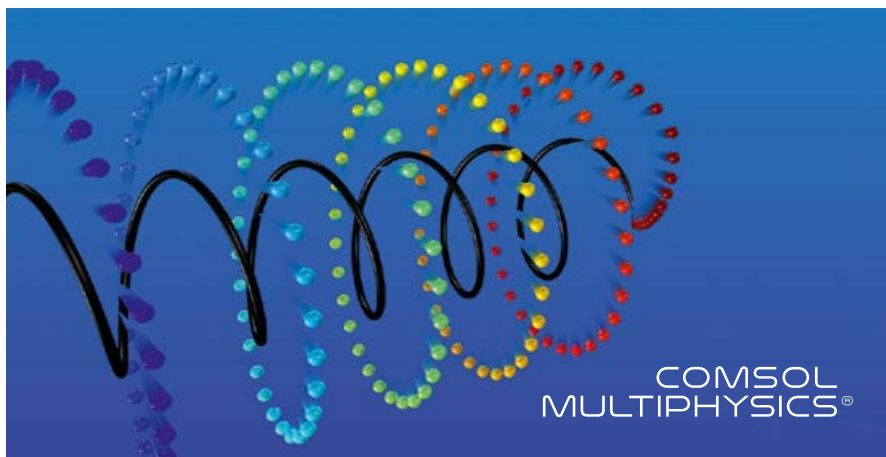




Моделирование и оптимизация в **COMSOL Multiphysics** мачт малых ветроэнергетиче- ских установок

Введение

Широкое применение малых ВЭУ в частном секторе и других отраслях хозяйства страны требует решения задач создания надёжных типовых сборочных конструкций «фундамент — мачта» ВЭУ, а также разработки и совершенствования методик и алгоритмов их оптимизации по параметрам надёжности, устойчивости и материалоемкости. Снижение материалоемкости продукции — одно из главных направлений повышения эффективности в промышленности и строительстве, так как затраты на материалы составляют, как правило, более половины стоимости продукции этих отраслей [1]. В полной мере это относится к развивающейся в настоящее время отрасли возобновляемой энергетики, в частности, ветроэнергетике.

Поскольку в современных условиях отмечается постоянный рост стоимости строительных объектов, успешные проектные решения должны отличаться эффективностью на всех этапах разработки и включать процедуры минимизации затрат, в том числе на использование конструкционных материалов.

Подобные решения достигаются на основе предварительной проработки научно-технических этапов проектирования с ис-

пользованием стандартных методик и алгоритмов [2, 3] или, что предпочтительнее, с помощью математического моделирования, например, на основе ПО [COMSOL Multiphysics](#), которое предназначено для моделирования и исследования научных и инженерных задач [4], что способствует созданию рациональных конструкций и обеспечивает математически обоснованную оптимизацию эффективности их функционирования.

Моделирование рациональной конструкции мачты ВЭУ — это прежде всего определение соответствия её надёжности техническим и эксплуатационным требованиям. Надо стремиться обеспечивать наименьший вес и размеры конструкции путём выбора оптимальных форм и геометрии её элементов. В связи с этим конструктивные узлы мачты для малых ВЭУ желательно создавать из лёгких конструктивных элементов, например, стальных тонкостенных трубчатых. В то же время конструкция мачты должна прежде всего отвечать требованиям необходимой жёсткости, прочности и устойчивости.

В зависимости от значений внешних воздействий мачта может находиться в устойчивом или неустойчивом состоянии равновесия.

Рецензия эксперта на статью получена 10.02.2022 [The expert review of the article received on February 10, 2022].

УДК 620.93. Научная специальность: 05.14.08.

Моделирование и оптимизация в **COMSOL Multiphysics** мачт малых ветроэнергетических установок

В.А. Сучилин, д.т.н., профессор; **А.С. Кочетков**, старший преподаватель; **Н.Н. Губанов**, старший преподаватель, [Российский государственный университет туризма и сервиса](#) (РГУТиС, дп. Черкизово Московской области)

Надёжность мачт ветроэнергетических установок (ВЭУ) задаётся на основе предварительной проработки научно-технических этапов проектирования с помощью компьютерного моделирования. На основании изучения некоторых методик применения ПО, используемого при разработке подобных изделий, сделаны выводы, что они не в полном объёме содержат исследования по таким характеристикам, как оценка критических нагрузок, напряжений и устойчивости. Проведено моделирование и оптимизация мачты малой ВЭУ в ПО **COMSOL Multiphysics**. Представлены результаты исследования и сделаны практические предложения.

Ключевые слова: ветроэнергетические установки малой мощности, надёжность мачт ветроэнергетических установок, критические нагрузки, потеря устойчивости, линейный анализ устойчивости, параметрический анализ устойчивости, структурная оптимизация, моделирование устойчивости мачт в **COMSOL Multiphysics**.

UDC 620.93. The number of scientific specialty: 05.14.08.

Modeling and optimization in **COMSOL Multiphysics** of the masts of small wind power plants

V.A. Suchilin, Doctor of Technical Sciences, Professor; **A.S. Kochetkov**, senior lecturer; **N.N. Gubanov**, senior lecturer, [Russian State University of Tourism and Service \(RGUTS, dp. Cherkizovo, Moscow region\)](#)

The dependability of the masts of wind power plants (WPP) is set based on the preliminary study of the scientific and technical stages of design using computer simulation. Based on the study of some methods of use of software used in the development of similar products, conclusions are made that they are not in full comprise research on such characteristics as an assessment of critical loads, stresses and stability. Modeling and optimization of masts small WPPs in **COMSOL Multiphysics** has been carried out. The results of the study are presented and practical proposals are made.

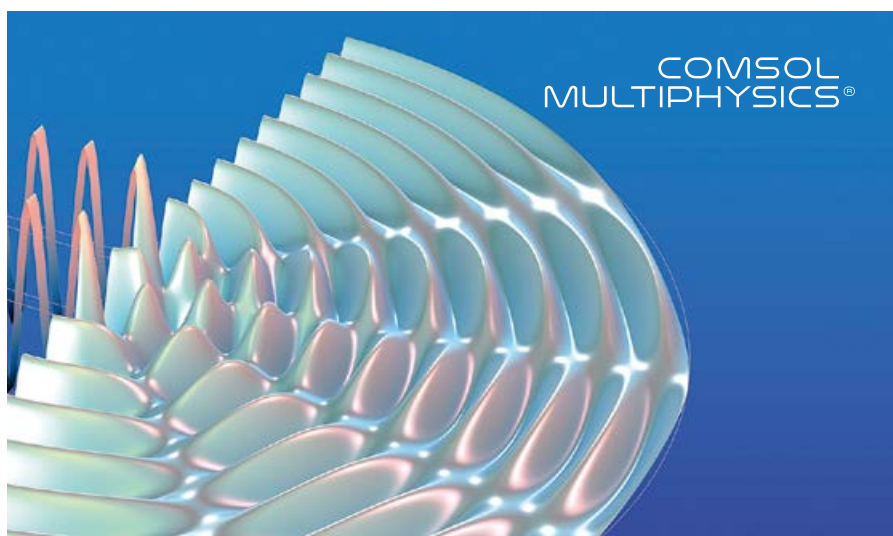
Key words: small wind power plants, dependability of the masts of wind power plants, critical loads, loss of stability, linear analysis of stability, parametric analysis of stability, structural optimization, modeling the stability of the masts in **COMSOL Multiphysics**.

Равновесие является устойчивым, если деформированная мачта при любом малом отклонении от первоначального состояния после прекращения внешнего воздействия стремится за счёт сил упругости стальных элементов возвратиться к нему вновь. В случае неустойчивого равновесия деформированная мачта, выведенная из первоначального состояния каким-либо внешним воздействием, после его прекращения в исходное состояние не возвращается, то есть наступает новое состояние, возможно, критическое. До момента наступления критического состояния мачты, подвергшейся осевому сжатию под действием, например, силы тяжести груза, помещённого на верхней площадке, деформации растут незначительно и незаметно. Но вблизи критического состояния деформации нарастают крайне быстро, и практически нет времени для принятия мер по предотвращению разрушения.

Минимальная нагрузка, при которой система теряет устойчивость, называется критической. При расчёте на устойчивость критическая нагрузка является практически аналогом разрушающей нагрузки при расчёте на прочность. В целях безопасной работы мачты допустимая нагрузка, естественно, должна быть меньше критической, то есть условие устойчивости в этом случае определяется как частное от деления критической нагрузки на коэффициент запаса устойчивости, который для большинства стальных конструкций принимают в интервале 1,5–3,0.

В данной статье показано, как смоделировать и обеспечить надёжность и безопасность мачты для малых ВЭУ методом конечных элементов (МКЭ), позволяющим прогнозировать с высокой точностью функционирование мачт малых ВЭУ в реальных условиях эксплуатации, установив влияние критических нагрузок в элементах мачты на потерю ею устойчивости. Подобные задачи можно решать с помощью линейного анализа потери устойчивости, простейшим примером которого является формула Эйлера для критической нагрузки потери устойчивости продольно сжатого стержня [5].

При расчёте напряжённо-деформированного состояния МКЭ система делится на определённое число элементов, соединённых между собой в узлах. Нагрузка, действующая на систему в целом, переносится в узлы. Это позволяет определять состояние системы через узловые усилия и перемещения конечно-элементной модели. Для каждого конечного элемента матричное уравнение $Ku = P$ связывает вектор узловых перемещений u с векто-



ром узловых нагрузок P с помощью матрицы жёсткости K . Физический смысл элемента k_{ij} этой матрицы — это реакция (реактивная сила), возникающая в i -м направлении от заданного единичного перемещения в j -м направлении.

После построения матриц жёсткости всех элементов и определения векторов узловых нагрузок в общей системе координат формируется матрица полной жёсткости K и вектор нагрузки P всей системы. Уравнение $Ku = P$, связывающее перемещения системы u с нагрузкой P , по виду совпадает с матричным уравнением для отдельного элемента [5].

При моделировании рациональной конструкции мачты ветроэнергетических установок следует обеспечить наименьший вес и размеры конструкции путём выбора оптимальных форм и геометрии её элементов. Конструктивные узлы мачты для малых ВЭУ желательно создавать из лёгких конструктивных элементов, например, стальных тонкостенных трубчатых

Линейный анализ потери устойчивости учитывает эффект изменения жёсткости системы с ростом напряжений, когда рост сжимающих напряжений приводит к снижению способности конструкции противостоять нагрузкам, действующим в поперечном направлении. По мере того, как растут напряжения сжатия, уменьшается сопротивление боковым силам. При некотором уровне нагрузки этот эффект превосходит влияние собственной линейной жёсткости системы, приводя к деформации выпучивания.

Матрицу полной жёсткости K в этом случае можно представить как сумму

$$K = K_L + K_{NL}(P),$$

где K_L — обычная матрица жёсткости для линейной задачи, K_{NL} — нелинейная добавка, зависящая от нагрузки P . В линейном приближении матрица K_{NL} пропорциональна нагрузке, то есть

$$K = K_L + \lambda K_{NL}(P).$$

Критерием потери прочности является вырожденность матрицы жёсткости, то есть равенство $\det(K) = 0$.

Таким образом, задача сводится к нахождению собственных значений матрицы полной жёсткости системы, в ходе которого значение приложенной нагрузки P_0 применяется для определения коэффициента λ критической нагрузки $P_c = \lambda P_0$. Среди собственных значений λ для матричного уравнения

$$[K_L + \lambda K_{NL}(P_0)]u = 0 \quad (1)$$

нижнее собственное значение λ является коэффициентом критической нагрузки, а соответствующая мода u описывает форму потери устойчивости [6].

Каждой критической нагрузке связана с определённой модой, то есть формой изгиба конструкции, которая приводит к неустойчивости. Известно, что мачта как сложная конструкция может иметь несколько форм потери устойчивости и значений критических нагрузок [7]. Однако уже первая критическая нагрузка считается разрушающей, так как потерю устойчивости мачты под действием следующих критических нагрузок трудно проследить, потому что при увеличении силы осевого сжатия мачты выше критического значения, соответствующего первой форме неустойчивости, возникнут большие остаточные деформации, приводящие к необратимым явлениям в мачте и невозможности её эксплуатации.

На систему могут действовать постоянные нагрузки, например, гравитационные, линия действия которых перемещается вместе с конструкцией параллельно первоначальному направлению. Если учитывать вклад веса мачты Q , который остаётся постоянным при линейном анализе потери устойчивости, то основное уравнение (1) примет вид:

$$[K_L + K_{NL}(Q) + \lambda K_{NL}(P_0)]u = 0, \quad (2)$$

где дополнительная матрица $K_{NL}(Q)$ выражает нелинейную добавку к матрице жёсткости из-за гравитационной нагрузки.

В линейном анализе момент потери устойчивости рассматривается как точка бифуркации на кривой «нагрузка — деформация», так как в этой точке происходит разветвление форм равновесия. При этом конструкция мачты идеализируется как упругая, все контакты и свойства материалов считаются линейными, а также не учитываются эффекты больших перемещений без развития больших деформаций и напряжений. Эти факторы приводят к отсутствию «запаса» в решении и делают полученный коэффициент критической нагрузки завышенным. При нелинейном решении возможно учесть присущие реальной конструкции несовершенства и нелинейности (геометрические и физические) как начальные возмущения. Величина критической нагрузки, полученной при нелинейном подходе, обычно ниже той, которая определяется точкой бифуркации линейного решения.

Условия, в которых находятся реальные сжатые элементы конструкции мачты, во многом отличаются от идеализированных условий, принятых при анализе потери устойчивости по собственным значениям. На реальные изделия влияют начальная кривизна, нецентрированная нагрузка, остаточные напряжения и пластичность. Все эти факторы отрицательно сказываются на способности мачты к изгибу. Остаточные сжимающие напряжения вызывают преждевременную деформацию, и элементы неупруго изгибаются при нагрузке меньшей, чем критическая. Согласно стандарту EN 1993-1-1:2005 [8], в дополнение к линейному анализу потери устойчивости при решении МКЭ должен использоваться нелинейный анализ для расчёта более реалистичных нагрузок потери устойчивости и соответствия экспериментальным данным.

В то же время для прогнозирования спектра возможных форм деформаций моделируемой конструкции можно использовать динамический анализ МКЭ, реализованный в [COMSOL Multiphysics](#) в виде модального анализа. В статиче-

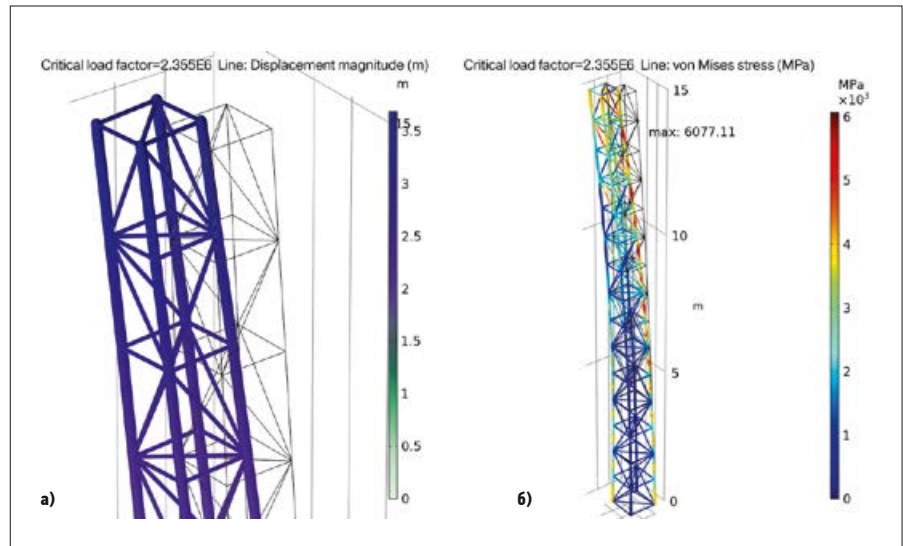


Рис. 1. Характеристики продольного изгиба мачты при первой критической нагрузке [а — деформация (смещение) элементов мачты (фрагмент в увеличенном масштабе); б — напряжения в элементах мачты]

ском исследовании мачты по модальному анализу определяют значения критических нагрузок, в динамическом же анализе оценивают формы и частоты собственных колебаний для сравнения с действием возбуждающей силы ветра и вращения ветроколеса.

Исследуемая модель и результаты

Геометрия исследуемой модели представляет собой коническую решётчатую мачту переменного сечения общей высотой 15 м, состоящую из 15 секций высотой 1 м, в форме усечённой пирамиды с квадратным основанием, сужающейся снизу вверх. Нижнее основание секции на фундаменте имеет сторону 1 м, а верхняя площадка мачты — сторону 0,6 м. Конструктивные элементы секций — трубчатые, причём угловые элементы (стойки) более толстые и имеют внешний диаметр 108 мм и толщину стенки 5 мм. Остальные элементы имеют внешний диаметр 35 мм и толщину стенки 2,5 мм. Материал — конструкционная сталь. Мачта закреплена на уровне земли на железобетонном фундаменте, а к верхней площадке прилагается вертикальная нагрузка P , распределённая по угловым точкам, так что на каждую приходится по $1/4$ нагрузки. Учтена также гравитационная нагрузка Q от массы (1051,4 кг) самой мачты.

За основу моделирования мачты ВЭУ взята методика [9] для прямоугольной мачты постоянного сечения, где исполь-

зуется интерфейс Truss с решателем Linear Buckling, но не учитывается вес мачты. Напряжённое состояние, обусловленное исключительно постоянной нагрузкой Q , вычисляется на этапе стационарного исследования. Затем на этапе исследования потери устойчивости в узле Weak Contribution вклад тензора напряжений постоянной нагрузки добавляется как множитель к квадратичным членам тензора деформации. Таким образом, хотя для расчёта критической нагрузки учитывается сочетание двух типов нагрузок, коэффициент критической нагрузки λ применяется только к нагрузке P .

Результатом первого этапа исследования (рис. 1) является получение критических нагрузок потери устойчивости, деформаций мачты и напряжений в элементах конструкции с использованием метода линейного анализа устойчивости по приведённым выше формулам.

На рис. 1а показаны деформации элементов мачты для первого коэффициента критической нагрузки $\lambda = 2,35 \times 10^6$. Вычисленные наибольшие смещения от первоначального положения равновесия 0,007 м вдоль оси Ox , 2,609 м вдоль оси Oy и $-0,177$ м вдоль оси Oz . Таким образом, направление отклонения от вертикальной оси очень близко к оси Oy , а форма продольного изгиба составляет $1/4$ волны синусоиды. Это первая мода устойчивости мачты, соответствующая критической нагрузке $2,35 \times 10^6$ Н. Следующая критическая нагрузка, соответствующая второй моде устойчивости мачты, равна $2,36 \times 10^6$ Н. Но, как было отмечено выше, уже первая критическая нагрузка приводит мачту в неработоспособное состояние, а последующие критические нагрузки не имеют практического применения, так что дальнейший анализ, как правило, проводят по первой моде.

На реальные изделия влияют начальная кривизна, нецентрированная нагрузка, остаточные напряжения и пластичность. Все эти факторы отрицательно сказываются на способности мачты к изгибу

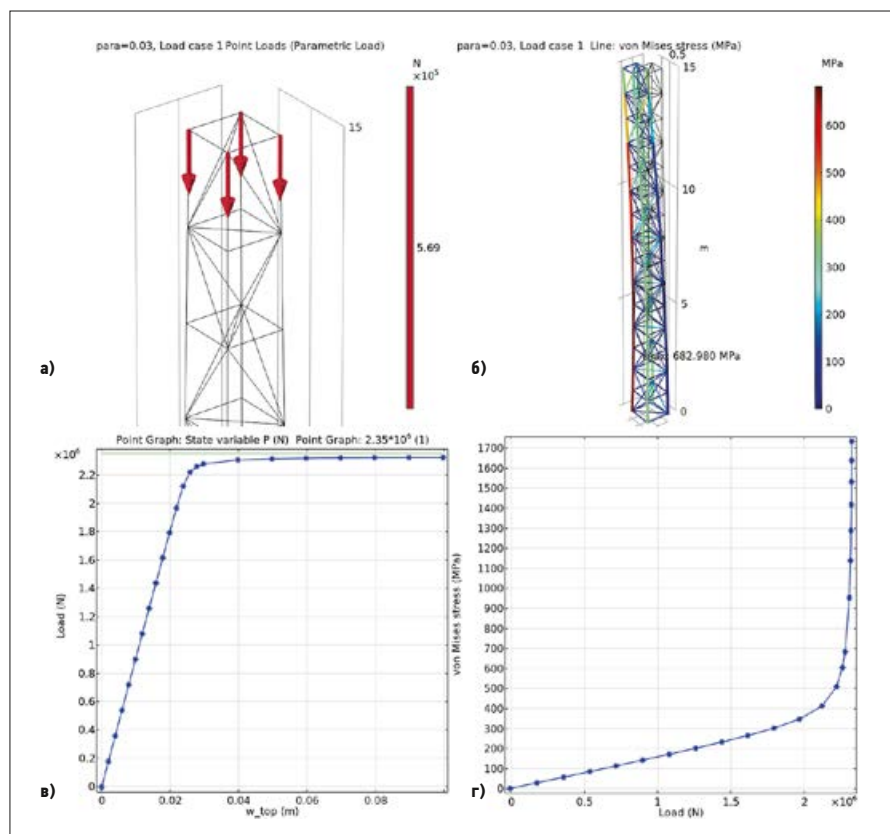


Рис. 2. Характеристики продольного изгиба мачты при параметрическом приближении нагрузки к критической [а — нагрузка на верхнюю площадку мачты (фрагмент в увеличенном масштабе); б — напряжения в элементах мачты; в — величина нагрузки на верхней площадке в зависимости от вертикального смещения; г — наибольшее напряжение в элементах мачты в зависимости от нагрузки на верхнюю площадку]

На рис. 16 показаны напряжения в элементах мачты при первой критической нагрузке. Видно, что элементы мачты напряжены неравномерно.

Правая дальняя боковая стойка и некоторые наклонные трубчатые элементы мачты напряжены значительно больше других. Максимальное значение напряжения составляет 6077 МПа. В то же время другие элементы мачты недогружены. Вызвано это не только направлением изгиба мачты и значительным запасом прочности, но также и тем, что не учитываются нелинейности деформаций элементов конструкции мачты, в том числе возможные деформации кручения.

При добавлении начального возмущения к модели, геометрия которой чувствительна к дефектам, максимальная нагрузка потери устойчивости может существенно снизиться. В качестве заданного дефекта можно использовать предварительно вычисленную форму моды потери устойчивости, так как структура модели наиболее чувствительна именно к этой форме. Величина возмущения должна примерно соответствовать ожидаемым значениям для реальной структуры с учётом технологических допусков и условий эксплуатации. Поэтому дальнейшее исследование проводилось для геометрии с начальной деформацией по первой моде (рис. 1а) с коэффициентом подобия 1/400.

Учитывая, что данная мачта предназначена для малых ВЭУ, общая масса технического блока в сборке из генератора, редуктора, инвертора и других узлов принимается равной 500 кг.

Второй этап оценки устойчивости мачты под действием реальной нагрузки проводится методом параметрического приближения нагрузки к критической. В качестве управляющего параметра выбрано усреднённое вертикальное смещение элементов верхней площадки при продольном изгибе мачты. В интерфейсе Truss добавляется глобальное уравнение, по которому значение нагрузки вычисляется для каждого шага параметра.

Результатом второго этапа исследования (рис. 2) является изменение упругих характеристик, ведущее к потере устойчивости мачты при параметрическом приближении нагрузки к критической. На рис. 2а показана нагрузка в каждой из угловых точек верхней площадки мачты при значении управляющего параметра 0,03. Она равна $5,69 \times 10^5$ Н. Суммарная нагрузка $2,28 \times 10^6$ Н незначительно ниже критической $2,35 \times 10^6$ Н, найденной на первом этапе. Но для оценки состояния мачты важны также величины критических напряжений её элементов, так как метод расчёта учитывает не только нагрузки при продольном изгибе мачты, но также возможные нелинейные факторы.

На рис. 2б показаны напряжения в элементах мачты под действием данной нагрузки. Максимальное значение напряжения — 683 МПа. Это значительно ниже напряжения, найденного на первом этапе (6077 МПа). Наклон мачты определяется заданной деформацией геометрии и близок к оси Оу. Элементы мачты напряжены неравномерно, но произошло некоторое перераспределение напряжений по сравнению с рис. 16. В целом можно отметить, что при учёте возможных нелинейных воздействий на мачту, скручивания её элементов и дефектов формы снижаются критические напряжения её элементов, то есть их значения приближаются к реальным характеристикам напряжённо-деформированного состояния мачты.

На рис. 2в при различных значениях управляющего параметра даётся график величины нагрузки в зависимости от вертикального смещения одной из точек верхней площадки. Видно, что эта зависимость остаётся линейной до значения управляющего параметра 0,024 (в пределах области пропорциональности конструкционной стали мачты), которому соответствует нагрузка $2,12 \times 10^6$ Н. Далее в зоне упругости нагрузка возрастает примерно до $2,28 \times 10^6$ Н. После достижения предела упругости, в области текучести, она изменяется медленно, асимптотически приближаясь к критической нагрузке в $2,35 \times 10^6$ Н, что соответствует результату первого этапа исследования.

На рис. 2г при различных значениях управляющего параметра показан график величины наибольшего напряжения в элементах мачты в зависимости от нагрузки на верхнюю площадку. Видно, что при равномерном росте нагрузки так же равномерно растёт и напряжение в элементах мачты. При нагрузке в $2,28 \times 10^6$ Н наибольшее напряжение равно 683 МПа, а далее незначительный рост нагрузки приводит к быстрому росту напряжения в элементах мачты, что характерно для этапа текучести конструкционной стали.

Участки графиков изменения нагрузки и напряжения элементов мачты за пределами зоны упругости в данной задаче подробно не рассматриваются, так как они характеризуются возникновением пластических явлений в элементах мачты, то есть необратимых изменений. Тем более что результаты, соответствующие условиям нормального функционирования мачты, показывают, что заданная первоначальная прочность мачты всё же несколько избыточна. Следовательно, возможно завышена и металлоёмкость мачты. В связи с этим необходимо провести оптимизацию конструкции мачты.

Третьим этапом моделирования устойчивости мачты является процесс оптимизации конструкции по критерию снижения металлоёмкости мачты при условии сохранения напряжённого состояния элементов конструкции в области упругости конструкционной стали. В этом случае при незначительных деформациях под действием внезапного роста действующей нагрузки, например, при порывах ветра, мачта будет возвращаться в устойчивое вертикальное состояние. Среди деформаций, которым подвержены элементы мачты, можно выделить деформации изгиба и деформации кручения, а среди возможных нагрузок — изгибающие, нагрузки кручения и сжимающие. Некоторые элементы конструкции могут быть более чувствительны к одним типам нагрузок и менее чувствительны к другим. То есть скорости роста деформаций изгиба и кручения различны и зависят от изменения определённого типа нагрузки как параметра.

Чувствительность можно математически рассматривать как производную некоторой величины по одному или нескольким входным параметрам. Анализ чувствительности является встроенной функцией [COMSOL Multiphysics](#) и может быть выполнен, например, по методике [10], где рассматривается прямоугольная мачта постоянного сечения. Количественной характеристикой деформации изгиба является угол наклона к оси Oy , а деформации кручения — угол закрутки относительно оси Oz . Изгибающая нагрузка и нагрузка кручения распределены по угловым точкам верхней площадки. При этом изменения различных типов нагрузок задаются одним управляющим параметром — коэффициентом масштабирования площади поперечного сечения элементов мачты. Таким образом, анализ чувствительности становится подготовительным этапом к оптимизации конструкции по толщине стенки трубчатых элементов, то есть по металлоёмкости.

На рис. 3 показаны результаты оптимизации мачты. На рис. 3а приводится оценка чувствительности угла наклона мачты к изгибающим нагрузкам и нагрузкам кручения.

Для случая изгибающей нагрузки (слева) видно, что при наклоне мачты чувствительными к параметру являются только угловые элементы (стойки). Наклон будет уменьшен, если они будут усилены, особенно в нижней части мачты. В случае скручивающей нагрузки (справа) наклон малочувствителен к изменению параметра, и только усиление стоек с одной стороны и ослабление с противо-

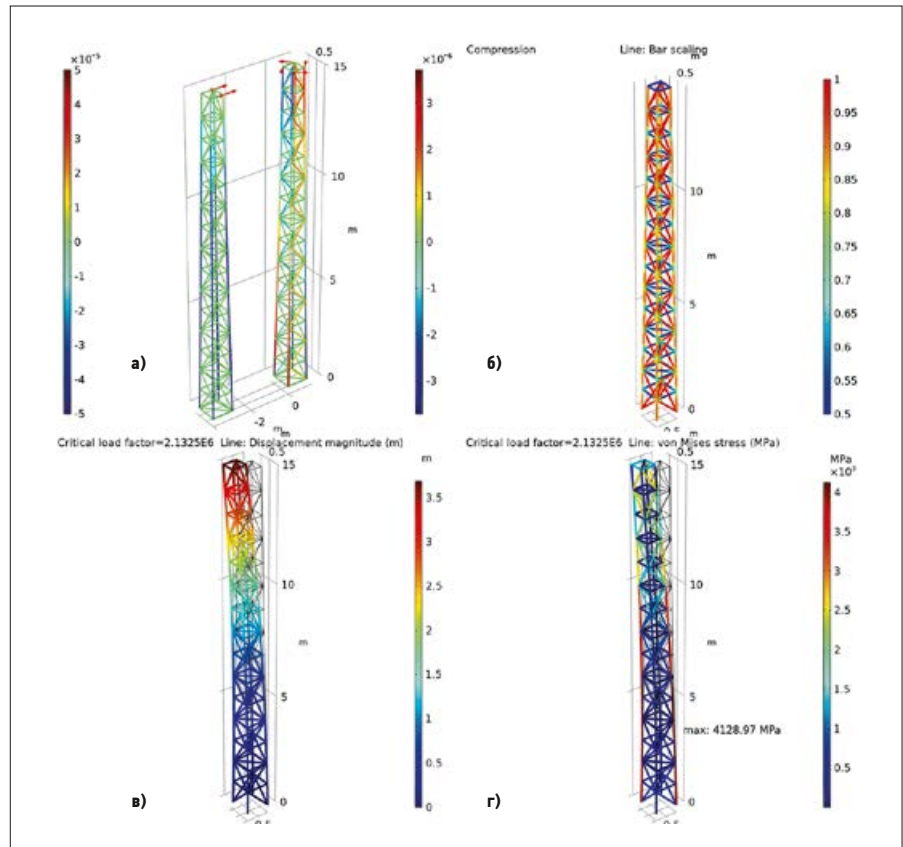


Рис. 3. Результаты оптимизации мачты [а — оценка чувствительности угла наклона мачты к нагрузкам; б — распределение параметра оптимизации по элементам мачты; в — деформация (смещение) элементов мачты при первой критической нагрузке; г — напряжения в элементах мачты]

положной может вызвать нежелательный наклон. Аналогично оценка чувствительности угла закрутки мачты показывает для изгибающей нагрузки, что чувствительными к закрутке являются только некоторые наклонные элементы мачты. Усилив диагональные элементы с одной стороны и ослабив с противоположной, можно получить нежелательную закрутку. Для скручивающей нагрузки закрутку можно уменьшить, если диагональные элементы будут усилены, особенно в верхней части мачты.

Таким образом, оценка чувствительности даёт предварительные рекомендации по оптимизации мачты и показывает возможные нежелательные последствия изменений конструкции.

Топологическая оптимизация структуры мачты проводится в [COMSOL Multiphysics](#) градиентным методом на основе методики [11], где решается только задача увеличения жёсткости конструкции без увеличения массы. Рассматриваются три типа нагрузок: изгибающие, нагрузки кручения и сжимающие.

Целевой функцией первой процедуры оптимизации является суммарная энергия упругих деформаций элементов мачты. Построенная конструкция обладает улучшенными прочностными характеристиками, но прежней массой. Поэтому при второй процедуре оптимизации суммарная энергия упругих деформаций

оптимизированной мачты становится условием, а масса — целевой функцией. Это позволит оптимизированной мачте сохранять устойчивое состояние при внешних воздействиях. Управляющий параметр оптимизации — коэффициент масштабирования площади поперечного сечения элементов мачты k — может принимать значения в интервале от 0,001 до 1,0 на каждом из элементов конструкции, что неприемлемо для практики. Поэтому на последнем этапе оптимизированную конструкцию нужно изменить, чтобы мачту можно было построить, используя, например, только три типа элементов со значениями $k = 0,5; 0,75; 1,0$.

На рис. 3б результат оптимизации показан как распределение управляющего параметра k на элементах мачты. Видно, что толщина угловых стоек и большинства диагональных элементов должна быть сохранена ($k = 1$), в то время как многие горизонтальные элементы можно сделать тоньше без потери прочности ($k = 0,5$). При этом масса конструкции снижается до 906,77 кг. Однако не все элементы оптимизированной геометрии можно принять для практической реализации. Например, согласно рис. 3б, нижнюю горизонтальную площадку можно удалить ($k = 0,001$), что означает, что угловые и диагональные элементы нижней секции мачты могут быть жёстко забетонированы в фундамент.

Однако это не технологично, так как мачта обычно устанавливается на готовый фундамент с помощью анкерных болтов, следовательно, нижняя площадка необходима и даже может быть усилена.

Результаты оптимизации можно проверить, выполнив линейный анализ потери устойчивости для оптимизированной модели. На рис. 3в показаны деформации элементов мачты для первого коэффициента критической нагрузки $\lambda = 2,13 \times 10^6$. Направление отклонения от вертикальной оси по-прежнему близко к оси Oy , а форма продольного изгиба составляет $\frac{1}{4}$ волны синусоиды. Это первая мода устойчивости мачты, соответствующая критической нагрузке $2,13 \times 10^6$ Н.

Следующая критическая нагрузка, соответствующая второй моде устойчивости мачты, равна $2,14 \times 10^6$ Н. Таким образом, они незначительно ниже нагрузок, полученных на первом этапе моделирования мачты ($2,35 \times 10^6$ и $2,36 \times 10^6$ Н).

На рис. 3г показаны напряжения в элементах мачты при первой критической нагрузке. Максимальное напряжение в элементах мачты равно 4129 МПа, что значительно ниже значения, полученного на первом этапе моделирования мачты 6077 МПа (рис. 1б). Причём точка, в которой зафиксировано максимальное напряжение, переместилась из верхней секции мачты в её нижнюю треть. Видно, что распределение напряжения по элементам мачты стало более равномерным.

Аналогичная проверка характеристик оптимизированной мачты параметрическим методом показала результаты, близкие к ранее полученным на втором этапе исследования. Так, при значении управляющего параметра 0,03, соответствующем пределу упругости, максимальное значение напряжения составляет 681,5 против 683 МПа.

В данной статье показана методика моделирования и оптимизации в [COMSOL Multiphysics](#) мачты малых ВЭУ одной формы (квадратного сечения). Однако её можно с успехом использовать при решении тех же задач для мачт других сечений (прямоугольного, треугольного и других), с другим соотношением нижнего и верхнего оснований и с различной массой технического блока на верхней площадке мачты, изменив только геометрическую модель. В модели можно учесть дополнительные элементы, например, использование растяжек для повышения устойчивости мачты. Следующим важным этапом моделирования и исследования подобных мачт может быть учёт динамических нагрузок от напора ветра на мачту и от вращающихся лопастей ветроколеса.

Заключение

1. Надёжность мачт ВЭУ задаётся и уточняется на различных этапах разработки. Так, на этапе проектирования расчёт надёжности мачты проводится с целью выбора оптимального варианта структуры и методов контроля работоспособности основных элементов. Предложено использовать для этого программное обеспечение [COMSOL Multiphysics](#), позволяющее реализовывать методики исследования по характеристикам критических нагрузок, напряжений и устойчивости мачт, что соответствует их техническим и эксплуатационным требованиям.

Этап оптимизации включает процедуру определения чувствительности элементов мачты к росту различных типов нагрузки. Это позволяет ввести как управляющий параметр коэффициент масштабирования площади поперечного сечения и удалять из структуры мачты отдельные элементы

2. На основе моделирования в [COMSOL Multiphysics](#) предложена методика определения рациональной структуры мачты, включающая выбор конструктивной формы и геометрии её элементов, а также математически обоснованную оптимизацию по снижению металлоёмкости конструкции при сохранении показателей жёсткости, прочности и устойчивости функционирования.

3. Исследование построенной модели мачты с помощью линейного анализа потери устойчивости позволило определить критическую нагрузку конструкции, форму возможного изгиба мачты. Анализ напряжённого состояния в элементах показал связь напряжений в элементах мачты с наложением продольного изгиба мачты. Установлено, что часть трубчатых элементов мачты напряжена неравномерно, некоторые явно недогружены, кроме того, в целом отмечен значительный первоначальный запас прочности мачты.

4. Проведён второй этап оценки устойчивости мачты методом параметрического приближения к критической нагрузке под действием общей массы технического блока ВЭУ, размещённого на верхней площадке мачты. Установлено, что значение критической нагрузки, приводящей к необратимым явлениям в мачте, снизилось. Данный метод позволяет учитывать геометрические и физические нелинейности конструкции мачты, а также нали-

чие остаточных деформаций в элементах мачты. Однако отмечается ещё некоторая завышенность прочности мачты. В связи с этим осуществлена оптимизация по снижению металлоёмкости конструкции при сохранении показателей жёсткости, прочности и устойчивости функционирования мачты.

5. Этап оптимизации включает процедуру определения чувствительности элементов мачты к росту различных типов нагрузки. Это позволяет ввести как управляющий параметр коэффициент масштабирования площади поперечного сечения и удалять из структуры мачты отдельные элементы при сохранении величины суммарной энергии малых упругих деформаций конструкции в целом. Это обеспечивает сохранение устойчивости мачты при внешних воздействиях.

6. Проведены этапы проверки функциональных характеристик мачты по завершении процесса оптимизации. Все они значительно улучшены. В частности, показано, что критические напряжения, полученные при линейном анализе устойчивости в элементах мачты, стали ниже (4129 против 6077 МПа). Проведённая оптимизация мачты позволила обеспечить необходимую устойчивость при снижении металлоёмкости и сохранить её первоначальную прочность. ●

1. ГОСТ Р 56615–2015. Ресурсосбережение. Показатели материалоемкости и материалоеффективности. Руководство по установлению критериев выбора. — М.: Стандартинформ, 2016. 28 с.
2. Елистратов В.В., Константинов И.А., Панфилов А.А. Нагрузки на элементы ветроэнергетической установки, на её фундамент и основание: учебное пособие. — СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1999. 38 с.
3. Абашева Л.П., Зуева И.И. Проектирование и расчёт стальных ферм покрытий из круглых труб: методические указания. — Пермь: Изд-во ПГТУ, 2009. 44 с.
4. Сучилин В.А., Кочетков А.С., Губанов Н.Н. Моделирование и исследование в COMSOL Multiphysics коррозионного процесса арматуры железобетонных фундаментов малых ВЭУ // Журнал СОК, 2021. №10. С. 74–79.
5. Макаров Е.Г. Сопrotивление материалов на базе MathCAD. — СПб.: БХВ-Петербург, 2004. 512 с.
6. Sönnerrind H. Buckling, when structures suddenly collapse. Web-source: comsol.com. Access data: January 30, 2022.
7. Axisa R., Muscat M., Sant T., Farrugia R.N. Structural assessment of a lattice tower for a small, multi-bladed wind turbine. International Journal of Energy and Environmental Engineering. 2017. Vol. 8. Issue 4. Pp. 343–358.
8. Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-1: General structural rules and rules for buildings (BS EN 1993-1-1:2005). European Committee for Standardization. Web-source: en-standard.eu. Access data: January 30, 2022.
9. Linear buckling analysis of a truss tower. COMSOL Multiphysics User's Guide. Web-source: comsol.com. Access data: January 30, 2022.
10. Sensitivity analysis of a truss tower. COMSOL Multiphysics User's Guide. Web-source: comsol.com. Access data: January 30, 2022.
11. Optimization of a truss tower. COMSOL Multiphysics User's Guide. Web-source: comsol.com. Access data: January 30, 2022.

References — see page 80.

Modeling and optimization in COMSOL Multiphysics of the masts of small wind power plants. Pp. 72–78.

Vladimir A. Suchilin, Doctor of Technical Sciences, Professor; **Alexander S. Kochetkov**, senior lecturer; **Nikolay N. Gubanov**, senior lecturer, [Russian State University of Tourism and Service \(RGUTS](#), dp. Cherkizovo, Moscow region)

1. GOST R 56615–2015 [State Industry Standard of Russia No. 56615–2015]. *Resursosberezhenie. Pokazатели materialojomkosti i materialoeffektivnosti. Rukovodstvo po ustanovleniju kriteriev vybora* [Resource saving. Indicators of material consumption and material efficiency. Guidelines for setting selection criteria]. Moscow. Standartinform [Russian Scientific-Technical Information Centre for Standardization, Metrology and Conformity Assessment ("Standartinform" Publishers)]. 2016. 28 p. [In Russian]
2. V.V. Elistratov, I.A. Konstantinov, A.A. Panfilov. *Nagruzki na jelementy vetrojenergeticheskij ustanovki, na ejo fundament i osnovanie: ucheb. posobie* [Loads on the elements of the wind power plant, on its foundation and base: A tutorial]. St. Petersburg. Izd-vo SPbGTU [Publishing House of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University]. 1999. 38 p. [In Russian]
3. L.P. Abasheva, I.I. Zueva. *Proektirovanie i raschjot stal'nyh ferm pokrytij iz kruglyh trub: metodicheskie ukazanija* [Design and calculation of steel coating farms from round pipes: Guidelines]. Perm. Izd-vo PGTU [Publishing House of Perm State Technical University]. 2009. 44 p. [In Russian]
4. [V.A. Suchilin, A.S. Kochetkov, N.N. Gubanov. Modelirovanie i issledovanie v COMSOL Multiphysics korrozionnogo processa armatury zhelezobetonnyh fundamentov malyh VJeU \[Modeling and research in Cmsol Multiphysics of the corrosion process of reinforced concrete foundations of small wind power plants\]. Zhurnal Santehnika, otople-nie, kondicionirovanie \(SOK\) \[Journal of Plumbing, Heating, Ventilation\]. 2021. No. 10. Pp. 74–79. \[In Russian\]](#)
5. E.G. Makarov. *Soprotivlenie materialov na baze MathCAD* [The resistance of materials based on MathCAD]. St. Petersburg. BKhV-Peterburg ["BHV-Peterburg" Publishers]. 2004. 512 p. [In Russian]
6. H. Sönerlind. Buckling, when structures suddenly collapse. Web-source: comsol.com. Access data: January 30, 2022.
7. R. Axisa, M. Muscat, T. Sant, R.N. Farrugia. Structural assessment of a lattice tower for a small, multi-bladed wind turbine. *International Journal of Energy and Environmental Engineering*. 2017. Vol. 8. Issue 4. Pp. 343–358.
8. Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-1: General structural rules and rules for buildings (BS EN 1993-1-1:2005). European Committee for Standardization. Web-source: en-standard.eu. Access data: January 30, 2022.
9. Linear buckling analysis of a truss tower. COMSOL Multiphysics User's Guide. Web-source: comsol.com. Access data: January 30, 2022.
10. Sensitivity analysis of a truss tower. COMSOL Multiphysics User's Guide. Web-source: comsol.com. Access data: January 30, 2022.
11. Optimization of a truss tower. COMSOL Multiphysics User's Guide. Web-source: comsol.com. Access data: January 30, 2022.