Рассмотрим ход рассуждений, приводящий к получению зависимости для скорости электроосмотического течения жидкости между двумя плоскими поверхностями. Объемная сила, развиваемая внешним электрическим полем,

$$F = \rho E \qquad \text{(VII.2.1)}$$

в стационарном состоянии будет уравновешиваться силами трения, действующими на рассматриваемый слой со стороны смежных слоев, которые перемещаются с другими скоростями. Следовательно, можно записать уравнение Навье—Стокса в виде

$$\rho E = \eta \frac{d^2V}{dy^2}, \qquad \text{(VII.2.2)}$$

где E — градиент потенциала внешнего поля; ρ — плотность заряда; η — коэффициент вязкости; $\frac{dV}{dy}$ — производная скорости по нормали к ней.

Заменяя ρ в выражении (VII.2.2) его значением из уравнения Пуассона

$$\rho = \frac{d^2\varphi}{dy^2} \cdot \frac{\varepsilon}{4\pi}, \qquad \text{(VII.2.3)}$$

связывающего плотность заряда с потенциалом φ, получим

$$\eta \frac{d^2V}{dy^2} = -\frac{\varepsilon E}{4\pi} \cdot \frac{d^2\varphi}{dy^2}. \qquad \text{(VII.2.4)}$$

Здесь ε — диэлектрическая постоянная.

Уравнение (VII.2.4) должно быть проинтегрировано при следующих граничных условиях:

$$y = \infty, \quad \varphi_\infty = 0, \quad \left(\frac{d\varphi}{dy}\right)_\infty = 0, \quad \left(\frac{dV}{dy}\right)_\infty = 0. \qquad \text{(VII.2.5)}$$

Для плоскости скольжения

$$\varphi = \zeta, \quad V = 0. \qquad \text{(VII.2.6)}$$

Интегрирование (VII.2.4) дает:

$$\frac{dV}{dy} = -\frac{\varepsilon E}{4\pi\eta} \cdot \frac{d\varphi}{dy} + C, \qquad \text{(VII.2.7)}$$

$$V = \frac{\varepsilon E}{4\pi\eta} \varphi + C_1 y + C_2. \qquad \text{(VII.2.8)}$$

Из условия (VII.2.5) $C = 0$.

Условие (VII.2.6) дает

$$C_2 = \frac{\varepsilon E}{4\pi\eta} \zeta.$$

Тогда

$$V = -\frac{\varepsilon E}{4\pi\eta} \cdot (\zeta - \varphi_\infty). \qquad \text{(VII.2.9)}$$

Принимая $\varphi_\infty = 0$ для скорости электроосмоса, получаем зависимость

$$V_E = \frac{\varepsilon E}{4\pi\eta} \zeta. \qquad \text{(VII.2.10)}$$

Формулы (VII.2.1)—(VII.2.10) базируются на рассмотрении простейшей модели — плоского тангенциального электроосмотического течения в плоском двойном слое.

Обобщение формулы (VII.2.10) для случая пористой среды со сколь угодно сложной геометрией порового пространства возможно при выполнении трех условий:

1. Малость толщины двойного слоя по сравнению с диаметром пор [119].

2. Малость вклада поверхностной проводимости в суммарную проводимость пористой диафрагмы [64, 119].

3. Малость локальных полей, вызванных поляризацией двойного слоя, по сравнению с внешним полем [85, 91].

Рассмотрим, каким образом при соблюдении этих условий жидкость протекает через пористую диафрагму, если скорость течения

повсюду на границе раздела между материалом диафрагмы и жидкостью определяется уравнением (VII.2.10). Поскольку потоки электричества и жидкости на границе раздела параллельны и пропорциональны друг другу, то наиболее простое и очевидное решение проблемы заключается в предположении, что уравнение (VII.2.10) имеет силу не только для границы раздела, но и для жидкой фазы в целом [119].

Эти соображения могут быть выражены в более строгой форме.

Электрическое поле определяется условиями: $\operatorname{div} E=0$ и $\operatorname{rot} E=0$.

Условие для границы раздела заключается в том, что компонента E, перпендикулярная к стенке, равна нулю.

Для ламинарного течения поток жидкости подчиняется уравнению

$$\operatorname{div} V=0 \text{ и } \eta \operatorname{rot}\operatorname{rot} V=-\operatorname{grad} P,$$

значение V у стенки определяется уравнением (VII.2.10), и давление P по обе стороны диафрагмы одинаково.

В этом случае уравнение (VII.2.10) имеет силу для всей жидкости, находящейся в пористой диафрагме. Так как $\operatorname{rot} E=0$, $\operatorname{rot} V=0$, то, следовательно, $P=\text{const}$.

Общая сила электрического тока выражается уравнением

$$i=\int E\lambda d\omega, \qquad \text{(VII.2.11)}$$

где λ — удельная электропроводность жидкости.

Объем жидкости в единицу времени

$$Q=\int V\, d\omega. \qquad \text{(VII.2.12)}$$

Здесь интегралы должны быть взяты по всей площади поперечного сечения.

С учетом (VII.2.10) и (VII.2.11) вместо (VII.2.12) получим

$$Q=\int V d\omega=\int \frac{\varepsilon\zeta E}{4\pi\eta} d\omega=\frac{\varepsilon\zeta}{4\pi\eta}\int E d\omega=\frac{\varepsilon\zeta}{4\pi\eta}\cdot\frac{i}{\lambda}, \qquad \text{(VII.2.13)}$$

или

$$Q=K_{\text{оэ}} i, \qquad \text{(VII.2.13′)}$$

где

$$K_{\text{оэ}}=\frac{\varepsilon\zeta}{4\pi\eta\lambda}. \qquad \text{(VII.2.14)}$$

Параметр $K_{\text{оэ}}$ обычно называют объемным коэффициентом электроосмоса [219]. Используя закон Ома из (VII.2.13), легко получить выражение для скорости электроосмоса в виде

$$V=\frac{Q}{\omega}=K_E E, \qquad \text{(VII.2.15)}$$

где

$$K_E = \frac{\varepsilon\zeta}{4\pi\eta}. \qquad \text{(VII.2.14')}$$

Параметр K_E называют коэффициентом электроосмоса; ω — площадь поперечного сечения пористой диафрагмы.

Необходимо подчеркнуть, что при получении уравнения Смолуховского (VII.2.2), мы исходили из допущения о том, что импульс, полученный ионами от электрического поля, достаточно равномерно распределяется между молекулами жидкости и что формируется стационарный профиль скорости жидкости. В действительности же истинное распределение скорости жидкости нестационарно и даже если поверхность плоская и внешнее поле однородно — течение не одномерно, так как ионы, вовлекающие жидкость в движение, распределены дискретно в трех измерениях [85].

Соответственно уравнение Навье—Стокса имеет вид [85]

$$\eta\Delta V_x + \mathrm{grad}_x P + eE_x \sum \delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) = -\rho\frac{\partial V_x}{\partial t}, \qquad \text{(VII.2.16)}$$

где, кроме известных обозначений, V_x — тангенциальная составляющая скорости; P — давление; $\delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t))$ — дельта-функция, отражающая тот факт, что в момент времени t j-тый ион находится в точке $r_i(t)$; суммирование ведется по всем ионам.

При осреднении по достаточно большому промежутку времени локальная скорость оказывается независящей от времени и зависящей только от расстояния до поверхности y, так что при подобном осреднении уравнения (VII.2.16) его правая часть обращается в нуль, член ΔV_x превращается в $\partial^2\overline{V}_x/dy^2$. Так как при подобном осреднении дискретность пространственного распределения ионов не проявляется, то в результате осреднения третьего слагаемого в уравнении (VII.2.16) появляется непрерывное распределение заряда $\rho(y)$. При электроосмосе макроскопическое давление параллельно плоской стенке и остается неизменным, так что

$$\overline{\mathrm{grad}_x P} = 0.$$

В результате подобной процедуры осреднения вместо (VII.2.16) получается (VII.2.2).

Фундаментальные исследования электрокинетических явлений (в основном внутренних) выполнены в Ленинградском государственном университете И. И. Жуковым с сотрудниками [64] и успешно продолжается в настоящее время О. Н. Григоровым, Д. А. Фридрихсбергом, К. П. Тихомоловой и др.

С. С. Духиным и Б. В. Дерягиным развита диффузионно-электрическая теория неравновесных электроповерхностных сил и электрокинетических явлений [84, 85, 91].

Одним из основных процессов, способных контролировать скорость приближения к равновесию, а одновременно и возникающие

неравновесные электроповерхностные силы, является диффузия растворенного вещества. Окончательные формулы, характеризующие неравновесные поверхностные силы, обычно содержат коэффициенты диффузии ионов, в отличие от формул для равновесных поверхностных сил, в которых коэффициенты диффузии не фигурируют. Механизм неравновесных электроповерхностных сил в растворах в общих чертах сводится к следующему. Под влиянием того или иного фактора двойной электрический слой (в изоэлектрической точке — адсорбционный слой) деформируется. Деформированный двойной слой продуцирует электрическое поле, радиус действия которого часто на несколько порядков превышает радиус действия поля недеформированного двойного слоя в тех же самых условиях. Это электрическое поле с большим радиусом действия существенно зависит от диффузии ионов.

Таким образом, неравновесными поверхностными силами диффузионно-электрической природы называют взаимодействия, возникающие между протяженными поверхностями раздела и частицами, или между частицами на расстояниях, существенно превышающих толщину равновесного двойного слоя, причиной которых являются неравновесные процессы, протекающие на поверхности раздела, и сопутствующие им диффузионные потоки.

Неравновесные поверхностные силы диффузионно-электрической природы и электрокинетические явления едины в том смысле, что они имеют общую основу — двойной электрический слой, в котором протекают необратимые процессы. По этой причине теория электрокинетических явлений и неравновесных электроповерхностных сил может рассматриваться с единой точки зрения, может базироваться на одних и тех же уравнениях. Эти два круга явлений едины еще и в том смысле, что весьма часто они выступают как звенья единого процесса. Один из распространенных вариантов проявления неравновесных поверхностных сил состоит в следующем. Под влиянием того или иного фактора двойной электрический слой какой-либо относительно протяженной поверхности приходит в неравновесное состояние и возникает электрическое поле. Возможность сближения дисперсной частицы с этой поверхностью определяется ее электрофорезом под действием возникающего таким образом поля.

Учет диффузии ионов и поляризации двойного электрического слоя позволяет не только уточнить теории известных электрокинетических эффектов, но также предсказать качественно новые эффекты, родственные электрокинетическим. Так, на этой основе с помощью термодинамики необратимых процессов удалось предсказать новые эффекты — диффузиофорез и капиллярный осмос в неэлектролитах.

В заключение отметим, что теория электроосмотического переноса влаги в ненасыщенных пористых средах, учитывающая нелинейное падение электрического потенциала по длине образца (в зависимости от влагосодержания) предложена М. М. Гороховым, Д. М. Лебедевым и Н. В. Чураевым [62].

§ 3. АНОМАЛИИ ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Теория Смолуховского (как и ее последующие модификации) разработана для ньютоновых жидкостей.

Между тем показано (см. гл. III), что вода является более сложной реологической системой, чем модель Ньютона. Поэтому совпадение экспериментальных результатов с теорией Смолуховского следовало ожидать лишь в определенной области действую-

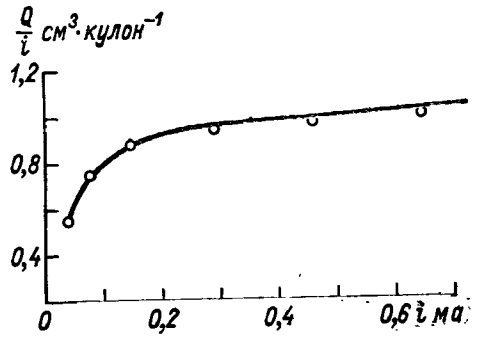


Рис. VII.2. Электроосмос в пальметиновых диафрагмах [220].

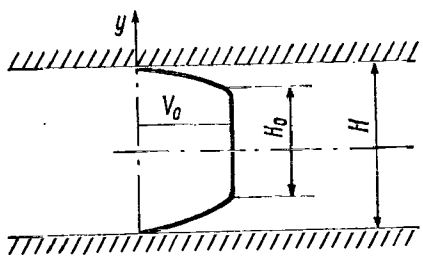


Рис. VII.3. Электроосмос вязкопластических жидкостей (расчетная схема).

Таблица VII.1

Электроосмос водных растворов в стеклянных капиллярах Данные Вейдемана (1852 г.) в обработке Равиной и Заславского [229]

Жидкость	Интенсивность электрического тока i (отиосительные единицы)	Коэффициент пропорциональности $K_{оэ}$ (отиосительные единицы)
Вода	110	1,65
	91	1,60
	82	1,65
	50	1,65
	37	1,60
	30	1,52
	23	1,51
$CuSO_4$	148	0,223
	138	0,218
	118	0,210
	64,5	0,211

щих внешних полей. Как установлено Равиной и Заславским [229], этот факт следует еще из ранних экспериментальных работ по электрокинетическим явлениям (см. табл. VII.1—VII.4).

На рис. VII.2 приведена экспериментально полученная Кёлером [220] нелинейная зависимость $K_{оэ}(i)$ при исследовании электроосмоса через пальмитиновые диафрагмы.

Нелинейные эффекты при электроосмосе находят естественное объяснение в рамках развитой ниже теории, более полно учитывающей реологию воды (как и других жидкостей с межмолекулярными водородными связями) в капиллярно-пористых средах.

§ 4. ЭЛЕКТРООСМОС ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

Рассмотрим случай, когда электроосмос возникает в насыщенной среде, реологические свойства которой характеризуются не только вязкостью, но и наличием пластического сопротивления сдвигу. Для этого случая приведем расчет скорости движения раствора электролита между двумя плоскими поверхностями под влия-

Таблица VII.2

Электрофорез
Данные Квинке (1861 г.) в обработке Равиной и Заславского [229]

Электрический ток (относительные единицы)	40,43	90,77	115,72	298,10
Коэффициент пропорцион. (относительные единицы)	21,65	23,47	23,77	24,46

Таблица VII.3

Электроосмос дистиллированной воды
Данные дю Бойса и Робертса (1936 г.) в обработке Равиной и Заславского [229]

	Электропроводность ($ом^{-1} \cdot см^{-1}) \cdot 10^6$								
	0,53				0,56				
Разность потенциалов	13,5	90	45	22,5	22,5	180	135	90	45
Расход воды ($см^3$/сек.) $\cdot 10^5$	17,2	8,8	4,6	2,0	23,6	16,0	12,5	8,2	4,1
$K_э$($см^3$/вольт$\times$ $\times$сек.)$\times 10^5$ . . .	67,7	63,1	61	50,9	81,0	72,3	73,4	71,0	70,4
ζ-потенциал (милливольт)	95,8	89,3	84,7	72,0	114,6	102,2	103,9	100,4	99,5

Таблица VII.4

Потенциал течения
Данные дю Бойса и Робертса (1936 г.) в обработке Равиной и Заславского [229]

	Электропроводность ($ом^{-1} \cdot см^{-1}) \cdot 10^6$							
	0,58				0,56			
Давление (дин/$см^2$) $\cdot 10^4$ . .	48,90	22,10	7,94	3,26	48,8	23,4	7,90	3,21
Расход воды ($см^3$/сек.) $\cdot 10^3$	11,71	5,32	1,93	0,711	12,56	5,32	1,92	0,709
ζ-потенциал (милливольт)	120	173	99	94	204	151	148	143

нием внешнего электрического поля, направленного вдоль этих поверхностей при допущениях, сделанных ранее.

Уравнение (VII.2.4) необходимо проинтегрировать при следующих граничных условиях (рис. VII.3):

$$y = \pm \frac{H}{2}, \quad \varphi = \zeta, \quad V = 0; \tag{VII.4.1}$$

$$y = \pm \frac{H_0}{2}, \quad \frac{dV}{dy} = 0, \quad \left(\frac{d\varphi}{dy}\right)_{H_0} = \pm A. \tag{VII.4.2}$$

Здесь H_0 — размер ядра, в котором жидкость передвигается как одно целое.

Интегрируя (VII.2.4) с учетом (VII.4.1) и (VII.4.2), найдем следующее выражение для скорости V верхней зоны[1]:

$$V(y)=\frac{\varepsilon E}{4\pi\eta}\left[\zeta+A\left(\frac{H}{2}-y\right)-\varphi(y)\right]. \qquad \text{(VII.4.3)}$$

Скорость ядра V_0 получим из (VII.4.3), если вместо y подставим величину $+H_0/2$.

$$V_0=\frac{\varepsilon E}{4\pi\eta}\left[\zeta+A\left(\frac{H}{2}-\frac{H_0}{2}\right)-\varphi(H_0)\right]. \qquad \text{(VII.4.4)}$$

Если $\tau_0=0$ ($A\equiv 0$) и если учесть, что на большом расстоянии от плоскости скольжения $\varphi(y)=0$, то из уравнения (VII.4.3) как частный случай вытекает выражение (VII.2.10).

Для потенциала φ и его второй производной в общем виде может быть написана следующая функциональная зависимость:

$$\varphi(y)=f\left(\frac{ze\varphi_0}{KT},\ \varkappa,\ y\right), \qquad \text{(VII.4.5)}$$

тогда

$$\frac{d^2\varphi}{dy^2}=F\left(\frac{ze\varphi_0}{KT},\ \varkappa,\ y\right). \qquad \text{(VII.4.6)}$$

Здесь z — электровалентность иона; e — заряд электрона; φ_0 — значение φ на поверхности частицы; K — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура; $\varkappa$ — обратная толщина ионных атмосфер.

Объем жидкости, переносимый посредством электроосмоса в единицу времени, найдем из выражения

$$Q=2\int_{H_0/2}^{H/2}V(y)\,dy+H_0V_0. \qquad \text{(VII.4.7)}$$

Вместо (VII.4.7) с учетом (VII.4.3), (VII.4.4) и (VII.4.5) запишем

$$Q=\frac{\varepsilon E}{4\pi\eta}\left\{\zeta H+\frac{A}{4}(H^2-H_0^2)+H_0\left[f\left(\frac{ze\varphi_0}{KT},\ \varkappa,\ \xi\right)-\varphi(H_0)\right]-\right.$$
$$\left.-f\left(\frac{ze\varphi_0}{KT},\ \varkappa,\ \xi\right)H\right\}, \qquad \text{(VII.4.8)}$$

где через ξ обозначено некоторое значение в промежутке $(H/2,\ H_0/2)$.

---

[1] Выражение для скорости V нижней зоны по условиям симметрии отличается знаком перед y.

Разделив обе части уравнения (VII.4.8) на $H \cdot 1$ (см^2), получим значение средней по сечению скорости

$$\overline{V}=\frac{\varepsilon E}{4\pi\eta_l}\left\{\zeta+\frac{A}{4}\left(H-\frac{H_0^2}{H}\right)+\frac{H_0}{H}\left[f\left(\frac{ze\varphi_0}{KT},\ \varkappa,\ \xi\right)-\varphi(H_0)\right]-\right.$$
$$\left.-f\left(\frac{ze\varphi_0}{KT},\ \varkappa,\ \xi\right)\right\}. \qquad \text{(VII.4.9)}$$

Величина H_0 определяется из условий равновесия элементарного объема жидкости $H_0 \cdot 1$ под действием силы, развиваемой внешним полем, и касательных напряжений, возникающих на площадках сдвига, т. е.

$$2\int_0^{H_0/2}\rho E\,dy=2\tau_0. \qquad \text{(VII.4.10)}$$

Здесь τ_0 — предельное напряжение сдвига.

Интегрируя (VII.4.10) с учетом (VII.2.3) и (VII.4.5), получим

$$\frac{\varepsilon E}{2\pi}\cdot\frac{H_0}{2}\left(\frac{ze\varphi_0}{KT},\ \varkappa,\ \lambda\right)=2\tau_0, \qquad \text{(VII.4.11)}$$

откуда

$$\frac{H_0}{2}=\frac{4\pi\tau_0}{\varepsilon EF\left(\frac{ze\varphi_0}{KT},\ \varkappa,\ \lambda\right)}. \qquad \text{(VII.4.11а)}$$

В уравнениях (VII.4.11) и (VII.4.11а) λ — значение y в промежутке $(0,\ H_0/2)$.

Подставив найденное значение H_0 в (VII.4.9), получим

$$\overline{V}=E\left(\alpha-\frac{\beta}{E^2}+\frac{\gamma}{E}\right). \qquad \text{(VII.4.12)}$$

Здесь обозначено:

$$\alpha=\frac{\varepsilon}{4\pi\eta}\left[\zeta+\frac{A}{4}H-f\left(\frac{ze\varphi_0}{KT},\ \varkappa,\ \xi\right)\right], \qquad \text{(VII.4.13)}$$

$$\beta=\frac{4A}{\eta}\cdot\frac{\pi\tau_0^2}{H\varepsilon F^2\left(\frac{ze\varphi_0}{KT},\ \varkappa,\ \lambda\right)}, \qquad \text{(VII.4.14)}$$

$$\gamma=\frac{2\tau_0}{\eta HF\left(\frac{ze\varphi_0}{KT},\ \varkappa,\ \lambda\right)}\left[f\left(\frac{ze\varphi_0}{KT},\ \varkappa,\ \xi\right)-\varphi(H_0)\right]. \qquad \text{(VII.4.15)}$$

Из (VII.4.12) можно найти формулу для коэффициента электроосмоса, величина которого определяется из соотношения

$$K_E=\frac{\overline{V}}{E}=\alpha-\frac{\beta}{E^2}+\frac{\gamma}{E}. \qquad \text{(VII.4.16)}$$

Величины α, β, γ характеризуют электрические и вязкопластические свойства системы.

При $\tau_0=0$ (следовательно, $A=0$), допуская, что на большом расстоянии от плоскости скольжения

$$f\left(\frac{ze\varphi_0}{KT}, \varkappa, \xi\right)\approx\varphi(H_0)\approx 0,$$

из (VII.4.16) получим известное выражение

$$K_E=\frac{\varepsilon\zeta}{4\pi\eta}.$$

Для пористой пробки, состоящей из системы капилляров с коэффициентом пористости n, выражение (VII.4.16) должно быть записано в виде

$$K_E=\frac{n}{1+n}\left(\alpha-\frac{\beta}{E^2}+\frac{\gamma}{E}\right). \qquad \text{(VII.4.16а)}$$

Так как форма пор в грунтах существенно отличается от рассмотренной схемы, полученные решения следует рассматривать как способ аппроксимации в случае использования их для реальных грунтов.

§ 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Экспериментальная проверка полученной зависимости проведена на компрессионно-фильтрационном приборе, приспособленном для электрофильтрации [26, 116].

Основным достоинством описываемого прибора как электроосмометра по сравнению с многими приборами аналогичного назначения является возможность проведения электрофильтрационных испытаний в комплексе с компрессионными и гравитационно-фильтрационными в широком диапазоне изменения обжимающих давлений и градиентов напора. При этом обеспечивается строгая определенность напряженного состояния образца.

Каждая отдельная серия экспериментов с грунтовыми образцами производилась по следующей схеме:

1) уплотнение грунта (компрессия);

2) несколько циклов гравитационной фильтрации;

3) выявление доли участия сдвиговой прочности и градиентов концентрации растворенных веществ вдоль потока в создании «начального» градиента;

4) несколько циклов электроосмотической фильтрации.

Глинистая паста закладывалась в прибор в текучем состоянии и уплотнялась до стабилизированного состояния жестким штампом с замером деформаций образца двумя мессурами часового типа.

После окончания компрессии проводились испытания на гравитационную фильтрацию с целью получения величины коэффициента фильтрации K для различных значений градиента напора I.

В процессе опытов на электроосмотическую фильтрацию были использованы две основные методики определения коэффициента электроосмоса K_E: 1) по стабилизированной разности напора;

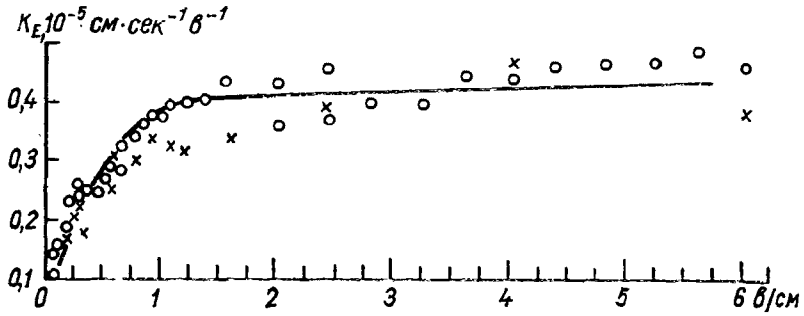


Рис. VII.4. Зависимость коэффициента электроосмоса от напряженности внешнего электрического поля.
Грунт — девонская глина, обжимающая нагрузка 1,78 кг/см^2

2) по нестабилизированной разности напора [116]. На рис. VII.4 представлены результаты одного из опытов, полученные на этом приборе.

Опыты по электроосмосу с жесткопористыми фильтрами проводились в приборе, схема которого приводится в работе [119]. В обоих приборах использовались платиновые электроды. Повторяемость результатов в обоих приборах была хорошей.

На рис. VII.5 приведена зависимость $K_E = f(E)$, полученная на этом приборе. Кривые, показанные на рис. VII.7—VII.5, построены по уравнению (VII.4.16). Константы α, β, γ определены по трем экспериментальным точкам. На тех же рисунках для сравнения нанесены все опытные точки.

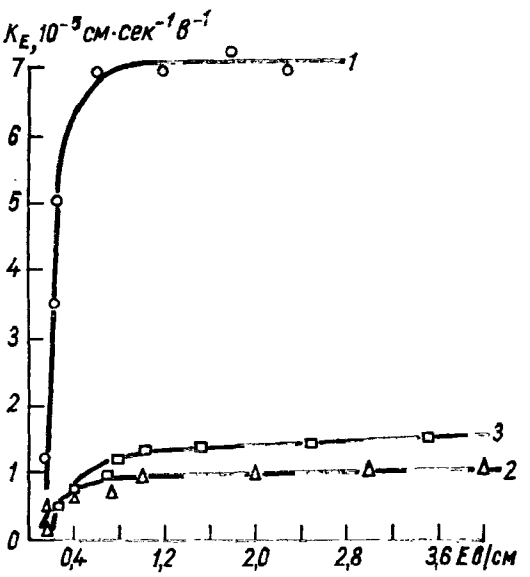


Рис. VII.5. Зависимость коэффициента электроосмоса от напряженности внешнего электрического поля.

1 — керамическая диафрагма; *2* — полихлорвинилловая диафрагма; *3* — девонская глина.

Приведенные зависимости $K_E = f(E)$ получены как для значений E, увеличивающихся от нуля до 4,0—8,0 в/см, так и для случая, когда первое значение коэффициента электроосмоса определялось при $E = 8{,}0 \div 4{,}0$ в/см, а последующие — при постепенно уменьшающихся до нуля значениях E.

Для более надежных выводов о характере нелинейных эффектов были проведены опыты [26] по общепринятой методике [64].

В качестве фильтров применялись керамические и полихлорвиниловые диафрагмы. Ниже приведены некоторые данные, характеризующие обе диафрагмы (табл. VII.5).

Таблица VII.5

Характеристика диафрагм

Фильтр	Толщина фильтра, см	Диаметр фильтра, см	Размер пор, микроны		Коэффициент напорной фильтрации K_Q см/сек.	Начальный градиент напора I_0
			максимальный	средний		
Керамическая диафрагма	1,0	2,0	40,0	3,0	$6{,}5 \cdot 10^{-5}$	0,35
Полихлорвиниловая диафрагма	1,0	2,0	3,0	0,1	$6{,}6 \cdot 10^{-7}$	1,5

Для уменьшения влияния поверхностной проводимости в воду добавлялся KCl из расчета 10^{-4} моль/литр.

На рис. VII.6 приведены полученные в наших опытах кривые $K_{оэ}(i)$. Кривая *1* получена при исследовании электропереноса че-

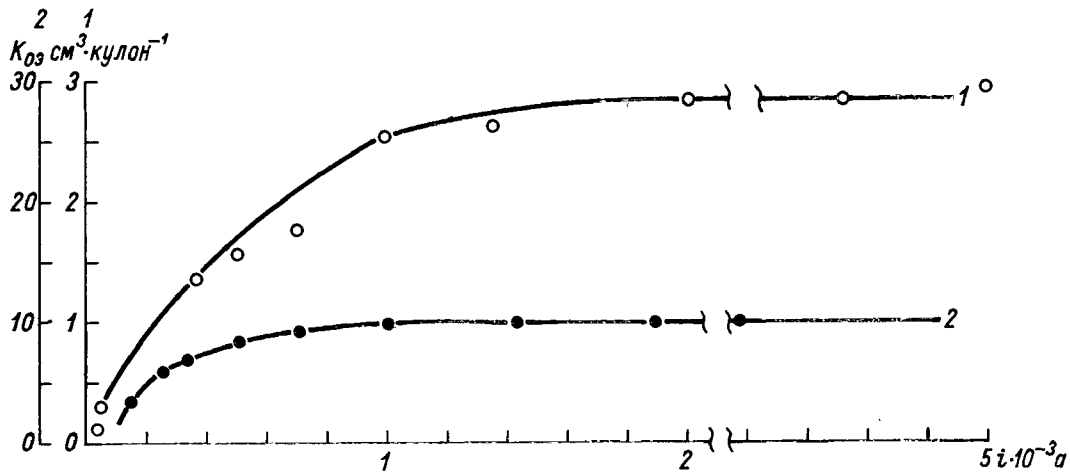


Рис. VII.6. Зависимость объемного коэффициента электроосмоса $K_{оэ}$ от силы тока i.

1 — керамическая диафрагма; *2* — полихлорвиниловая диафрагма.

рез керамические фильтры, а кривая *2* — через полихлорвиниловые диафрагмы.

Экспериментальное подтверждение зависимости (VII.4.16) получено в дальнейшем в опытах А. А. Акимова и Т. С. Платоновой [8] и А. Л. Шершнёва [200].

§ 6. УЧЕТ ГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ ПРИ ЭЛЕКТРООСМОСЕ

Рассмотрим случай электроосмотического движения вдоль плоской поверхности объемной жидкости с учетом особенностей строения граничных с ней слоев в области изменения градиента потен-

циала электрического поля E, определяемой условием

$$0 \leqslant E \leqslant \infty. \qquad \text{(VII.6.1)}$$

При этом предполагается, что жидкость в объеме характеризуется вязкостью η_1, величиной предельного напряжения сдвигу τ_{01}, диэлектрической проницаемостью ε_1. Дебаевская толщина ионной атмосферы для этой зоны $\varkappa_1$.

Для граничного слоя толщиной δ приняты соответственно значения η_2, τ_{02}, ε_2, $\varkappa_2$. В дальнейшем и для других величин индексы 1 относятся к зоне I и индексы 2 — к зоне II (рис. VII.7). Общий

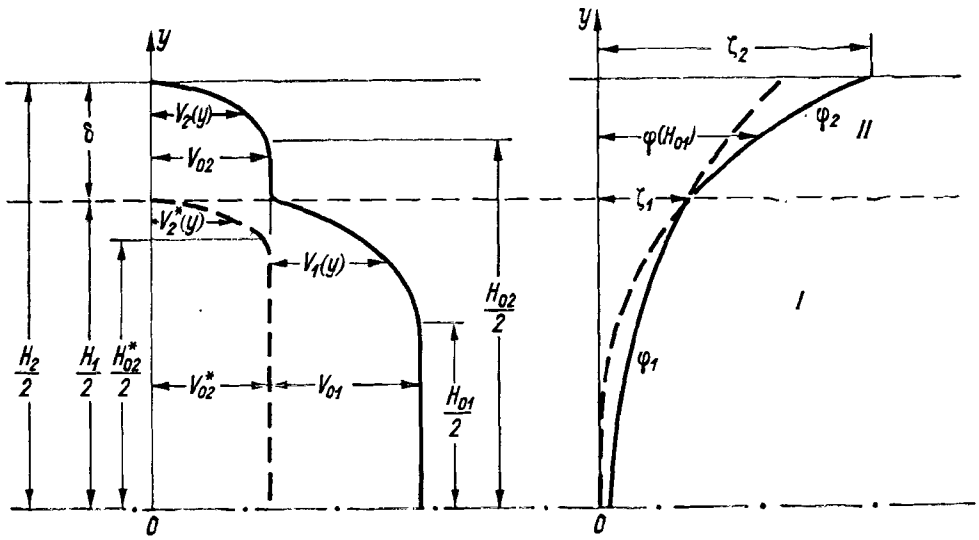


Рис. VII.7. Учет граничных слоев полярных жидкостей при электроосмосе (расчетная схема).

расход Q электроосмотически переносимой жидкости (на единицу ширины зазора) определим как сумму

$$Q = Q_1 + Q_2 - Q_2^*, \qquad \text{(VII.6.2)}$$

где:

$$Q_1 = 2 \int_{\frac{H_{01}}{2}}^{\frac{H_1}{2}} V_1(y)\, dy + V_{01} H_{01}, \qquad \text{(VII.6.3)}$$

$$Q_2 = 2 \int_{\frac{H_{02}}{2}}^{\frac{H_2}{2}} V_2(y)\, dy + V_{02} H_{02}, \qquad \text{(VII.6.4)}$$

$$Q_2^* = 2 \int_{\frac{H_{02}^*}{2}}^{\frac{H_1}{2}} V_2^*(y)\, dy + V_{02}^* H_{02}^*. \qquad \text{(VII.6.5)}$$

Полагаем, что потенциал двойного электрического слоя в обеих зонах удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\frac{d^2\varphi}{dy^2}=-\frac{4\pi\rho}{\varepsilon}.$$

Комбинируя это выражение с уравнением Навье—Стокса

$$X=\eta\frac{d^2V}{dy^2}$$

и учитывая, что $X=\rho E$, запишем для зоны I

$$-\frac{\varepsilon_1 E}{4\pi}\cdot\frac{d^2\varphi_1}{dy^2}=\eta_1\frac{d^2V_1}{dy^2}. \qquad \text{(VII.6.6)}$$

Это уравнение должно быть проинтегрировано при следующих граничных условиях (см. рис. VII.7):

$$y=\pm\frac{H_{01}}{2};\quad \frac{dV_1}{dy}=0;\quad \frac{d\varphi_1}{dy}=\pm A_1; \qquad \text{(VII.6.7)}$$

$$y=\pm\frac{H}{2};\quad V_1=0;\quad \varphi_1=\zeta_1. \qquad \text{(VII.6.8)}$$

Интегрирование (VII.6.6) с учетом (VII.6.7) и (VII.6.8) приводит к следующему уравнению для скорости $V_1(y)$:

$$V_1(y)=\frac{\varepsilon_1 E}{4\pi\eta_1}\left[\zeta_1+A_1\left(\frac{H_1}{2}-y\right)-\varphi_1(y)\right]. \qquad \text{(VII.6.9)}$$

Значение скорости V_{01} получим, если в (VII.6.9) вместо y подставим величину $+H_{01}/2$

$$V_{01}=\frac{\varepsilon_1 E}{4\pi\eta_1}\left[\zeta_1+A_1\left(\frac{H_1}{2}-\frac{H_{01}}{2}\right)-\varphi(H_{01})\right]. \qquad \text{(VII.6.10)}$$

Для потенциала φ_1 и его второй производной запишем функциональные зависимости:

$$\varphi_1(y)=f(\varphi_0,\ \varkappa_1,\ y), \qquad \text{(VII.6.11)}$$

$$\frac{d^2\varphi_1}{dy^2}=F(\varphi_0,\ \varkappa_1,\ y). \qquad \text{(VII.6.11а)}$$

Подставляя значение $V_1(y)$ и V_{01} из (VII.6.9) и (VII.6.10) в (VII.6.3) и принимая во внимание (VII.6.11) и (VII.6.11а), после интегрирования получим

$$Q_1=\frac{\varepsilon_1 E}{4\pi\eta_1}\left[\zeta_1-a_1H_1+\frac{A_1}{4}(H_1^2-H_{01}^2)+B_1H_{01}\right], \qquad \text{(VII.6.3а)}$$

где $a_1=f(\varphi_0,\ \varkappa_1,\ \xi_1)$; через ξ_1 обозначено некоторое значение y, принадлежащее промежутку $\left(\frac{H_{01}}{2},\ \frac{H_1}{2}\right)$; $B_1=a_1-\varphi(H_{01})$.

Размер ядра H_{01} получим из условия равновесия элементарного объема жидкости под действием приложенных к нему объемной электрической силы и касательных напряжений, возникающих на площадках сдвига:

$$\int_0^{H_{01}/2} \rho_1 E\, dy = \tau_{01}. \qquad \text{(VII.6.12)}$$

Для определения H_{01} проинтегрируем (VII.6.12), подставив, вместо ρ, его значение из уравнения Пуассона

$$\frac{\varepsilon_1 E}{4\pi} \cdot \frac{H_{01}}{2} F(\varphi_1, \varkappa_1, \lambda_1) = \tau_{01},$$

откуда

$$H_{01} = \frac{8\pi\tau_{01}}{\varepsilon_1 E F(\varphi_0, \varkappa_1, \lambda_1)} = \frac{n_1 \tau_{01}}{E}. \qquad \text{(VII.6.13)}$$

В уравнении (VII.6.13) λ_1 — некоторое значение y, принадлежащее промежутку $(0, H_{01}/2)$; $n_1 = \dfrac{8\pi}{\varepsilon_1 F(\varphi_0, \varkappa_1, \lambda_1)}$.

Движение жидкости в зоне *II* определяется уравнением

$$-\frac{\varepsilon_2 E}{4\pi} \cdot \frac{d^2\varphi_2}{dy^2} = \eta_2 \frac{d^2 V_2}{dy^2}, \qquad \text{(VII.6.14)}$$

которое интегрируется при следующих граничных условиях:

$$y = \pm\frac{H_{02}}{2}, \quad \frac{dV_2}{dy} = 0, \quad \frac{d\varphi_2}{dy} = \pm A_2, \qquad \text{(VII.6.15)}$$

$$y = \pm\frac{H_2}{2}, \quad V_2 = 0; \quad \varphi_2 = \zeta_2. \qquad \text{(VII.6.16)}$$

Размер ядра H_{02} определяется из решения уравнения

$$\tau_{02} = \int_0^{H_{02}/2} \rho_2 E\, dy. \qquad \text{(VII.6.17)}$$

Интегрируя (VII.6.14) с учетом (VII.6.15) и (VII.6.16), получим

$$V_2(y) = \frac{\varepsilon_2 E}{2\pi\eta_2}\left[\zeta_2 + A_2\left(\frac{H_2}{2} - y\right) - \varphi_2(y)\right]. \qquad \text{(VII.6.18)}$$

Значение скорости V_{02} получим, если в (VII.6.18) вместо $H_2/2$ подставим величину $+H_{02}/2$

$$V_{02} = \frac{\varepsilon_2 H}{4\pi\eta_2}\left[\zeta_2 + A_2\left(\frac{H_2}{2} - \frac{H_{02}}{2}\right) - \varphi(H_{02})\right]. \qquad \text{(VII.6.19)}$$

Зависимости (VII.6.11) и (VII.6.11а) для зоны *II* примут вид:

$$\varphi_2(y) = f(\varphi_0, \varkappa_2, y), \qquad \text{(VII.6.11')}$$

$$\frac{d^2\varphi_2}{dy^2} = F(\varphi_0, \varkappa_2, y). \qquad \text{(VII.6.11в)}$$

Подставляя значения $V_2(y)$ и V_{02} из (VII.6.18) и (VII.6.19) в (VII.6.4) и принимая во внимание (VII.6.11') и (VII.6.11в), получаем

$$Q_2 = \frac{\varepsilon_2 E}{4\pi\eta_2}\left[(\zeta_1 - a_2)H_2 + \frac{A_2}{4}(H_2^2 - H_{02}^2) + H_{02}B_2\right]. \qquad \text{(VII.6.4а)}$$

Здесь обозначено: $a_2 = f(\varphi, \varkappa_2, \xi_2)\ \xi_2$ — некоторое значение y из промежутка $\left(\frac{H_{02}}{2}, \frac{H_2}{2}\right)$.

$$B_2 = a_2 - \varphi(H_{02}).$$

Подставляя вместо ρ_2 его значение из уравнения Пуассона в (VII.6.17) и интегрируя с учетом (VII.6.11в), получим

$$H_{02} = \frac{8\pi\tau_{02}}{F(\varphi_0, \varkappa_2, \lambda_2)\varepsilon_2 E} = \frac{n_2\tau_{02}}{E}. \qquad \text{(VII.6.13а)}$$

Здесь λ_2 — некоторое значение y, принадлежащее промежутку $\left(0, \frac{H_{02}}{2}\right)$; $n_2 = \frac{8\pi}{\varepsilon_2 F(\varphi_0, \varkappa_2, \lambda_2)}$.

Опуская промежуточные вычисления, аналогично предыдущему для Q_2^* найдем

$$Q_2^* = \frac{\varepsilon_2 E}{4\pi\eta_2}\left[(\zeta_1 - a_2^*)H_1 + \frac{A_2}{4}(H_1^2 - H_{02}^2) + H_{02}^* B_2^*\right], \qquad \text{(VII.6.5а)}$$

где, кроме прежних обозначений, $a_2^* = f(\varphi_0, \varkappa, \xi_2^*)$; ξ_2^* — некоторое значение y из промежутка

$$\left(\frac{H_{02}^*}{2}, \frac{H_1}{2}\right); \qquad -A_2^* = \left.\frac{d\varphi_2}{dy}\right|_{y=\frac{H_{02}^*}{2}};$$

$$B_2^* = a_2 - \varphi(H_{02}^*); \qquad H_{02}^* = \frac{8\pi\tau_{02}}{F(\varphi_0\varkappa_2\lambda_2^*)\varepsilon_2 E} = \frac{n_2^*\tau_{02}}{E};$$

λ_2^* — некоторое значение y из промежутка $\left(0, \frac{H_{02}}{2}\right)$;

$$n_2^* = \frac{8\pi}{\varepsilon_2 E(\varphi_0, \varkappa_2, \lambda_2^*)}. \qquad \text{(VII.6.20)}$$

Подставляя значения Q_1, Q_2 и Q_2^* из (VII.6.3а), (VII.6.4а) и (VII.6.5а) в (VII.6.2) с учетом обозначений для H_0, получим

$$Q=\frac{\varepsilon_1 E}{4\pi\eta_1}\left\{(\zeta_1-a_1)H_1+\frac{A_1}{4}\left(H_1^2-\frac{n_1^2\tau_{01}^2}{E^2}\right)+\frac{n_1\tau_{01}}{E}B_1\right\}+$$
$$+\frac{\varepsilon_2 E}{4\pi\eta_2}\left\{(\zeta_2-a_2)H_2+\frac{A_2}{4}\left(H_2^2-\frac{n_2^2\tau_{02}^2}{E^2}\right)+\frac{n_2\tau_{02}}{E}B_2-(\zeta_1-a_2^*)H_1-\right.$$
$$\left.-\frac{A_2^*}{4}\left(H_1^2-\frac{n_2^{*2}\tau_{02}^2}{E^2}\right)-\frac{n_2^*\tau_{02}}{E}B_2^*\right\}. \qquad \text{(VII.6.21)}$$

В случае $\tau_{01}=\tau_{02}=0$ формула (VII.6.21) при соответствующих граничных условиях совпадает по структуре с формулой, полученной К. П. Тихомоловой при исследовании совместного электроосмоса двух несмешивающихся жидкостей (трехслойный электроосмос) [179].

В дальнейшем изложении значения a_1, a_2 и a_2^* при ζ_1 и ζ_2 для простоты будем опускать, имея в виду, что рассматривается случай, когда диффузные ионные атмосферы не перекрываются.

Рассмотрим некоторые частные случаи, следующие из (VII.6.21).

1. Объемная жидкость (I) — «подплавленный» слой (II).

В этом случае $\tau_{02}=0$, $A_2=0$, $A_2^*=0$, $\zeta_2=\zeta_1=\zeta$.

При этих условиях вместо (VII.6.21) имеем

$$Q=\frac{\varepsilon_1 E}{4\pi\eta_1}\left\{\zeta H_1+\frac{A_1}{4}\left(H_1^2-\frac{n_1^2\tau_{01}^2}{E^2}\right)+\frac{n_1\tau_{01}}{E}B_1\right\}+$$
$$+\frac{\varepsilon_2 E}{4\pi\eta_2}[\zeta(H_2-H_1)]. \qquad \text{(VII.6.22)}$$

При $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon$, $\eta_2=\eta_1=\eta$ следует дальнейшее упрощение

$$Q=\frac{\varepsilon E}{4\pi\eta}\left\{\zeta H_2+\frac{A_1}{4}\left(H_1^2-\frac{n_1^2\tau_{01}^2}{E^2}\right)+\frac{n_1\tau_{01}}{E}B_1\right\}. \qquad \text{(VII.6.23)}$$

Для ньютоновой жидкости ($\tau_{01}=0$, $A_1=0$) вместо (VII.6.23) получим

$$Q_н=\frac{\varepsilon E}{4\pi\eta}\zeta H_2. \qquad \text{(VII.6.24)}$$

Комбинируя (VII.6.23) и (VII.6.24) для отношения $\frac{Q}{Q_н}$, найдем

$$\frac{Q}{Q_н}=1+\frac{A_1H_1}{4\zeta}d-\frac{n_1^2\tau_{01}^2}{H_1E^2\zeta}d+\frac{n_1\tau_{01}}{H_1E}\cdot\frac{B_1}{\zeta}d, \qquad \text{(VII.6.25)}$$

где $d=\frac{H_1}{H_2}$.

При $d \to 0$, $\frac{Q}{Q_н} \to 1$, и, следовательно, никаких отклонений от зависимости Гельмгольца—Смолуховского в этой области значений d при любых E не может быть обнаружено.

Для $d \to 1$ и $E \to \infty$, и, учитывая, что A — величина отрицательная, отношение

$$\frac{Q}{Q_н} \to \left[1 - \frac{A_1 H_1}{4\zeta}\right].$$

2. «Подплавленный» слой (I) — сольватный слой (II).

Для этого случая: $\tau_{01} = 0$, $A_1 = 0$, $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$; $\eta_1 \neq \eta_2$.

С учетом этих условий (VII.6.21) преобразуется к виду

$$Q = \frac{\varepsilon_1 E}{4\pi\eta_1}\zeta_1 H_1 + \frac{\varepsilon_2 E}{4\pi\eta_2}\left\{\zeta_2 H_2 + \frac{A_2}{4}\left(H_2^2 - \frac{n_2^2\tau_{02}^2}{E^2}\right) + \frac{n_2\tau_{02}}{E}B_2 - \zeta_1 H_1 - \right.$$
$$\left. - \frac{A_2^*}{4}\left(H_1^2 - \frac{n_2^*\tau_{02}^2}{E^2}\right) - \frac{n_2^*\tau_{02}}{E}B_2^*\right\}. \qquad \text{(VII.6.26)}$$

3. Объемная жидкость (I) — сольватный слой (II).

Совместное движение объемной жидкости и сольватного слоя возможно лишь в условиях сравнительно высоких значений E, и поэтому, как это следует из (VII.6.25), как в случае $d \to 0$, так и $d \to 1$, наличие подплавленного слоя в расчет можно не принимать.

Таким образом, уравнение (VII.6.21) без всяких изменений описывает рассматриваемую модель.

Для коэффициента электроосмоса K_E, определяемого отношением $K_E = Q/H_2E$, найдем зависимость

$$K_E = A - \frac{B}{E^2} + \frac{C}{E}, \qquad \text{(VII.6.27)}$$

где обозначено:

$$A = \frac{\varepsilon_1}{4\pi\eta_1}\left[\zeta_1\frac{H_1}{H_2} + \frac{A_1}{4}\cdot\frac{H_1^2}{H_2}\right] + \frac{\varepsilon_2}{4\pi\eta_2}\left[\zeta_2 + \frac{A_2}{4}H_2 - \right.$$
$$\left. - \zeta_1\frac{H_1}{H_2} - \frac{A_2^*}{4}\cdot\frac{H_1^2}{H_2}\right]; \qquad \text{(VII.6.28)}$$

$$B = \frac{4\pi}{H_2}\left[\frac{A_1\tau_{01}^2}{\eta_1\varepsilon_1 F^2(\varphi_0, \varkappa_1, \lambda_1)} - \frac{A_2\tau_{02}^2}{\eta_2\varepsilon_2 F^2(\varphi_0, \varkappa_2, \lambda_2)} - \right.$$
$$\left. - \frac{A_2^*\tau_{02}^2}{\eta_2\varepsilon_2 F^2(\varphi_0, \varkappa_2, \lambda_2^*)}\right]; \qquad \text{(VII.6.29)}$$

$$C = \frac{2}{H_2}\left[\frac{\tau_{01}}{\eta_1 F(\varphi_0, \varkappa_1, \lambda_1)}B_1 + \frac{\tau_{02}}{\eta_2 F(\varphi_0, \varkappa_2, \lambda_2)}B_2 - \right.$$
$$\left. - \frac{\tau_{02}}{\eta_2 F(\varphi_0, \varkappa_2, \lambda_2^*)}B_2^*\right]. \qquad \text{(VII.6.30)}$$

При $\tau_{02}=\tau_{01}=\tau_0$; $\eta_2=\eta_1=\eta$; $H_2=H_1=H$; $\varepsilon_2=\varepsilon_1=\varepsilon$ ($A_2\equiv A_2^*\equiv \equiv A_1\equiv A$; $\lambda_2\equiv\lambda_2^*\equiv\lambda_1\equiv\lambda$) вместо (VII.6.27) как частный случай найдем зависимость (VII.4.16).

§ 7. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОБЪЕМНОЙ ЖИДКОСТИ И ГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ ЭЛЕКТРООСМОТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Исследование электрокинетических явлений позволяет получить ряд сведений, характеризующих электрические и вязкопластические свойства системы.

Опытные данные позволяют оценить порядок толщины граничного слоя, численные значения электрокинетических потенциалов ζ_1 и ζ_2, а также предельных напряжений сдвига τ_{01} и τ_{02}.

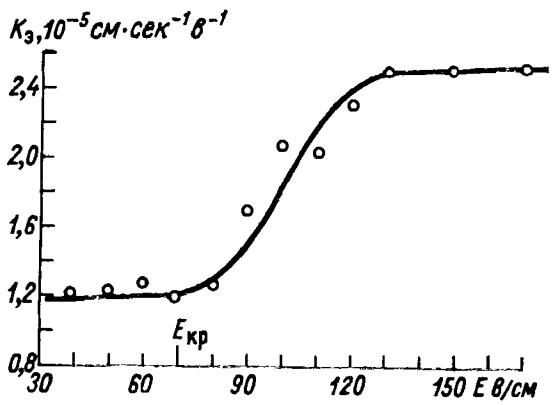


Рис. VII.8. Изменение коэффициента электроосмоса в области высоких значений E.

Грунт — девонская глина.

Объем жидкости Q, протекающей при электроосмосе в единицу времени через единицу площади фильтра, можно представить в виде:

$$Q_1=K_{E_1}E_1CH_1;\ (0\leqslant E_1\leqslant E_{кр}), \qquad \text{(VII.7.1)}$$

$$Q_2=K_{E_2}E_2C\,(H+\delta);\ (E_{кр}\leqslant E_2\leqslant\infty). \qquad \text{(VII.7.2)}$$

Здесь, кроме прежних обозначений, C — количество просветов шириной H_1, приходящихся на единицу площади фильтра.

Из уравнения (VII. 7.1) получим

$$CH_1=\frac{Q_1}{K_{E_1}E_1}. \qquad \text{(VII.7.1а)}$$

Определение CH_1 не представляет затруднений, поскольку значения Q_1, K_{E_1}, E_1 известны из опыта.

Подставляя найденное значение CH_1 из (VII.7.1а) в (VII.7.2), найдем $C\delta$ и отношение

$$\frac{C\delta}{CH_1}=\frac{\delta}{H_1}=l. \qquad \text{(VII.7.3)}$$

Для опыта, представленного на рис. VII.8, получены следующие значения величин, входящих в уравнение (VII.7.1) и (VII.7.2):

$Q_1=0{,}00083$ см^3/сек.; при этом $K_{E_1}=1{,}25\cdot10^{-5}$ см^2 сек.$^{-1}$ в$^{-1}$, $E_1=70$ в/см;

$Q_2 = 0{,}00407$ см³/сек.; при этом $K_{E_2} = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ см² сек.$^{-1}$ в$^{-1}$, $E_2 = 160$ в/см.

Подставляя эти значения в уравнения (VII.7.1а) и (VII.7.2), получим:

$$CH_1 = \frac{Q_1}{K_{E_1} E_1} = \frac{83 \cdot 10^{-5}}{1{,}25 \cdot 10^{-5} \cdot 70} = 0{,}99,$$

$$C\delta = \frac{Q_2 - K_{E_2} E_2 CH_1}{2K_{E_2} E_2} = \frac{40{,}7 \cdot 10^{-5} - 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 160 \cdot 0{,}99}{2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 160} = 0{,}0137.$$

Используя найденные из (VII.7.3) значения $C\delta$ и CH_1, найдем

$$\frac{C\delta}{CH_1} = \frac{\delta}{H_1} = l = 0{,}0138.$$

Величина коэффициента электроосмоса K_{E_1} в области $E \to E_{кр}$ с большой точностью определяется зависимостью

$$K_{E_1} = \frac{\varepsilon_1 \zeta_1}{4\pi\eta_1} = \text{const},$$

откуда

$$\zeta_1 = \frac{K_{E_1} 4\pi\eta_1}{\varepsilon_1}. \qquad \text{(VII.7.4)}$$

При значениях $E \gg E_{кр}$ для K_{E_2} без существенной погрешности можно принять зависимость

$$K_{E_2} = \frac{\varepsilon_2 \zeta_2}{4\pi\eta_2} = \text{const},$$

откуда

$$\zeta_2 = K_{E_2} \frac{4\pi\eta_2}{\varepsilon_2}. \qquad \text{(VII.7.5)}$$

При вычислении ζ_1 приняты следующие значения:

$$\varepsilon_1 = 80, \quad \eta_1 = 0{,}0114 \text{ см}^{-1} \cdot \text{г} \cdot \text{сек.}^{-1},$$

$$K_{E_1} = 1{,}25 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}\,\text{в}^{-1} = 3{,}75 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{3/2} \cdot \text{г}^{-1/2}.$$

Подставляя эти значения в (VII.7.4), найдем

$$\zeta_1 = 6{,}7 \cdot 10^{-6} \text{ CGSE} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ в} = 2{,}0 \text{ мв}.$$

Если принять для граничного слоя $\varepsilon_2 = 0{,}5\varepsilon_1 = 40$; $\eta_2 = 3\eta_1 = 0{,}0342$, то с учетом опытного значения $K_{E_2} = 2{,}5 \times 10^{-5}$ см² · сек.$^{-1}$ в$^{-1}$ $= 7{,}5 \cdot 10^{-3}$ см$^{3/2}$ г$^{-1/2}$, для ζ_2 из (VII.7.5) найдем

$$\zeta_2 = 8{,}05 \cdot 10^{-5} \text{ CGSE} = 24 \text{ мв}.$$

Если предположить, что после достижения напряженностью внешнего поля E критического значения вязкость η_2 и диэлектри-

ческая проницаемость ε_2 в граничной фазе примут обычное (характерное для объемной жидкости) значение η_1 и ε_1, то для величины электрокинетического потенциала ζ_2 получим иное значение

$$\zeta_2 = K_{E_2}\frac{4\pi\eta_1}{\varepsilon_1} = 4 \text{ мв}.$$

В нашем примере величина коэффициента электроосмоса определена по методике (2), рассмотренной в § 5 настоящей главы.

В основе этой методики лежит предположение о том, что коэффициент напорной фильтрации сохраняет свое значение и при воздействии на систему внешнего электрического поля. Такое предположение вполне допустимо при изменении напряженности внешнего поля в пределах $E < E_{кр}$.

Если опыт ведется при напряженности внешнего поля $E > E_{кр}$, то в движение приходит не только объемная жидкость, но и ее граничная фаза; действующая площадь сечения пор при этом увеличивается.

Таким образом, напорный поток $Q_{фэ}(y)$ при воздействии внешнего электрического поля с напряженностью $E > E_{кр}$ будет иметь бóльшую величину, чем поток, соответствующий тому же значению градиента напора I, но при отсутствии внешнего поля.

В наших расчетах это увеличение потока не учтено. Поэтому действительное значение величины K_{E_2} будет несколько больше полученной нами.

Возможность изменять интенсивность внешнего электрического поля таким образом, что можно привести в движение не только объемную часть жидкости, но и ее граничную фазу, открывает новые перспективы для исследования свойств граничных фаз жидкости, что представляет интерес не только для правильного понимания особенностей почв и грунтов, частицы которых разделены тонкой пленкой жидкости, но и открывает путь регулирования их свойств в строительных и агрономических целях.

В заключение найдем порядок величин τ_{01} и τ_{02}. Для случая небольших потенциалов функция $\varphi(y)$ может быть представлена в виде $\varphi(y) = \varphi_0 e^{-\varkappa y}$.

Тогда

$$F_1\left(\frac{ze\varphi_0}{KT}, \varkappa_1, \lambda_1\right) = \varphi_0 \varkappa_1^2 e^{-\varkappa_1\lambda_1},$$

$$F_2\left(\frac{ze\varphi_0}{KT}, \varkappa_2, \lambda_2\right) = \varphi_0 \varkappa_2^2 e^{-\varkappa_2\lambda_2}.$$

Для φ_0 примем значение, равное ζ_2:

$$\varphi_0 \approx \zeta_2 \approx 24{,}0 \text{ мв} = 8{,}05 \cdot 10^{-5} \text{ CGSE}.$$

Эффективный диаметр пор в грунте, вычисленный по формуле Козени, равен $d_{эф} = 0{,}5 \cdot 10^{-5}$ см.

В качестве первого приближения будем считать:

$$H_1 \approx H_0 \approx d_{эф};$$

$$\delta = lH_1 = 0{,}0137 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-5} = 7 \cdot 10^{-8} \text{ см};$$

$$H_2 \approx H_{02} = H_1 + 2\delta = 0{,}514 \cdot 10^{-5} \text{ см};$$

$$\lambda_1 = \frac{H_{01}}{2} : 2 = 0{,}125 \cdot 10^{-5}; \quad \lambda_2 = \left(\frac{H_2}{2} + \frac{H_1}{2}\right) : 2 = 0{,}253 \cdot 10^{-5};$$

$$\varepsilon_1 = 80; \quad \varepsilon_2 = 40; \quad E_1 = 5 \text{ мв/см} = 1{,}7 \cdot 10^{-5} \text{ CGSE};$$

$$E_2 = E_{кр} = 80 \text{ в/см} = 2{,}7 \cdot 10^{-1} \text{ CGSE}; \quad \frac{1}{\varkappa_1} \approx \frac{1}{\varkappa_2} \approx \frac{10^{-8}}{\sqrt{C}} =$$

$$= \frac{10^{-8}}{\sqrt{10^{-4}}} = 10^{-6}.$$

Здесь C — концентрация в молях на литр.

С учетом принятых допущений из (VII.6.13) и (VII.6.13а) найдем, что $\tau_{01} = 6{,}25 \cdot 10^{-3}$, $\tau_{02} = 97{,}0$ дин/см^2.

Интересно отметить, что значение τ_{01} совпадает с величиной, найденной из опытов по напорной фильтрации через высококонцентрированные эмульсии и торфяные грунты; величина τ_{02} практически совпадает со значением, найденным из опытов по напорной фильтрации через шоттовский фильтр (см. гл. III).

О. Г. Усьяров и И. Ф. Ефремов [186] применили метод, позволяющий по результатам исследования упругой деформации седиментационных осадков в постоянном электрическом поле оценить предельное напряжение сдвига граничной фазы, которое для гексилового спирта составляет величину порядка сотен дин/см^2.

§ 8. ЭФФЕКТ ПЕРЕКРЫТИЯ ДИФФУЗНЫХ ИОННЫХ СЛОЕВ

При выводе уравнения (VII.6.21) никаких ограничений на распределение потенциала $\varphi(y)$ не накладывалось. Поэтому уравнение пригодно для анализа электрокинетических явлений и в тех случаях, когда следует учитывать эффект перекрытия диффузных ионных слоев вблизи заряженных поверхностей.

Чтобы не затушевать этот эффект влиянием следов сдвиговой прочности жидкости, проанализируем уравнение (VII.6.21) для случая, когда

$$\eta_1 = \eta_2 = \eta; \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon; \quad \tau_{01} = \tau_{02} = 0;$$

$$\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta; \quad \varkappa_1 = \varkappa_2 = \varkappa; \quad H_1 = H_2 = H. \qquad \text{(VII.8.1)}$$

При этом уравнение принимает вид

$$Q = \frac{\varepsilon E H}{4\pi\eta} [\zeta - f(\varphi_0, \varkappa, \xi)]. \qquad \text{(VII.8.2)}$$

Для коэффициента электроосмоса, определяемого как $K_E = \frac{Q}{EH}$, из (VII.8.2) найдем

$$K_E = \frac{\varepsilon}{4\pi\eta}[\zeta - f(\varphi_0, \varkappa, \xi)]. \qquad \text{(VII.8.3)}$$

Здесь

$$f(\varphi_0, \varkappa, \xi) = \frac{2}{\frac{H}{2}} \int_0^{H/2} \varphi(y)\, dy. \qquad \text{(VII.8.4)}$$

Последнее соотношение следует из сравнений (VII.6.3), (VII.6.11) и (VII.6.21) с учетом условий (VII.8.1).

Для распределения потенциала $\varphi(y)$ используем зависимость, полученную для малых значений $\varkappa \frac{H}{2}$

$$\varphi(y) = \varphi_0 \operatorname{ch} \varkappa \left(\frac{H}{2} - y\right) \Big/ \operatorname{ch} \varkappa \frac{H}{2}. \qquad \text{(VII.8.5)}$$

Подставляя в (VII.8.4) значение $\varphi(y)$ из (VII.8.5), найдем:

$$f(\varphi_0, \varkappa, \xi) = \frac{2}{\frac{H}{2}} \int_0^{H/2} \frac{\operatorname{ch} \varkappa \left(\frac{H}{2} - y\right)}{\operatorname{ch} \varkappa \frac{H}{2}} dy =$$

$$= \frac{2\varphi_0}{\frac{H}{2} \operatorname{ch} \varkappa \frac{H}{2}} \int_0^{H/2} \operatorname{ch} \varkappa \left(\frac{H}{2} - y\right) dy = \frac{\varphi_0}{\varkappa \frac{H}{2}} \operatorname{th} \varkappa \frac{H}{2}. \qquad \text{(VII.8.6)}$$

Для плоскости скольжения это выражение должно быть переписано в виде

$$f(\varphi_0, \varkappa, \xi) = \frac{\zeta}{\varkappa \frac{H}{2}} \operatorname{th} \varkappa \frac{H}{2}. \qquad \text{(VII.8.7)}$$

Подставляя (VII.8.7) в (VII.8.3), получим

$$K_E = \frac{\varepsilon\zeta}{4\pi\eta}\left[1 - \frac{\operatorname{th} \varkappa \frac{H}{2}}{\varkappa \frac{H}{2}}\right] = K_*\left[1 - \frac{\operatorname{th} \varkappa \frac{H}{2}}{\varkappa \frac{H}{2}}\right]. \qquad \text{(VII.8.8)}$$

Здесь $K_* = \frac{\varepsilon\zeta}{4\pi\eta}$ — известное выражение для коэффициента электроосмоса, полученное для условия, когда ионные диффузные

атмосферы не перекрываются. Выражение (VII.8.8) совпадает с уравнением для коэффициента электроосмоса, полученным Н. В. Чураевым и Б. В. Дерягиным на основе уравнений термодинамики необратимых процессов [194].

§ 9. О ПРИНЦИПЕ СУПЕРПОЗИЦИИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ЭЛЕКТРООСМОТИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

В последние 30 лет электроосмос нашел практическое применение, и таким образом эти исследования вышли за пределы лишь теоретических и лабораторных (обзор работ по практическому применению постоянного электрического тока для регулирования свойств грунтов, выполненных к 1965 г., можно найти в монографии Г. Н. Жинкина [101]). В производственных условиях (водопонижение, осушение, электросиликатизация, ускорение консолидации грунтов и др.) на электроосмос обычно накладывается напорная фильтрация.

При проведении фильтрационных расчетов и моделировании процесса в этих условиях возник вопрос: является ли скорость электроосмотической фильтрации (под электроосмотической фильтрацией подразумевают движение жидкости в пористой среде под воздействием гидравлического напора и постоянного электрического поля) суммой скоростей электроосмоса и напорной фильтрации, т. е. справедлив ли принцип независимости гидравлического напора и постоянного электрического поля (принцип суперпозиции) при их одновременном воздействии. Этот вопрос является предметом дискуссии, не законченной к настоящему времени.

Работы Г. М. Ломизе и его сотрудников [105, 128, 129, 138] убедительно демонстрируют неприменимость принципа суперпозиции при исследовании электроосмотической фильтрации.

В этих работах влияние электрического поля на фильтрационные свойства пористых систем объясняется вовлечением в движение при электроосмосе «рыхлосвязанной» воды.[1] В работе С. А. Юдовиной [204] исследуется взаимодействие электрического и гравитационного полей в пористых средах. Процитируем основной вывод этой работы: «При одновременном воздействии постоянного электрического и гравитационного полей на водонасыщенные керамические диафрагмы и глинистые грунты имеет место принцип суперпозиции этих полей». Следует отметить, что принцип суперпозиции в опытах Юдовиной соблюдался при достаточно высоких градиентах напора I и напряженности электрического поля E; несоблюдение этого принципа в области низких значений I и E относится за счет экспериментальных ошибок.

Противоречивость экспериментальных данных и отсутствие надежной методики исследования оправдывают специальное обсуж-

---

[1] Современные представления о свойствах полимолекулярных граничных слоев изложены в главе III.

дение [30] этого интересного не только в теоретическом, но и важного в практическом отношении вопроса.

Как известно, принцип наложения (принцип суперпозиции), по которому результат нескольких одновременных воздействий на систему равен алгебраической сумме результатов одиночных (независимых) воздействий, справедлив только в линейных системах. Применительно к рассматриваемому случаю принцип суперпозиции справедлив для таких систем, где между потоком и действующими силами соблюдается прямая пропорциональность.

Между тем, как показано выше, для воды и других жидкостей с межмолекулярными водородными связями линейная зависимость между скоростью потока и действующими силами (градиент напора, градиент потенциала электрического поля и др.) в общем случае не соблюдается.

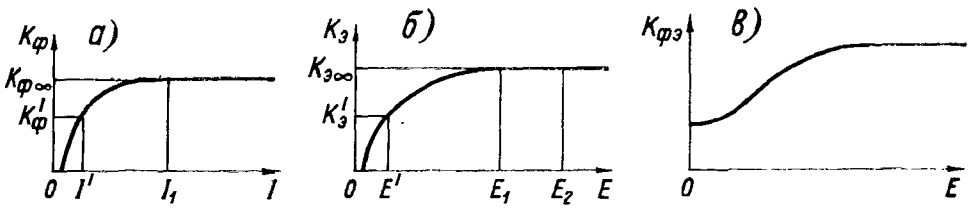


Рис. VII.9. К рассмотрению области применимости принципа суперпозиции при электроосмосе.

Из факта нелинейности зависимостей $V_ф(I)$ или $K_ф(I)$, а также $V(E)$ или $K_E(E)$ следует однозначный вывод о том, что принцип суперпозиции в общем случае не применим к исследованию электроосмотической фильтрации.

В самом деле, определим удельный расход $q_ф$, например, при градиенте I' (рис. VII.9 *а*) ($q_ф = K'_ф I'$) и удельный расход при напряженности E_2 (рис. VII.9 *б*) ($q_E = K_{E\infty} E_2$). При одновременном воздействии электрического и гравитационного полей тех же интенсивностей предельное напряжение сдвига τ_0 будет преодолено электрическим полем (так как $E_2 > E_1$), и для напорного потока в электрическом поле $q_{фE}$ мы должны записать $q_{фE} = K_{ф\infty} I$. Следовательно, в этом случае суммарный расход жидкости при одновременном действии I и E

$$q_{ф+E} = K_{ф\infty} I' + K_{E\infty} E_2 > K'_ф I + K_{E\infty} E_2,$$

т. е. $q_{ф+E}$ не равен алгебраической сумме удельных расходов $q_ф$ и q_E, определенных при раздельном воздействии полей I и E.

Если вычислить коэффициент фильтрации при любом градиенте напора в области $I_0 < I < I_1$, то характер зависимости $K_{фE}(E)$, обусловленный влиянием τ_0, будет иметь вид, показанный на рис. VII.9 *в*. Именно такой характер зависимости $K_{фE}(E)$ получен экспериментально в работе [128].

Из сравнения рис. VII.9 *а* и *б* легко заметить, что, если исследования ведутся в области значений $I > I_1$ и $E > E_1$ (здесь не

рассматривается область очень высоких значений I и E, при которых «срываются» сольватные слои полярных жидкостей), принцип суперпозиции для этого случая применим.

Таким образом, хотя принцип суперпозиции в общем случае не применим при исследовании электроосмотической фильтрации, однако, как следует из характера зависимостей $K_{\Phi}(I)$ и $K_E(E)$, в довольно широкой области значений $I > I_1$ (рис. VII.9 *а*) и $E > E_1$ (рис. VII.9 *б*) можно пользоваться этим принципом для фильтрационных расчетов.

При этом важно лишь установить в каждом конкретном случае область I и E, где практически существует прямая пропорциональность между потоками и действующими силами, и при одновременном воздействии электрического и гравитационного полей не выходить из области найденных значений I и E.

Противоречивость результатов, полученных различными исследователями относительно принципа суперпозиции при электроосмосе, легко объясняется именно тем фактом, что опыты проводились в различных областях значений I и E.

Глава VIII.

ВОПРОСЫ ЭЛЕКТРОМЕЛИОРАЦИИ ЗАСОЛЕННЫХ ПОЧВ

§ 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОМЕЛИОРАЦИИ ЗАСОЛЕННЫХ ПОЧВ

Под электромелиорацией понимают процесс восстановления засоленных почв с помощью постоянного электрического тока. Под воздействием постоянного электрического тока в почве протекает комплекс физических и физико-химических процессов, приводящих к выносу вредных для растений солей и улучшению водно-воздушного и питательного режима почвы.

Электроосмос. Одной из наиболее серьезных причин малой эффективности метода промывок засоленных (особенно содово-засоленных) почв является незначительная водопроницаемость таких почв, их слабая соле- и водоотдача [14, 44]. Поиски путей повышения фильтрационной способности засоленных почв привели к идее о применении для этих целей постоянного электрического тока. Действительно, если почву моделировать набором цилиндрических непересекающихся капилляров одного размера, то для расхода Q_E, вместо (VII.6.24), справедлива зависимость

$$Q_E = \frac{n\pi R^2 \varepsilon \zeta E}{4\pi\eta}. \qquad \text{(VIII.1.1)}$$

Здесь, кроме известных обозначений, R — радиус капилляра пор; n — их плотность.

Для напорного потока [см. формулу (I.3.18)] с учетом обозначений (I.3.19) имеем

$$Q = \frac{n\pi R^4 \rho g I}{8\eta}. \qquad \text{(VIII.1.2)}$$

Из сравнения (VIII.1.1) и (VIII.1.2) найдем

$$\frac{Q_E}{Q} = \frac{A}{R^2},$$

где

$$A = \frac{2\varepsilon\zeta E}{\pi\rho g I}. \qquad \text{(VIII.1.3)}$$

Из (VIII.1.3) видно, что при прочих равных условиях при $R \to \infty$ $\frac{Q_E}{Q} \to 0$; $R \to 0$; $\frac{Q_э}{Q} \to \infty$, т. е. в тех условиях, когда напорный поток $Q \to 0$, электроосмотический поток $Q_E \to \infty$.

За меру эффективности электроосмотического воздействия на грунты принимают величину $h_э = \frac{K_э}{K}$, называемую удельным электроосмотическим напором (здесь $K_э$ — коэффициент электроосмоса, K — коэффициент фильтрации) [120].

Таким образом, относительная эффективность электроосмоса при прочих равных условиях тем выше, чем менее водопроницаемы для напорного потока образец или часть его.

Миграция ионов. Электролиз. В постоянном электрическом поле ион движется со скоростью

$$V_и = BZeE,$$

где B — подвижность иона; Z и e — соответственно его валентность и заряд; E — градиент потенциала электрического поля.

С учетом скорости электроосмоса V_E результирующая скорость составит

$$\overline{V} = V_и \pm V_E.$$

Здесь знак плюс относится к катионам, а знак минус — к анионам.

В табл. VIII.1 представлены значения скорости передвижения некоторых ионов $V_и$ в различных грунтах, найденные Г. Н. Жинкиным [101].

Таблица VIII.1

Скорость передвижения ионов в различных грунтах [101]

Грунт	$V_и$ см²/(час·в)			
	Na	I′ (Cl′)	Ca··	Fe··
Латнинская глина . . .	0,46	0,71	0,80	—
Моренный суглинок (ленинградский)	0,58	0,61	0,90	0,20
Суглинок из Валдая . .	—	0,65	—	—

Так как на скорость передвижения ионов по грунту в постоянном электрическом поле оказывают влияние адсорбционные и обменные процессы, то эти значения несколько отличаются от истинных значений $V_и$. С увеличением концентрации ионов в растворе истинная скорость движения ионов уменьшается за счет тормозящего действия взаимодействующих друг с другом ионов. Ионы водорода восстанавливаются на катоде с выделением водорода

в виде газа; катионы натрия и кальция не восстанавливаются на катоде и скапливаются в катодной зоне в виде ионов, образуя щелочные растворы:

$$Na + OH' = NaOH,$$

$$Ca^{\cdot\cdot} + 2OH' = Ca(OH)_2.$$

На неокисляющемся аноде (уголь, платина) происходит окисление анионов с выделением газа:

$$4OH' - 4e \rightarrow 2H_2O + O_2,$$

$$2Cl' - 2e \rightarrow Cl_2.$$

В случае окисляющихся анодов (например, железа) происходит окисление материала электрода

$$Fe - 2e = Fe^{\cdot\cdot}.$$

Ионы железа, взаимодействуя с водой, образуют гидрат закиси железа, повышают концентрацию ионов водорода

$$Fe + 2H_2O = Fe(OH)_2 + 2H.$$

Таким образом, в анодной зоне происходит понижение pH среды, а в катодной — повышение.

В обычно применяемых схемах расстановки электродов в полевых условиях [20] размеры анодной и катодной зон составляют доли процента от обрабатываемой площади, и вклад приэлектродных процессов в этих условиях в мелиоративный эффект незначителен. Однако в практике электрозакрепления слабых грунтов [101] и в лабораторных опытах по восстановлению засоленных почв [7] могут быть созданы условия, при которых приэлектродные процессы захватывают практически весь объем обрабатываемого грунта.

Адсорбция. Обменные реакции. На поверхности раздела фаз имеет место или увеличение, или уменьшение концентрации одного или нескольких компонентов. Уравнение изотермы адсорбции может быть записано в виде

$$\Gamma_i = -\frac{C_i}{RT} \cdot \frac{\partial G_s}{\partial C_i},$$

где Γ_i — удельный поверхностный избыток i-того компонента; C_i — его концентрация; G_s — свободная энергия поверхности. Адсорбционная способность поглощающего комплекса почвы носит обменный характер: при поглощении одних ионов в раствор переходит эквивалентное количество других.

Для обмена ионов предложено много уравнений. В качестве одного из них для двух- и одновалентных ионов можно привести следующее [119]:

$$\frac{x_1}{x_2} = f\frac{C_1}{C_2},$$

где x_1 и x_2 — количество ионов первого и второго рода в двойном слое; C_1 и C_2 — концентрации ионов в поровом растворе; коэффициент f выражает преимущественное положение иона первого рода.

Как видно из уравнения, ионный обмен зависит только от отношения концентраций $\frac{C_1}{C_2}$.

Понижение pH среды в анодной зоне, происходящее под действием постоянного электрического тока, способствует вытеснению натрия, находящегося в поглощающем комплексе, ионом H' в почвенный раствор, после чего ион Na переносится к катоду. Вытеснению поглощенного Na из почвы способствует увеличение концент-

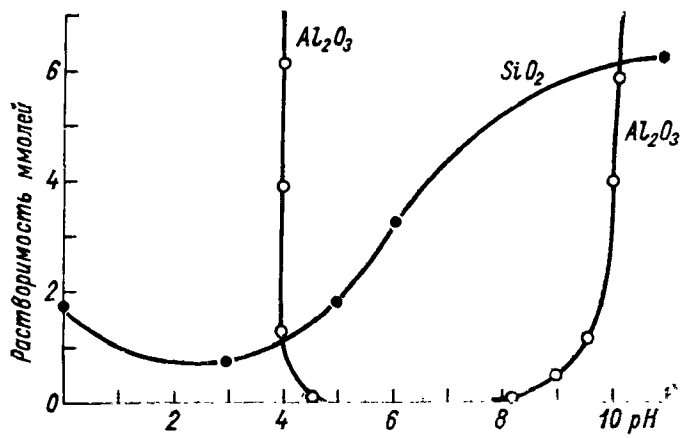


Рис. VIII.1. Зависимость растворимости кремнезема и глинозема от pH порового раствора [197].

рации ионов $Ca^{\cdot\cdot}$ в почвенном растворе, на чем основаны обычные приемы мелиорации солонцов.

Растворение солей и составных компонентов почвы. Изменение pH среды при электромелиорации приводит к растворению нерастворимых до воздействия постоянного электрического тока солей и составных элементов почвы. В качестве примера на рис. VIII.1 показана зависимость растворимости кремнезема и глинозема от pH порового раствора [197].

В работах А. А. Батурина [18, 19] показано, что под действием электрического тока происходит быстрое разложение трудно растворимых соединений, что ведет к резкому изменению химизма почв.

Изменение влагопроводности почво-грунтов. При напряженности постоянного электрического поля $E > E_1$ (см. рис. VII.9*б*) преодолевается предельное напряжение сдвига порового раствора, что приводит к существенному повышению влагопроводности почвы за счет:

а) вязкого (а не вязкопластического) характера течения порового раствора,

б) вовлечения в «строй действующих» тех пор, в которых ранее начальный градиент напора превышал действующий напорный градиент.

Опыт показывает [20, 180, 199], что эти факторы во многих практических случаях являются главными в процессах электромелиорации засоленных почв.

Прочие факторы. Дополнительное повышение фильтрационной способности почв в постоянном электрическом поле может быть связано с тем что:

а) электрофорез коллоидных частиц при определенных условиях приводит к «раскольматированию» порового пространства;

б) адсорбированные на стенках пор газы будут снесены электроосмотическим потоком (о влиянии адсорбированных газов на водопроницаемость см. гл. IV § 4);

в) растворение составных компонентов почвы приводит к изменению геометрии порового пространства среды;

г) повышение температуры системы при высоких плотностях тока изменяет реологические свойства порового раствора, его растворяющую способность и скорость физико-химических процессов.

Следует подчеркнуть, что повышенная водопроницаемость почвы сохраняется и после прекращения воздействия постоянного электрического поля [20, 199].

§ 2. КИНЕТИКА РАССОЛЕНИЯ

Не рассматривая тех работ, которые не относятся непосредственно к электромелиорации почв, отметим, что из отечественных ученых С. П. Кравков [117], по-видимому, первый обратил серьезное внимание на процессы, протекающие в почвах при прохождении постоянного электрического тока. С. П. Кравков исследовал в лабораторных условиях (стеклянные ящики размером $29 \times 14 \times \times 14$ см) влияние электричества на физические свойства песчаной садовой почвы и чернозема, на изменение количества в них гумуса и концентрацию почвенного раствора. После пропускания гальванического тока в течение трех месяцев было замечено разложение органического вещества и улучшение агрегатного состава почвы. Как считает Л. Д. Альтгаузен [9], это наиболее интересная работа в период до начала XX века.

В. П. Смирнов-Логинов [172] ставил своей задачей «более подробное изучение тех изменений, которые происходят в почве, и выяснение возможности применения тока для частичного разрушения уплотненной структуры солонцеватых почв и улучшения их других физико-химических неблагоприятных для сельскохозяйственных культур особенностей». В течение 30 дней он обрабатывал переменным и постоянным током четыре монолита ($95 \times 22 \times 10$ см) серо-бурой солонцеватой почвы из Прикаспийской низменности, взятых из горизонтов А и B_1, и отметил изменение емкости обмена, перераспределение обменного натрия, кальция, а также гумуса и pH между анодом и катодом. В. П. Смирнов-Логинов писал, что «можно констатировать положительное влияние электрического тока на физические свойства солонцовых почв».

Д. К. Мзареулова, А. С. Вознесенский и др. [51, 134] выполнили серию интересных опытов в лабораторных, лабораторно-полевых и полевых условиях по исследованию выхода NaOH, расходу электроэнергии на выход 1 г соли и наиболее выгодных параметров тока при различной степени ее увлажнения. Было показано, что наибольший эффект с точки зрения выхода NaOH и расхода электроэнергии достигается при малой плотности тока и полной влагоемкости.

Скорость удаления избытка солей, степень рассоления и экономическая эффективность электромелиораций в значительной мере зависят от соотношения электроосмоса и миграции ионов в общем явлении. Это соотношение при прочих равных условиях зависит от концентрации и состава солей в почве и почвенном растворе: при данной напряженности поля поток ионов, мигрирующих в электрическом поле, растет с увеличением их концентрации в растворе; с другой стороны, электроосмотический поток воды и солей пропорционален величине электрокинетического потенциала почвы, который понижается с увеличением концентрации почвенного раствора. Таким образом, изменение концентрации почвенного раствора оказывает взаимно противоположное влияние на оба процесса.

Понижение pH среды, происходящее под действием постоянного тока в анодной зоне электромелиорируемой почвы, способствует вытеснению натрия, находящегося в поглощающем комплексе, ионом H^+ в почвенный раствор, после чего ионы Na^+ переносятся к катоду. Вытеснению поглощенного Na^+ из почвы способствует увеличение концентрации ионов Ca^{++} в почвенном растворе, на чем основаны обычные приемы мелиорации солонцов. Однако, способствуя вытеснению натрия из поглощающего комплекса, ионы кальция в то же время эффективно понижают электрокинетический потенциал почвы, подавляя электроосмотический поток воды и солей. Учитывая оба эффекта, можно предположить существование оптимальных для электромелиорации соотношений указанных ионов.

В ходе электромелиорации изменяется как концентрация солей в почвенном растворе, так и их состав, что приводит к изменению исходного соотношения обоих процессов, обеспечивающих удаление солей, поэтому эффективность и технико-экономические показатели электромелиорации (например, расход энергии на удаление единицы массы вредных солей) меняются в ходе самого процесса.

Сложный характер воздействия указанных выше факторов на результаты электромелиорации позволит лишь экспериментально изучить влияние концентрации легкорастворимых солей и соотношение натрия и кальция в растворе на эффективность рассоления солончака, т. е. на количество и состав удаляемых солей, на величину удельных энергозатрат при различных плотностях тока [7].

Поскольку подбор естественно засоленных почв с разной степенью засоления и постоянным отношением Na : Ca, а также с одинаковой степенью засоления при различных отношениях Na : Ca весьма затруднителен, опыты проводились с искусственно

засоленной тяжелосуглинистой подзолистой почвой из слоя 0—20 см (пахотный горизонт). Водная вытяжка исходной почвы характеризовалась обычным для незасоленных почв содержанием легкорастворимых солей. Механический состав почвы приведен в табл. VIII. 2.

Таблица VIII.2

Механический состав исследуемой почвы

Почва	Размер фракции, мм					
	1—0,25	0,25—0,5	0,05—0,01	0,01—0,005	0,005—0,001	<0,001
Тяжелосуглинистая подзолистая (Ленинградская обл., Каменка)	4,34	19,64	36,20	13,76	17,96	7,80
Солонец (ст. Шортанды)	2,64	20,04	20,35	3,32	12,12	51,60

Воздушно-сухую почву пропускали через сито с отверстиями 1 мм и при тщательном перемешивании заливали рассчитанным объемом воды, содержащим заданное количество NaCl, $CaCl_2$ или их смеси. Влажность почвы доводили до полной влагоемкости.

Подготовленную таким образом почву помещали в среднюю секцию трехсекционных пластмассовых прямоугольных ванночек, в которых проводили опыты (рис. VIII.2), уплотняли до объемного веса 1,4—1,5 г/см^3 и до начала пропускания тока оставляли на 24 часа. Сверху ванночки были защищены от испарения крышками из оргстекла. Средняя секция длиной 200 мм отделена от торцовых секций перфорированными съемными перегородками, фиксирующими образец почвы. Анодную секцию ванночек заполняли водой для поддержания высокой влажности почвы, теряющей воду в ходе опыта за счет электроосмотического осушения. Жидкость, поступавшую в катодную секцию под действием тока (католит) и в очень небольшой части за счет фильтрации, собирали в мерный цилиндр и периодически анализировали.

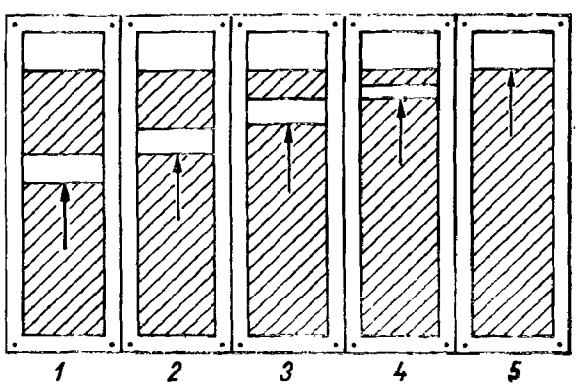


Рис. VIII.2. Зависимость расстояния между катодом и экраном (указан стрелкой) от соотношения Na : Ca в искусственном солончаке.

1 — 100% NaCl; *2* — 75% NaCl+25% $CaCl_2$; *3* — 50% NaCl+50% $CaCl_2$; *4* — 25% NaCl+75% $CaCl_2$; *5* — 100% $CaCl_2$.

Катодом служила перфорированная стальная пластина, анодом — вертикальные графитовые стержни. Оба электрода были размещены на торцах почвенного образца вплотную к перфорированным переборкам.

В ходе опыта методом пламенной фотометрии определяли содержание Na и Ca в порциях католита, а также в водной вытяжке проб почвы, периодически отбиравшихся из различных частей образца. Кроме того, периодически измеряли pH и содержание гумуса в католите и водной вытяжке из почвы. В ходе электромелиорации вследствие изменения физико-химических характеристик почвы меняется ее электрическое сопротивление, поэтому напряжение на электродах варьировали так, чтобы поддерживать заданную плотность тока. По мере понижения солесодержания и электроосмотического осушения почвы скорость выделения католита понижалась. Опыт заканчивался, когда католит практически не выделялся. Схема вариантов опыта показана в табл. VIII.3.

Таблица VIII.3

Схема опыта
Плотность тока 2; 5; 10 ма/см²

Количество добавленных солей (Na + Ca)		Весовая доля в смеси ($NaCl + CaCl_2$)	Эквивалентная доля в смеси (Na + Ca)
% к весу почвы	мг-экв. на 100 г почвы		
1	17,2	1,00	1,0
3	51,4		
6	103,0		
1	17,8	0,75	0,72
3	53,6		
6	107,0		
1	18,5	0,50	0,46
3	55,5		
6	110,8		
1	19,2	0,25	0,22
3	57,4		
6	110,8		
1	19,8	0,00	0,0
3	59,4		
6	119,0		

В качестве примера на рис. VIII.3 показан график кинетики удаления солей и динамики pH в межэлектродном пространстве для искусственного солончака при 1%-ном содержании солей и эквивалентной доле Na в смеси, равной 0,46.

Опыты показали, что эквивалентное соотношение $Na^+ : Ca^{++} \approx 1 : 1$ оказывается наиболее благоприятным как с точки зрения эффективности электроосмоса (при данной плотности тока и степени за-

соления), так и с точки зрения ионного обмена, при этом наблюдаются наибольший выход католита и наименьшие затраты электроэнергии на 1 г NaOH в католите.

Зависимость количества удаленного Na от степени засоления при различных плотностях тока показана на рис. VIII.4. Характер ее можно интерпретировать следующим образом. При малой плот-

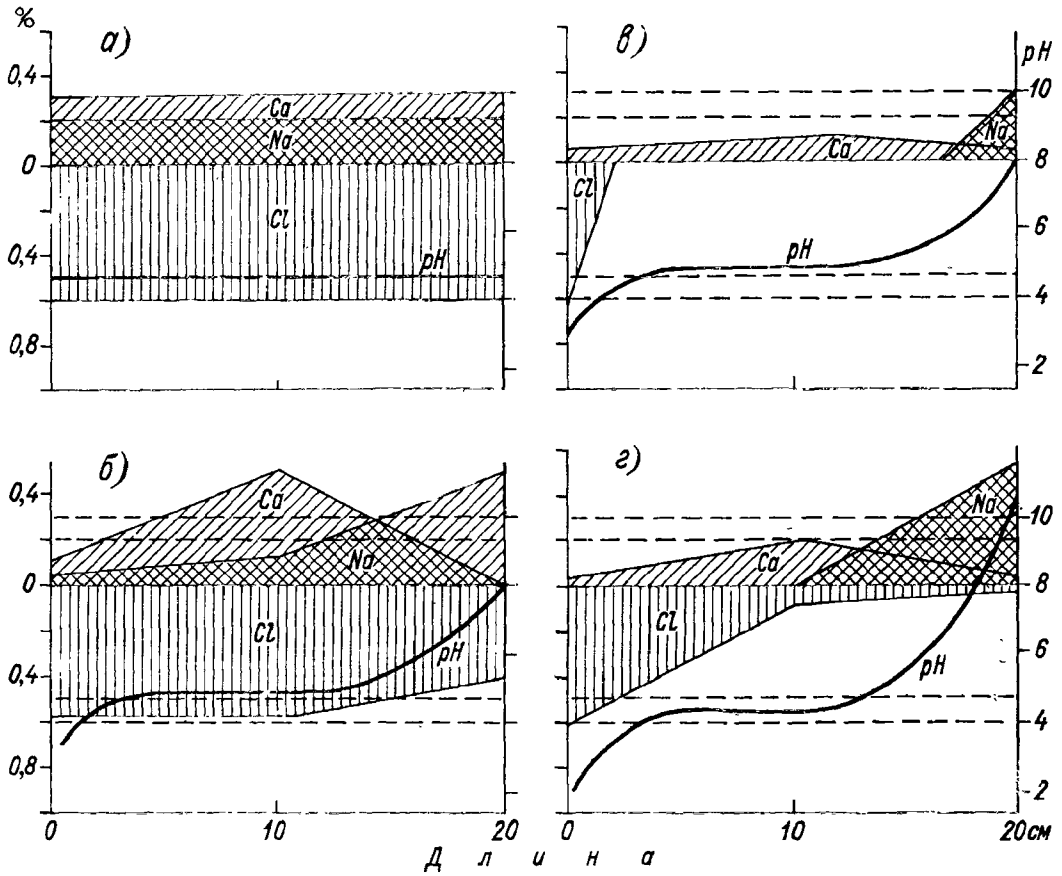


Рис. VIII.3. Изменение pH и содержания воднорастворимых солей в процессе электромелиорации искусственного солончака (50% NaCl+50% $CaCl_2$) 1%-ного засоления.

а — исходная почва; *б* — через 50 часов после начала опыта; *в* — через 100 часов; *г* — через 150 часов.

ности тока (рис. VIII.4 *а*) среди механизмов, вызывающих удаление натрия, преобладает электроосмос, интенсивность которого падает с увеличением засоления и практически приближается к нулю при солесодержании около 6% вследствие уменьшения ζ-потенциала.

При плотности тока 5 ма/см² на процесс электроосмоса накладывается заметная миграция ионов в постоянном электрическом поле. Сочетание этих двух процессов — затухание электроосмоса с увеличением степени засоления и одновременное усиление электромиграции — приводит к существованию максимального полезного эффекта при солесодержании 3% (рис. VIII.4 *б*).

При плотности тока 10 ма/см^2 (рис. VIII.4 *в*) миграция ионов превалирует над электроосмосом, что приводит к увеличению выноса Na с возрастанием степени засоления.

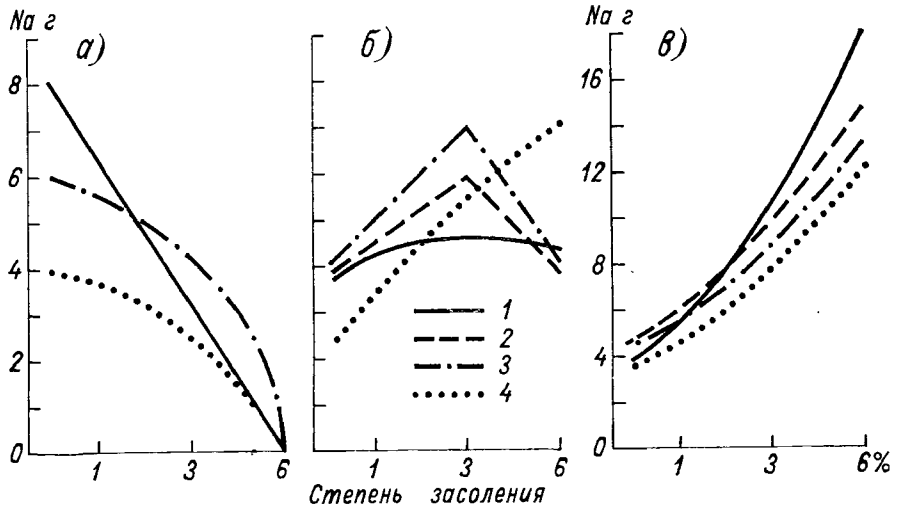


Рис. VIII.4. Зависимость количества удаляемого при электромелиорации Na от плотности тока и соотношения Na : Ca для различной степени засоления искусственного солончака.

а — плотность тока 2 ма/см^2; *б* — плотность тока 5 ма/см^2; *в* — плотность тока 10 ма/см^2.
1 — 100% NaCl; *2* — 75% NaCl+25% $CaCl_2$; *3* — 50% NaCl+50% $CaCl_2$; *4* — 25% NaCl+75% $CaCl_2$.

Изменение расхода электроэнергии на удаление 1 г NaOH в зависимости от степени засоления при различных плотностях тока

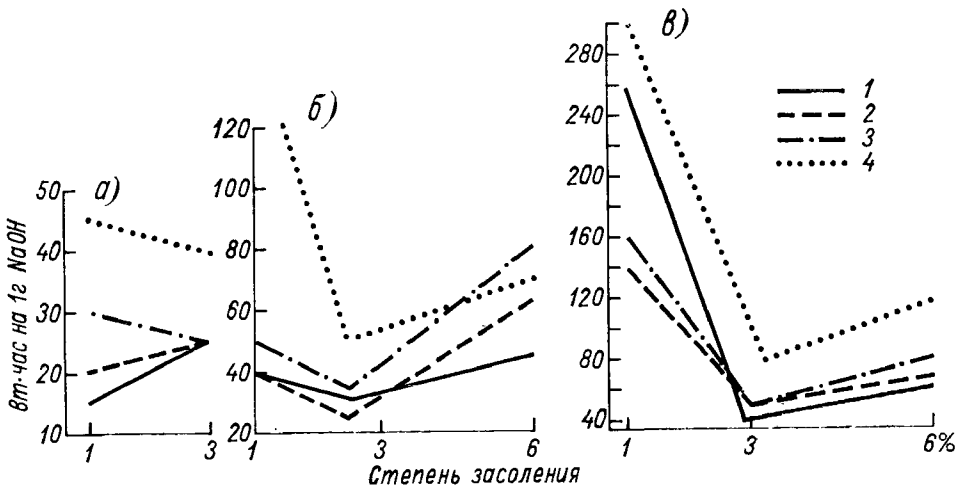


Рис. VIII.5. Изменение удельных энергозатрат на удаление NaOH в зависимости от плотности тока, степени засоления и соотношения Na : Ca.

а — плотность тока 2 ма/см^2; *б* — 5 ма/см^2; *в* — 10 ма/см^2.
1 — 100% NaCl; *2* — 75% NaCl+25% $CaCl_2$; *3* — 50% NaCl+50% $CaCl_2$; *4* — 25% NaCl+75% $CaCl_2$.

показано на рис. VIII.5. Для плотностей тока 5 ма/см^2 (рис. VIII.5 *б*) и 10 ма/см^2 (рис. VIII.5 *в*) минимум затрат электроэнергии,

как и следовало ожидать на основании изложенного выше, наблюдается при солесодержании 3%.

Естественным представляется положение кривой *4* по сравнению с остальными: электрокинетический потенциал уменьшается с увеличением содержания Ca в растворе и для выноса данного количества Na в этом случае требуется больше электроэнергии, чем в остальных вариантах.

Что касается удаления анионов, то здесь можно отметить, что Cl^- частично удаляется электроосмотическим потоком, и уже через 50 часов его содержание у катода резко понижается (см. рис. VIII.3) при незначительном повышении в прианодной зоне.

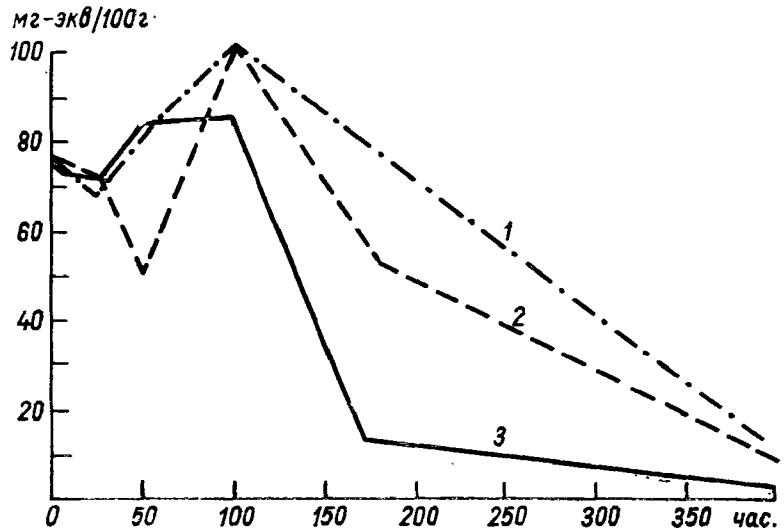


Рис. VIII.6. Изменение содержания легкорастворимых солей (катионы+анионы) в процессе электромелиорации хлоридно-натриевого солончака (ст. Шортанды).

1 — катод; *2* — анод; *3* — центральная зона.

С увеличением плотности тока, когда миграция ионов в электрическом поле преобладает над электроосмотическим переносом их, передвижение ионов Cl^- направлено в сторону анода.

Интересно сопоставить приведенные данные с кинетикой изменения содержания солей в природном солончаке под действием постоянного тока. Для исследования был взят хлоридно-натриевый солончак из зоны карбонатного чернозема (Шортанды). Водная вытяжка исходной почвы характеризуется следующими величинами (в мг-экв. на 100 г почвы): общая щелочность — 0,39, Cl^- — 36,8, $Ca^{++}+Mg^{++}$ — 8,8, Na^+ — 28,3, pH — 7,5; содержание углерода 1,57%. Механический состав указан в табл. VIII.2. Опыты проводились при плотности тока 2,3 ма/см^2.

В первые 25 часов наблюдалось незначительное уменьшение суммы ионов во всей системе главным образом за счет удаления легкорастворимых солей из приэлектродных зон. После этого наступает период увеличения содержания ионов в растворе, объясняющийся, по-видимому, началом растворения солей, находившихся в исходной почве в твердой фазе (рис. VIII.6).

Таблица VIII.4

Изменение состава водной вытяжки солончака при пропускании постоянного электрического тока в течение 400 часов (в мг-экв на 100 г почвы)

Водная вытяжка	До опыта	Расстояние от анода (счёт от анода к катоду), см									
		2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
pH	7,55	2,60	2,55	3,77	5,65	7,30	8,87	9,80	9,70	10,65	11,30
Щелочность CO_3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,70	9,03
HCO_3	0,39						0,80	0,90	1,06	1,33	9,49
Хлор-ион	36,8	1,4	1,0	—	—	—	—	—	—	—	—
Кальций + магний	8,85	—	2,09	12,5	9,5	8,98	—	—	1,09	0,89	—
Натрий	28,34	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Через 120—150 часов начинается непрерывное уменьшение суммы ионов в почвенном растворе. От легкорастворимых солей в первую очередь очищается центральная зона, а затем — приэлектродные. Через 400 часов после начала опыта природный солончак, как и искусственно засоленная почва, оказывается очищенным от избытка солей (табл. VIII.4); содержание их в водной вытяжке упало от 5,2 до 0,5 г/л.

Органическое вещество почвы состоит из высокомолекулярных соединений, часть которых находится в нерастворимом или скоагулированном состоянии, а другая часть представлена коллоидными частицами, образующими золь в почвенном растворе. Эти последние обладают поверхностным, как правило, отрицательным зарядом. Следует ожидать, что благодаря наличию заряда коллоидальная фракция гумуса будет двигаться в электрическом поле. Под влиянием химических реакций, являющихся результатом воздействия тока, часть гумуса может перейти из состояния геля в золь в одной из зон обработки и из золя в гель — в другой зоне. Значение органического вещества почвы в ее плодородии заставляет специально остановиться на поведении гумуса при действии электрического тока на почву.

Для выяснения характера воздействия постоянного электрического тока на гумус почвы при электромелиорации мы определили общее содержание гумуса (по И. В. Тюрину) в исследуемой почве до и после обработки, а также групповой состав органического вещества ускоренным методом с применением пирофосфата Na (по Кононовой и Бельчиковой).

Исходное состояние гумуса исследованной почвы и изменения, вызванные действием постоянного тока, характеризуются данными табл. VIII.5.

Таблица VIII.5

Изменение состава гумуса солончака под воздействием электрического тока Плотность тока 5 ма/см², продолжительность опыта 250 часов

Время наблюдения	Зона	Исходная почва, %	С органических веществ, извлекаемый смесью 0,1н. NaOH и 0,1н. $Na_4P_2O_7$	С гуминовых кислот	С фульвокислот	Отношение С гуминовых кислот к С фульвокислот	Из общего количества гуминовых кислот: свободных и связанных	Из общего количества гуминовых кислот: связанных с Ca	С остатка почвы
До опыта		1,67	0,72 43	0,45 27	0,27 16	1,69	0,254 15,2	0,20 16,8	0,95 57
После опыта	Катодная	1,64	0,612 37,4	0,262 16,0	0,350 21,4	0,75	0,18 11,0	0,082 5,0	1,03 62,6
	Срединная	2,0	1,08 54	0,56 28	0,52 26	1,08	0,55 27,5	0,01 0,5	0,92 46
	Анодная	1,88	1,04 55.3	0,975 51,7	0,065 3,6	14,4	0,97 51,7	—	0,84 44,7

Примечание. В числителе — углерод в процентах к весу почвы; в знаменателе — углерод в процентах к общему органическому углероду исходной почвы.

Анализируя эти данные, следует указать, что изменение общего содержания гумуса в образце под действием тока незначительно. Отмеченное повышение содержания С связано, по-видимому, с погрешностью метода анализа, в основе которого лежит определение окисленности почвы, а не непосредственно углерода. Баланс же окислителей и восстановителей в системе может заметно меняться под влиянием изменения реакции среды, вызванной действием тока.

К достоверным эффектам воздействия тока на органическое вещество почвы относится его перераспределение внутри обрабатываемой зоны с изменением группового состава и соотношение гуминовых и фульвокислот. Во всех вариантах опыта содержание гумуса снижается в катодной зоне и возрастает в анодной. Это объясняется как выносом некоторой наиболее подвижной части органического вещества фульвокислот с католитом при электроосмосе, так и электрофоретическим переносом гуминовых соединений в анодную зону. Оба фактора приводят к понижению соотношения гуминовых и фульвокислот в катодной зоне и к повышению этого соотношения в анодной зоне, и, таким образом, изменение группового состава гумуса в этой зоне под действием электрического тока

увеличивает общий положительный эффект электромелиорации. Выравнивание резких изменений группового состава гумуса по зонам электромелиорируемой почвы может быть достигнуто за счет смены полярностей электродов в ходе обработки.

Электромелиорация как искусственных, так и природных солончаков в ряде случаев сопровождается возникновением в межэлектродном пространстве сильно уплотненной зоны с пониженной влажностью, образующей своеобразный экран.

С образованием экрана возрастает электрическое сопротивление почвы, достигающее таких величин, что процесс электромелиорации затухает: в условиях, когда экран не образуется или его формирование только намечается, из почвы выносится 80—90% солей, в то время как при образовании хорошо выраженного экрана из почвы успевает удалиться не более 30—40% исходного количества солей.

Образование уплотненного экрана в процессе электромелиорации солончаков можно объяснить следующим образом.

1. Повышение pH в катодной зоне приводит здесь к диспергированию коллоидных частиц (с изменением pH среды от 3 до 10—12 величина ζ-потенциала увеличивается в 2—2,5 раза, что влечет за собой увеличение ионно-электростатической составляющей расклинивающего давления и как следствие диспергирование частиц).

Отрицательно заряженные коллоидные частицы из катодной зоны электрофоретически перемещаются в сторону анода, при этом плотность их потока прямо пропорциональна величине ζ-потенциала и плотности тока. Одновременно в сторону анода распространяется понижение pH. Скорость передвижения коллоидных частиц по мере удаления от катода уменьшается вследствие уменьшения pH и соответствующего понижения ζ-потенциала. При некотором pH ζ-потенциал достигает критической величины и частицы коагулируют — начинается формирование экрана.

На основании этих соображений максимальным расстояние между экраном и катодом должно быть в почвах натриевого засоления, а минимальным — в почвах кальциевого засоления, так как в последнем случае при прочих равных условиях величина ζ-потенциала будет ниже и коллоидные частицы продвинутся на меньшее расстояние, чем в первом.

Некоторые опытные данные (см. рис. VIII.2) подтверждают эти соображения: при натриевом засолении экран образуется на максимальном удалении от катода; с увеличением эквивалентной доли Ca в солесодержании экран смещается к катоду, а при кальциевом засолении слабо выраженный экран формируется непосредственно у катода.

2. Равно вероятной представляется возможность образования экрана за счет коагуляции частиц, движущихся вместе с потоком от анода к катоду. В обоих случаях, а также в случае смешанного механизма образование экрана связано с коагуляцией коллоидных частиц в зоне с критическим pH.

Во всех наших опытах pH почвы в центре экрана равняется 4,5—5,0. При различных плотностях потока и степенях засоления почвы расстояние центра экрана от электродов и его толщина будут определяться соотношением между скоростью частиц и скоростью распространения зоны с критическим pH.

Электрофоретический поток отрицательно заряженных коллоидных частиц, возрастающий с уменьшением степени засоления и увеличением плотности тока, способен тормозить удаление катионов, в частности за счет их адсорбции на поверхности движущихся частиц (см. рис. VIII.4 *а*, *б*; солесодержание 1%).

Как известно, целью мелиорации солонцов является вытеснение обменного натрия из поглощающего комплекса и удаление из почвы обогащенного натрием почвенного раствора.

Роль постоянного электрического тока здесь сводится к увеличению водопроницаемости за счет электроосмоса, миграции гидратированных ионов в постоянном электрическом поле или за счет обоих механизмов.

Непрерывный поток движущегося в постоянном поле промывающего раствора ускоряет процессы вытеснения Na из поглощающего комплекса (химическая фаза мелиорации) и удаления обогатившегося натрием раствора из почвы (физическая фаза мелиорации).

Если в качестве промывающего раствора использовать чистую воду, то вытесненный из обменного комплекса натрий будет замещаться ионами H^+, накапливающимися в анодной зоне в результате разрядки гидроксильного иона OH^- на аноде.

Процесс вытеснения натрия из обменного комплекса может быть ускорен, если в качестве промывающего раствора использовать растворы многовалентных электролитов (например, раствор $Ca(NO_3)_2$).

Концентрация промывающего раствора электролита должна быть такой, чтобы, с одной стороны, происходило наиболее полное вытеснение натрия из поглощающего комплекса (вытесненный натрий будет замещаться ионами Ca^{++}), а с другой стороны, концентрация не должна превосходить критическое значение, при котором ζ-потенциал близок к нулю, так как в этом случае возрастают затраты электроэнергии для удаления порового раствора.

При длительном пропускании постоянного электрического тока место обменного Ca^{++} будет постепенно заниматься ионами H^+, а Ca^{++} будет переноситься в катодную зону.

Для исследования был взят образец солончаковатого солонца (ст. Шортанды) с содержанием солей 0,22% по плотному остатку, (HCO_3) 1,64 мг-экв. на 100 г почвы, хлор-ион — 1,48, Ca — 1,15, Na — 1,87, обменный Na — 10,73, обменный Ca — 8,25 мг-экв. на 100 г почвы, pH = 7,60.

Условия и методика опытов те же, что и в случае электромелиорации солончаков. Пропущенный через сито с диаметром отверстий 1 мм образец солонцовой почвы увлажняли до полной влагоемкости водой с определенным содержанием Ca или без примесей

Таблица VIII.6

Изменение содержания обменного натрия и кальция в солонце под воздействием

Вариант опыта	Плотность тока, ма/см²	Зона	Измерение содержа					
			через 10 часов			через 25 часов		
			pH	Na	Ca	pH	Na	Ca
Почва до опыта	—	—	7,6	10,33	8,25	—	—	—
Почва после опыта:								
промывка дистиллированной водой	2	Катодная	—	—	—	8,4	16,3	2,56
		Средняя	—	—	—	7,8	12,3	6,72
		Анодная	—	—	—	4,2	5,46	3,26
	5	Катодная	7,8	9,6	9,3	7,05	9,25	10,7
		Средняя	7,75	9,9	10,0	6,6	0,90	12,05
		Анодная	7,0	1,52	9,3	2,9		
	10	Катодная	8,56	11,9	11,3	6,45	1,40	11,94
		Средняя	7,15	0,47	12,0	6,30	0,8	8,5
		Анодная	6,2	0,54	8,2	3,2	—	—
промывка водой, содержащей 100 мг/л Ca	2	Катодная	—	—	—	8,4	14,2	3,2
		Средняя	—	—	—	7,9	10,7	9,3
		Анодная	—	—	—	4,2	5,9	4,3
	5	Катодная	8,5	9,6	8,8	7,6	16,0	14,4
		Средняя	8,10	8,8	8,8	6,9	1,9	15,2
		Анодная	8,5	5,4	8,8	3,4	—	—
	10	Катодная	—	—	—	7,6	15,6	13,1
		Средняя	—	—	—	6,7	1,2	15,4
		Анодная	—	—	—	3,15	—	—
промывка водой, содержащей 200 мг/л Ca	2	Катодная	—	—	—	8,4	13,2	3,2
		Средняя	—	—	—	7,8	10,4	9,4
		Анодная	—	—	—	4,2	—	4,5
	5	Катодная	8,65	9,6	10,5	7,6	15,5	14,4
		Средняя	8,10	11,5	10,0	6,7	1,19	15,13
		Анодная	7,15	1,9	13,0	3,15	—	—
	10	Катодная	7,35	8,5	13,0	7,6	15,5	14,4
		Средняя	7,35	0,65	12,5	6,7	1,9	15,13
		Анодная	3,7	0,43	1,0	3,15	—	—

постоянного тока (в мг-экв. на 100 г почвы)

ния катионов

через 50 часов			через 100 часов			через 200 часов		
pH	Na	Ca	pH	Na	Ca	pH	Na	Ca
—	—	—	—	—	—	—	—	—
9,73	18,8	8,3	9,5	6,0	12,3	9,10	—	17,2
6,9	0,7	11,0	7,6	0,6	12,0	3,5	—	—
2,83	0,5	—	3,5	—	4,0	3,0	—	—
7,05	0,34	—	6,45	0,8	—	—	—	—
3,8	0,34	—	3,4	0,7	—	—	—	—
3,3	0,34	—	3,1	1,0	—	—	—	—
7,05	0,34	8,0	6,3	0,7	—	—	—	—
3,8	0,34	—	3,45	0,06	—	—	—	—
3,3	—	—	2,9	0,05	—	—	—	—
9,95	0,3	7,76	—	—	9,10	9,10	—	15,74
7,60	0,7	16,0	—	—	—	3,5	—	—
3,0	0,7	—	—	—	—	3,0	—	—
7,6	0,3	22,4	5,9	0,78	—	—	—	—
6,9	0,3	1,25	3,4	0,5	—	—	—	—
3,0	0,3	—	3,4	0,78	—	—	—	—
7,65	—	0,69	—	—	—	—	—	—
3,6	—	0,6	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—
9,7	17,0	6,25	—	—	—	9,10	—	20,1
6,9	—	13,4	—	—	—	3,5	—	—
3,0	—	—	—	—	—	3,0	—	—
7,6	1,3	25	—	—	—	—	—	—
6,9	1,2	—	—	—	—	—	—	—
3,0	—	—	—	—	—	—	—	—
7,75	1,3	9,87	—	—	—	—	—	—
3,50	1,2	—	—	—	—	—	—	—
3,15	—	—	—	—	—	—	—	—

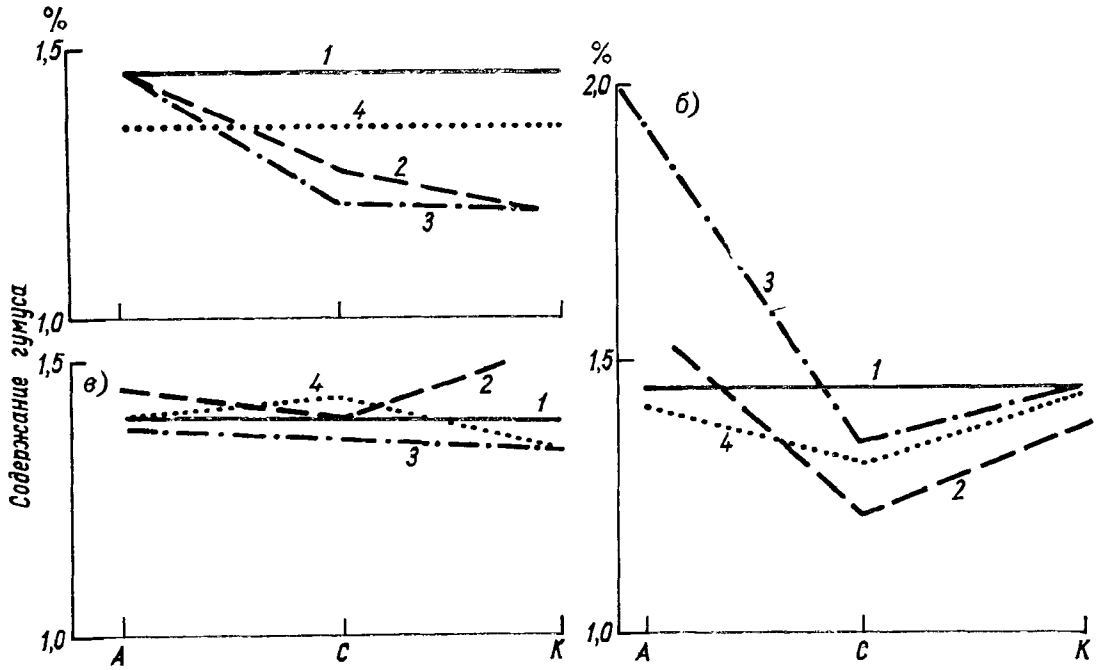


Рис. VIII.7. Изменение общего гумуса солонца.

а — плотность тока 2 ма/см², *б* — 5 ма/см², *в* — 10 ма/см².
1 — до опыта; *2* — промывающий раствор — вода; *3* — в промывающем растворе Са 100 мг/л; *4* — в промывающем растворе Са 200 мг/л.

в зависимости от варианта опыта. Затем образец почвы помещали в ванночку и уплотняли до 1,4—1,5 г/см³. Во время опыта в анодной камере поддерживали постоянный уровень промывающего раствора.

Выполненные опыты в общем подтверждают рассмотренный выше механизм электромелиорации солонцов (табл. VIII.6).

Добавленный в промывающий раствор Са способствует более интенсивному вытеснению Na из поглощающего комплекса солонца и увеличению содержания обменного Ca^{++} в образце в первые часы опыта. С понижением кислотности у анода и в середине из обменного комплекса вытесняется также Са и происходит его накопление у катода.

Результаты опытов показывают, что при значительном содержании в поглощающем комплексе исходного образца обменного Ca^{++} добавление его в промывающий раствор не приводит к уменьшению энергетических затрат (табл. VIII.7).

Вытеснение из поглощающего комплекса натрия кальцием приводит к коагуляции коллоидных частиц и к снижению дисперсности по всему образцу и особенно в анодной и средних зонах (табл. VIII.8).

На рис. VIII.7 представлены данные об изменении общего С в почве в результате электромелиорации при различной плотности тока и различной концентрации промывающего раствора.

Характер изменения содержания гумуса в солонцах в результате воздействий электрического тока остается таким же, как и в солончаках.

Таблица VIII.7

Расход электроэнергии на выход 1 г натрия

Промывающий раствор	Плотность тока ма/см²	Продолжительность опыта, часы	W (вт·ч/г $_3$ NaOH)
Дистиллированная вода	2	200	224
	5	25	131
	10	10	157
Раствор $Ca(NO_3)_2$:			
100 мг/л	5	25	134
	10	10	160
200 мг/л	5	25	145
	10	10	182

Следует иметь в виду, что в производственных условиях, где расстояния между электродами могут достигать десятков и сотен метров, а приэлектродные зоны составляют незначительную часть обрабатываемой площади, естественно, перераспределяется вклад различных процессов в эффект электромелиорации по сравнению с лабораторным опытом (см. также [178]).

§ 3 ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ОПЫТ ЭЛЕКТРОМЕЛИОРАЦИИ ЗАСОЛЕННЫХ ПОЧВ

Полевые опыты производственного характера по электромелиорации, по-видимому, впервые проведены Дж. Коллопием [209]. Им были выбраны четыре участка с высоким уровнем грунтовых вод. В качестве катода использовались трубы, провода и т. п. Параллельно катоду на расстоянии от 30 до 360 м от него на глубину до 1,5 м вводились анодные стержни, в основном металлические, на расстоянии 15 м друг от друга.

Сила тока — от 3 до 45 а, напряжение — от 15 до 75 в. Коллопий предлагает проводить электромелиорацию на почвах с высоким содержанием кальция или с его внесением.

В качестве примера можно привести участок площадью 2 га, покрытый пухлыми и черными солончаками. В течение 19 лет на участке никакие посевы не производились. Электрообработка продолжалась 58 дней (расстояние между анодными и катодными стержнями 153 м, сила тока 21 а, напряжение 24 в). К концу 50-го дня обработки почвы уровень грунтовых вод снизился на 1,5 м, содержание натрия в дренажной воде увеличилось в 20 раз. К концу испытательного срока содержание натрия в почве снизилось настолько, что почву перевели в платный класс.

А. Ф. Вадюнина и П. Н. Березин [45] провели полевой опыт на Прикаспийской террасе близ IV шлюза Волго-Донского канала (Волгоград) на солонцеватом солончаке. Для опыта выделялись площадки 100 м² (10×10). Делянки 1, 3, 5-я — контрольные (промывка почв без тока). На делянках 2, 4, 6-ой — промывка с помощью

Таблица VIII.8

Изменение механического и микроагрегатного состава солончакового солонца под воздействием постоянного электрического тока в процентах на сухую навеску (продолжительность опыта 25 часов, плотность тока 5 ма/см²)

Вариант опыта	Зона	Количество фракций (% на сухую навеску) размером, мм						Фактор дисперсности по Качинскому
		>0,25	0,25—0,05	0,05—0,01	0,01—0,005	0,005—0,001	<0,001	
До опыта	—	2,64 2,25	20,04 30,75	20,35 22,20	3,25 10,20	12,12 19,10	51,60 15,5	30,4
После опыта:								
электроосмос без добавления кальция	Катодная	3,0 2,57	14,50 37,23	22,20 36,30	3,30 11,60	17,4 6,55	39,6 6,75	17,0
	Средняя	2,99 1,54	12,21 55,01	19,80 24,70	5,10 6,55	10,8 6,25	49,7 6,0	12,1
	Анодная	2,67 2,11	13,83 38,79	17,5 45,10	5,5 8,40	13,0 3,40	47,5 2,20	4,64
электроосмос с добавлением кальция (200 мг/л)	Катодная	2,4 2,23	13,10 33,57	21,8 38,60	6,2 10,50	8,2 8,72	48,3 6,38	13,2
	Средняя	2,48 1,87	— 36,43	20,9 38,50	4,3 9,50	— 9,74	— 3,76	—
	Анодная	2,67 2,21	14,73 43,31	22,6 48,24	2,7 2,91	9,3 2,55	48,0 0,78	1,63

Примечание. В числителе — данные механического анализа; в знаменателе — данные микроагрегатного анализа

электрического тока. Для анода на 2 и 6-й делянках использовались металлические сетки площадью 16 и 9 м^2, на 4-й делянке — железная труба. Катоды делянок 2 и 4-й располагались на расстоянии 32 м от анодов и были смонтированы из 16 железных труб, расположенных по кругу. Близ 6-й делянки, на расстоянии 5 м от ее края, была заложена дрена, в которой были установлены катоды из 10 штыревых заземлений. Ток давал подвижной сварочный агрегат САК-100 с генератором постоянного тока ГСО—300 (средняя сила тока 130 а, напряжение 34 в); к источнику тока делянки подключались параллельно. На каждую делянку было подано воды из расчета 6000 м^3 на 1 га.

На 2-й делянке, где промывка осуществлялась без дренажа, а сеточный анод имел площадь 16 м^2, произошло рассоление на площади 36,3 м^2 до глубины 0,7 м. Соли вынесены на глубину 0,7—1,2 м. На 6-й делянке, где использовался анод площадью 9 м^2, рассоление произошло на площади 87,5 м^2 до глубины 1,5 м; накопления солей глубже этой толщи не было, так как рядом с делянкой находилась дрена, в которой был установлен катод и в которую сбрасывались соли. Зона рассоления имеет в общем полусферическую форму, причем радиус существенного рассоления (по поверхности почвы) в опыте составлял 4,5—5 м, а вглубь — до 1,5 м.

Солевой баланс на мелиорируемой площади складывался следующим образом (табл. VIII.9): во всех вариантах опыта в связи с тем, что промывке подвергалась свежевспаханная почва, рассоление пахотного слоя произошло при промывке водой. Из этого слоя водой вынесено 15—23 т/га солей, а током — всего 2 т/га. Наибольшее рассоляющее действие тока проявилось в слое 30—70 см. В обоих вариантах опыта выщелочено около 50% общей суммы солей, вынесенных из этого слоя при промывке водой с использованием электрического тока. В варианте промывки почвы без дренажа соли из слоя 0—70 см передвинулись в слой 70—120 см.

В сумме в изучаемом профиле почвы (0—120 см) содержание солей после промывки с помощью электрического тока оказалось на 10 т/га больше, чем при промывке только водой.

На 6-й делянке соли были вынесены за пределы 1,5-метровой толщи почвы. Ток способствовал удалению 37 т/га солей из слоя почвы 1,2 м дополнительно к 61 т/га, вынесенных при простой промывке водой.

Качественный состав оставшихся в почве солей изменяется под влиянием тока. Из катионов преобладает Ca, из анионов SO_4, т. е. гипс. При электромелиорации карбонатных почв в анодной зоне гипс образуется вновь; подкисление же среды в процессе электролиза обусловливает растворение карбонатов. Активизированный при этом Ca вступает во взаимодействие с анионом SO_4, который приносится в эту зону током. Таким же путем в почве может образоваться и $CaCl_2$. Накопление ионов Ca способствует рассолонцовыванию солонцовых почв.

Таблица VIII.9

Элементы солевого баланса (полевой опыт по электромелиорации) [45]

Вариант	Глубина, см	Запас солей						Вынесено солей, т/га		
		исходный		промывка						
				вода		вода + ток		вода + ток	вода	ток
		%	т/га	%	т/га	%	т/га			
Делянка 2 (без дренажа)	0—30	0,93	34	0,28	11	0,25	10	24	23	2
	30—70	1,49	97	1,04	77	0,84	50	47	20	27
	70—120	1,40	122	0,94	72	1,45	110	12	50	38
		Итого	253		160		170			
Делянка 6 (с дренажем)	0—30	0,72	25	0,28	10	0,20	8	17	15	2
	30—70	1,37	79	0,91	50	0,46	27	52	29	23
	80—120	1,29	117	1,16	100	1,00	88	29	17	12
		Итого	221		160		123	98	61	37

Динамика удельного электрического сопротивления в полевых условиях изучалась при проведении полевого опыта по электромелиорации содово-засоленных почв Карабахской равнины Азербайджанской ССР на площади 4 га [20]. Результаты опытов представлены в табл. VIII.10. По результатам измерений удельного электрического сопротивления хорошо прослеживаются характер промачивания почвы и выщелачивания солей при промывках. Зависимость удельного электрического сопротивления водонасыщенной почвы от плотного остатка водной вытяжки позволяет ориентировочно оценить классификационные пределы удельного электрического сопротивления, соответствующие градациям засоления (табл. VIII.11).

Оригинальная схема размещения электродов, которая в максимальной степени использует изменение влагопроводности почво-грунтов в электрическом поле, применена в полевых опытах А. Ф. Вадюниной и А. Л. Шершнева с сотрудниками [199].

Опыт проводился с 1968 по 1970 г. в колхозе «Красный Самух» Азербайджанской ССР на участке, представленном луговым садово-сульфатным глинистым солончаком. Катод — в виде сеток из

Таблица VIII.10

Динамика удельного электрического сопротивления почвы при электромелиорации в полевых условиях АзССР, 1967 г. [20]

№ скважины; расстояние от анода, м	Глубина, см	ρ ($ом^{-1} \cdot м^{-1}$) по срокам наблюдений						Засоление, %	
		30/VIII	7/IX	15/IX	20/IX	27/IX	3/X	исходное	конечное
№ 1 линия анода	0—50	1,94	2,42	3,44	4,80	6,73	7,71	3,39	0,28
	50—100	1,95	2,12	2,58	3,24	4,11	4,44	1,15	0,52
	100—150	11,4	9,12	7,29	9,97	16,10	18,00	0,32	0,88
№ 2 0,5	0—50	2,53	3,76	3,83	4,43	6,16	8,94	3,39	0,38
	50—100	1,84	1,40	1,15	1,95	3,45	6,98	1,15	0,76
	100—150	12,80	8,65	6,17	2,09	5,89	3,84	0,32	1,22
№ 3 5	0—50	2,31	3,14	5,94	6,91	10,40	9,26	3,39	0,35
	50—100	4,12	2,96	2,29	2,10	2,57	2,81	1,15	0,98
	100—150	16,10	8,90	5,64	4,82	4,61	3,92	0,32	0,96
№ 4 13	0—50	2,29	2,56	3,20	3,46	3,64	3,65	2,74	0,87
	50—100	2,29	1,70	1,75	1,75	1,97	1,95	0,67	1,02
	100—150	6,85	—	3,81	3,53	3,52	—	0,24	0,77
№ 5 55	0—50	2,96	3,86	4,62	5,22	6,48	6,28	2,49	0,66
	50—100	1,95	1,78	2,10	2,18	2,69	2,50	0,62	1,56
	100—150	8,04	2,34	5,37	4,91	4,82	1,47	0,33	0,63
№ 6 100	0—50	1,96	2,34	3,11	3,71	4,01	4,28	2,49	0,45
	50—100	3,29	2,41	2,31	2,16	2,33	2,68	0,62	1,14
	100—150	14,20	8,31	7,25	6,73	6,11	6,10	0,33	0,72

Таблица VIII.11

Классификационные пределы удельного электрического сопротивления почв по засолению [20]

Степень засоления почвы	Плотный остаток водной вытяжки, %	Удельное электрическое сопротивление $ом^{-1} \cdot м^{-1}$
Незасоленная	0,25	10
Слабозасоленная	0,25—0,50	10—6
Среднезасоленная	0,50—1,00	6—4
Сильнозасоленная	1,00—2,00	4—2,5
Солончаки	2	2,5

алюминиевой проволоки с ячеями размером 1,0×1,0 и 1,5×1,5 м — ложился на поверхность почвы; анодом служили металлические штыри, устанавливаемые в центр каждой клетки. Расход электроэнергии составил 12 000 квт·час/га (сила тока 90 а, напряжение 40 в). Промывка почвы в этих условиях при промывной норме,

равной двум-трем влагоемкостям, обеспечила вынос из метровой толщи 40 т/га солей; на контроле было вынесено 1,1 т/га.

При наложении постоянного электрического тока скорость фильтрации на опытном участке резко возрастала. После выключения тока скорость фильтрации уменьшилась с 62 до 33 мм/сутки, оставаясь длительное время выше скорости фильтрации на контроле (5,6 мм/сутки).

Материалы этого параграфа подтверждают основной вывод, следующий из анализа процессов, протекающих в почве в постоянном электрическом поле, об эффективности электромелиорации слабоводопроницаемых засоленных земель.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Материалы книги приводят к представлению о воде как о неньютоновой жидкости.

При рассмотрении прикладных фильтрационных задач автор данной работы ограничивался приближением, с которым модель Бингама—Шведова описывает действительную реологию жидкостей. При таком подходе пренебрегают потоком жидкости при градиентах напора, меньших величины начального градиента напора и предполагают мгновенную релаксацию вязкости при изменении сдвиговых напряжений. Однако такое допущение не всегда корректно: в ряде задач нелинейной фильтрации (поры с периодически меняющимся сечением, колебания напора и т. п.) возникает необходимость использовать зависимость эффективной вязкости чистых жидкостей от напряжений сдвига. Эта зависимость характеризуется значениями вязкости неразрушенной и разрушенной структуры, предельным напряжением сдвига, при котором начинается прогрессирующее разрушение структуры жидкости, и периодом ее релаксации.

В настоящее время для чистых жидкостей нет экспериментальных данных величин вязкости неразрушенной структуры и периода ее релаксации при изменении сдвиговых напряжений, что сдерживает разработку общей теории нелинейной фильтрации на надежной физической основе.

Целью настоящей работы было привлечь внимание специалистов гидрофизиков и гидрологов к этой проблеме с таким расчетом, чтобы ускорить процесс разработки методов решения многочисленных фильтрационных задач на основе обобщенного закона фильтрации и уточнения степени погрешности существующих решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абелев М. Ю. Исследование фильтрационных свойств сильно сжимаемых глинистых грунтов. — «Сб. докладов по гидротехнике», 1963, вып. 5. Изд. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева.

2. Абелев М. Ю. Расчет вертикальных дрен в основаниях из слабых глинистых грунтов.— В сб.: Слабые глинистые грунты. Таллин, 1965.

3. Абелишвили Г. В. Результаты экспериментальных исследований нижней границы применимости закона Дарси.—«Труды ГрузНИИ гидротехники и мелиорации», 1963, вып. 22.

4. Авгуль И. Н., Джигит О. И., Киселева А. В. Адсорбция паров на непористом активном угле—саже. —«ДАН СССР», 1952, т. 86, № 1.

5. Аверьянов С. Ф. Зависимость водопроницаемости почво-грунтов от содержания в них воздуха.—«ДАН СССР», 1949, т. 19, № 2.

6. Аверьянов С. В., Цюй-Син-е. О расчете дренажа при наличии инфильтрации.—«Изв. АН СССР», ОТН, 1957, № 3.

7. Айбасов Э. Б., Бондаренко Н. Ф., Глобус А. М. Некоторые вопросы электромелиорации засоленных почв.—«Сб. трудов по агрономической физике», 1967, вып. 14.

8. Акимов А. А., Платонова Т. С. Электрохимический метод закрепления грунтов.— В сб.: Химия в строительстве. Ростов, 1965.

9. Альтгаузен Л. А. Краткий обзор литературного материала по вопросу об электрокультуре.—«Сельское хоз-во и лесоводство», 1904, № 5.

10. Амаглобели И. П. О нижнем пределе применимости основного закона фильтрации.—«Труды Груз. политехн. ин-та», 1966, № 4.

11. Амаглобели И. П. Основы теории медленного движения ньютоновских и неньютоновских жидкостей в капиллярах и ее применение к расчету «нелинейной» фильтрации. — Автореферат докт. диссертации. Тбилиси, Груз. политехн. ин-т, 1969.

12. Ананян А. А. Кристаллизация воды в замерзающих и мерзлых горных породах. — В сб.: Современное представление о связанной воде в породах. М., Изд. АН СССР, 1963.

13. Аравин В. И., Нумеров С. И. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. М., Гостехиздат, 1953.

14. Аристархов А. Н. Содово-засоленные почвы Карабахской равнины и их мелиорация промывкой и электрическим током. Автореферат канд. диссертации. МГУ, 1964.

15. Арутюнян М. А. Влияние поверхносгных сил на миграцию жидкостей в пористых средах. Автореферат диссертации. Л., АФИ, 1967.

16. Базарон У. В., Дерягин Б. В., Булгадаев А. В. Измерения сдвиговой упругости жидкостей и их граничных слоев резонансным методом. ЖЭТФ, 1966, т. 51, вып. 4.

17. Балашов В. А., Н. В. Тябин. Реологические уравнения течения неньютоновской жидкости в круглом капилляре.— В сб.: Химия и химическая технология. Волгоград, 1968.

18. Батурин А. А. Изменение свойств почв под влиянием электрического тока.— «Труды с/х академии им. К. А. Тимирязева», 1938, т. 3, вып. 6.

19. Батурин А. А. Изменение количества подвижных ионов в почве под влиянием электрического тока. — «Почвоведение», № 9, 1957.

20. Березин П. Н. Применение полей постоянного электрического тока для мелиорации почв засоленного ряда. Автореферат канд. диссертации. МГУ, 1969.
21. Березкина Г. М. К вопросу изменения водопроницаемости связных грунтов от градиента напора.—«Вестник МГУ», геология, 1965, № 1.
22. Богородский В. В., Гусев А. В., Хохлов Г. П. Физика пресноводного льда. Л., Гидрометеоиздат, 1971.
23. Бокий Г. Б. Кристаллохимические соображения о поведении воды в мерзлых глинистых грунтах.—«Вестник МГУ», геология, 1961, № 1.
24. Бондаренко Н. Ф., Нерпин С. В., Котов А. И. Начальные условия движения жидкостей в дисперсных системах.—В сб.: Четвертая всесоюзная конференция по коллоидной химии. Тезисы докладов. М., Изд. АН СССР, 1958.
25. Бондаренко Н. Ф., Нерпин С. В. Методика исследования аномалий фильтрационных процессов.— В сб.: Новые методы измерений и приборы для гидравлических исследований. Изд. АН СССР, 1961.
26. Бондаренко Н. Ф. Исследование электроосмоса в глинистых грунтах в связи с проблемой регулирования их строительных свойств. Кандидатская диссертация. Л., ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева, 1962.
27. Бондаренко Н. Ф., Корчунов С. С., Нерпин С. В., Судницын И. И., Якобс А. И. Расчетные методы прогноза водного режима и его регулирования. Физика, химия, биология и минералогия почв СССР. — В сб.: Доклады к VIII Международному конгрессу почвоведов. М., «Наука», 1964.
28. Бондаренко Н. Ф., Нерпин С. В. Общие закономерности и специфические особенности поведения дисперсных систем при различных методах их упрочнения.—«Сб. трудов по агроном. физике», 1965, вып. 11.
29. Бондаренко Н. Ф., Коваленко Н. П., Рейзенман С. Р. Использование электроосмоса для ускорения консолидации и упрочнения торфяных грунтов. Архангельск, Северо-Западн. книжн. изд., 1966.
30. Бондаренко Н. Ф. О принципе суперпозиции при исследовании электроосмотической фильтрации.— В сб.: Материалы к пятому совещанию по закреплению и уплотнению грунтов. Новосибирск, 1966.
31. Бондаренко Н. Ф. Учет следов сдвиговой прочности воды при расчете горизонтального дренажа.— «Докл. ВАСХНИЛ», 1966, № 9.
32. Бондаренко Н. Ф., Нерпин С. В. Сдвиговая прочность жидкостей и ее учет при исследовании поверхностных явлений. — В сб.: Исследования в области поверхностных сил. М., «Наука», 1967.
33. Бондаренко Н. Ф., Нерпин С. В., Пакшина С. М. О переносе влаги к фронту испарения при сильно нестационарном процессе.—«Сб. трудов по агроном. физике», 1967, вып. 14.
34. Бондаренко Н. Ф. О природе фильтрационных аномалий жидкостей.— ДАН СССР, 1967, т. 177, № 2.
35. Бондаренко Н. Ф. Влияние межмолекулярных водородных связей на характер течения жидкостей в капиллярах.— ЖФХ, 1968, т. 42, № 1.
36. Бондаренко Н. Ф., Карманов В. Г. Экспериментальные исследования пороговых градиентов давления при течении жидкостей в капиллярах.— «ДАН СССР», 1968, т. 181, № 4.
37. Бондаренко Н. Ф., Сапрыкин Ю. Н., Шумилова Е. А., Коваленко Н. П., Киберева Н. А. Исследование стабильности фильтрационного потока во времени.—«Почвоведение», 1971, № 7.
38. Бондаренко Н. Ф. Расчет совершенного горизонтального дренажа в однородном грунте для квадратичного закона фильтрации.—«Докл. ВАСХНИЛ», 1969, № 12.
39. Бондаренко Н. Ф., Коваленко Н. П. Дальность действия горизонтальных дрен в торфах.—«Докл. ВАСХНИЛ», 1970, № 7.
40. Бондаренко Н. Ф., Янгарбер В. А., Шумилова Е. А. Одномерные задачи нелинейной фильтрации применительно к расчету дренажа.— «Докл. ВАСХНИЛ», 1971, № 4.
41. Бондаренко Н. Ф., Сафронова Т. С. Нелинейная фильтрация в зоне скважины.—«Сб. трудов по агроном. физике», 1971, вып. 32.
42. Бондаренко Н. Ф., Масленкова Г. Л., Сапрыкин Ю. Н. Исследование реологических свойств термодинамически неравновесной (талой) воды. — «Сб. трудов по агроном. физике», 1971, вып. 32.

43. Будзко И. И., Нерпин С. В., Эбин Л. Е., Якобс А. И., Бондаренко Н. Ф. Применение теории переноса энергии и массы для расчетов и прогнозирования в сельском хозяйстве.—«Вестн. сельскохоз. науки», 1963, 1, 94.

44. Вадюнина А. Ф. К вопросу об электромелиорации засоленных почв.— «Вестн. МГУ», биология, почвоведение, 1966, № 4.

45. Вадюнина А. Ф., Березин П. Н. Влияние постоянного электрического тока на эффективность промывки солонцеватых солончаков.—«Вестн. МГУ», биология, почвоведение, 1968, № 4.

46. Вдовенко В. М., Гуриков Ю. В., Легин Е. К. Исследования по применению двухструктурной модели к изучению состояния воды в водных растворах. — В сб. I: Структура и роль воды в живом организме. Изд. ЛГУ, 1966.

47. Вдовенко В. М., Гуриков Ю. В., Легин Е. К. Термодинамика 2-х структурной модели воды. Сообщение I. О структуре тяжелой воды.—«ЖСХ», 1966, т. 7, № 6.

48. Вдовенко В. М., Гуриков Ю. В., Легин Е. К. Термодинамика 2-х структурной модели воды. Сообщение II. Исследование изотопных различий в свойствах H_2O и $Д_2O$ для определения относительных количеств льдоподобной и разупорядоченной структур.—«ЖСХ», 1967, т. 8, № 1.

49. Вдовенко В. М., Гуриков Ю. В., Легин Е. К. Растворимость неэлектролитов в $Д_2O$ и структура воды.— «ДАН СССР», 1967, т. 172, № 1.

50. Вдовенко В. М., Гуриков Ю. В., Легин Е. К. Применение двухструктурной модели воды к разбавленным водным растворам электролитов.— «ЖСХ», 1969, т. 10, № 4.

51. Вознесенский А. С., Караев А. Г., Мзареулова Д. К. Электролиз почвенных растворов как способ мелиорации засоленных почв. — «Труды ГрузНИИ гидротехники и мелиорации», 1956, вып. 4 (17).

52. Воларович М. П. Исследование реологических свойств дисперсных систем.—«Коллоидный журнал», 1954, т. 16, № 3.

53. Воларович М. П. Совещание по структурно-механическим свойствам коллоидных систем и высокомолекулярных соединений (хроника). — «Коллоидный журнал», 1954, т. 16, № 6.

54. Воларович М. П., Гуткин А. М. О расчете предельного напряжения сдвига суспензий с частицами, обладающими жестким дипольным моментом.— «ДАН СССР», 1962, т. 143, № 4.

55. Волькенштейн М. В. Строение и физические свойства молекул. М.—Л., 1955.

56. Воронков Г. Я. Изучение электрокинетических свойств торфа. Автореферат канд. диссертации. М., Калининск. торфяной ин-т, 1960.

57. Гедройц К. Н. Учение о поглотительной способности почв. Сельхозгиз, 1933.

58. Герсеванов Н. М. Основы динамики грунтовых масс. М., 1931.

59. Глебов П. Д. О влиянии газов на движения грунтовых дренажных вод.— В сб.: Международная ассоциация по гидравлическим исследованиям, II конгресс, т. 6. Л., 1966.

60. Глобус А. М. Экспериментальная гидрофизика почв. Л., Гидрометеоиздат, 1969.

61. Горбунов Б. П. Фильтрация и возможность использования ее для определения удельной поверхности и количества связанной воды в водонасыщенных грунтах.—«Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 9.

62. Горохов М. М., Лебедев Д. М., Чураев Н. В. Электроосмос и влагопроводность ненасыщенных пористых сред.—«Коллоидный журнал», 1967, т. 29, № 1.

63. Горшков А. С., Русецкий А. В. Кавитационные трубки. Л., Изд. «Судпром». 1962.

63 (а) Горшков А. И. О предельном напряжении сдвига у жидкой воды.—«ЖТФ». 1972, т. 42, вып. 1.

64. Григоров О. Н., Козьмина З. П., Маркович А. В., Фридрихсберг Д. А. Электрокинетические свойства капиллярных систем. М.—Л., Изд. АН СССР. 1956.

65. Гуревич А. Е. Процессы миграции подземных вод, нефти и газов. Л., «Недра», 1969.
66. Гуриков Ю. В. О сходстве структур воды и льда. — «ЖСХ», 1963, т. 4, № 6.
67. Гуриков Ю. В. О механизме самодиффузии в воде.—«ЖСХ», 1964, т. 5, № 2.
68. Гуриков Ю. В. Структура и термодинамические свойства воды. Сообщение I. Применение модели Самойлова к расчету свободной энергии воды.— «ЖСХ», 1965, т. 6, № 6.
69. Гуриков Ю. В. Структура и термодинамические свойства воды. Сообщение II. О структуре воды в 3-й точке.—«ЖСХ», 1966, т. 7, № 1.
70. Гуриков Ю. В. Проявления структуры воды в спектре валентных колебаний молекул воды.— В сб.: Состояние и роль воды в биологических объектах. М., «Наука», 1966.
71. Гуриков Ю. В. К вопросу об обосновании 2-х структурной модели воды.—«ЖСХ», 1971, т. 12, № 2.
72. Гуриков Ю. В. О конфигурационной энтропии воды.—«ЖСХ», 1970, т. 11, № 4.
73. Гуткин А. М. Расчет цилиндрического подшипника скольжения в случае применения вязкопластичной смазки.— В сб.: Труды 2-й Всесоюз. конф. по трению и износу в машинах. Изд. АН СССР. М.—Л., 1947
74. Демин Н. В., Кисляков Ю. П., Морозова В. Т. О зависимости проницаемости пористой среды от градиента давления.—«Нефтяное хозяйство», № 12, 1966.
75. Дерягин Б. В. Упругие свойства тонких слоев воды. — «ЖФХ», 1932, т. 3, вып. 1.
76. Дерягин Б. В., Крылов М. А. Аномальные явления при течении жидкостей через жесткие узкопористые фильтры.— Труды совещания по вязким и коллоидным растворам АН СССР, 1944, вып. 2. Изд. АН СССР.
77. Дерягин Б. В., Мельникова М. К. Исследование движения воды под влиянием температурного градиента.— Сб., посвященный 70-летию академика А. Ф. Иоффе. М., изд. АН СССР, 1950.
78. Дерягин Б. В. Сольватные слои как особые граничные фазы на основе прямых методов исследования.— Труды Всесоюз. конф. по колл. химии. Киев, Изд. АН СССР, 1952.
79. Дерягин Б. В. Теория гетерокоагуляции, взаимодействия и слипания разнородных частиц в растворах электролитов.—«Коллоидный журнал». 1954, т. 16, № 6.
80. Дерягин Б. В., Зорин З. М. Оптическое исследование адсорбции и поверхностной конденсации паров вблизи насыщения.—«ДАН СССР», 1954, т. 98, № 1.
81. Дерягин Б. В., Карасев В. В., Захаваева Н. Н., Лазарев В. П. Механизм граничной смазки и свойства граничного смазочного слоя.— «ЖТФ», 1957, т. 27, вып. 5.
82. Дерягин Б. В., Нерпин С. В., Арутюнян М. А. О механокалорическом эффекте при обычных температурах.—«ДАН СССР», 1965, т. 160, № 2.
83. Дерягин Б. В., Шутор Ю., Нерпин С. В., Арутюнян М. А. Исследование термоосмотического эффекта для воды в стеклянных капиллярах. ДАН СССР, 1965, т. 161, № 1.
84. Дерягин Б. В., Духин С. С. Применение термодинамики необратимых процессов к диффузионно-электрической теории электрокинетических явлений.— В сб.: Исследования в области поверхностных сил. М., «Наука», 1967.
85. Дерягин Б. В., Духин С. С. К теории поверхностной проводимости.—«Коллоидный журнал», 1969, т. 31, № 3.
86. Дерягин Б. В., Коптелова М. М. К теории капиллярно-диффузионного осмоса. — «Коллоидный журнал». 1969, т. 31, № 4.
87. Дерягин Б. В., Чураев Н. В. Новые свойства жидкостей. М., «Наука», 1971.
88. Дмитриев С. И., Нечаев В. К. К вопросу о применимости уравнения диффузии для изучения явления влагопроводности в почво-грунтах.— «Труды ЛГМИ», 1962, вып. 13.

89. Думанскиий А. В. Лиофильность дисперсных систем. Воронеж, 1940.
90. Думанский Н. А., Хайленко Л. В. Реологические свойства растворов глицерина. — «Коллоидный журнал», 1960, т. 22.
91. Духин С. С. Диффузионно-электрическая теория неравновесных поверхностных сил и электрокинетических явлений. Автореферат докт. диссертации. Москва—Киев, ин-т физич. химии АН СССР, 1965.
92. Ентов В. М. Об одной задаче нелинейной нестационарной фильтрации. — «Изв. АН СССР», МЖГ, 1963, № 5.
93. Ентов В. М., Сухарев М. Г. Автомодельный случай плоскорадиальной нестационарной фильтрации при нелинейном законе сопротивления.—Изв. высших учебных заведений, сер. «Нефть и газ», 1965, № 4 (Азерб. ин-т нефти и химии, Баку).
94. Ентов В. М. О некоторых двумерных задачах теории фильтрации с предельным градиентом.—«Прикладная математика и механика». 1967, т. 31, вып. 5.
95. Ентов В. М. Сообщение 1. Об одной задаче фильтрации с предельным градиентом, допускающей точное решение.—«Прикладная математика и механика», 1968, т. 32, вып. 3.
96. Ентов В. М. Сообщение 2. Двумерные и нестационарные одномерные задачи движения неньютоновских жидкостей в пористой среде.—«Нефтяное хозяйство», 1968, № 10.
97. Ентов В. М., Салганик Р. Л. О решении плоских задач фильтрации с предельным градиентом методом малого параметра.— Сообщение 3. «Прикладная математика и механика», 1968, т. 32, вып. 5.
98. Ефремов И. Ф. Периодические коллоидные структуры.— Л., «Химия», 1971.
99. Железный Б. В. Определение средней плотности воды, заполняющей пористое тело, по кривой ее температурного расширения.—«Коллоидный журнал», 1969, т. 31, № 4.
100. Жиленков В. Н. Водоупорные свойства грунтов ядер и экранов высоких плотин. Л., «Энергия», 1968.
101. Жинкин Г. Н. Электрохимическое закрепление грунтов в строительстве. Л., Стройиздат, 1966.
102. Заманмурад Х. О передвижении воды и хлор-иона в ненасыщенных влагой однородных и слоистых почвах и грунтах. Автореферат канд. диссертации. Л., АФИ, 1967.
103. Замарин Е. А. Движение грунтовых вод под гидротехническими сооружениями. Ташкент, 1931, (Ин-т водного хозяйства).
104. Звягинцев Д. Г. Влияние адсорбентов на развитие и активность микроорганизмов.—«Научн. докл. высш. школы», биолог. науки, 1967, № 3(39).
105. Зиангиров Р. С. Коэффициент электроосмоса и некоторые закономерности электроосмотической фильтрации в грунтах. Автореферат канд. диссертации. М., МЭИ, 1957.
106. Ильюшин А. А. К вопросу о вязкопластичном течении материалов.— Труды конф. по пластичн. деформации. М.—Л., Изд. АН СССР, 1938.
107. Ионат В. А. Расчет систематического дренажа в двухслойных грунтах.—В сб.: Осушение болотных и заболоченных почв. Минск, Изд. АСХ БССР, 1960.
108. Ионат В. А. Расчет горизонтального дренажа в неоднородных грунтах. Таллин, Эстон. НИИ земледелия и мелиорации, 1962.
109. Карасев В. В., Дерягин Б. В., Ефремова Е. Н. Тепловое расширение воды в тонкопористых телах.—«Коллоидный журнал», 1962, т. 24, № 6.
110. Кисляков Ю. П., Демин Н. В., Русских В. Н. Влияние градиентов давления на величины параметров пласта на туймазинском месторождении.—«Нефтяное хозяйство», 1964, № 2.
111. Ковалев А. Г., Асадов А. Ш. О капиллярном поднятии вязкопластичных жидкостей.—«Нефтепромысловое дело», 1966, № 4.
112. Коллинз Р. Течение жидкостей через пористые материалы (пер. с англ.). М., «Мир», 1964.
113. Короткевич Г. В. О некоторых особенностях развития соляного карста.—«ДАН СССР», 1961, т. 136, № 1.

114. Корчунов С. С., Могилевский Н. Н. Механизм понижения влажности торфяной залежи при осушении.—«Сб. трудов ВНИИТП», вып. 18, ч. I. М.—Л., Госэнергоиздат, 1961.

115. Котов А. И., Нерпин С. В. Водоупорные свойства глинистых почв и грунтов и природа начальных градиентов фильтрации.—«Изв. АН СССР», ОТН, 1958, № 9.

116. Котов А. И., Бондаренко Н. Ф. Экспериментальные исследования электроосмотической фильтрации в глинистых грунтах.—«Труды ЛИВТ», 1962, № 28.

117. Кравков С. П. К вопросу о влиянии электризации почвы на совершающиеся в ней процессы. — Материалы по изучению русских почв, вып. 11, С.-Петербург, 1898.

118. Красиков Н. Н., Ефремов И. Ф., Усьяров О. Г. Влияние коагуляционных процессов на течение суспензий в капиллярах.— В сб. «Электрокинетические явления в дисперсных системах». Изд. ЛГУ, 1971.

119. Кройт Г. Р. Наука о коллоидах, т. I (пер. с англ.). М., ИЛ, 1955.

120. Курденков Л. И. Область применимости электроосмоса в грунтах.— В сб.: Материалы к VI Всесоюзному совещанию по закреплению и уплотнению грунтов. Изд. МГУ, 1968.

121. Кулик В. Я. Исследование закономерностей движения воды в почвогрунтах. Автореферат канд. диссертации, Л., ГГИ, 1968.

122. Кусаков М. М., Ребиндер П. А., Зинченко К. Б. Поверхностные явления в процессах фильтрации нефти.—«ДАН СССР», 1940, т. 28, № 5.

123. Кусаков М. М., Некрасов Д. Н. Подъем жидкости в капиллярах переменного сечения и капиллярный гистерезис. — «ДАН СССР», 1918, т. 119, № 1.

124. Кусаков М. М., Вепагунта В. Д. О термокапиллярном гистерезисе.—«ДАН СССР», 1966, т. 170, № 5.

125. Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М., Гостехиздат, 1947.

126. Лодж А. Эластичные жидкости (пер. с англ.). М., Изд. «Наука», 1969.

127. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., Физматгиз, 1959.

128. Ломизе Г. М., Нетушил А. В., Ржаницын Б. А. Электроосмотические процессы в глинистых грунтах и водопонижение при вскрытии котлованов.— В сб.: Материалы к IV Международному конгрессу по механике грунтов и фундаментостроению. М., Изд. АН СССР, 1957.

129. Ломизе Г. М. О влиянии структуры грунта на электроосмос в нем.— «Изв. АН СССР», ОТН, № 7, 1958.

130. Лундин К. П. Осадки торфа под насыпями. Топиздат, 1935.

131. Малышева Л. Н., Мархасин И. Л., Бабалян Г. А., Баллиулина Р. Т. О влиянии качества воды на проницаемость пород карбона Арланского месторождения.— Труды Уфимского НИИ, вып. 7, 1961.

132. Маскет М. Течение однородных жидкостей через пористые среды (пер. с англ.). М.—Л., Гостопиздат, 1949.

133. Матяш И. В., Торяник А. И., Кисельник В. В. О структуре растворов неэлектролитов. Сообщение 1. Водные растворы ацетона, мочевины и формамида.—ЖСХ, 1967, т. 8, № 3.

133а. Мецик М. С., Айданова О. С. Аномальная теплопроводность пленочной воды на кристаллах слюды.— В сб.: Исследования в области поверхностных сил. М., Изд. «Наука», 1964.

134. Мзареулова Д. К. Экспериментальные исследования по улучшению засоленных, солонцовых, тяжелых бесструктурных почв при воздействии электротока. Автореферат канд. диссертации. Тбилиси, Груз. с.-х. ин-т, 1962.

135. Милехина М. М. К теории капиллярного осмоса.—«Коллоидный журнал», 1961, т. 23, № 2.

136. Мирзаджанзаде А. Х. Вопросы гидродинамики вязкопластичных и вязких жидкостей в применении к нефтедобыче. Баку, 1959.

137. Мирзаджанзаде А. Х., Мирзоян А. А., Гевиян Г. М., Сеид-Раза М. К. Гидравлика глинистых и цементных растворов. М., «Недра», 1966.

138. Мухин А. А. Некоторые вопросы теории и практики электроосмотического водопонижения. Автореферат канд. диссертации, М., МЭИ, 1955.

139. Нерпин С. В., Бондаренко Н. Ф. Исследование механических свойств тонких слоев жидкости в концентрированных эмульсиях методом фильтрации.—«ДАН СССР», 1957, т. 114, № 4.

140. Нерпин С. В., Бондаренко Н. Ф. Двойная природа аномалий при фильтрации грунтовой и почвенной влаги.—«Труды ЛИИВТ», 1962, вып. 27.

141. Нерпин С. В., Пакшина С. М. Кубовые остатки от перегонки спиртов как эффективные депрессоры физического испарения из почвы.—«Докл. ВАСХНИЛ», 1965, № 12.

142. Нерпин С. В., Юзефович Г. И., Янгарбер В. А. О расчете нестационарного движения влаги в почве.—«Докл. ВАСХНИЛ», 1966, № 6.

143. Нерпин С. В., Чудновский А. Ф. Физика почвы. М., «Наука», 1967.

144. Нерпин С. В. Влияние пластического сопротивления сдвигу на равновесие и движение влаги в почвах и грунтах.—«Сб. трудов по агроном. физике», 1969, вып. 19.

145. Нерпин С. В., Хлопотенков Е. Д. Обобщение закона Дарси для случаев нелинейной фильтрации в ненасыщенных и насыщенных грунтах.—«Докл. ВАСХНИЛ», 1970, № 11.

146. Нерпина Н. С., Янгарбер В. А. Учет следов сдвиговой прочности при решении двумерных задач фильтрации.—«Докл. ВАСХНИЛ», 1969, № 9.

147. Никитин И. Е., Марченко А. Г., Тимахович А. М. Влияние замораживания и оттаивания воды на ее вязкие свойства.—В сб.: Гидродинамика больших скоростей, вып. 5. Киев, Изд. «Наукова думка», 1968.

148. Огибалов П. М., Мирзаджанзаде А. Х. Нестационарные движения вязкопластичных сред. Изд. МГУ, 1970.

149. Оркин К. Г. Приближенный метод определения эффективной «динамической» пористости нефтеносной породы.—«Сб. трудов Грозненск. нефтян. ин-та», 1948, № 6.

150. Павилонский В. М. К вопросу о начальном градиенте напора в глинистых грунтах.—«Труды ВОДГЕО», 1968, вып. 19, Гидротехника.

151. Павловский Н. Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями. Собр. соч. т. II. М., Изд. АН СССР, 1956.

152. Паулинг Л. Природа химической связи. М., Госхимиздат, 1947.

153. Пеньковский В. И., Рыбакова С. Т. Фильтрация в напорном пласте с учетом начальных градиентов кровли и подошвы.—«Изв. АН СССР», МЖГ, 1968, № 6.

154. Пиментел Дж., Мак-Клеллан О. Водородная связь (пер. с англ).. М., «Мир», 1964.

155. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М., ГТТЛ, 1952.

156. Полынов Б. Б. К вопросу о факторах водопропускной способности естественных почв и грунтов.—«Известия науч.-мелиорат. ин-та», 1929, вып. 18.

157. Попов В. И. Реодинамика и теплообмен структурно-вязких жидкостей в ламинарном режиме (1889—1966).— В сб.: Обзор научн. литер., вып. 4. Новосибирск, 1970.

158. Поповский Ю. М. Исследование перехода граничной фазы в объемную жидкость.— В сб.: Исследования в области поверхностных сил. М., «Наука», 1967.

159. Попченко С. Н. Асфальтовые гидроизоляции. М —Л., Госэнергоиздат, 1963.

160. Потапова Н. П. Исследование воздействия ультразвука на течение чистой жидкости через пористые перегородки.— В сб.: Акустика и ультразвук, 1966, вып. 2, М.

161. Пузыревская Т. Н. Просачивание через песчаные грунты.—«Известия НИИГ», 1931, № 1.

162. Пузыревский Н. П. Фундаменты. Госстройиздат, 1934.

163. Рабинович И. Б. Влияние замещения водорода на молярный объем жидкостей. — В сб.: Строение вещества и спектроскопия. М., Изд. АН СССР, 1960.

164. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917—1967). М., «Наука», 1969.

165. Ребиндер П. А. Физико-химическая механика — новая область науки. М., Изд. «Знание», 1958.

165а. Михайлов Н. В., Ребиндер П. А. О структурно-механических свойствах дисперсных и высокомолекулярных систем.—«Коллоидный журнал», 1955, т. 17, № 2.

166. Рейнер М. Реология. М., Изд. «Наука», 1965.

167. Рельтов Б. Ф., Новицкая Н. А. Осмотические явления в связных грунтах при неравномерном их засолении. — «Известия ВНИИГ», 1954, т. 15.

168. Рельтов Б. Ф. Влияние физико-химических факторов на водопроницаемость и деформируемость связных грунтов.— В сб.: Труды Совещания по механике грунта, основаниям и фундаментам. М., Госстройиздат, 1956.

169. Роде А. А. Основы учения о почвенной влаге. Л., Гидрометеоиздат, 1965.

170. Роза С. А. Осадки гидротехнических сооружений иа глинах с малой влажностью.—«Гидротехиическое строительство», 1950, № 9.

171. Самойлов О. Я. Структура водных растворов электролитов и гидратации ионов. М., Изд. АН СССР, 1957.

172. Смирнов-Логинов В. П. Влияние электрического тока на солонцеватую серо-бурую почву Прикаспийской низменности.—«Труды Азерб. фил. АН СССР», 1938, т. 11/53.

173. Соколов Н. Д. Некоторые вопросы теории водородной связи.— В сб.: Водородная связь. М., «Наука», 1964.

174. Солев В. Н., Кулик В. Я. Математическое описание капиллярного гистерезиса почвенной влаги с помощью импульсных функций.— «Докл. ВАСХНИЛ», 1968, № 9.

175. Судницын И. И. Закономерности передвижения почвенной влаги. М., Наука», 1964.

176. Султанов Б. И. О фильтрации вязкопластических жидкостей в пористой среде.— «Изв. АН АзССР», сер. физ.-мат. и техн. наук, 1960, № 5.

177. Терцаги К. Теория механики грунтов (пер. с нем.). М., Госстройиздат, 1961.

178. Тихомолова К. П. Исследование зависимости электроосмоса от условий наложения внешнего электрического поля.—«Коллоидный журнал», 1967, т. 29, № 6.

179. Тихомолова К. П. Совместный электроосмос двух несмешивающихся между собой жидкостей.—«Коллоидный журнал», 31, № 4 (1969).

180. Травин Я. Г. Использование электроосмоса для борьбы с засолением почв.—«Сельское хоз-во Узбекистана», 1961, № 8.

181. Требин Ф. А. Нефтепроницаемость песчаных коллекторов. М.—Л., Гостоптехиздат, 1945.

182. Требин Г. Ф. Фильтрация жидкостей и газов в пористых средах. М., Гостоптехиздат, 1959.

183. Трусов С. А., Тябин Н. В. К теории течения шведовской или упругосжимаемой вязкопластической среды.— В Сб.: Химия и химическая технология. Волгоградск. политехн. ин-т, 1968.

184. Тябин Н. В. Реологическое исследование течения структурированных нефтепродуктов. Автореферат докт. диссертации, М., Моск. хим.-технолог. ин-т им. Д. И. Менделеева, 1964.

185. Уилкинсон У. Л. Неньютоновские жидкости. М., «Мир», 1964.

186. Усьяров О. Г., Ефремов И. Ф. Исследование упругой деформации седиментационных осадков в постоянном электрическом поле.— В сб.: Исследования в области поверхностных сил. М., «Наука», 1967.

187. Флорин В. А. Основы механики грунтов, Т. I. М.—Л., Госстройиздат, 1959.

188. Френкель Я. И. Собрание избранных трудов, т. 5. М.—Л., Изд. АН СССР, 1959.

189. Христианович С. А. Движение грунтовых вод, не следующее закону Дарси. ПММ, 1940, т. 4, вып. I.

190. Худяков А. Д., Коваленко Н. П., Бондаренко Н. Ф. Глубинный дренаж как метод технической мелиорации торфяных грунтов. Изв. высших учебных заведений. «Лесной ж.», 1968, № 3. (Архангельск. лесотехн. ин-т).

191. Чарный И. А. Подземная гидромеханика. М.—Л., Гостехиздат, 1948.
192. Чизмаджев Ю. А., Маркин В. С., Тарасевич М. Р., Чирков Ю. Г. Макрокинетика процессов в пористых средах. М., «Наука», 1971.
193. Чураев Н. В. Фильтрация структурированных жидкостей через гетеропористые тела.—«Изв. АН СССР», МЖГ, 1966, № 1.
194. Чураев Н. В., Дерягин Б. В. К теории электрокинетических явлений в тонких слоях растворов электролита.—«ДАН СССР», 1966, т. 169, № 2.
195. Чураев Н. В., Ященко А. И. Экспериментальное изучение процессов фильтрации вязкопластических жидкостей через пористые тела.—«Коллоидный журнал», 1966, т. 28, № 2.
195а. Чураев Н. В., Горохов М. М. Исследование влагопроводности ненасыщенных модельных почвенных систем.—«Почвоведение», 1970, № 6.
196. Чураков А. И. Фильтрация воды в глинистых грунтах.—Сб. № 24, Труды кафедры гидротехн. сооруж., 1958, вып. 2, Моск. инж.-строит. ин-т.
197. Чухров Ф. В. Коллоиды в земной коре. М., Изд. АН СССР, 1955.
198. Шейдеггер А. Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. М.—Л., Гостоптехиздат, 1960.
199. Шершнев А. Л. Мелиорирующее действие постоянного электрического тока на луговые почвы содово-сульфатного засоления Карабахской степи. Автореферат диссертации, МГУ, 1970.
200. Шершнев А. Л. Определение коэффициента электроосмоса в почвах содово-сульфатного засоления.—«Вестник МГУ», биология, почвоведение, 1970, № 4.
201. Шищенко Р. И. Гидравлика глинистых растворов. Азнефтьиздат. 1951.
202. Шульман З. П., Берковский Б. М. Пограничный слой неньютоновских жидкостей. Минск, 1966.
203. Щелкачев В. Н., Лапук Б. Б. Подземная гидравлика. М.—Л., Гостоптехиздат, 1949.
204. Юдовина С. А. Экспериментальное исследование взаимодействия электроосмотической и гравитационной фильтрации в пористой среде. Автореферат канд. диссертации. Л., ЛГМИ, 1965.
205. Юзефович Г. И., Янгарбер В. А., Пичугина Н. В. О решении нелинейного уравнения влагопереноса методом сеток. — «Сб. трудов по агроном. физике», 1967, вып. 14.
206. Allison L. E. Effect of Microorganism on Permeability of Soil under Prolonged Submergense. Soil Sci., vol. 63, No 6, 1947.
207. Childs E. C. An Introduction to the Physical Basis of Soil Water Phenomena. John Willy and Sons, Ltd., 1969.
208. Childs E. C. and Tzimas E. Darcy's Law at Small Potential Gradients. Soil Sci., vol. 22, No 3, 1971.
209. Collopy J. P. Process for the Improvement and Reclamation of Soils. United States Patent Office. Patentov 2631804, Patented Apr. 22, 1958.
210. Darcy H. Les Fontaines Publique de la Ville de Dijon. Victor Dalmont, Paris, 1856.
211. Drost-Hansen W. On the Structure of Water near Solid Surfaces and the Possible Existence of Long Range Order. Ind. Eng. Chem., vol. 61, 1969.
212. Von Engelhardt W. and Tunn W. L. The Flow of Fluids through Sandstones. Illinois State Geol. Serv. Circ., 194, 1955.
213. Grunber L., Nissen A. H. Degree of Association of Water from the Energy of Viscosity and the Work of Cohesion. Nature, 156, 335, 1945.
214. Hallaire M. Le potenciel efficience de l'eau dans le sol en. „L'eau et la production vegetale". Institut National de la Recherche Agronomique, Paris, 1964.
215. Irmay S. UNESCO—Netherlands Government Symposium on Water in the Unsaturated Zone. Wageningen, 1956.
216. Jacquin C. Interaction intre l'argile et les fluidseculements à travers les argiles. Rev. Inst. Franc. Petrole, vol. 20, No 10, 1965.
217. Jensen R. D. and Klute A. Water Flow in an Unsaturated Soil with a Step-type Initial Water Constant Distribution. Soil Sci. Soc. Amer. Proc., vol. 31, No 3, 1967.

218. King F. H. Principles and Conditions of the Movement of Grounf Water. U. S. Geol. Survey 19-th Ann. Rept., part 2, 59—294, 1898.
219. Kozeny J. Über Kapillare Leitung des Wasser im Boden. S. Ber. Wiener Akad. Abt. IIa, 1927.
220. Köhler G. Der Einfluss der Stromstärke auf Elektroosmose durch Palmitin Säurediaphragmen. Z. Phys. Ch. A., B. 157, S. 113, 1931.
221. Kovàcs Gy. Theoretical Investigation into Micro—seepage. Acta Technica Academiae Scientiarum Hungarical, tom 21, f. 1—2, 1958.
222. Kutilek M. Nedarçyov ske proudeni vo dy v zeminach v laminàrny oblasti. Vodohospodarsky časopis. Rocnik, 17, c. 5, 1969.
223. Low P. F. Physical Chemistry of Clay-Water Interaction. Advances in Agron., No 13, 1961.
224. Mencl V., Bobkovà J., Hanzlova V. Permeability of Sand-Gravel at Small Hydraulic Gradients. RILEM Symposium, Paris, 1964.
225. Nagy I. V., Karadi G. Untersuchungen über den Gültigkeitsbereich des Gesetzes von Darcy. Osterreichisch Wasserwirtschaft, vol. 13, No. 12, 1961.
226. Olsen H. Darcy's Law in Saturated Kaoline. Water Resources Research, vol. 2, No 2, 1966.
227. Pauling L. The Hydrogen Bond. London, 1959.
228. Poulovassilis A. Hysteresis of Pure Water and Application of the Concept Independent Domains. Soil Sci., vol. 93, No 6, 1962.
229. Ravina I., Zaslavsky D. Non-Linear Electrokintetic Phenomena I. Review of Literature. Soil Sci., vol. 106, No 1, 1968.
230. Richards L. A. The Usefullness of Capillary Potential to Soil Moisture and Plant Investigation. J. Agr. Res., vol. 37, 1928.
231. Schwedoff T. Recherches experimentalles sur la cohesion des liquids. J. de Phys. Theori et Appl., vol. 8, No 2, 1889.
232. Schwartzendruber D. Modification of Darcy's Law for the Flow of Water in Soils. Soil Sci., vol. 93, No 1, 1962.
233. Schwartzendruber D. Non-Darcy behavior and the Flow of Water in Unsaturated Soils. Soil. Sci., Soc. Amer. Proc., vol. 27, No 5, 1963.
234. Schwartzendruber D. Soil-Water Behavior as Described by Transport Coefficients and Functions. Advances in Agronomy, No 18, 1966.
235. Skawinski R. Changes in Hydraulic Conductivity in the Fluid Flow. II. Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. Techn., vol. 19, No 7—8, 1971.
236. Topp G. C., Klute A., Peters D. B. Comparison of Water Content-Pressure Head Data Obtained by Equilibrium Steady-State and Unsteady State Methods. Soil Sci. Soc. Amer. Proc., vol. 31, No 3, 1967.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3
Введение 5
§ 1. Закон Дарси. Верхний предел применимости линейного закона фильтрации . . . . . —
§ 2. Отклонения от закона Дарси при уменьшении скорости фильтрации 7

Глава I. Факторы, определяющие скорость потока жидкости в пористой среде. Характер фильтрационных аномалий

§ 1. Действующие силы и механизмы движения жидкости 10
§ 2. Геометрия порового пространства 17
§ 3. Реологические свойства жидкостей 19
§ 4. Характер нелинейных фильтрационных эффектов 26

Глава II. Строение и свойства воды

§ 1. Водородная связь и физические свойства воды 28
§ 2. Структурные модели воды 30
§ 3. Инфракрасные спектры водных растворов 32
§ 4. Граничные фазы у поверхности твердого тела 34
§ 5. Полимерная вода (вода II) 38

Глава III. Реологические свойства жидкостей в капиллярах и пористых средах

§ 1. Расчетные модели 40
§ 2. Совместное движение объемной жидкости и граничных слоев 44
§ 3. Реологические свойства объемной жидкости 47
§ 4. Природа сдвиговой прочности жидкостей 63
§ 5. Реологические свойства граничной фазы 71
§ 6. Реологические свойства талой воды 74
§ 7. Исследование пороговых градиентов давления 75

Глава IV. Введение в теорию нелинейной фильтрации

§ 1. Область справедливости закона Дарси 83
§ 2. Нелинейная фильтрация в однородной пористой среде 84
§ 3. Фильтрация в гетеропористой среде. Обобщенный закон Дарси . . . 85
§ 4. Методика определения $K(I)$ 89

Глава V. Некоторые задачи нелинейной фильтрации в мелиоративной гидрологии

§ 1. Фильтрационный расчет горизонтального систематического дренажа в однородном грунте 99
§ 2. Систематический дренаж в двухслойном грунте 106
§ 3. Зона действия горизонтальных дрен в торфах 109
§ 4. Учет следов сдвиговой прочности воды при расчете дренажа в условиях нестационарного режима грунтового потока 110
§ 5. Учет следов сдвиговой прочности воды при решении двумерных задач фильтрации 115
§ 6. Полевые определения водопроницаемости грунта 120

§ 7. Дебит одиночного колодца 122
§ 8. Удаление воды из слоя песка 124
§ 9. Высота и скорость капиллярного поднятия 126

Глава VI. Некоторые особенности переноса жидкости в ненасыщенной среде

§ 1. Влияние сдвиговой прочности на равновесие и движение жидкостей в тонких слоях 130
§ 2. Обобщение закона Дарси для случая нелинейной фильтрации в ненасыщенной среде 137
§ 3. Приближенные уравнения движения влаги в ненасыщенной среде 139
§ 4. Гистерезисные явления 141
§ 5. Особенности поведения почвенной влаги при нестационарном режиме 143

Глава VII. Движение вязкопластической жидкости в постоянном электрическом поле

§ 1. Природа электрокинетических явлений 150
§ 2. Электроосмос 153
§ 3. Аномалии электрокинетических явлений 158
§ 4. Электроосмос вязкопластических жидкостей . . . . . —
§ 5. Экспериментальные результаты 162
§ 6. Учет граничных слоев при электроосмосе 164
§ 7. Исследование реологических свойств объемной жидкости и граничных слоев электроосмотическим методом 171
§ 8. Эффект перекрытия диффузных ионных слоев 174
§ 9. О принципе суперпозиции при исследовании электроосмотической фильтрации 176

Глава VIII. Вопросы электромелиорации засоленных почв

§ 1. Теоретические основы электромелиорации засоленных почв 179
§ 2. Кинетика рассоления 183
§ 3. Производственный опыт электромелиорации засоленных почв 197
Заключение 203
Литература 204

БОНДАРЕНКО
НИКОЛАЙ ФИЛИППОВИЧ

ФИЗИКА
ДВИЖЕНИЯ
ПОДЗЕМНЫХ
ВОД

Отв. редактор О. В. Попов
Редактор Л. А. Чепелкина
Художник Ю. И. Дышленко
Техн. редактор Л. М. Шишкова
Корректоры: Г. С. Макарова, Г. Н. Римаит

Сдано в набор 22/XI 1972 г. Подписано к печати 30/III 1973 г. М-11141.
Бумага 60×90¹/₁₆, типогр. № 1. Печ. л. 13,5. Уч.-изд. л. 14,07.
Тираж 2000. Индекс ГЛ-317. Заказ 506. Цена 1 руб. 65 коп.
Гидрометеоиздат, 199053, Ленинград, 2-я линия, д. 23.
Ленинградская типография № 8 «Союзполиграфпрома»
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
190000, Ленинград, Прачечный пер., д. 6.