



Нестационарная теплопроводность в многослойной стене при аномальных зимних погодных условиях

Рецензия эксперта на статью получена 09.03.2021 [The expert review on the article received on Mart 9, 2021].

Во многих населённых пунктах России периодически наблюдаются аномальные зимние погодные условия, включающие в себя резкое увеличение скорости ветра. Классическим примером таких аномалий является «бора» в городе Новороссийск — сильный ветер северо-восточного направления, достигающий скорости в порывах до 80 м/с, и одновременное резкое понижение температуры воздуха в холодный период года. Продолжительность боры — от суток до недели. Суточный перепад температур во время боры в этот период может достигать 40 °С [1, 2].

Энергетически эффективное поддержание комфортных условий микроклимата в обитаемых помещениях, как при расчётных погодных условиях, так и в период таких аномалий, в соответствии с требованиями технических регламентов [3], обеспечивается путём создания достаточно высокого термического сопротивления конструкции наружных стен. Даже если исключить возникновение аварий в системах электроснабжения, вызванных аномальными явлениями, продолжительные изменения внешних условий теплообмена могут обусловить снижение температуры на внутренней поверхности стен и результирующей температуры, нормирование которой определено Федеральным законом №384-ФЗ [4]. Для обеспечения энергетически эффективного и экономичного

термического сопротивления строительных конструкций наружных стен применяются многослойные конструкции, один из слоёв которых предназначен для создания «барьера» при распространении теплового потока. Целью настоящей работы является разработка методики и анализ результатов решения задачи нестационарной теплопроводности в многослойной стене здания при аномальных зимних погодных условиях в городе Новороссийске.

Энергетически эффективное поддержание комфортных условий микроклимата в помещениях обеспечивается путём создания достаточно высокого термического сопротивления конструкции наружных стен

Рассмотрим теплофизические особенности процесса теплообмена в многослойной стене в общей постановке.

Расчёт произведём без учёта фазовых превращений и зависимостей теплофизических характеристик сопряжённых слоёв в зависимости от температуры. Многослойная стена в условиях одномерности описания процессов теплопередачи в рассматриваемой в статье задаче моделируется пятислойной: первый слой — кера-

УДК 536.2, 536.3. Номер научной специальности: 05.23.03.

Нестационарная теплопроводность в многослойной стене при аномальных зимних погодных условиях

А. В. Фомин, к.т.н., доцент; **О. В. Мкртычев**, к.ф.-м.н., доцент, Новороссийский филиал Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова (БГТУ, г. Новороссийск)

В статье рассматриваются вопросы энергетически эффективного поддержания комфортных условий микроклимата в обитаемых помещениях в период погодных аномалий. Решена задача нестационарной теплопроводности с нестационарными граничными условиями третьего рода в многослойной стене здания при аномальных зимних погодных условиях в городе Новороссийске. Решение задачи нестационарной теплопроводности осуществляется методом прямых.

Ключевые слова: нестационарная теплопроводность в многослойной конструкции, нестационарные граничные условия, зимние погодные аномалии, метод прямых.

UDC 536.2, 536.3. The number of scientific specialty: 05.23.03.

Nonstationary thermal conductivity in a multilayer wall under abnormal winter weather conditions

A. V. Fomin, PhD, Associate Professor; **O. V. Mkrtychev**, PhD of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Novorossiisk Branch of Belgorod Shukhov State Technology University (Novorossiysk city)

The article deals with the issues of energy-efficient maintenance of comfortable microclimate conditions in inhabited premises during weather anomalies. The problem of non-stationary thermal conductivity with non-stationary boundary conditions of the third kind in a multilayer wall of a building under abnormal winter weather conditions in the Novorossiysk city is solved. The solution of the problem of non-stationary thermal conductivity is carried out by the method of straight lines.

Key words: nonstationary thermal conductivity in a multilayer structure, nonstationary boundary conditions, winter weather anomalies, method of straight lines.

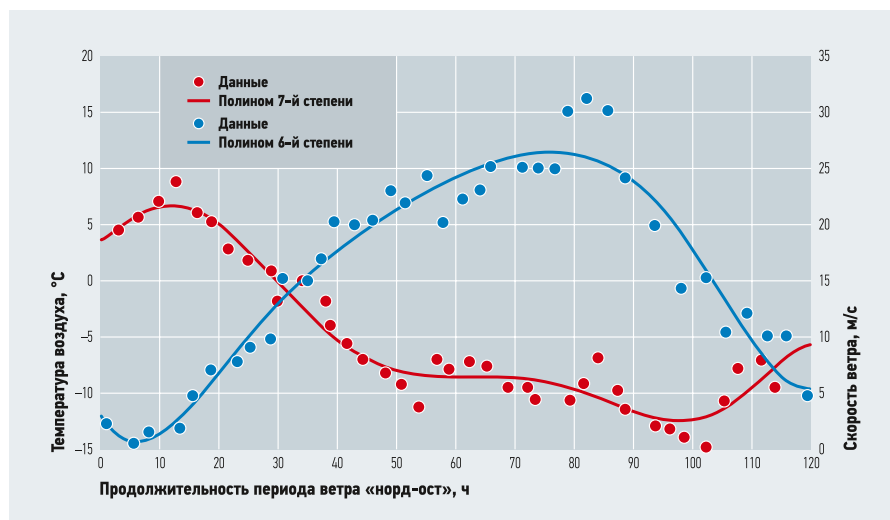


Рис. 1. Измеренные значения (а — атмосферной температуры, б — скорости ветра)

мический поверхностный слой: второй — теплоизоляционный слой, третий — слой, обеспечивающий прочность конструкции; четвёртый и пятый слои — неметаллические слои, обеспечивающие выравнивание и декорирование внутренней поверхности стены помещения.

Изменение температуры по сечению (вдоль координаты x) в любой момент времени для каждого слоя многослойной стены определяется из решения системы дифференциальных уравнений в частных производных:

$$c_i(T) \rho_i(T) \frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(x, T) \frac{\partial}{\partial x} T(x, t) \right], \quad (1)$$

где i — индекс, определяющий принадлежность параметров к различным слоям многослойной стены; $c_i(T)$ — удельная теплоёмкость материала i -го слоя как функция температуры; $\rho_i(T)$ — плотность материала i -го слоя как функция температуры; $\lambda(x, T)$ — коэффициент теплопроводности материала как функция температуры T и координаты x , направленной по нормали к поверхности стены.

Условия теплового сопряжения на границах слоёв имеют вид:

$$x = x_i, T_i = T_{i-1},$$

что соответствует условию неразрывности функции температуры.

Выбор граничных условий для рассматриваемой постановки задачи предлагается сделать из следующих условий. На внешней поверхности многослойной стены происходит конвективный теплообмен при переменных во времени значениях температуры атмосферного воздуха и коэффициента теплоотдачи, кото-

рый описывается аналогично граничному условию III рода:

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} = -\alpha_n(t) [T - T_c(t)], \quad (2)$$

где $\alpha_n(t)$ — коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности стены; $T_c(t)$ — температура атмосферного воздуха.

Суточный ход температуры атмосферного воздуха в период боры имеет общие закономерности, такие как резкое снижение в первые сутки, суточные колебания и т.п., и зависит от многих факторов. В качестве исходных данных примем задокументированные атмосферные процессы конца января — начала февраля 2012 года [1].

Измеренные значения температуры атмосферного воздуха в период с 24 февраля 2012 года представлены на рис. 1а.

Принятые на рис. 1а обозначения таковы: треугольные маркёры обозначают измеренное значение температуры атмосферного воздуха (нулевая ордината соответствует времени 00:00 на 24 февраля); сплошная линия соответствует полиному седьмой степени, аппроксимирующему эти значения и имеющему вид:

$$T_c(t) = \sum_{i=0}^7 (a_i t^i). \quad (3)$$

Коэффициенты полиномиальных аппроксимаций (3)–(5)

табл. 1

i	a_i	b_i	c_i
0	3,5517	3,0846	7,2539
1	0,00010077	-0,00024908	9,034
2	$1,1275 \times 10^{-9}$	$7,6157 \times 10^{-9}$	$3,4657 \times 10^{-9}$
3	$-6,1298 \times 10^{-14}$	$-6,3949 \times 10^{-14}$	$-1,9353 \times 10^{-14}$
4	$5,5271 \times 10^{-19}$	$2,6232 \times 10^{-19}$	$3,7656 \times 10^{-20}$
5	$-2,1311 \times 10^{-24}$	$-5,2868 \times 10^{-25}$	$-2,859 \times 10^{-26}$
6	$3,8097 \times 10^{-30}$	$4,0966 \times 10^{-31}$	—
7	$-2,5888 \times 10^{-36}$	—	—

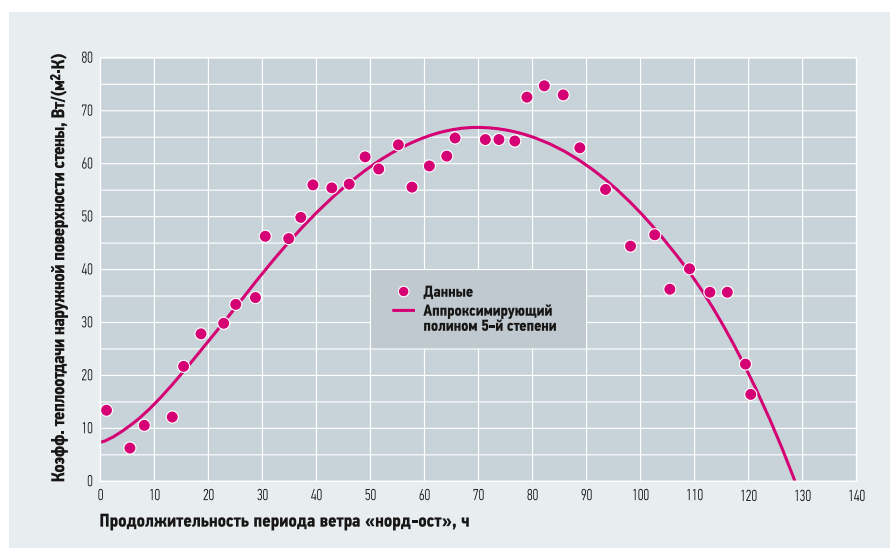
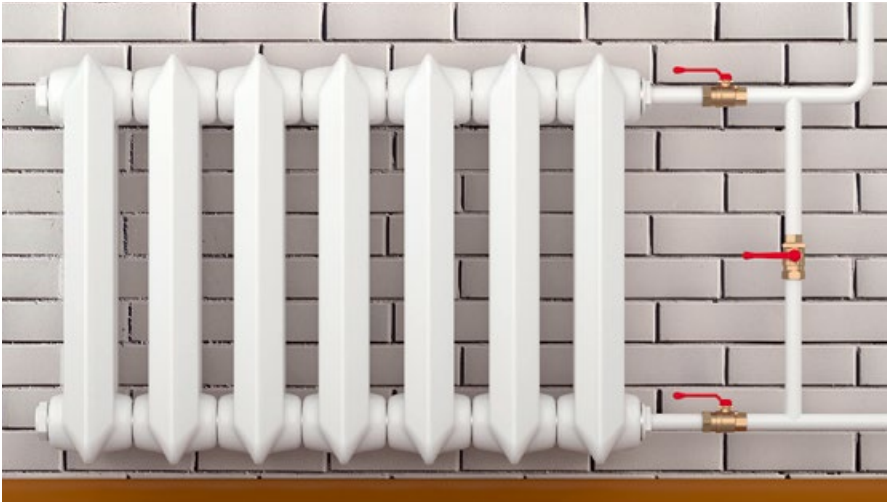


Рис. 2. Коэффициент теплоотдачи от наружной стены

Коэффициенты полинома седьмой степени, полученные по результатам обработки данных рис. 1а, для значений времени [секунды], представлены во втором столбце табл. 1 «Коэффициенты полиномиальных аппроксимаций (3)–(5)».

Измеренные значения скорости ветра в период с 24 февраля показаны на рис. 1б. Принятые на рис. 2б обозначения: треугольные маркёры показывают измеренное значение скорости ветра (нулевая ордината соответствует времени 00:00 на 24 февраля); сплошная линия соответствует полиному шестой степени, аппроксимирующему эти значения и имеющему следующий вид:

$$v_c(t) = \sum_{i=0}^6 (b_i t^i). \quad (4)$$



Коэффициенты полинома шестой степени, полученные по результатам обработки данных рис. 16, для значений времени, выраженных в секундах, представлены в третьем столбце табл. 1.

Коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности стены также зависит от скорости ветра и может быть определён по формуле Франка [5]:

$$\alpha_n = 7,34 v^{0,656} + 3,78 e^{-1,91 v},$$

где α_n — коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности стены, Вт/(м²·°C); v — скорость ветра, м/с.

График изменения (в период «норд-оста») рассчитанных по этой формуле значений коэффициента теплоотдачи от наружной поверхности стены показан на рис. 2. Принятые на рис. 2 обозначения: треугольные маркеры показывают измеренное значение скорости ветра, (нулевая ордината соответствует времени 00:00 на 24 февраля); сплошная линия соответствует полиному пятой степени, аппроксимирующему эти значения:

$$\alpha_n(t) = \sum_{i=0}^5 (c_i t^i). \quad (5)$$

Коэффициенты полинома пятой степени, полученные по результатам обработки данных рис. 2, для значений времени, выраженных в секундах, представлены в четвертом столбце табл. 1.

Будем считать, что на внутренней поверхности многослойной стены происходит конвективный теплообмен при постоянных во времени значениях температуры воздуха и величин коэффициента теплоотдачи:

$$\lambda_n \frac{\partial T}{\partial x} = -\alpha_n (T - T_n), \quad (6)$$

где α_n — коэффициент теплоотдачи от внутренней поверхности стены; T_n — температура воздуха внутри помещения.

Величина коэффициента α_n , в соответствии с рекомендациями [3], принята равной 8,7 Вт/(м²·°C).

Для решения задачи нестационарной теплопроводности могут использоваться разнообразные численные методы [6]. Для решения задач со сложными, изменяющимися во времени граничными условиями можно весьма эффективно использовать метод прямых [7].

В качестве примера исходных данных для решения рассматриваемой задачи используем параметры конструкции внешней стены жилого коттеджа, состоящей из четырех слоёв строительных материала

«Барьерный» слой теплоизоляции стены существенно снижает амплитуду колебаний температуры. Значение мощности теплового потока от внутренней поверхности стены к концу периода погодной аномалии превышает значение мощности, рассчитанное для условий стационарной теплопроводности, в соответствии с требованиями СП 50.13330.2012

Теплофизические характеристики многослойной стены

табл. 2

Материал	Толщина, м	Кэфф. теплопроводности материала, Вт/(м·К)	Термическое сопротивление слоя, м ² ·К/Вт	Удельная теплоёмкость материала, Дж/(кг·К)	Плотность материала, кг/м ³
Бетон с полимерными компонентами	0,02	1,600	0,01	840	2400
Пенополистирол ПСБ-С 35	0,06	0,032	1,88	1450	35
Блок муровой, малоцементный	0,20	0,600	0,33	700	1800
Раствор цементно-песчаный	0,02	0,930	0,02	840	1800
Толщина стены суммарная, м	0,28				
Суммарное термическое сопротивление стены, м ² ·К/Вт	2,24				

лов (пятый слой объединён с четвертым ввиду незначительности его толщины и схожести теплофизических характеристик), свойства которых представлены в табл. 2.

В качестве начальных условий примем стационарное распределение температуры по толщине данной стены в момент времени 23:00 на 23 февраля 2012 года, когда были зарегистрированы $T_{0c} = 4^\circ\text{C}$ и $T_{0n} = 20^\circ\text{C}$.

Дискретизацию уравнения (1), в соответствии с методом прямых, в точках, отличных от граничных, произведём с использованием центрально-разностной схемы второго порядка для вторых производных, имеющей вид:

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = \frac{1}{c_j \rho_j \Delta x_j} \times \left[\frac{\lambda_{j+1} (T_{j+1} - T_j)}{\Delta x_j} - \frac{\lambda_j (T_j - T_{j-1})}{\Delta x_{j-1}} \right], \quad (7)$$

где T_j , c_j , ρ_j и λ_j — температура, теплоёмкость, плотность и коэффициент теплопроводности в j -й точке дискретного разбиения слоёв конструкции стены, соответственно; Δx_j — расстояние между двумя соседними точками.

Для обеспечения порядка аппроксимации первой производной, не меньшего, чем порядок аппроксимации для точек, отличных от граничных, дискретизацию уравнения (2) на внешней поверхности стены произведём с использованием разностной схемы второго порядка для первой производной с разностями вперёд, что имеет вид:

$$\alpha_n(t) [T_c(t) - T_1] = -\lambda_1 \frac{-T_3 + 4T_2 - 3T_1}{2\Delta x_1}, \quad (8)$$

и после преобразований получим значение температуры для внешнего поверхностного слоя:

$$T_1 = \frac{2\alpha_n(t) T_c(t) \Delta x_1 - \lambda_1 T_3 + 4\lambda_1 T_2}{3\lambda_1 + 2\Delta x_1 \alpha_n(t)}. \quad (9)$$

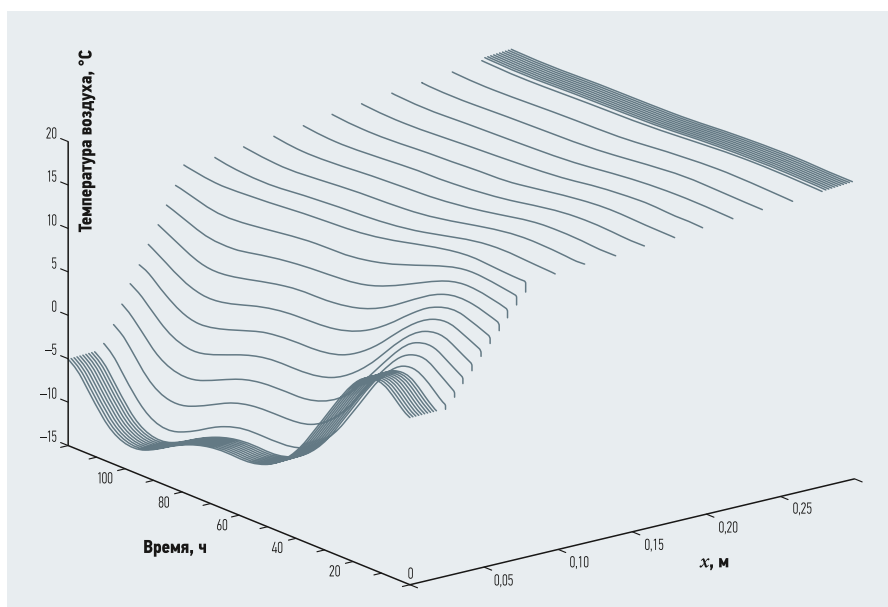


Рис. 3. График изменения температуры по толщине стены в течение погодной аномалии

Аналогично, дискретизацию уравнения (6) на внутренней поверхности стены произведём с использованием разностной схемы для первой производной второго порядка с разностями назад, что имеет следующий вид:

$$\alpha_B(T - T_B) = -\lambda_n \frac{-T_{n-2} + 4T_{n-1} - 3T_n}{2\Delta x_n}, \quad (10)$$

и после преобразований получим значение температуры для внутреннего поверхностного слоя стены:

$$T_n = \frac{2\alpha_B T_B \Delta x_n - \lambda_n T_{n-2} + 4\lambda_n T_{n-1}}{3\lambda_n + 2\Delta x_n \alpha_B}. \quad (11)$$

Для обеспечения порядка аппроксимации второй производной не меньшего, чем порядок аппроксимации для точек, отличных от граничных, дискретизацию уравнения (1) можно произвести, используя четырёхточечные формулы [8] с разностями вперёд для первого слоя:

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{\lambda_1}{c_1 \rho_1 \Delta x_1} \left(\frac{2T_1 - T_4 + 4T_3 - 5T_2}{\Delta x_1} \right), \quad (12)$$

и аналогичные с разностями назад для последнего слоя стены:

$$\frac{dT_n}{dt} = \frac{\lambda_n}{c_n \rho_n \Delta x_n} \left(\frac{2T_n - T_{n-3} + 4T_{n-2} - 5T_{n-1}}{\Delta x_n} \right). \quad (13)$$



Для решения рассматриваемой задачи нестационарной теплопроводности в многослойной стене здания каждый слой теплоизоляции был разбит на десять отрезков равной величины по каждому слою, и составлена программа, реализующая систему из дифференциальных уравнений (7)–(13) в программной среде MATLAB. Решение системы дифференциальных уравнений (7)–(13) осуществлялось с помощью численных методов Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага при помощи встроенной функции.

Результаты решения для исходных данных, представленных в табл. 1, показаны в графическом виде на рис. 3 и 4.

Представленная на рис. 4 серая прямая линия соответствует значению мощности теплового потока от внутренней поверхности стены для расчётных условий стационарной теплопроводности, нормируемых в соответствии с требованиями СП 50.13330.2012 [3], а зелёная прямая линия соответствует тепловому потоку в начальный момент времени до возникновения погодной аномалии.

Выводы

Из анализа представленных графиков можно сделать следующие выводы. Наличие «барьерного» слоя теплоизоляции стены существенно снижает амплитуду колебаний температуры. Значение мощности теплового потока от внутренней поверхности стены к концу периода погодной аномалии превышает значение мощности, рассчитанное для условий стационарной теплопроводности, в соответствии с требованиями СП 50.13330.2012 [3], что требует создания соответствующего запаса мощности теплогенераторов и отопительных приборов для поддержания комфортных условий в обитаемых помещениях. ●

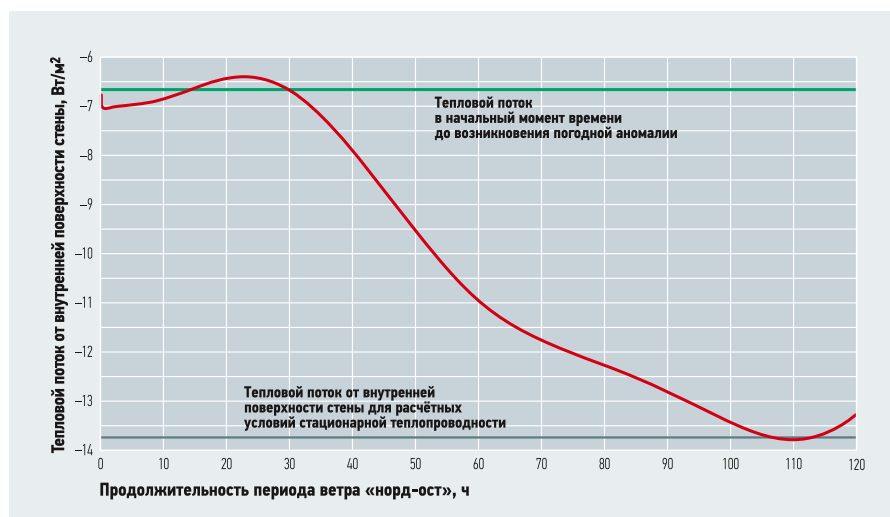


Рис. 4. График изменения мощности теплового потока у внутренней поверхности стены

1. Гавриков А.В., Иванов А.Ю. Аномально сильная бора на Чёрном море: наблюдение из космоса и численное моделирование // Известия РАН. Физика атмосферы и океана, 2015. Т. 51. №5. С. 1–12.
2. Бора (ветер) [Электр. текст]. Википедия. Режим доступа: ru.wikipedia.org. Дата обрац.: 17.05.2016.
3. СП 50.13330.2012. Тепловая защита зданий. Актуализ. ред. СНиП 23-02-2003 (с Изм. №1). — М.: Стандартинформ, 2012. 100 с.
4. Технический регламент о безопасности зданий и сооружений: Фед. закон от 30.12.2009 №384-ФЗ.
5. Леденев В.И., Матвеева И.В. Физико-технические основы эксплуатации наружных кирпичных стен гражданских зданий: учеб. пособие. — Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2005. 160 с.
6. Солодов А.П. Тепломассообмен в энергетических установках: электронная книга [Электр. текст]. НИУ «МЭИ». Режим доступа: twt.mpei.ac.ru. Дата обрац.: 12.02.2017.
7. Фомин А.В. Численное решение задачи Стефана методом прямых // Промышленная теплотехника, 1986. Т. 8. №5. С. 10–13.
8. Волков Е.А. Численные методы. — М.: Наука, 1987. 248 с.

References — see page 79.

Nonstationary thermal conductivity in a multilayer wall under abnormal winter weather conditions. Pp. 48–51.

Alexander V. Fomin, PhD, Associate Professor; **Oleg V. Mkrtychev**, PhD of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Novorossiisk Branch of Belgorod Shukhov State Technology University (Novorossiysk city)

1. A.V. Gavrikov, A.Ju. Ivanov. *Anomal'no sil'naja bora na Chernom more: nabljudenie iz kosmosa i chislennoe modelirovanie* [Abnormally strong bora in the Black Sea: observation from space and numerical modeling]. *Izvestija RAN. Fizika atmosfery i okeana* [Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics of the atmosphere and ocean]. 2015. Vol. 51. No. 5. Pp. 1–12. [In Russian]
2. *Bora (veter)* [The bora (wind)]. *Wikipedia*. Web-source: ru.wikipedia.org. Access data: May 17, 2016. [In Russian]
3. *SP 50.13330.2012* [Building Norms & Regulations (National Codes and Standards of Russia) No. 50.13330.2012]. *Teplovaja zashhita zdaniy. Aktualiz. redakcija SNiP 23-02-2003* [Thermal protection of buildings. Updated edition of Sanitary Norms and Regulations of Russia (Russian Public Health Regulations) No. 23-02-2003]. Moscow. 2012. 100 p. [In Russian]
4. *Tekhnicheskij reglament o bezopasnosti zdaniy i sooruzhenij* [Technical regulations on the safety of buildings and structures]. *Fed. zakon ot 30.12.2009 №384-FZ (posl. red.)* [Federal Law of Russia of December 30, 2009 No. 384-FL (last edition)]. [In Russian]
5. V.I. Ledenev, I.V. Matveeva. *Fiziko-tehnicheskie osnovy jekspluatacii naruzhnykh kirpichnykh sten grazhdanskih zdaniy: ucheb. posobie* [Physical and technical basis for the operation of external brick walls of civil buildings: A textbook]. Tambov. *Izd-vo TGTU* [Publishing House of the Tambov State Technical University]. 2005. 160 p. [In Russian]
6. A.P. Solodov. *Teplomassoobmen v jenergeticheskikh ustanovkah: jelektronnaja kniga* [Heat and mass transfer in power plants: e-book]. NIU "MJeI" [Moscow Power Engineering Institute]. Web-source: twt.mpei.ac.ru. Access data: February 12, 2017. [In Russian]
7. A.V. Fomin. *Chislennoe reshenie zadachi Stefana metodom prjamykh* [Numerical solution of the Stefan problem by the method of straight lines]. *Promyshlennaja teplotekhnika* ["Industrial heating technology" Magazine]. 1986. Vol. 8. No. 5. Pp. 10–13. [In Russian]
8. E.A. Volkov. *Chislennye metody* [Numerical methods]. Moscow. *Nauka* ["The science" Publishers]. 1987. 248 p. [In Russian]